Apellido y Nombre: ACHÁVAL BERZERO TOMÁS

Algoritmos y Estructuras de Datos I

Calificación: 10 (diez)

Primer Parcial – 26/9/2022

1. El parcial debe ser legible.
2. Cada ejercicio debe comenzarse en una hoja nueva (para facilitar la corrección).
3. Las páginas deben estar numeradas e indicar la cantidad total de páginas. (2 HOJAS ENTREGADAS)
4. En cada página debe constar tu apellido.
5. Revisá antes de entregar.
6. Sólo podés consultar los digestos oficiales.

1. Considerá la expresión $\langle \prod k, u : 3 < k < u \wedge u = -4 : (2 * k) \max (u + 3) \rangle$:

a. Aplicá eliminación de variable y explicá si se puede aplicar el axioma de **Rango Vacío** en la expresión obtenida. Si se puede, además expresá el resultado.

b. Expresá el conjunto de valores que satisfacen el rango.

2. Considerá la siguiente especificación informal: La función $f.xs$ debe decidir si todos los elementos de la lista xs son distintos.

a. Indicá el tipo de la función f.

b. Proponé una especificación formal para f.

c. Proponé una lista xs de al menos cuatro elementos tal que $f.xs = False$.

3. Considerá la siguiente especificación formal: $g.xs = \langle \exists as, bs, cs : xs = as +\!\!+ bs +\!\!+ cs : prod.bs < \#as \rangle$

a. Antes de derivar indicá la hipótesis inductiva.

b. Derivá el caso inductivo hasta llegar a la modularización. No derives el caso base. Tampoco es necesario que completes la derivación.

c. Indicá claramente la función modularizada dando su especificación y su tipo.

4. Considerá la siguiente especificación formal: $h.xs.ys = \#xs = \#ys \wedge \langle \forall i : 0 \leqslant i < \#xs : ys!i = i + (xs!i) \rangle$

a. Derivá el caso inductivo indicando claramente la HI antes de comenzar la derivación.

b. Indicá cuál es la función generalizada (h_gen) indicando su tipo y su especificación.

c. Definí h usando h_gen.

d. Derivá el caso inductivo de la función generalizada.

HOJA Nº 1

FECHA

AYED - PRIMER PARCIAL

EJERCICIO 1:

TOMÁS ACHÁVAL BERZERO
45085146 - COM 3

a) $\langle \Pi_{K,U} : 3 < K < U \wedge U = -4 : (2*K) \max (U+3) \rangle$

$= \{$ ELIMINACIÓN DE VARIABLE $U = -4 \}$

$\langle \Pi K : 3 < K < -4 : (2*K) \max (-4+3) \rangle$

$= \{$ SE PUEDE APLICAR RANGO VACÍO PUES K NO PUEDE SER MAYOR A 3 Y MENOR A -4 A LA VEZ $\}$

1

EL RESULTADO DE APLICAR RANGO VACÍO ES EL ELEMENTO NEUTRO DE LA PRODUCTORIA. (1)

b) AL TENER RANGO VACÍO, NINGÚN VALOR SATISFACE EL RANGO, PUES EL MISMO ES $\equiv$ FALSE.

EJERCICIO 2:

"LA FUNCIÓN S.XS DEBE DECIDIR SI TODOS LOS ELEMENTOS DE LA LISTA XS SON DISTINTOS".

a) $S : Eq\ a \Rightarrow [a] \rightarrow Bool$ (TOMA UNA LISTA DE ELEM. COMPARABLES CON = Y DEVUELVE UN BOOL".

b) $\langle \forall i : 0 \leq i < \#xs : \langle \forall j : 0 \leq j < \#xs \wedge j \neq i : xs!i \neq xs!j \rangle \rangle$

c) $[1,1,1,3]$. NOTEMOS QUE ES SUFICIENTE QUE EXISTA UN $i \neq j$ TAL QUE $xs!i = xs!j$ PARA QUE TODA LA ESPECIFICACIÓN SEA FALSA. EN LA LISTA QUE DI, POR EJEMPLO, $xs!0 = xs!2$, Y $0 \neq 2$ POR LO TANTO

$1 = 1$

$S.[1,1,1,3] = False$

EJERCICIO 3: a) HIPÓTESIS INDUCTIVA: $g.xs = \langle \exists as, bs, cs : xs = as ++ bs ++ cs : Prod.bs < \#as \rangle$

b) CASO INDUCTIVO $xs = y \triangleright ys$ $\quad g.(y \triangleright ys) = \{ESP\} = \langle \exists as, bs, cs : (y \triangleright ys) = as ++ bs ++ cs : prod.bs < \#as \rangle$

$= \{$ LÓGICA Y TERCERO EXCLUIDO $True = as = [] \vee as \neq [] \}$

$\langle \exists as, bs, cs : (as = [] \vee as \neq []) \wedge (y \triangleright ys) = as ++ bs ++ cs : prod.bs < \#as \rangle$

$= \{$ DISTRIBUTIVA $\wedge$ CON $\vee \}$

$\langle \exists as, bs, cs : (as = [] \wedge (y \triangleright ys) = as ++ bs ++ cs) \vee (as \neq [] \wedge (y \triangleright ys) = as ++ bs ++ cs : Prod.bs < \#as \rangle$

$= \{$ PARTICIÓN DE RANGO DISJUNTO $\}$

$\langle \exists as, bs, cs : as = [] \wedge (y \triangleright ys) = as ++ bs ++ cs : Prod.bs < \#as \rangle \vee \langle \exists as, bs, cs : as \neq [] \wedge (y \triangleright ys) = as ++ bs ++ cs : Prod.bs < \#as \rangle$

$= \{$ ELIMINACIÓN DE VARIABLE, LÓGICA Y DEF # $(\#[] = 0) \}$

$\langle \exists bs, cs : (y \triangleright ys) = bs ++ cs : Prod.bs < 0 \rangle \vee \ldots$

// MODULARIZACIÓN

NOTA

c) FUNCIÓN MODULARIZADA

$SMod.xs = \langle \exists bs, cs : xs = bs ++ cs : Prod.bs < 0 \rangle$ (NOTAR QUE EN MI DERIVACIÓN LLEGUÉ A SMod (y▷ys))

TIPO SMod : [Num] → Bool

B2

EJERCICIO 4: $h.xs.ys = (\#xs = \#ys) \wedge \langle \forall i : 0 \leq i < \#xs : ys!i = i + (xs!i) \rangle$

HIPÓTESIS INDUCTIVA.

a)

CASO INDUCTIVO $xs = (z \triangleright zs)$

$h.(z \triangleright zs) ys$

= {ESPECIFICACIÓN}

$(\#(z \triangleright zs) = \#ys) \wedge \langle \forall i : 0 \leq i < \#(z \triangleright zs) : ys!i = i + (z \triangleright zs)!i \rangle$

= { DEF. # }

$(1 + \#zs = \#ys) \wedge \langle \forall i : 0 \leq i < 1 + \#zs : ys!i = i + (z \triangleright zs)!i \rangle$

= { LÓGICA }

$(1 + \#zs = \#ys) \wedge \langle \forall i : i = 0 \vee 0 < i < 1 + \#zs : ys!i = i + (z \triangleright zs)!i \rangle$

= { PARTICIÓN DE RANGO DISJUNTO }

$(1 + \#zs = \#ys) \wedge \langle \forall i : i = 0 : ys!i = i + (z \triangleright zs)!i \rangle \wedge \langle \forall i : 0 < i < \#zs + 1 : ys!i = i + (z \triangleright zs)!i \rangle$

= { RANGO UNITARIO y $S.j = j+1$ }

$(1 + \#zs = \#ys) \wedge ys!0 = 0 + (z \triangleright zs)!0 \wedge \langle \forall j : 0 \leq j < \#zs : ys!(j+1) = j+1 + (z \triangleright zs)!(j+1) \rangle$

= { DEF ! } problemático

$(1 + \#zs = \#ys) \wedge ys!0 = z \wedge \langle \forall j : 0 \leq j < \#zs : ys!(j+1) = j+1 + zs!j \rangle$

= { NOTEMOS QUE SI $ys = [\,]$ ⇒ LA ESPECIFICACIÓN DA FALSE (LO CONTEMPLO COMO UN CASO BASE MÁS, Y CONTINÚO MI DERIVACIÓN POR INDUCCIÓN CON $ys = p \triangleright ps$ } APLICO DEF # A $ys = p \triangleright ps$)

ok

$(1 + \#zs = 1 + \#ps) \wedge (p \triangleright ps)!0 = z \wedge \langle \forall j : 0 \leq j < \#zs : (p \triangleright ps)!(j+1) = j+1 + zs!j \rangle$

= { DEF ! } Y ARITMÉTICA }

$\#zs = \#ps \wedge p = z \wedge \langle \forall j : 0 \leq j < \#zs : ps!j = j+1 + zs!j \rangle$

// FIN

NOTAR QUE NO PODRÉ LLEGAR A MI HI YA QUE ES IMPOSIBLE DESHACERSE DE ESE +1. ✓

b) $h\_gen : Int \to [Num] \to [Num] \to Bool$ ✓

$h\_gen.n.xs.ys = (\#xs = \#ys) \wedge \langle \forall i : 0 \leq i < \#xs : ys!i = i + n + (xs!i) \rangle$

c) $h.xs.ys = h\_gen.0.xs.ys$ → DEFINICIÓN DE h CON h_gen. ✓

NOTA

HOJA N° 2

FECHA

Y5085746

TOMÁS ACHÁVAL BERTERO.

d) Derivo h_gen por inducción en xs e ys

CASO INDUCTIVO $xs = z \triangleright zs$ y $ys = p \triangleright ps$

$h\_gen.n.(z \triangleright zs).(p \triangleright ps)$

$= \{\text{ESPECIFICACIÓN}\}$

$(\#(z \triangleright zs) = \#(p \triangleright ps)) \wedge \langle \forall i : 0 \leq i < \#(z \triangleright zs) : (p \triangleright ps)!i = i + n + (z \triangleright zs)!i \rangle$

$= \{\text{DEF } \#\}$

$(1 + \#zs = 1 + \#ps) \wedge \langle \forall i : 0 \leq i < \#zs + 1 : (p \triangleright ps)!i = i + n + (z \triangleright zs)!i \rangle$

$= \{\text{ARITMÉTICA Y LÓGICA}\}$

$(\#zs = \#ps) \wedge \langle \forall i : i = 0 \vee 0 < i < \#zs + 1 : (p \triangleright ps)!i = i + n + (z \triangleright zs)!i \rangle$

$= \{\text{PART. DE RANGO DISJUNTO}\}$

$(\#zs = \#ps) \wedge \langle \forall i : i = 0 : (p \triangleright ps)!i = i + n + (z \triangleright zs)!i \rangle \wedge \langle \forall i : 0 < i < \#zs + 1 : (p \triangleright ps)!i = i + n + (z \triangleright zs)!i \rangle$

$= \{\text{RANGO UNITARIO Y } f.j = j+1\}$

$(\#zs = \#ps) \wedge (p \triangleright ps)!0 = 0 + n + (z \triangleright zs)!0 \wedge \langle \forall j : 0 < j+1 < \#zs + 1 : (p \triangleright ps)!(j+1) = j + 1 + n + (z \triangleright zs)!(j+1) \rangle$

$= \{\text{DEF } ! \text{ Y LÓGICA}\}$

$(\#zs = \#ps) \wedge p = n + z \wedge \langle \forall j : 0 \leq j < \#zs : ps!j = j + n + 1 + zs!j \rangle$

$= \{\text{CONMUTATIVIDAD DE } \wedge\}$

$p = n + z \wedge \#zs = \#ps \wedge \langle \forall j : 0 \leq j < \#zs : ps!j = j + (n+1) + zs!j \rangle$

$= \{\text{HI CON } n = n+1\}$

$p = n + z \wedge h\_gen.(n+1).zs.ps$

// FIN DE LA DERIVACIÓN.

Obtuvimos

$h.xs.ys = h\_gen.0.xs.ys$

$h\_gen.n.(x \triangleright xs).(y \triangleright ys) = (y = x + n) \wedge h\_gen.(n+1).xs.ys$