Dinámica

Las leyes de Newton

Primera Ley

“Si la fuerza neta sobre un cuerpo es cero entonces su movimiento no puede cambiar.”

No poder cambiar significa que debe seguir moviéndose con la misma velocidad que tenía.

Neta significa la resultante de la suma vectorial de todas las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo.

Experimentalmente se observa que si aplico dos fuerzas al mismo tiempo en un punto A de un cuerpo, el efecto que tienen es el mismo que si se aplica una sola fuerza igual a la resultante de ambas. Esto nos habilita a pensar las fuerzas como suma de sus componentes.

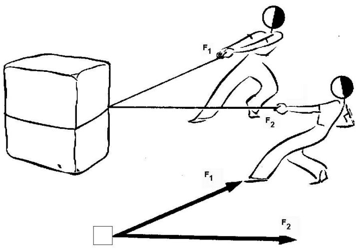


Figura 1: El efecto de aplicar dos fuerzas es igual al de aplicar su resultante

En los contactos hay fuerzas normales que se ejercen los cuerpos (por ahora no hablamos de los rozamientos, que son la parte paralela de la fuerza en los contactos).

La suma de la Fuerza peso y la normal dan cero, y se cumple la primera ley. El objeto se queda quieto donde lo coloqué. A esto le llamamos equilibrio. (por ahora, que estamos trabajanado con objetos puntuales y no hablamos de rotaciones).

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Leftrightarrow equilibrio$$

Pero equilibrio no implica que el cuerpo esté quieto!! Sólo que debe seguir viajando a velocidad constante, la misma que tenía inicialmente.

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{V} = \text{constante}$$

Sistema de referencia Inercial

Es aquel donde se cumplen las leyes de Newton.

Son sistemas de referencia no acelerados.

¿ Por qué se estampa contra el parabrisas un pasajero sin cinturón de seguridad?

¿Por qué cuando el auto gira los chicos juegan a abollarse todos contra una ventanilla? figura 2.

No hay sistemas de referencia inerciales preferenciales.

Si un sistema de referencia es inercial, todo otro sistema que se mueva a velocidad constante respecto de él también lo es.

¿Por qué cuando el auto gira los chicos juegan a abollarse todos contra una ventanilla?

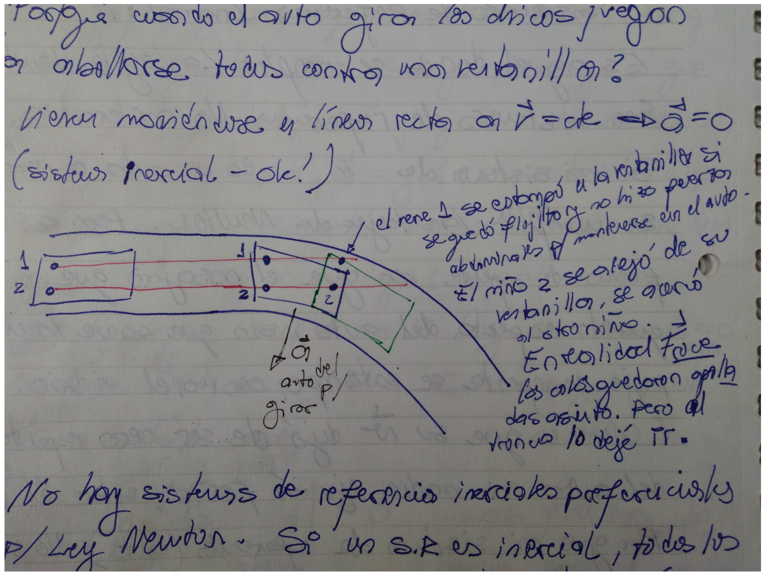


Figura 2: Los chicos se empujan contra la ventanilla.

Segunda Ley:

"Cuando hay una fuerza neta aplicada sobre un cuerpo, éste se acelera"

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$

La constante de proporcionalidad entre la fuerza y la aceleración es la masa.

Es una medida de la inercia, cuanto mayor la masa, más se resiste ese cuerpo a cambiar su estado de movimiento.

Las unidades para la masa por ejemplo Kilogramo.

Las unidades de fuerza deben coincidir con unidades de masa por aceleración.

$$[\Sigma\vec{F}] = [m][\vec{a}] \rightarrow \mathrm{N} = \frac{\mathrm{kg.m}}{\mathrm{sg}^2}$$

Definimos así el Newton, N.

Si un cuerpo cae hacia el piso sabemos que lo aceleró la atracción gravitatoria que la tierra ejerce sobre él. La llamamos la fuerza peso. Un cuerpo de 1kg de masa tiene un peso $\vec{P} = 1 * 9,8$N. ¿Cómo es esto?

Campo de Fuerza gravitatorio

El campo gravitatorio se manifiesta en la vida diaria como el peso de los cuerpos.

La idea del campo gravitatorio es algo que existe alrededor de todo cuerpo con masa y hace que otras masas en su presencia se sientan atraídas hacia la masa que produjo el campo. Ese campo se debilita con la distancia al cuadrado y además es proporcional a la masa.

La masa terrestre 10^{25}kg.

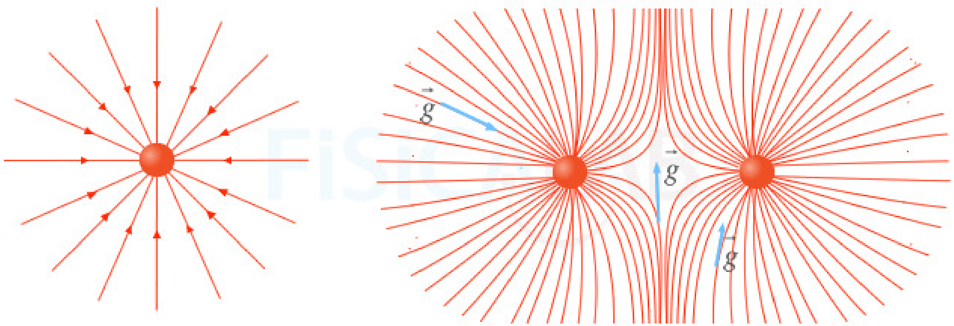


Figura 3: Lineas de campo gravitatorio. La cantidad de líneas por unidad de superficie es un indicativo de la intensidad del campo en cada punto.

La ley de gravitación universal establece que existe un fuerza inherente a la materia y que entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2, cuyos centros están a distancia $d_{1,2}$ la fuerza será:

$$F_{1,2} = G\frac{m_1 m_2}{d_{1,2}^2}$$

donde $G = 6{,}67 10^{-11}$ Nm^2/kg^2 es la constante de gravitación universal.

Si pensamos en esta fuerza ejercida por el planeta tierra sobre el borrador, de masa m_2 usando la segunda ley de Newton:

$$\frac{F_{1,2}}{m_2} = a = g = \frac{Gm_1}{d_{1,2}^2}$$

Si m_1 es la masa terrestre y $d_{1,2}$ el radio terrestre, resulta la aceleración de la gravedad, g. En la superficie terrestre, $M = 6\ 10^{24}$ kg, $R = 6370$ km, y $g = 9{,}81$ N/kg.

Si nos alejamos de la superficie terrestre, la gravedad cambia, ya que depende de la distancia a su centro. A la distancia de un satélite orbitando alrededor del planeta, 600 km encima de la superficie, está fuera de la atmósfera y varía apenas el 10 % la distancia, en este caso

$$g = G\frac{M_T}{(1{,}1R)^2} \approx 8{,}1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

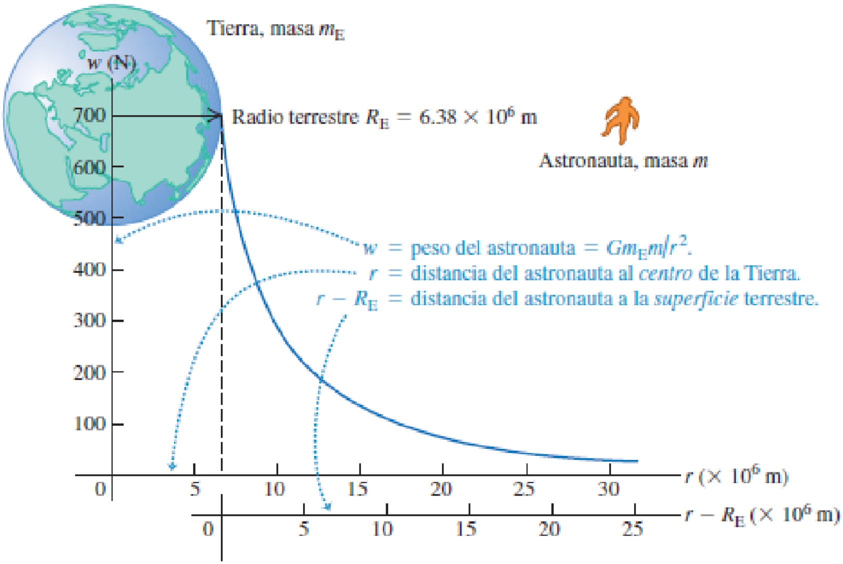


Figura 4: Decaimiento del campo gravitatorio terrestre con la distancia.

Tercera Ley

“Acción y Reacción: Las fuerzas son resultado de interacciones y vienen de a pares”

La 3ra ley establece que las fuerzas que los cuerpos se ejercen mutuamente, son iguales en magnitud y dirección pero en sentido opuesto. Acción y Reacción:

$$\vec{F}_{a,b} = -\vec{F}_{b,a}$$

Las dos fuerzas de un par acción - reacción actúan sobre diferentes cuerpos.

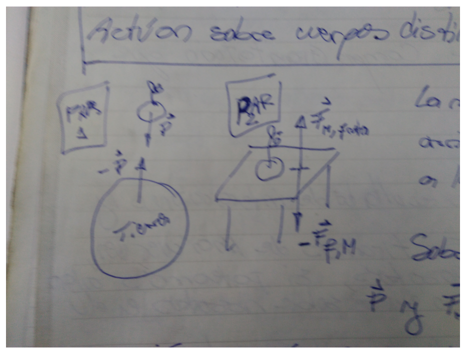


Figura 5: Identificando los pares acción-reacción.

Diagrama de cuerpo libre

Al identificar un cuerpo del que queremos describir su movimiento debemos considerar todas las fuerzas que actúan sobre él. No las que él ejerce sobre otros cuerpos.

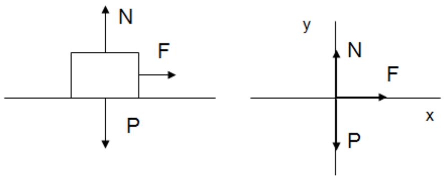


Figura 6: Diagrama de cuerpo libre de un cuerpo acelerado.

En la figura (6) la resultante es una fuerza en dirección del eje x. El cuerpo está acelerado

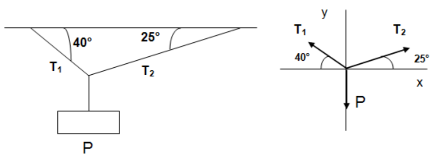


Figura 7: Diagrama de cuerpo libre de un cuerpo en equilibrio.

En la figura (7) la resultante es nula. El cuerpo está en equilibrio.

No siempre es conveniente descomponer en un eje horizontal y otro vertical. Veamos el caso de un cuerpo que es arrastrado por una rampa inclinada un ángulo θ sobre la horizontal.

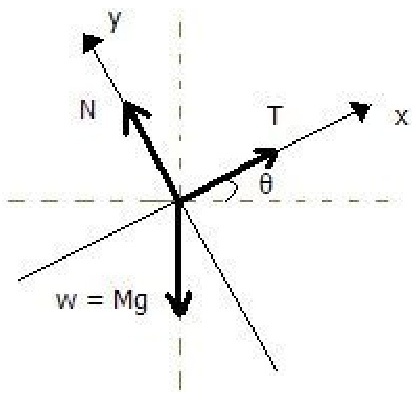


Figura 8: Diagrama de cuerpo libre en un plano inclinado.

El movimiento será en la dirección de la rampa, mientras en la dirección perpendicular sabemos que el cuerpo no saldrá volando ni se hundirá en la rampa.

El objetivo del diagrama de cuerpo libre es poder plantear Newton, $Fuerza = Masa*aceleracion$, y resolver el problema del movimiento del cuerpo.

Fuerzas de rozamiento

El rozamiento existe en el contacto entre dos cuerpos. Al pretender deslizar un cuerpo sobre otro, éstos se ejercen mutuamente una fuerza de fricción que se opone al movimiento.

La intensidad de esa fuerza depende de diferentes factores.

Si hay deslizamiento de un cuerpo sobre el otro hay roce dinámico que vale:

$$f_r = \mu_d N$$

Un caso diferente es la fuerza de rozamiento estático. Éste aparece cuando los cuerpos no están deslizando uno sobre el otro, sino que estoy haciendo fuerzas para intentar comenzar el movimiento. El rozamiento estático aparece oponiéndose a la fuerza que intenta comenzar el desplazamiento entre ellos, cancelándola para lograr el equilibrio y evitar el desplazamiento.

Pero no puede aumentar indefinidamente. El valor máximo que puede alcanzar la fuerza de roce estático oponiéndose vale $f_e = \mu_e N$, donde μ_e es otro coeficiente de rozamiento estático, mayor al valor del μ_d y característico de los materiales en contacto.

Algunos ejemplos de valores de coeficientes de rozamiento:

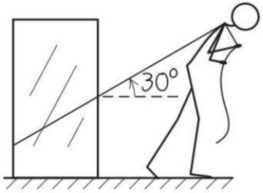
Cuadro 1: Coeficientes de rozamiento

materiales	μ_e	μ_d
acero-acero	0.74	0.57
vidrio-vidrio	0.94	0.40
hule-concreto	1.0	0.8
madera-madera	0.5	0.3
esquí-nieve	0.1	0.05

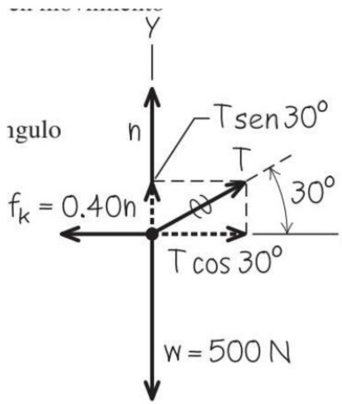
Otra cosa a considerar es que dado que la fuerza de rozamiento depende de la fuerza normal (que tán apretados están los cuerpos uno sobre el otro), podemos disminuír la fuerza de rozamiento disminuyendo el valor de la normal.

Algunos problemas resueltos

Problema 1: Un mueble de peso igual a 500 N es tirado por una cuerda que hace una fuerza inclinada 30º sobre la horizontal. Como resultado de ello, el mueble se desplaza a velocidad constante. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento dinámico es $\mu_d = 0{,}4$, calcule cuál es la fuerza que hace la cuerda. ¿Cuánto vale la normal del piso? ¿Es más fácil que tirar horizontalmente? ¿cuál sería el ángulo óptimo para tirar?



La información de que el cuerpo se mueve a velocidad constante me permite decir que el cuerpo está en equilibrio, la suma de las fuerzas debe ser cero!.



$$\Sigma F_x = T\cos 30 - \mu n = 0 \rightarrow T\frac{\sqrt{3}}{2} = \mu n$$

$$\Sigma F_y = T\sin 30 + n - P = 0 \rightarrow n = P - T\sin 30$$

Combinando ambas ecuaciones se extrae:

$$T_{30} = 188\text{N} \qquad n = 406\text{N} < P$$

Si se resuelve el problema tirando horizontalmente, es decir con $\theta = 0$, los resultados son:

$$T_0 = 200\text{N} \qquad n = P$$

Es decir que al tirar inclinado y disminuir la normal logramos también disminuir el roce y necesitamos hacer menos fuerza tirando de la cuerda cuando lo hacemos a 30º.

Para encontrar la inclinación óptima, debemos encontrar el ángulo para el cual el valor de la tension es mínimo. Es decir, calcular la tensión en función de un ángulo arbitrario θ y minimizar, igualando a cero la derivada.

$$T(\theta) = \frac{\mu P}{\cos\theta + \mu\sin\theta}$$

$$T'(\theta) = \frac{-\mu P}{(\cos\theta + \mu\sin\theta)^2}(-\sin\theta + \mu\cos\theta) = 0 \Rightarrow \mu cos\theta = \sin\theta \rightarrow \theta = \arctan\mu$$

$$\theta = \arctan 0{,}4 = 21{,}8$$

Problema 2:

Peso aparente en un elevador. Un elevador con su carga tienen 800 kg y originalmente está bajando a 10 m/s. Se lo frena con aceleración constante y en 25 m se detiene.

a) Calcule la Tensión en el cable mientras se detiene.

b)Una mujer de 50 kg dentro del ascensor se para sobre una báscula ¿Qué marca la báscula? ¿Qué marcaría si el ascensor estuviera acelerado hacia abajo con una aceleración de 2 m/s^2 ?

Con la información de que se detiene en 25m podemos calcular:

$$y - y_0 = \frac{1}{2}at^2 - 10t \rightarrow -25 = t(\frac{a}{2}t - 10)$$
$$v = at - 10 \rightarrow 0 = at - 10$$
$$t = 5 \qquad a = 2$$
$$T - mg = ma \Rightarrow T = m(g + 2)$$

El cable hace más fuerza que el peso del ascensor!

Ahora, sobre el peso aparente de la mujer:

La balanza va a mostrar la fuerza que tiene que hacer para soportar a la mujer. Esto es, la Normal de la balanza sobre la mujer.

Como el peso de la mujer es $P = 50g = 490$ N y ahora sabemos que está acelerada hacia arriba con $a = 2$ m/s^2, podemos escribir:

$$N - P = ma \Rightarrow N = P + ma \Rightarrow N = 590\text{N}$$

Si, en cambio, la aceleración es de -2 m/s^2, resulta:

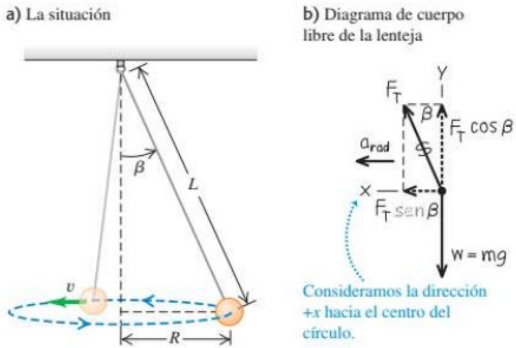
$$N - P = ma \Rightarrow N = 490 + 50 * (-2) \Rightarrow N = 390\text{N}$$

La balanza no hace la misma fuerza para soportar a la mujer. Al subir debe hacer más fuerza que el peso para lograr acelerarla hacia arriba.

Al bajar, debe hacer menos fuerza, para que el peso gane la pulseada y se acelere hacia abajo.

Problema 3:

Una masa m, cuelga de un alambre de longitud L y describe un cono de ángulo β. La masa describe un círculo a velocidad constante v. Calcule la fuerza del alambre y el período en función del ángulo β.



La tensión en el eje x es responsable de la aceleración centrípeta en el plano del círculo.

¿Por qué no se cae en línea recta hacia el centro? porque hay un movimiento en 2D con velocidad inicial distinta de cero y aceleración centrípeta. Un movimiento circular.

$$F\cos\beta - mg = 0 \Rightarrow F = \frac{mg}{\cos\beta}$$

$$F\sin\beta = ma_c \Rightarrow a_c = g\tan\beta$$

como tengo un movimiento circular de radio $R = L\sin\beta$ con velocidad v:

$$v^2 = a_c R \Rightarrow v = \sqrt{L\sin\beta g\tan\beta}$$

Para calcular cuánto tardo en dar una vuelta de longitud $2\pi R = vT$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\beta}{g}}$$

Fuerza de un resorte. Ley de Hooke

simulador ley de Hooke

Un resorte está constrído con cierta longitud inicial dada por las espiras que tenga.

Su dureza dependerá del material y las espiras.

Lo caracterizamos con una constante k y con su longitud natural l_0

¿Cómo hace fuerza un resorte? Cuando colgamos un objeto de un resorte observamos que éste se estira y el objeto colgado queda en una posición de equilibrio más abajo que donde terminaba inicialmente el resorte sin el objeto. Si cambiamos el objeto por otro más pesado el punto de equilibrio se desplaza más abajo. Haciendo un estudio sistemático de los estiramientos del resorte según los pesos que se le cargan, podemos encontrar la relación

$$\vec{F} = -k\vec{\Delta x}$$

donde $\vec{\Delta x}$ es el apartamiento del resorte respecto de su longitud natural, $\vec{\Delta x} = \vec{x} - \vec{l_0}$.

Encontramos entonces, que un resorte no hace una fuerza fija, sino que cambia según el estiramiento o compresión respecto de su longitud natural.

El signo menos significa que el resorte intenta volver a su longitud natural.

Resortes en paralelo

Consideremos ahora el caso de los resortes de la figura 9, colocados en paralelos, a los que les aplicamos una fuerza F. Lo que ocurre en este caso es que todos los estiramientos son iguales, pero no las fuerzas que hace cada resorte. Si cada resorte tiene una deformación δ, la fuerza de cada uno será:

$$F_1 = k_1\delta \qquad F_2 = k_2\delta \qquad \ldots \qquad F_n = k_n\delta$$

Para este caso, la fuerza total F debe ser contrarrestada por la suma de las fuerzas de los resortes en paralelo, lo cual sale haciendo el diagrama de cuerpo libre de la placa desde donde tiramos con F. Si queremos pensar un único resorte equivalente al cual aplicándole esa fuerza resulte en el estiramiento δ, ¿cuál sería su constante equivalente k_e? Debe valer $F = k_e\delta$

$$k_e = \frac{F}{\delta} = \frac{\delta[k_1 + k_2 + ... + k_n]}{\delta} = k_1 + k_2 + ... + k_n$$

Es decir que el resorte equivalente tiene una constate mayor a todas las de los resortes puestos en paralelo, la suma de ellas. Hacemos un resorte más duro que cualquiera de los utilizados.

Esquema de la configuración en paralelo

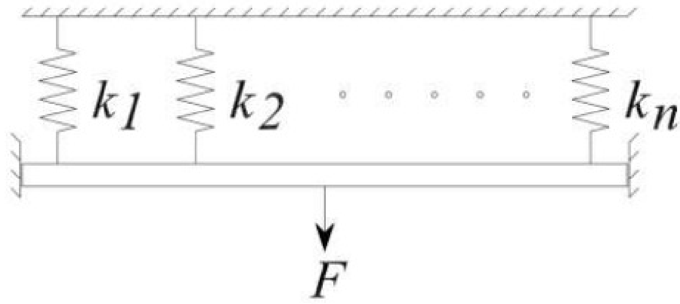


Figura 9: resortes en paralelo

Resortes en serie

Si realizamos un diagrama de cuerpo libre para cada uno de los resortes colocados en serie de la figura 10 y pedimos equilibrio, obtenemos que la fuerza aplicada a cada uno de los resortes es la misma F que vemos aplicada sobre el último de los resortes. Mientra que el estiramiento de cada uno es diferente:

$$\delta_1 = \frac{F}{k_1} \qquad \delta_2 = \frac{F}{k_2} \qquad ... \qquad \delta_n = \frac{F}{k_n}$$

Si pensamos en colocar un único resorte equivalente al cual le aplicáramos la fuerza F y obtuviéramos el mismo estiramiento total $\delta_T = \Sigma_{i=1}^{i=n} \delta_i \Rightarrow$

$$\delta_T = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} + ... \frac{F}{k_n} = F \left[\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + ... + \frac{1}{k_n} \right]$$

el resorte equivalente debe tener una constante dada por $k_e = F/\delta_T$:

$$\frac{1}{k_e} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + ... + \frac{1}{k_n}$$

Es decir que la inversa de la constante equivalente es la suma de las inversas de las constantes de cada resorte. El resorte equivalente tiene una constante k_e menor que la menor de las constantes k_i de los resortes utilizados. Hacemos un resorte más blando que cualquiera de los utilizados.

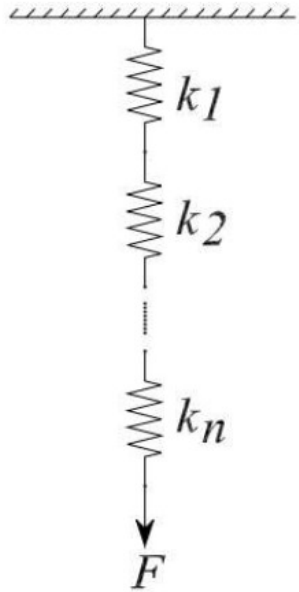


Figura 10: Resortes en serie