

Vamos Aprender

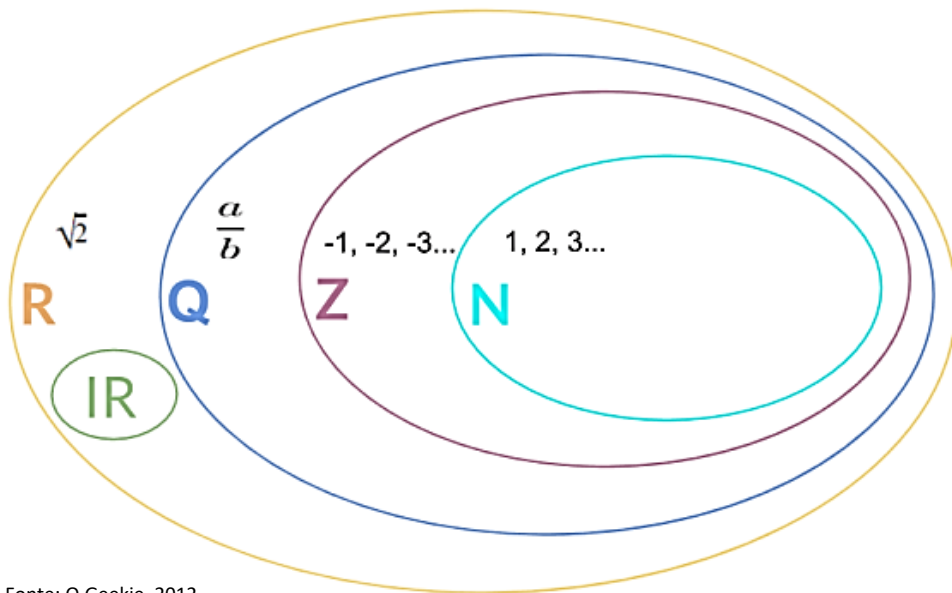
MATEMÁTICA



CONJUNTOS

EXERCÍCIOS





Fonte: O Geekie, 2012

Conjuntos Numéricos são agrupamentos de elementos com características semelhantes.

Conjuntos

N = 0, 1, 2, 3, 4, ...
(Naturais) *Zero é o primeiro número natural

Z = ...-2, -1, 0, 1, 2, 3...
(Inteiros) *Acrescenta os negativos

Q = ...-1, 0, 1, 2... e frações
(Racionais) *Dízimas periódicas são frações

I = Só as não frações
(Irracionais) $\pi = 3,1415...$ $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}...$ *Raízes NÃO inteiras
*Dízimas NÃO periódicas

R = TODOS os anteriores !!! ↑
(Reais)

C = Núm. Imaginários (i)
(Complexos) *Raízes Quad. Negativas
 $\sqrt{-4}$ $z = a + bi$ $3i$

Z* = SEM = 0 ZERO
Z₊ = 0 ZERO e POSIT.
Z₋ = 0 ZERO e NEGAT.

Fonte: Grupo MateMarco, 2017

CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

É o conjunto representado pela letra **N**.

O conjunto $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, \dots\}$ é infinito, ou seja, não tem fim. Mesmo assim não compreende todos os números.

Como assim?

Observe os cálculos abaixo:

- a) $9 - 12$
- b) $8 - 100$

Dentro do conjunto dos números naturais não existe resposta para estas perguntas, pois elas são **números negativos**.

- a) $9 - 12 = -3$
- b) $8 - 100 = -92$

E onde estão esses números?

Essas respostas estão dentro do conjunto dos **números inteiros**. Vamos conhecer este conjunto:

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

Este é um conjunto numérico representado pela letra **Z**.

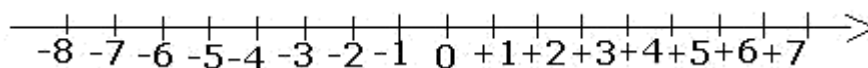
Ele é formado pelos números Negativos e Positivos, ou seja, ele engloba o conjunto dos números naturais. Não podemos esquecer também do zero, que é um número neutro e também faz parte desse conjunto.

Assim, temos:

Conjunto $Z = \{\dots -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, \dots\}$

No seu dia a dia é fácil perceber a existência de números inteiros. Quando temos um crédito temos um número **positivo**, um débito é um número **negativo**; temperaturas acima de zero são **positivas**, abaixo de zero são **negativas**, também em relação ao nível do mar, os países que estão acima do nível do mar tem altitudes **positivas**, abaixo do nível do mar altitudes **negativas**, se você prestar atenção ao seu redor vai encontrar muitos números **negativos** e **positivos**.

Reta Numérica Inteira



Observe que a reta tem uma seta que indica a ordem de crescimento dos números, eles estão crescendo da esquerda para a direita, -7 é menor que -6, 0 é maior que -1 e assim em diante.

Vamos comparar alguns números inteiros:

- a) $-5 > -10$,
- b) $+8 > -1000$,
- c) $-1 > -200.000$,
- d) $-200 < 0$,
- e) $-234 < -1$,
- f) $+2 > -1$,
- g) $-9 < +1$

Lembrete

- 1º: Zero é maior que qualquer número negativo.
- 2º: Um é o maior número negativo.
- 3º: Zero é menor que qualquer número positivo.
- 4º: Qualquer número positivo é maior que qualquer número negativo.

Números opostos ou simétricos

Observe que a distância do -3 até o zero é a mesma do +3 até o zero, estes números são chamados de **opostos** ou **simétricos**. Logo:

- 2 é oposto ou simétrico do + 2
- + 20 é oposto ou simétrico do - 20
- 100 é oposto ou simétrico de + 100

Adição e Subtração de Números Inteiros

Exemplos:

- a) $(+3) + (+7) = + 3 + 7 = +10$ (tiramos os parentes e conservamos os sinais dos números)
- b) $(-9) + (-8) = - 9 - 8 = -17$ (tiramos os parentes e conservamos os sinais dos números)
- c) $(+12) + (-10) = + 12 - 10 = +2$ (tiramos os parentes e conservamos os sinais dos números)
- d) $(+15) - (+25) = + 15 - 25 = 5$ (tiramos os parentes e trocamos o sinal do número que estava depois da subtração)
- e) $(-18) - (-12) = -18 + 12 = -6$ (tiramos os parentes e trocamos o sinal do número que estava depois da subtração)

**FICA
A DICA**

Lembrete:

Para facilitar seu entendimento, pense em dinheiro ao realizar essas contas. Efetue estas operações pensando em débito (número negativo) e crédito (número positivo), $+ 3 + 7$, tenho 3 reais se ganhar 7 fico com 10, $- 15 + 10$, devo 15 reais se tenho só dez para pagar ainda fico devendo sete ou seja -7 , $- 5 - 8$, tenho uma dívida de 5 reais faço mais uma dívida de 8 eu fico devendo treze ou seja -13 .

Multiplicação e Divisão de Números Inteiros

Exemplos:

- a) $(+5) \times (+8) = + 40$ ($+ \times + = +$)
- b) $(-8) \times (-7) = + 56$ ($- \times - = +$)
- c) $(-4) \times (+7) = - 28$ ($- \times + = -$)
- d) $(+6) \times (-7) = - 42$ ($+ \times - = -$)
- e) $(-8) : (-2) = + 4$ ($- : - = +$)
- f) $(+18) : (-6) = - 3$ ($+ : - = -$)
- g) $(+48) : (+2) = + 24$ ($+ : + = +$)
- h) $(-14) : (-7) = + 2$ ($- : - = +$)

Lembrete

Observe que a multiplicação ou divisão de números de mesmo sinal o resultado **é sempre positivo**, a multiplicação ou divisão de números de sinais diferentes o resultado **é sempre negativo**.

Potenciação de Números Inteiros

Exemplos:

a) $(+3)^2 = (+3) \times (+3) = +9$

b) $(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$

c) $(-8)^0 = 1$ (todo número elevado a zero é igual a 1 positivo)

d) $(+9)^0 = 1$ (todo número elevado a zero é igual a 1 positivo)

e) $(18)^1 = 18$ (todo número elevado a um é igual a ele mesmo)

Importante

$$(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4 \text{ é diferente de } -2^2 = -(2) \times (2) = -(4) = -4$$

No primeiro caso tanto o sinal quanto o número estão ao quadrado
No segundo caso apenas o número está elevado ao quadrado.

Radiciação de Números Inteiros

Exemplos:

a) $\sqrt{25} = +5 \text{ ou } -5$ (lembre-se que $5 \times 5 = 25$ e sinais iguais são iguais a positivo)

b) $\sqrt{-36} = \nexists$ (lembre-se não existe raiz quadrada de número inteiro negativo)

c) $-\sqrt{36} = +6 \text{ ou } -6$ (observe que neste caso o menos está fora da raiz, sendo assim existe a raiz)

d) $\sqrt[3]{-8} = -2$ (lembre-se $(-2) \times (-2) \times (-2) = -8$) pois é raiz cúbica.

Resolvendo Expressões Numéricas com Números Inteiros

$$-[-3 + 2 - (4 - 5 - 6)] = -[-3 + 2 - 4 + 5 + 6] = 3 - 2 + 4 - 5 - 6 = 7 - 13 = -6$$

Primeiro eliminamos os parênteses, como antes dele tinha um sinal de menos todos os números saíram com sinais trocados, logo depois eliminamos os colchetes, como também tinha um sinal de menos todos os números saíram com os sinais trocados, somamos os positivos e o negativos

Outro Exemplo:

$$\begin{aligned} & \{-5 + [-8 + 3 \times (-4 + 9) - 3]\} \\ &= \{-5 + [-8 + 3 \times (+5) - 3]\} \\ &= \{-5 + [-8 + 15 - 3]\} \\ &= \{-5 - 8 + 15 - 3\} \\ &= -5 - 8 + 15 - 3 \\ &= -16 + 15 \\ &= -1 \end{aligned}$$

Primeiro resolvemos dentro dos parênteses, depois multiplicamos o resultado por 3, logo após eliminamos os colchetes, como antes deste tinha um sinal de mais, todo os números saíram sem trocar sinal, eliminamos também as chaves, observe que também não teve troca de sinais pelo mesmo motivo anterior, juntamos positivo e negativos.

Hora da Revisão

NATURAIS

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

O NÚMERO ZERO É O PRIMEIRO ELEMENTO DESSE CONJUNTO. O SUCESSOR DE CADA NÚMERO NESSE CONJUNTO É IGUAL À SOMA DELE MESMO COM UMA UNIDADE. OU SEJA, O SUCESSOR DE 3 SERÁ 4 POIS $3 + 1 = 4$.

INTEIROS

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

NESSE CONJUNTO, PARA CADA NÚMERO HÁ O SEU OPOSTO, OU SEU SIMÉTRICO. POR EXEMPLO, 3 E -3 SÃO OPOSTOS OU SIMÉTRICOS.

RACIONAIS

$$Q = \{-1, -\frac{2}{5}, \frac{4}{3}, 5, \dots\}$$

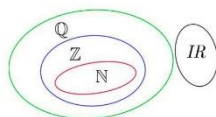
COM A NECESSIDADE DE DESCREVER PARTES DE ALGO INTEIRO, SURTIRAM AS FRAÇÕES. QUANDO ADICIONAMOS AS FRAÇÕES AOS NÚMEROS INTEIROS, OBTIVEMOS OS NÚMEROS RACIONAIS. SÃO EXEMPLOS NÚMEROS RACIONAIS:

CONJUNTOS NUMÉRICOS

IRRACIONAIS

O CONJUNTO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS É COMPOSTO POR TODOS OS NÚMEROS QUE NÃO SÃO POSSÍVEIS DE SE DESCREVER COMO UMA FRAÇÃO. É O CASO DAS RAÍZES NÃO EXATAS, COMO $2-\sqrt{}$, $3-\sqrt{}$, $5-\sqrt{}$, E DO NÚMERO π , DO LOGARITMO NEPERIANO, O NÚMERO DE OURO (ϕ), POR EXEMPLO

ESTE CONJUNTO NÃO ESTÁ CONTIDO EM NENHUM DOS OUTROS TRÊS, OU SEJA, NENHUM NÚMERO IRRACIONAL É RACIONAL, INTEIRO OU NATURAL E NENHUM NÚMERO NATURAL, INTEIRO OU RACIONAL É IRRACIONAL.



REAIS

DA REUNIÃO DO CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS COM OS NÚMEROS IRRACIONAIS OBTIVEMOS O CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS. PODEMOS DIZER QUE O CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS É FORMADO POR TODOS OS NÚMEROS QUE PODEM SER LOCALIZADOS EM UMA RETA NUMÉRICA. ASSIM, TODO NÚMERO QUE É IRRACIONAL É REAL. ASSIM COMO OS NATURAIS, INTEIROS E RACIONAIS.

HORA da REVISÃO

O QUE É

OS NÚMEROS NATURAIS É O CONJUNTO DEFINIDO PELO SÍMBOLO N , QUE SÃO FORMADOS PELOS NÚMEROS INTEIROS NÃO NEGATIVOS MAIS O ZERO. ESTE É UM IMPORTANTE CONJUNTO DOS CONJUNTOS NUMÉRICOS PELA SUA USABILIDADE NO DIA A DIA.
 $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$

REPRESENTAÇÃO

O CONJUNTO N TAMBÉM PODE SER REPRESENTADO ASSIM:

$N = \{x \in N \mid x \geq 0\}$ (LEIA-SE: x PERTENCE A N , TAL QUE x É MAIOR OU IGUAL A 0).
COM EXCEÇÃO DO NÚMERO ZERO, TODOS OS NÚMEROS DO CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS POSSUEM ANTECESSOR (NÚMERO ANTERIOR) E SUCESSOR (NÚMERO POSTERIOR).
EXEMPLO:
ANTECESSOR DE 2 É 1 E O SUCESSOR É 3.
SUCESSOR DE 5 É 6 E O ANTECESSOR É 4.

SUBCONJUNTOS

$N^* = N - \{0\} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ (CONJUNTO INFINITO NATURAIS POSITIVOS NÃO NULOS).

$NPARES = \{0, 2, 4, 6, \dots\}$ (CONJUNTO DOS NATURAIS PARES).

$NÍMPARES = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ (CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS ÍMPARES).

$NP = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$ (CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS PRIMOS, NÚMEROS PRIMOS SÃO NÚMEROS QUE SÃO DIVISÍVEIS SOMENTE POR 1 E POR ELE MESMO)

$NC = \{4, 6, 8, 9, 10, \dots\}$ (CONJUNTOS DOS NATURAIS COMPOSTOS, NÚMEROS COMPOSTOS SÃO OS NÚMEROS QUE NÃO SÃO PRIMOS).

NÚMEROS NATURAIS

O QUE É

OS NÚMEROS INTEIROS SÃO FORMADOS PELOS NÚMEROS POSITIVOS E PELOS NEGATIVOS, OPOSTOS AOS POSITIVOS, MAIS O NÚMERO 0, FORMANDO ASSIM O CONJUNTO DOS INTEIROS.
O SÍMBOLO QUE REPRESENTA O CONJUNTO DOS INTEIROS É O Z .



COMO FUNCIONA

OS NÚMEROS NEGATIVOS SÃO SEMPRE REPRESENTADOS COM O SINAL DE MENOS (-) DO SEU LADO ESQUERDO. OS POSITIVOS TAMBÉM PODEM CONTER O SINAL DE MAIS (+), PORÉM SÃO OMITIDOS SEM PREJUDICAR O ENTENDIMENTO.
OS NÚMEROS INTEIROS SEMPRE POSSUEM UM ANTECESSOR E SUCESSOR. O SUCESSOR É SEMPRE AQUELE NÚMERO QUE VEM DEPOIS DELE. O SUCESSOR DE 2, POR EXEMPLO, É O 3. AGORA TENHA CUIDADO, POIS O SUCESSOR DE -2 É O -1, POIS -1 VEM DEPOIS DE -2.
DENTRO DO CONJUNTO DOS Z ESTÁ O CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS (N) QUE SÃO OS NÚMEROS POSITIVOS INCLUINDO O ZERO.

CONJUNTO

O CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS É INFINITO DOS DOIS LADOS, TANTO PARA NEGATIVOS QUANTO PARA POSITIVOS, SÃO REPRESENTADOS ASSIM:

$Z = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

NÚMEROS INTEIROS

SUBCONJUNTOS

- Z_+ = Conjuntos dos inteiros positivos.
 - $Z_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\} = N$
- Z_- = Conjuntos dos inteiros negativos
 - $Z_- = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$
- Z^* = Conjuntos dos inteiros não nulos.
 - $Z^* = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- Z_+^* = Conjuntos dos inteiros positivos não nulos.
 - $Z_+^* = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\} = N^*$
- Z_-^* = Conjuntos dos inteiros negativos não nulos.
 - $Z_-^* = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1\}$



EXERCÍCIOS de Fixação

1) Efetue as expressões numéricas:

a) $2 + 4 - 2 =$

b) $2 \{ 3 + 1 [5 - 4 (3 \cdot 2)] - 8 \} =$

c) $- 2 + 6 - 10 - 4 =$

2) Escreva o sucessor e o antecessor dos seguintes números inteiros $\{0, - 98, +1024, - 72, +26 + 1, -2\}$. Em seguida, ordene os números na forma crescente.

3) Usando os símbolos $>$ (maior) e $<$ (menor), compare os números inteiros a seguir:

a) $-15 \text{ ____ } + 15$

b) $-100 \text{ ____ } - 99$

c) $+ 58 \text{ ____ } +124$

d) $+ 1000 \text{ ____ } + 999$

Respostas

- 1) a) $2 + 4 - 2 =$ (Resolva a expressão numérica da esquerda para direita)

$$2 + 4 - 2 = 6 - 2 = 4$$

- b) $2 \{3 + 1 [5 - 4 (3 \cdot 2)] - 8\}$ (Resolva a expressão numérica da esquerda para a direita e lembre-se de que primeiro são parênteses $()$, depois colchetes $[]$ e, por último, chaves $\{\}$).

$$2 \{3 + 1 [5 - 4 (3 \cdot 2)] - 8\} = 2 \{3 + 1 [5 - 4 (6)] - 8\} = 2 \{3 + 1 [5 - 24] - 8\} = 2 \{3 + 1 [-19] - 8\} = 2 \{3 - 19 - 8\} = 2 \{3 - 27\} = 2 \{-24\} = -48$$

- c) $-2 + 6 - 10 - 4 =$ (Resolva a expressão numérica da esquerda para direita)

$$-2 + 6 - 10 - 4 = 4 - 10 - 4 = -6 - 4 = -10$$

- 2) $0 \rightarrow$ Sucessor: 1; antecessor: -1 ;
 $-98 \rightarrow$ Sucessor: -97 ; antecessor: -99 ;
 $+1024 \rightarrow$ Sucessor: $+1025$; antecessor: $+1023$;
 $-72 \rightarrow$ Sucessor: -71 ; antecessor: -73 ;
 $+26 \rightarrow$ Sucessor: $+27$; antecessor: $+25$;
 $+1 \rightarrow$ Sucessor: $+2$; antecessor: 0 ;
 $-2 \rightarrow$ Sucessor: -1 ; antecessor: -3 .

Devemos agora ordenar os números na forma crescente, ou seja, do menor número para o maior:

$$\{-98, -72, -2, 0, +1, +26, +1024\}$$

- 3) a) $-15 < +15$

Na reta numérica -15 vem antes de $+15$; por esse motivo, $-15 < +15$.

- b) $-100 < -99$

-100 é mais negativo que -99 . Isso porque -99 está mais próximo de 0 na reta numérica. Com isso, $-100 < -99$.

- c) $+58 < +124$

$+58$ é menor que $+124$, pois, na reta numérica, $+124$ vem após $+58$.

- d) $+1000 > +999$

O número $+1000$ sucede o $+999$ na reta numérica; por esse motivo, $+1000 > +999$.

CONJUNTOS

Conjunto é o agrupamento de elementos que partilham de mesmas características. Quando esses elementos são números, essa união passa a ser conhecida como conjunto numérico.

Exemplo: conjunto dos números pares positivos: $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$.

Esta forma de representar um conjunto, pela enumeração dos seus elementos, chama-se forma de **listagem**.

O mesmo conjunto também poderia ser representado por uma propriedade dos seus elementos, ou seja, sendo x um elemento qualquer do conjunto P acima, poderíamos escrever:

$P = \{x \mid x \text{ é par e positivo}\} = \{2, 4, 6, \dots\}$.

Símbolos utilizados no estudo dos conjuntos numéricos:

\cup = união

\cap = intersecção

\supset = contém

$\not\supset$ = não contém

\subset = está contido

$\not\subset$ = não está contido

\in = pertence

\notin = não pertence

\exists = existe

\nexists = não existe

\therefore = portanto

$*$ = ausência do zero

Relação de pertinência

Sendo x um elemento do conjunto A , escrevemos $x \in A$, onde o símbolo \in significa "pertence à".

Sendo y um elemento que não pertence ao conjunto A , indicamos esse fato com a notação $y \notin A$.

O conjunto que não possui elementos, é denominado conjunto vazio e representado por \varnothing . Com o mesmo raciocínio, e opostamente ao conjunto vazio, define-se o conjunto ao qual pertencem todos os elementos, denominado conjunto universo, representado pelo símbolo U .

Assim, pode-se escrever:

$$\varnothing = \{ \} \text{ e } U = \{x; x = x\}.$$

Subconjunto

Se todo elemento de um conjunto A também pertence a um conjunto B , então dizemos que A é **subconjunto de B** e indicamos isto por $A \subset B$.

**FICA
A DICA**

Notas:

- todo conjunto é subconjunto de si próprio. ($A \subset A$)
- o conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto. ($\varnothing \subset A$)
- se um conjunto A possui m elementos então ele possui 2^m subconjuntos.
- o conjunto formado por todos os subconjuntos de um conjunto A é denominado **conjunto das partes de A** e é indicado por $P(A)$. Assim, se $A = \{c, d\}$, o conjunto das partes de A é dado por $P(A) = \{\varnothing, \{c\}, \{d\}, \{c,d\}\}$
- um **subconjunto de A** é também denominado **parte de A** .

Intervalos numéricos

Dados dois números reais p e q , chama-se **intervalo** a todo conjunto de todos números reais compreendidos entre p e q , podendo inclusive incluir p e q . Os números p e q são os limites do intervalo, sendo a diferença $p - q$, chamada amplitude do intervalo.

Se o intervalo incluir p e q , o intervalo é fechado e caso contrário, o intervalo é dito aberto. A tabela abaixo, define os diversos tipos de intervalos.

TIPOS	REPRESENTAÇÃO	OBSERVAÇÃO
INTERVALO FECHADO	$[p;q] = \{x \in \mathbb{R}; p \leq x \leq q\}$	inclui os limites p e q
INTERVALO ABERTO	$(p;q) = \{x \in \mathbb{R}; p < x < q\}$	exclui os limites p e q
INTERVALO FECHADO À ESQUERDA	$[p;q) = \{x \in \mathbb{R}; p \leq x < q\}$	inclui p e exclui q
INTERVALO FECHADO À DIREITA	$(p;q] = \{x \in \mathbb{R}; p < x \leq q\}$	exclui p e inclui q
INTERVALO SEMI-FECHADO	$[p;\infty) = \{x \in \mathbb{R}; x \geq p\}$	valores maiores ou iguais a p .
INTERVALO SEMI-FECHADO	$(-\infty; q] = \{x \in \mathbb{R}; x \leq q\}$	valores menores ou iguais a q .
INTERVALO SEMI-ABERTO	$(-\infty; q) = \{x \in \mathbb{R}; x < q\}$	valores menores do que q .
INTERVALO SEMI-ABERTO	$(p; \infty) = \{x > p\}$	valores maiores do que p .

Operações com conjuntos

União (\cup)

Dados os conjuntos A e B, define-se o conjunto união $A \cup B = \{x; x \in A \text{ ou } x \in B\}$.
Exemplo: $\{0,1,3\} \cup \{3,4,5\} = \{0,1,3,4,5\}$. Percebe-se facilmente que o conjunto união contempla todos os elementos do conjunto A ou do conjunto B.

Propriedades imediatas:

- a) $A \cup A = A$
- b) $A \cup \varnothing = A$
- c) $A \cup B = B \cup A$ (a união de conjuntos é uma operação comutativa)
- d) $A \cup U = U$, onde U é o conjunto universo.

Interseção (\cap)

Dados os conjuntos A e B, define-se o conjunto interseção $A \cap B = \{x; x \in A \text{ e } x \in B\}$.
Exemplo: $\{0,2,4,5\} \cap \{4,6,7\} = \{4\}$. Percebe-se facilmente que o conjunto interseção contempla os elementos que são comuns aos conjuntos A e B.

Propriedades imediatas:

- a) $A \cap A = A$
- b) $A \cap \varnothing = \varnothing$
- c) $A \cap B = B \cap A$ (a interseção é uma operação comutativa)
- d) $A \cap U = A$ onde U é o conjunto universo.

São importantes também as seguintes propriedades:

- P1. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (propriedade distributiva)
- P2. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (propriedade distributiva)
- P3. $A \cap (A \cup B) = A$ (lei da absorção)
- P4. $A \cup (A \cap B) = A$ (lei da absorção)

Obs: Se $A \cap B = \varnothing$, então dizemos que os conjuntos A e B são **disjuntos**.

Diferença $A - B = \{x; x \in A \text{ e } x \notin B\}$

Observe que os elementos da diferença são aqueles que pertencem ao primeiro conjunto, mas não pertencem ao segundo.

Exemplos:

$$\{0,5,7\} - \{0,7,3\} = \{5\}$$

$$\{1,2,3,4,5\} - \{1,2,3\} = \{4,5\}$$

Propriedades imediatas:

- a) $A - \varnothing = A$
- b) $\varnothing - A = \varnothing$
- c) $A - A = \varnothing$
- d) $A - B \neq B - A$ (a diferença de conjuntos não é uma operação comutativa).

Complementar de um conjunto

Trata-se de um caso particular da diferença entre dois conjuntos. Assim é, que dados dois conjuntos A e B, com a condição de que $B \subset A$, a diferença $A - B$ chama-se, neste caso, complementar de B em relação a A.

Simbologia: $C_{AB} = A - B$.

Caso particular: O complementar de B em relação ao conjunto universo U, ou seja, $U - B$, é indicado pelo símbolo B' .

Observe que o conjunto B' é formado por todos os elementos que não pertencem ao conjunto B, ou seja:

$$B' = \{x; x \notin B\}.$$

Assim, vemos que:

- a) $B \cap B' = \varnothing$
- b) $B \cup B' = U$
- c) $\varnothing' = U$
- d) $U' = \varnothing$

Partição de um conjunto

Seja A um conjunto não vazio. Define-se como **partição de A**, e representa-se por $\text{part}(A)$, qualquer subconjunto do **conjunto das partes de A** (representado simbolicamente por $P(A)$), que satisfaz simultaneamente, às seguintes condições:

- 1 - Nenhum dos elementos de $\text{part}(A)$ é o conjunto vazio.
- 2 - A interseção de quaisquer dois elementos de $\text{part}(A)$ é o conjunto vazio.
- 3 - A união de todos os elementos de $\text{part}(A)$ é igual ao conjunto A .

Exemplo: Seja $A = \{2, 3, 5\}$

Os subconjuntos de A serão: $\{2\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{2,3\}$, $\{2,5\}$, $\{3,5\}$, $\{2,3,5\}$, e o conjunto vazio - \emptyset .

Assim, o **conjunto das partes de A** será:

$$P(A) = \{\{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2,3\}, \{2,5\}, \{3,5\}, \{2,3,5\}, \emptyset\}$$

Vamos tomar, por exemplo, o seguinte subconjunto de

$$P(A): X = \{\{2\}, \{3,5\}\}$$

Observe que X é uma partição de A - cuja simbologia é $\text{part}(A)$ - pois:

a) nenhum dos elementos de X é \emptyset .

b) $\{2\} \cap \{3, 5\} \neq \emptyset$

c) $\{2\} \cup \{3, 5\} = \{2, 3, 5\} = A$

Sendo observadas as condições 1, 2 e 3 acima, o conjunto X é uma partição do conjunto A .

Observe que $Y = \{\{2,5\}, \{3\}\}$; $W = \{\{5\}, \{2\}, \{3\}\}$; $S = \{\{3,2\}, \{5\}\}$ são outros exemplos de partições do conjunto A .

Outro exemplo: o conjunto $Y = \{\{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}, \{1, 3, 5, 7, \dots\}\}$ é uma partição do conjunto N dos números naturais, pois $\{0, 2, 4, 6, 8, \dots\} \cap \{1, 3, 5, 7, \dots\} = \emptyset$ e $\{0, 2, 4, 6, 8, \dots\} \cup \{1, 3, 5, 7, \dots\} = N$.

Número de elementos da união de dois conjuntos

Sejam A e B dois conjuntos, tais que o número de elementos de A seja $n(A)$ e o número de elementos de B seja $n(B)$.

Nota

O número de elementos de um conjunto, é também conhecido como cardinal do conjunto. Representando o número de elementos da interseção $A \cap B$ por $n(A \cap B)$ e o número de elementos da união $A \cup B$ por $n(A \cup B)$, podemos escrever a seguinte fórmula:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Hora da Revisão

REPRESENTAÇÃO

ENUMERAÇÃO

$$A = \{2\}$$

DIAGRAMA



LINGUAGEM SIMBÓLICA

$$A = \{x \mid x \text{ é par e primo}\}$$

CONJUNTO VAZIO

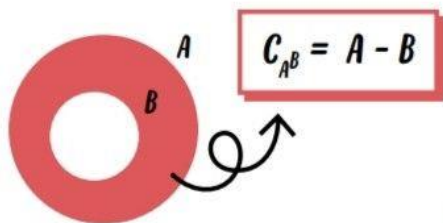
não possui elementos

$$\emptyset \quad \{\}$$

CONJUNTO UNITÁRIO

possui apenas um elemento

CONJUNTO COMPLEMENTAR



RELAÇÕES

DE PERTINÊNCIA

entre conjuntos e elementos

$$A = \{0,1\}, 1 \in A, 0 \in A, 2 \notin A$$

DE INCLUSÃO

entre conjunto e conjunto

$$A = \{0,1\}, B = \{1\}, C = \{2\}$$

$$A \supset B \text{ ou } B \subset A$$

$$A \not\supset C \text{ ou } C \not\subset A$$



OPERAÇÕES



SUBCONJUNTO

É O CONJUNTO QUE ESTÁ DENTRO DE OUTRO

$$A = \{0,1\}, B = \{1\}$$

B é subconjunto de A. Então $B \subset A$

$$P(A) = 2^n$$

$n = \text{nº de elementos}$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1) USP-SP - Depois de n dias de férias, um estudante observa que:

- I. choveu 7 vezes, de manhã ou à tarde;
- II. quando chove de manhã não chove à tarde;
- III. houve 5 tardes sem chuva;
- IV. houve 6 manhãs sem chuva.

Podemos afirmar então que n é igual a:

- a) 07
- b) 08
- c) 09
- d) 10
- e) 11

2) 52 pessoas discutem a preferência por dois produtos A e B, entre outros e conclui-se que o número de pessoas que gostavam de B era:

I - O quádruplo do número de pessoas que gostavam de A e B;

II - O dobro do número de pessoas que gostavam de A;

III - A metade do número de pessoas que não gostavam de A nem de B.

Nestas condições, o número de pessoas que não gostavam dos dois produtos é igual a:

- a) 48
- b) 35
- c) 36
- d) 47
- e) 37

3) UFBA - 35 estudantes estrangeiros vieram ao Brasil. 16 visitaram Manaus; 16, S. Paulo e 11, Salvador. Desses estudantes, 5 visitaram Manaus e Salvador e, desses 5, 3 visitaram também São Paulo. O número de estudantes que visitaram Manaus ou São Paulo foi:

- a) 29
- b) 24
- c) 11
- d) 8
- e) 5

4) FEI/SP - Um teste de literatura, com 5 alternativas em que uma única é verdadeira, referindo-se à data de nascimento de um famoso escritor, apresenta as seguintes alternativas:

- a) século XIX
- b) século XX
- c) antes de 1860
- d) depois de 1830
- e) nenhuma das anteriores

Pode-se garantir que a resposta correta é:

- a) a
- b) b
- c) c
- d) d
- e) e

5) Se um conjunto A possui 1024 subconjuntos, então o cardinal de A é igual a:

- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 9
- e) 10

6) Após um jantar, foram servidas as sobremesas X e Y. Sabe-se que das 10 pessoas presentes, 5 comeram a sobremesa X, 7 comeram a sobremesa Y e 3 comeram as duas. Quantas não comeram nenhuma?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 0

7) PUC-SP - Se $A = \{ \}$ e $B = \{ \}$, então:

- a) $A \in B$
- b) $A \cup B = \emptyset$
- c) $A = B$
- d) $A \cap B = B$
- e) $B \subset A$

8) FGV-SP - Sejam A, B e C conjuntos finitos. O número de elementos de $A \cap B$ é 30, o número de elementos de $A \cap C$ é 20 e o número de elementos de $A \cap B \cap C$ é 15.

Então o número de elementos de $A \cap (B \cup C)$ é igual a:

- a) 35
- b) 15
- c) 50
- d) 45
- e) 20

9) Sendo a e b números reais quaisquer, os números possíveis de elementos do conjunto $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}\}$ são:

- a) 2 ou 5
- b) 3 ou 6
- c) 1 ou 5
- d) 2 ou 6
- e) 4 ou 5

Respostas

- 1) c
- 2) a
- 3) a
- 4) c
- 5) e
- 6) a
- 7) a
- 8) a
- 9) a

Dúvidas?

Confira nossas explicações
nos vídeos disponíveis em
SOS Educa

