

به نام خدا

طراحی الگوریتم‌ها

نیم‌سال اول ۱۴۰۳-۱۴۰۴



مدرس: دکتر قوامی‌زاده

تمرین سری دوم

تاریخ تحویل: شنبه ۵ آبان

دانشکده‌ی مهندسی و علوم کامپیوتر

(۱) جواب دقیق معادلات زیر را به دست آورید. (در مواردی که مقدار اولیه ذکر نشده، مقدار دلخواهی را فرض بگیرید.) (۴۰)

- a) $T(n) = 2 T(\ln/3J) - T(\ln/9J) + n \cdot \log n$
- b) $\sqrt{T(n)} = \sqrt{T(n-1)} + 2\sqrt{T(n-2)}$, $T(0) = T(1) = 1$
- c) $T(n) = 3 T(n-1) + 10 T(n-2) + 5^n$, $T(0) = 0$, $T(1) = 11$, $T(2) = 20$
- d) $T(n) = 2/\sqrt{n} * T(\sqrt{n}) + \log \sqrt[n]{n}$
- e) $T(n) = T(\sqrt{n}) - T(\sqrt[4]{n}) + T(\sqrt[8]{n}) + \log n$

(۲) پیچیدگی زمانی معادلات بازگشتی زیر را محاسبه کنید. (۲۲)

- a) $T(n) = 2/n (T(0)+T(1)+T(2)+\dots+T(n-1)) + n$
- b) $T(n) = 4T(n/2) + n^2\sqrt{n}$
- c) $T(n) = 4T(n/3) + n \log n$
- d) $T(n) = T(n/2 + \sqrt{n}) + n$

(۳) ثابت کنید رابطه بازگشتی زیر از مرتبه $O(n^{2/3})$ است. (۱۶)

$$T(n) = \sqrt{n \times 99 \times T(\sqrt{n})} + 100 \times n$$

(۴) فرض کنید که می‌خواهیم به جای آن که در merge sort آرایه را به دو قسمت تقسیم کنیم و هر قسمت را با خود merge sort مرتب کنیم و سپس آن‌ها را ادغام کنیم، این کار را با سه قسمت انجام دهیم. یعنی آرایه را به سه قسمت مساوی (شاید برخی یک خانه با دیگری تفاوت داشته باشند) تقسیم کنیم سپس هر قسمت را با خود الگوریتم مرتب و سپس ادغام کنیم. پیچیدگی زمانی این نسخه از merge sort را حساب کنید. (۱۶)

(۵) پیچیدگی زمانی روابط زیر را با درخت بازگشت محاسبه کنید. (۱۲)

a) $T(n) = T(n/6) + T(5n/6) + n$

b) $T(n) = 3T(\lfloor n/4 \rfloor) + \Theta(n^2)$

(۶) پیچیدگی زمانی کدهای زیر را محاسبه کنید. (۱۴)

a)

```
void function(int arr[], int len) {
    int temp;
    if (len == 1) {
        return;
    }
    for (int i = 0; i < len - 1; i++) {
        if (arr[i] > arr[i + 1]) {
            temp = arr[i];
            arr[i] = arr[i + 1];
            arr[i + 1] = temp;
        }
    }
    function(arr, len - 1);
}
```

b)

```
def swap(var, i, j):
    var = list(var)
    var[i], var[j] = var[j], var[i]
    return ''.join(var)

def function(var, idx):
    if idx == len(var) - 1:
        print(var)
        return

    for i in range(idx, len(var)):
        var = swap(var, idx, i)
        function(var, idx + 1)
        var = swap(var, idx, i)
```