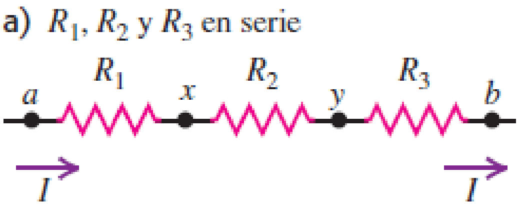
Circuitos de Corriente continua

Resistencias en Serie



La corriente que circula por todas ellas es la misma.

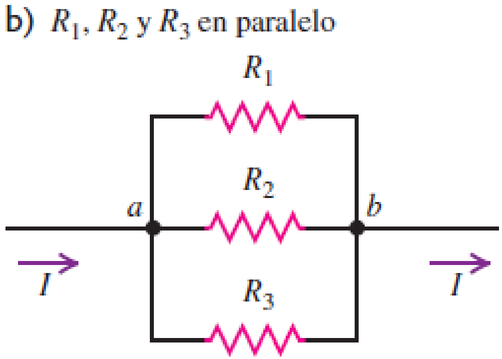
$$V_{ab} = V_{ax} + V_{xy} + V_{yb} = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

Si queremos reemplazar por una resistencia equivalente entre los puntos ab por la que circule la misma corriente y produzca esa caída de potencial, debe valer:

$$\frac{V_{ab}}{I} = R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

La resistencia equivalente en serie es mayor que cualquiera de ls individuales.

Resistencias en Paralelo



La caída de potencial en cada una de ellas es la misma, pero cambian las corrientes que circula en cada rama.

Como no se acumula ni pierde carga por el punto a debe valer que la suma de las corrientes por cada una sea igual a la corriente total I:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{V_{ab}}{R_1} + \frac{V_{ab}}{R_2} + \frac{V_{ab}}{R_3}$$

$$\frac{I}{V_{ab}} = \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

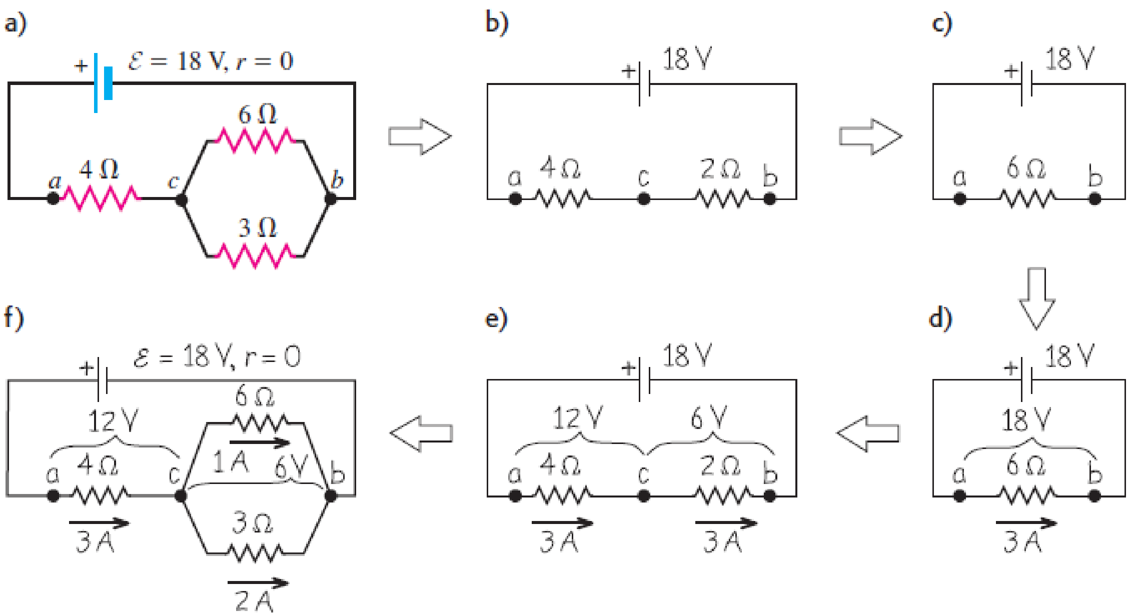
La resistencia equivalente es menor que cualquiera de las individuales.

Además, dado que:

$$V_{ab} = I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Pasa más corriente por el camino que ofrece menos resistencia.

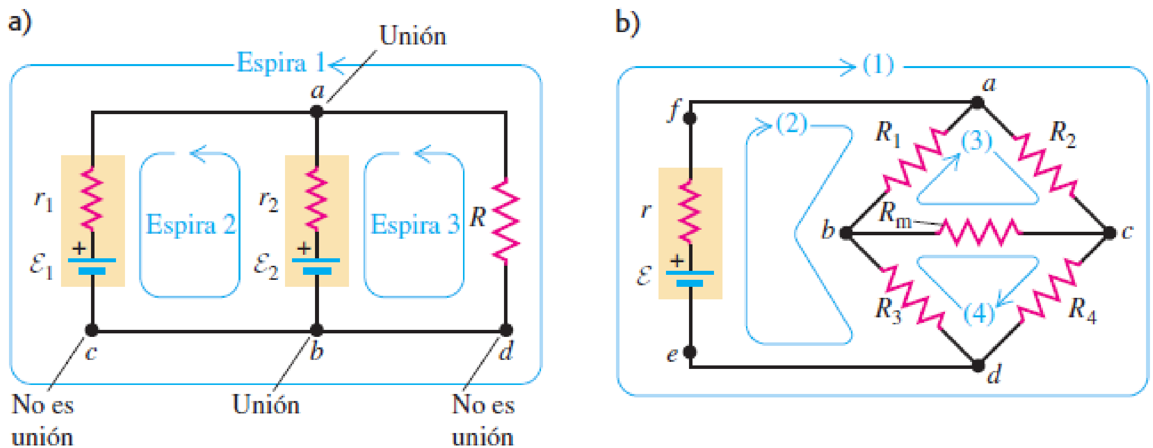
Reducir un circuito para encontrar I



Reglas de Kirchhoff

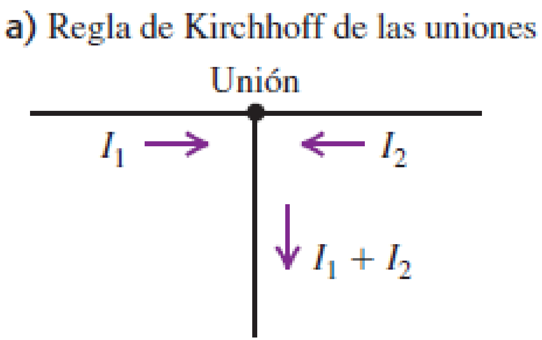
Definiciones:

- La unión de un circuito es un punto donde se encuentran tres o más conductores. También llamados nodos.
- Una espira es cualquier camino conductor cerrado.



Regla de Kirchhoff de las uniones

La suma algebraica de las corrientes en cualquier unión es cero. Establece que fluye tanta corriente hacia la unión como la que sale de ella. Conservación de la carga eléctrica.



Regla de Kirchhoff de las espiras

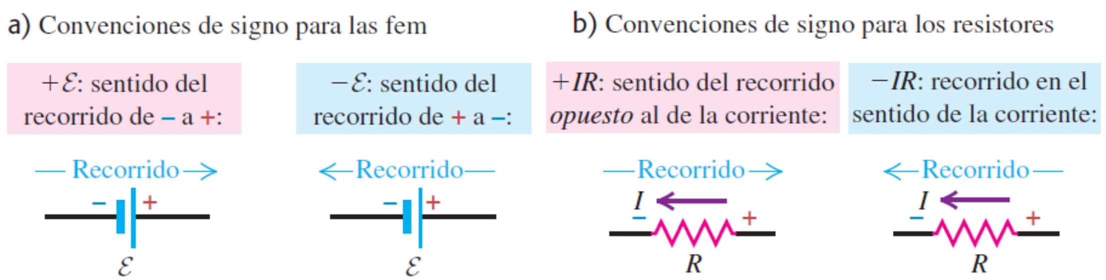
La suma algebraica de de las diferencias de potencial en cualquier espira debe ser igual a cero.

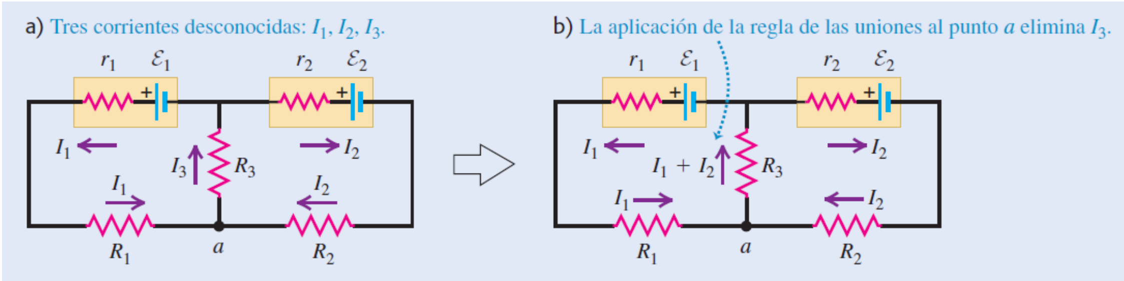
La fuerza electrostática es conservativa. Para poder reccorer un circuito cerrado y volver al punto inicial no debo tener diferencia de potencial (función del punto, independiente del camino).

$$\sum V = 0$$

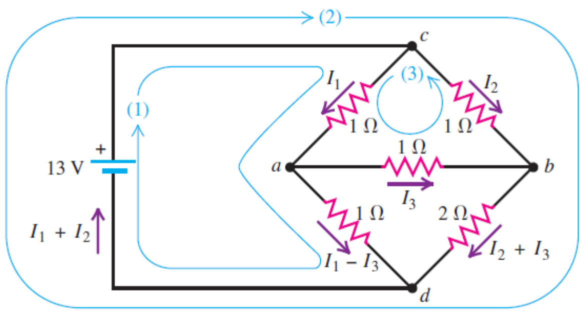
Convenciones de signos

- Primero suponga un sentido de la corriente en cada ramal del circuito.
- Realice un recorrido en cada espira sumando las caidas de potencial.
- Cuando se pasa a través de una fuente en la dirección de $-$ hacia $+$, la fem se considera positiva. Si se pasa de $+$ a $-$ se considera negativa.
- Cuando se pasa a través de una resistencia en el mismo sentido en que se propuso la corriente, debo proponer caída de potencial, por lo tanto restamos, $V = -IR$. Sumamos IR en el sentido opuesto.





26.12 Circuito con varios resistores.



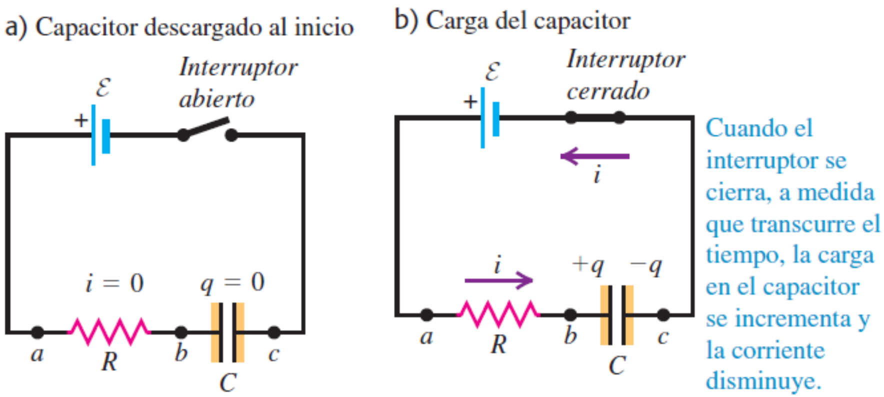
$$13\ V - I_1(1\Omega) - (I_1 - I_3)(1\Omega) = 0 \tag{1}$$

$$-I_2(1\Omega) - (I_2 + I_3)(2\Omega) + 13V = 0 \tag{2}$$

$$-I_1(1\Omega) - I_3(1\Omega) + I_2(1\Omega) = 0 \tag{3}$$

Circuitos R-C

Carga de un capacitor:



A tiempo cero (cuando se cierra el circuito) el capacitor está descargado, $\Rightarrow v_{bc}(0) = 0V$.

La caída de potencial en la resistencia es toda la fem, $\mathcal{E} = v_{ab}(0) = I_0 R$

A medida que el capacitor se carga, su voltaje aumenta y por lo tanto la caída de potencial en la resisitencia disminuye, lo que corresponde a una disminución de la corriente.

Después de un tiempo suficientemente largo, el capacitor se carga por completo, la corriente baja a cero y también la caída de potencial en la resistencia.

En el estado final $\mathcal{E} = v_{bc}$.

$$v_{ab}(t) = i(t)R \qquad v_{bc}(t) = \frac{q(t)}{C} \tag{4}$$

$$\mathcal{E} - i(t)R - \frac{q(t)}{C} = 0 \tag{5}$$

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q(t)}{RC} \tag{6}$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q(t)}{RC} = -\frac{1}{RC}(q(t) - C\mathcal{E}) \tag{7}$$

$$\int_0^q \frac{dq'}{q' - C\mathcal{E}} = -\int_0^t \frac{dt'}{RC} \tag{8}$$

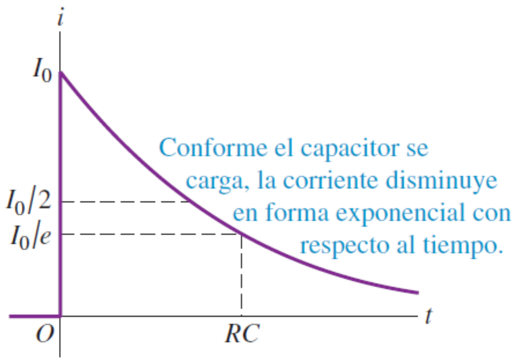
$$ln\left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC} \tag{9}$$

$$q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) = Q_f(1 - e^{-t/RC}) \tag{10}$$

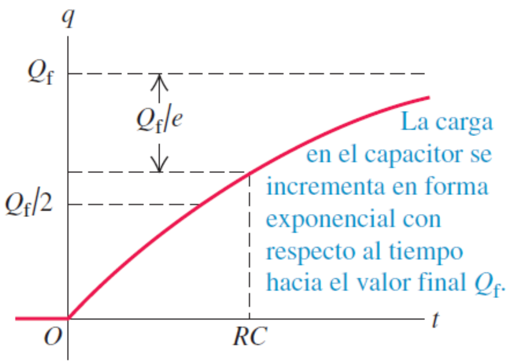
$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC} \tag{11}$$

Funciones de carga del capacitor

a) Gráfica de la corriente contra el tiempo para un capacitor en proceso de carga



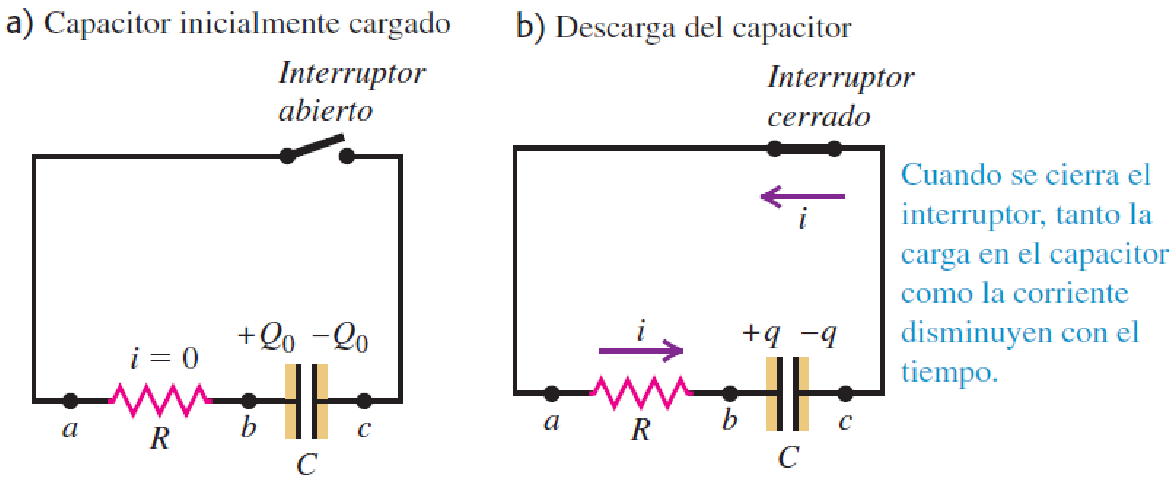
b) Gráfica de la carga de un capacitor contra el tiempo para un capacitor en proceso de carga



El valor de RC es una medida de la rapidez con que se carga el capacitor. Llamamos $\tau = RC$ constante de tiempo, o tiempo de relajación del circuito. si R está medida en Ω y C en F entonces τ está en segundos.

En el sentido estricto, la corriente llega asintóticamente a cero, pero luego de un tiempo del orden de $10RC$ la corriente ha bajado a $0{,}000045$ de su valor inicial.

Descarga del capacitor



Un capacitor cargado inicialmente, circuito ahora sin fuente. Se unen los puntos a con c. El capacitor se descarga a través de la resistencia hasta que q llegue a cero.

$$i(t) = -\frac{q(t)}{RC} \qquad \text{a tiempo 0} \qquad I_0 = -\frac{Q_0}{RC} \tag{12}$$

$$\int_{Q_0}^{q} \frac{dq'}{q'} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt' \tag{13}$$

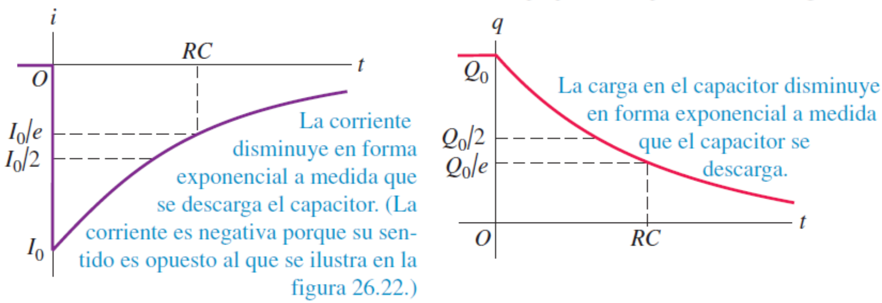
$$ln\frac{q}{Q_0} = -\frac{t}{RC} \qquad \Rightarrow q(t) = Q_0 e^{-t/RC} \tag{14}$$

$$i(t) = -\frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC} \tag{15}$$

Curvas de descarga del capacitor

a) Gráfica de la corriente contra el tiempo para un capacitor en descarga

b) Gráfica de la carga del capacitor contra el tiempo para un capacitor en descarga



Consideraciones energéticas

Cuando hacemos la operación de carga del capacitor. la tasa instantánea a la que la batería entrega energía al circuito es $P = \mathcal{E}i$. En la resistencia la energía se disipa como i^2R mientras que en el capacitor se almacenan $P = iv_{bc} = iq/C$. Multiplicando por i la ecuación de Kirchhoff para las espiras durante la carga obtenemos para la potencia entregada:

$$\underbrace{\mathcal{E}i}_{\text{entregada por la fuente}} = \underbrace{i^2R}_{\text{disipada en } R} + \underbrace{\frac{iq}{C}}_{\text{almacenada en } C}$$

La energía total suministrada por la batería es igual a la fem por la carga total, $\mathcal{E}Q_f$. Ya vimos que la energía almacenada en un capacitor cargado es $Q_f\mathcal{E}/2$. Esto significa que la otra mitad de la energía suministrada por la batería se disipó en la resistencia.

Se almacena la mitad de la energía y se disipa la otra mitad, independientemente de los valores de C, R o $\mathcal{E}$.