Trabajo y Energía

Sistemas y entornos

Un sistema puede ser una partícula, una colección de objetos, una región del espacio.

Debemos identificar el sistema de interés y el entorno que interactúa con él.

Energía

De los conceptos más importantes en ciencia e ingeniería.

Cotidianamente se piensa energía como combustible para transporte, electricidad para electrodomésticos. Pero físicamente tiene un significado más específico.

Todo proceso físico involucra energía, transferencia de energía o transformación.

Trabajo de una fuerza

Significado diferente de la idea de la vida cotidiana.

Para hacer trabajo se necesita ejercer una Fuerza mientras desplazamos un objeto

$$W = F\,\Delta r\, cos(\theta)$$

$$[J] = [N][m] \qquad [J] = \frac{Kg\, m^2}{s^2}$$

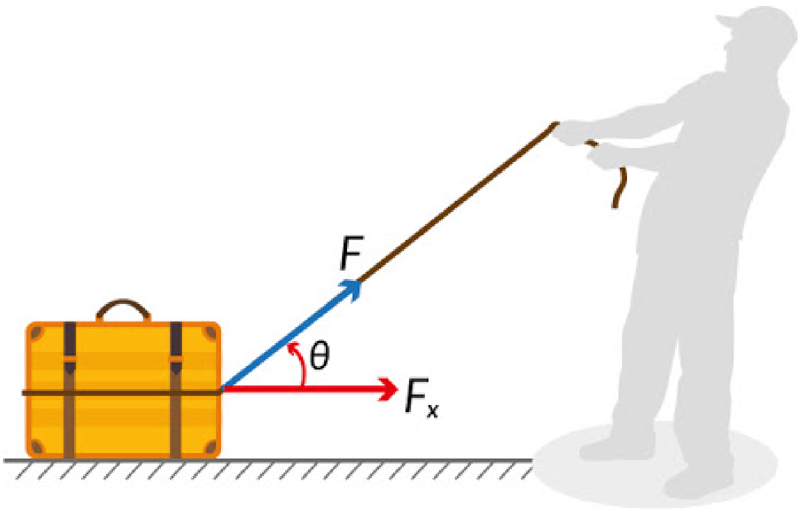

Figura 1: Trabajo de una Fuerza.

El trabajo NO ES UN VECTOR

La fuera y el desplazamiento SI SON VECTORES

El trabajo es el producto escalar entre ellas

$$W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{\Delta r} = F\, \Delta r\, cos(\theta)$$

El trabajo puede ser positivo, cero o negativo según la dirección y sentido de los vectores fuerza y desplazamiento.

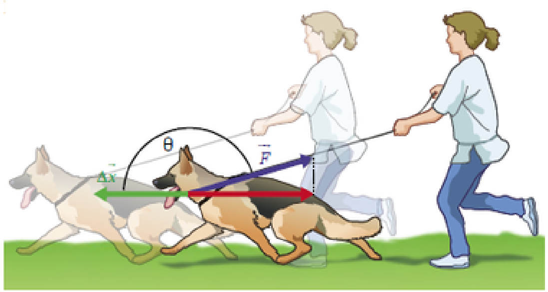

Figura 2: Trabajo negativo de una Fuerza.

El trabajo total realizado sobre un cuerpo será la suma de los trabajos realizado por cada fuerza aplicada sobre él.

$$W_{Tot} = \sum W_i$$

También podemos primero calcular la Fuerza neta y luego calcular su trabajo.

$$\vec{F_N} = \sum \vec{F_i} \qquad W_{Tot} = W_{F_N}$$

¿Y si la fuerza no es constante?

$$\lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_f} \mathbf{F}_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} \mathbf{F}_x dx$$

Para el caso general en que la fuerza neta cambia en magnitud y dirección:

$$\mathbf{W}_T = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F}_N \cdot \vec{dr}$$

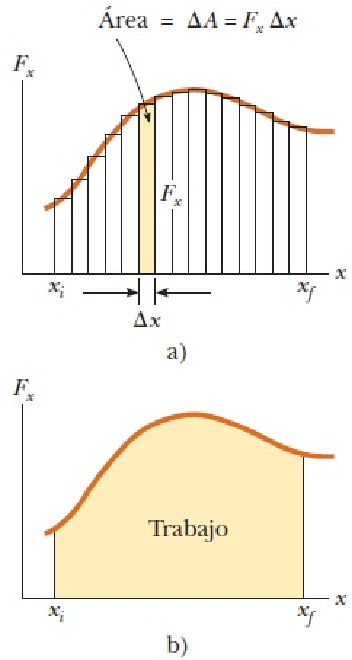

Figura 3: Trabajo de una fuerza variable.

El trabajo de la fuerza de un resorte

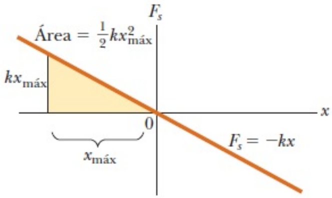

Figura 4: Trabajo de un resorte. Abrir simulador resorte

La fuerza del resorte es la de la figura, $\Rightarrow \vec{F} = -k \cdot x\hat{i}$

Cuidado, el desplazamiento puede ser hacia la izquiera o hacia la derecha

$$\overrightarrow{\Delta x} = \pm \Delta x\ \hat{i}$$

El trabajo será positivo o negativo según si estoy permitiendo al resorte volver a su posición natural o apartándolo de ella.

$$\mathbf{W} = \int_{x_i}^{x_f} -kx\,dx = \frac{kx_i^2}{2} - \frac{kx_f^2}{2} \qquad \text{resta del área de dos triángulos}$$

Trabajo y Energía cinética

El trabajo neto sobre un cuerpo que se desplaza en x:

$$\mathbf{W}_T = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx$$

usando Newton sabemos que $F_x = m\, a_x$ (válido en general, no sólo en x)

$$\mathbf{W} = \int_{x_i}^{x_f} m\, a_x \, dx = \int_{x_i}^{x_f} m \frac{dv}{dt} \, dx = \int_{x_i}^{x_f} m \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} \, dx = \int_{v_i}^{v_f} m\, v \, dv$$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2} m\, v_f^2 - \frac{1}{2} m\, v_i^2$$

Definimos esta cantidad nueva como La energía cinética del cuerpo

$$K \equiv \frac{1}{2} m\, v^2$$

Resulta entonces que

$$\mathbf{W} = K_f - K_i$$

La energía cinética tiene las mismas unidades que el Trabajo $\Rightarrow$ [J]

Teorema del trabajo y la energía

El trabajo de las fuerzas externas es igual al cambio de la energía cinética del sistema.

la energía es un escalar. Se calcula con el módulo de la velocidad. Es independiente de la dirección de movimiento del cuerpo.

Si la fuerza externa neta realiza trabajo positivo sobre un cuerpo, ese trabajo se almacena en la energía cinética del cuerpo.

$$W_{F_{ext}} > 0 \;\Rightarrow\; K_f = K_i + W_{F_{ext}} > K_i$$

Si la energía cinética de un cuerpo disminuye $\Rightarrow$ se gastó en realizar trabajo sobre otro cuerpo.

$$\Uparrow \Downarrow$$

El trabajo de las fuerzas externas negativo $\Rightarrow$ disminuye la energía cinética del cuerpo

$$W_{F_{ext}} < 0 \;\Rightarrow\; K_f = K_i + W_{F_{ext}} < K_i$$

Un tren viaja hacia la izquierda a alta velocidad ($K_i > 0$) y superman intenta frenarlo haciendo una fuerza en sentido contrario a la velocidad del tren.

La fuerza de superman sobre el tren hace trabajo negativo, $W_{F_{ext}} < 0$.

Ese trabajo negativo modifica la energía cinética del tren, $K_f = 0$.

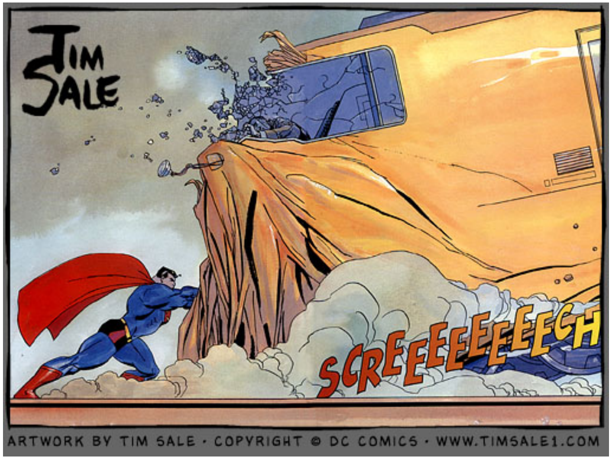

Figura 5: Superman frena un tren.

El trabajo del peso

La fuerza que el planeta ejerce sobre (peso), es siempre en la dirección que apunta hacia el centro del planeta, sea el eje y, con sentido positivo hacia arriba. El trabajo de la fuerza peso es:

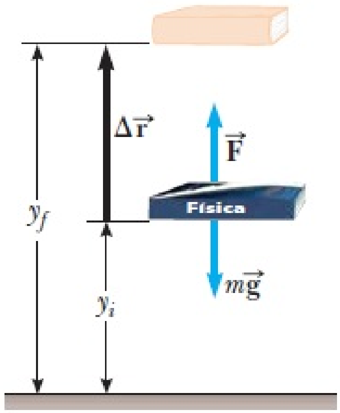

Figura 6: Trabajo del peso

$$W_P = -mg\hat{j} \cdot \vec{\Delta y} \Rightarrow W_P = -mg(y_f - y_i)$$

Si el cuerpo sube $W_p < 0$, mientras que si el cuerpo baja $W_p > 0$.

Independiente del camino recorrido, sólo depende de posición inicial y final. Fuerza conservativa

Energía potencial gravitatoria

La definimos como una función de la posición del cuerpo

$$U_g \equiv mgy$$

Representa capacidad de hacer trabajo. Está definida a menos de una constante.

El trabajo del peso es igual a menos la variación de la energía potencial gravitatoria

$$W_P = -\Delta U_g = -(U_g^f - U_g^i)$$

Separamos el trabajo del peso del de las demas fuerzas externas:

$$\mathbf{W_{Tot}} = W_{otras} + W_P$$

Usando el Teorema Trabajo-energía y la definición de U_g

$$\Rightarrow W_{otras} - (U_g^f - U_g^i) = K_f - K_i$$

Podemos ahora redefinir el sistema: partícula más campo gravitatorio $\Rightarrow$ incorporamos la energía potencial al sistema.

Energía Mecánica

Reordenando para los instantes inicial y final:

$$W_{otras} + K_i + U_g^i = K_f + U_g^f$$

el sistema: partícula más campo gravitatorio $\Rightarrow$ incorporamos la energía potencial al sistema.

Definimos la Energía mecánica de un sistema como la suma de la energía cinética mas la potencial.

$$E = K + U \Rightarrow W_{otras} = E_f - E_i$$

W_{otras} es el trabajo de las fuerzas externas al nuevo sistema.

Si no hay otras fuerzas $\Rightarrow$ la energía se conserva, $E = cte$.

simulador, potencial vs cinética

Si agregamos rozamientos dinámicos $\Rightarrow W_r < 0 \Rightarrow E_f < E_i$

simulador, con roce

Fuerzas conservativas

El trabajo de una fuerza conservativa tiene asociada una Energía Potencial.

Energía potencial (almacenamiento, se puede recuperar) $\underbrace{\Longleftrightarrow}_{\textit{Conversión bidireccional}}$ Energía cinética

El trabajo de una fuerza conservativa es:

- REVERSIBLE.
- expresable como la diferencia entre los valores inicial y final de la energía potencial
- independiente de la trayectoria.

Si las únicas fuerzas efectuando trabajo son conservativas $\Rightarrow$ Se conserva la energía mecánica

Fuerzas NO conservativas

No puede asociarse una energía potencial

Su trabajo depende de la trayectoria

No conservan la energía mecánica del sistema.

Energía Potencial elástica

El trabajo de la fuerza de un resorte tiene asociada la energía potencial elástica

$$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

Cuanto más apartado de su longitud natural está un resorte, más energía tiene almacenada.

El trabajo de una fuerza elástica (de un resorte):

$$W_{el} = -\Delta U_{el} = -\left(\frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right)$$

Si un resorte estirado x_i se estira aún más, hasta x_f, su trabajo es negativos, la energía potencial elástica aumenta. Se almacenó más energía en el sistema.

Si un resorte estirado inicialmente se libera para que vuelva hacia su posición natural, está haciendo trabajo positivo, gastando la energía potencial almacenada.