

Análisis Matemático II
Lic. en Ciencias de la Computación - 2019
Práctico 3 - Series de potencias

- (1) ¿Qué es una serie de potencias?
- (2) (a) ¿Cuál es el radio de convergencia de una serie de potencias? ¿Cómo se determina?
 (b) ¿Cuál es el intervalo de convergencia de una serie de potencias? ¿Cómo se calcula?
- (3) Determinar el radio de convergencia y el intervalo de convergencia de las siguientes series de potencias.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$	(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} x^n$	(g) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2 x^n}{2^n}$
(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n+1}$	(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$	(h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{n^3}$
(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n^3}$	(f) $\sum_{n=1}^{\infty} n^n x^n$	(i) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+5^n}{n!} x^n$

- (4) Suponga que $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ es convergente cuando $x = -4$ y diverge cuando $x = 6$. ¿Qué puede decir con respecto a la convergencia o divergencia de las series siguientes?

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} c_n$	(c) $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (-3)^n$
(b) $\sum_{n=0}^{\infty} c_n 8^n$	(d) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n c_n 9^n$

- (5) Determinar el radio de convergencia y el intervalo de convergencia de las siguientes series de potencias.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n x^n}{n^{1/4}}$	(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4x-1)^n}{n^n}$	(g) $\sum_{n=1}^{\infty} n! (2x-1)^n$
(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^4 2^{2n}} x^n$	(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x+2}{2} \right)^n$	(h) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{4^n \ln n}$
(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^3} (4-x)^n$	(f) $\sum_{n=0}^{\infty} n^3 (2x-3)^n$	

- (6) Usar la expansión $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$, válida en el rango $-1 < x < 1$, para representar las siguientes funciones:

(a) $f(x) = \frac{1}{1+x}$, en potencias de x .	(b) $f(x) = \frac{3}{1-x^4}$, en potencias de x .
--	--

- (c) $f(x) = \frac{2}{3-x}$, en potencias de x . (e) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, en potencias de $(x+2)$.
 (d) $f(x) = \ln x$, en potencias de $(x-4)$. (f) $f(x) = x \ln(1-x)$, en potencias de x .

(7) Expresar las siguientes integrales como una serie de potencias en x .

- (a) $\int \frac{1}{1+x^4} dx$ (c) $\int \frac{x}{1-x^8} dx$
 (b) $\int \frac{x}{1+x^5} dx$ (d) $\int \frac{\ln(1-x)}{x} dx$

(8) Si $f^{(n)}(0) = (n+1)!$ para $n = 0, 1, 2, \dots$, encuentre la serie de Maclaurin para f y su radio de convergencia.

(9) Encuentre la serie de Taylor para f con centro en 4 si

$$f^{(n)}(4) = \frac{(-1)^n n!}{3^n(n+1)}$$

¿Cuál es el radio de convergencia de la serie de Taylor?

(10) Encontrar la representación en serie de Taylor, centrada en $a = 0$, de las siguientes funciones. ¿Para qué valores de x vale la representación?

- (a) $f(x) = (1-x)^2$ (d) $f(x) = \sin(5x^2)$
 (b) $f(x) = \ln(1+x)$ (e) $f(x) = e^{5x}$
 (c) $f(x) = \cos(x)$ (f) $f(x) = xe^x$

(11) Determinar el orden de los polinomios de Taylor que deberían usarse para aproximar los siguientes valores con un error menor que $5 \cdot 10^{-5}$.

- (a) $e^{0.1}$ (b) $\ln 1.4$

(12) Estimar el error cometido al aproximar la función $f(x) = \sqrt[3]{x}$ por su polinomio de Taylor de orden 2, centrado en $a = 8$, para $7 \leq x \leq 9$.

(13) Sea $f(x) = (1+x)^{1/2}$. Usando el polinomio de Taylor de orden 3 de f , centrado en $a = 0$, calcular el valor aproximado de $\sqrt{2}$ que da dicho polinomio, y estimar el error en esta aproximación.

(14) ¿Para qué valores de x se puede aproximar $\sin x$ por $x - \frac{x^3}{3!}$ con un error menor que 10^{-4} ?