Probabilidad y Estadística
Profesorados y Licenciatura en Computación

Guía N°2: Probabilidad,
Propiedades, Probabilidad condicional, Independencia

Ejercicio 1.
La biblioteca de una universidad tiene cinco ejemplares de un cierto texto en reserva. Dos ejemplares (1 y 2) son primeras impresiones y los otros tres (3, 4 y 5) son segundas impresiones. Un estudiante examina estos libros (sin repetir) en orden aleatorio, deteniéndose sólo cuando selecciona una segunda impresión.
a) Hacer una lista de todos los resultados posibles.
b) Sea el evento A: sólo un libro es examinado. ¿Cuáles resultados están en A?
c) Sea el evento B: el libro 5 es seleccionado. ¿Cuáles resultados están en B?
d) Sea el evento C: el libro 1 no se examina. ¿Cuáles resultados están en C?
e) Expresar $A \cap B$, $\quad A \cup B \quad$ y $\quad \overline{(B \cap C)}$.

Ejercicio 2.
Demostrar que si un evento A está contenido en otro B, entonces $P(B - A) = P(B) - P(A)$ y $P(A) \leq P(B)$. En general, dados dos eventos A y B, ¿qué relación de orden existe entre $P(A)$, $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$?

Ejercicio 3.
Una empresa de consultoría de computadoras ha licitado en tres proyectos. Sea A_i ={proyecto i obtenido}, para $i = 1, 2, 3$, y supongamos que $P(A_1) = 0.22$, $P(A_2) = 0.25$ y $P(A_3) = 0.28$, $P(A_1 \cap A_2) = 0.11$, $P(A_1 \cap A_3) = 0.05$, $P(A_2 \cap A_3) = 0.07$ y $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = 0.01$. Calcule la probabilidad de los siguientes eventos:
a) $A_1 \cup A_2$
b) $\overline{A_1} \cap \overline{A_2}$ (*Sugerencia:* $\overline{(A_1 \cup A_2)} = \overline{A_1} \cap \overline{A_2}$)
c) $A_1 \cup A_2 \cup A_3$
d) $\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3}$
e) $\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap A_3$
f) $(\overline{A_1} \cap \overline{A_2}) \cup A_3$

Ejercicio 4.
Cinco empresas $F_1, F_2, ..., F_5$ hacen propuestas con respecto a tres contratos separados, C_1, C_2 y C_3. Todos los contratos son asignados. Cada empresa sólo puede obtener a lo sumo un contrato. Los contratos son diferentes, de tal forma que la asignación de C_1 a F_1 se debe diferenciar de la asignación de C_2 a F_1.
a) ¿Cuántos puntos muestrales hay en total en este experimento que trata de la asignación de los contratos a las empresas? (No hay necesidad de listar todos los puntos).
b) Encuentre la probabilidad de que se conceda un contrato a la empresa F_3, bajo el supuesto de que los puntos muestrales son equiprobables.

Ejercicio 5.
Al poco tiempo de ser puestos en servicios, algunos colectivos fabricados por cierta compañía presentan grietas en su parte inferior. Una ciudad tiene 25 de estos colectivos y han aparecido grietas en 8 de ellos. Se seleccionan aleatoriamente 5 colectivos para hacer una inspección.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 4 de los 5 colectivos tengan grietas?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 4 de los seleccionados tengan grietas?

Ejercicio 6.
Una profesora desea programar una reunión con cada uno de sus ocho ayudantes, cuatro hombres y cuatro mujeres, para analizar su curso. Se supone que todos los ordenamientos posibles de las reuniones tienen la misma probabilidad de ser elegidos.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos una asistente (mujer) esté entre los tres primeros con quien se reúne la profesora?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que después de las cinco primeras reuniones, la profesora se haya reunido con todas las asistentes?

Ejercicio 7.
Un departamento académico con cinco miembros de la facultad: Anderson, Box, Cox, Cramer y Fisher, debe

seleccionar a dos de sus miembros para prestar servicio en una comisión de revisión de personal. Debido a que el trabajo será lento, nadie desea prestar ese servicio, así que deciden que el representante será seleccionado por el método de colocar cinco boletas de papel en una caja, mezclarlas y seleccionar dos.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que Anderson y Box sean seleccionados?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que se seleccione por lo menos a uno de los dos miembros cuyos apellidos comienzan con C?
c) Si los cinco miembros de la facultad han dado clase en la universidad durante 3, 6, 7, 10 y 14 años respectivamente, ¿cuál es la probabilidad de que entre los dos representantes seleccionados tengan por lo menos 15 años de experiencia en la enseñanza?

Ejercicio 8.
Una gran tienda de departamentos vende camisas deportivas en tres talles (pequeño, mediano y grande), en tres modelos (a cuadros, estampados y de franjas) y con dos largos de mangas (corta y larga). Las siguientes tablas presentan las proporciones de camisas vendidas que caben en varias combinaciones de categorías.

Manga corta			
		Modelo	
Talle	Cuadros	Estampada	Franjas
Pequeño	0,04	0,02	0,05
Mediano	0,08	0,07	0,12
Grande	0,03	0,07	0,08

Manga larga			
		Modelo	
Talle	Cuadros	Estampada	Franjas
Pequeño	0,03	0,02	0,03
Mediano	0,10	0,05	0,07
Grande	0,04	0,02	0,08

a)¿Cuál es la probabilidad de que la camisa que se venda sea mediana, de manga larga y estampada?
b)¿Cuál es la probabilidad de que la camisa que se venda sea mediana y estampada?
c)¿Cuál es la probabilidad de que la camisa que se venda sea de manga corta? ¿Y de manga larga?
d)¿Cuál es la probabilidad de que el talle de la camisa que se venda sea mediano? ¿Y que el modelo sea estampado?
e) Dado que la camisa que se vendió era a cuadros y de manga corta, ¿cuál es la probabilidad de que su talle sea mediano?
f) Dado que la camisa que se vendió era a cuadros y mediana, ¿cuál es la probabilidad de que sea de manga corta? ¿Y de manga larga?

Ejercicio 9.
Una caja contiene 6 cubos rojos y 4 verdes y una segunda caja contiene 7 cubos rojos y 3 verdes. Se elige al azar un cubo de la primera caja y se pone en la segunda caja. Luego se selecciona al azar un cubo de la segunda caja y se pone en la primera caja.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que se seleccione un cubo rojo de la primera caja y un cubo rojo de la segunda caja?
b) Al finalizar el proceso de selección ¿cuál es la probabilidad de que los números de cubos rojos y verdes de la primera caja sean idénticos a los que habían al comienzo?

Ejercicio 10.
a) Dados los eventos A y B con $P(B) > 0$, demuestre que $P(A|B) + P(\overline{A}|B) = 1$
b) Si $P(B|A) > P(B)$ demuestre que $P(\overline{B}|A) < P(\overline{B})$
c) Dados los eventos A, B y C con $P(C) > 0$, demuestre que $P(A \cup B|C) = P(A|C) + P(B|C) - P(A \cap B|C)$

Ejercicio 11.
Uno de cada 25 adultos está afectado de cierta enfermedad para la que se ha desarrollado una prueba de diagnóstico. La prueba es tal que, cuando un individuo padece la enfermedad, el resultado de la prueba es positivo en un 99% de las veces, mientras que un individuo sin la enfermedad mostrará un resultado positivo sólo el 2% de las veces.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que un resultado de la prueba sea positivo?
b) Dado que el resultado de la prueba es positivo, ¿cuál es la probabilidad de que el individuo tenga la enfermedad?
c) Dado que el resultado de la prueba es negativo, ¿cuál es la probabilidad de que el individuo no tenga la enfermedad?

Ejercicio 12.
Sean A y B eventos independientes, demostrar que $\overline{A}$ y B, $\quad A$ y $\overline{B}$ $\quad$ y $\quad \overline{A}$ y $\overline{B}$ $\quad$ son independientes.

Ejercicio 13.
Una costura hecha en un avión necesita 25 remaches. La costura tendrá que volver a realizarse si al menos uno de los remaches está defectuoso. Suponga que los remaches están defectuosos independientemente, unos de otros, cada uno con la misma probabilidad p.
a) Si el 14% de todas las costuras necesitan volver a efectuarse, ¿cuál es la probabilidad p de que un remache esté defectuoso?
b) Si se quiere que sólo el 10% de las costuras necesiten volver a ejecutarse, ¿cuál debería ser la probabilidad p de que un remache esté defectuoso?

Ejercicio 14.
En un lote de 10 tablas de madera, dos están demasiado verdes para ser usadas en construcción de primera calidad. Se seleccionan 2 tablas al azar, una después de otra.
Sea $A = \{$la primera tabla está verde$\}$ y $B = \{$la segunda tabla está verde$\}$. Calcule $P(A)$, $P(B)$ y $P(A \cap B)$. ¿Son A y B independientes?