10

100%

Matemática Discreta I

Parcial 5: junio 21, 2022
Tema 1

Nombre y apellido: TOMÁS ACHÁVAL

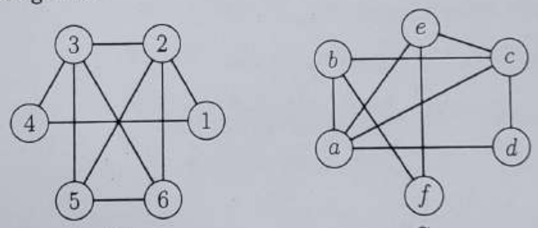
Correo UNC: TOMASACHAVAL@MI.UNC.EDU.AR

COMISIÓN: 2

Observación: La comisión debe ser tal como figura en Guaraní. En caso de no estar inscritos en Guaraní deben poner la comisión a la cual asisten.

Ejercicios:

(1) Sean los siguientes grafos:



G_1 G_2

5 (a) (5 %) Escribir la tabla de adyacencias de G_1.
5 (b) (5 %) ¿Es G_1 un grafo regular?
10 (c) (10 %) Dibujar los grafos complementarios de G_1 y G_2.
20 (d) (20 %) Probar que G_1 y G_2 no son isomorfos (puede ayudar usar el item (c)).
20 (e) (20 %) Dé un ciclo hamiltoniano en el grafo G_1.

40 (2) (40 %) Determinar si el grafo $G = (V, E)$ tiene caminatas o circuitos eulerianos, y en caso de que la respuesta sea positiva, encontrar una caminata o circuito euleriano.

$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

$E = \{\{1,2\}, \{1,12\}, \{2,7\}, \{3,4\}, \{3,7\}, \{4,5\}, \{4,6\}, \{4,7\}, \{5,6\},$
$\{7,8\}, \{8,9\}, \{9,10\}, \{9,11\}, \{9,12\}, \{10,11\}\}.$

COMISIÓN 2

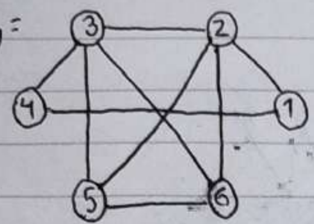
HOJA N°

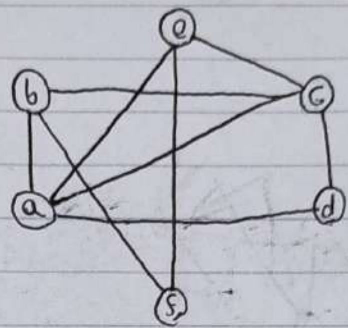
FECHA

MATEMÁTICA DISCRETA - PARCIAL 5

TOMÁS ACHÁVAL
45085146

EJERCICIO 1: SEAN

$G_1 =$


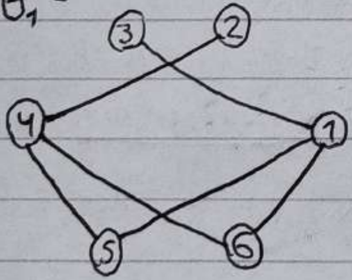
$G_2 =$


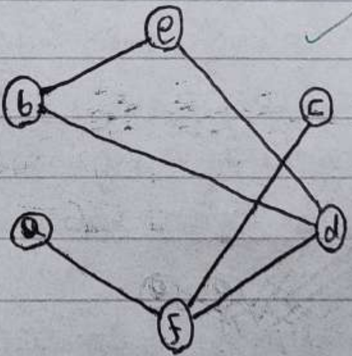
a) TABLA DE ADYACENCIAS DE G_1:

1	2	3	4	5	6
2	1	2	1	2	2
4	3	4	3	3	3
	5	5		6	5
	6	6			

b) ES G_1 UN GRAFO REGULAR? SABEMOS QUE EN UN GRAFO REGULAR TODOS LOS VÉRTICES TIENEN LA MISMA VALENCIA, Y EN G_1, POR EJEMPLO, $\delta(1) = 2$ MIENTRAS QUE $\delta(2) = 4$, POR LO TANTO NO TODOS LOS VÉRTICES TIENEN LA MISMA VALENCIA Y ENTONCES G_1 NO ES UN GRAFO REGULAR. (LA FUNCIÓN $\delta(x)$ DEVUELVE LA VALENCIA DEL VÉRTICE X)

c) GRAFOS COMPLEMENTARIOS

$G_1^c =$


$G_2^c =$


d) PROBAR QUE G_1 Y G_2 NO SON ISOMORFOS:

SABEMOS QUE SI G_1 ES ISOMORFO CON G_2 ENTONCES G_1^c Y G_2^c TAMBIÉN LO SERÁN. VALE TAMBIÉN QUE SI G_1^c Y G_2^c NO SON ISOMORFOS ENTONCES G_1 Y G_2 TAMPOCO LO SERÁN.
NOTEMOS QUE G_2^c CONTIENE UN 3-CICLO ENTRE LOS VÉRTICES b, d Y e, MIENTRAS QUE G_1^c NO CONTIENE NINGÚN 3-CICLO. UN ISOMORFISMO MANTIENE LOS SUBGRAFOS Y CICLOS Y POR

NOTA

lo tanto G_2^c no podría ser isomorfo a G_1^c con lo cual G_1 no es isomorfo a G_2

e) Ciclo hamiltoniano en G_1:

$4,3,5,6,2,1,4$ (utiliza todos los vértices únicamente repitiendo el $\underbrace{\text{último y primero}}_{4}$)

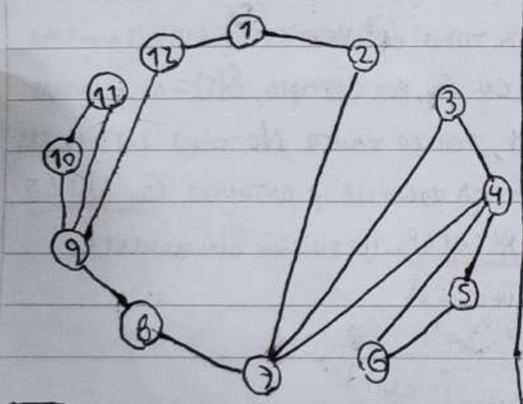
Ejercicio 2: Determinar y dar, si existen caminatas o circuitos eulerianos en el grafo $G=(V,E)$ dado por

$V=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

$E=\{\{1,2\},\{1,12\},\{2,7\},\{3,4\},\{3,7\},\{4,5\},\{4,6\},\{4,7\},\{5,6\},\{7,8\},\{8,9\},\{9,10\},\{9,11\},\{9,12\},\{10,11\}\}$

Haré una representación gráfica:

$G=$



Del gráfico podré obtener las valencias de los vértices con la función $\delta()$

$\delta(1)=2$	$\delta(7)=4$
$\delta(2)=2$	$\delta(8)=2$
$\delta(3)=2$	$\delta(9)=4$
$\delta(4)=4$	$\delta(10)=2$
$\delta(5)=2$	$\delta(11)=2$
$\delta(6)=2$	$\delta(12)=2$

Notar que todas las valencias son pares

- Ahora, sabemos que existe una caminata euleriana entre dos vértices distintos únicamente si esos dos vértices son los únicos dos con valencia impar del grafo. Por lo tanto y ya que no hay vértices de valencia impar en G, no existe una caminata euleriana entre 2 vértices distintos de G.

- Sabemos también que existe un circuito euleriano en G sí y solo sí todas las valencias de G son pares, y lo son, por lo tanto existe un circuito euleriano en G.

- El circuito puede ser:

$2,1,12,9,10,11,9,8,7,3,4,5,6,4,7,2$ (utiliza todas las aristas de G sin repetir y comienza y termina en el mismo vértice)

NOTA