

Definiciones

miércoles, 27 de abril de 2022

15:12

Se usan todas las definiciones de álgebra lineal

X^n

En esta materia se define X^n como el vector horizontal

Por ejemplo:

$$[x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n] \in X^n$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \notin X^n$$

Esto implica que:

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]$$

(porque $(, \dots,)$ representa elementos de X^n)

$X^{x \times y}$

Son matrices con x filas e y columnas

Código:

Sea A un conjunto

$$n \in \mathbb{N}$$

Definiciones genéricas:

$$C \text{ es un código sobre } A \Leftrightarrow C \subseteq A^*$$

$$C \text{ es un código de bloque sobre } A \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N} : C \subseteq A^k$$

$$C \text{ es un código de longitud } n \text{ sobre } A \Leftrightarrow C \subseteq A^n$$

Como voy a trabajar siempre con códigos binarios de bloque, voy a usar código para código de bloque sobre $\{0,1\}$, es decir:

$$C \text{ es un código} := C \text{ es un código de bloque sobre } \{0,1\}$$

Distancia:

Sea:

C un código de bloque de longitud n sobre A

$$v, w \in C$$

$$d(v, w) = \#\{i \in \mathbb{N}_{\leq n} : v_i \neq w_i\}$$

$$\delta(C) = \min\{d(s, u) : s, u \in C : s \neq u\}$$

Disco de radio r :

Sea:

$$v \in A^n$$

$$r \in \mathbb{N}_0$$

$$D_r(v) = \{w \in A : d(v, w) \leq r\}$$

Detección y corrección de errores:

Sea:

C un código de bloque de longitud n sobre A

$$r \in \mathbb{N}_0$$

$$C \text{ detecta } r \text{ errores} \Leftrightarrow \forall v \in C : D_r(v) \cap C = \{v\}$$

$$C \text{ corrige } r \text{ errores} \Leftrightarrow \forall v, w \in C : D_r(v) \cap D_r(w) = \emptyset$$

Código perfecto:

Sea C un código de longitud n

$$C \text{ es perfecto} \Leftrightarrow \#C = \frac{2^n}{\sum_{r=0}^{\left\lfloor \frac{\delta(C)-1}{2} \right\rfloor} \binom{n}{r}}$$

Código lineal:

Sea $n \in \mathbb{N}$

C es un código lineal de longitud $n \Leftrightarrow C$ es un subespacio vectorial de $\{0,1\}^n$

Peso de Hamming:

Sea:

$$v \in \{0,1\}^n$$

$$|v| = d(v, 0)$$

Parámetros del código:

Sea:

C un código lineal

C tiene parametros (n, k, δ)

$$\Leftrightarrow C \text{ es de logitudo } n \wedge \dim(C) = k \wedge \delta(C) = \delta$$

Sea:

$$k, n \in \mathbb{N}$$

$G \in \{0,1\}^{k \times n}$ cullas filas son LI

El código generado por G es $\text{espcioFila}(G)$

Matriz de chequeo:

Sea:

$$n, r \in \mathbb{N}$$

C un código lineal de logitud n

$$H \in \{0,1\}^{r \times n}$$

H es matriz de chequeo de $C \Leftrightarrow \text{Nu}(T) = C$

Donde: $T(x) = Hx^t$

Código de Hamming:

Sea:

$$r \in \mathbb{N}$$

$$\mathcal{H}_r = \{C \text{ códigos lineales} : C \text{ tiene parametros } (2^r - 1, 2^r - r - 1, 3)\}$$