

PARCIAL N°1 – ANÁLISIS NUMÉRICO (I) / ANÁLISIS NUMÉRICO
21/04/2022

1. (40 puntos)

a) Mostrar que

$$\sqrt{x^2 + 1} - x = \mathcal{O}\left(\frac{1}{x}\right), \quad x \rightarrow \infty.$$

b) Si $fl(x)$ es la aproximación de un número real no nulo x en un sistema de punto flotante y ε es el correspondiente error relativo entre ambos números, muestre que

$$fl(x) = (1 - \varepsilon)x.$$

Justifique claramente su respuesta.

2. (40 puntos) Se sabe que la función $f(x) = e^x - 1 - 2x$ tiene 2 raíces, una en $x = 0$ y otra en el intervalo $[1, 2]$.

a) Encuentre dos funciones de iteración que podrían ser usadas en el Método de Iteración de Punto Fijo para encontrar una raíz de $f(x)$. Justifique su respuesta.

b) Elija una de las funciones de iteración del punto anterior y justifique si es posible definir un intervalo donde el Método de Punto Fijo converja a la raíz positiva de $f(x)$.

3. (20 puntos) Si $p(x)$ es un polinomio de grado menor o igual que n que interpola a la función $f(x)$ en x_0, x_1, \dots, x_n , demostrar que

$$f(x) - p(x) = \sum_{i=0}^n [f(x) - f(x_i)] l_i(x)$$

donde $l_i(x)$ es el i -ésimo polinomio básico de Lagrange.

Ayuda: Tener en cuenta que $\sum_{i=0}^n l_i(x) = 1$.