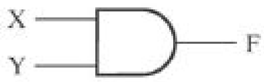
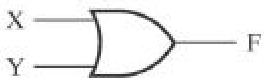
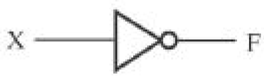
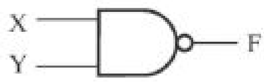
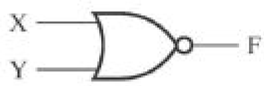
PRÁCTICO 1 - Álgebra de Boole

TABLA 2-1 Postulados y teoremas del álgebra booleana

Postulado 2	(a) $x + 0 = x$	(b) $x \cdot 1 = x$
Postulado 5	(a) $x + x' = 1$	(b) $x \cdot x' = 0$
Teorema 1	(a) $x + x = x$	(b) $x \cdot x = x$
Teorema 2	(a) $x + 1 = 1$	(b) $x \cdot 0 = 0$
Teorema 3, involución	$(x')' = x$	
Postulado 3, conmutativo	(a) $x + y = y + x$	(b) $xy = yx$
Teorema 4, asociativo	(a) $x + (y + z) = (x + y) + z$	(b) $x(yz) = (xy)z$
Postulado 4, distributivo	(a) $x(y + z) = xy + xz$	(b) $x + yz = (x + y)(x + z)$
Teorema 5, de De Morgan	(a) $(x + y)' = x'y'$	(b) $(xy)' = x' + y'$
Teorema 6, absorción	(a) $x + xy = x$	(b) $x(x + y) = x$

Name	Distinctive-Shape Graphics Symbol	Algebraic Equation	Truth Table
AND		$F = XY$	X Y | F 0 0 | 0 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1
OR		$F = X + Y$	X Y | F 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 1
NOT (inverter)		$F = \overline{X}$	X | F 0 | 1 1 | 0
NAND		$F = \overline{X \cdot Y}$	X Y | F 0 0 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0
NOR		$F = \overline{X + Y}$	X Y | F 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0

Ejercicio 1:
Simplificar las siguientes funciones booleanas a un número mínimo de literales.

a. *x.y + x.y’*
b. *(x + y).(x + y’)*
c. *x.y.z + x’.y + xyz’*
d. *z.x + z.x’.y*
e. *(A + B)’.(A’ + B’)’*
f. *y.(w.z’ + w.z) + x.y*

Ejercicio 2:
Mostrar que la función NAND (Not AND) es universal en el sentido de que las funciones NOR, NOT, OR y AND se pueden obtener a partir de ellas. Graficar las implementaciones de las compuertas NOR, NOT, OR y AND con compuertas NAND.

Ejercicio 3:
Mostrar que la función NOR (Not OR) es universal en el sentido de que las funciones AND, OR, NOT y NAND se pueden obtener a partir de ellas. Graficar las implementaciones de las compuertas AND, OR, NOT y NAND con compuertas NOR.

Ejercicio 4:
Reducir a un número mínimo de literales las siguientes funciones booleanas:

a. *(B.C’ + A’.D).(A.B’ + C.D’)*
b. *B’.D + A’.B.C’ + A.C.D + A’.B.C*
c. *[(A.B)’.A].[(A.B)’.B]*
d. *A.B’ + C’.D’*

Encontrar expresiones equivalentes a las funciones “b” y “d”, pero utilizando:

a. Sólo compuertas NAND del número de entradas necesarias.
b. Sólo compuertas NOR del número de entradas necesarias.
c. Mediante cualquier tipo de compuertas de sólo dos entradas.
d. Graficar las expresiones encontradas en los puntos anteriores.

Ejercicio 5:
La función OR-exclusiva, denotada por “^” tiene dos entradas y una salida. Si **a** y **b** son las entradas y **c** es la salida, entonces **c** es ‘1’ sólo cuando exactamente una de las entradas vale ‘1’. En el resto de los casos es ‘0’.

a. Hacer una tabla de verdad de la función OR-exclusiva.
b. Encontrar la expresión equivalente a la función OR-exclusiva utilizando sólo suma de productos .
c. Encontrar la expresión equivalente a la función OR-exclusiva utilizando sólo producto de sumas.
d. Graficar con compuertas los circuitos lógicos de los puntos “b” y “c”.

Ejercicio 6 (extra):

a. ¿Cuántas funciones booleanas de *n* variables hay?
b. Demostrar de manera rigurosa que utilizando solo compuertas AND/OR no alcanza para definir todas funciones de *n* variables.