Bases para jugar a la tombola

Un ejercicio de la tombola puede ser

- v (i.e. verdadero)
- f (i.e. falso)
- i (i.e. impreciso)

La tombola le permite al alumno seleccionar un numero de ejercicios a resolver y luego le da como salida la lista de respuestas correctas y el porcentaje de aciertos que tuvo. La modalidad mas importante es la de "tombola basica" y la idea es entrenar al alumno en los aspectos mas basicos de la materia por lo cual las preguntas en esta modalidad son en general simples y tendientes a limpiar de errores conceptuales basicos al alumno. Dado que algunos conceptos de la materia tienen cierta complejidad, algunos de los enunciados de la tombola pueden resultarle dificiles al alumno pero la idea es que las preguntas de este mecanismo pedagogico sean lo minimo necesario para pulir dichos conceptos.

Ejercicios Imprecisos

Intuitivamente hablando un enunciado impreciso sera uno que no ha sido escrito con el grado de precicion matematica adecuado. Por ejemplo dicho enunciado puede ser incoherente o ambiguo o hacer mencion de objetos no definidos previamente o carecer de sentido. En los siguientes items iremos delimitando y describiendo en forma intuitiva el concepto de enunciado impreciso.

(1) Un tipico enunciado impreciso es uno que describe un objeto con cierta ambiguedad o sin la precicion deseada. Por ejemplo:

  - La funcion $x + 1$ es $\emptyset$-p.r.

  Aqui $x+1$ denota supuestamente una funcion pero esto es ambiguo ya que no queda claro cual es el dominio de dicha funcion. Cabe destacar que si bien para nosotros este enunciado sera impreciso, tambien uno puede pensar que es mas verdadero que falso ya que uno puede pensar que $x+1$ esta refiriendose a la funcion Suc. Es decir que muchos de los enunciados que catalogaremos como imprecisos pueden pensarse a veces como bastante verdaderos o falsos.

(2) Una forma de pensar muy comun y que el lector debera correjir es asumir que todo enunciado que no es verdadero, es falso. Puede que un enunciado este muy lejos de ser verdadero puesto que hay alguna imprecision la cual le quita toda chance de ser verdadero, pero esto no nos debe hacer pensar que el enunciado es falso. Por ejemplo supongamos que f es una funcion cuyo dominio es Σ^* y nos encontramos con el enunciado:

  - Hay un $x \in \omega$ tal que $f(x) = 3$

Uno tiende a pensar que el enunciado es falso ya que f no se aplica a numeros por lo cual nunca se "cumplira" $f(x) = 3$. Sin envargo para nosotros este enunciado es impreciso ya que la variable x esta denotando un numero y sin envargo se habla de $f(x)$ siendo que x no pertenece al dominio de f.

(3) Como hemos explicado en los ejemplos anteriores mas alla de lo fuerte que sea la sensacion de que un enunciado sea verdadero o falso, si dicho enunciado tiene alguna imprecision, lo catalogaremos como impresiso. Esto tiene la finalidad de dar prioridad al entrenamiento del alumno en la deteccion de imprecisiones del lenguaje matematico.

Para dar otro ejemplo de este fenomeno consideremos el enunciado

- $3 = 0$ y $Suc(2, 3) \in \omega$,

Si bien tiene una imprecicion clara (ya que $Suc(2, 3)$ no esta definido), seria muy natural asignarle el valor de verdad f ya que, mas alla de que significado tenga la expresion "$Suc(2, 3) \in \omega$", sabemos que 3 no es igual a 0. Sin envargo le daremos prioridad a la existencia de una impresicion en el enunciado y catalogaremos este ejercicio como impreciso.

(4) Un tipico enunciado impreciso es uno en el cual interviene un objeto no previamente definido. Por ejemplo:

- $1/0 \geq 100000$

Es claro que en nuestra materia no hemos definido $1/0$ (es decir $1/0$ no denota ningun objeto matematico para nosotros) por lo cual nuevamente aunque el enunciado en algun sentido sea verdadero, para nosotros la opcion correcta sera: impreciso. Otro ejemplo de este tipo de imprecision es:

- Si Σ es un alfabeto y $\alpha, \beta, \gamma \in \Sigma^*$, entonces $\alpha^{\beta\gamma} = (\alpha^\beta)^\gamma$

dado que en nuestra materia no se define la exponeciacion de palabras.

(5) Otro tipo de imprecision se da cuando usamos una notacion fuera del alcance en el que fue definida. Por ejemplo:

- $1 \in 1$

Es un enunciado impreciso ya que la pertenecia solo esta definida respecto de un conjunto y 1 no es un conjunto. Otro ejemplo similar:

- Si $f : \omega \times \Sigma^* \to \omega$ es una funcion Σ-mixa, entonces $f|_\omega$ es Σ-mixta

Notese que solo hemos definido $f|_S$ cuando S es un subconjunto del dominio de f por lo cual no queda claro o preciso que objeto denota la expresion $f|_\omega$. Otro ejemplo:

- Si $\mathcal{P}$ es un progama de $\mathcal{S}^{\Sigma}$, entonces $I_{\mathcal{P}}$ es Σ-enumerable

Si bien podriamos dar una definicion razonable de imagen de un programa bajo la cual el enunciado seria verdadero, para nosotros sera un enunciado impreciso ya que no hemos definido $I_{\mathcal{P}}$ cuando $\mathcal{P}$ es un programa (solo I_f esta definido cuando f es una funcion).

Un ultimo ejemplo:

- $R\left(C_1^{1,0}, C_1^{2,0}\right) = C_1^{2,0}$

Claramente este enunciado es impreciso ya que $R\left(C_1^{1,0}, C_1^{2,0}\right)$ no esta definido (definimos $R(f,g)$ solo cuando, entre otras cosas, la funcion g toma uplas de largo exactamente igual a 2 mas el largo de las uplas del dominio de f)

(6) Tambien consideraremos imprecisos los enunciados que usen una notacion con alguna ligera alteracion que la vuelve confusa. Por ejemplo

- $\{n, m : n \leq m\} \subseteq \omega^2$
- $\{n \in \omega \text{ y } \alpha \in \Sigma^* : [\alpha]_n = [\alpha]_{n+1}\} \subseteq \omega \times \Sigma^*$
- $\left\langle (x, y, \alpha) \in \omega^2 \times \Sigma^* : x + y + |\alpha| = 2323 \right\rangle$ es un conjunto Σ-mixto

Imprecisiones que perdonaremos

Hay algunas excepciones en las cuales si bien hay cierta imprecision en el enunciado, no lo consideraremos impreciso.

(7) Permitiremos cierta ambiguedad en el lenguaje (a los fines de hacerlo mas dinamico) la cual no sera considerada como imprecision. Los casos mas notables de este fenomeno son:

(a) Usamos $\omega^n \times \Sigma^{*m}$ para abreviar la expresion

$$\overbrace{\omega \times \ldots \times \omega}^{n \text{ veces}} \times \overbrace{\Sigma^* \times \ldots \times \Sigma^*}^{m \text{ veces}}$$

Esto no lo consideraremos como una imprecision aunque en un sentido estricto si lo es ya que estamos denotando un conjunto de $(n+m)$-uplas con una expresion que a priori denota un conjunto de 2-uplas

(b) La notacion lambda es ambigua ya que depende del alfabeto Σ. Por ejemplo $\lambda\alpha[|\alpha|]$ denota una funcion cuyo dominio es Σ^* y esto no esta explicitado en la expresion $\lambda\alpha[|\alpha|]$. Esto en general no causa confucion ya que el alfabeto Σ en cuestion suele estar claramente establecido antes o se desprende del contexto en el que estamos o directamente no es necesario conocer quien es Σ para darle un sentido preciso al enunciado. Por ejemplo si tenemos el enunciado

- El dominio de $\lambda x\alpha[Pred(|\alpha|)+x]$ es rectangular

deberia quedar claro que hay un alfabeto Σ previamente fijado, por lo cual el enunciado es verdadero (y no impreciso) ya que el dominio de $\lambda x\alpha[Pred(|\alpha|)+x]$ es $\omega \times (\Sigma^* - \{\varepsilon\})$ el cual es rectangular.

(c) Otras notaciones que dependen de Σ y la cuales usaremos pensando que se desprende del contexto quien es el alfabeto Σ son: $\Psi_{\mathcal{P}}^{n,m,\#}$, $\Psi_{\mathcal{P}}^{n,m,*}$, $\Phi_{\#}^{n,m}$, $\Phi_{*}^{n,m}$, $Halt^{n,m}$, $T^{n,m}$, $E_{\#}^{n,m}$, $E_{*}^{n,m}$, $i^{n,m}$, Bas, Des, St, $p_j^{n,m}$, d_a, $C_\alpha^{n,m}$, $C_k^{n,m}$ etc

(8) El concepto de procedimiento efectivo no ha sido definido de una forma matematicamente precisa por lo cual contiene cierto grado de imprecision. De todas maneras dado que carecemos de una definicion matematica precisa de este concepto, perdonaremos este grado de imprecision y no consideraremos imprecisos a los enunciados que lo involucren salvo que posean una imprecision de otro tipo.

(9) Muchos de los simbolos que usamos en nuestros enuncidos matematicos a veces se denotaran a si mismos. Por ejemplo si escribimos $\tau = (\emptyset, \emptyset, \{\leq\}, \{(\leq, 2)\})$ aqui $\leq$ esta denotandose a si mismo y si escribimos: sea $(P, \leq)$ un poset, aqui $\leq$ denota un orden parcial sobre P. Este uso notacional no sera considerado una imprecision siempre que sea claro del contexto, qué es lo que esta denotando el simbolo en cuestion.

Otro ejemplo del mismo fenomeno:

- A veces escribiremos "sea $\Sigma = \{+, \#, \%\}$ ..." y aqui el simbolo $+$ se esta denotando a si mismo como miembro del alfabeto Σ. Otras veces escribiremos "$4+3$ es un numero primo" y aqui el simbolo $+$ esta denotando a la operacion matematica de la suma.

(10) Muchas veces un enunciado no aclara que es lo que esta denotando cierto simbolo ya que es bastante obvio. Por ejemplo,

- Si $\varphi = \forall w \varphi_1$ y $v \neq w$, entonces v es sustituible por w en φ sii $v \notin Li(\varphi_1)$

Aqui deberia quedar claro que hay un tipo τ fijado y que φ es una formula de tipo τ, v una variable, etc

(11) A veces para hacer mas lejibles las formulas de primer orden usaremos para escribirlas a las variables x, y, z, etc en lugar de x_1, x_2, etc. Tambien suprimiremos algunos parentesis y escribiremos $v \leq w$ en lugar de $\leq (v, w)$, etc

(12) Los conceptos de ocurrencia de una palabra en otra, de reemplazo de ocurrencias, de cuando dos ocurrencias son disjuntas, etc se tratan en forma intuitiva y no estrictamente formal lo cual tambien estrictamente hablando es una imprecision.

(13) No se consideraran impreziziones los herrores de hortojrafia (jejjj)

Aparentes impreciciones

Hay ciertos enunciados que a priori parecen imprecisos debido a que son el resultado de una confucion notacional o conceptual pero no son imprecisos ya que mas alla de la confucion el enunciado resulta preciso y falso. Es decir la confucion produce algo tan alejado de la idea matematica correcta que uno tiende a pensar a priori que son imprecisos. Ejemplos

- Sea $\mathcal{P} \in \mathrm{Pro}^{\Sigma}$ y sea e una descripcion instantanea cuya primer coordenada es i. Si $I_i^{\mathcal{P}} = \mathrm{SKIP}$, entonces
$$S_{\mathcal{P}}(e) = (i+1, (\mathrm{N1}, \mathrm{N2}, \mathrm{N3}, \mathrm{N4}, ...), (\mathrm{P1}, \mathrm{P2}, \mathrm{P3}, \mathrm{P4}, ...))$$
- Sea $\mathcal{P} \in \mathrm{Pro}^{\Sigma}$. Entonces
$$((\mathrm{N1}, \mathrm{N2}, \mathrm{N3}, \mathrm{N4}, ...), (\mathrm{P1}, \mathrm{P2}, \mathrm{P3}, \mathrm{P4}, ...))$$
es un estado

Los "Por definicion:"

Hay enunciados de la forma

- Por definicion: xxxxxxx si y solo si yyyyyyy

donde xxxxxxx es un concepto definido en la matera e yyyyyyy es una frase candidata a ser la forma en la que se definio ese concepto en la materia. En estos enunciados no habra imprecisiones asique seran verdaderos o falsos. Un enunciado de dicha forma sera verdadero cuando la frase yyyyyyy sea la definicion dada en el apunte del concepto xxxxxxx y sera falso en caso contrario.

Los pisapalito

Hay una opcion en la tombola que es llamada "pisapalito". Los enunciados en dicha opcion pretenden hacerle al lector "pisar el palito". Por ejemplo, podra aparecer un enunciado que es igual a uno verdadero pero que una pequeña diferencia tipografica lo hace impreciso o falso. Otras veces aparecera un enunciado correcto y verdadero a los fines de que el lector no este seguro si le quieren hacer pisar el palito o no. En otros casos la "trampita" es mas conceptual o matematica que un mero error tipografico. Estos son mas dificiles aun y se incluyen por ser importantes en el proceso de aprendizaje ya que limpian de ciertas ingenuidades conceptuales.

La habilidad que entrenan los "pisapalito" es aun mas importante para los alumnos de informatica ya que el manejo de sistemas informaticos esta plagado de errores pequeños que producen impactos negativos grandes.