Análisis Matemático II

Licenciatura en Ciencias de la Computación - 2019

Práctico 4 - Rectas, planos y funciones en \mathbb{R}^n

(1) Calcular los vectores A + B, A - B, 3A, -2B, y representarlos gráficamente.

(a) A = (2, -1), B = (-1, 1)

- (b) A = (0, 3, -1), B = (2, -3, 7)
- (2) Calcular el producto escalar o interno A.B en los siguientes casos.

(a) A = (-1, 3), B = (0, 4)

(c)
$$A = (4, 3, -1), B = (2, -3, 7)$$

(b) A = (-1, -1, 3), B = (-1, 3, -4)

(3) ¿Cuáles de los siguientes pares de vectores son perpendiculares entre si?

(c)
$$A = (4, 2, -1), B = (2, -3, 2)$$

(a) A = (1, -1, 1), B = (2, 3, 1)(b) A = (-5, 2, 7), B = (3, -1, 2)

- (4) Sea $A \in \mathbb{R}^3$ un vector perpendicular a todo vector $X \in \mathbb{R}^3$. Probar que A = 0.
- (5) Obtener la longitud o norma de cada uno de los siguientes vectores: A = (2, -1), B =(2,3,1), C=(-t/2,2,7).
- (6) Calcular el coseno de los ángulos interiores del triángulo cuyos vértices son: (3, 1, 1), (-1,2,1) y (2,-2,5).
- (7) Dar la ecuación vectorial de las siguientes rectas:
 - (a) L pasa por (-3,2) y es paralela a (1,-2).
 - (b) L pasa por los puntos (-3/2, 4) y (1, -5).
 - (c) L está definida por x = 3t + 1; y = 5t 2; z = 2t + 1.
 - (d) L pasa por (2,0) y es ortogonal a (1,3).
 - (e) L pasa por (1,3) y es paralela a la recta que pasa por (-1,4) y (3,-2).
- (8) Dar la ecuación vectorial de los siguientes planos:
 - (a) S está generado por (-1,0,4) y (2,3,-10), y contiene al punto (2,3,-5).
 - (b) S está generado por (-1,0,4) y (2,3,-10), y contiene al punto (3,-3,6).
 - (c) S está generado por $\left(-2,1,\frac{1}{2}\right)$ y $\left(4,-\frac{1}{5},-1\right)$ y contiene al punto (0,-1,4) ¿Pasa este plano por el origen? ¿Contiene a los puntos $(1,-1,\frac{1}{2}), (0,-\frac{1}{10},\frac{7}{2})$ y $(0,\frac{3}{2},1)$?
- (9) Dar la ecuación normal de los siguientes planos:
 - (a) el plano que contiene a los puntos (1, -1, 1), (-2, 0, 1) y (-1, 1, 1).
 - (b) X = s(1,2,0) + t(2,0,1) + (1,0,0) para todo $s,t \in \mathbb{R}$.
- (10) Dar una ecuación vectorial de los siguientes planos:

(a) 3x + 3y + z = 1 (b) x + y - z = 2

(b)
$$x + y - z = 2$$

1

(c)
$$x - 3y + z + 2 = 0$$

(11) Obtener el coseno del ángulo comprendido entre los planos S_1 y S_2 :

(a)
$$S_1: x+y+z=0$$
, $S_2: x+2y+3z=1$. (b) $S_1: 3x+2y-z=0$, $S_2: 6x-3y+2z=5$.
(c) $S_1: x+z=1$, $S_2: y+z=1$.

(12) Bosquejar la imagen de la curva descripta por las siguientes funciones vectoriales. Indicar con una flecha la dirección en la que t aumenta.

(a)
$$r(t) = (t, -t, 2t)$$

 (b) $r(t) = (\sin t, t, \cos t)$
 (c) $r(t) = (\sin t, t, \cos t)$
 (d) $r(t) = (t^2, t, 2)$

(13) Calcular los siguientes límites:

(a)
$$\lim_{t\to 0} (t, \cos^2 t, 5)$$
 (b) $\lim_{t\to 0} (t, \ln(t+1), e^{-1/t^2})$

(14) Determinar el dominio y la derivada de las siguientes funciones vectoriales:

(a)
$$r(t) = (\ln(4 - t^2), t^3, \arctan(t))$$
 (b) $r(t) = t\mathbf{a} + (\mathbf{b} \cdot (t\mathbf{c}))\mathbf{d}$, donde $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ y \mathbf{d} son vectores.

(15) Para cada una de las siguientes funciones vectoriales bosquejar su imagen y obtener r'(t). Además, dar el vector posición y el vector tangente para el valor de t indicado.

(a)
$$r(t) = (\cos(t), \sin(t)), t = \pi/4.$$
 (c) $r(t) = (t^3, t^2), t = 1.$ (b) $r(t) = (1 + t, t^2), t = 1.$

(16) Determinar en qué punto se intersecan las siguientes curvas, $r_1(t) = (t, 1 - t, 3 + t^2)$ y $r_2(s) = (3 - s, s - 2, s^2)$, y calcular el ángulo de la intersección.

(17) Determinar el dominio de las siguientes funciones y graficarlo.

(a)
$$f(x,y) = \frac{x+y}{x-y}$$

(b) $f(x,y) = \sqrt{xy}$
(c) $f(x,y) = \frac{xy}{x^2-y^2}$
(d) $f(x,y) = \sqrt{4x^2+9y^2-36}$

- (18) Sea $f(x,y) = \ln(x+y-1)$.
 - (a) Evalúe f(1,1) y f(e,1).
 - (b) Determine y grafique el dominio de f.
 - (c) Determine el rango de f.
- (19) Sea $f(x,y) = x^2 e^{3xy}$.
 - (a) Evalúe f(2,0).
 - (b) Determine y grafique el dominio de f.
 - (c) Determine el rango de f.

(20) Bosquejar la gráfica de las siguientes funciones.

(a)
$$f(x,y) = y^2$$
, donde $-1 \le x \le 1$, $-1 \le y \le 1$

(b)
$$f(x,y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$
 (semiesfera)

(c)
$$f(x,y) = x^2 + y^2$$
 (paraboloide)

(d)
$$f(x,y) = x^2 - y^2$$
 (silla de montar)

(e)
$$f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$
 (cono)

(e)
$$f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$
 (cono)
(f) $f(x,y) = \sqrt{1 + x^2 + y^2}$ (hiperboloide de dos hojas)