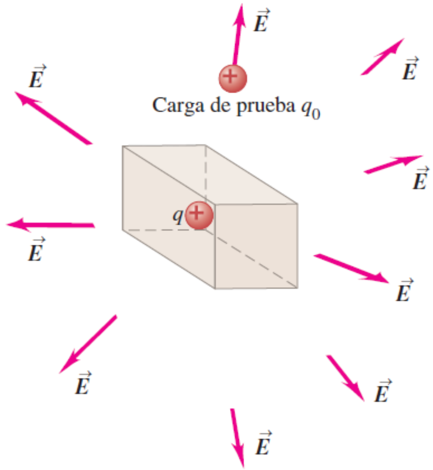
Ley de Gauss

Si se conoce la disposición del campo eléctrico en una región determinada, ¿qué podemos decir acerca de la distribución de carga en esa región?

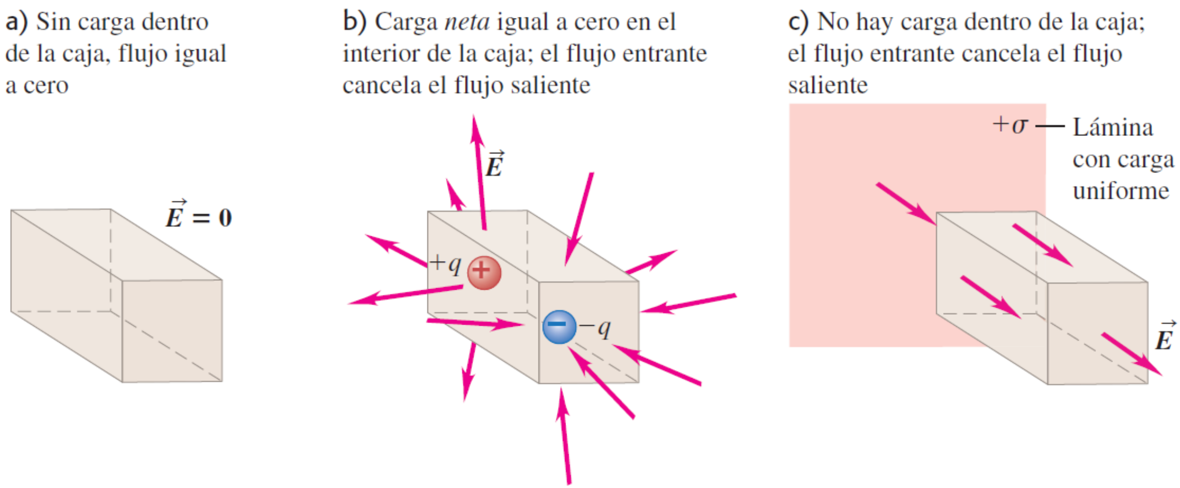
Sea una superficie cerrada imaginaria que puede encerrar o no cierta carga.

b) Uso de una carga de prueba fuera de la caja para determinar la cantidad de carga que hay en el interior



Para determinar el contenido de la caja se necesita medir $\vec{E}$ en toda la superficie de la caja.

Cuando los vectores de campo eléctrico apuntan hacia afuera de la superficie decimos que existe un flujo eléctrico saliente y cuando los vecotres $\vec{E}$ apuntan hacia la superficie decimos que el flujo eléctrico es entrante.



Si no hay flujo eléctrico neto a través de la superficie cerrada entonces no hay carga neta encerrada en ella.

El flujo eléctrico neto a través de una superficie cerrada es directamente proporcional a la magnitud de la carga neta encerrada en ella. Esto es independiente del tamaño y forma de la superficie cerrada.

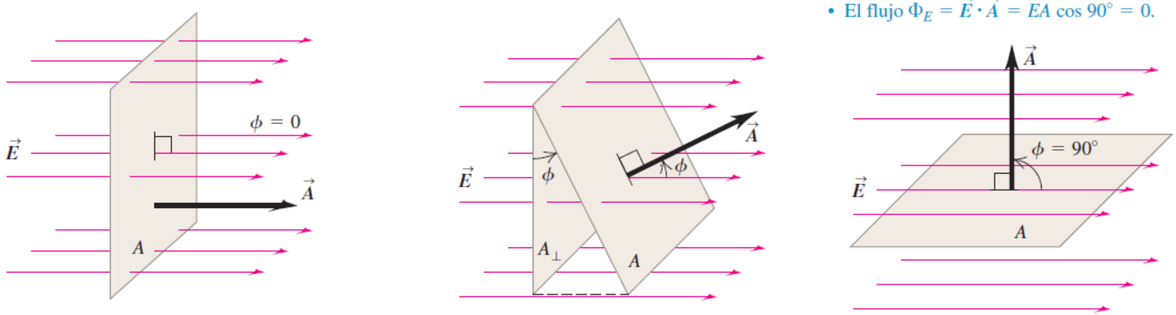
El flujo eléctrico se define:

$$\Phi_E = \int E \cos\phi \, dA = \int E_{\perp} dA = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

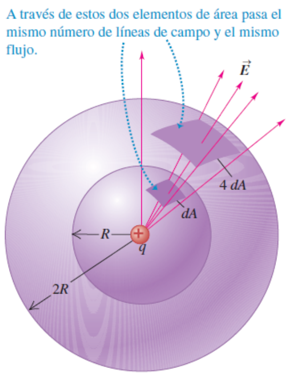
a) La superficie está de frente al campo eléctrico:
- $\vec{E}$ y $\vec{A}$ son paralelos (ángulo entre $\vec{E}$ y $\vec{A}$ es $\phi = 0$).
- El flujo $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA$.

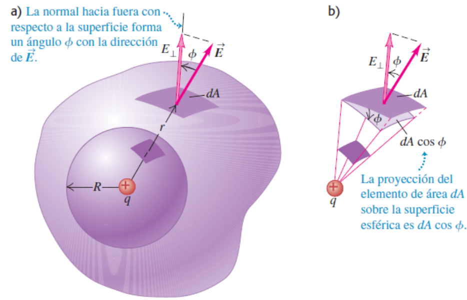
b) La superficie está inclinada un ángulo ϕ respecto de la orientación de frente:
- El ángulo entre $\vec{E}$ y $\vec{A}$ es ϕ.
- El flujo $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos\phi$.

c) La superficie está de canto en relación con el campo eléctrico:
- $\vec{E}$ y $\vec{A}$ son perpendiculares (el ángulo entre $\vec{E}$ y $\vec{A}$ es $\phi = 90°$).
- El flujo $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos 90° = 0$.



Carga puntual dentro de una superficie





El campo eléctrico de una carga puntual en cada punto de una superficie de radio R a su alrededor apunta radialmente y su magnitud es:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2}$$

El flujo total a través de la esfera será:

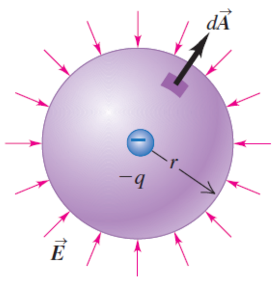
$$\Phi = EA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2}(4\pi R^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

independiente del radio de la esfera, sólo depende de la carga encerrada.

Si la superficie no es esférica se debe integrar sobre toda la superficie cerrada las proyecciones de los diferenciales de area con respecto al campo y el resultado siempre será el mismo:

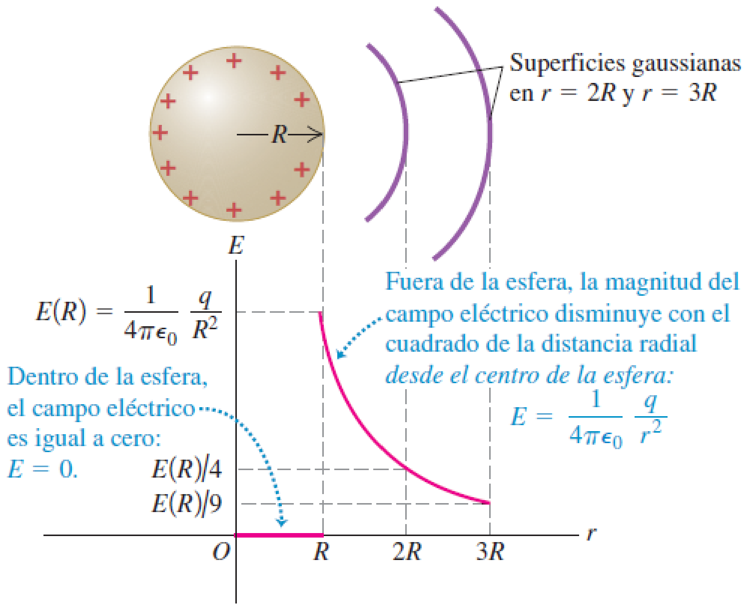
$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

Los elementos de area $d\vec{A}$ siempre apuntan hacia fuera del volumen encerrado por la superficie. El flujo es positivo en las areas donde el campo apunta hacia afuera de la región y negativo cuando el campo apunta hacia adentro. Si la carga encerrada es negativa, el flujo es negativo ya que el producto escalar entre $\vec{E}$ y $d\vec{A}$ será negativo. Las superficies de Gauss son imaginarias, no existe ninguna superficie material para calcular la integral.



Cuando en un conductor sólido hay un exceso de carga que se encuentra en reposo, ésta se ubica en su totalidad en la superficie, no en el interior del material. Esto para que el campo $\vec{E}$ en su interior sea cero y las cargas no sientan fuerzas que las muevan.

Campo de una esfera conductora de radio R, con carga q.



En el interior de la esfera el campo es cero. En el exterior es como si fuera carga puntual.

Campo de una carga lineal Carga eléctrica uniforme a lo largo de un alambre infinito (o mirando el campo lejos de los extremos). La carga por unidad de longitud es λ. Las líneas de campo son radiales.

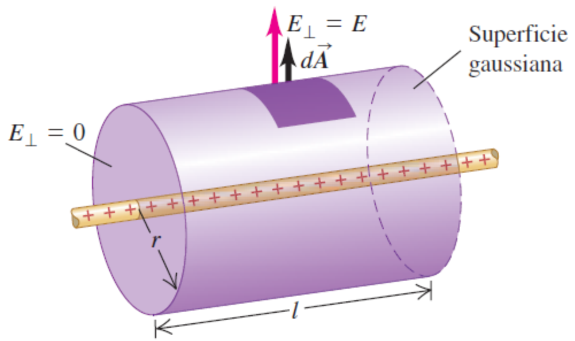


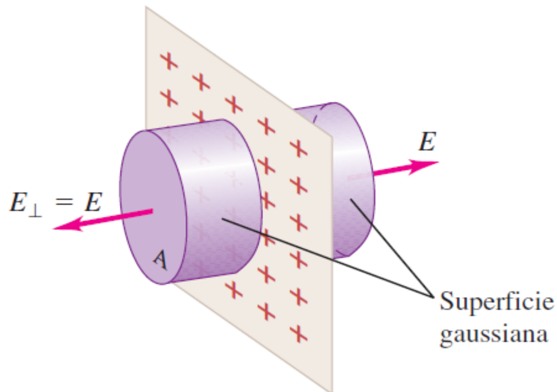
Figura 2: Superficie de Gauss cilíndrica coaxial.

$$Q_{enc} = \lambda l \qquad \Phi_E = E(2\pi r l) + 0 = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

Campo de una lámina plana infinita cargada con carga uniforme σ por unidad de area.

La simetría plana significa que la distribución de carga no cambia en traslaciones paralelas a la lámina, por lo tanto $\vec{E}$ es perpendicular a ella.



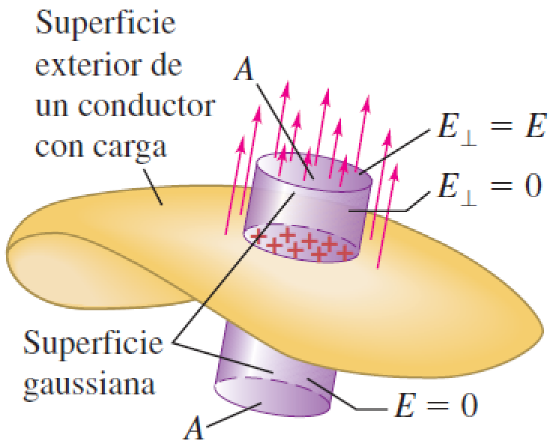
$$Q_{enc} = \sigma A \qquad \Phi_E = EA + EA + 0 = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Notar que resulta E idependiente de la distancia a la lámina (infinita)

Campo en la superficie de un conductor

En la superficie inmediata de un conductor el campo es perpendicular a la superficie y se relaciona con la densidad superficial de carga en ese punto por:



$$E_\perp = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$