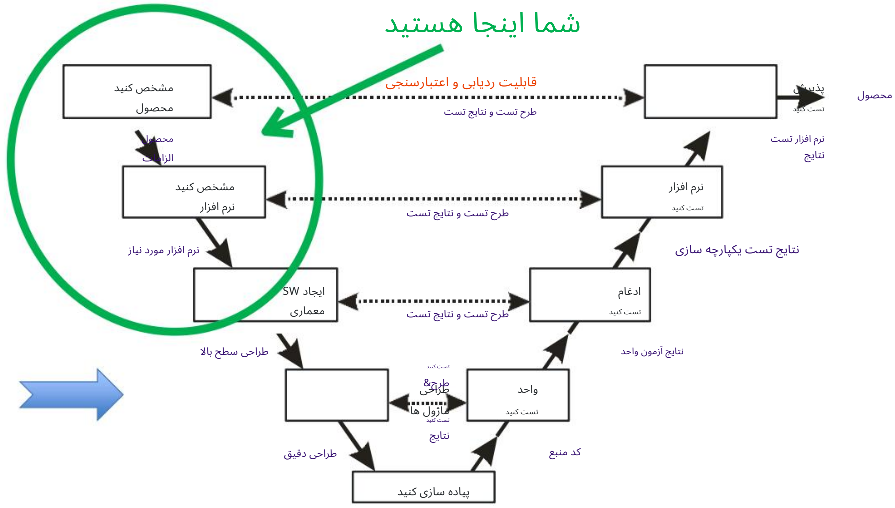
سخنرانی 4: مدل سازی فیزیکی دینامیک

سید حسین عطارزاده نیاکی

بر اساس اسلایدهای ادوارد لی

بررسی کنید

- الزامات CPS
  - الزامات عملکردی
  - الزامات فوق عملکردی
    - زمان واقعی بودن
    - کارایی (انرژی، اندازه کد، زمان اجرا، و غیره)
    - قابلیت اطمینان
- تجزیه و تحلیل نیاز

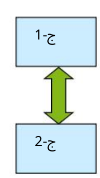


مدل های محاسباتی

- «محاسبه کردن» به چه معناست؟
- مدل های محاسباتی تعریف می کنند

-اجزا و یک مدل اجرایی برای محاسبات هر جزء

-مدل ارتباطی برای تبادل اطلاعات بین اجزا.



تکنیک های مدل سازی در این دوره

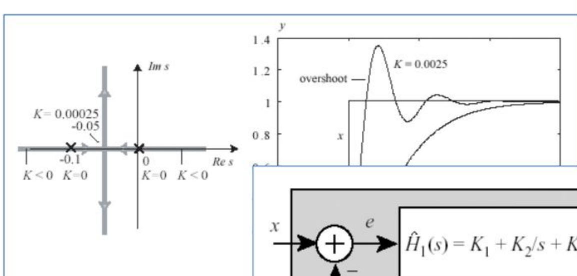
مدل هایی که انتزاعی از دینامیک سیستم هستند
(چگونه رفتار سیستم در طول زمان تغییر می کند)

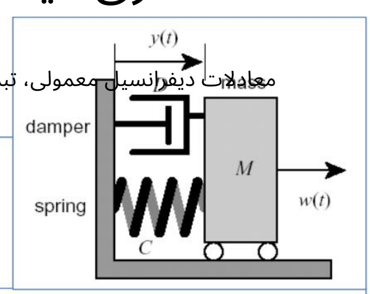
• مدلسازی دینامیک پیوسته –معادلات دیفرانسیل
–سیستم های کنترل بازخورد –مدل سازی دامنه زمانی
• مدل سازی دینامیک گسسته –ماشین های حالت محدود • مدل سازی سیستم های ترکیبی –مدل های مودال، اتومات های زمان دار

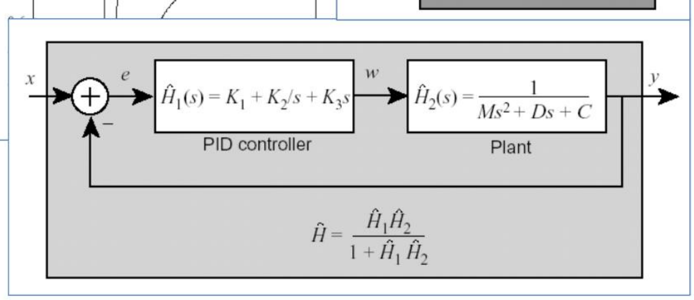
• مدل های همزمان محاسبات
-ترکیب سنکرون
–مدل های جریان داده
– ...

مدلسازی دینامیک پیوسته

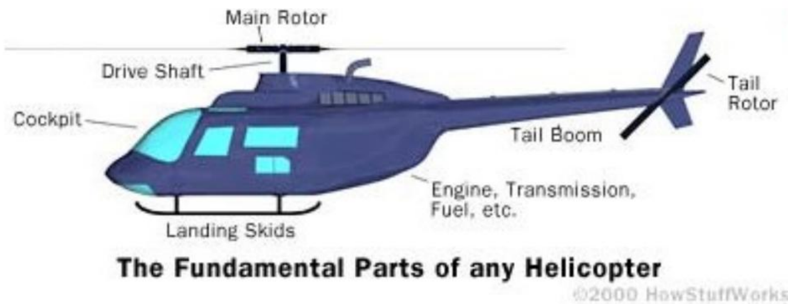
معادلات دیفرانسیل معمولی، تبدیل های لاپلاس، مدل های کنترل فیدبک، ...







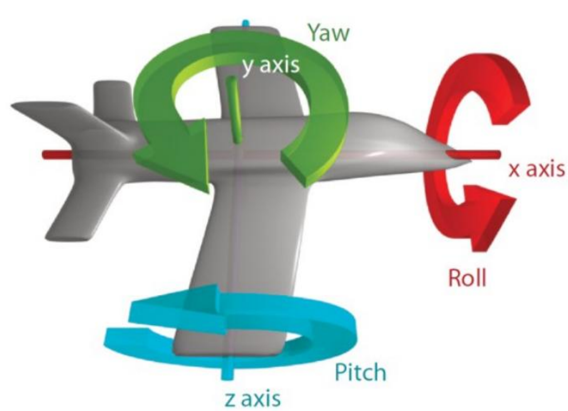
یک مثال: دینامیک هلیکوپتر



مدل سازی حرکت فیزیکی

شش درجه آزادی •موقعیت: • x، y، z

جهت: زمین، انحراف، رول



نشانه گذاری

سیگنال های زمان پیوسته

Position is given by three functions:

$$x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$z : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

where the domain $\mathbb{R}$ represents time and the co-domain (range) $\mathbb{R}$ represents position along the axis. Collecting into a vector:

$$\mathbf{x} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$$

Position at time $t \in \mathbb{R}$ is $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^3$.

نشانه گذاری

معادله دیفرانسیل

Velocity

$$\dot{\mathbf{x}} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$$

is the derivative, $\forall\, t \in \mathbb{R}$,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \frac{d}{dt}\mathbf{x}(t)$$

Acceleration $\ddot{\mathbf{x}} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ is the second derivative,

$$\ddot{\mathbf{x}} = \frac{d^2}{dt^2}\mathbf{x}$$

Force on an object is $\mathbf{F} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$.

قانون دوم نیوتن

معادلات انتگرال

Newton's second law states $\forall\, t \in \mathbb{R}$,

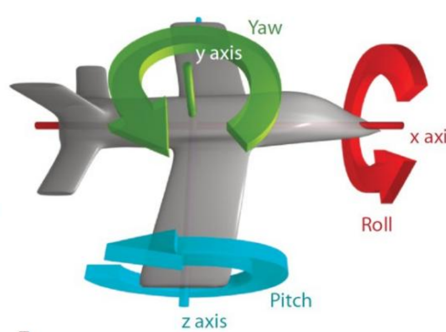
$$\mathbf{F}(t) = M\ddot{\mathbf{x}}(t)$$

where M is the mass. To account for initial position and velocity, convert this to an integral equation

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{x}(0) + \int_0^t \dot{\mathbf{x}}(\tau)d\tau \\ &= \mathbf{x}(0) + t\dot{\mathbf{x}}(0) + \frac{1}{M}\int_0^t \int_0^\tau \mathbf{F}(\alpha)d\alpha d\tau, \end{aligned}$$

جهت گیری

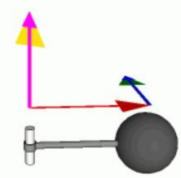
- Orientation: $\theta\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$
- Angular velocity: $\dot{\theta}\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$
- Angular acceleration: $\ddot{\theta}\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$
- Torque: $\mathbf{T}\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$



$$\theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_x(t) \\ \theta_y(t) \\ \dot{\theta}_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{roll} \\ \text{yaw} \\ \text{pitch} \end{bmatrix}$$

نسخه زاویه ای نیرو: گشتاور
برای جرم نقطه ای که حول یک محور ثابت می چرخد:

- radius of the arm: $r \in \mathbb{R}$
- force orthogonal to arm: $f \in \mathbb{R}$
- mass of the object: $m \in \mathbb{R}$



Ty (t) = r f (t)

تکانه زاویه ای، تکانه

همانطور که نیرو یک فشار یا کشش است، گشتاور نیز یک پیچ و تاب است.

واحدها: نیوتن متر/رادیان، ژول/رادیان

توجه داشته باشید که رادیان ها متر / متر هستند 2p)متر محیط در هر 1متر شعاع)، بنابراین به عنوان واحد، اختیاری هستند.

نسخه چرخشی قانون دوم نیوتن

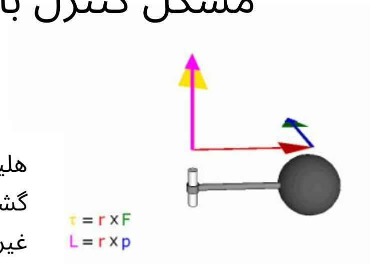
$$\mathbf{T}(t) = \frac{d}{dt}\Big(I(t)\dot{\theta}(t)\Big),$$

where $I(t)$ is a 3×3 matrix called the moment of inertia tensor.

$$\begin{bmatrix} T_x(t) \\ T_y(t) \\ T_z(t) \end{bmatrix} = \frac{d}{dt}\left(\begin{bmatrix} I_{xx}(t) & I_{xy}(t) & I_{xz}(t) \\ I_{yx}(t) & I_{yy}(t) & I_{yz}(t) \\ I_{zx}(t) & I_{zy}(t) & I_{zz}(t) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\theta}_x(t) \\ \dot{\theta}_y(t) \\ \dot{\theta}_z(t) \end{bmatrix}\right)$$

Here, for example, $T_y(t)$ is the net torque around the y axis (which would cause changes in yaw), $I_{yx}(t)$ is the inertia that determines how acceleration around the x axis is related to torque around the y axis.

مشکل کنترل بازخورد

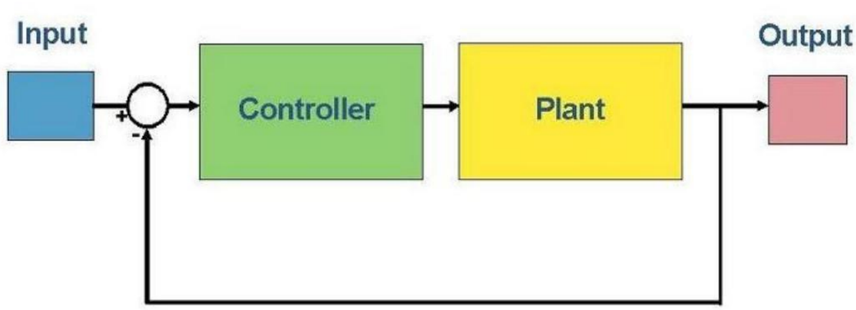


هلیکوپتر بدون روتور دم، مانند تصویر زیر، به دلیل گشتاور ناشی از اصطکاک در محور روتور، به‌طور غیرقابل کنترلی می‌چرخد.

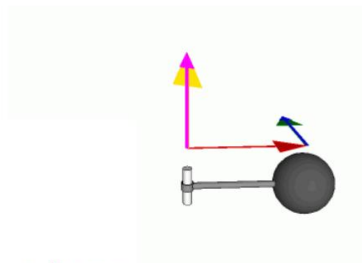
مشکل سیستم کنترل: گشتاور را با استفاده از روتور دم برای تعادل اعمال کنید

گشتاور روتور بالایی

کارخانه و کنترل کننده



مدل ساده شده



Yaw dynamics:

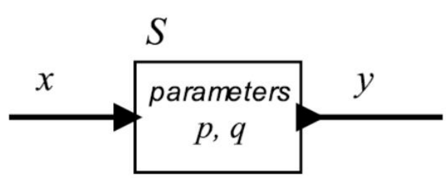
$$T_y(t) = I_{yy}\ddot{\theta}_y(t)$$

To account for initial angular velocity, write as

$$\dot{\theta}_y(t) = \dot{\theta}_y(0) + \frac{1}{I_{yy}} \int_0^t T_y(\tau)d\tau.$$

این نوع ساده سازی «کاهش سفارش مدل» نامیده می شود.

مدل بازیگری سیستم ها



سیستم تابعی است که سیگنال ورودی را می پذیرد و سیگنال خروجی را می دهد .

دامنه و محدوده تابع سیستم مجموعه ای از سیگنال ها هستند که خود تابع هستند.

$$x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

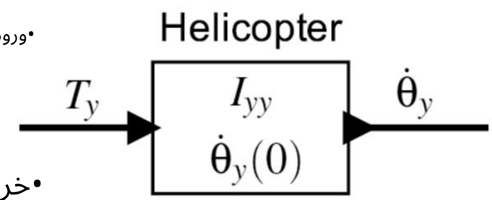
$$S : X \to Y$$

$$X = Y = (\mathbb{R} \to \mathbb{R})$$

پارامترها ممکن است بر تعریف تابع Sتأثیر بگذارند.

بازیگر مدل هلیکوپتر

•ورودی گشتاور خالص روتور دم و روتور بالایی است.



•خروجی زاویه ای است
سرعت حول محور y

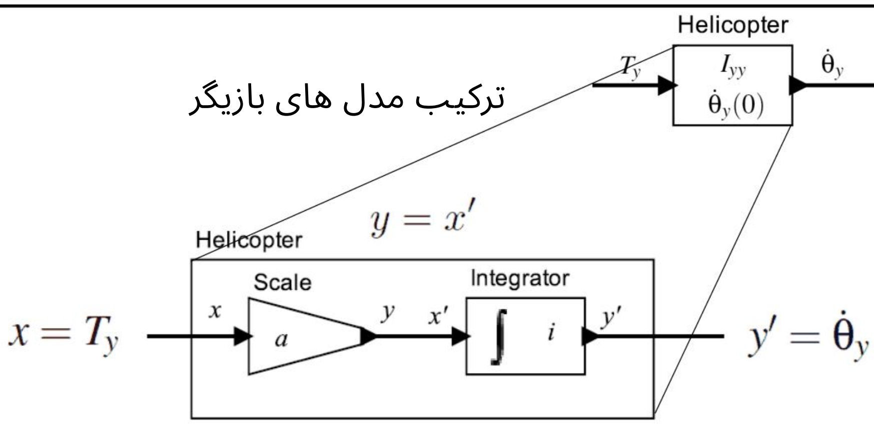
•پارامترهای

$$\dot{\theta}_y(t) = \dot{\theta}_y(0) + \frac{1}{I_{yy}} \int_0^t T_y(\tau) d\tau$$

•پارامترهای
مدل نشان داده شده در
جعبه است.

•ورودی و خروجی
رابطه توسط معادله سمت
معادله سمت راست

ترکیب مدل های بازیگر

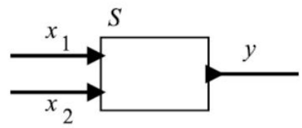


$$\forall\, t \in \mathbb{R}, \quad y(t) = ax(t) \qquad y'(t) = i + \int_0^t x'(\tau) d\tau$$

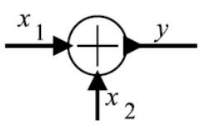
$$y = ax$$

$$a = 1/I_{yy} \qquad i = \dot{\theta}_y(0)$$

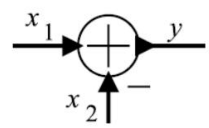
مدل های بازیگر با ورودی های متعدد



$$S: (\mathbb{R} \to \mathbb{R})^2 \to (\mathbb{R} \to \mathbb{R})$$

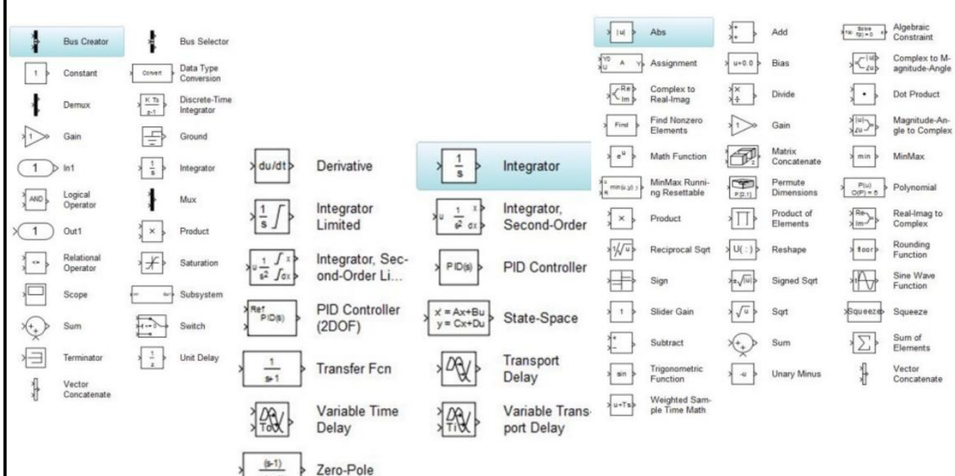


$$\forall\, t \in \mathbb{R}, \quad y(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

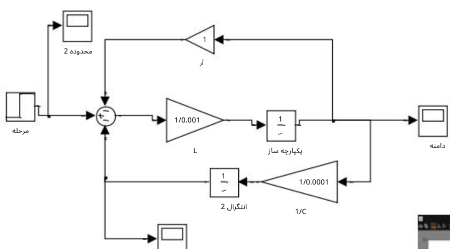


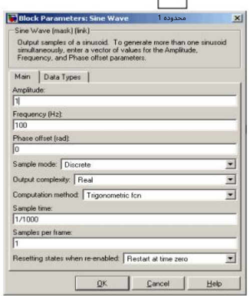
$$(S(x_1, x_2))(t) = y(t) = x_1(t) - x_2(t)$$

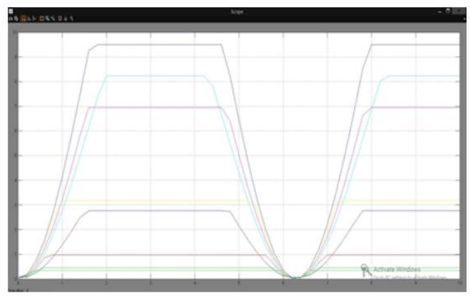
کتابخانه سیمولینک



مدل های سیمولینک







ویژگی های سیستم های I

سیستم های علّی

•یک سیستم در صورتی علی است که خروجی آن فقط به ورودی های فعلی و گذشته بستگی داشته باشد

•به عنوان مثال، اگر برای دو ورودی ممکن که تا (و از جمله) زمان τیکسان هستند، خروجی ها تا (و شامل) زمان τیکسان هستند.

سیستم های بدون حافظه

•یک سیستم دارای حافظه است اگر خروجی نه تنها به ورودی های فعلی، بلکه به ورودی های گذشته نیز بستگی داشته باشد

ویژگی های سیستم های II

سیستم های خطی و ثابت با زمان .(LTI)

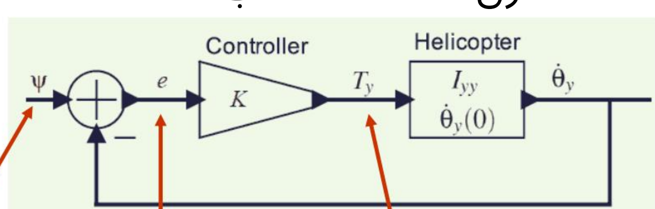
•ارضای برهم نهی X □ x1 ,x2 □ •و • (S(ax1+bx2) = aS(x1) + bS(x2 □ R,
a,b□عدم تغییر زمان Dτ)عامل تاخیر است) X□x □ •و S(Dτ (x)) = Dτ (S(x))
،τ□R □اگر (Dτ (x)) (t) = x(t□τ)

سیستم های پایدار

اگر سیگنال خروجی برای همه سیگنال‌های ورودی محدود شده باشد، سیستمی پایدار است.

LeeSshiaرا برای تعاریف رسمی بررسی کنید.

کنترل کننده متناسب



سرعت زاویه ای مورد نظر

خطا سیگنال

گشتاور خالص

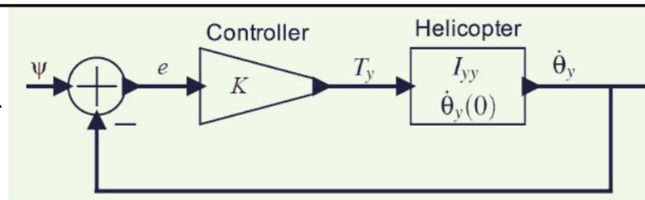
$$e(t) = \psi(t) - \dot{\theta}_y(t)$$

$$T_y(t) = Ke(t)$$

$$\dot{\theta}_y(t) = \dot{\theta}_y(0) + \frac{1}{I_{yy}} \int_0^t T_y(\tau)d\tau$$
$$= \dot{\theta}_y(0) + \frac{K}{I_{yy}} \int_0^t (\psi(\tau) - \dot{\theta}_y(\tau))d\tau$$

توجه داشته باشید که سرعت زاویه ای در هر دو طرف ظاهر می شود، بنابراین حل این معادله بی اهمیت نیست .

رفتار از
کنترل کننده



$$\dot{\theta}_y(t) = \dot{\theta}_y(0) + \frac{K}{I_{yy}} \int_0^t (\psi(\tau) - \dot{\theta}_y(\tau))d\tau$$

سرعت زاویه ای مورد نظر: $\psi(t) = 0$

معادله دیفرانسیل را ساده می کند:

$$\dot{\theta}_y(t) = \dot{\theta}_y(0) - \frac{K}{I_{yy}} \int_0^t \dot{\theta}_y(\tau)d\tau$$

که به صورت زیر قابل حل است (به
کتاب درسی مراجعه کنید):

$$\dot{\theta}_y(t) = \dot{\theta}_y(0)e^{-Kt/I_{yy}}u(t)$$

ورزش کنید

•مدل هلیکوپتر را طوری فرموله کنید که دارای دو ورودی باشد، گشتاور روتور بالا و گشتاور روتور دم.

•نشان دهید (با شبیه سازی) که اگر روتور بالا اعمال می شود
گشتاور ثابت، پس کنترل کننده ما نمی تواند هلیکوپتر را از چرخش جلوگیری کند. با این حال،
افزایش بازخورد، سرعت چرخش را کاهش می دهد.

•یک کنترلر بهتر شامل یک انتگرالگر در کنترلر می شود. چنین کنترل کننده هایی در تئوری سیستم های کنترل مورد مطالعه قرار می گیرند.

سوالات

• آیا رفتار این کنترلر هنگام پیاده سازی در نرم افزار تغییر می کند؟

• چگونه سرعت زاویه ای را در عمل اندازه گیری می کنیم؟
چگونه نویز را در این مدل قرار دهیم؟

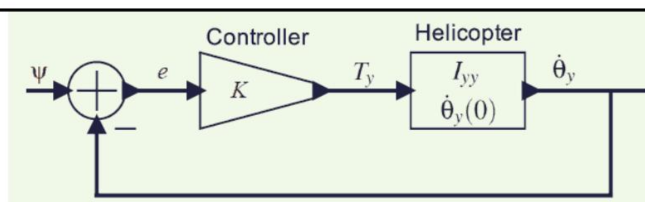
• چه اتفاقی می‌افتد در صورت خرابی (حسگرها، محرک‌ها، نرم‌افزارها، رایانه‌ها یا شبکه‌ها)
https://www.youtube.com/watch?v=MhEXXgiIVuY

سخنرانی بعدی

• طراحی معماری
– بلوک دیاگرام ها
- نمودارهای توالی

اسلایدهای یدکی

رفتار از
کنترل کننده



$$\dot{\theta}_y(t) = \dot{\theta}_y(0) + \frac{K}{I_{yy}} \int_0^t (\psi(\tau) - \dot{\theta}_y(\tau))d\tau$$

Assume that helicopter is initially at rest,

$$\dot{\theta}(0) = 0,$$

and that the desired signal is

$$\psi(t) = au(t)$$

for some constant a.
By calculus (see notes), the solution is

$$\dot{\theta}_y(t) = au(t)(1 - e^{-Kt/I_{yy}})$$