

Lógica Combinacional

Mapas de Karnaugh

OdC 2021

Mapas de Karnaugh

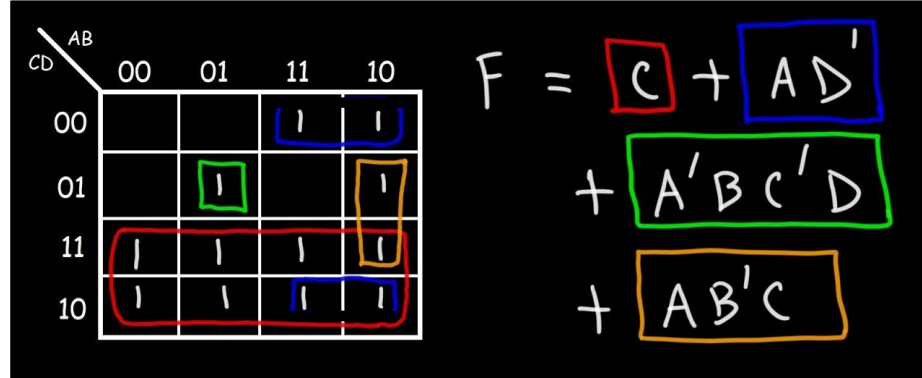
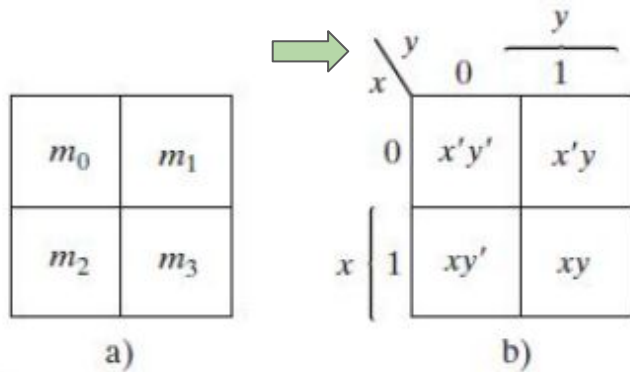


Diagrama o tabla que representa una función lógica.

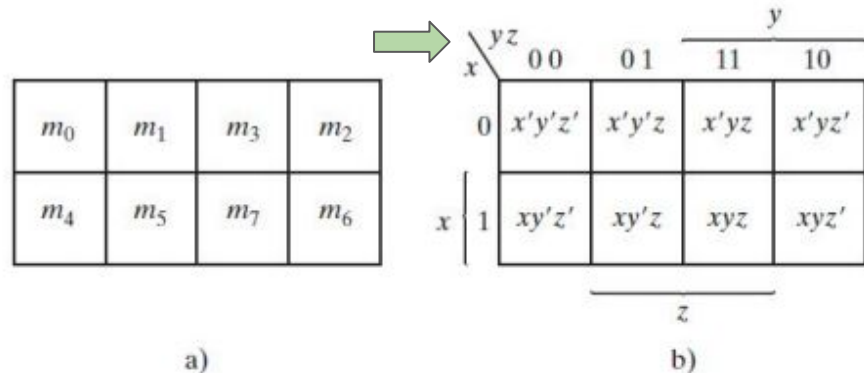
Es equivalente a una tabla de verdad.

Permite simplificar al mínimo una función lógica en términos de recursos.

Mapas de Karnaugh de 2 y 3 variables (entradas)




- Cada “celda” representa una asignación de estados a las entradas.
- Los mapas/tablas para N entradas o variables tienen 2^N celdas.
- 2 celdas adyacentes distan en 1 los valores de sus entradas asociadas (distancia de Hamming).



Mapas de Karnaugh de 4 variables (entradas)

m_0	m_1	m_3	m_2
m_4	m_5	m_7	m_6
m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

a)



wx	yz		y	
	00	01	11	10
00	$w'x'y'z'$	$w'x'y'z$	$w'x'yz$	$w'x'yz'$
01	$w'xy'z'$	$w'xy'z$	$w'xyz$	$w'xyz'$
11	$wxy'z'$	$wxy'z$	$wxyz$	$wxyz'$
10	$wx'y'z'$	$wx'y'z$	$wx'yz$	$wx'yz'$

w { x }
 z

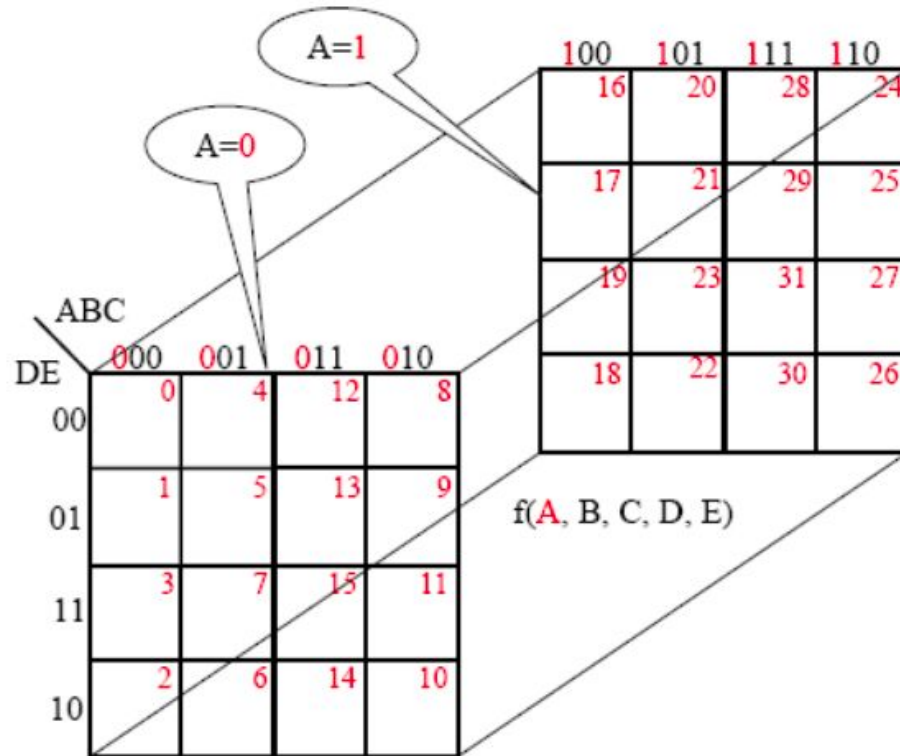
b)

Mapas de Karnaugh de 5 variables (entradas)

$A = 0$					$A = 1$						
		DE		D				D			
BC		00	01	11	10	BC		00	01	11	10
B	00	0	1	3	2	B	00	16	17	19	18
	01	4	5	7	6		01	20	21	23	22
	11	12	13	15	14		11	28	29	31	30
	10	8	9	11	10		10	24	25	27	26
E					E						

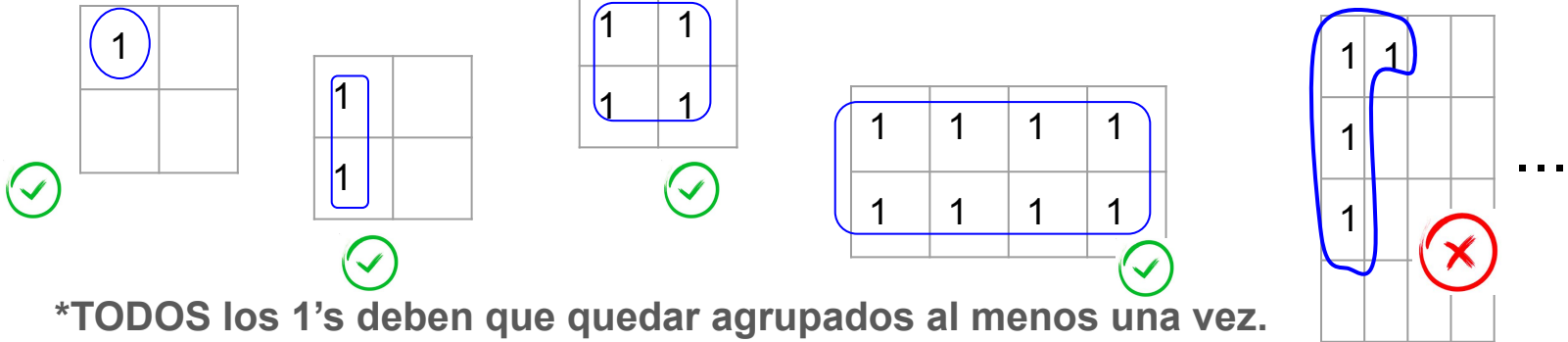
FIGURA 3-12
Mapa de cinco variables

Mapas de Karnaugh de 5 variables (entradas)



Pasos del método (Suma de productos)

1. Dibujar la tabla de la dimensión correcta, asignar nombre y valor a las filas y columnas.
2. Llenar los **1's** donde corresponda (según la especificación o tabla de verdad).
3. Agrupar los **1's** adyacentes en **cuadrados/rectángulos lo más grande posible**, considerando que la cantidad de **1's** agrupados sea potencia de dos:



4. Cada grupo representará un término (producto) de la función simplificada.
5. El resultado final es la mínima suma de productos

Términos simplificados

1. Si el conjunto que estamos describiendo es de tamaño 1, el término asociado es el minitérmino correspondiente a la celda.
2. Si el valor de una variable cambia dentro del conjunto, entonces esa variable se elimina del producto.
3. Si el valor de una variable en cada celda del conjunto es 1, esta variable es parte del término simplificado.
4. Si el valor de una variable en cada celda del conjunto es 0, esta variable negada es parte del término simplificado.

$$m_0 = D' \cdot C' \cdot B' \cdot A'$$

$$\begin{aligned} D \cdot C' \cdot B' \cdot A + D \cdot C' \cdot B \cdot A &= \\ D \cdot C' \cdot A \cdot (B' + B) &= \\ D \cdot C' \cdot A \cdot 1 &= \end{aligned}$$

$$D \cdot C' \cdot A$$

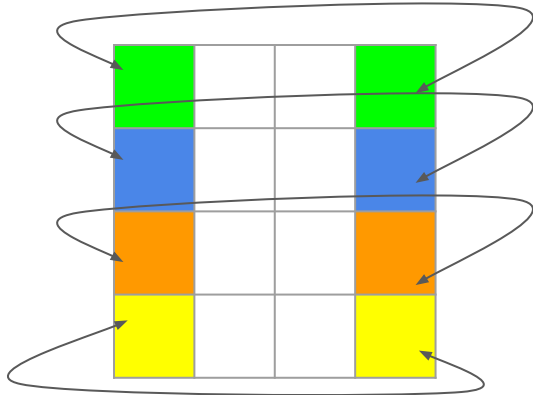
DC	BA	00	01	11	10
00	1				
01				1	1
11				1	1
10		1	1		

$$\begin{aligned} D' \cdot C \cdot B \cdot A + D' \cdot C \cdot B \cdot A' + \\ D \cdot C \cdot B \cdot A + D \cdot C \cdot B \cdot A' &= \\ C \cdot B \cdot A + C \cdot B \cdot A' &= \end{aligned}$$

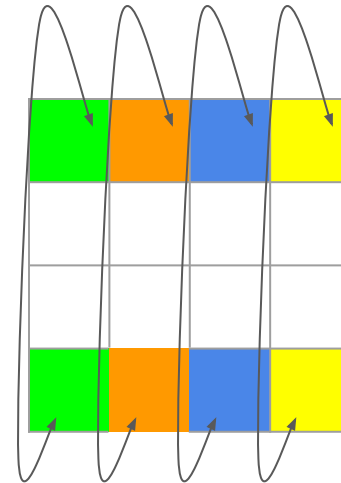
$$C \cdot B$$

Observaciones del método

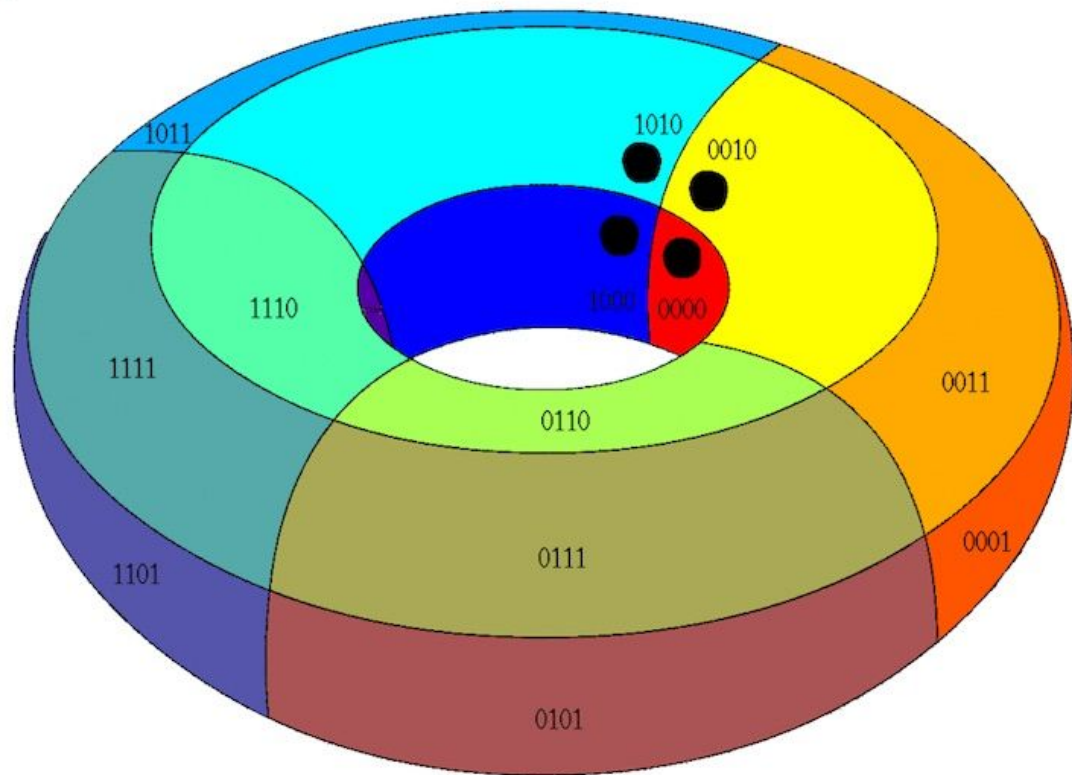
1. Debe haber la mínima cantidad de grupos contemplando todos los 1.
2. Cada grupo debe ser del máximo tamaño posible (aun si “encierra” 1’s que ya forman parte de otro grupo).
3. Los “extremos” se pueden asociar con su “extremo” opuesto (horizontal o vertical).



CD		00	01	11	10	
AB						
00	0	0	1	1		1
01	1	0	0	1		2
11	0	0	0	0		
10	1	0	1	1		3



Otra representación más evidente de la adyacencia ...



● 0000	0100	1100	● 1000
0001	0101	1101	1001
0011	0111	1111	1011
● 0010	0110	1110	● 1010



Ejercicio 1 (con mapas de Karnaugh)

Un detector de paridad impar de 4 entradas y una salida funciona de la siguiente manera: si la cantidad de entradas con valor '1' es impar la salida se pone en '1', en el resto de los casos la salida toma valor '0'.

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

Ejercicio 1 (con mapas de Karnaugh)

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

AB \ CD	00	01	11	10
	00	01	11	10
00		1		1
01	1		1	
11		1		1
10	1		1	

Ejercicio 1 (con mapas de Karnaugh)

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

AB \ CD	00	01	11	10
	00	01	11	10
00		1		1
01	1		1	
11		1		1
10	1		1	



Otro ejemplo

Simplificar S como suma de productos usando mapas K.

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

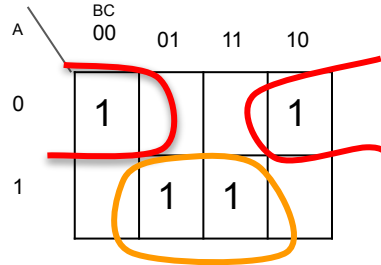
		BC			
		00	01	11	10
A	0	1			1
	1		1	1	

$$S = A.C + A'.C'$$

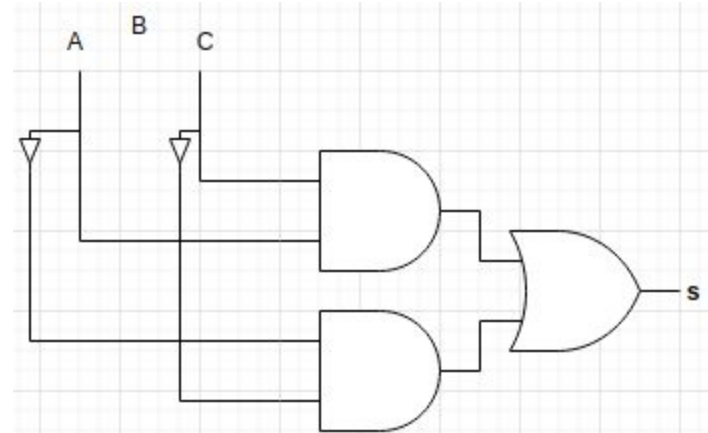
Otro ejemplo

Simplificar S como suma de productos usando mapas K.

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



$$S = A'.C' + A.C$$



Otro ejemplo

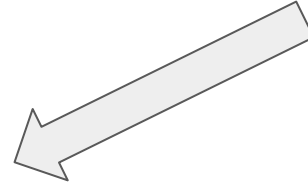
Simplificar S como producto de sumas usando mapas K.

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

A	BC			
	00	01	11	10
0	1			1
1		1	1	

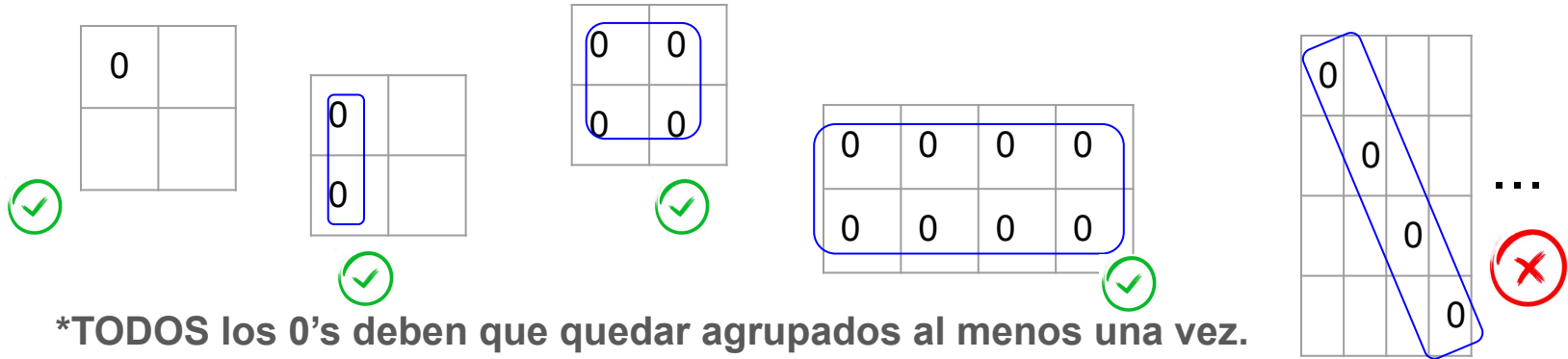
A	BC			
	00	01	11	10
0		0	0	
1	0			0

$$S = (A' + C) \cdot (A + C')$$



Pasos del método (Producto de sumas)

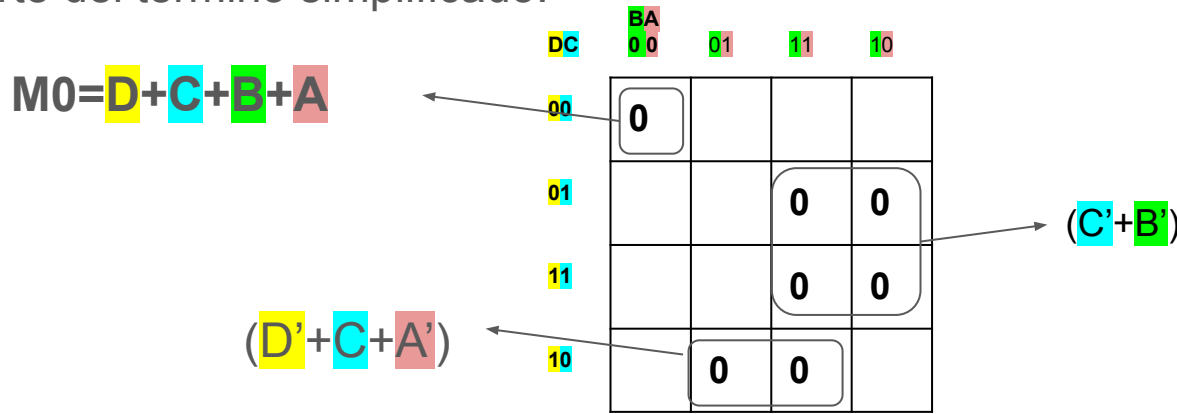
1. Dibujar la tabla de la dimensión correcta, asignar nombre y valor a las filas y columnas.
2. Llenar los **0**'s donde corresponda (según la especificación o tabla de verdad).
3. Agrupar los **0**'s adyacentes en **cuadrados/rectángulos lo más grande posible**, considerando que la cantidad de **0**'s agrupados sea potencia de dos:



4. Cada grupo representará un término (suma) de la función simplificada.
5. El resultado final es la mínima suma de productos

Términos simplificados

1. Si el conjunto que estamos describiendo es de tamaño 1, el término asociado es el maxitermino correspondiente a la celda.
2. Si el valor de una variable cambia dentro del conjunto, entonces esa variable se elimina de la suma.
3. Si el valor de una variable en cada celda del conjunto es 0, esta variable es parte del término simplificado.
4. Si el valor de una variable en cada celda del conjunto es 1, esta variable negada es parte del término simplificado.



Último Ejemplo

Para tomar decisiones ...

D	C	B	A	S
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

A Karnaugh map for the function $S = C' + A'$. The map is a 4x4 grid with columns labeled BA (00, 01, 11, 10) and rows labeled DC (00, 01, 11, 10). The cells contain the values of S for each combination of B, A, C, and D. The cells are colored yellow if S=1 and white if S=0. The cells with S=1 are (00,00), (00,01), (00,11), (00,10), (01,00), (01,01), (01,11), (01,10), (11,00), (11,01), (11,11), (11,10), (10,00), (10,01), (10,11), (10,10). The cells with S=0 are (00,00), (00,01), (00,11), (00,10), (01,00), (01,01), (01,11), (01,10), (11,00), (11,01), (11,11), (11,10), (10,00), (10,01), (10,11), (10,10). The map is circled with a green line, and the cells with S=1 are circled with a red line.

DC \ BA	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	1	1	1

$$S = C' + A'$$

Último Ejemplo

Para tomar decisiones ...

D	C	B	A	S
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

Diagram illustrating a 4x4 Karnaugh map for variables D, C, B, A, S. The map shows the following values:

DC \ BA	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1			1
11	1			1
10	1	1	1	1

Groupings are shown with colored lines: a green vertical line on the left (D=0), a red horizontal line on top (C=0), a blue horizontal line on the bottom (C=1), and an orange vertical line on the right (A=0). A red 'X' is marked below the map.

Diagram illustrating a 4x4 Karnaugh map for variables D, C, B, A, S. The map shows the following values:

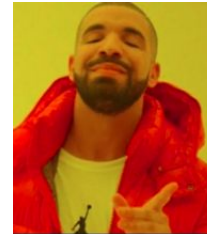
DC \ BA	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1			1
11	1			1
10	1	1	1	1

Groupings are shown with colored lines: a red horizontal line on top (C=0), a green horizontal line on the bottom (C=1), a blue vertical line on the left (D=0), and an orange vertical line on the right (D=1). A red 'X' is marked to the right of the map.

Diagram illustrating a 4x4 Karnaugh map for variables D, C, B, A, S. The map shows the following values:

DC \ BA	00	01	11	10
00				
01		0	0	
11		0	0	
10				

A purple circle highlights the 2x2 group of 0s in the middle (C=0, D=1). Two green checkmarks are shown to the right of the map.



Algunas equivalencias que dominar!

Especificación
formal o en
lenguaje natural de
una función lógica

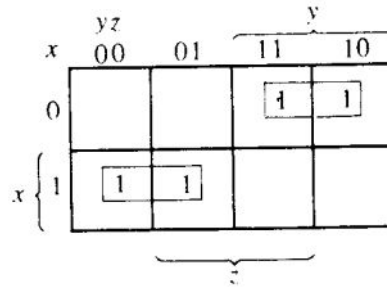
$$F = x'yz + x'yz' + xy'z' + xy'z$$

La función F activa su
salida cuando las
entradas cumplen

Tabla de Verdad

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Mapa de Karnaugh



$$x'y + xy'$$

Circuito Combinacional

