Ejercicio 16.

Sea $X \sim Weibull(\alpha, \beta)$, entonces probar que:

a) Si $\alpha = 1$ entonces la función de densidad de la $Weibull(1, \beta)$ es la función de densidad de una exponencial de parámetro $1/\beta$.

b) La función de distribución acumulada de X es

$$F(x) = \begin{cases} 0 & si\ x \leq 0 \\ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}} & si\ x > 0 \end{cases}$$

c) $E(X) = \beta\, \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \quad y \quad V(X) = \beta^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)\right)^2\right]$.

Ejercicio 17.

Sea $X \sim lognormal(\mu, \sigma^2)$, entonces probar que:

a) La función de distribución acumulada de X es

$$F(x) = \begin{cases} 0 & si\ x \leq 0 \\ \Phi\left(\dfrac{\ln(x) - \mu}{\sigma}\right) & si\ x > 0 \end{cases}$$

donde Φ es la f.d.a. de la normal estándar.

b) $E(X) = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) \quad y \quad V(X) = \exp(2\,\mu + \sigma^2)\ \ [\exp(\sigma^2) - 1]$.

Recordar:

- $X \sim Weibull(\alpha, \beta)$, con parámetros $\alpha\ y\ \beta$ mayores que cero, si su función de densidad está dada por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{\beta^{\alpha}}\ x^{\alpha-1}\, e^{-\ (x/\beta)^{\alpha}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

- $X \sim lognormal(\mu, \sigma^2)$, con parámetros $\mu \in R$ y $\sigma > 0$, si su función de densidad está dada por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x\sqrt{2\,\pi\,\sigma^2}}\ e^{-\ (\ln(x)-\mu)^2/(2\,\sigma^2)} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$