

Tercer Parcialito - M y S

Tomas Achaval Bortolo
45085746 A

Se quiere estimar mediante un intervalo de confianza del 95% el valor de la siguiente integral

$$\int_0^1 \frac{\log(x)}{1+x} dx$$

Utilizando el método de Monte Carlo

En el paso $n=149$, se obtienen los siguientes valores:

$$\bar{X}(149) = -1.019$$

$$S^2(149) = 1.306$$

Posteriormente, en el paso $n=150$, se genera el siguiente valor para la variable uniforme

$$U = 0.365$$

a) Calcular $S^2(150)$

b) Usar este valor para calcular la longitud del intervalo de confianza del 95%.

RTA:

a) Para calcular $S^2(150)$, debemos conocer $\bar{X}(150)$ y para ello necesitamos el valor de

$$X_{150} = \frac{\log(U)}{1+U} = \frac{\log(0.365)}{1.365} = -0.73836$$

Luego

$$\bar{X}(150) = \bar{X}(149) + \frac{X_{150} - \bar{X}(149)}{150} = -1.019 + \frac{-0.73836 + 1.019}{150} \approx -1.01713$$

y así

$$\begin{aligned} S^2(150) &= \left(1 - \frac{1}{149}\right) S^2(149) + (150) (\bar{X}(150) - \bar{X}(149))^2 \\ &= \frac{148}{149} \times 1.306 + 150 (-1.01713 + 1.019)^2 \approx 1.29776 \end{aligned}$$

b) La longitud del intervalo de confianza del 95% está dada por $\alpha=0.05$, $\alpha/2=0.025$

$$2 \cdot z_{0.025} \cdot \sqrt{\frac{S^2(150)}{150}} = 2 \cdot 1.96 \cdot \sqrt{\frac{1.29776}{150}} \approx 0.3646$$