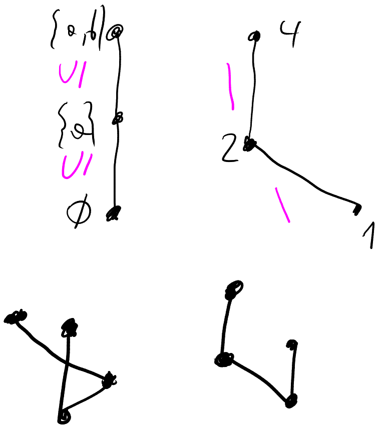
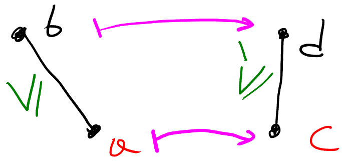


$(P,\leq)$



$(Q,\leq')$

$(\leq) := \{\langle a,a\rangle ; \langle a,b\rangle ; \langle b,b\rangle\}$

$(\leq') := \{\langle c,c\rangle ; \langle c,d\rangle ; \langle d,d\rangle\}$

$f(a) = c$; $f(b) = d$

$f^{-1}(c) = a$ $\quad f^{-1}(d) = b$

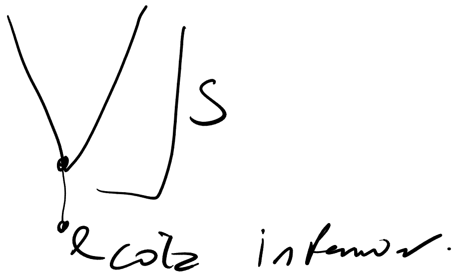
$\langle a,b\rangle \in (\leq)$

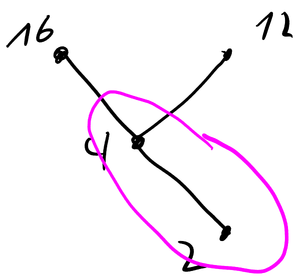
$a \leq b$

$f(a) \qquad f(b)$

$\overset{\shortparallel}{c} \leq' d.$

Ojo: suryectividad! (sobre) $\forall y \in Q\ \exists x \in P$ tq $f(x) = y$.





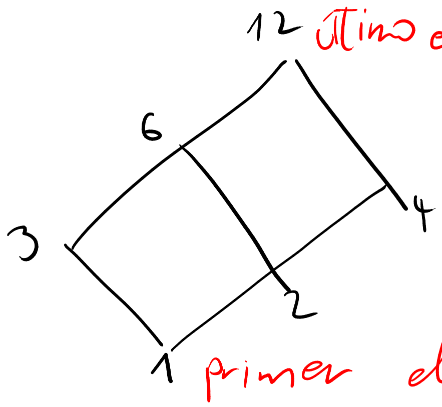
Cotas superiores de $\{4, 2\}$: 4, 16, 12

Sup. $\{4,2\} = 4$

en el orden del poset!
Sup. menor cota superior

último elemento = máx D_{12}.

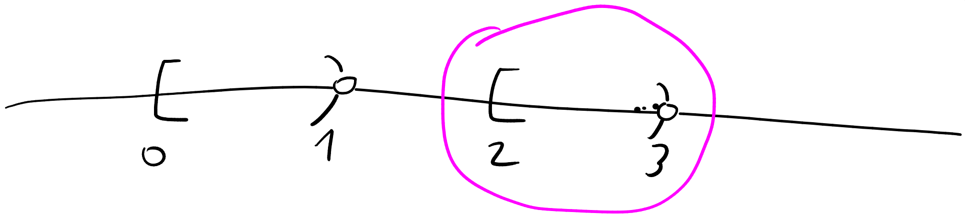
D_{12}

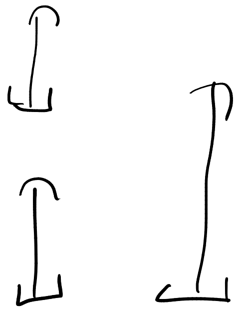


primer elemento = mín D_{12}

$P = ([0,1) \cup [2,3), \underset{\text{del } \mathbb{R}}{\leq})$ es orden total $\therefore$ sup = max, inf = mín.

$\sup \{0.5, 2.8\} = 2.8$: $\left.\begin{array}{l} 0.5 \leq 2.8 \\ 2.8 \leq 2.8 \end{array}\right\}$ es cota.





$2.5, 2.9 \leq 2.95, \cancel{2.8}, 2{,}999, 2.9$

$a \quad b$

$[2.9, 3)$

$[2,3) \neq \{2,3\}$

$[2,3)$ es el conjunto de cotas de $[0,1)$

$0{,}99\ldots\ldots99\ldots\ldots = 1$

Ejercicio: Probar que $P \cong ([0,2), \leq)$.

(También es isomorfo a $([0,5), \leq)$.)

Prop: $f : (P, \leq) \to (Q, \leq')$ iso. $\qquad Q \supseteq f(S) = \{f(x) : x \in S\}$

$u \in P$, $S \subseteq P$. Entonces:

u cota superior de $S \iff f(u)$ cota superior de $f(S)$

($\Rightarrow$) Sea $y \in f(S)$ luego $y = f(x)$ para algún $x \in S$

Como u cota sup de S, $x \leq u \overset{\text{iso}}{\Longrightarrow} y = f(x) \leq f(u)$

$\therefore f(u)$ es cota de $f(S)$

($\Leftarrow$) Apliquemos "($\Rightarrow$)" al iso $f^{-1} : Q \to P$.

$f(u)$ cota superior de $f(S) \Longrightarrow \boxed{\underset{\substack{\| \\ u}}{f^{-1}(f(u))}}$ es cota sup. de $\underset{\substack{\| \\ S}}{f^{-1}(f(S))}$.

f iso entre $(P,\le)$ y $(Q,\le')$, $S\subseteq P$

Luego $f(\sup_P S) = \sup_Q (f(S))$ si existen:

Sup. existe $\sup_P S \in P$.

$\sup_P S$ es cota sup. de S

$$\Downarrow \text{ prop.}$$

$f(\sup_P S)$ es cota sup. de $f(S)$ ✓

Falta ver que $f(\sup_P S)$ es la menor cota sup de $f(S)$.

Sup. y cota sup. $f(S)$ f sobre! $\exists x \in P$ tq $f(x) = y$.

$f(x)$ cota sup $f(S)$.

$$\Downarrow \leftarrow \text{Prop.}$$

x cota sup. de S.

$$\Downarrow \leftarrow \text{def } \sup_P S$$

$\sup_P S \le x \Rightarrow f(\sup_P S) \le f(x) = y$.

$\therefore$ $f(\sup_P S) = \sup_Q f(S)$ ✓

Propiedad: $x \le x \vee y$ $\quad$ $y \le x \vee y$.

$x \vee y \le u \iff x \le u$ & $y \le u$.

$$\underset{\substack{\wedge| \\ y\vee w}}{x \le y} \qquad \underset{\substack{\wedge| \\ y\vee w}}{z \le w} \Rightarrow x \vee z \le y \vee w$$

$$\Updownarrow$$

$x \le y \vee w$ & $z \le y \vee w$

Transit $\quad$ Transit.