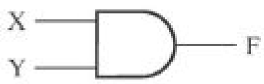
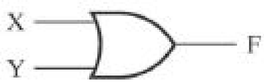
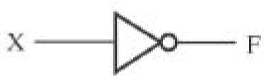
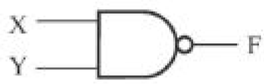
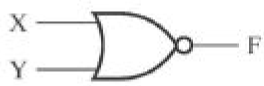
PRÁCTICO 2 - Álgebra de Boole

Postulados y teoremas del álgebra booleana

Postulado 2	a)	$x + 0 = x$	b)	$x \cdot 1 = x$
Postulado 5	a)	$x + x' = 1$	b)	$x \cdot x' = 0$
Teorema 1	a)	$x + x = x$	b)	$x \cdot x = x$
Teorema 2	a)	$x + 1 = 1$	b)	$x \cdot 0 = 0$
Teorema 3, involución		$(x')' = x$		
Postulado 3, conmutatividad	a)	$x + y = y + x$	b)	$xy = yx$
Teorema 4, asociatividad	a)	$x + (y + z) = (x + y) + z$	b)	$x(yz) = (xy)z$
Postulado 4, distributividad	a)	$x(y + z) = xy + xz$	b)	$x + yz = (x + y)(x + z)$
Teorema 5, DeMorgan	a)	$(x + y)' = x'y'$	b)	$(xy)' = x' + y'$
Teorema 6, absorción	a)	$x + xy = x$	b)	$x(x + y) = x$

Name	Distinctive-Shape Graphics Symbol	Algebraic Equation	Truth Table
AND		$F = XY$	X Y | F 0 0 | 0 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1
OR		$F = X + Y$	X Y | F 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 1
NOT (inverter)		$F = \overline{X}$	X | F 0 | 1 1 | 0
NAND		$F = \overline{X \cdot Y}$	X Y | F 0 0 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0
NOR		$F = \overline{X + Y}$	X Y | F 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0

Ejercicio 1:
Simplificar las siguientes funciones booleanas a un número mínimo de literales.

a. $x.y + x.y'$
b. $(x + y).(x + y')$
c. $x.y.z + x'.y + xyz'$
d. $z.x + z.x'.y$
e. $(A + B)'.(A' + B')'$
f. $y.(w.z' + w.z) + x.y$

Ejercicio 2:
Reducir a un número mínimo de literales las siguientes funciones booleanas:

a. $(B.C' + A'.D).(A.B' + C.D')$
b. $B'.D + A'.B.C' + A.C.D + A'.B.C$
c. $[(A.B)'.A].[(A.B)'.B]$
d. $A.B' + C'.D'$

a. Graficar las expresiones encontradas en “b” y “d” mediante cualquier tipo de compuertas del número de entradas necesarias.
b. Encontrar expresiones equivalentes a las funciones “b” y “d”, pero utilizando sólo compuertas NAND del número de entradas necesarias.
c. Graficar las expresiones encontradas en el punto anterior.

Ejercicio 3:
La función OR-exclusiva, denotada por “^” tiene dos entradas y una salida. Si **a** y **b** son las entradas y **c** es la salida, entonces **c** es ‘1’ sólo cuando exactamente una de las entradas vale ‘1’. En el resto de los casos es ‘0’.

a. Hacer una tabla de verdad de la función OR-exclusiva.
b. Encontrar la expresión equivalente a la función OR-exclusiva utilizando sólo suma de productos y graficar con compuertas.
c. Implementar una OR-exclusiva de 3 entradas usando OR-exclusivas de 2 entradas.

Ejercicio 4:
Mostrar que la función NAND (Not AND) es universal en el sentido de que las funciones NOT, AND, OR y NOR se pueden expresar como productos negados. Graficar las implementaciones de las compuertas NOT, AND, OR y NOR con compuertas NAND.

Ejercicio 5:
Mostrar que la función NOR (Not OR) es universal en el sentido de que las funciones NOT, OR, AND y NAND se pueden expresar como sumas negadas. Graficar las implementaciones de las compuertas NOT, OR, AND y NAND con compuertas NOR.

Ejercicio 6 (extra):

a. ¿Cuántas funciones booleanas de *n* variables hay?
b. Demostrar que utilizando solo compuertas AND/OR no alcanza para definir todas funciones de *n* variables.