

Vamos Aprender

# MATEMÁTICA



LÓGICA

---

EXERCÍCIOS

---



## INTRODUÇÃO À LÓGICA ARGUMENTATIVA

### PROPOSIÇÕES

Para a lógica matemática, uma **proposição** representa uma **sentença** em forma de palavras ou símbolos, que exprime uma ideia, à qual poderemos atribuir apenas dois valores: **verdadeiro** ou **falso**.

Apenas às **sentenças declarativas** poderemos atribuir tais valores. Assim, as **sentenças interrogativas** e **explanativas** não serão consideradas proposições.

#### Exemplos:

- ▶ João corre todos os dias.
- ▶ O número 10 é par.
- ▶ Todos os homens trabalham.
- ▶ Paulo comprou um livro.
- ▶ Ana mora em São Paulo.
- ▶ 2 é um número par.
- ▶ Não são proposições
  - ▶ Onde você mora?
  - ▶ Que susto!
  - ▶ Preste atenção!
  - ▶  $x$  é maior que  $y$ .
  - ▶ Faça uma redação.
  - ▶ Escreva uma poesia.

De um modo geral não são proposições, sentenças interrogativas, imperativas, interjeições e expressões com variáveis.

Note que para uma dada proposição necessariamente devemos associar um e apenas um valor lógico: verdadeiro ou falso. Caso você não consiga associar esse valor, a sentença pode até exprimir uma ideia, mas não é considerada uma proposição.

### PROPOSIÇÃO SIMPLES E COMPOSTA

Uma proposição é considerada **simples** quando não contém qualquer outra proposição como sua componente. Uma proposição simples não pode ser subdividida em outras proposições.

Na prática, a proposição simples não apresenta conectivos lógicos do tipo: "e", "ou", "se...então..." e "se, e somente se".

Se uma proposição não for simples será chamada composta. As proposições compostas contêm como suas componentes, proposições simples.

#### Exemplos:

- ▶ Ana viaja ou Luís compra um livro.
- ▶ Carla vai a Roma e Pedro vai à França.
- ▶ Se corro então fico cansado
- ▶ Um número é par se e somente se for múltiplo de 2.

Todos esses exemplos são proposições compostas pois existem conectivos lógicos ligando proposições simples. Esses conectivos estão **negritos**.

### SENTENÇAS ABERTAS

São sentenças nas quais aparecem variáveis. Substituindo valores nessas variáveis, transformamos uma sentença aberta em uma proposição.

#### Exemplo:

- ▶ Qual é o número que somado com 3 é igual a 10?

**Solução:**  $x + 3 = 10$  é a interpretação lógica do problema. Substituindo  $x$  por 7, a sentença aberta assume o valor verdadeiro. Substituindo  $x$  por 8, a sentença aberta assume um valor falso. Note que substituindo em  $x$  transformamos uma sentença aberta em uma proposição.

De um modo geral, as expressões interpretadas por variáveis são sentenças abertas.

#### Exemplos:

- ▶  $x + y$  é um número positivo
- ▶  $x$  é menor que  $y$
- ▶  $2x + 3y = 10$

## CONNECTIVOS LÓGICOS

Vimos que proposições consideradas simples são quando não apresentam conectivos em sua composição. Já as proposições compostas apresentam tais conectivos. Portanto, os conectivos são elementos que transformam as proposições simples em compostas. Assim como na matemática básica, podemos definir as quatro operações fundamentais, na lógica podemos trabalhar com quatro conectivos fundamentais.

### Conectivo "e" (conjunção lógica)

Duas ou mais premissas ligadas por esse conectivo caracteriza a chamada conjunção lógica.

#### Exemplo:

- Considere as premissas simples:  
p: Alfredo comprou um carro.  
q: Inês comprou um livro.

A composição Alfredo comprou um carro e Inês comprou um livro é uma conjunção, cuja representação é  $p \wedge q$ .

$$p \wedge q \text{ lê-se: } p \text{ e } q$$

Uma proposição composta por conjunção lógica é verdadeira quanto todas suas componentes são verdadeiras. Se pelo menos uma das componentes for falsa, então toda a proposição é falsa. Por duas proposições simples podemos resumir as possibilidades na seguinte tabela-verdade:

p	q	$p \wedge q$
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	f

### Conectivo "ou" (disjunção lógica)

Duas ou mais premissas ligadas pelo conectivo "ou" caracteriza a chamada disjunção lógica cujo símbolo é  $\vee$ .

$$p \vee q \text{ lê-se: } p \text{ ou } q$$

#### Exemplo:

- Considere as proposições simples:  
p: Silvana fala espanhol.  
q: Silvana fala alemão.

A disjunção "p ou q" pode ser escrita como:  $p \vee q$ : Silvana fala espanhol ou Silvana fala alemão.

Para que uma disjunção lógica seja verdadeira, basta que pelo menos uma de suas componentes seja verdadeira.

Essa definição equivale a dizer que uma disjunção só será falsa quando todas as suas componentes foram falsas.

Resumindo essa definição em uma tabela-verdade, para duas proposições simples teremos:

p	q	$p \vee q$
v	v	v
v	f	v
f	v	v
f	f	f

### Conectivo "se...então..." (condicional)

Duas proposições quaisquer ligadas pelo conectivo "se...então..." representa uma condicional. A condicional se p então q pode ser simbolicamente representada por  $p \rightarrow q$ .

$$p \rightarrow q \text{ lê-se: se } p \text{ então } q$$

Obs: podemos ler também como p implica em q.

A proposição p é chamada condição e a proposição q é chamada conseqüente. Podemos ainda afirmar que "p é suficiente para q" e "q é necessário para p". Essas duas últimas afirmações serão detalhadas mais adiante. Para que uma condicional seja falsa é necessário que a condição seja verdadeira e a consequência seja falsa. Resumindo em uma tabela-verdade para duas premissas p e q temos:

p	q	$p \rightarrow q$
v	v	v
v	f	f
f	v	v
f	f	v

Observe que uma condicional só é falsa em uma situação, caso contrário é verdadeira.

### Conectivo "se, e somente se" (bicondicional)

Denominamos bicondicional a proposição composta por duas proposições quaisquer ligadas pelo conectivo "se e somente se".

A bicondicional "p se, e somente se q" é representada simbolicamente por  $p \leftrightarrow q$ .

$$p \leftrightarrow q \text{ lê-se: } p \text{ e somente se } q$$

#### Exemplo:

- p: x é um número par.
- q: x é um múltiplo de 2.
- $p \leftrightarrow q$ : x é um número par se e somente se x é um múltiplo de 2.

Como o próprio nome e representação simbólica sugerem, uma bicondicional pode ser escrita como duas condicionais:

$$p \rightarrow q \text{ "se } p \text{ então } q" \text{ e } q \rightarrow p \text{ "se } q \text{ então } p".$$

Uma bicondicional é verdadeira quando  $p$  e  $q$  têm o mesmo valor lógico, isto é, ambas verdadeiras ou ambas falsas.

O quadro de tabela-verdade resume a definição dada.

$p$	$q$	$p \leftrightarrow q$
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	v

Note que, para valores iguais de  $p$  e  $q$  a bicondicional é verdadeira.

#### NEGAÇÃO DE PREMISSAS

Como primeira definição de uma negação lógica de uma premissa  $p$ , podemos entender como a troca do valor lógico de  $p$ . Sendo assim, se  $p$  for verdadeira sua negação será falsa e se  $p$  for falsa sua negação será verdadeira.

Dada uma premissa  $p$ , sua negação pode ser feita:

- ▶ "não é verdade que  $p$ ".
- ▶ "não  $p$ ".
- ▶ "é falso que  $p$ ".

A negação de  $p$  será representada simbolicamente por  $\neg p$ .

$\neg p$ lê-se: não $p$
-------------------------

O quadro tabela-verdade para a negação de uma premissa será:

$p$	$\neg p$
v	f
f	v

Se  $p$  for verdadeira sua negação é falsa e se  $p$  for falsa sua negação é verdadeira.

#### Exercícios Resolvidos

1. As sentenças abaixo podem ser abertas ou declarativas. Faça a classificação:

- a) A terra gira.
- b)  $x + 4 = 10$ .
- c)  $x > y$ .
- d) Luís fala italiano.
- e) Pedro pilota motos.

#### Soluções:

- a) premissa
- b) aberta
- c) aberta
- d) premissa
- e) premissa

2. Complete as lacunas fazendo a negação da premissa:

- a) Se é verdade que Luís mente então não é verdade que \_\_\_\_\_
- b) Se é verdade que os homens são imortais, não é verdade que \_\_\_\_\_
- c) Se não é verdade que os cavalos não voam então é verdade que \_\_\_\_\_

#### Soluções:

- a) Luís não mente
- b) Os homens são mortais
- c) Os cavalos voam

3. Considere as premissas:

- $p$ : Luís estuda Matemática.
- $q$ : Luís estuda Lógica.
- $r$ : Luís passa no concurso

Determine as proposições compostas:

a)  $p \rightarrow (q \wedge r)$

#### Solução:

Se Luís estuda Matemática então estuda Lógica e passa no concurso

b)  $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r$

#### Solução:

Se Luís não estuda Matemática e não estuda Lógica então não passa no concurso

c)  $r \leftrightarrow (p \vee q)$

#### Solução:

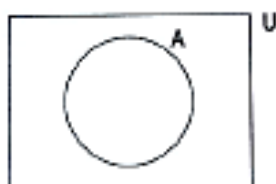
Luís passa no concurso se, e somente se, estuda Matemática ou estuda lógica



## PROPOSIÇÕES CATEGÓRICAS

### INTRODUÇÃO

É estudado na Teoria dos conjuntos que os diagramas de Venn-Euler facilitam a compreensão das relações entre dois conjuntos distintos. Para fixar recordes que um conjunto A pode ser representado por:

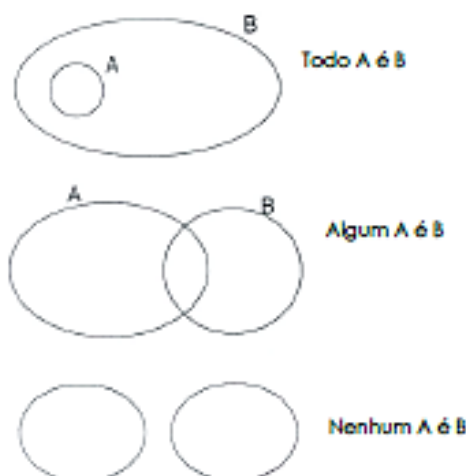


Onde U representa o conjunto universo.

Na lógica de argumentação, esses diagramas são úteis na representação de proposições como:

- Todo A é B
  - Algum A é B
  - Nenhum A é B
- } **Proposições categóricas**

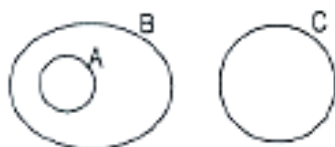
Essas proposições são simbolicamente representadas por:



### Exercícios Resolvidos

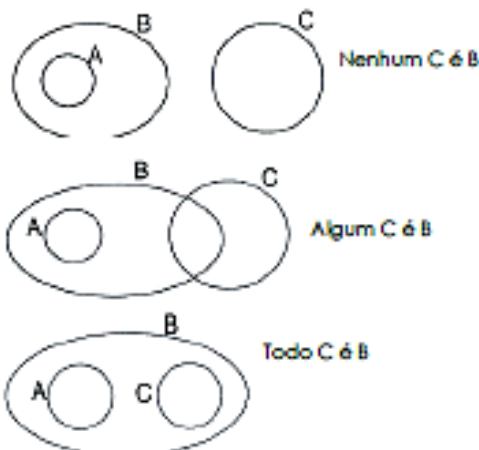
4. Todo A é B e nenhum C é B.

**Solução:** A proposição composta pode ser representada por:



5. Todo A é B e nenhum C é A.

**Solução:** Observe que não foi dada relação alguma entre os conjuntos B e C, então temos as possíveis representações:



Nas três possibilidades foram satisfeitas as condições iniciais: Todo A é B e nenhum C é A, para que uma conclusão seja necessariamente verdadeira, ela deve satisfazer a essas três representações.

6. Todo A é B e nem todo C é B mas algum C é A.

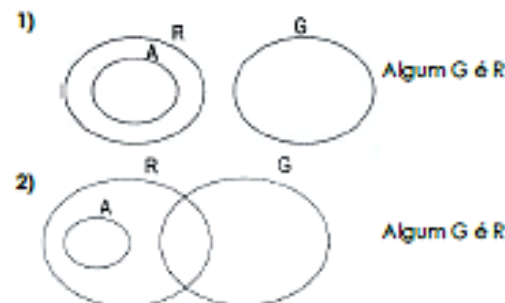
**Solução:** A representação da proposição é:



7. Dado que todo A é R e nenhum G é A, segue necessariamente que:

- a) Algum R não é G.
- b) Nenhum G é R.
- c) Todo G é R.
- d) Algum G não é R.
- e) Todo R é A.

**Solução:** a primeira ideia para resolver esse tipo de questão é representar as possibilidades dos diagramas.



3)

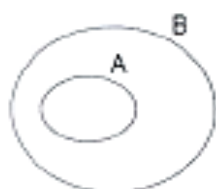


Tudo G é R

Para que uma conclusão seja sempre válida, ela deve satisfazer todas as possíveis representações. Observe que a conclusão Algum R não é G satisfaz as 3 possibilidades e portanto, é a resposta da questão.

### EQUIVALENTE DA IMPLICAÇÃO LÓGICA

A proposição categórica "todo A é B" é equivalente a dizer que A implica em B. Representando simbolicamente.



$A \rightarrow B$   
equivalente

Para entender essa equivalência, vamos tomar um exemplo prático: considere A o conjunto dos paulistas e B o conjunto dos brasileiros.

Todo paulista é brasileiro



é equivalente a dizer que se é paulista é brasileiro.  
 $A \rightarrow B$  (A implica em B).

Esse exemplo é muito útil e sugere algumas consequências de uma implicação. A afirmação recíproca "todo brasileiro é paulista" é evidentemente falsa, pois um cidadão brasileiro não é necessariamente paulista. Conclusão:

Se A implica em B, não necessariamente B implica em A

Outra questão que poderia ser formulada é a seguinte: um cidadão não paulista é brasileiro ou não? Depende!

Temos não paulistas brasileiros e não brasileiros. Em termos matemáticos podemos escrever: um elemento que não pertence a A pode ou não pertencer a B



$A \rightarrow B$

Se um elemento não pertence a A, não podemos ter certeza se ele pertence ou não a B.

Para uma implicação lógica:

Negando a condição, nada podemos concluir para a consequência.

$A \rightarrow B$   
 $\neg A \rightarrow ?$

Vamos analisar a implicação: Se João canta então Maria dorme.

"Se João não canta então..." nada podemos afirmar para a consequência, pois a condição foi negada. É importante observar que a maior parte das pessoas afirmaria: "Se João não canta então Maria não dorme".

Porém, pelo exposto anteriormente a afirmação está **ERRADA**. Então guarde que: negando a condição, nada podemos afirmar para a consequência.

Voltando ao exemplo dos paulistas e brasileiros faremos agora mais uma indagação: é possível que um cidadão não seja brasileiro e seja paulista? Resposta: **Não!**

É claro que uma pessoa não pode ser paulista sem que ela seja brasileira. Em termos matemáticos podemos escrever: um elemento que não pertence a B com certeza não pertence a A.



Se um elemento não pertence a B, com certeza não pertence a A.

Portanto, se A implica em B, a negação de B implica na negação de A.

$A \rightarrow B$   
 $\neg B \rightarrow \neg A$

Vamos analisar a implicação:

Se João canta então Maria dorme.

"Se Maria não dorme então João não canta".

Observe que negando a consequência temos de negar a condição conforme foi exposto acima.

### Exercícios Resolvidos

8. Ou Celso viaja ou Maria estuda. Se Maria estuda então Carla vai ao cinema. Se Carla vai ao cinema então o Brasil fica na Europa. Ora, o Brasil não fica na Europa. Quais são as conclusões?

**Solução:** Podemos resumir através dos símbolos lógicos.

Celso  $\vee$  Maria estuda.

Maria estuda  $\rightarrow$  Carla vai ao cinema.

Carla vai ao cinema  $\rightarrow$  o Brasil fica na Europa.

Dado: o Brasil não fica na Europa utilizaremos a teoria:  
 $A \rightarrow B$  então  $\neg B \rightarrow \neg A$ .

Sendo assim, a 1ª conclusão é que Carla não vai ao cinema. Voltando à 1ª implicação concluímos que Maria não estuda. Na disjunção lógica, pelo menos uma premissa deve ser verdadeira. Como Maria não estuda então Celso viaja.

- 1) Carla não vai ao cinema.
- 2) Maria não estuda.
- 3) Celso viaja.

9. Se o jardim tem flores o galo canta, mas se o jardim não tem flores o quintal fica sem abelhas. Mas o quintal está cheio de abelhas. Quais são as conclusões?

**Solução:**

Jardim tem flores  $\rightarrow$  galo canta.

Jardim não tem flores  $\rightarrow$  quintal sem abelha.

Como o quintal está cheio de abelhas, foi negada a consequência na 2ª implicação.

$$A \rightarrow B$$

$$\neg B \rightarrow \neg A$$

Então, a 1ª conclusão é que o jardim tem flores. Voltando à 1ª implicação temos se o jardim tem flores o galo canta.

- 1) O jardim tem flores.
- 2) O galo canta.

10. Quando o dia amanhece João sai para trabalhar. Dado que o dia não amanheceu, qual é a conclusão?

**Solução:** nenhuma. A condição foi negada. Vimos na teoria que, caso a condição seja negada, nada podemos concluir.

### NEGAÇÃO

Na primeira parte da introdução à lógica de argumentação vimos que a negação de uma premissa p tem como consequência a troca de valor lógico de p. Para reformar as ideias recorde a tabela-verdade.

p	$\neg p$
V	F
F	V

Para podermos resolver questões mais abrangentes na argumentação lógica vamos abordar neste tópico a negação de proposições compostas, categóricas e outros tipos de sentenças.

### Negação da Conjunção ( $\wedge$ )

Regra de negação:

$$\neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

A simbologia acima apresenta que a negação da proposição composta p e q é feita por  $\neg p$  ou  $\neg q$ .

**Exemplos:**

a) R: João anda e Maria dorme.  
 $\neg R$ : João não anda ou Maria não dorme.

b) Q: Pedro canta e Luís lê.  
 $\neg Q$ : Pedro não canta ou Luís não lê.

Obs: O conectivo "e" é substituído pelo conectivo "ou".

### Negação da disjunção ( $\vee$ )

Regra de negação

$$\neg(p \vee q) \leftrightarrow p \wedge \neg q$$

A simbologia acima representa que a negação da composição "p implica em q" é feita por p e  $\neg q$ .

**Exemplos:**

a) R: Carlos é alto ou Dado é magro.  
 $\neg R$ : Carlos não é alto e Dado não é magro.

b) Q: Ernesto canta ou Flávia dorme.  
 $\neg Q$ : Ernesto não canta e Flávia não dorme.

Obs: O conectivo "ou" é substituído pelo conectivo "e".

### Negação da Implicação

Regra da negação

$$\neg(p \rightarrow q) \leftrightarrow p \wedge \neg q$$

A simbologia acima representa que a negação da composição "p implica em q" é feita por p e  $\neg q$ .

**Exemplos:**

a) R: Se Bernardo tem um livro então Carla tem uma flor.  
 $\neg R$ : Bernardo tem um livro e Carla não tem uma flor.

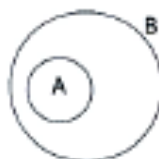
b) S: Se Luís dança Maria chora.  
 $\neg S$ : Luís dança e Maria não chora.

A negação é feita ligando as proposições p e  $\neg q$  pelo conectivo "e".



Para fixar melhor esta ideia de negação de uma implicação, podemos imaginar a representação em diagramas.

$A \rightarrow B$  é o mesmo que



Negar  $A \rightarrow B$  significa dizer que tem um elemento de A que não pertence a B. Em símbolos:

$$x \in A \text{ e } x \notin B$$

### *Negação da Bicondicional*

Regra de negação:

$$\neg(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$$

Podemos interpretar a negação da bicondicional da seguinte forma:  $(\neg p \wedge q)$  ou  $(p \wedge \neg q)$ .

**Exemplos:**

- a) R: x é par se e somente se x é múltiplo de 2.  
 $\neg R$ : x não é par e é múltiplo de 2 ou x é par e não é múltiplo de 2.
- b) S: Carlos canta se e somente se Luis viaja.  
 $\neg S$ : Carlos não canta e Luis viaja ou Carlos canta e Luis não viaja.

Obs: são as negações das duas condicionais que podemos transformar a bicondicional.

### *Negação das Proposições Categóricas.*

- Todo A é B.  
Negação: existe pelo menos um A que não é B.
- Algum A é B.  
Negação: nenhum A é B.
- Nenhum A é B.  
Negação: Algum A é B.

Não podemos nos esquecer de que, basicamente, negar uma premissa verdadeira significa torná-la falsa, e negar uma premissa falsa significa torná-la verdadeira.

### Exercícios Propostos

11. Negar as proposições:

- a) p: A terra gira.  
 $\neg p$ : A Terra não gira.
- b) R: Todos os homens são poetas.  
 $\neg R$ : Existe pelo menos um homem que não é poeta.

- c) S: Alguns políticos são honestos.  
 $\neg S$ : Nenhum político é honesto.
- d) Q: nenhum filósofo é trabalhador.  
 $\neg Q$ : Algum filósofo é trabalhador.

12. Se Júlio e Paulo mentiram então Nestor comprou um livro. Mas Nestor não comprou um livro. Qual é a conclusão?

**Solução:**

Júlio mentiu e Paulo mentiu  $\rightarrow$  Nestor comprou um livro.

A negação da consequência implica na negação da condição. Portanto: Júlio disse a verdade ou Pedro disse a verdade.

13. Se é verdade que Bia canta toda vez que Luíza canta, então não é verdade que:

- a) Bia não canta.  
 b) Se Bia não canta Luíza não canta.  
 c) Luíza canta.  
 d) Luíza canta e Bia não canta.

**Solução:** Letra D.

Bia canta toda vez que Luíza canta significa que:

Luíza canta  $\rightarrow$  Bia canta.

Não é verdade a negação dessa implicação.

Luíza canta e Bia não canta.

Obs:  $\neg(\neg p) \leftrightarrow p$

Se p é verdade, então não é verdade a negação de p.

### ARGUMENTO

É considerado um argumento, toda afirmação que é consequência de uma sequência finita de proposições. Um argumento de premissas  $P_1, P_2, \dots, P_n$  e de conclusão Q é representado por  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n \vdash Q$ .

Lê-se: "Que decore de  $P_1, P_2, \dots, P_n$ " ou " $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$  acarretam em Q", etc.

### *Silogismos*

São argumentos formados por duas premissas e uma conclusão.

**Exemplo:** Sabe-se que  $x = 3$  ou  $x = 2$ .  
 Mas  $x \neq 3$ , logo  $x = 2$ .

Esse tipo de silogismo é chamado disjuntivo. Dado que A ou B sabemos que uma delas, pelo menos, deve ocorrer. Se A não ocorre significa que ocorre B. Se B não ocorre então A ocorre. Representamos um silogismo disjuntivo por:

$$(A \vee B) \wedge \neg A \rightarrow B \text{ ou } (A \vee B) \wedge \neg B \rightarrow A$$



Podemos ler a representação anterior da seguinte forma: "A ou B e não A então B". O que significa dada a ocorrência de A ou B quando A não ocorre necessariamente B deve ocorrer ou quando B não ocorre, A deve ocorrer.

Há um outro tipo de silogismo chamada hipotético. Simbolicamente ele pode ser representado por:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline p \rightarrow r \end{array}$$

Se p implica em q e q implica em r, então p implica em r.

### A Validade do Argumento

Um argumento é válido se, e somente se, a conclusão for verdadeira toda vez que as premissas forem verdadeiras. Um argumento de premissas  $P_1, P_2, \dots, P_n$  e conclusão q é válido se a implicação  $(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow Q$  for verdadeira.

O argumento não válido é chamado sofisma ou falácia. Um argumento só é sofisma quando premissas verdadeiras acarretam em outra conclusão falsa. Em qualquer outra situação, o argumento é válido.

#### Exemplo

Dado que  $x = 2$  e  $y = 3$ . Concluímos que  $x + y$  é um número par.

**Solução:** Se  $x = 2$  e  $y = 3$  são verdadeiras,  $x + y = 5$  que é ímpar. É um sofisma. Partindo de premissas verdadeiras a conclusão deve ser verdadeira.

### ARGUMENTOS QUE ENVOLVEM VERDADES E MENTIRAS

Neste tópico apresentaremos várias argumentações que apresentam os vocábulos "verdades" e "mentiras". Na realidade, cada situação apresenta algum raciocínio inerente ao problema. De um modo geral, devemos conduzir as soluções por duas ideias centrais:

- Podemos atribuir a quem pertence a verdade ou mentira fazendo suposições.
- Em cada suposição não podemos encontrar contradições. Caso seja encontrada alguma contradição, então a suposição inicial feita, está equivocada. Devemos escolher outra suposição para conduzir o problema.

Não existe uma regra que resolva todas as situações. Devemos ler o enunciado com a maior atenção possível, usar as duas ideias centrais apresentadas e muito bom senso.

### Exercícios Resolvidos

#### 14. André, Beto e Caio trocam acusações:

André diz: Beto mente.

Beto diz: Caio mente.

Caio diz: André e Beto mentem.

Baseando nessas acusações, é correto afirmar que:

- André e Beto mente.
- André diz a verdade.
- Apenas Caio diz a verdade.
- Apenas André mente.
- André e Caio mentem.

#### Solução:

Fazendo a 1ª suposição "André diz a verdade".

- Se a afirmação de André é verdadeira então Beto mente, ou seja, Caio diz a verdade.
- Se Caio diz a verdade então André e Beto mentem. Contradição! Observe que na suposição feita André diz a verdade e Beto mente.

2ª suposição: Beto diz a verdade

- Se Beto diz a verdade, André está mentindo.
- Se Beto diz a verdade, Caio está mentindo.

Observe que realmente Caio mente quando afirma que Beto e André mentem, pois Beto diz a verdade.

#### Não há contradição

Resposta: André e Caio mentem.

15. Tenho 3 pastas A, B e C. Uma delas é preta, a outra marrom e a terceira marfim, não necessariamente nesta ordem. Sabendo que apenas uma das declarações é verdadeira:

A é preta

B não é preta

C não é marfim

Então qual é a cor de cada uma das pastas?

#### Solução:

1ª suposição: é verdade que "A é preta".

- Já chegamos a uma contradição pois B não é preta também é uma verdade.

2ª suposição: é verdade que "B não é preta".

- Neste caso B pode ser marrom ou marfim. Construímos então o quadro abaixo.

B = marrom

C = marfim

A = preta

B = marfim

C = marfim

A = marrom

- Observe que na suposição, "C não é marfim" é falsa, pois existe apenas uma verdade. No primeiro quadro concluímos que A é preta. Contradição!

Se A fosse preta existiriam duas verdades. No segundo quadro também há contradição.

3ª suposição: É verdade que "C não é marfim"

- Neste caso C pode ser preta ou marrom.  
C = preta  
B = preta  
A = ?  
C = marrom  
B = preta  
A = marfim
- O último quadro não apresenta contradições pois na suposição de que apenas "C não é marfim" é verdadeira, concluímos que B é preta donde a única possibilidade é:  
A = marfim  
B = preta  
C = marrom

16. Antônio, Beto, Carlos e Danilo trocam acusações sobre quem quebrou a vidraça do vizinho quando estavam jogando bola:

Antônio afirma: Beto é o culpado  
Beto afirma: Carlos é o culpado  
Carlos afirma: Danilo é inocente  
Danilo afirma: Antônio é inocente.

Se existir apenas uma verdade nestas declarações podemos concluir que:

- Apenas Antônio é culpado.
- Beto e Carlos são os culpados.
- Apenas Carlos é inocente.
- Antônio ou Danilo são os culpados.
- Danilo e Carlos são inocentes.

**Solução:** Observe que se Beto fosse culpado ou Carlos culpado, então teria mais de um culpado, pois existe apenas uma verdade nas declarações. Assim:

1ª suposição: Carlos disse a verdade. Então todos os outros estão mentindo; pelo enunciado da questão.

Beto culpado (M)

Carlos culpado (M)

Danilo inocente (V)

Antônio inocente (M)

Concluímos que Antônio é o culpado.

2ª suposição: Danilo disse a verdade. Fazendo a mesma análise anterior, concluímos que Danilo é o culpado.

## PROBLEMAS SOBRE CORRELACIONAMENTO

São problemas nos quais são dadas informações arbitrárias envolvendo: pessoas, lugares, objetos ou eventos fictícios.

O objetivo é descobrir o correlacionamento entre os dados dessas informações.

Dito de outra forma, quando o exercício lhe pedir que identifique "quem usou o quê, quando, com quem, de que cor etc."

### Exercício Resolvido

17. (Agente Administrativo/2010-FCC) Três Agentes Administrativos - Almir, Noronha e Creuza - trabalham no Departamento Nacional de Obras Contra as Secas: um, no setor de atendimento ao público, outro no setor de compras e o terceiro no almoxarifado. Sabe-se que:

- Esses Agentes estão lotados no Ceará, em Pernambuco e na Bahia;
- Almir não está lotado na Bahia e nem trabalha no setor de compras;
- Creuza trabalha no almoxarifado;
- O Agente lotado no Ceará trabalha no setor de compras.

Com base nessas informações, é correto afirmar que o Agente lotado no Ceará e o Agente que trabalha no setor de atendimento ao público são, respectivamente,

- Almir e Noronha.
- Creuza e Noronha.
- Noronha e Creuza.
- Creuza e Almir.
- Noronha e Almir.

### Solução:

**Primeiro Passo:** preparação da tabela principal.

Será construída, como meio de facilitação visual para a resolução desse tipo de problema, a seguinte tabela dita principal.

São três grupos de informações: Agente, Local de Trabalho e Lotação.

Escolha um deles e coloque cada um de seus elementos em uma linha. Neste exercício, escolhemos os Agentes (Almir, Noronha e Creuza) como grupo de referência inicial.

	LOCAL DE TRABALHO			ESTADOS DE LOTAÇÃO		
	Atend.	Compras	Almoz.	Ceará	Pernam.	Bahia
Almir						
Noronha						
Creuza						



**Segundo Passo: construção da tabela-gabarito.**

Essa tabela não servirá apenas como gabarito, mas em alguns casos ela é fundamental para que você enxergue informações que ficam meio escondidas na tabela principal.

Haverá também ocasiões em que ela lhe permitirá conclusões sobre um determinado elemento. É o caso, por exemplo, de serem quatro possibilidades e você notar que três já estão preenchidas na tabela-gabarito. Nesse caso, você perceberá que só resta uma alternativa para a célula não-preenchida.

Um outro ponto que deve ser ressaltado é que as duas tabelas se complementam para visualização das informações. Por isso, a tabela-gabarito deve ser usada durante o preenchimento da tabela principal, e não depois.

A primeira linha de cabeçalho será preenchida com os nomes dos grupos. Nas outras linhas, serão colocados os elementos do grupo de referência inicial na tabela principal (no nosso exemplo, o grupo de Agentes).

AGENTES	LOCAL DE TRABALHO	ESTADO DE LOTAÇÃO
Almir		
Noronha		
Creuza		

**Terceiro Passo:** início do preenchimento das tabelas (principal e gabarito) com as informações mais óbvias do problema, aquelas que não deixam margem a nenhuma dúvida.

Em nosso exercício:

Refira os elementos do enunciado e preencha a tabela principal com "S" (Sim) ou "N" (Não), de acordo com as informações fornecidas. Ao encontrar um "S" em uma célula, preencha o restante da linha e da coluna com "N".

Imediatamente marcado um "S", preencha a tabela-gabarito com a informação quando possível.

1. Almir não está lotado na Bahia e nem trabalha no setor de compras;

	LOCAL DE TRABALHO			ESTADOS DE LOTAÇÃO		
	Atend.	Compras	Almoz.	Ceará	Pernam.	Bahia
Almir		N				N
Noronha						
Creuza						

2. Creuza trabalha no almoxarifado;

Registre essa informação imediatamente na tabela-gabarito:

AGENTES	LOCAL DE TRABALHO	ESTADO DE LOTAÇÃO
Almir		
Noronha		
Creuza	Almoxarifado	

Marque um "S" na tabela principal, na célula comum a Creuza e "Almoxarifado", e "N" das demais células correspondentes a esse "S".

	LOCAL DE TRABALHO			ESTADOS DE LOTAÇÃO		
	Atend.	Compras	Almoz.	Ceará	Pernam.	Bahia
Almir			N			
Noronha			N			
Creuza	N	N	S			

Após as informações "1" e "2" a nova tabela principal será dada por:

	LOCAL DE TRABALHO			ESTADOS DE LOTAÇÃO		
	Atend.	Compras	Almoz.	Ceará	Pernam.	Bahia
Almir		N	N			N
Noronha			N			
Creuza	N	N	S			

Pela tabela acima, percebemos que Almir trabalha no setor de "Atendimento", pois foi a única alternativa que ficou de "Local de Trabalho" para ele. Assim, teremos a tabela principal e tabela-gabarito a seguir:

	LOCAL DE TRABALHO			ESTADOS DE LOTAÇÃO		
	Atend.	Compras	Almoz.	Ceará	Pernam.	Bahia
Almir	S	N	N			N
Noronha	N		N			
Creuza	N	N	S			

AGENTES	LOCAL DE TRABALHO	ESTADO DE LOTAÇÃO
Almir	Atendimento	
Noronha		
Creuza	Almoxarifado	

Pela tabela principal acima, percebemos que Noronha trabalha no setor de "Compras", pois foi a única alternativa que ficou de "Local de Trabalho" para ele. Assim, teremos a tabela principal e tabela-gabarito a seguir:

	LOCAL DE TRABALHO			ESTADOS DE LOTAÇÃO		
	Atend.	Compras	Almoz.	Ceará	Pernam.	Bahia
Almir	S	N	N			N
Noronha	N	S	N			
Creuza	N	N	S			

AGENTES	LOCAL DE TRABALHO	ESTADO DE LOTAÇÃO
Almir	Atendimento	
Noronha	Compras	
Creuza	Almoxarifado	

3. O Agente lotado no Ceará trabalha no setor de compras.

Pelas informações da tabela principal acima, concluímos que o Agente lotado no Ceará, que trabalha no setor de Compras é Noronha.

	LOCAL DE TRABALHO			ESTADOS DE LOTAÇÃO		
	Atend.	Compras	Almox.	Ceará	Pernam.	Bahia
Almir	S	N	N	N		N
Noronha	N	S	N	S	N	N
Creusa	N	N	S	N		

Registre essa informação imediatamente na tabela-gabarito:

AGENTES	LOCAL DE TRABALHO	ESTADO DE LOTAÇÃO
Almir	Atendimento	
Noronha	Compras	Ceará
Creusa	Almoxarifeado	

Diante das novas informações a tabela principal será dada por:

	LOCAL DE TRABALHO			ESTADOS DE LOTAÇÃO		
	Atend.	Compras	Almox.	Ceará	Pernam.	Bahia
Almir	S	N	N	N		N
Noronha	N	S	N	S	N	N
Creusa	N	N	S	N		

Conclusões finais baseadas na tabela acima:

- Almir está lotado em "Pernambuco", pois foi a única alternativa que ficou de "Estados de Lotação" para ele;
- Creusa está lotado na "Bahia", pois foi a única alternativa que ficou de "Estados de Lotação" para ela;

Assim as tabelas finais (principal e gabarito) serão as seguintes:

	LOCAL DE TRABALHO			ESTADOS DE LOTAÇÃO		
	Atend.	Compras	Almox.	Ceará	Pernam.	Bahia
Almir	S	N	N	N	S	N
Noronha	N	S	N	S	N	N
Creusa	N	N	S	N	N	S

AGENTES	LOCAL DE TRABALHO	ESTADO DE LOTAÇÃO
Almir	Atendimento	Pernambuco
Noronha	Compras	Ceará
Creusa	Almoxarifeado	Bahia

Assim o Agente lotado no Ceará é o Agente que trabalha no setor de atendimento ao público são respectivamente: Noronha e Almir.

Gabarito: Letra "e"

## TAUTOLOGIAS, CONTINGÊNCIAS E CONTRADIÇÕES

### TAUTOLOGIA

Denomina-se tautologia a proposição que é sempre verdadeira. A tabela-verdade de uma tautologia contém em sua última coluna apenas valores lógicos verdadeiros.

### CONTINGÊNCIA

Denomina-se contingência a proposição composta que pode ser verdadeira ou falsa. A tabela-verdade de uma contingência contém, em sua última coluna valores lógicos verdadeiros ou falsos.

### CONTRADIÇÃO

Denomina-se contradição a proposição que é sempre falsa. A tabela-verdade de uma contradição contém, em sua última coluna, apenas valores lógicos falsos.

#### Exercícios Resolvidos

18. Vamos verificar se a proposição composta abaixo é uma tautologia, contingência ou contradição.

Se João canta então João canta ou Maria compra um livro

Vamos denominar p: João canta e q: Maria compra um livro. Então a proposição composta pode ser descrita como:

$$p \rightarrow (p \vee q)$$

Construindo um quadro de possibilidades

p	q	$p \vee q$	$p \rightarrow (p \vee q)$
v	v	v	v
v	f	v	v
f	v	v	v
f	f	f	v

- A última coluna da tabela apresenta apenas valores verdadeira, portanto trata-se de uma **TAUTOLOGIA**.
- Note que construímos todas as possibilidades para p e q. Em seguida, analisamos a tabela verdade da disjunção  $p \vee q$ . E finalmente a tabela-verdade da implicação  $p \rightarrow (p \vee q)$



19. Demonstrar que a proposição  $p \vee (p \wedge \neg q)$  é uma contingência.

**Solução:** construindo a tabela verdade

p	q	$\neg q$	$(p \wedge \neg q)$	$p \vee (p \wedge \neg q)$
v	v	f	f	v
v	f	v	v	v
f	v	f	f	f
f	f	v	f	f

A construção foi feita por etapas:

- 1ª) As possibilidades para p e q (1ª coluna)
- 2ª) Na 2ª coluna a tabela de negação de q.
- 3ª) Na 3ª coluna a operação entre parênteses ( $p \wedge \neg q$ ).
- 4ª) Na 4ª coluna o resultado final.

20. Se Paulo e Luís viajam então Paulo viaja.

**Solução:** Fazendo p: Paulo viaja e q: Luís viaja, a proposição pode ser escrita como:  $(p \wedge q) \rightarrow p$

Construindo a sequência da tabela-verdade

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow p$
v	v	V	v
v	f	F	v
f	v	F	v
f	f	F	v

É uma tautologia.

#### CONDIÇÃO SUFICIENTE, CONDIÇÃO NECESSÁRIA, CONDIÇÃO NECESSÁRIA E SUFICIENTE

Vamos abordar neste tópico a relação que existe entre conjuntos e operadores lógicos. De uma forma em geral, a lógica matemática se preocupa em conectar ideias e tirar conclusões a partir destas. Quando abordamos situações em geral, temos condições impostas para tais. Essas condições muitas vezes são suficientes para desencadear um processo de conclusões ou ainda necessárias para que as conclusões possam surgir.

Para ilustrar, vamos abordar uma situação cotidiana e, a partir dela faremos as definições matemáticas. Voltemos a um exemplo inicial: considere a afirmação: todo paulista é brasileiro.

Representando em forma de conjuntos.



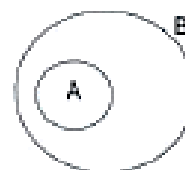
P: conjunto dos paulistas.  
B: conjunto dos brasileiros.

Observe que é suficiente ser paulista para ser brasileiro, mas não é necessário ser paulista para ser brasileiro, ou seja, basta ser paulista para ser brasileiro, mas não precisa ser paulista para ser brasileiro, pois existem brasileiros que não são paulistas. Dessa forma, podemos escrever  $P \rightarrow B$ , onde P é suficiente para B, mas não necessária. Agora observe que é necessário ser brasileiro para ser paulista, mas não é suficiente. Afirmamos que é necessário pois se um elemento "estiver fora" do conjunto B então ele "está fora" de A. Para as conclusões finais, observe que não basta se brasileiro para ser paulista.

#### CONDIÇÃO SUFICIENTE

Se A é suficiente para B temos que:

- $A \rightarrow B$  (A implica em B).
- Todo A é B



(representação em forma de conjunto)

- A ocorrência de A acarreta na ocorrência de B.

#### CONDIÇÃO NECESSÁRIA

Se B é necessária para A:

- $A \rightarrow B$
- Todo A é B



#### CONDIÇÃO NECESSÁRIA E SUFICIENTE

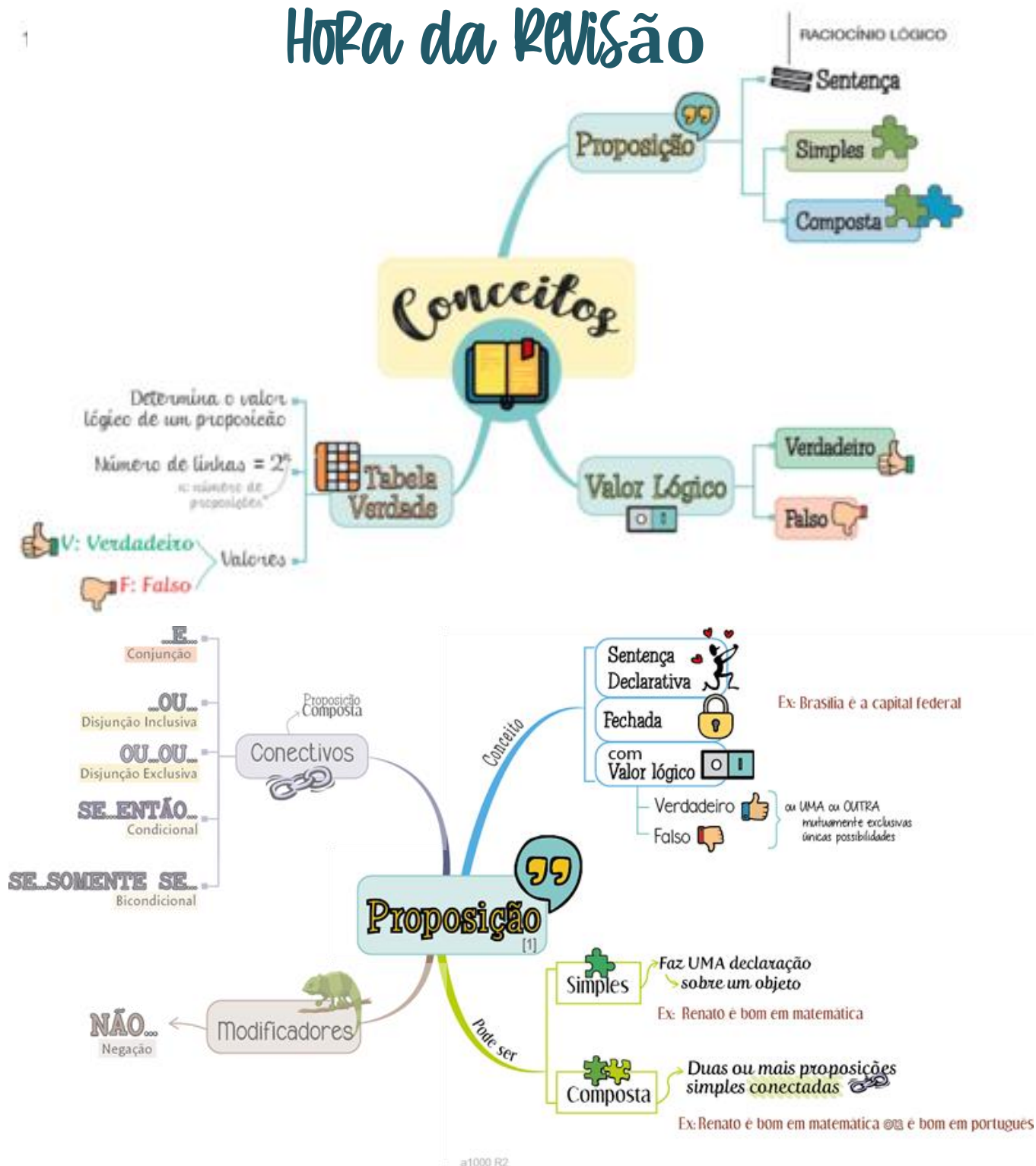
Se A é necessária e suficiente para B, então:

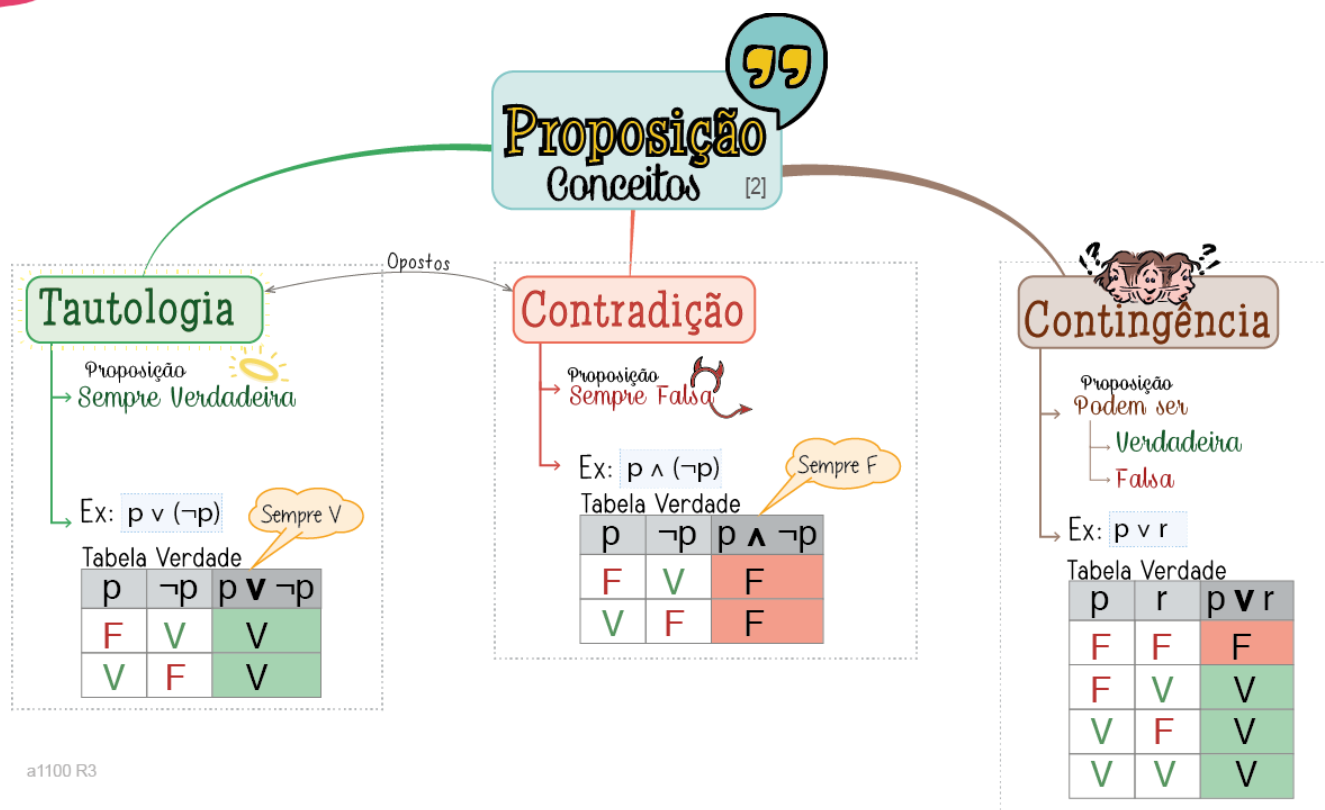
- $A \leftrightarrow B$  (equivalência lógica)
- Todo A é B e todo B é A.
- $A = B$



- Se A ocorre então B também ocorre.
- Se A não ocorre então B não ocorre.

# HORA da REVISÃO





## Questões Raciocínio Lógico

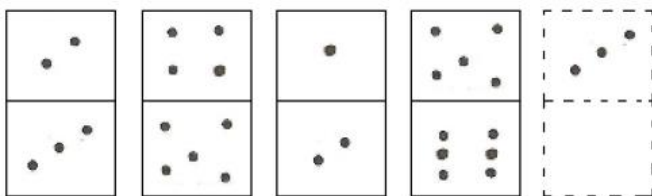
### QUESTÃO 1

Três homens, Luís, Carlos e Paulo, são casados com Lúcia, Patrícia e Maria, mas não sabemos quem é casado com quem. Eles trabalham com engenharia, Advocacia e Medicina, mas também não sabemos quem faz o quê. Com base nas dicas abaixo, tente descobrir o nome de cada esposa e a profissão de cada um.

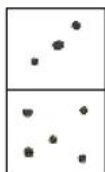
- O médico é casado com Maria.
- Paulo é advogado.
- Patrícia não é casada com Paulo
- Carlos não é médico.

## QUESTÃO 2

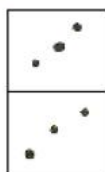
Assinale a opção que completa sequência:



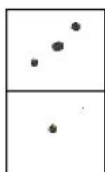
a)



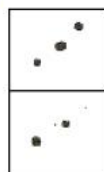
b)



c)



d)



e)



## QUESTÃO 3

Assinale a opção que completa a sequência:

2 – 3 – 4 – 11 – 12 – 13 – 17 – 18 – ( )

a) 24

b) 20

c) 23

d) 19

e) 25

## QUESTÃO 4

solar hoje o nasceu neném

a) solar

b) hoje

c) o

d) nasceu

e) neném



## QUESTÃO 5

*Todos os marinheiros são republicanos. Assim sendo,*

- a) O conjunto dos marinheiros contém o conjunto dos republicanos;
- b) O conjunto dos republicanos contém o conjunto dos marinheiros;
- c) Todos os republicanos são marinheiros;
- d) Algum marinheiro não é republicano

## QUESTÃO 6

*Para cada um dos itens abaixo, julgue a conclusão apresentada com base nas premissas:*

a) Premissa 1    Premissa 2    Conclusão

$p \vee q$                        $\neg q$                        $p$

b) Premissa 1    Premissa 2    Conclusão

$p \rightarrow q$                        $\neg q$                        $p$

## QUESTÃO 7

*A negação de "hoje é segunda-feira e amanhã não choverá" é*

- a) hoje não é segunda-feira e amanhã não choverá
- b) hoje não é segunda-feira ou amanhã choverá
- c) hoje não é segunda-feira então amanhã choverá
- d) hoje não é segunda-feira nem amanhã choverá
- e) hoje é segunda-feira ou amanhã choverá

# Resolução

1) Os dados procurados são: nomes das esposas e profissões.

Assim, elabore duas tabelas: uma principal com todos os dados e a outra com o resumo. Escolha um dos grupos de informações e coloque cada um dos seus elementos em uma linha.

Em seguida crie uma coluna para cada elemento dos outros grupos. Finalmente, tome o último grupo das colunas e crie uma linha para cada um dos seus elementos, colocando-os abaixo da última linha.

TABELA PRINCIPAL

	Lúcia	Patrícia	Maria	engenheiro	advogado	médico
Luís	N	N	S	N	N	S
Carlos	N	S	N	S	N	N
Paulo	S	N	N	N	S	N
engenheiro	N	S	N			
advogado	S	N	N			
médico	N	N	S			

TABELA – GABARITO

	profissão	esposa
Luís	médico	Maria
Carlos	engenheiro	Patrícia
Paulo	advogado	Lúcia

Portanto, Luís é médico e casado com Maria; Paulo é advogado e casado com Lúcia; Carlos é engenheiro e casado com Patrícia.

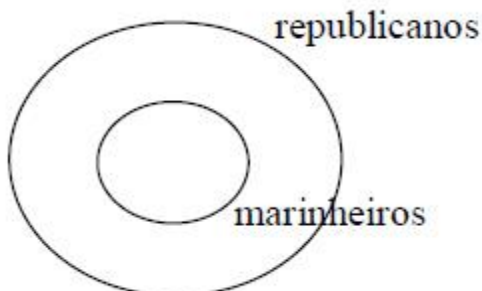
2) O exercício consiste em descobrir quais os pontos que devem ser desenhados no dominó em branco.

As peças obedecem a uma sequência lógica; observe que os números da parte superior são menores (em uma unidade) que os números da parte inferior, portanto a parte inferior da última peça do dominó deve ser preenchida com o número 4. Portanto, E.

3) A sequência é formada pela série de três números consecutivos, portanto o próximo é o 19. Portanto, D.

4) O exercício consiste em assinalar o termo que está sobrando na frase. Portanto, A.

5)



Portanto, B.

6)

P	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Pressupondo-se que p é verdadeira e q é falsa, então a segunda linha da tabela corresponde à opção procurada.

P	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Quando o enunciado diz que  $p \rightarrow q$  é uma premissa, afirma-se que essa premissa é verdadeira; elimina-se a linha onde isso não ocorre. Pressupondo-se que  $\neg q$  é verdadeira, então q é falsa.

Elimina-se as linhas onde isso não ocorre. Como o enunciado apresenta p como conclusão, pode-se afirmar que a conclusão é incorreta. Portanto A) V e B) F

7) Pelas regras da afirmação e negação, temos:

- A negação de "hoje é segunda-feira" é "hoje não é segunda-feira".
- A negação de "amanhã não choverá" é "amanhã choverá".
- Na negação de  $(p \wedge q)$ , o conectivo "e" deve ser alterado para o conectivo "ou" ( $\sim p \vee \sim q$ ).
- Assim, a negação da frase completa será: "hoje não é segunda-feira ou amanhã choverá" o que nos remete à alternativa B.

# Dúvidas?

Confira nossas explicações  
nos vídeos disponíveis em

SOS Educa

