HOJA 7

12/04/2022 MATEMÁTICA DISCRETA

TOMÁS ACUÑA - COM 2
45085716

EJERCICIO 1. A)

$$\begin{cases} a_1 = -3 \\ a_2 = 2 \\ a_n = 5a_{n-1} - 2a_{n-2}, \text{ PARA } n \geq 3 \end{cases}$$

- CALCULAR a_3, a_4, a_5, a_6

$a_3 = 5a_{3-1} - 2a_{3-2}$
$= 5a_2 - 2a_1$
$= 5.2 - 2.-3$
$= 10 + 6$
$= \boxed{16}$

$a_4 = 5a_{4-1} - 2a_{4-2}$
$= 5a_3 - 2a_2$
$= 5.16 - 2.2$
$= 80 - 4$
$= \boxed{76}$

$a_5 = 5a_{5-1} - 2a_{5-2}$
$= 5a_4 - 2a_3$
$= 5.76 - 2.16$
$= 380 - 32$
$= \boxed{348}$

$a_6 = 5a_{6-1} - 2a_{6-2}$
$= 5a_5 - 2a_4$
$= 5.348 - 2.76$
$= 1740 - 152$
$= 1600 - 12$
$= \boxed{1588}$

AUX: $5.348 = 1500 + 200 + 40 = 1740$

EJERCICIO 1. B)

$$\prod_{i=2}^{4} (i+1)(i-1) = \overbrace{(2+1)(2-1)}^{i=2}\overbrace{(3+1)(3-1)}^{i=3}\overbrace{(4+1)(4-1)}^{i=4}$$
$= 3.1.4.2.5.3$
$= 12.10.3$
$= 120.3$
$= \boxed{360}$

no usa def. recursiva

EJERCICIO N°2 a_n, $n \in \mathbb{N}_0$

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = 6 \\ a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2}, \text{ PARA } n \geq 2 \end{cases}$$

- PROBAR QUE $a_n = -2 \cdot 3^n + 3 \cdot 4^n$, PARA TODO $n \in \mathbb{N}_0$

- VEAMOS LOS CASOS BASE: $n=0 \rightarrow a_0 = -2 \cdot 3^0 + 3 \cdot 4^0 = -2+3 = 1$ ✓ es V

$n=1 \rightarrow a_1 = -2 \cdot 3^1 + 3 \cdot 4^1 = -6 + 12 = 6$ ✓ es V

- PLANTEO MI HIPÓTESIS INDUCTIVA: $a_k = -2 \cdot 3^k + 3 \cdot 4^k$, PARA TODO $0 \leq k \leq h$ y $h \geq 2$ Y ASUMO QUE LA MISMA ES VERDADERA.

- AHORA DEMUESTRO POR INDUCCIÓN COMPLETA QUE $a_{h+1} \stackrel{?}{=} -2 \cdot 3^{h+1} + 3 \cdot 4^{h+1}$

$\stackrel{*}{=} -2 \cdot 3^{h+1} + 3 \cdot 4^{h+1}$ → *MÁS PROLIJO

- POR SU DEFINICIÓN RECURSIVA:

$$\begin{aligned}
a_{k+1} &= 7 \cdot a_{h+1-1} - 12 \cdot a_{h+1-2} \\
&= 7 \cdot a_h - 12 \cdot a_{h-1} \\
\text{POR HI} \quad &= 7 \cdot (-2 \cdot 3^h + 3 \cdot 4^h) - 12 \cdot (-2 \cdot 3^{h-1} + 3 \cdot 4^{h-1}) \\
\text{DISTRIBUYO} \quad &= 7 \cdot (-2) \cdot 3^h + 7 \cdot 3 \cdot 4^h - 12 \cdot (-2) \cdot 3^{h-1} - 12 \cdot 3 \cdot 4^{h-1} \\
\text{IGUALO EXPONENTES} \quad &= 7 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot 3^{h-1} + 7 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4^{h-1} + 24 \cdot 3^{h-1} - 36 \cdot 4^{h-1} \\
\text{REDUZCO} \quad &= -42 \cdot 3^{h-1} + 84 \cdot 4^{h-1} + 24 \cdot 3^{h-1} - 36 \cdot 4^{h-1} \\
\text{REDUZCO + Y -} \quad &= (-42+24) 3^{h-1} + (84-36) \cdot 4^{h-1} \\
&= -18 \cdot 3^{h-1} + 48 \cdot 4^{h-1} \qquad -18 = -2 \cdot 3^2 \text{ Y } 48 = 3 \cdot 4^2 \\
&= -2 \cdot 3^2 \cdot 3^{h-1} + 3 \cdot 4^2 \cdot 4^{h-1} \\
\text{SUMO EXPONENTES} \quad &= -2 \cdot 3^{h+1} + 3 \cdot 4^{h+1}
\end{aligned}$$

a_{h+1} ES V, POR LO TANTO TENEMOS QUE: $a_k, 0 \leq k \leq h \Rightarrow a_{h+1} = V$

LO CUAL NOS INDICA QUE a_n ES V PARA TODO $n \in \mathbb{N}_0$