Análisis Matemático II

Licenciatura en Ciencias de la Computación - 2017

Práctico 6 - Integrales en $\mathbb{R}^n$

(1) Calcular las siguientes integrales sobre regiones rectangulares.

(a) $\displaystyle\iint_R (x^2+y^2)\,dA$, donde R es el rectángulo $0 \le x \le 2$, $0 \le y \le 5$.

(b) $\displaystyle\iint_R (\operatorname{sen} x + \cos y)\,\mathrm{d}A$, donde R es el rectángulo $0 \le x \le \pi/2$, $0 \le y \le \pi/2$.

(c) $\displaystyle\iint_R x^2\,y^2\,\mathrm{d}A$, donde R es el rectángulo $0 \le x \le a$, $0 \le y \le b$.

(2) Dibujar el dominio de integración y calcular las siguientes integrales.

(a) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^y (xy+y^2)\,dx\,dy$

(b) $\displaystyle\int_0^\pi \int_{-x}^x \cos y\,dy\,dx$

(c) $\displaystyle\int_0^2 dy \int_0^y y^2 \mathrm{e}^{xy}\,dx$

(d) $\displaystyle\iint_T (x-3y)\,dA$, donde T es el triángulo de vértices $(0,0)$, $(a,0)$ y $(0,b)$.

(e) $\displaystyle\iint_R xy^2\,dA$, donde R es la región en el primer cuadrante acotada por $y = x^2$ y $x = y^2$.

(f) $\displaystyle\iint_D x\cos y\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, donde D es la región en el primer cuadrante acotada por $y = 1-x^2$ y los ejes.

(g) $\displaystyle\iint_D \ln x\ \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, donde D es la región en el primer cuadrante acotada por $2x+2y = 5$ y $xy = 1$.

(h) $\displaystyle\iint_Q y\,dA$, donde Q es la región acotada por $x^2+y^2 = 4$.

(3) Calcular las siguientes integrales.

(a) $\displaystyle\iiint_B xyz\,dV$, donde B es la siguiente región: $0 \le x \le 1$, $-2 \le y \le 0$ y $1 \le z \le 4$.

(b) $\displaystyle\iiint_R (1+2x-3y)\,dV$, donde R es la región: $-a \le x \le a$, $-b \le y \le b$ y $-c \le z \le c$.

(4) Calcular las siguientes integrales usando coordenadas polares.

(a) $\displaystyle\iint_R y\ dA$, donde R es la región acotada por la circunferencia $x^2+y^2 = 4$.

(b) $\displaystyle\iint_R e^{-(x^2+y^2)}\, dA$, donde R es la región del primer cuadrante acotada por $x^2+y^2 = a^2$ y los ejes coordenados.

(c) $\displaystyle\iint_R \frac{1}{x^2+y^2}\, dA$, donde R es la región del primer cuadrante acotada por las circunferencias $x^2+y^2=1$ y $x^2+y^2=4$.

(d) $\displaystyle\iint_R \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\, dA$, donde R es la región del primer cuadrante acotada por la circunferencia $x^2+y^2=1$ y los ejes coordenados.

(e) $\displaystyle\int_0^1 \int_{\sqrt{3}\,y}^{\sqrt{4-y^2}} \ln(x^2+y^2)\, dx\, dy.$

(5) Calcular el volumen debajo de $z = 1 - x^2$ y arriba de la región: $0 \leq x \leq 1$ y $0 \leq y \leq x$.

(6) Calcular el volumen debajo de $z = 1 - x^2$ y arriba de la región: $0 \leq y \leq 1$ y $0 \leq x \leq y$.

(7) Calcular el volumen debajo de $z = 1 - x^2 - y^2$ y arriba de: $x \geq 0$, $y \geq 0$ y $x + y \leq 1$.

(8) Calcular el volumen comprendido entre el plano xy, el cilindro $x^2 + y^2 = 4$ y el plano $z = x + y + 4$.

(9) Calcular el área de la región del plano dada por, $0 \leq x \leq y^3$ y $2 \leq y \leq 4$.

(10) Calcular el área de la región del primer cuadrante acotada por las parábolas $x^2 = 4y$ y $x^2 = 8 - 4y$. Integre primero con respecto a x.