

Física I – 2021 – FaMAF - UNC

Guía N° 3

Problema 1

Coordenadas Polares.

- Mediante la representación de las coordenadas cartesianas de un punto en el plano, exprese las relaciones entre las coordenadas rectangulares (cartesianas) y polares.
- Encuentre para dos puntos arbitrarios P_1 y P_2 del plano, la distancia que los separa. Repita este cálculo en coordenadas polares. ¿Cuál método de cálculo resulta más sencillo?

Problema 2

Dados los vectores $\mathbf{A} = (3,2)$; $\mathbf{B} = (5,-1)$; $\mathbf{C} = (-4,3)$ y $\mathbf{D} = (0,1)$.

Hallar:

- $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$, $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$, $\mathbf{C} \cdot \mathbf{D}$
- Los ángulos formados entre \mathbf{A} y \mathbf{C} y entre $(3(\mathbf{A} - \mathbf{B}))$ y $(2\mathbf{C} + \mathbf{D})$

Problema 3

Dados los vectores $\mathbf{A} = 2\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$ y $\mathbf{B} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$

- Dibuje el vector suma $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ y el vector diferencia $\mathbf{D} = \mathbf{A} - \mathbf{B}$
- Exprese sus resultados en términos de los vectores bases y en coordenadas polares.

Problema 4

Una estación de radar detecta un barco en emergencia a 17,3 km de distancia sobre una dirección que forma un ángulo de 136° con la dirección norte en el sentido horario. Relativo a la misma estación se encuentra un avión de rescate a una distancia horizontal de 19,6 km, sobre una dirección que forma un ángulo de 153° con la dirección norte en sentido horario.

- Escriba los vectores posición para el barco y el avión relativo, representando la dirección este por el versor \mathbf{i} .
- ¿Cuánto vale la distancia entre el aeroplano y el barco?

Problema 5

La función de movimiento de un cuerpo es: $x(t) = a(c + t)$; $y(t) = -b(t^2 - c^2)$, donde las coordenadas x e y están expresadas en unidades de longitud y los coeficientes a , b y c son constantes positivas.

- ¿Qué unidades deben tener cada una de las constantes a , b y c ?
- Encuentre una expresión para la trayectoria.
- Encuentre las componentes del vector velocidad, $v_x(t)$, $v_y(t)$.
- Encuentre las componentes del vector aceleración, $a_x(t)$, $a_y(t)$.

Problema 6

El movimiento en el plano de una partícula está determinado por: $x(t) = a t^2$; $y(t) = b t^3$ donde $a = 3 \text{ m/s}^2$ y $b = 2 \text{ m/s}^3$.

- Calcular la trayectoria de la partícula. Graficar.
- Calcular la aceleración en $t = 12 \text{ s}$.

- c) ¿Cuál es el ángulo que forman los vectores velocidad y aceleración en ese instante?
- d) Determinar el instante t_1 en que la aceleración es paralela a la recta $y = x$, y el instante t_2 en que la velocidad es paralela a esa recta.

Problema 7

Todo proyectil moviéndose en las proximidades de la superficie terrestre sufre una aceleración constante por acción de la gravedad $g \approx 10\text{m/s}^2$. Considere a x como la coordenada horizontal y a y como coordenada vertical. Analice ahora el caso de una piedra que se deja caer desde el techo de un edificio de 50m de altura.

- a) Encuentre la función que describe la trayectoria.
- b) Calcule el tiempo que tarda la piedra en llegar al suelo.

Se arroja otra piedra desde el mismo edificio y altura, con una velocidad horizontal de 10 m/s.

- c) Calcule el tiempo que tarda la segunda piedra en llegar al suelo.
- d) ¿A qué distancia de la primera piedra golpea el suelo la segunda piedra?
- e) Trace en un mismo gráfico las trayectorias de ambas piedras.

Elija al menos tres instantes y, sobre el gráfico de la trayectoria, dibuje cualitativamente los vectores velocidad y aceleración correspondientes a esos instantes

Problema 8

Una pelota de béisbol abandona el bate a una altura de 1 m por encima del suelo, formando un ángulo de 45° con la normal y con una velocidad tal que su alcance horizontal es de 120 m. A los 110 m del bateador se encuentra una valla de 9 m de altura.

- a) ¿Pasará la pelota por encima de la valla? Fundamente su respuesta.
- b) Calcule la altura máxima que alcanza la pelota y la velocidad correspondiente en ese momento.

Problema 9

Un jugador lanza una pelota, en una dirección que forma un ángulo de 30° con la horizontal, con una velocidad inicial de 48 m/s. Un segundo jugador, que se encuentra a una distancia de 100 m en la dirección del lanzamiento, viene corriendo con velocidad constante en la dirección que va la pelota con el fin de tomarla.

- a) ¿Con qué velocidad debe correr el segundo jugador para tomar la pelota justo antes de que ésta llegue al suelo?
- b) Calcule el ángulo de lanzamiento necesario para lograr el máximo alcance con la misma velocidad inicial de la pelota. Luego calcule nuevamente la velocidad del segundo jugador para tomar la pelota justo antes de que ésta llegue al suelo.

Problema 10

Una bala es disparada horizontalmente por un cañón situado en una plataforma de 44 m de altura, con una velocidad de salida de 244 m/s. Suponga el terreno horizontal y perfectamente plano.

- a) ¿Cuánto tiempo permanece la bala en el aire antes de llegar al piso?
- b) ¿Cuál es su alcance? ¿Es decir, a qué distancia del cañón choca con el piso?
- c) ¿Cuál es la magnitud de la componente vertical de la velocidad cuando llega al suelo?
- d) Repita la parte (c) para el caso en que la bala se deja caer libremente desde la plataforma.

Problema 11

Se apunta un rifle a un blanco colocado a una distancia d de la boca del arma. Ambos están a una altura h respecto del suelo horizontal. Se deja caer el blanco libremente, mediante un mecanismo que lo suelta en el momento en que la bala sale de la boca del rifle.

- Determine el rango de velocidades inicial de la bala de modo que dé en el blanco antes que éste llegue al suelo.
- ¿A qué altura del suelo choca la bala contra el blanco cuando se dispara con una velocidad inicial dentro de ese rango?
- Si en lugar de lanzar horizontalmente la bala, se dispara hacia arriba con un cierto ángulo y con una velocidad inicial dentro del rango calculado en (a), ¿chocará con el blanco en algún momento? ¿Por qué? ¿Y si el disparo es con un ángulo hacia abajo?

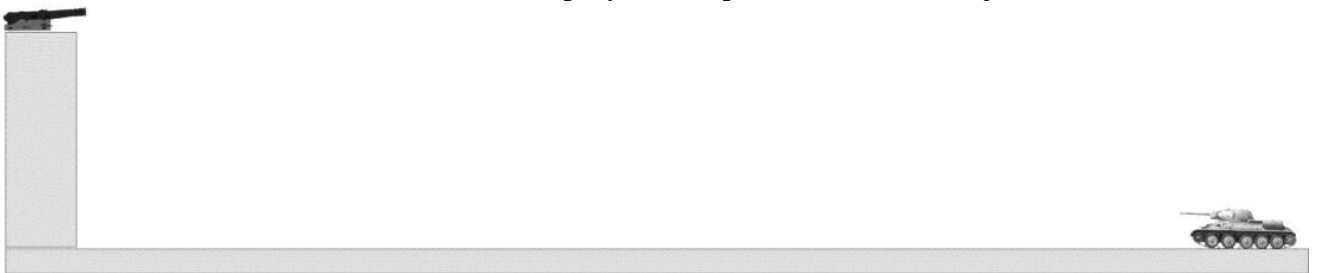
Problema 12

Un cañón situado en $x = 0, y = 0$ tiene un alcance máximo L_m . Determinar los dos ángulos de elevación que corresponden a un blanco situado en $x_1 = L_m/2, y_1 = L_m/4$.

Problema 13

En el borde de un acantilado de 45 m de altura está emplazado un cañón que dispara proyectiles en dirección horizontal con una velocidad inicial de 800 m/s. En la base del acantilado hay un camino recto por el que se desplaza un blindado, acercándose al acantilado, a una velocidad de 72 km/h. El artillero dispara el cañón cuando el blindado se encuentra a 3 km del pie del acantilado.

- Escriba las funciones de movimiento del proyectil y del blindado desde un sistema de referencia ubicado en el cañón.
- Determine si el proyectil impactará en el blindado. En caso de una respuesta negativa determine a qué distancia del acantilado debe estar el blindado en el momento del disparo para que el proyectil impacte en él.
- Escriba las funciones de movimiento del proyectil respecto a un sistema fijo al blindado.



Problema 14

El radio medio de la órbita terrestre (supuesta circular) es de $150 \times 10^6 \text{ km}$ y la Tierra la recorre en 365 días.

- Determine cuál es el módulo de la velocidad de la Tierra sobre su órbita en km/h.
- Calcule el módulo de la aceleración de la Tierra hacia el Sol.

Problema 15

Suponga que un cuerpo realiza un movimiento descrito por las funciones:

$$x(t) = \sin(\omega t); \quad y(t) = \cos(\omega t) + 1$$

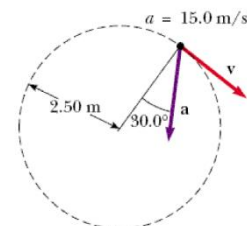
donde $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$, $[x] = m$, $[y] = m$, $[t] = s$.

- Determine y grafique la trayectoria del cuerpo.
- Obtenga gráficamente los instantes para los cuales el vector $\mathbf{r}(t)$ es perpendicular a \mathbf{v} , y cuando \mathbf{v} es perpendicular al vector \mathbf{a} .
- Escriba los vectores $\mathbf{r}(t)$, $\mathbf{v}(t)$ y $\mathbf{a}(t)$, y calcule la magnitud de la velocidad y de la aceleración.
- Elija no menos de tres instantes de tiempo y, para esos instantes, grafique \mathbf{v} y \mathbf{a} sobre la trayectoria.
- Indique sobre la trayectoria los vectores \mathbf{a} , \mathbf{a}_n (aceleración normal) y \mathbf{a}_t (aceleración tangencial).

Problema 16

La figura representa la aceleración total de una partícula que se mueve en sentido horario en un círculo de radio 2.50 m en un cierto instante de tiempo. En este instante encuentre:

- La aceleración radial de la partícula.
- La aceleración tangencial.
- La velocidad de la partícula.



Problema 17

La posición angular de una partícula que se mueve a lo largo de una circunferencia de radio 1.5 m está dada por la expresión: $\theta(t) = 2t^2$, donde θ está expresado en radianes y t en segundos.

- Escriba la función de movimiento de la partícula válida para todo t .
- Calcule la aceleración tangencial, centrípeta y total de la partícula para todo t .
- Calcule la aceleración tangencial, centrípeta y total de la partícula para $t = 5\text{ s}$ y dibújelas sobre la trayectoria.
- Calcule la aceleración angular γ .

Problema 18

Dos embarcaderos A y B, situados sobre la misma orilla de un río, distan uno del otro 1 km . Dos hombres han de realizar recorridos desde A hacia B y volver. Uno de los hombres va remando en una barca a la velocidad de 4 km/h respecto al río. El otro realiza el trayecto por tierra a una velocidad de 4 km/h . La velocidad del río respecto de tierra es de 2 km/h en la dirección de A hacia B. ¿Cuánto tardará cada hombre en efectuar el recorrido?

Problema 19

Un nadador se desplaza a una velocidad c respecto de una corriente en un río con velocidad u (que suponemos menor que c). Suponga que el nadador nada corriente arriba una distancia L y vuelve al punto de partida corriente abajo.

- Haga un diagrama de la situación.
- Encuentre el tiempo que le llevará al nadador el viaje en redondo.
- Suponga ahora que el nadador atraviesa el río de ancho L de manera perpendicular a la corriente volviendo al punto de partida. Encuentre el tiempo que le llevará este recorrido y compárelo con el resultado en b).

Problema 20

En nuestro estudio del movimiento de proyectiles (lanzados desde una base en reposo), vimos que para lograr el alcance máximo, había que disparar el proyectil en una dirección que forme un ángulo de 45° con la horizontal. Supongamos que se dispara un proyectil (velocidad inicial v_{op}) desde la parte trasera de un tren rápido (velocidad V_T) hacia la máquina. Un observador A dice que el

movimiento del tren no influye; el ángulo de tiro correspondiente al alcance máximo sigue siendo 45° . El observador B dice que eso es falso; hay que considerar la velocidad del tren y el ángulo de tiro ha de ser mayor que 45° . ¿Quién tiene razón y por qué?

Problemas adicionales

Problema 21

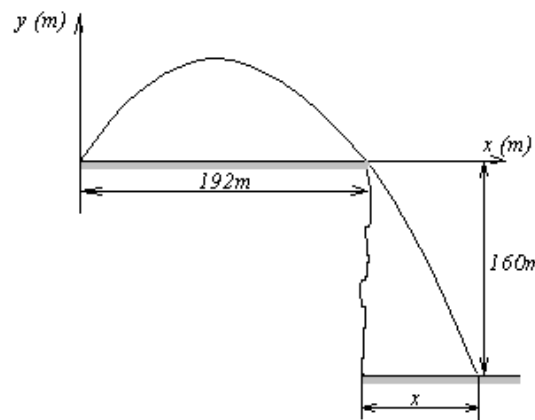
Un automóvil circula a velocidad constante por una curva de autopista de 1000m de radio. Si la componente normal de la aceleración no debe exceder 1.2 m/s^2 , calcular:

- La máxima velocidad permitida.
- La parte curva es un arco de circunferencia de 20° . Calcular el tiempo que tarda en recorrer la curva.

Problema 22

Se disparan diversos proyectiles a una distancia horizontal $d = 192\text{m}$ del borde de un acantilado de altura $h = 160\text{m}$, de tal manera que lleguen al suelo a una distancia horizontal x del pie del acantilado.

- Para un valor fijo de la velocidad inicial del proyectil v_0 , determine el o los ángulos de disparo tales que el proyectil pasa por el borde del acantilado. En cada caso calcule x : la distancia horizontal al borde del acantilado a la que cae el proyectil.
- ¿Existe un valor mínimo para la velocidad tal que el proyectil pase por el borde del acantilado?
- Si Ud. quiere que x sea lo más chico posible, ¿cómo ajustaría los valores de θ (ángulo de disparo respecto a la horizontal) y v_0 (velocidad inicial)? Suponga que v_0 se puede incrementar hasta cierto valor máximo y que θ puede variar continuamente.



Problema 23

La corona de una bicicleta cuyo radio es de 7 cm , parte del reposo y aumenta su velocidad angular uniformemente a razón de 0.4 rad/s . Dicha corona transmite su movimiento a un piñón de 4 cm de radio.

- Obtenga la relación entre las aceleraciones angulares y los radios de la corona y el piñón.
- Determine el tiempo necesario para que el piñón alcance una frecuencia angular de 300 rpm .

Problema 24

Suponga que el transbordador espacial se encuentra en una órbita circular a 220 km sobre la superficie de la Tierra y que completa una vuelta alrededor de la misma en 89 min . Determinar la velocidad y la aceleración del transbordador.

Problema 25

Una gota de lluvia de masa $m = 0.001\text{g}$ que cae verticalmente pega contra la ventana de un tren que se mueve a razón de 72 km/h . La gota marca una raya sobre el cristal que forma un ángulo de 10° con la horizontal. ¿Cuál es la velocidad de caída de la gota?

Problema 26

Un río muy ancho tiene una corriente de 1 m/s en la dirección positiva del eje x . Una lancha cuya velocidad respecto al agua es de 4 m/s viaja oblicuamente formando un ángulo de 60° con respecto a la velocidad del agua. En un momento dado se deja caer, desde la lancha, una botella que flota y luego de 20 minutos se decide volver a buscarla, para lo cual la lancha se detiene y regresa manteniendo su velocidad de 4 m/s respecto al agua. Escribiendo el problema desde un sistema fijo en el agua diga.

- a) ¿Hacia dónde debe apuntar la lancha con respecto a la dirección de la corriente para encontrar la botella?
- b) ¿Cuánto tardará en regresar a la botella?
- c) Describa el problema desde un sistema fijo en tierra.