# Energía Potencial eléctrica

Trabajo de una fuerza:

$$W_{a,b} = \int_a^b \vec{F} \cdot \vec{dl} = \int_a^b F \cos\phi \, dl$$

Trabajo de una fuerza conservativa era:

$$W_{a,b} = -(U_b - U_a)$$

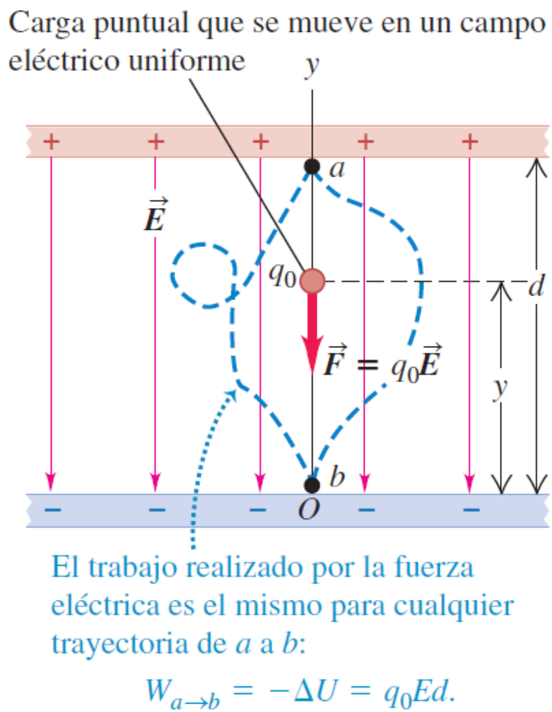
donde $U$ es la energía potencial asociada a la fuerza conservativa.

Teorema del trabajo y la energía:

$$W_{ext} = \Delta K$$

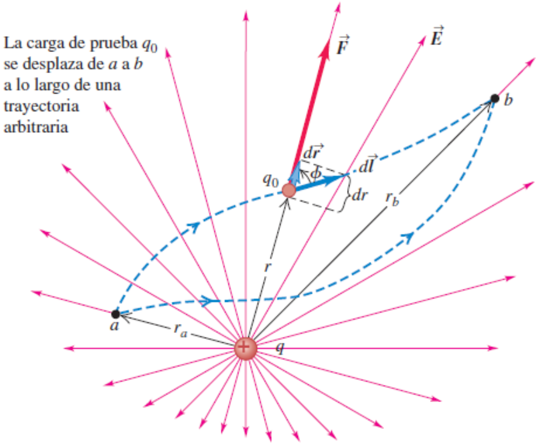
Si los trabajo externos son de una fuerza conservativa:

$$K_b - K_a = -(U_b - U_a)$$




En el caso de una carga puntual en un campo eléctrico uniforme, la energía potencial $U = q_0 E y$.

Energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales:




$$W_{a,b} = \int_{r_a}^{r_b} F \cos\phi \, dl = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\, q_0}{r^2} \cos\phi \, dl$$

$$W_{a,b} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\, q_0}{r^2} dr = \frac{q\, q_0}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) \Rightarrow U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\, q_0}{r}$$

si $q_0$ está en presencia de varias cargas puntuales, la energía potencial será la suma (algebraica, NO vectorial)

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \dots\right) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

El cero de la energía potencial eléctrica en infinito, a distancia muy lejana de todas la cargas.

Esa es la energía potencial de $q_0$ en presencia del campo eléctrico denerado por las otras cargas $q_i$.

Pero también existe energía potencial implicada en el arreglo de esas cargas. La energía potencial total es la suma de la interacción de cada par de cargas:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i<j} \frac{q_i\, q_j}{r_{ij}}$$

# Potencial eléctrico

Dada la energía potencial de una carga de prueba $q_0$ en presencia de un campo eléctrico, definimos ahora la energía potencial por unidad de carga asociada a una carga de prueba $q_0$ en ese punto, como el Potencial eléctrico

$$V = \frac{U}{q_0} \Rightarrow U = q_0 V$$

La unidad para el potencial es el Volt, [V] que equivale a:

$$1\,V = 1\,J/C$$

Volviendo al trabajo y energía potencial, pensando en Trabajo por unidad de carga:

$$\frac{W_{a,b}}{q_0} = -\left(\frac{U_b}{q_0} - \frac{U_a}{q_0}\right) = -(V_b - V_a)$$

Hablamos de $V_a$ como el potencial en el punto $a$ y nos referimos a $\Delta V$ como la diferencia de potencial entre los puntos.

En otras palabras: $V_{ab}$, el potencial de $a$ con respecto a $b$, es igual al trabajo que debe efectuarse para desplazar *con lentitud* una UNIDAD de carga desde $b$ hasta $a$ contra la fuerza eléctrica.

## Potencial debido a una carga puntual:

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

donde $r$ es la distancia a la carga $q$ del punto donde se evalúa el potencial.

El potencial es cero en $r$ infinitamente lejos de $q$. Si $q$ es positiva, el potencial que produce es positivo en todos los puntos, y crece a medida que nos acercamos a la carga. Las cargas de prueba (positivas) se caen hacia el infinito, (el potencial disminuye hacia $\infty$).

Mientras que si carga es negativa, el potencial es negativo en cualquier lugar, tanto más negativo cuando nos acercamos a $q$. Las cargas de prueba (positivas) se caen hacia la carga negativa $q$.

## El potencial debido a una distribución continua de carga:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{r}$$

# Potencial a partir del campo eléctrico

Cuando se tiene un conjunto de cargas puntuales, es más fácil calcular el potencial $V$, ya que intgramos escalares y no vectores. Pero cuando se conoce el campo eléctrico es m’as fácil determinar V a partir de $\vec{E}$:

$$W_{a\to b} = \int_a^b \vec{F}\cdot\vec{dl} = \int_a^b q_0\vec{E}\cdot\vec{dl}$$

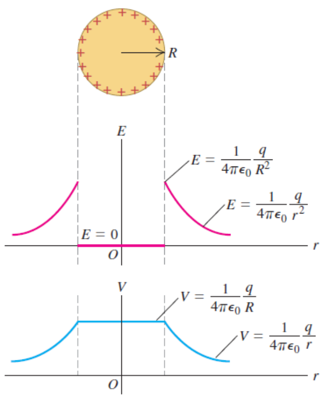
$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}\cdot\vec{dl} = \int_a^b E\cos\phi\, dl$$

Vemos en las ecuaciones anteriores cómo se relacionan las unidades de campo eléctrico y potencial, obteniendo otra expresión para las unidades de campo eléctrico, (que ya sabíamos que eran $N/C$, unidades de fuerza sobre carga), hora sabemos además que

$$1\, V/m = 1\, N/C$$

# Potencial de una esfera conductora con carga:

23.17 Magnitud del campo eléctrico $E$ y el potencial $V$ en puntos dentro y fuera de una esfera conductora con carga positiva.



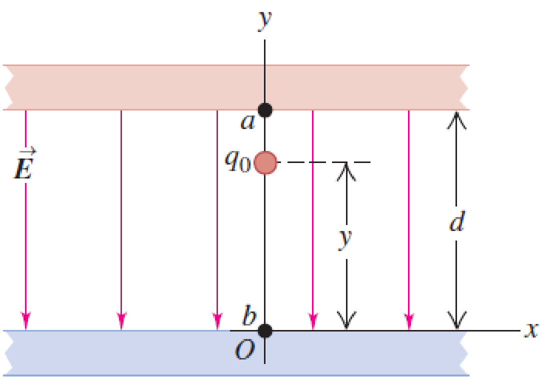

El potencial máximo que puede aplicarse a un conductor en el aire está limitado porque las moléculas de aire se ionizan y el aire se convierte en un conductor cuando el campo eléctrico se acerca a $3 \times 10^6$ V/m.

$$V_{max} = R\, E_{max}$$

para una esfera conductora de $1$ cm de radio, $V_{max} = 30000\ V$

El potencial entre placas paralelas de cargas opuestas:

$$V(y) - V_b = \frac{U(y)}{q_0} = \frac{q_0 E y}{q_0} = Ey$$

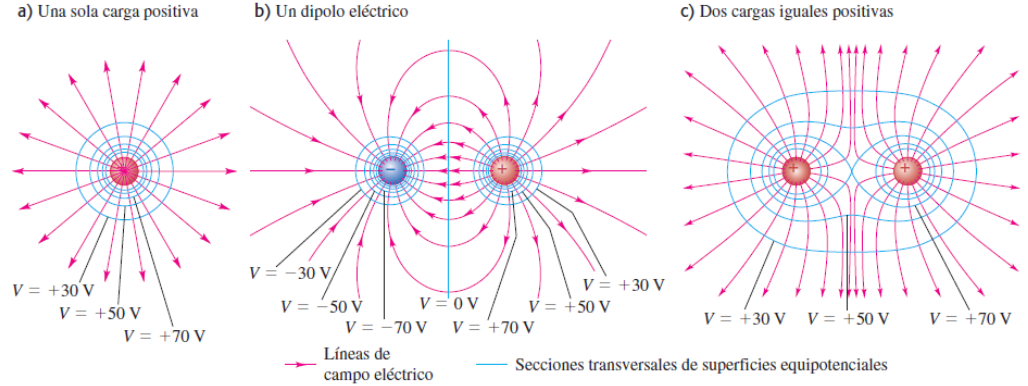



$$V_a - V_b = Ed \Rightarrow E = \frac{V_{ab}}{d}$$

# Superficies equipotenciales y líneas de campo

Mapa topográfico, curvas de nivel con el mismo potencial: Curvas de energía constante.

**23.24** Secciones transversales de superficies equipotenciales (líneas azules) y líneas de campo eléctricas (líneas rojas) para arreglos de cargas puntuales. Hay diferencias de potencial iguales entre superficies adyacentes. Compare estos diagramas con los de la figura 21.29, que sólo muestran líneas de campo eléctricas.




Ningún punto puede estar en dos potenciales diferentes. Las superficies equipotenciales no se tocan ni intersectan.

Las líneas de campo y las superficies equipotenciales siempre son perpendiculares entre sí.

El campo $E$ no necesita ser constante sobre una superficie equipotencial.

# Gradiente de Potencial

$$V_a - V_b = -\int_a^b dV = \int_a^b \vec{E} \cdot \vec{dl} \Rightarrow$$

$$-dV = \vec{E} \cdot \vec{dl} = E_x dx + E_y dy + E_z dz$$

$$\vec{E} = -\left( \hat{i}\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial V}{\partial z} \right)$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

El gradiente de una función representa la dirección de máximo crecimiento de la misma.

La dirección de $\vec{E}$ es la dirección en que el potencial $V$ disminuye más rápido.

Si $\vec{E}$ es radial, como en el caso de las cargas puntuales:

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r}$$