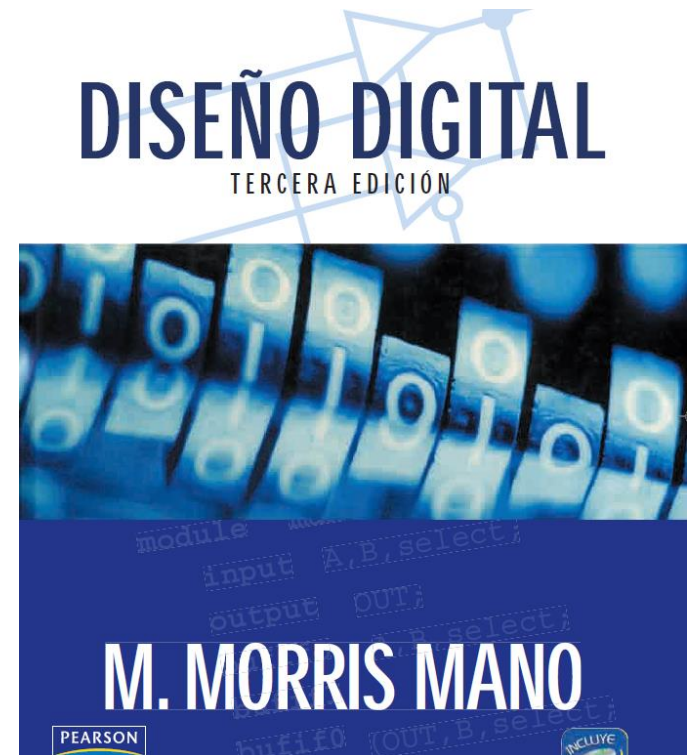


# MINIMIZACIÓN DE FUNCIONES LÓGICAS

MÉTODO GRÁFICOS DE KARNAUGH

# Libro de Base para este Tema

- Para facilitar el seguimiento del tema nos basaremos fielmente en el siguiente libro



# Libro de Base para este Tema

- Entiendo que está en Biblioteca y si no por favor pídanlo a los profesores del práctico.

**DISEÑO DIGITAL**

TERCERA EDICIÓN

**M. Morris Mano**

CALIFORNIA STATE UNIVERSITY, LOS ANGELES

**TRADUCCIÓN**

Roberto Escalona García  
Ingeniero Químico  
Universidad Nacional Autónoma de México

**REVISIÓN TÉCNICA**

Gonzalo Duchén Sánchez  
Sección de Estudios de Postgrado e Investigación  
Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica  
Unidad Culhuacán  
Instituto Politécnico Nacional



# Libro de Base para este Tema

- En particular este tema se desarrolla en el capítulo 3 del libro:



PREFACIO		ix
1	SISTEMAS BINARIOS	1
1-1	Sistemas digitales	1
1-2	Números binarios	3
1-3	Conversiones de base numérica	5
1-4	Números octales y hexadecimales	7
1-5	Complementos	9
1-6	Números binarios con signo	13
1-7	Códigos binarios	16
1-8	Almacenamiento binario y registros	24
1-9	Lógica binaria	27
2	ÁLGEBRA BOOLEANA Y COMPUERTAS LÓGICAS	33
2-1	Definiciones básicas	33
2-2	Definición axiomática del álgebra booleana	34
2-3	Teoremas y propiedades básicos del álgebra booleana	37
2-4	Funciones booleanas	40
2-5	Formas canónicas y estándar	44
2-6	Otras operaciones lógicas	51
2-7	Compuertas lógicas digitales	53
2-8	Circuitos integrados	59
3	MINIMIZACIÓN EN EL NIVEL DE COMPUERTAS	64
3-1	El método del mapa	64
3-2	Mapa de cuatro variables	70

# Mapa de 2 Variables

$m_0$	$m_1$
$m_2$	$m_3$

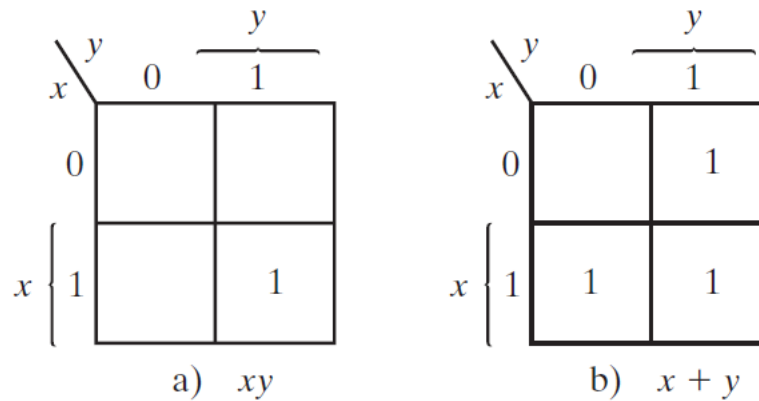
a)

		$y$	
		$\overline{\phantom{00}}$	
		0	1
$x$	0	$x'y'$	$x'y$
	1	$xy'$	$xy$

b)

**FIGURA 3-1**  
Mapa de dos variables

# Mapa de 2 Variables



**FIGURA 3-2**

Representación de funciones en el mapa

# Mapa de 3 Variables

## 66 Capítulo 3 Minimización en el nivel de compuertas

$m_0$	$m_1$	$m_3$	$m_2$
$m_4$	$m_5$	$m_7$	$m_6$

a)

		$y$					
		$xz$		00	01	11	10
$x$	0	$x'y'z'$	$x'y'z$	$x'yz$	$x'yz'$		
	1	$xy'z'$	$xy'z$	$xyz$	$xyz'$	$z$	

b)

**FIGURA 3-3**  
Mapa de tres variables

# Mapa de 3 Variables

		yz		y	
x		00	01	11	10
x	0			1	1
	1	1	1		

$z$

**FIGURA 3-4**

Mapa para el ejemplo 3-1;  $F(x, y, z) = \sum(2, 3, 4, 5) = x'y + xy'$

## EJEMPLO 3-1

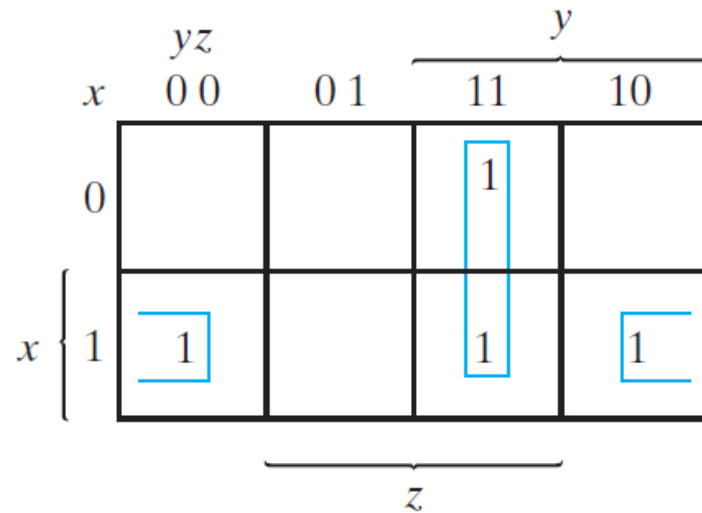
Simplifique la función booleana

$$F(x, y, z) = \sum(2, 3, 4, 5)$$



# Mapa de 3 Variables

## 68 Capítulo 3 Minimización en el nivel de compuertas

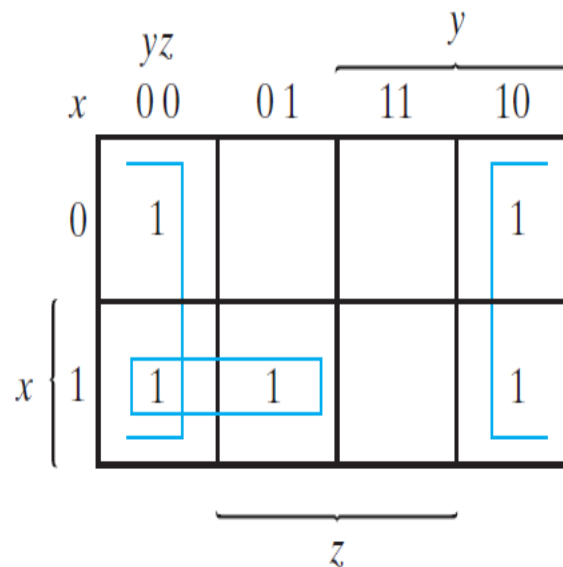


**FIGURA 3-5**

Mapa para el ejemplo 3-2;  $F(x, y, z) = \Sigma(3, 4, 6, 7) = yz + xz'$

# Mapa de 3 Variables

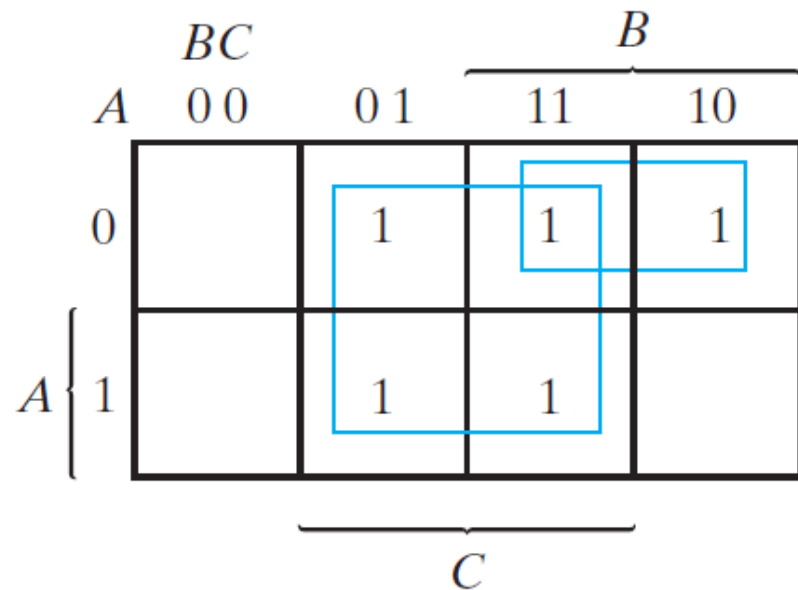
Sección 3-1 El método del mapa 69



**FIGURA 3-6**

Mapa para el ejemplo 3-3;  $F(x, y, z) = \Sigma(0, 2, 4, 5, 6) = z' + xy'$

# Mapa de 3 Variables



**FIGURA 3-7**

Mapa para el ejemplo 3-4;  $A'C + A'B + AB'C + BC = C + A'B$

# Mapa de 4 Variables

$m_0$	$m_1$	$m_3$	$m_2$
$m_4$	$m_5$	$m_7$	$m_6$
$m_{12}$	$m_{13}$	$m_{15}$	$m_{14}$
$m_8$	$m_9$	$m_{11}$	$m_{10}$

a)

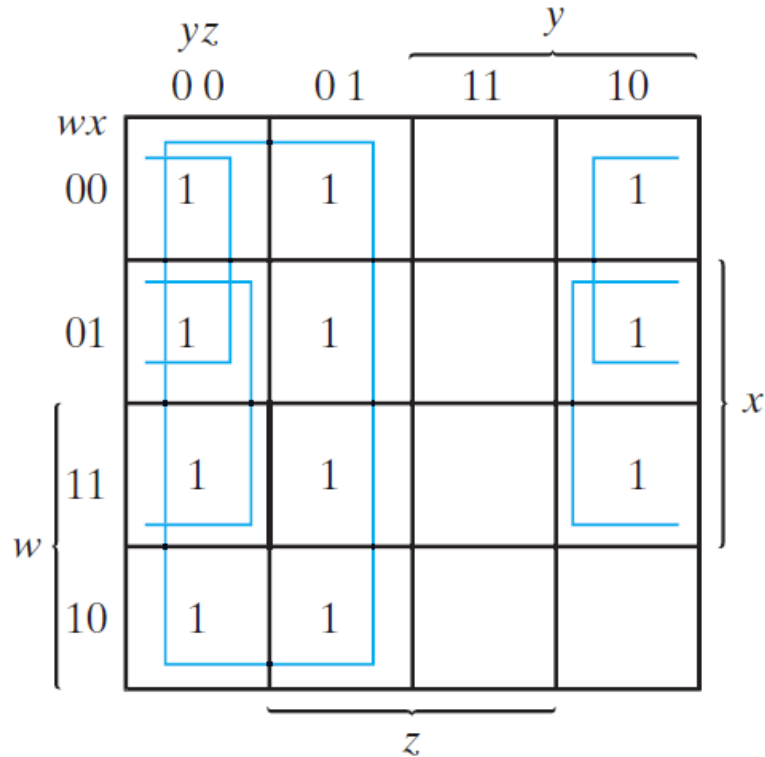
		$yz$		$y$	
		00	01	11	10
$w$	$wx$	$w'x'y'z'$	$w'x'y'z$	$w'x'yz$	$w'x'yz'$
	00	$w'xy'z'$	$w'xy'z$	$w'xyz$	$w'xyz'$
	01	$wxy'z'$	$wxy'z$	$wxyz$	$wxyz'$
	11	$wx'y'z'$	$wx'y'z$	$wx'yz$	$wx'yz'$
	10	$wx'y'z'$	$wx'y'z$	$wx'yz$	$wx'yz'$

b)

**FIGURA 3-8**

Mapa de cuatro variables

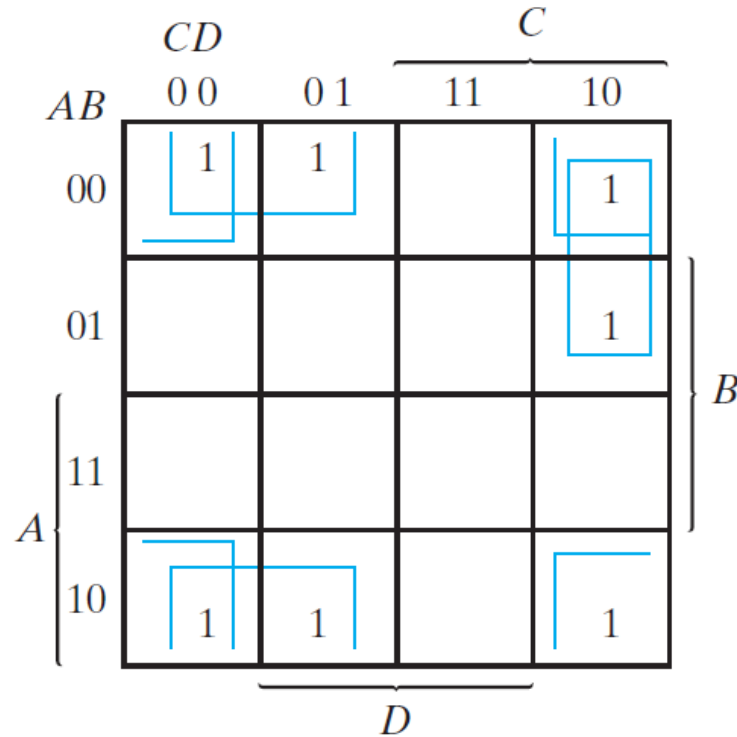
# Mapa de 4 Variables



**FIGURA 3-9**

Mapa para el ejemplo 3-5;  $F(w, x, y, z) = \sum(0, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14)$   
 $= y' + w'z' + xz'$

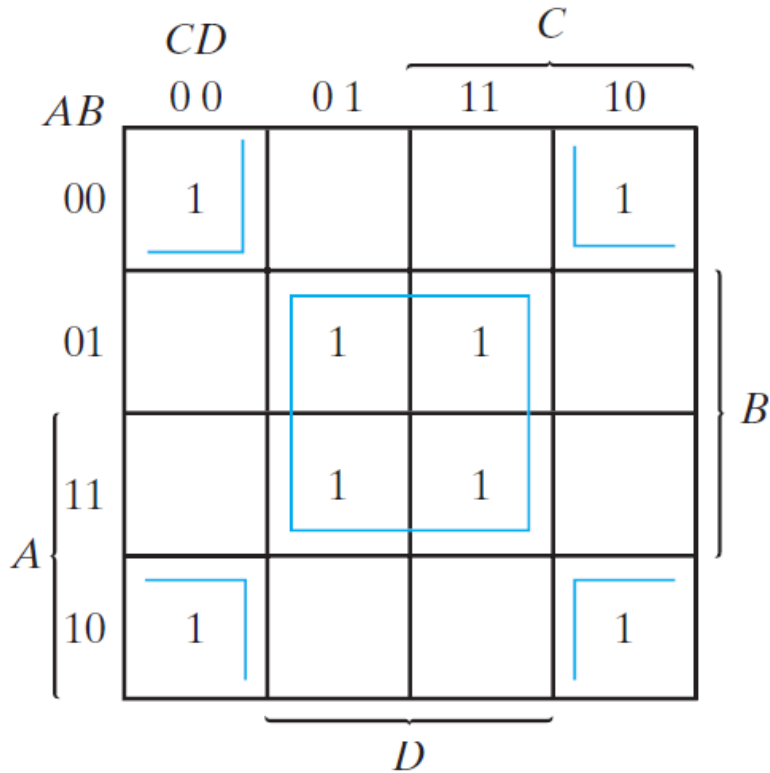
# Mapa de 4 Variables



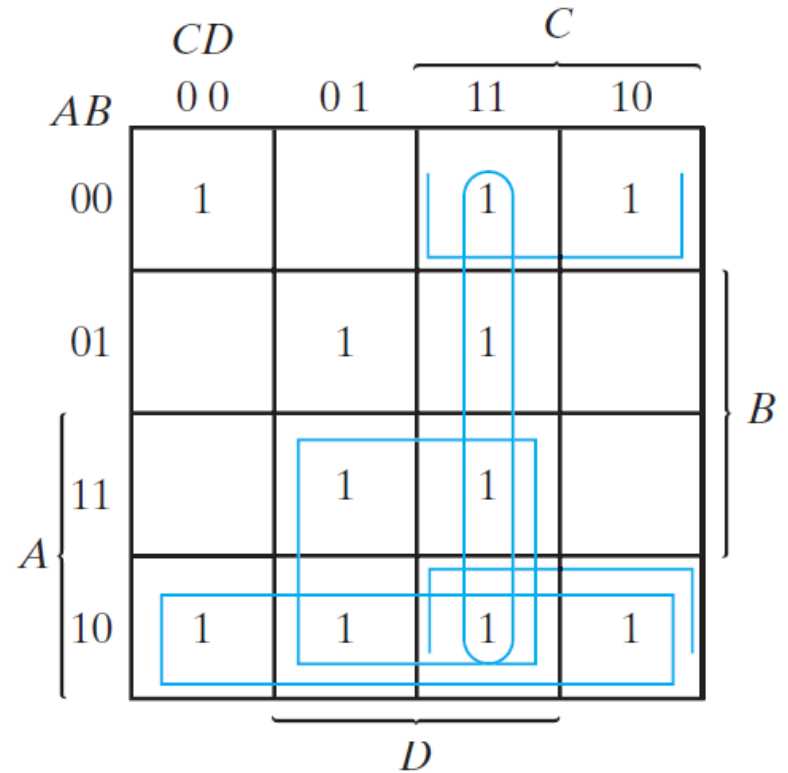
**FIGURA 3-10**

Mapa para el ejemplo 3-6;  $A'B'C' + B'CD' + A'BCD' + AB'C' = B'D' + B'C' + A'CD'$

# Mapa de 4 Variables



a) Implicantes primos esenciales  
BD y B'D'



b) Implicantes primos CD, B'C  
AD y AB'

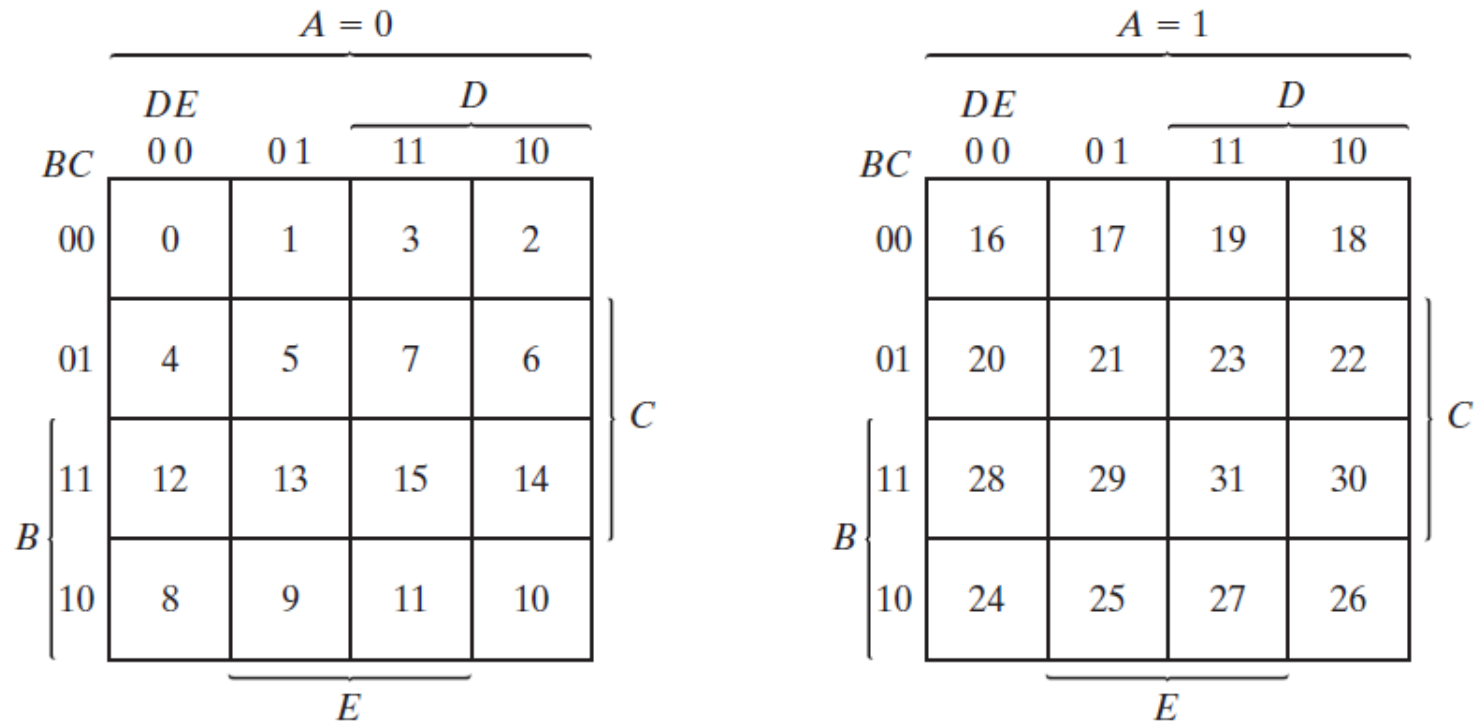
**FIGURA 3-11**

Simplificación empleando implicantes primos

# Mapa de 5 Variables

## Sección 3-3 Mapa de cinco variables

75



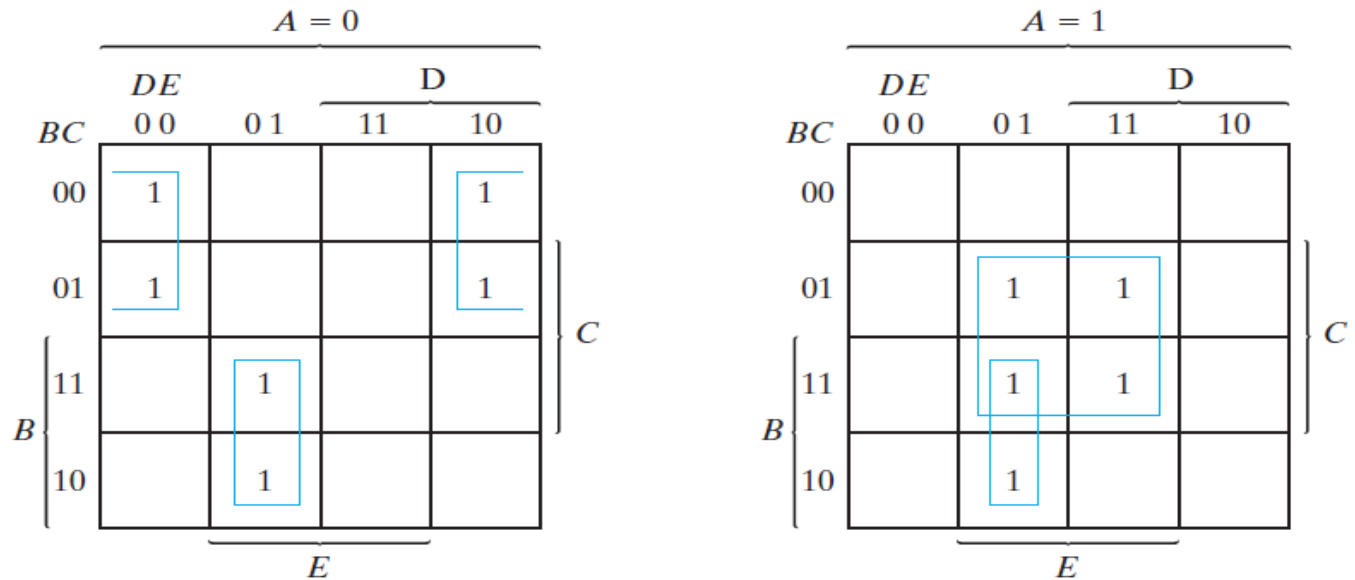
**FIGURA 3-12**

Mapa de cinco variables



# Mapa de 5 Variables

## 76 Capítulo 3 Minimización en el nivel de compuertas



**FIGURA 3-13**

Mapa para el ejemplo 3-7;  $F = A'B'E' + BD'E + ACE$

### EJEMPLO 3-7

Simplifique la función booleana

$$F(A, B, C, D, E) = (0, 2, 4, 6, 9, 13, 21, 23, 25, 29, 31)$$

# Suma de Productos y Producto de Sumas

- Es una aplicación directa de De Morgan

		<i>CD</i>		<i>C</i>	
		00	01	11	10
<i>AB</i>	00	1	1	0	1
	01	0	1	0	0
	11	0	0	0	0
	10	1	1	0	1

*D*

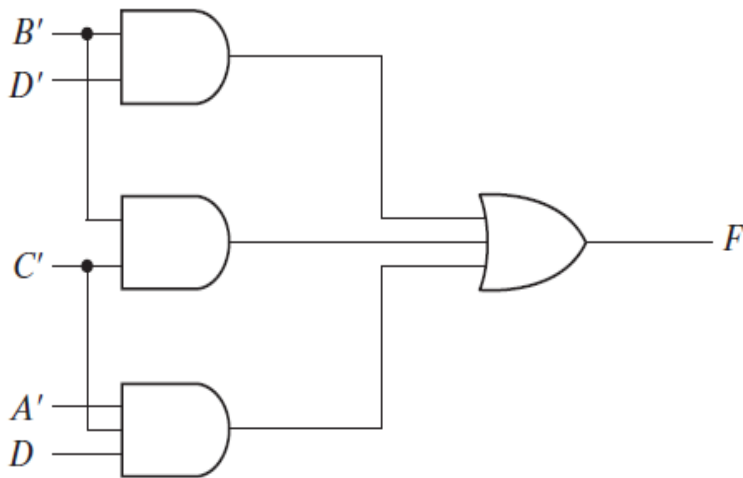
*B*

**FIGURA 3-14**

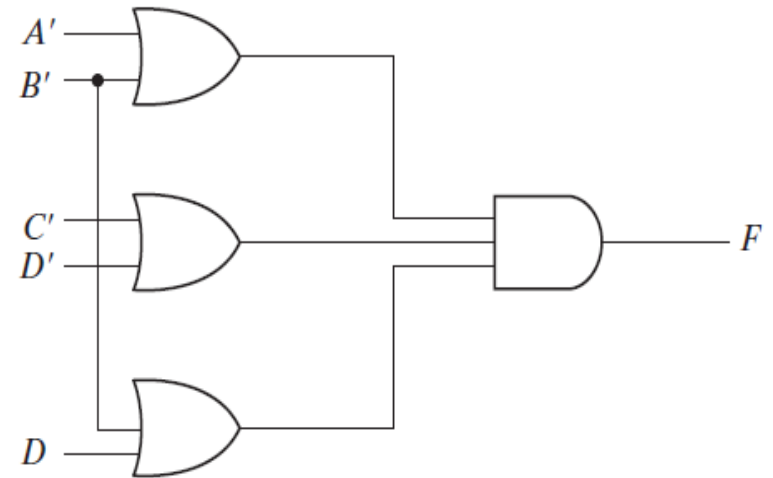
Mapa para el ejemplo 3-8;  $F(A, B, C, D) = \sum(0, 1, 2, 5, 8, 9, 10)$   
 $= B'D' + B'C' + A'C'D = (A' + B')(C' + D')(B' + D)$

# Suma de Productos y Producto de Sumas

78 Capítulo 3 Minimización en el nivel de compuertas



a)  $F = B'D' + B'C' + A'C'D$



b)  $F = (A' + B')(C' + D')(B' + D)$

**FIGURA 3-15**

Implementación con compuertas de la función del ejemplo 3-8

# Condiciones Sin Cuidado o de Indiferencia (x)

## Sección 3-5 Condiciones de indiferencia

81

	$yz$		$y$	
	00	01	11	10
$w$				
$x$				
00	X	1	1	X
01	0	X	1	0
11	0	0	1	0
10	0	0	1	0

$z$

a)  $F = yz + w'x'$

	$yz$		$y$	
	00	01	11	10
$w$				
$x$				
00	X	1	1	X
01	0	X	1	0
11	0	0	1	0
10	0	0	1	0

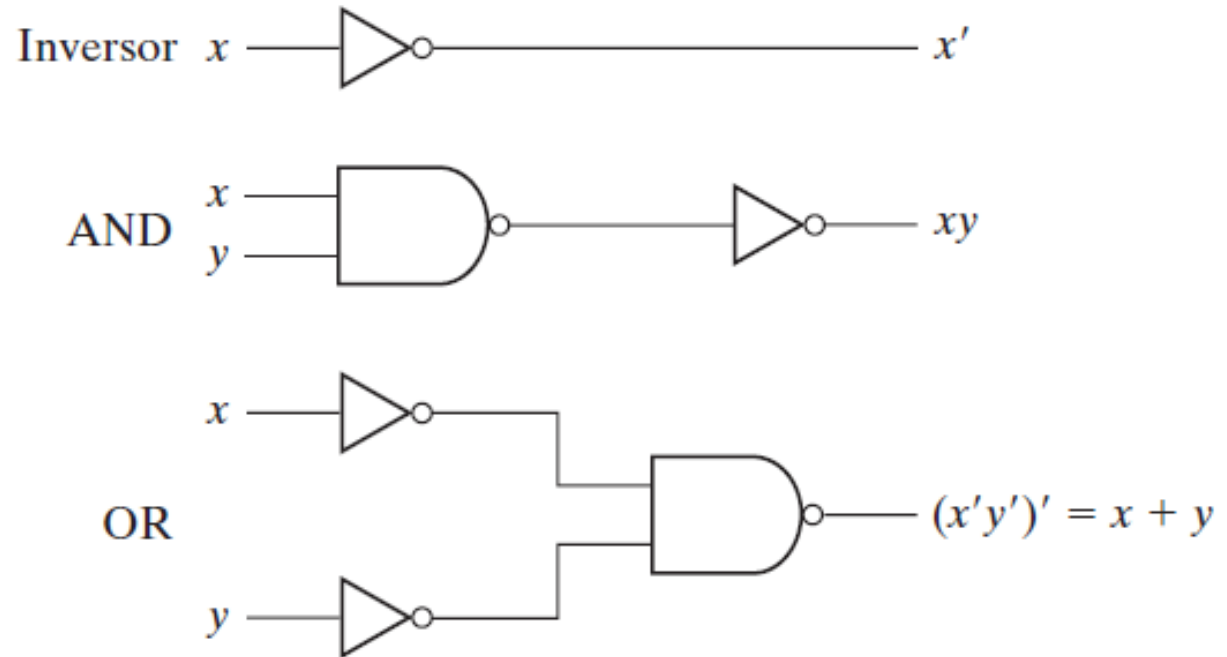
$z$

b)  $F = yz + w'z$

**FIGURA 3-17**

Ejemplo con condiciones de indiferencia

# Implementación con NAND y NOR



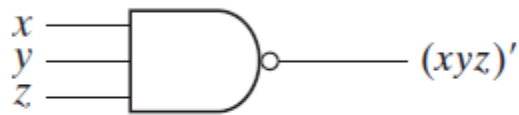
**FIGURA 3-18**

Operaciones lógicas con compuertas NAND

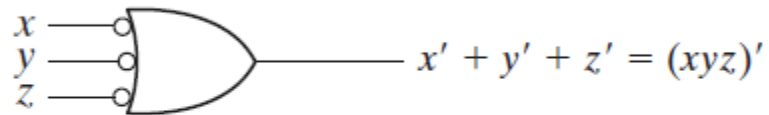
# Implementación con NAND y NOR

## Sección 3-6 Implementación con NAND y NOR

83



a) AND-invertir

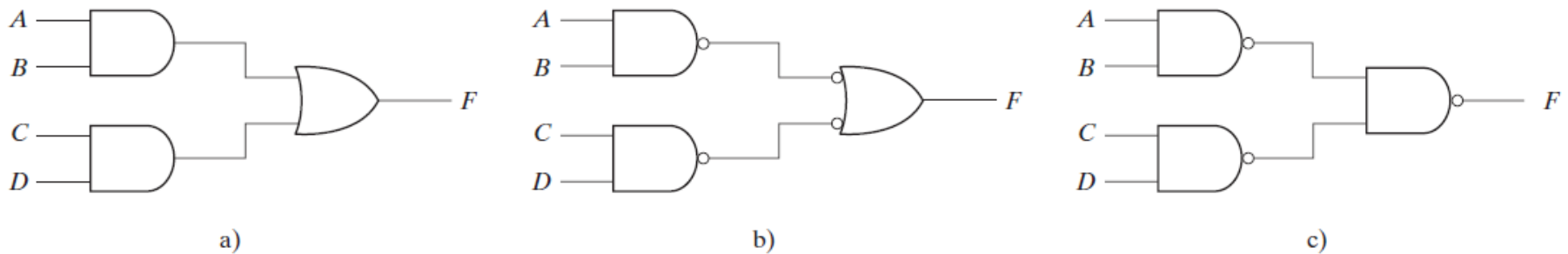


b) Invertir-OR

**FIGURA 3-19**

Dos símbolos gráficos para la compuerta NAND

# Implementación con NAND y NOR

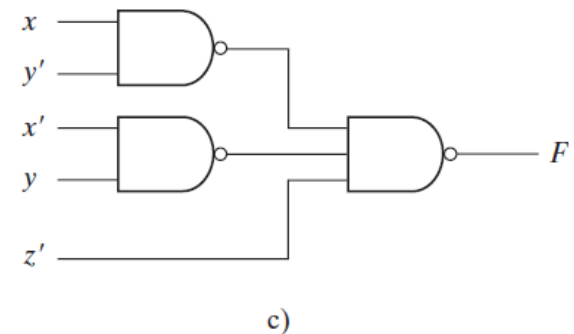
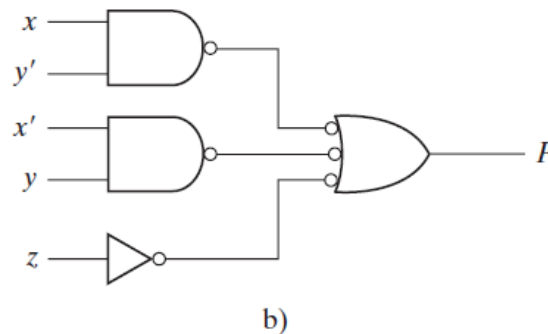
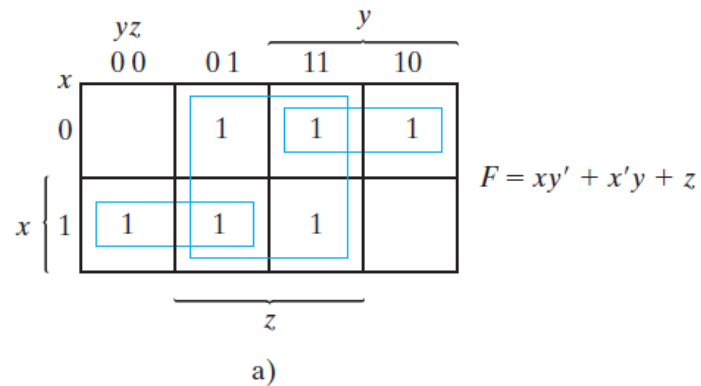


**FIGURA 3-20**

Tres formas de implementar  $F = AB + CD$

# Implementación con Nand y Nor

- También es una aplicación directa de De Morgan

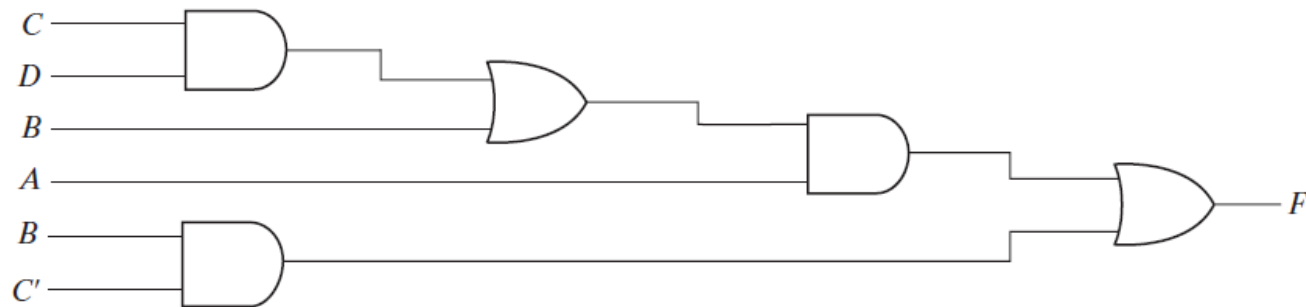


**FIGURA 3-21**  
Solución del ejemplo 3-10

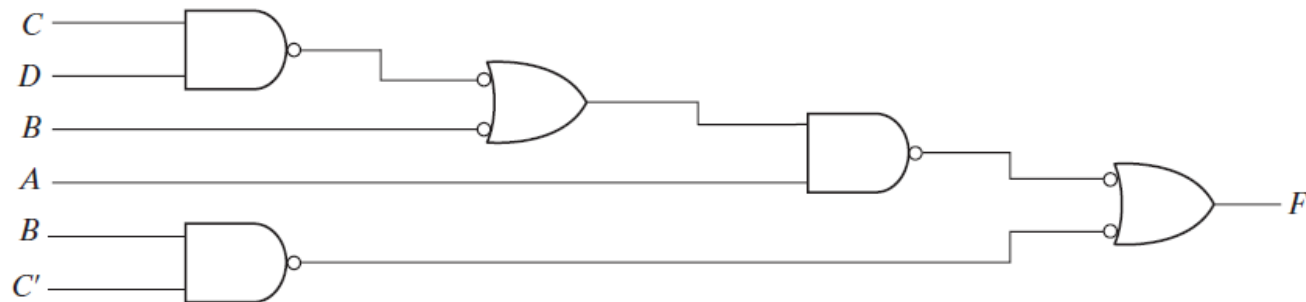


# Implementación con Nand y Nor

86 Capítulo 3 Minimización en el nivel de compuertas



a) Compuertas AND-OR



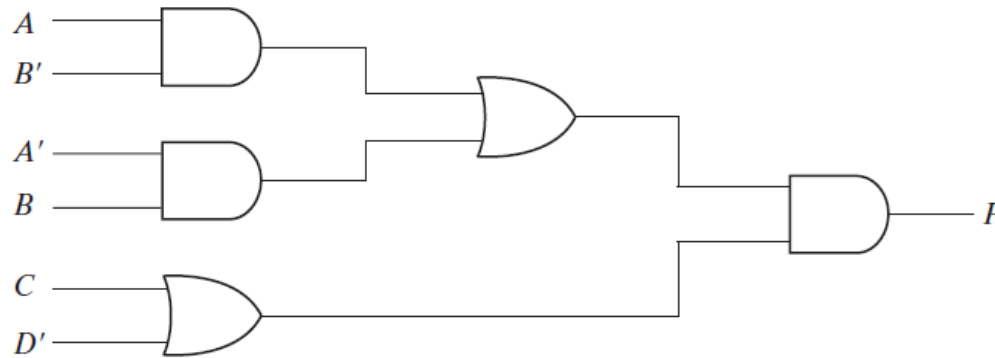
b) Compuertas NAND

**FIGURA 3-22**

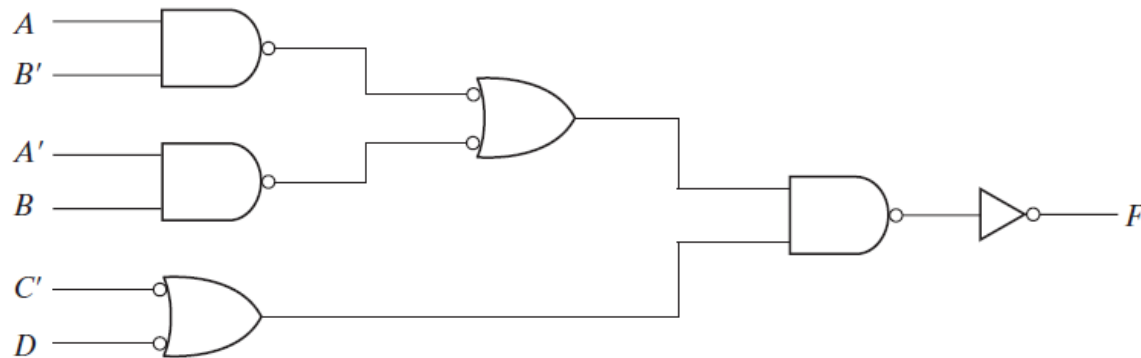
Implementación de  $F = A(CD + B) + BC'$

# Implementación con Nand y Nor

Sección 3-6 Implementación con NAND y NOR 87



a) Compuertas AND-OR

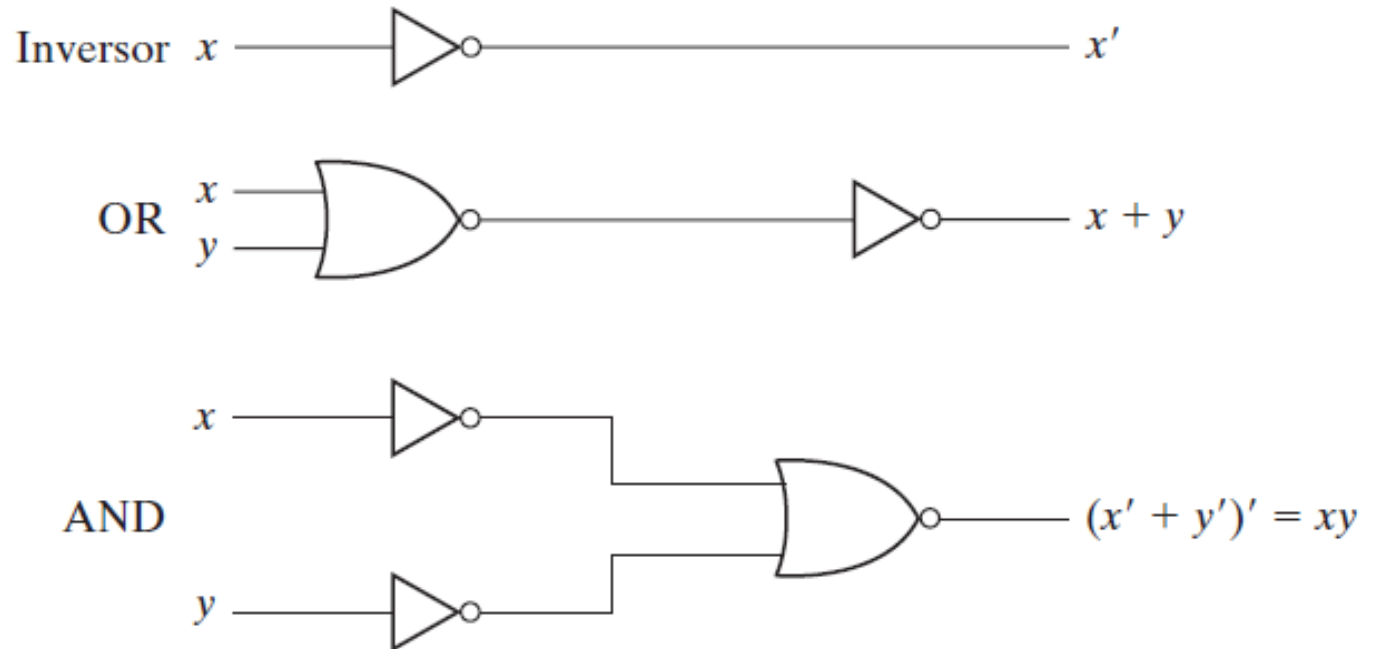


b) Compuertas NAND

**FIGURA 3-23**

Implementación de  $F = (AB' + A'B)(C + D')$

# Implementación con Nand y Nor

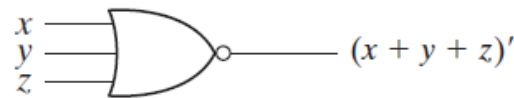


**FIGURA 3-24**

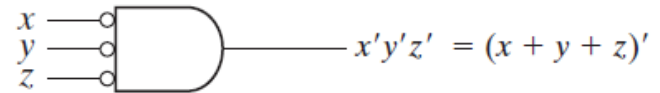
Operaciones lógicas con compuertas NOR

# Implementación con Nand y Nor

## 88 Capítulo 3 Minimización en el nivel de compuertas



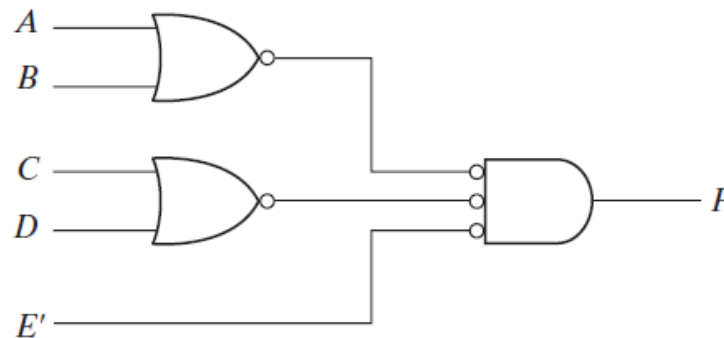
a) OR-invertir



b) invertir-AND

**FIGURA 3-25**

Dos símbolos gráficos para la compuerta NOR



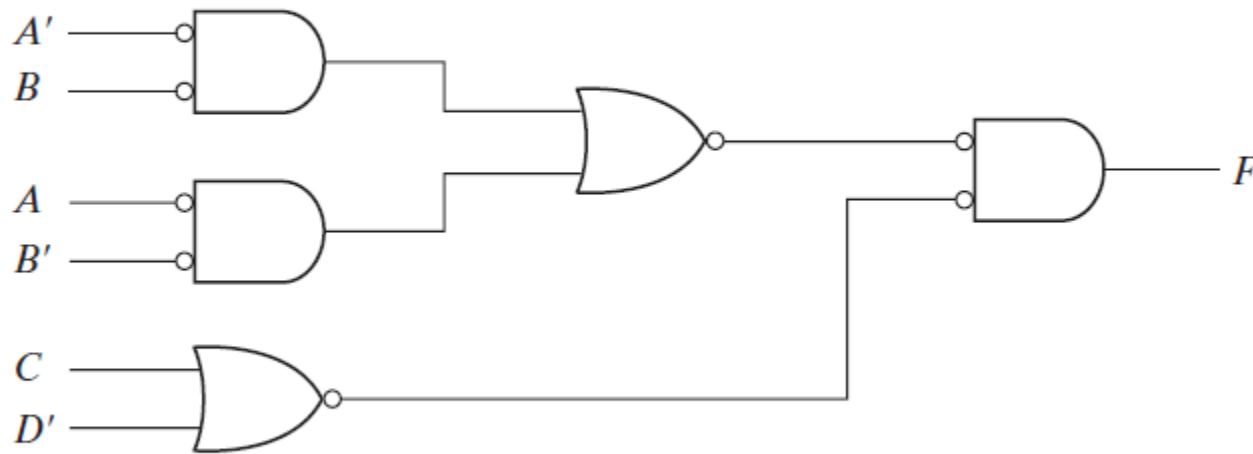
**FIGURA 3-26**

Implementación de  $F = (A + B)(C + D)E$

# Otras Implementaciones

## Sección 3-7 Otras implementaciones de dos niveles

89



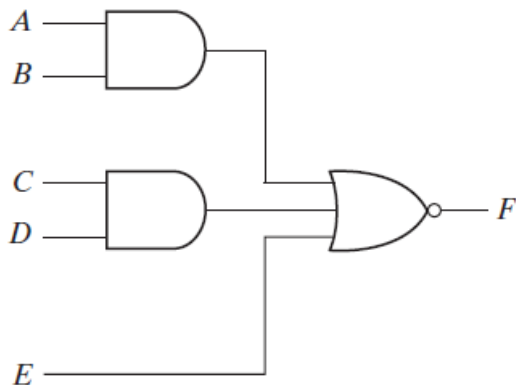
**FIGURA 3-27**

Implementación de  $F = (AB' + A'B)(C + D')$  con compuertas NOR

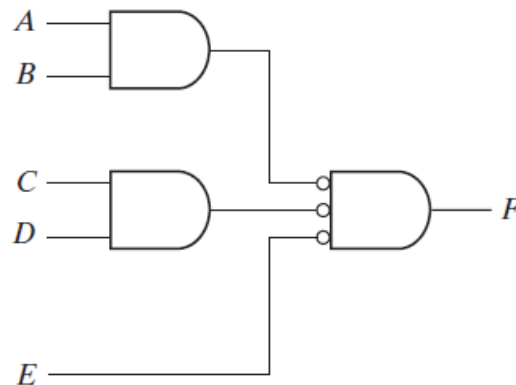
# Otras Implementaciones

## Sección 3-7 Otras implementaciones de dos niveles

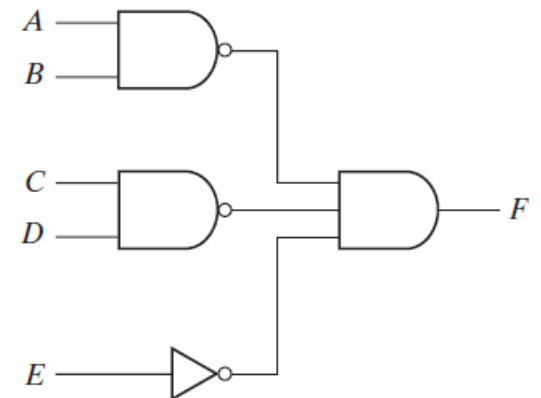
91



a) AND-NOR



b) AND-NOR



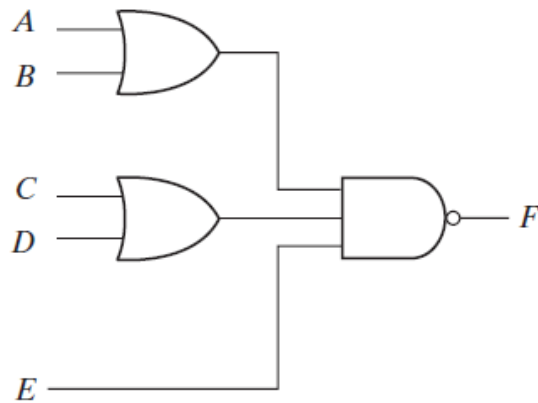
c) NAND-AND

**FIGURA 3-29**

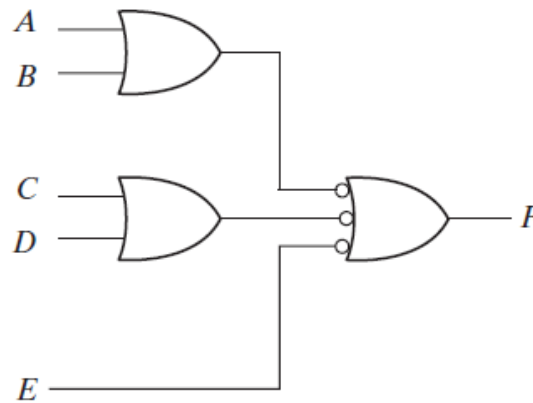
Circuitos AND-OR-INVERT;  $F = (AB + CD + E)'$

# Otras Implementaciones

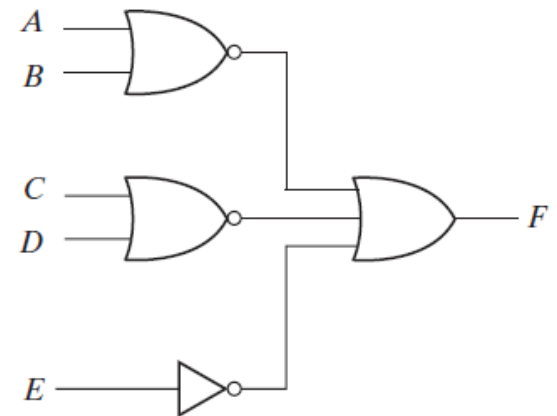
$$F = [(A + B)(C + D)E]'$$



a) OR-NAND



b) OR-NAND



c) NOR-OR

**FIGURA 3-30**

Circuitos OR-AND-INVERT;  $F = [(A + B)(C + D)E]'$

# Función O-Exclusivo

## 3-8 FUNCIÓN OR EXCLUSIVO

---

La función OR exclusivo (XOR), denotada por el símbolo  $\oplus$ , es una operación lógica que efectúa la operación booleana siguiente:

$$x \oplus y = xy' + x'y$$

Es igual a 1 si sólo  $x$  es igual a 1 o sólo  $y$  es igual a 1, pero no si ambas son 1. El NOR exclusivo, también llamado equivalencia, realiza la operación booleana siguiente:

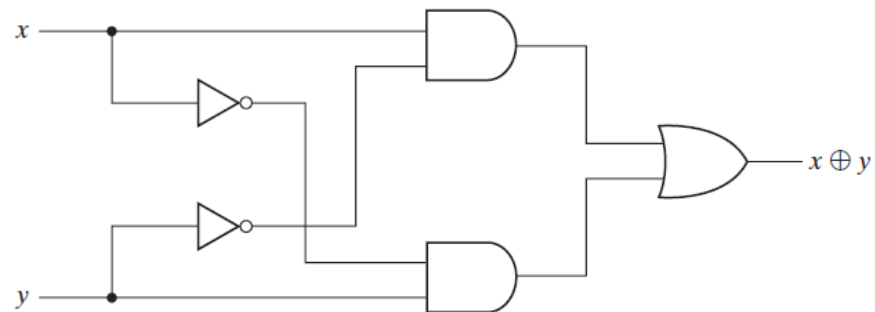
$$(x \oplus y)' = xy + x'y'$$

Es igual a 1 si tanto  $x$  como  $y$  son 1 o si ambas son 0. Se puede demostrar que el NOR exclusivo es el complemento del OR exclusivo con la ayuda de una tabla de verdad o por manipulación algebraica:

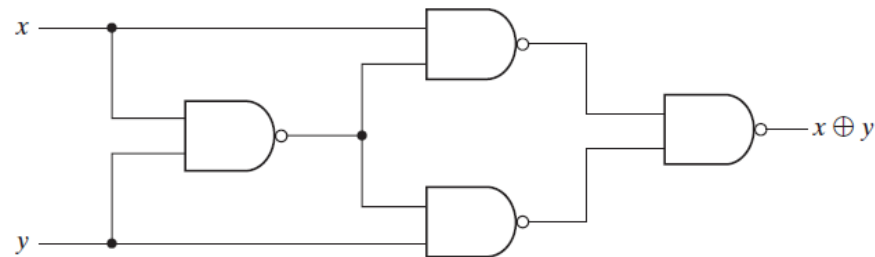
$$(x \oplus y)' = (xy' + x'y)' = (x' + y)(x + y') = xy + x'y'$$



# Función O-Exclusivo



a) Con compuertas AND-OR-NOT



b) Con compuertas NAND

**FIGURA 3-32**  
Implementaciones del OR exclusivo