

## Navegación por el cuestionario

1	2	3	4	5	6
✓	✓	✓	✓	✓	✓
7	8	9	10	11	12
✓	✓	✓	✓	✓	✓

[Mostrar una página cada vez](#)

[Finalizar revisión](#)

<b>Comenzado el</b>	viernes, 20 de octubre de 2023, 09:04
<b>Estado</b>	Finalizado
<b>Finalizado en</b>	viernes, 20 de octubre de 2023, 09:23
<b>Tiempo empleado</b>	19 minutos 11 segundos
<b>Calificación</b>	12,00 de 12,00 (100%)
<b>Comentario -</b>	Hemos recibido correctamente tu intento.

### Pregunta 1

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

[Marcar pregunta](#)

A continuación, estudiaremos la siguiente derivación,

$$\begin{array}{c}
 \frac{\varphi \quad \beta}{\varphi \wedge \beta} A \qquad \frac{\varphi \quad \alpha}{\varphi \wedge \alpha} B \\
 \hline
 \varphi \vee \varphi \quad \frac{(\varphi \wedge \beta) \vee (\varphi \wedge \alpha) \quad (\varphi \wedge \beta) \vee (\varphi \wedge \alpha)}{(\varphi \wedge \beta) \vee (\varphi \wedge \alpha)} C \\
 \hline
 \beta \rightarrow ((\varphi \wedge \beta) \vee (\varphi \wedge \alpha)) D
 \end{array}$$

completando las justificaciones de cada paso y computando cuáles son las hipótesis no canceladas de cada una de las **subderivaciones** con las que se fue construyendo.

Para este primer inciso, determine el conjunto de hipótesis no canceladas de la derivación con conclusión  $\varphi \wedge \beta$  y cuya última regla está indicada con **A**.

- ☒ a.  $\varphi$  ✓
- ☒ b.  $\beta$  ✓

### Pregunta 2

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

[Marcar pregunta](#)

Considerando la derivación de arriba, determine la regla aplicada en el paso A.

Si hay más de una posibilidad, elija la que más hipótesis cancela.

- ☒ a. Introducción de la conjunción ✓
- ☐ b. Eliminación de la conjunción
- ☐ c. Introducción de la disyunción
- ☐ d. Eliminación de la disyunción
- ☐ e. Introducción de la implicación
- ☐ f. Eliminación de la implicación
- ☐ g. Bottom
- ☐ h. Reducción al absurdo

### Pregunta 3

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

[Marcar pregunta](#)

Considerando la derivación de arriba, determine la regla aplicada en el paso B.

Si hay más de una posibilidad, elija la que más hipótesis cancela.

- ☐ a. Introducción de la conjunción
- ☐ b. Eliminación de la conjunción
- ☒ c. Introducción de la disyunción ✓
- ☐ d. Eliminación de la disyunción
- ☐ e. Introducción de la implicación
- ☐ f. Eliminación de la implicación
- ☐ g. Bottom
- ☐ h. Reducción al absurdo

### Pregunta 4

Correcta

Se puntúa 1,00 sobre 1,00

[Marcar pregunta](#)

Determine el conjunto de hipótesis no canceladas en la subderivación que concluye con la aplicación de la regla en B.

- ☒ a.  $\varphi$  ✓
- ☐ b.  $\beta$
- ☒ c.  $\alpha$  ✓

## Pregunta 5

Correcta

Se puntúa 1,00  
sobre 1,00
 Marcar  
pregunta

Considerando la derivación anterior, que copiamos a continuación,

$$\begin{array}{c}
 \frac{\varphi \quad \beta}{\varphi \wedge \beta} A \qquad \frac{\varphi \quad \alpha}{\varphi \wedge \alpha} B \\
 \frac{\varphi \vee \varphi \quad (\varphi \wedge \beta) \vee (\varphi \wedge \alpha) \quad (\varphi \wedge \beta) \vee (\varphi \wedge \alpha)}{(\varphi \wedge \beta) \vee (\varphi \wedge \alpha)} C \\
 \frac{\quad}{\beta \rightarrow ((\varphi \wedge \beta) \vee (\varphi \wedge \alpha))} D
 \end{array}$$

determine la regla aplicada en el paso C.

Si hay más de una posibilidad, elija la que más hipótesis cancela.

- ☐ a. Introducción de la conjunción
- ☐ b. Eliminación de la conjunción
- ☐ c. Introducción de la disyunción
- ☒ d. Eliminación de la disyunción ✓
- ☐ e. Introducción de la implicación
- ☐ f. Eliminación de la implicación
- ☐ g. Bottom
- ☐ h. Reducción al absurdo

## Pregunta 6

Correcta

Se puntúa 1,00  
sobre 1,00
 Marcar  
pregunta

Determine el conjunto de hipótesis no canceladas en la subderivación que concluye con la aplicación de la regla en C.

- ☐ a.  $\varphi \wedge \beta$
- ☒ b.  $\varphi \vee \varphi$  ✓
- ☐ c.  $\varphi$
- ☒ d.  $\alpha$  ✓
- ☒ e.  $\beta$  ✓

## Pregunta 7

Correcta

Se puntúa 1,00  
sobre 1,00
 Marcar  
pregunta

Considerando la derivación de arriba, determine la regla aplicada en el paso D.

Si hay más de una posibilidad, elija la que más hipótesis cancela.

- ☐ a. Introducción de la conjunción
- ☐ b. Eliminación de la conjunción
- ☐ c. Introducción de la disyunción
- ☐ d. Eliminación de la disyunción
- ☒ e. Introducción de la implicación ✓
- ☐ f. Eliminación de la implicación
- ☐ g. Bottom
- ☐ h. Reducción al absurdo

## Pregunta 8

Correcta

Se puntúa 1,00  
sobre 1,00
 Marcar  
pregunta

Determine el conjunto de hipótesis no canceladas en la subderivación que concluye con la aplicación de la regla en D.

- ☐ a.  $\beta$
- ☐ b.  $\varphi$
- ☒ c.  $\alpha$  ✓
- ☒ d.  $\varphi \vee \varphi$  ✓

Pregunta **9**

Correcta

Se puntúa 1,00  
sobre 1,00

🚩 Marcar  
pregunta

Suponga que  $\Gamma \subseteq \Delta$  y  $\Delta \vdash \varphi$ . ¿Se da  $\Gamma \vdash \varphi$ ?

- ☐ Verdadero
- ☒ Falso ✓

Pregunta **10**

Correcta

Se puntúa 1,00  
sobre 1,00

🚩 Marcar  
pregunta

Sea  $\Gamma$  consistente maximal y suponga que  $\varphi$  está en  $\Gamma$ . ¿Está  $\neg\neg\varphi$  en  $\Gamma$ ?

- ☒ Verdadero ✓
- ☐ Falso

Pregunta **11**

Correcta

Se puntúa 1,00  
sobre 1,00

🚩 Marcar  
pregunta

Supongamos que  $\Gamma$  es consistente maximal y  $\varphi$  no está en  $\Gamma$ . ¿Está  $\neg\varphi$  en  $\Gamma$ ?

- ☒ Verdadero ✓
- ☐ Falso

Pregunta **12**

Correcta

Se puntúa 1,00  
sobre 1,00

🚩 Marcar  
pregunta

¿Hay conjuntos consistentes maximales finitos?

- ☐ Verdadero
- ☒ Falso ✓

10 FEB

FOJA N°

2

FECHA

## Ejercicio N°1

DEFINICIÓN RECURSIVA DE CAMBIA:  $PROP \rightarrow PROP$  ✓

Tomás Achávariz Benítez

LSC-4508546 ✓

CAMBIA( $\varphi$ ) REEMPLAZA  $\vee$  CON  $\wedge$  y VICEVERSA.

DEFINIMOS,

 $\varphi \in AT$ CAMBIA( $\varphi$ ) =  $\varphi$  ✓ $(\varphi \odot \psi)$  $\odot = \vee$ , CAMBIA( $(\varphi \vee \psi)$ ) = (CAMBIA( $\varphi$ )  $\wedge$  CAMBIA( $\psi$ )) ✓ $\odot = \wedge$ , CAMBIA( $(\varphi \wedge \psi)$ ) = (CAMBIA( $\varphi$ )  $\vee$  CAMBIA( $\psi$ )) ✓ $\odot = \rightarrow$ , CAMBIA( $(\varphi \rightarrow \psi)$ ) = (CAMBIA( $\varphi$ )  $\rightarrow$  CAMBIA( $\psi$ )) ✓



## Ejercicio N° 2

Tomás Achával Bertero

LCS-4508346 X

Justificar  $\{\varphi \vee \psi\} \vdash \neg \varphi \rightarrow \psi$  mediante derivación.

1.  $\neg \varphi$

2.  $\varphi$       3.  $\psi$

$$\begin{array}{c} D = \frac{\frac{\frac{\varphi \vee \psi}{\varphi} \quad \frac{\frac{[\varphi]_2 \quad [\neg \varphi]_1}{\perp} \quad \perp}{\psi} \quad \frac{[\psi]_3}{\vee E_{2,3}}}{\psi} \quad \neg I_1}{\neg \varphi \rightarrow \psi} \quad \checkmark \end{array}$$

Así, todas las hipótesis no canceladas de  $D$  se encuentran en  $\{\varphi \vee \psi\}$  y puede justificarse  $\{\varphi \vee \psi\} \vdash \neg \varphi \rightarrow \psi$ .

Ejercicio N° 3

Tomás Achúcar Benito

LCC - 45085746

1) Probar que  $\Gamma := \{P_3 \wedge \neg P_5, P_3 \rightarrow (P_2 \rightarrow \neg P_4), \neg P_2\}$  es consistente.Para ello, es suficiente dar una asignación  $f$  tq  $\llbracket \Gamma \rrbracket_f = 1$ .Sea  $f$  una asig tq  $\llbracket P_3 \rrbracket_f = 1, \llbracket P_5 \rrbracket_f = 0, \llbracket P_2 \rrbracket_f = 0$  y  $\llbracket P_4 \rrbracket_f = 0$ .Veamos que  $\llbracket \Gamma \rrbracket_f = 1$ .

$$\bullet \llbracket P_3 \wedge \neg P_5 \rrbracket_f = \min(\llbracket P_3 \rrbracket_f, \llbracket \neg P_5 \rrbracket_f) = \min(1, 1 - \overset{0}{\llbracket P_5 \rrbracket_f}) = \min(1, 1) = 1$$

$$\bullet \llbracket P_3 \rightarrow (P_2 \rightarrow \neg P_4) \rrbracket_f = 0 \text{ si } \llbracket P_3 \rrbracket_f = 1 \text{ y } \llbracket P_2 \rightarrow \neg P_4 \rrbracket_f = 0$$

$$\text{Pero } \llbracket P_2 \rightarrow \neg P_4 \rrbracket_f \text{ si } \underbrace{\llbracket P_2 \rrbracket_f = 1}_{\text{no se cumple}} \text{ y } \llbracket \neg P_4 \rrbracket_f = 0, \text{ entonces } \llbracket P_2 \rightarrow \neg P_4 \rrbracket_f = 1$$

$$\therefore \llbracket P_3 \rightarrow (P_2 \rightarrow \neg P_4) \rrbracket_f = 1$$

$$\bullet \llbracket \neg P_2 \rrbracket_f = 1 - \llbracket P_2 \rrbracket_f = 1 - 0 = 1$$

Luego queda demostrado que  $\forall \varphi \in \Gamma, \llbracket \varphi \rrbracket_f = 1$  y  $\therefore \llbracket \Gamma \rrbracket_f = 1$ De esta forma,  $\Gamma$  es consistente, pues existe una asignación que lo valida.

2) Dar un conjunto consistente maximal que lo contenga.

$$\{\varphi \in \text{PROP} : \{P_0, P_1, \neg P_2, P_3, \neg P_4, \neg P_5\} \cup \{P_i\}_{i=6}^{\infty} \models \varphi\} := \Delta$$

Ya sabemos que  $\forall f$  tq  $\llbracket P_2 \rrbracket_f = \llbracket P_3 \rrbracket_f = \llbracket \neg P_4 \rrbracket_f = \llbracket \neg P_5 \rrbracket_f = 1, \llbracket \Gamma \rrbracket_f = 1 \nearrow \Gamma' \subseteq \Delta$ Esto significa que  $\underbrace{\{\neg P_2, P_3, \neg P_4, \neg P_5\}}_{\Gamma'} \models \varphi, \forall \varphi \in \Gamma$ , luego,  $\Delta \models \varphi \forall \varphi \in \Gamma \Rightarrow \forall \varphi \in \Gamma, \varphi \in \Delta$ Sabemos que es consistente pues  $\llbracket \Delta \rrbracket_f = 1$  para la asignación  $f \Rightarrow \boxed{\Gamma \subseteq \Delta}$ Por inciso anterior, con  $\llbracket P_i \rrbracket_f = 1$  para  $i=0,1,3,6,7,8,\dots$ y  $\llbracket P_i \rrbracket_f = 0$  para  $i=2,4,5$ .



VEAMOS QUE ES MAXIMAL.

SUP  $\exists \Phi$  tq  $\Delta \subseteq \Phi$ , y  $\Phi$  ES CONSISTENTE.

SEA  $\varphi \in \Phi$ , SI  $\Delta \vdash \varphi$ ,  $\varphi \in \Delta$  POR SU PROPIA DEFINICIÓN.\*

SI  $\Delta \nvdash \varphi$ ,  $\Delta \vdash \neg \varphi$  LUGO  $\neg \varphi \in \Delta \Rightarrow \neg \varphi \in \Phi$ , PERO  $\varphi$  Y  $\neg \varphi \in \Phi \Rightarrow \Phi$  INCONSISTENTE.  
Afirmado.

Por lo tanto, si  $\Phi \neq \Delta$ ,  $\Phi$  ES INCONSISTENTE.

FINALMENTE,  $\Phi = \Delta$  PUES  $\Delta$  ES CONSISTENTE MAXIMAL.

\* SUP  $\Delta \vdash \varphi$  LUGO  $\exists D \in \mathcal{D}$  con  $\text{Hip}(D) \in \Delta$  y  $\text{concl}(D) = \varphi$

EN PARTICULAR,  $\text{Hip}(D) \in \Delta \Rightarrow \text{Hip}(D) \in \{p_0, p_1, \neg p_2, p_3, \neg p_4, \neg p_5\} \cup \{p_i\}_{i=6}^{\infty} = H$

LUGO  $H \vdash \varphi$  y  $\therefore \varphi \in \Delta$ .

↓  
TODOS LOS ELEMENTOS DE  $\Delta$  TIENEN SUS  
HIPÓTESIS NO CANCELADOS EN ESTE CONJUNTO.

QUEDA ENTONCES DEMOSTRADO QUE  $\Delta$  ES CONSISTENTE MAXIMAL Y CONTIENE A  $\Gamma$ .