

Apliquemos diferencias finitas al problema $T'' - \alpha_1(T - T_s) - \alpha_2(T^4 - T_s^4) = 0$

$$T'' \approx \frac{T_{i-1}^h - 2T_i^h + T_{i+1}^h}{h^2} \approx T''$$

Entonces, el problema queda

$$\frac{T_{i-1}^h - 2T_i^h + T_{i+1}^h}{h^2} - \alpha_1(T_i^h - T_s) - \alpha_2(T_i^h - T_s^4) = T_{i+1}^h, \quad i = 2, \dots, n-2$$

Veamos como queda el problema en los bordes:

$$i = 1: \quad \frac{T_0 - 2T_1^h + T_2^h}{h^2} - \alpha_1(T_1^h - T_s) - \alpha_2((T_1^h)^4 - T_s^4) = T_1^{h+1}$$

$$i = n-1: \quad \frac{T_{n-2}^h - 2T_{n-1}^h + T_n}{h^2} - \alpha_1(T_{n-1}^h - T_s) - \alpha_2((T_{n-1}^h)^4 - T_s^4) = T_{n-1}^{h+1}$$

donde, $T_0 = T(0)$ y $T_n = T(L)$ con L longitud de la barra

Ahora calculemos el jacobiano, el cual tiene la forma:

$$J(\tau) = \frac{1}{h^2} \begin{bmatrix} -2 - \alpha_1 h^2 - 4\alpha_2 T_1^3 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 - \alpha_1 h^2 - 4\alpha_2 T_2^3 & 1 & \dots & 0 \\ & & & & 0 \\ & & & & 1 \\ & & & 1 & -2 - \alpha_1 h^2 - 4\alpha_2 T_n^3 \end{bmatrix}$$

matriz tridiagonal