ANÁLISIS NUMÉRICO I (LM-LMA) - ANÁLISIS NUMÉRIÇO (LC) PARCIAL 2

8 de Junio de 2023

Nombre y Apellido: Tomas ACHAUM BERTERO

Comisión: ① - 2 - 3 Carrera: LO - LM - LMA

| 1 | 2 | 3 | 4 | TOTAL | NOTA |
|------|------|-----|------|-------|------|
| 2.75 | ZIAS | 2.5 | 0,75 | 7-75 | B |
| | | | | 8,75 | 9 |

- En cada ejercicio JUSTIFIQUE CLARAMENTE sus respuestas.
- Enumere todas las hojas y escriba su nombre y apellido en cada una.

• Ejercicio 1

Sea $f(x) = \sin(x)$ en el intervalo $[0, \pi/2]$. Encontrar la mejor aproximación de f en el sentido de cuadrados mínimos por un polinomio de grado menor o igual que 1.

• Ejercicio 2

Encontrar una regla de cuadratura tal que $\int_0^1 f(t) dt \approx A_0 f(0) + A_1 f(1)$, de modo que resulte exacta para todas las funciones de la forma

$$f(x) = ae^x + b\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right), \quad a, b \in \mathbf{R}.$$

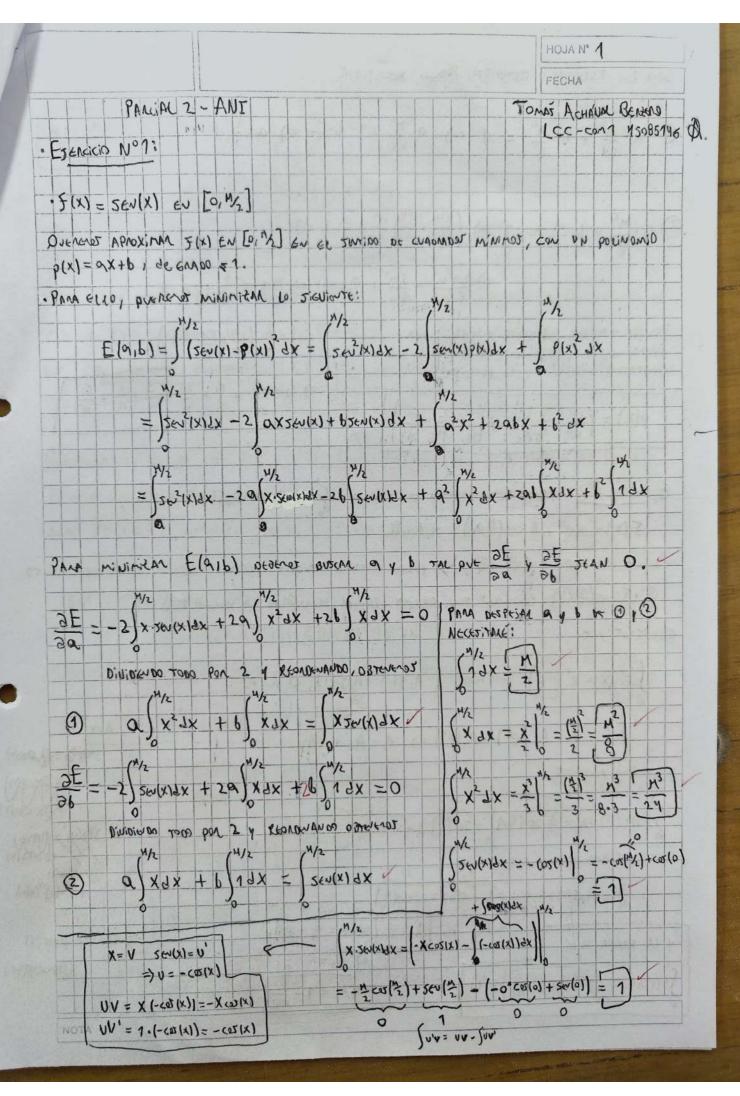
• Ejercicio 3

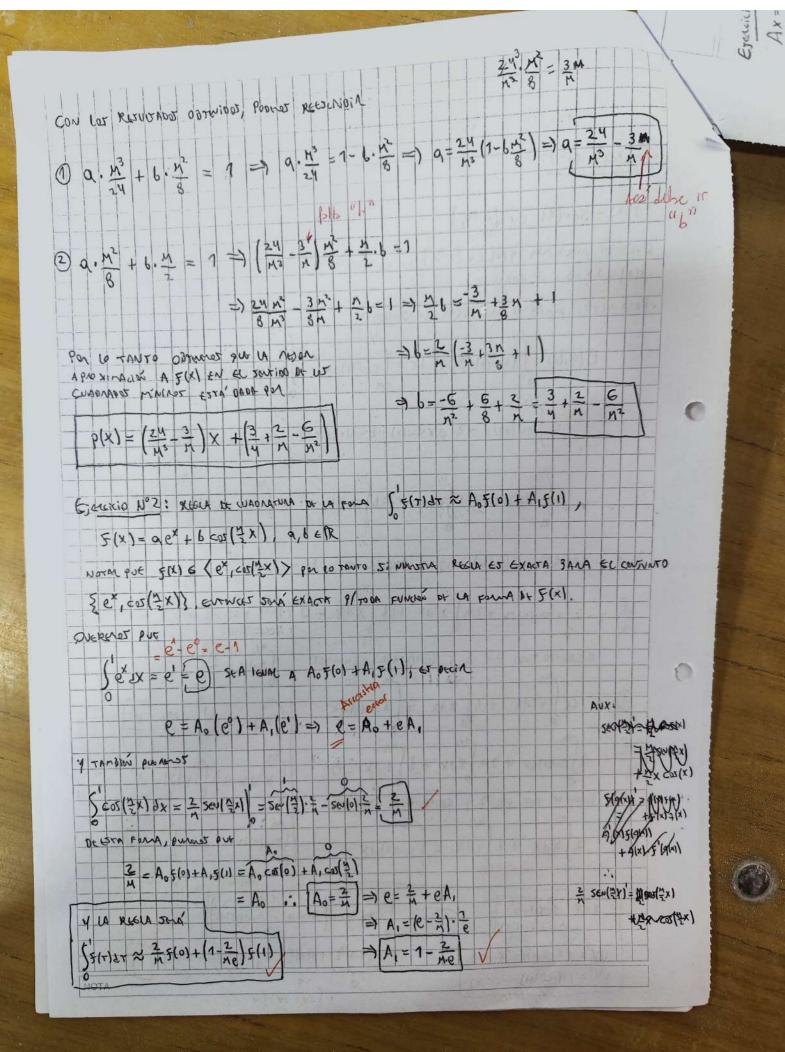
Considerar el sistema Ax = b, donde $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ y $b = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$.

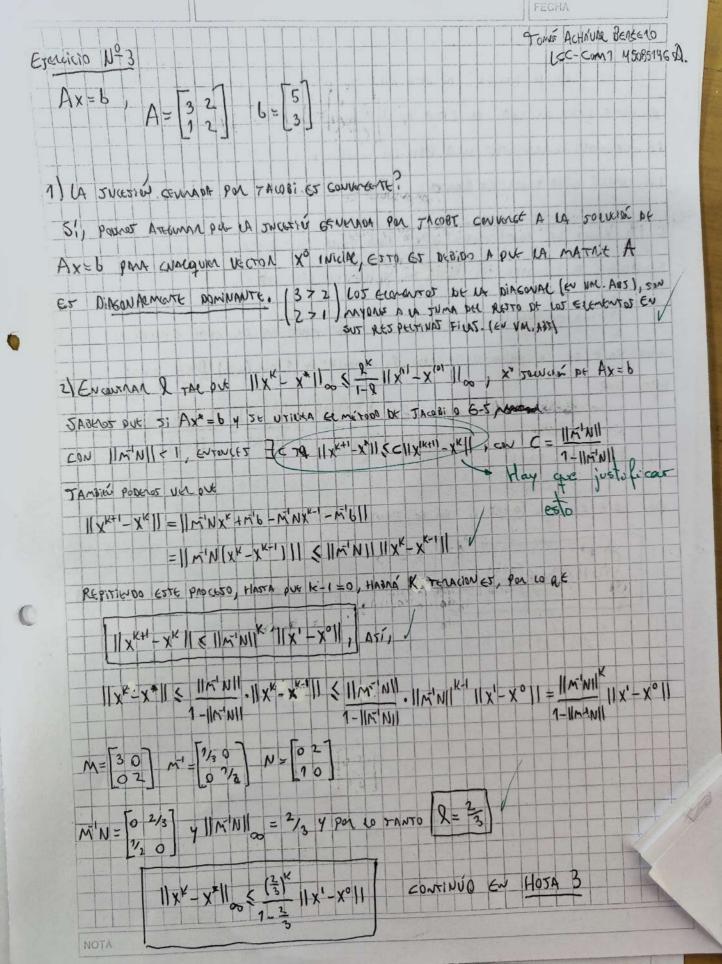
- 1. Determinar si la sucesión generada por el método de Jacobi es convergente justificando su respuesta.
- 2. Encontrar ℓ tal que $||x^{(k)} x^*||_{\infty} \leq \frac{\ell^k}{1-\ell} ||x^{(1)} x^{(0)}||_{\infty}$, donde x^* es solución del sistema.
- 3. Calcular el número de iteraciones k tal que $||x^{(k)} x^*||_{\infty} \le 10^{-5}$, donde $x^{(0)} = (0, 0)$.

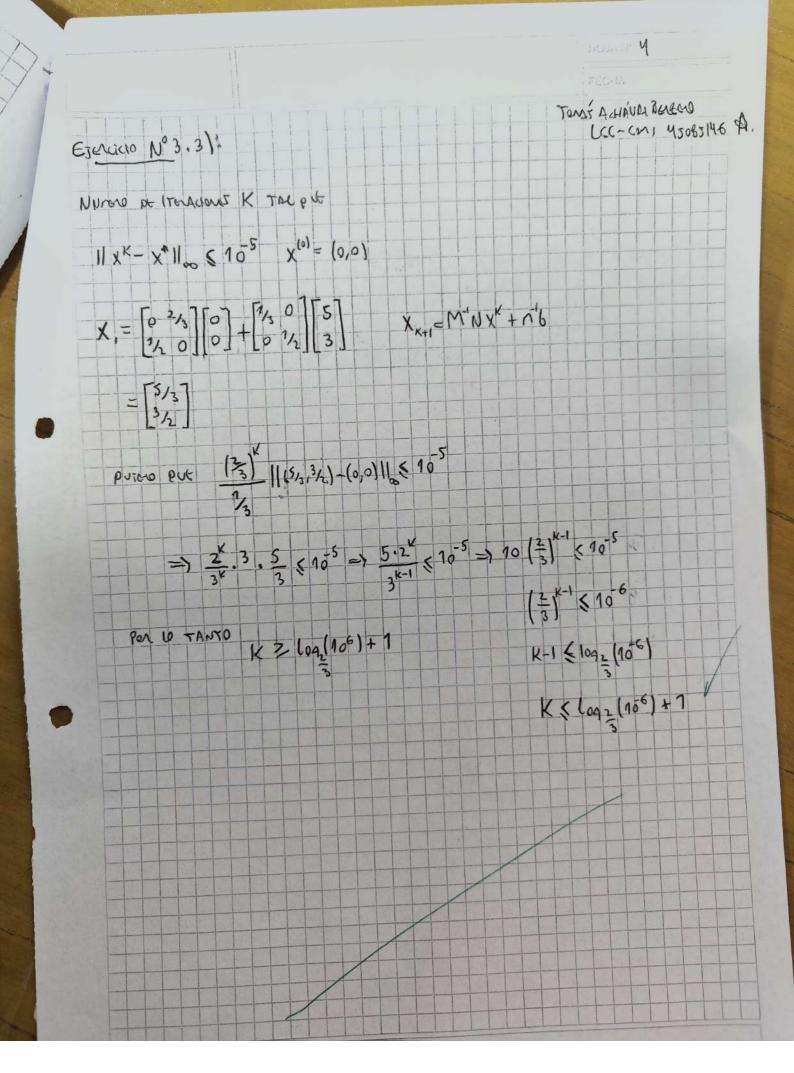
• Ejercicio 4

- 1. De la definición del grado de precisión de una regla de integración.
- 2. ¿Es la regla del punto medio una regla de integración gaussiana? Justifique su respuesta.









Ejercicio Nº 4: GUADO DE 1. DEFINICION DE PRECITION DE UNA REGLA DE INTEGNACION. DEF: EL GRADO DE PRECISIÓN DE UNA REGIA DE INTEGNA CIÓN ESTA DEUD POR EL GRADO DE polinomo HATTA EL CUAR EL EPRON DE LA REGLA ET O. MÁS CHICAR MENTE, ESTÁ DADO POR LA CANTIDAD DE ELEMENTOS DELA BASE DEL ESPACIO DE FUNCIONES QUE APPOXIMA LA REGIA, PAMA LOS CUALLS DICHA REGUA ES EXACTA. 2. LA RECLA DE PUNTO MEDIO 5'ES UNA REGIA DE INTEGNACIAL GAUSTIANA. LA MITMA St officet of mezonal in reservice be recogniculo plan per 5 (x) 2x ~ 5(a) (b-a), REEMPLAZANDO EL PUNTO EN EC CUAL EVALUAMOS 5, POL UNA RAIZ DE UN POLINOMIO DE GRADO 1, aNOGRAPE A 1 EN (a, b). DIETIO POLINOMIO ESTA $\overline{\Phi}_{1}(x) = x - B_{1}$, once $B_{1} = \int_{a}^{b} x \cdot 1 dx$ $(\frac{b}{b} - \frac{a^{2}}{b^{2}})/2 (\frac{b}{b} - \frac{a}{a})/2 = (\frac{b}{a} - \frac{a^{2}}{b^{2}})/2 = (\frac{b}{a}$ POR P0 40 , 2 (x)= X - (a+6) CON 9Ait EN X = (a+6) y POR LO TANTO LA FORMA SF(X) 1X ~ f (a+b) (6-a) Strá PRECISA HOSTA GAS DO 2 A+1 (1=0 =) 2 A+1 = 1)