

**Ecuaciones Diferenciales 1**  
**1er Parcial**  
**5 de Mayo de 2023**

- (1) (a) Buscar la solución general de la siguiente ecuación y describir su comportamiento para tiempos largos:

$$y'' + 4y' + 4y = e^{-2t}.$$

- (b) Hallar la solución de la ecuación  $y'' + 4y' + 5y = \cos(t)$ , con condiciones iniciales  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = -1$ .

- (2) Sea  $g(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 3, \\ 2(3-t), & t \geq 3. \end{cases}$ .

Hallar la solución del problema

$$y'' + 2y' + y = g(t), \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1,$$

mediante la transformada de Laplace.

- (3) Sean  $p, q : I \rightarrow \mathbb{R}$  funciones continuas y sean  $\varphi_1, \varphi_2 : I \rightarrow \mathbb{R}$  dos soluciones linealmente independientes de la ecuación

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = 0.$$

Probar que entre dos ceros consecutivos de  $\varphi_1$  (respectivamente  $\varphi_2$ ) hay exactamente un cero de  $\varphi_2$  (respectivamente  $\varphi_1$ ).

Sugerencia: estudiar el determinante

$$W(t) = \det \begin{pmatrix} \varphi_1(t) & \varphi_2(t) \\ \varphi_1'(t) & \varphi_2'(t) \end{pmatrix}, \quad t \in I.$$

- (4) Usar series de potencias centradas en  $x_0 = 0$ , para hallar dos soluciones linealmente independientes de la ecuación

$$L[y] = y'' + xy' + y = 0.$$