Primer Parcialito

Una tienda deportiva online estima que las órdenes de camisetas llegan de acuerdo a un proceso de Poisson homogéneo $N_c(t)$ con intensidad de 3 por hora y las órdenes de botines llegan con un proceso de Poisson homogéneo $N_b(t)$ con intensidad de 2 por hora. Además, el personal de la tienda sabe que ambos procesos son independientes.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en 2 horas se hayan hecho exactamente 10 órdenes?

b) Sabiendo que en 1 hora llegaron 7 órdenes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 3 hayan sido de botines?

$\lambda_c = 3$, $\lambda_b = 2$

a) SEA $N(t) = N_c(t) + N_b(t)$. ENTONCES $N(t)$ ES UN PROCESO DE POISSON HOMOGÉNEO CON TASA $\lambda = \lambda_c + \lambda_b = 5$ ÓRDENES POR HORA.

$$P(10 \text{ ÓRDENES EN 2 HORAS}) = P(N(2)=10) = e^{-2\cdot 5} \cdot \frac{(2\cdot 5)^{10}}{10!} \sim \boxed{0{,}125}$$

b) SEA $N(t)$ EL PROCESO DEFINIDO EN (a). LUEGO BUSCAMOS

$$P(N_b(1) \geq 3 \mid N(1)=7) = 1 - P(N_b(1) \leq 2 \mid N(1)=7)$$

$$= 1 - \frac{P(N_b(1) \leq 2, N(1)=7)}{P(N(1)=7)}$$

$$= 1 - \left(\frac{P(N_b(1)=0, N(1)=7) + P(N_b(1)=1, N(1)=7) + P(N_b(1)=2, N(1)=7)}{P(N(1)=7)} \right)$$

CAMBIO LOS EVENTOS DE LA INTERSECCIÓN POR EVENTOS EQUIVALENTES E INDEPENDIENTES.

$$= 1 - \left(\frac{P(N_b(1)=0, N_c(1)=7) + P(N_b(1)=1, N_c(1)=6) + P(N_b(1)=2, N_c(1)=5)}{P(N(1)=7)} \right)$$

$$= 1 - \left[\frac{e^{-2}\frac{(2)^0}{0!} \cdot e^{-3}\frac{3^7}{7!} + e^{-2}\frac{(2)^1}{1!} \cdot e^{-3} \cdot \frac{3^6}{6!} + e^{-2}\frac{(2)^2}{2!} \cdot e^{-3}\frac{3^5}{5!}}{\left(e^{-5} \cdot \frac{5^7}{7!}\right)} \right]$$

$$= 1 - \frac{\cancel{e^{-5}}\left(\frac{3^7}{7!} + 2\cdot\frac{3^6}{6!} + 2\cdot\frac{3^5}{5!}\right)}{\cancel{e^{-5}}\left(\frac{5^7}{7!}\right)} \sim \boxed{0{,}58}$$