HOJA N°

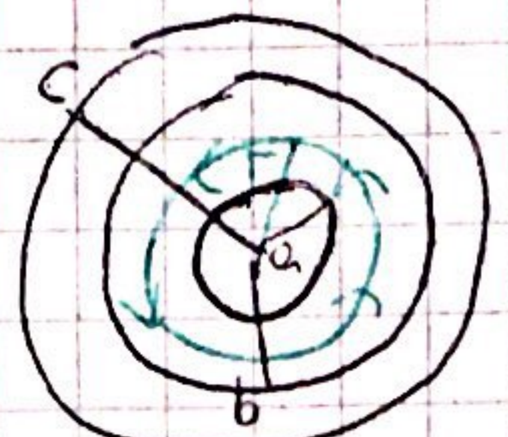
FECHA

PRACTICO 6

1 a)

Caso 1

$b > r > a$



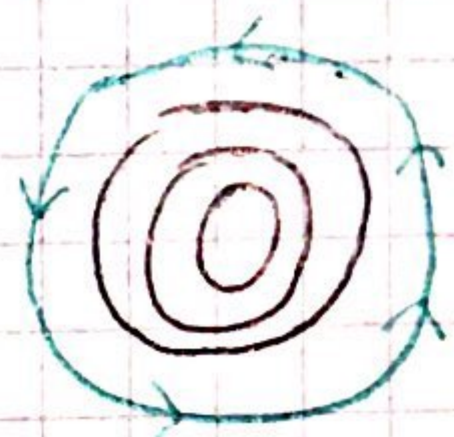
$d\vec{l} = r \cdot d\theta \cdot \hat{\theta}$, $i_{ex} = i$

$$\mu \cdot i_{ex} = \int_0^{2\pi} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_0^{2\pi} \vec{B}\, r\, d\theta \cdot \hat{\theta} = B \int_0^{2\pi} r\, d\theta\, \hat{\theta} = B r 2\pi\, \hat{\theta}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi r}\, \hat{\theta}$$

Caso 2

$r > c > b > a$

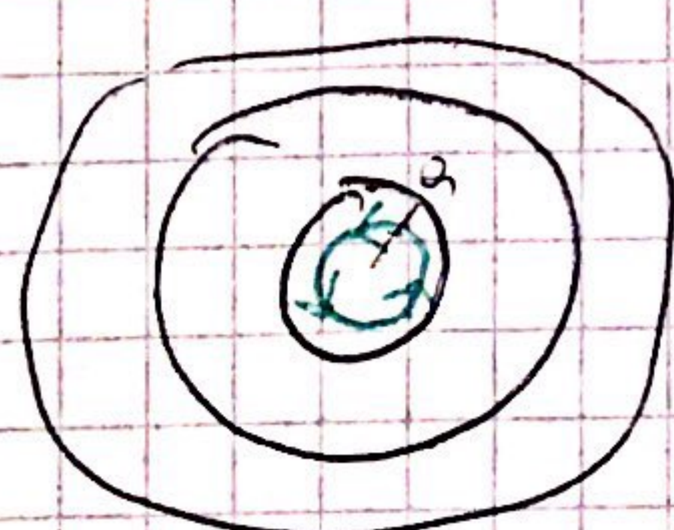


$i_{ex} = 0 \Rightarrow \vec{B_2} = 0$

pues las corrientes son iguales pero circulan en diferente sentido

Caso 3

$r \leq a$



$$i_{ex} = i \cdot \frac{\pi r^2}{\pi a^2} = i \cdot \frac{r^2}{a^2}$$

Calculando B análogo al caso 1:

$$\vec{B_3} = \frac{\mu_0 i \cdot r}{2\pi \cdot a^2}\, \hat{\theta}$$

NOTA

Caso 4

$c > r > b > a$

$$i_{enc} = i - \frac{i}{\pi(c^2-b^2)} \cdot \pi(r^2-b^2)$$

$$= i - \frac{i(r^2-b^2)}{(c^2-b^2)}$$

$$= \frac{i\left(c^2-b^2-(r^2-b^2)\right)}{c^2-b^2}$$

$$= i \cdot \left(\frac{c^2-r^2}{c^2-b^2}\right)$$

Entonces:

$$\mu i\left(\frac{c^2-r^2}{c^2-b^2}\right) = \int_0^{2\pi} B\, d\vec{l} = B \cdot r \cdot 2\pi\, \hat{\theta}$$

$$\Rightarrow \vec{B}_4 = \frac{\mu i}{2\pi r}\left(\frac{c^2-r^2}{c^2-b^2}\right)\hat{\theta}$$

b) $U_B = \int \mu_B = \int \frac{B^2}{2\mu_0}$

$$U_B' = \underbrace{\int_a^b\int_0^{2\pi} \frac{B_1^2}{2\mu_0}\, r\, dr\, d\theta}_{A} + \underbrace{\int_c^{\infty}\int_0^{2\pi} \frac{B_2^2}{2\mu_0}\, r\, dr\, d\theta}_{B} + \underbrace{\int_0^a\int_0^{2\pi} \frac{B_3^2}{2\mu_0}\, r\, dr\, d\theta}_{C} + \underbrace{\int_b^c\int_0^{2\pi} \frac{B_4^2}{2\mu_0}\, r\, dr\, d\theta}_{D}$$

es la energía en una rebanada del cable.

A

$$\int_a^b\int_0^{2\pi} \frac{\mu_0^2 i^2}{4\pi^2 r^2} \cdot \frac{1}{2\mu_0} \cdot r\, dr\, d\theta = \int_a^b\int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 r}\, dr\, d\theta = \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2}\int_a^b \frac{1}{r}\, dr \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) \cdot 2\pi = \ln\left(\frac{b}{a}\right)\frac{\mu_0 i^2}{4\pi}$$

B

$= 0$

FECHA

C

$$\int_0^a\int_0^{2\pi} \frac{\mu_0^2 i^2 r^2}{4\pi^2 a^4}\cdot\frac{1}{2\mu_0}\cdot r\,dr\,d\theta = \int_0^a\int_0^{2\pi}\frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 a^4}\cdot r^3\,dr\,d\theta = \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 a^4}\int_0^a r^3 dr\int_0^{2\pi} d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 a^4}\cdot\frac{a^4}{4}\cdot 2\pi = \frac{\mu_0 i^2}{16\pi}.$$

D

$$\int_b^c\int_0^{2\pi}\frac{B_4^2}{2\mu_0}\cdot r\,dr\,d\theta = \int_b^c\int_0^{2\pi}\frac{\mu_0^2 i^2}{4\pi^2 r^2}\left(\frac{c^2-r^2}{c^2-b^2}\right)^2\cdot\frac{1}{2\mu_0}\cdot r\,dr\,d\theta$$

$$= \int_b^c\int_0^{2\pi}\frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2 r}\,\frac{1}{(c^2-b^2)^2}\cdot(c^2-r^2)^2\cdot dr\,d\theta$$

$$= \underbrace{\frac{\mu_0 i^2}{8\pi^2(c^2-b^2)^2}}_{P}\int_b^c\frac{(c^2-r^2)^2}{r}dr\int_0^{2\pi}d\theta$$

$$P\cdot 2\pi = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi(c^2-b^2)^2}$$

$$= P\cdot 2\pi\cdot\int_b^c\frac{c^4}{r}dr - \int_b^c\frac{2c^2r^2}{r}dr + \int_b^c\frac{r^4}{r}dr$$

$$= P\cdot 2\pi\left[c^4\cdot\ln\left(\frac{c}{b}\right) - 2c^2(c-b) + \frac{c^4-b^4}{4}\right]$$

Por lo tanto

$$U_B' = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi}\underbrace{\left[\ln\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{1}{4} + \frac{c^4\cdot\ln\left(\frac{c}{b}\right) - 2c^2(c-b) + \frac{c^4-b^4}{4}}{(c^2-b^2)}\right]}_{=\,\delta}$$

$$= \frac{i^2}{2}\cdot\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\delta$$

NOTA

Scanned with CamScanner

relación autoinducción energía

c) $U_B = l \cdot U_B' = l \cdot \frac{1}{2} i^2 \cdot S \frac{\mu}{2\pi} \overset{A}{=} \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{\mu l \cdot S}{2\pi} = L}$$

② Usando la aproximación de solenoide infinito, el campo dentro es uniforme y fuera es cero.

$$U_B' = \int_0^r \int_0^{2\pi} \frac{B^2}{2\mu_0} \cdot r\,dr\,d\theta \underset{\text{es uniforme}}{=} \frac{B^2}{2\mu_0} \int_0^r r \cdot dr \int_0^{2\pi} d\theta$$

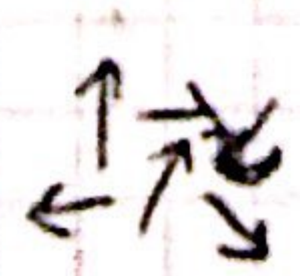
$$= \frac{B^2}{2\mu_0} \cdot \frac{r^2}{2} \cdot 2\pi = \frac{B^2 r^2 \pi}{2\mu_0} = \frac{0{,}4^2 \cdot 0{,}45^2 \cdot \pi}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{T^2 m^2 \cdot A}{T \cdot m}$$

$$= \frac{0{,}4^2 \cdot 0{,}45^2}{8 \cdot 10^{-7}} \cdot T \cdot m \cdot A = 40500\ Kg \cdot \frac{m}{s^2}$$

Por lo tanto:

$$U_B = U_B' \cdot l = 40500 \cdot 2{,}2\ Kg \frac{m}{s^2} = 89100\ J$$

③ Los materiales ferromagnéticos tienen cada átomo con momentos dipolares magnéticos pero no alineados, es decir que están así:



HOJA N°

FECHA

Cuando el material se relaciona con un campo, dichos momentos dipolares buscan alinearse. La magnetización de saturación, es aquella en la que todos los momentos logran alinearse. Entonces:

densidad de átomos: $7{,}8 \frac{g}{cm^3}$

en 1kg hay $1{,}08 \cdot 10^{25}$ átomos de hierro $\Rightarrow$ cantidad de átomos $= \frac{8{,}42 \cdot 10^{22}}{cm^3}$

$$M_s = \mu_B \cdot \frac{\text{cantidad de átomos}}{cm^3}$$

$$M_s = (9{,}2 \cdot 93 \cdot 10^{-24}) \cdot 8{,}42 \cdot 10^{22} \frac{J}{T} \cdot \frac{1}{cm^3}$$

$$= 1{,}7 \frac{J}{T\,cm^3} = 1{,}7 \cdot 10^{6} \frac{J}{T \cdot m^3}$$

4

$$N_0 = 60/m$$

$$i = 5\,A$$

$$\vec{B} = K_m \cdot \vec{B}_0$$

$\vec{B}$: Campo del solenoide con un hierro dentro

$\vec{B}_0$: Campo del solenoide solo

$$B_0 = \mu_0 \cdot i \cdot N_0 = \mu_0 \cdot 5A \frac{60}{m}$$

B_0: Campo del solenoide solo

$$= \mu_0 \cdot 300 \cdot \frac{A}{m} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 300 \; \frac{T \cdot m}{A} \cdot \frac{A}{m} = 0{,}00037\,T$$

$$B = K_m \cdot B_0 = 5000\,\mu_0\, 300 \frac{A}{m} = 15 \cdot 10^{5}\, \mu_0 \frac{A}{m} = 18{,}5 \cdot 10^{-1}\,T$$

Por otro lado:

$$M = \frac{B - B_0}{\mu_0} = 1{,}47 \cdot 10^{6} \frac{A}{m}$$

$B = B_0 + M\mu_0$, donde fue no hay un campo externo $B_0 \Rightarrow B = M \cdot \mu_0$

NOTA $\Rightarrow B = 1{,}7 \cdot 10^{6} \frac{J}{T \cdot m^3} \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot \frac{T \cdot m}{A} = 2{,}13 \frac{J}{m^2 A}$

Scanned with CamScanner

5

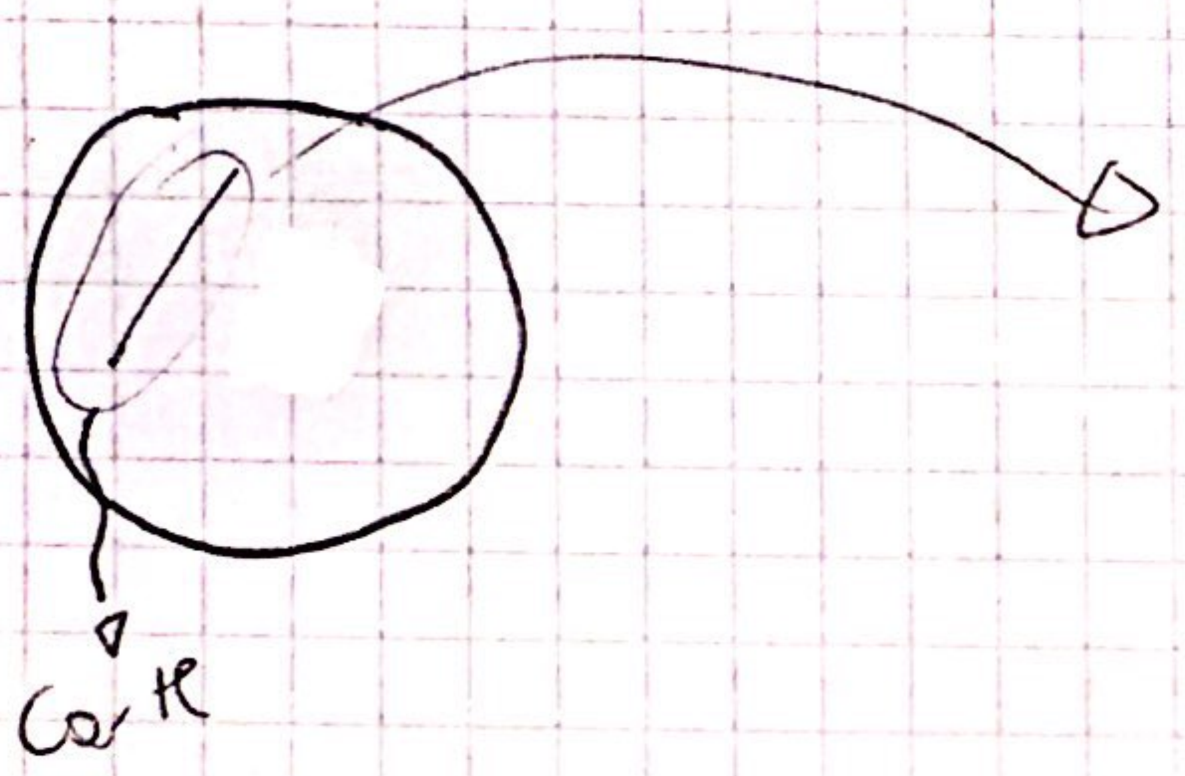
a) $\vec{B} = \vec{B}_0 . K_m \Rightarrow \frac{\vec{B}}{\vec{B}_0} = K_m$ Pero no exixte ningún $\vec{B}_0$

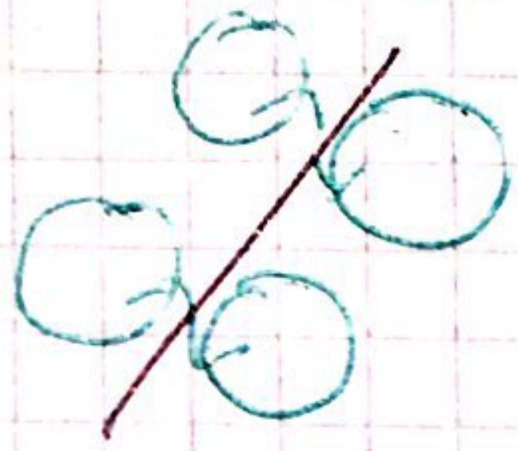
$\vec{B}$: campo con material magnético

↳ campo sin el material magnético

c)

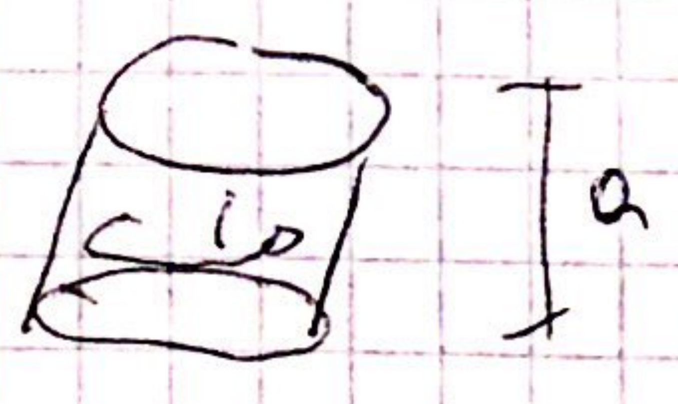
Si agarro un iman y le hago cualquier corte:





↳ las corrientes de cada imansito se van a "cancelar" excepto en el borde.

Por lo tanto podemos pensarlo como un único iman grande donde la corriente de magnetización únicamente circula en los bordes



$d\vec{l} = R.d\theta.\hat{\theta}$

Una rodaja

$$dB(\vec{z}) = \frac{\mu_0 . di}{4\pi} . \int_0^{2\pi} \underbrace{\frac{R.d\theta.\hat{\theta} \times (c\hat{z} - (z\hat{z} + R.\hat{r}))}{((c-z)^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}}_{\delta}$$

$$di = \frac{i}{a} . dz$$

$$B = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} di \int_0^{2\pi} \dots$$

NOTA

HOJA N°

FECHA

Entonces:

$$B(\vec{z}) = \frac{\mu_0 i}{4\pi a}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_0^{2\pi} dz \cdot \delta$$

$$\begin{array}{ccc} \hat{r} & \hat{\theta} & \hat{z} \\ 0 & R d\theta & 0 \\ -R & 0 & c-z \end{array}$$

$\hat{r} = R\,d\theta\,(c-z)$

$\hat{\theta} = 0$

$\hat{z} = R^2 d\theta$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi a}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_0^{2\pi} \frac{R\,d\theta\,(c-z)\,\hat{r} + R^2 d\theta\,\hat{z}}{\left((c-z)^2 + R^2\right)^{\frac{3}{2}}}\, dz$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi a}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_0^{2\pi} \frac{R(c-z)\,d\theta\,dz}{\left((c-z)^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}\,\hat{r} + \frac{\mu_0 i}{4\pi a}\cdot\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int_0^{2\pi}\frac{R^2\,d\theta\,dz}{\left((c-z)^2+R^2\right)^{\frac{3}{2}}}\,\hat{z}$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi a}\cdot\left[\frac{4\pi R}{\sqrt{4c^2-4ca+a^2+4R^2}} - \frac{4\pi R}{\sqrt{4c^2+4ca+a^2+4R^2}}\right]$$

$$+ \frac{\mu_0 i}{4\pi a}\left[\frac{4\pi c + 2\pi a}{\sqrt{4R^2+(2c+a)^2}} - \frac{4\pi c - 2\pi a}{\sqrt{4R^2+(2c-a)^2}}\right]$$

NOTA