PLANOS: EC. VECTORIAL: $p+tv+sw$ o $p+t(p-q)+s(p-r)$, p, q y r Ptos. del plano.

$p=(p_1,p_2,p_3)$
$v=(v_1,v_2,v_3)$
$w=(w_1,w_2,w_3)$

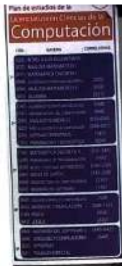
EC. PARAMÉTRICA: $\begin{cases} x=p_1+tv_1+sw_1 \\ y=p_2+tv_2+sw_2 \\ z=p_3+tv_3+sw_3 \end{cases}$

EC. NORMAL: $\langle (x,y,z)-p,\ v_x w\rangle = 0$

$v_x w=(a,b,c)$

$a(x-p_1)+b(y-p_2)+c(z-p_3)=0$

EC. CARTESIANA: $ax+by+cz=d$, $d=(ap_1+bp_2+cp_3)$



$\|(a,b,c)\|=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ → NORMA

$\langle (x,y,z),(a,b,c)\rangle = xa+yb+zc$ → PROD. ESCALAR

$(x,y,z)_x(a,b,c)=(yc-zb,\ za-xc,\ xb-ya)$

PROD. VECTORIAL

x y z x
a b c a

PLANO TANGENTE A f EN $(a,b,f(a,b))$

$X=(a,b,f(a,b))+T(1,0,f_x(a,b))+S(0,1,f_y(a,b))$

ÁNGULO ENTRE PLANOS P_1 Y P_2 CON VECT. NORMALES m_1 Y m_2

$\alpha=\cos^{-1}\left(\left|\dfrac{\langle m_1,m_2\rangle}{\|m_1\|\|m_2\|}\right|\right)$

SERIE DE TAYLOR DE $f(x)$ CENTRADA EN a.

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

FÓRMULA DE LAGRANGE PARA EL ERROR

$$R_{K,a}(x)=\frac{f^{(K+1)}(T)}{(K+1)!}(x-a)^{K+1}$$

$x>a \Rightarrow T\in(a,x)$, $x<a \Rightarrow T\in(x,a)$

REGLA DE LA CADENA:

CASO 1: $f(x,y,z)$, $x(T), y(T), z(T)$

$\Rightarrow g(T)=f(x(T),y(T),z(T))$

$$\frac{dg}{dT}(T)=g'(T)=f_x(x(T),y(T),z(T))x'(T)+\dots+f_z(x(T),y(T),z(T))z'(T)$$

CASO 2: $f(x,y,z)$, $x(s,T), y(s,T), z(s,T)$

$\Rightarrow g(s,T)=f(x(s,T),y(s,T),z(s,T))$

$$\frac{\partial g}{\partial s}(s,T)=f_x(x(s,T),y(s,T),z(s,T))\frac{\partial x}{\partial s}(s,T)+\dots+f_z(x(s,T),y(s,T),z(s,T))\frac{\partial z}{\partial s}(s,T)$$

POLINOMIO DE TAYLOR DE $f(x)$ CENT. EN a.

$$T_{K,a}(x)=\sum_{n=0}^{K}\frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

$\dfrac{v}{\|v\|}$ ES UN VECTOR UNITARIO $\forall v$

FÓRMULA DE TAYLOR

$$f(x)=T_{K,a}(x)+R_{K,a}(x)$$

$$f(x)=T_{\infty,a}\Leftrightarrow R_{K,a}\xrightarrow[K\to\infty]{}0$$

$\nabla f(\bar a)=(f_x(\bar a), f_y(\bar a))$

$\nabla f(\bar a)=(0,0)\Rightarrow \bar a$ PUNTO CRÍTICO

$$H_f(\bar a)=\begin{pmatrix} f_{xx}(\bar a) & f_{xy}(\bar a) \\ f_{yx}(\bar a) & f_{yy}(\bar a)\end{pmatrix}$$

$D=\det(H_f(\bar a))$

$D>0$ y $f_{xx}(\bar a)>0 \Rightarrow \bar a$ MÍNIMO LOCAL
$D>0$ y $f_{xx}(\bar a)<0 \Rightarrow \bar a$ MÁXIMO LOCAL
$D<0 \Rightarrow \bar a$ PUNTO SILLA
$D=0 \Rightarrow$ NADA.

DERIVADA DE f CON DIRECCIÓN $\vec v$ EN $\bar a$

$D_v f(\bar a)=\langle \nabla f(\bar a), v\rangle$

$\nabla f(\bar a)\neq(0,\dots,0) \Rightarrow$

MÁXIMO CRECIMIENTO → $\dfrac{\nabla f(\bar a)}{\|\nabla f(\bar a)\|}$

MÍNIMO CRECIMIENTO → $\dfrac{-\nabla f(\bar a)}{\|\nabla f(\bar a)\|}$