Mediciones y Errores

¿Qué hacemos cuando medimos?

Figura 1: Comparar con una magnitud patrón.

Expresamos los resultados de mediciones con números y unidades: # # y [unidades]

Cuadro 1: Conversiones

múltiplos y fracciones		
1 Kg =	1000 g =	10^3 g
1 mm =	$\frac{1}{1000}$ m =	10^{-3} m

10^n	Prefijo	Símbolo	Equivalencia decimal
10^{18}	exa	E	1 000 000 000 000 000 000
10^{15}	peta	P	1 000 000 000 000 000
10^{12}	tera	T	1 000 000 000 000
10^{9}	giga	G	1 000 000 000
10^{6}	mega	M	1 000 000
10^{3}	kilo	k	1 000
10^{2}	hecto	h	100
10^{1}	deca	da	10
10^{0}	-	-	1

10^n	Prefijo	Símbolo	Equivalencia decimal
10^{0}	-	-	1
10^{-1}	deci	d	0,1
10^{-2}	centi	c	0,01
10^{-3}	mili	m	0,001
10^{-6}	micro	µ	0,000 001
10^{-9}	nano	n	0,000 000 001
10^{-12}	pico	p	0,000 000 000 001

Figura 2: Equivalencias prefijos del Sistema Internacional.

Magnitudes físicas y unidades derivadas del sistema internacional (SI)		
Magnitud	Unidad	Símbolo
Área (S)	metro cuadrado	m^2
Volumen (V)	metro cúbico	m^3
Densidad (d, ρ)	kilogramo por metro cúbico	kg/m^3
Velocidad (v)	metro por segundo	m/s
Aceleración (a)	metro por segundo cuadrado	m/s^2
Fuerza (F)	Newton	N
Presión (P)	Pascal	Pa
Energía (E)	Julio	J
Trabajo (W)	Julio	J
Potencia (P)	Watio	W
Carga eléctrica (q)	Culombio	C
Resistencia eléctrica (R)	Ohmio	Ω
Voltaje (V)	Voltio	V

Figura 3: Sistema Internacional.

Prefijo		Factor que multiplica
Nombre	Símbolo	
mega	M	$10^6 = 1000000$
kilo	k	$10^3 = 1000$
hecto	h	$10^2 = 100$
deca	da	$10^1 = 10$
deci	d	$10^{-1} = 0.1$
centi	c	$10^{-2} = 0.01$
mili	m	$10^{-3} = 0.001$
micro	µ	$10^{-6} = 0.000001$

Figura 4: Definiciones de Unidades y sus fracciones.

Cuadro 2: Minutos a segundos

Minutos a segundos	
1 min =	60 s
3 min =	x ?
x=	$\frac{3\cancel{min}*60s}{1\cancel{min}} = 180s$

Si tenemos la información de una velocidad de 56m/s, ¿Cuántos Km/h representa? Para responder esto debemos saber que 1 hora equivale a 3600 segundos y 1 Km a 1000 m. ¿Pero 1 segundo a cuántas horas equivale?

Cuadro 3: segundos a horas

1 h =	3600 s
x h ? =	1 s
x=	$\frac{1\cancel{s}*1h}{3600\cancel{s}} = \frac{1}{3600}h$

Es decir que 1 segundo representa una fracción $1/3600$ de hora. Y correspondientemente 1 metro equivale a la fracción $1/1000$ Km.

$$56\frac{\text{m}}{\text{s}} = 56\frac{\frac{1}{1000}\text{Km}}{\frac{1}{3600}\text{h}} = 56\frac{3600}{1000}\frac{\text{Km}}{\text{h}} = 201{,}6\frac{\text{Km}}{\text{h}}$$

Mediciones e incertidumbre

si realizamos una medición con precisión de 1mm

$$x = (3 \pm 1)mm \Rightarrow x \in (2,4)mm$$

si la precisión fuera de $0{,}01$mm

$$\Delta x = 0{,}01mm \Rightarrow x \in (2{,}99, 3{,}01)mm$$

Cuadro 4: Definimos distintos Errores

Error Absoluto:	$\Delta x = \quad 0{,}01mm$
Error Relativo:	$\frac{\Delta x}{x} = \quad \frac{0{,}01\cancel{mm}}{3{,}00\cancel{mm}}$
Error Porcentual:	$\frac{\Delta x}{x} * 100 = \quad \frac{0{,}01\cancel{mm}*100}{3{,}00\cancel{mm}}$

Cifras significativas

Son las cifras que verdaderamente dan información de la medición.

- 137 Km $\longrightarrow$ tiene 3 cifras significativas
- $2{,}91$ mm $\longrightarrow$ tiene 3 cifras significativas
- $0{,}0543$ m $\longrightarrow$ tiene 3 cifras significativas. Convendría expresar $5{,}43$ cm.

  los ceros a la izquierda, no son significativos
- $64000 \pm 1 \longrightarrow$ tiene 5 cifras significativas
- (64000 ± 1000) m $\longrightarrow$ en cambio tiene sólo 2 cifras significativas
- $0{,}4200 \pm 0{,}0001 \longrightarrow$ tiene 4 cifras significativas. Decir que medí $0{,}4200$ no es lo mismo que decir que medí $0{,}42$.
- Los errores se expresan con 1 cifra significativa. Y se redondea el valor a lo que dicta el error. $0{,}4231527 \pm 0{,}012$ está mal expresado.

  El resultado debe expresarse como: $0{,}42 \pm 0{,}01$.

Propagación de Errores

Al realizar mediciones indirectas, debo propagar esos errores. Si divido $1cm$ por 3 el resultado es $0{,}333333...cm$. ¿Cuál es el error de ese resultado? Claramente no puedo dar los infinitos 3 como cifras significativas.

Propagación en producto y división

Dados $A \pm \Delta A$ y $B \pm \Delta B$ queremos calcular $C \pm \Delta C$, sabiendo que $C = AB$.

Resulta que:

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$$

$\hookrightarrow$ el error absoluto para C será $\Delta C = C * \left(\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}\right)$.

Ejemplo

Cuadro 5: Propagación en el producto

$A \pm \Delta A =$	$(2{,}0 \pm 0{,}1) m/s$	
$B \pm \Delta B =$	$(3{,}0 \pm 0{,}1) s$	
$C = A * B$	$2{,}0 * 3{,}0 \frac{m \cancel{s}}{\cancel{s}} =$	$6m$
$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$	$\rightarrow \frac{\Delta C}{C} = \frac{0{,}1}{2} + \frac{0{,}1}{3} =$	$0{,}05 + 0{,}0333 = 0{,}08\xcancel{333}$
$\frac{\Delta C}{C} =$	$0{,}08$	
$\Delta C =$	$0{,}08 * 6m =$	$0.\underline{48}m$
$\Delta C =$	$0{,}08 * 6m =$	$0{,}5m$
$C \pm \Delta C =$	$(6{,}0 \pm 0{,}5) m/s$	

Propagación en suma y resta

En este caso el error del resultado se calcula sumando los errores absolutos de las magnitudes usadas en la cuenta.

Ejemplo:

Cuadro 6: Propagación en suma o resta

$A \pm \Delta A =$	$(6{,}251 \pm 0{,}001)m$	
$B \pm \Delta B =$	$(0{,}2 \pm 0{,}1)m$	
$C = A + B$	$6{,}451m$	
$\Delta C = \Delta A + \Delta B$	$\Delta C = 0{,}001 + 0{,}1 =$	$0{,}1\cancel{01} = 0{,}1$
$C \pm \Delta C =$	$(6{,}5 \pm 0{,}1)m$	

***Atención*: En la resta, No restar errores, se suman!!!**

Histograma

Dada una colección de N mediciones, expresamos el mejor estimados y su variabilidad calculando el promedio y su dispersión cuadrática media

$$\bar{x} \pm \sigma$$

donde el promedio se calcula mediante:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

mientras que la dispersión es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}{N-1}} \approx \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

muchas veces, por simplicidad se divide por N en vez de $N-1$.

Histograma

Activar simulador

Dada una colección de mediciones calculamos el promedio y su dispersión cuadrática media

$$\bar{x} \pm \sigma$$

Un $68\,\%$ de los datos está comprendido en el intervalo entre $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$
Un $95\,\%$ de los datos está comprendido en el intervalo entre $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$
Un $99{,}7\,\%$ de los datos está comprendido en el intervalo entre $(\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma)$

El error cuadrático medio de la distribución de promedios es $\sqrt{N}$ veces menor que σ
Cuando realizamos un proceso de medición con N datos, expresamos el resultado como

$$\bar{x} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

Esto representa que si midieramos nuevamente otro conjunto de N mediciones y calcularamos su promedio, éste formará parte del histograma de los promedios que tendrá una dispersión cuadrática media de $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$

Referencias

[1] A Maiztegui and J Gleiser. Mediciones de laboratorio. *publicación editada por los autores, Córdoba*, 2000.

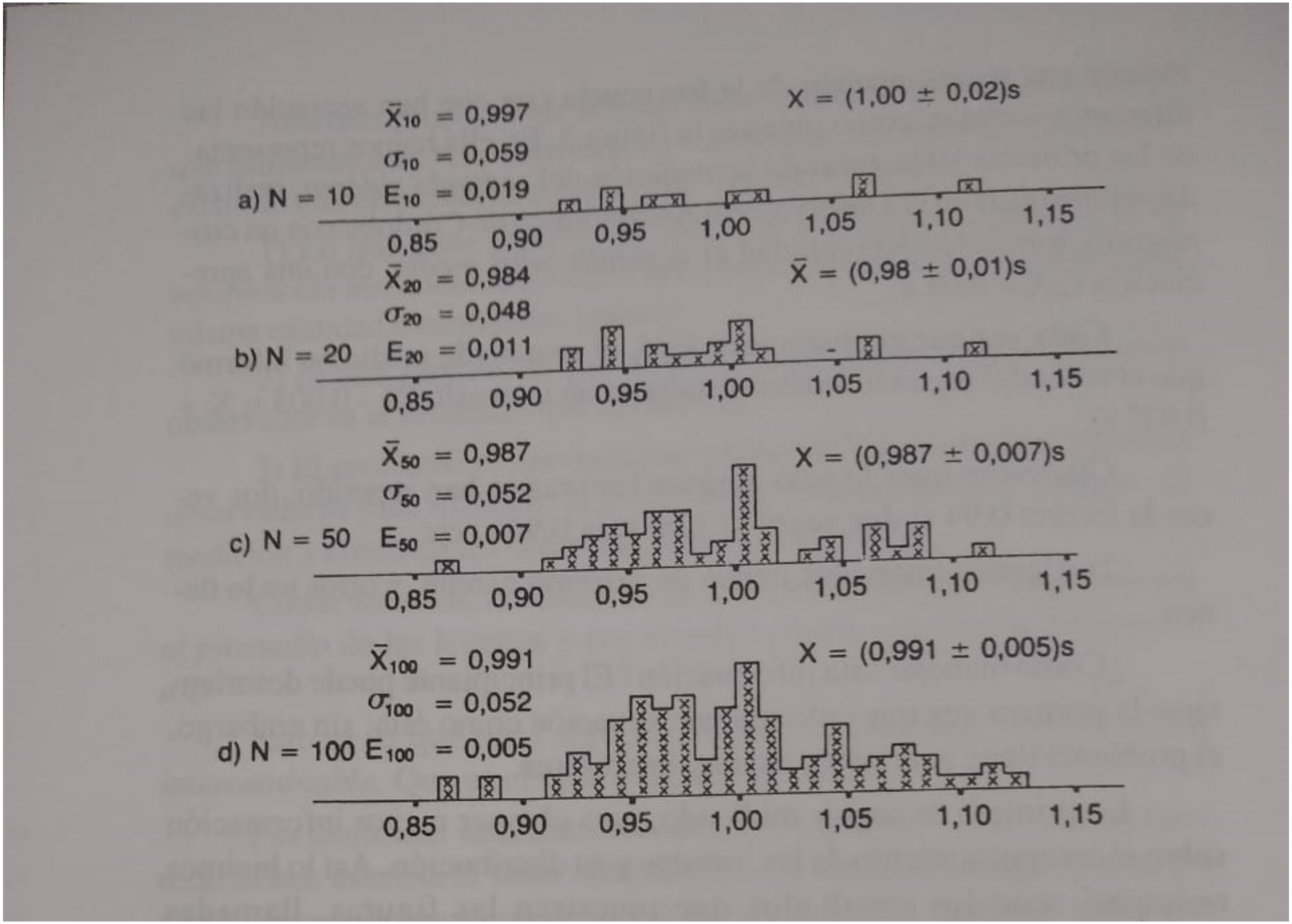

Figura 5: Se va formando el Histograma. Figuras de Referencia [1].

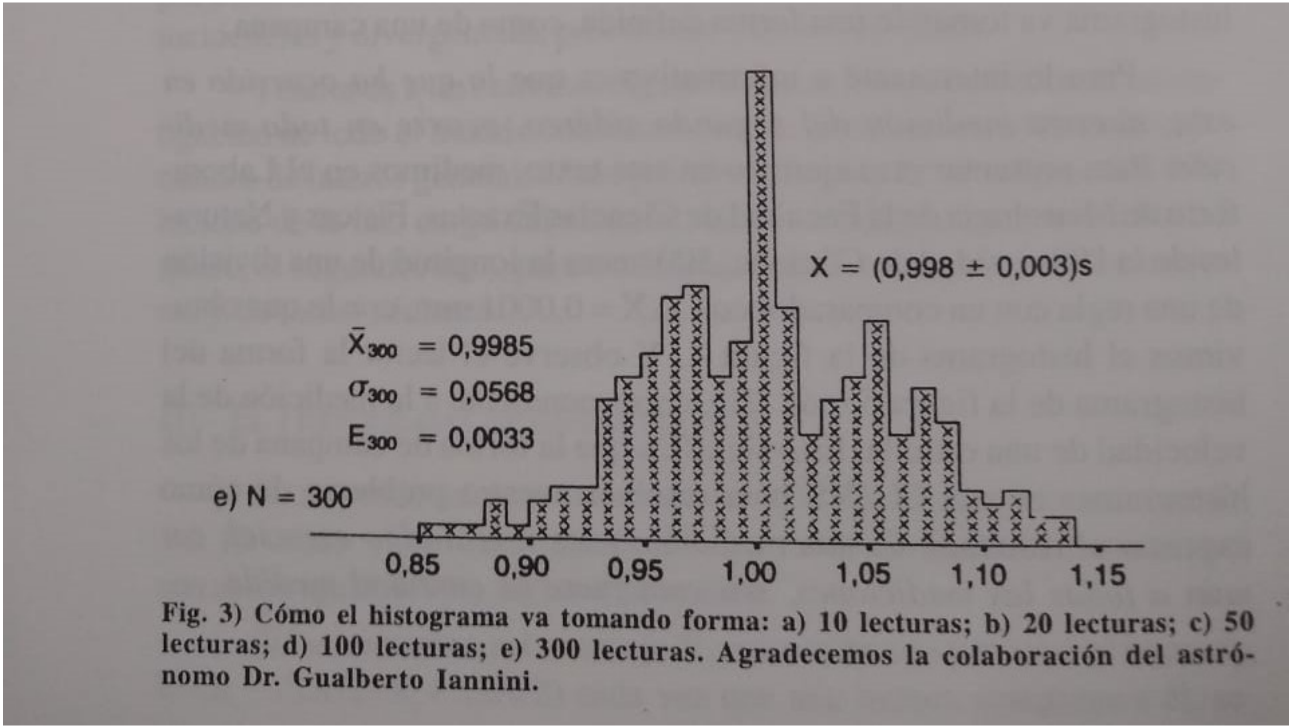

Fig. 3) Cómo el histograma va tomando forma: a) 10 lecturas; b) 20 lecturas; c) 50 lecturas; d) 100 lecturas; e) 300 lecturas. Agradecemos la colaboración del astrónomo Dr. Gualberto Iannini.

Figura 6: Se va formando el Histograma. Figuras de Referencia [1].

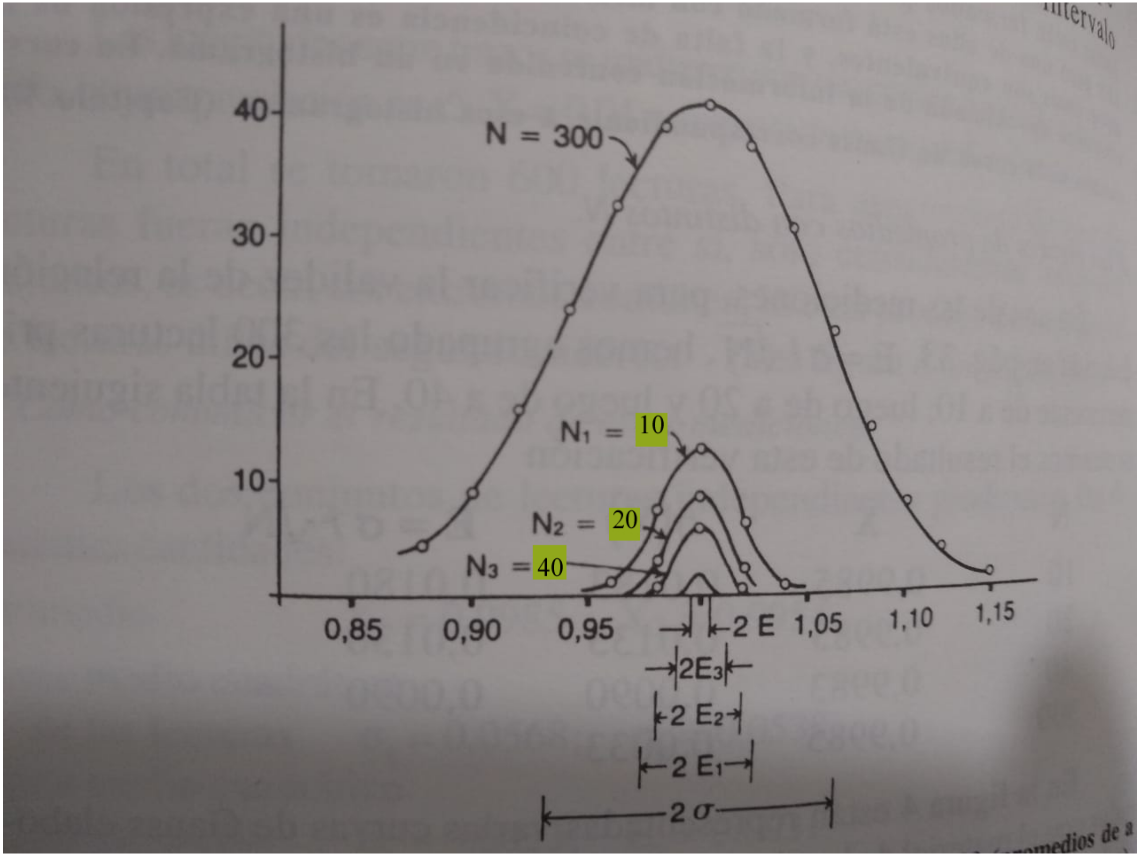

Figura 7: Distribución de promedios realizados con conjuntos de N_i datos. Cuanto mayor el número de mediciones utilizadas para calcular los promedios, menor es el ancho de la distribución de promedios.