PRÁCTICO 3 - Lógica Combinacional

Ejercicio 4

Dadas la siguientes tablas de verdad para las funciones Fx:

(F1)

x3	x2	x1	x0	F(x3,x2,x1,x0)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

(F2)

x3	x2	x1	x0	F(x3,x2,x1,x0)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

(F3)

x2	x1	x0	F(x2,x1,x0)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

a. Encontrar las expresiones canónicas de cada Fx como suma de minitérminos y como producto de maxitérminos.
b. Encontrar la expresión minimizada de cada Fx utilizando mapas de Karnaugh.

Respuesta

A continuación se detalla cómo resolver el ejercicio 4 utilizando como ejemplo la función $f_2(x_0, x_1, x_3)$.

a) Se pide obtener las expresiones canónicas de f_2 a partir de la tabla:

x3	x2	x1	x0	F(x3,x2,x1,x0)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Para encontrar la función canónica expresada como suma de minitérminos o (suma de productos), se seleccionan todos los términos que hacen 1 a la función (resaltados en azul):

x3	x2	x1	x0	F(x3,x2,x1,x0)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Cada uno de los términos se construye dependiendo si en cada variable hay un cero o un uno, en el caso en que haya un cero, se utiliza la variable negada, en caso contrario la variable sin negar. Es decir, por ejemplo, el primer término que hace uno la función:

x3	x2	x1	x0	F(x3,x2,x1,x0)
0	0	0	0	1

En todas las variables hay ceros, por lo tanto, el primer término es:

$$\overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0}$$

En el siguiente caso:

0	0	1	0	1

Dado que x_1 tiene un 1 dicha variable no se niega y el término queda como sigue:

$$\overline{x_3}\,\overline{x_2}\,x_1\,\overline{x_0}$$

Si esto se repite con todos los términos que hacen 1 la función, solo resta sumarlos. La respuesta este inciso es la siguiente:

$$f_2 = \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} + \overline{x_3}\,\overline{x_2}\,x_1\,\overline{x_0} + \overline{x_3}\,x_2\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} + \overline{x_3}\,x_2\,x_1\,\overline{x_0} + x_3\,\overline{x_2}\,\overline{x_1}\,x_0 +$$

$$+ x_3\,\overline{x_2}\,x_1\,\overline{x_0} + x_3\,\overline{x_2}\,x_1 x_0$$

El procedimiento para encontrar la función canónica expresada como producto de maxitérminos (o productos de suma) es similar pero es necesario encontrar los términos que hacen cero a la función:

x3	x2	x1	x0	F(x3,x2,x1,x0)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Para construir cada uno de los términos, nuevamente se debe analizar si en cada variable hay un uno o un cero, pero en este caso, si hay un cero la variable va sin negar y si hay un uno, la variable va negada. Por ejemplo, en el caso del primer término que hace cero a la función:

x3	x2	x1	x0	F(x3,x2,x1,x0)
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1

Las variables x_3, x_2, x_1 deben ir sin negar y la variable x_0 debe ir negada, quedando de la siguiente forma:

$$x_3 + x_2 + x_1 + \overline{x_0}$$

Repitiendo este procedimiento par todos los términos y multiplicandolos, se obtiene la función canónica:

$$f_2 = (x_3 + x_2 + x_1 + \overline{x_0}) \,.\, (x_3 + x_2 + \overline{x_1} + \overline{x_0}) \,.\, (x_3 + \overline{x_2} + x_1 + \overline{x_0}) \,.$$

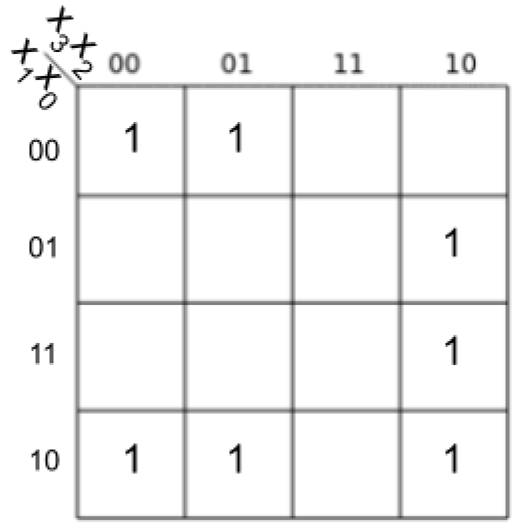
$$(x_3 + \overline{x_2} + \overline{x_1} + \overline{x_0}) \,.\, (\overline{x_3} + x_2 + x_1 + x_0) \,.\, (\overline{x_3} + \overline{x_2} + x_1 + x_0) \,.$$

$$(\overline{x_3} + \overline{x_2} + x_1 + \overline{x_0}) \,.\, (\overline{x_3} + \overline{x_2} + \overline{x_1} + x_0) \,.\, (\overline{x_3} + \overline{x_2} + \overline{x_1} + \overline{x_0})$$

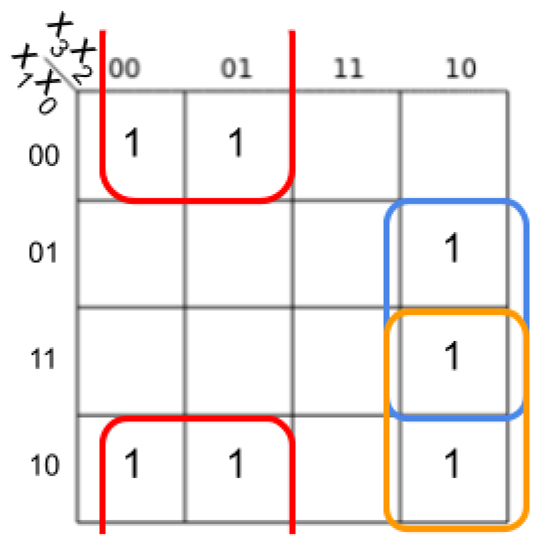
b) Para armar el mapa de karnaugh, podemos partir del siguiente esquema:

$x_1x_0 \backslash x_3x_2$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

A partir de el cual, es necesario ubicar el valor de la función para cada una de las filas de la tabla de verdad en la celda correspondiente del mapa de karnaugh. En este caso, el mapa quedaría como sigue:



Las celdas vacías implican que en ellas hay un cero. A partir de este esquema, se debe realizar la simplificación agrupando los 1 de la forma correspondiente:



Esta no es la única forma correcta de agrupar los 1, por ejemplo, el 1 de la casilla inferior derecha se podría haber agrupado con el 1 de la casilla inferior izquierda. Ambos habrían dado como resultado expresiones mínimas correctas. A partir de la agrupación de la imagen anterior, se puede obtener como resultado la expresión minimizada:

$$f_2 = \overline{x_3\ x_0} + x_3\,\overline{x_2}\,x_0 + x_3\,\overline{x_2}\,x_1$$