Introdução à lógica matemática

Na lógica matemática é preciso uma linguagem e está linguagem necessita ser precisa e não pode ter duplas interpretações e nada relacionado.

Na lógica matemática utilizamos a própria **lógica** para discernir se um argumento ou raciocínio é válido ou não. Por exemplo, existem certos raciocínios que começam certo e termina errado e outros já iniciam errados.

Na lógica existe a lógica formal e a lógica informal

A **Lógica Informal** não está inclusa na lógica matemática, e chegamos nela pelo senso comum também chamado como senso crítico:

Exemplo 1: Disseram-me que tem 20 pessoas lá fora com guarda-chuva na mão.

Uma pessoa utilizando a lógica informal o senso crítico diz que esta chovendo. Neste caso, pode não exatamente estar chovendo, e sim um dia muito ensolarado, ou pode estar com o céu fechado de nuvens, ou seja, pode e não pode estar chovendo, mas o senso crítico nos leva a uma resposta que “pode” estar correta, mas não tem garantia de estar correta.

Com isso afirmamos novamente o fato de que a lógica informal não está inclusa na lógica matemática, já que na lógica matemática precisamos de algo preciso.

A **Lógica Formal** por se tratar de matemática não é somente adição, subtração, números, etc... Ela também envolve o entendimento de várias expressões e sentenças.

Sentenças

Expressar-se com certidão e clareza não é algo fácil. Em uma linguagem tanto falada quanto escrita, como a língua portuguesa, são utilizadas construções tanto simples quanto complexas, para formar suas expressões e sentenças. Podemos diferenciar as expressões com as classificações seguintes:

Declarativas: João ama Maria.
Edson não gosta de futebol.

Interrogativas: Você vai viajar no feriado?
Que dia é hoje?
Exclamativas: Epa!
Viva!
Imperativas: Acorda!
Vá trabalhar!

Definição

Uma **sentença é** uma expressão declarativa que pode ser classificada como verdadeira ou falsa em certo contexto.

Exemplo 1: As expressões seguintes não são sentenças:

Será que vai chover?
Nossa!
A casa bonita.
Não fume!

Exemplo 2: As expressões seguintes são sentenças:

$1 + 1 < 3$:
1 não é primo.
Existe um menor número natural.
Todo número inteiro é racional.
$\{1; 2\} \subseteq \{1; 2; 3; 5\}$.
$2 > 3$
A casa é bonita.
Todo lírio é amarelo.
Paulo é flamenguista.
Regina tem olhos verdes.

Conectivos

São palavras, partícula ou expressões que ligam uma ou mais frases/sentenças. São muito utilizados nos textos matemáticos. Eles são “e”, “ou”, “não” / “não é o caso que”, “se... então”, “se, e somente, se”.

Exemplo:

Vou assistir TV e almoçar.

Você pode jogar futebol ou vôlei.

Não gosto de Pão.

Não é o caso que eu goste Pão.

Não é o caso que eu goste Pão e João goste de Pão.

Se eu correr, então tomarei uma advertência.

Vou ficar de castigo se, e somente, se eu tomar uma advertência.

Sentenças atômicas ou moleculares

Uma sentença **atômica** é quando ela não tem nenhum conectivo, caso contrário será **molecular.**

e = conjunção, acrescenta algo a mais na frase (é reconhecido por este sinal $\wedge$):

Exemplo 2:

2 é par e 3 é impar.

p= 2 é par.

q= 3 é impar.

Sua formula é representada assim:

p^q

ou=disjunção,fornece alternativas (é reconhecido por este sinal $\vee$):

Exemplo 3:

Proibido comer ou beber na biblioteca.

p= Proibido comer.

q= Proibido beber.

Sua formula é representada assim:

$p \vee q$

não/não é o caso que =negação,nega algo. (é reconhecido por estes sinais **¬/~**):

Exemplo 4:

Não é o caso que, Pedro é pedreiro.

p= Pedro é pedreiro

Sua formula é representada assim:

¬p ou ~p

Exemplo 5:

Pedro não é pedreiro.

p= Pedro é pedreiro.

Sua formula é representada assim:

¬p ou ~p

se...então=implicação[condicional](é reconhecido por este sinal ⟶):

Exemplo 6:

Se eu encontrar o bandido, então eu o prenderei.

p= Eu encontrar o bandido.

q= Eu o prenderei.

Sua formula é representada assim:

$$\mathbf{p \rightarrow q}$$

se,e somente,se=Bi-implicação[bicondicional](é reconhecido por este sinal ⟷):

Exemplo 7:

Vou morrer daqui a 20 dias se, e somente se, eu fumar durante 20 dias.

p= Vou morrer daqui a 20 dias.

q= Eu fumo durante 20 dias.

Sua formula é representada assim:

$$\mathbf{p \leftrightarrow q}$$

Exercícios e Resoluções

1) Quais frases a seguir são atômicas ou molecares:

Vou à praia. *Atômicas*
Gosto de correr e nadar. *Moleculares*
João é padeiro. *Atômicas*
Se eu beber leite, então passarei mal. *Moleculares*
É proibido aqui fumar dentro do prédio ou no estacionamento? *Moleculares*

2) 5 é um número primo ou, 3 e 6 são números primos.

p: 5 é número primo.
q: 3 é número primo.
r: 6 é número primo.

$p \vee (q \wedge r)$

3) Dada uma função f, se f é injetiva e sobrejetiva, então f é bijetiva.

p: f é injetiva.
q: f é sobrejetiva.
r: f é bijetiva.

$(p \wedge q) \rightarrow r$

4) Gosto de pão se,somente,se tiver mortadela e manteiga nele.

p: Gosto de pão.
q: Tem mortadela no pão.
r: Tem Manteiga no pão.

$p \leftrightarrow (q \wedge r)$

5) Se *as retas L*1 *e L*2 *são paralelas,* então *L*1 *e L*2 *são coplanares* e L1 *e L*2 *não se interceptam.*

p: r1 e r2 são paralelas.
q: r1 e r2 são coplanares.
r: r1 e r2 não se interceptam.

$p \rightarrow (q \wedge \neg r)$

Referências

Referências da revisão Bibliográfica

ACMP,Renata. ***Introdução aos Métodos de Prova em Matemática****. Corrêa, M. Da S., Trales, P. R. e Bragançaa. R.C.M.*