

100 Nota: 10 (diez)

Nº de hojas entregadas:

## Matemática Discreta I

Parcial 3: Mayo 19, 2022

### Tema 1

Nombre y apellido: TOMÁS ACHÁVAL

Correo UNC: TOMASACHAVALL@M.V.U.N.C.EDU.AR

COMISIÓN: 2 DNI: 95085196

**Observación:** La comisión debe ser tal como figura en Guaraní. En caso de no estar inscritos en Guaraní deben poner la comisión a la cual asisten.

### Ejercicios:

(1) (a) (10%) Convertir a base 2 el número 245.

(b) (15%) Calcular la resta  $(3221)_4 - (2130)_4$  y expresarla en base 5.

(2) (30%) Probar que para todo  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $n^2 - 3n + 3$  no es divisible por 6.  
Ayuda: Se cumple que  $\forall a \in \mathbb{Z}$ ,  $6 \mid a$  si y sólo si  $2 \mid a$  y  $3 \mid a$ .

(3) (a) (20%) Encontrar usando el algoritmo de Euclides  $d = \text{mcd}(58, 40)$ .

(b) (20%) Expresar  $d$  como combinación lineal entera entre 58 y 40.

(c) (5%) Calcular  $\text{mcm}(58, 40)$ .

19/05/2022

MATEMÁTICA DISCRETA - PARCIAL N° 3

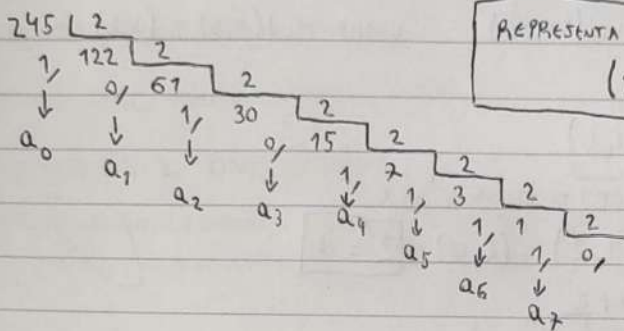
(con. 2)

TOMÁS ACHAVAL

45085146

Ejercicio 1:

a)  $(245)_{10} \rightarrow (\ )_2$

245 se puede reescribir como  $a_0 + a_1 2^1 + a_2 2^2 + \dots + a_7 2^7$  lo cual

VERIFICAR:  $1 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^7$

$= 1 + 4 + 16 + 32 + 64 + 128$

$= 5 + 48 + 192 = 5 + 240$

$= (245)_{10} \checkmark$

b)  $(3221)_4 - (2130)_4 \rightarrow (\ )_5$

$64 \times 3 = 192$

• CONVIERTO TODO A BASE 10:  $(3221)_4 = 1 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^3 = 9 + 32 + 192 = 233$

$(2130)_4 = 0 + 3 \cdot 4 + 1 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^3 = 12 + 16 + 128 = 156$

$(77)_{10}$

REQUIERO LA RESTA EN 10

$(77)_{10} \rightarrow (\ )_5$  REESCRIBO DE LA FORMA  $a_0 + a_1 5^1 + \dots + a_k 5^k$

77 L 5

2, 15 5

0, 3 5

0, 0

$a_0=0, a_1=3, a_2=2$

$= 2 + 0 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^2 = (302)_5$

Usa más espacio y explica bien cada cosa es difícil leer así.

Ejercicio 2:• PROBAR  $\forall n \in \mathbb{Z}, n^2 - 3n + 3$  NO ES DIVISIBLE POR 6• VEAMOS SI  $6 | n^2 - 3n + 3 \Rightarrow 2 | n^2 - 3n + 3$  Y  $3 | n^2 - 3n + 3$ 

$\Rightarrow n^2 - 3n + 3 = 2q$  Y  $n^2 - 3n + 3 = 3q$

$n^2 = 2q + 3n - 3$

$n \text{ IMPAR} \Rightarrow n = 2q' + 1$

SI  $n$  ES PAR  $\Rightarrow n^2$  ES PAR

$n = 2q' \Rightarrow n - 1$  ES IMPAR

$n^2 = 2q + 3(n-1)$

$(2q')^2 = 2q + 3(2q' - 1)$

$4q'^2 = 2q + 6q' - 3$

$4q'^2 - 6q' + 3 = 2q$

$2(2q'^2 - 3q' + 1) = 2q$

$2q'^2 - 3q' + 1 = q$

$(2q'+1)^2 = 2q + 3(2q'+1-1)$

$4q'^2 + 4q' + 1 = 2q + 6q'$

$4q'^2 - 2q' + 1 = 2q$

$2(2q'^2 - q' + 1) = 2q$

$2q'^2 - q' + 1 = q$

$\Rightarrow$  ABSURDO  $\forall n$  IMPAR

ABSURDO  $\forall n$  PAR $\in \mathbb{Z}$ 

CONCLUSIÓN

 $\in \mathbb{Z}$ 

NOTA



### CONCLUSIÓN EJ. 2:

- 2 NO DIVIDE A  $n^2 - 3n + 3 \quad \forall n \in \mathbb{Z}$  (PUES LUEGO AL ARJUNAR TANTO PARA  $n$  PAR COMO PARA  $n$  IMPAR)
  - POR LO TANTO 6 NO DIVIDE A  $n^2 - 3n + 3 \quad \forall n \in \mathbb{Z}$  Y APUNTE  $6|a \Leftrightarrow 2|a$  Y  $3|a$  PERO CUESTA
- LA CONSIGNA ES VERDADERA ✓ CON VER QUE  $2|a$  ES FALSO  $\forall n \in \mathbb{Z}$ . ✓

### EJERCICIO 3:

a) ENCONTRAR CON EUCLIDES  $d = \text{mcd}(58, 40)$  USARÉ  $\text{mcd}(a, b) = (a, b)$  COMO NOTACIÓN.

ALGORITMO DE EUCLIDES =  $(a, 0) = a$

$$b > c \quad (b, c) = (c, r_c b)$$

RESTO DE DIVIDIR  $b$  POR  $c$

$$\bullet (58, 40) = (40, 18) = (18, 4) = (4, 2) = (2, 0) = \boxed{2 = d}$$

$\begin{array}{r} 58 \overline{) 40} \\ 18 \quad 1 \\ \hline \downarrow \\ r_{40} 58 \\ \textcircled{1} \end{array}$	$\begin{array}{r} 40 \overline{) 18} \\ 4 \quad 2 \\ \hline \downarrow \\ r_{18} 40 \\ \textcircled{3} \end{array}$	$\begin{array}{r} 18 \overline{) 4} \\ 2 \quad 4 \\ \hline \downarrow \\ r_4 18 \\ \textcircled{2} \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \overline{) 2} \\ 0 \quad 2 \\ \hline \downarrow \\ r_2 4 \\ \textcircled{4} \end{array}$
--	---	---	---

b) EXPRESAR  $d$  COMO COMB LINEAL.

USARÉ EL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN TENIENDO EN CUENTA LAS ECUACIONES DE LOS RESTOS.

$$\textcircled{1} r_4 = 0 = 4 - 2 \cdot 2 \quad \textcircled{3} r_{18} 40 = 4 = 40 - 18 \cdot 2$$

$$\textcircled{2} r_4 18 = 2 = 18 - 4 \cdot 4 \quad \textcircled{4} r_{40} 58 = 18 = 58 - 40$$

PARTINDO DE AQUÍ

$$d = 2 = 18 - 4 \cdot 4 \stackrel{\textcircled{3}}{=} 18 - 4(40 - 18 \cdot 2) = -4 \cdot 40 + 9 \cdot 18 \stackrel{\textcircled{4}}{=} -4 \cdot 40 + 9(58 - 40)$$

$$\boxed{d = -13 \cdot 40 + 9 \cdot 58}$$

$$\text{VERIFICO } -520 + 580 - 58 = 2 \quad \checkmark$$

c) CALCULAR  $\text{mcm}(58, 40)$

• USARÉ LA FÓRMULA  $\text{mcm}(a, b) = \frac{a \cdot b}{\text{mcd}(a, b)}$  CONOCIENDO  $\text{mcd}(a, b) = 2$  POR EJ. 3.a)

$$\bullet \text{ POR LO TANTO } \text{mcm}(58, 40) = \frac{58 \cdot 40}{\text{mcd}(58, 40)} = \frac{(60-2) \cdot 40}{2} = \frac{\overbrace{60 \cdot 40}^{2400} - \overbrace{2 \cdot 40}^{80}}{2} = \frac{2320}{2} = \boxed{1160} = \text{mcm}(58, 40) \quad \checkmark$$