

## سوالات زوج

۱.

۲. کدام گزینه مرتبه رشد را به درستی نشان می دهد؟

$$\text{(الف)} \quad 2^n < \frac{1}{4}n^2 < 5n^2 < 100n < 2 \log_2^n$$

$$\text{(ب)} \quad 5n^2 < \frac{1}{4}n^2 < 2^n < 100n < 2 \log_2^n$$

$$\text{(ج)} \quad 2^n > \frac{1}{4}n^2 > 5n^2 > 100n > 2 \log_2^n$$

$$\text{(د)} \quad 2^n > \frac{1}{4}n^2 > 100n > 2 \log_2^n > 5n^2$$

پاسخ:

گزینه ج صحیح می باشد:  $2^n > \frac{1}{4}n^2 > 5n^2 > 100n > 2 \log_2^n$ 

حل:

ترتیب مرتبه زمانی از کوچکتر به بزرگتر:

$$O(1) < O(\sqrt{\log n}) < O(\log_2^n) < O(n) < O(n \log n) \\ < O(n^2) < O(n^3) < O(2^n) < O(a^n) < O(n!) < O(n^n)$$

۳.

۴. خروجی برنامه زیر به ازای  $F(3, 6)$  چیست؟

```
int f (int m, int n) {
    if (m == 1 || n == 1 || m == n) return 1;
    else return f (m, n-1) + f (m - 1, n) ; }
```

(د) ۱۶

(ج) ۱۲

(ب) ۱۰

(الف) ۱۳

پاسخ:

گزینه الف صحیح می باشد: ۱۳

حل:

$$F(3,6) = F(3,5) + F(2,6)$$

$$F(3,5) = F(3,4) + F(2,5)$$

$$F(3,4) = F(3,3) + F(2,4)$$

$$F(3,3) = 1$$

$$F(2,4) = F(2,3) + F(1,4)$$

$$F(2,3) = F(2,2) + F(1,3)$$

$$F(2,2) = 1$$

$$F(1,3) = 1$$

$$F(2,3) = 1 + 1 = 2$$

$$F(1,4) = 1$$

$$F(2,4) = 2 + 1 = 3$$

$$F(3,4) = 1 + 3 = 4$$

$$F(2,5) = F(2,4) + F(1,5)$$

$$F(2,4) = 3$$

$$F(1,5) = 1$$

$$F(2,5) = 3 + 1 = 4$$

$$F(3,5) = 4 + 4 = 8$$

$$F(2,6) = F(2,5) + F(1,6)$$

$$F(2,5) = 4$$

$$F(1,6) = 1$$

$$F(2,6) = 4 + 1 = 5$$

$$F(3,6) = 8 + 5 = 13$$

۵.

۶. پیچیدگی زمانی رابطه زیر چیست؟

```
int fact (int n) {  
    if (n == 0) return 1;  
    else  
        return (fact(n - 1) + fact (n - 1)) };
```

$O(n^2 \log n)$  (د)

$O(2^n)$  (ج)

$O(n^2)$  (ب)

$O(\log_2 n)$  (الف)

پاسخ:

گزینه ج صحیح می باشد:  $O(2^n)$ 

حل:

در برنامه دو بار  $fact(n-1)$  فراخوانی می شود پس داریم:

$$T(n) = aT(n-b) \Rightarrow O(a \frac{n}{b})$$

$$f(n) = 2f(n-1) \Rightarrow O(2^n)$$

۷.

۸. اگر برای مرتب سازی لیست زیر از روش مرتب سازی سریع استفاده شود. پس از اولین تغییر محور کدام گزینه لیست جدید را نشان می دهد؟

12 34 78 90 2 15 80 3 67

67 80 34 15 90 78 12 3 2 (ب)

67 34 78 90 80 15 12 2 3 (الف)

67 34 80 90 78 15 12 2 3 (د)

67 34 80 15 78 90 12 3 2 (ج)

پاسخ:

گزینه ج صحیح می باشد: 67 34 80 15 78 90 12 3 2

حل:

مرتب سازی به صورت نزولی است  $i$  در عنصر کوچکتر از ۱۲ و  $j$  در عناصر بزرگتر از ۱۲ بعد از محل  $i$  متوقف شده و عناصر تعویض می شوند. زمانی که  $j$  به آخرین خانه رسید  $i$  با خانه اول جابجا می شود.

۹.

۱۰. در الگوریتم ضرب اعداد بزرگ بدترین حالت چه زمانی رخ می دهد؟

- (الف) دو عدد بر هم بخش پذیر باشند.  
 (ب) هیچکدام از ارقام دو عدد صفر نباشد.  
 (ج) دو عدد بر هم بخش پذیر نباشند.  
 (د) همه گزینه ها صحیح است.

**پاسخ:**

گزینه ب صحیح می باشد:

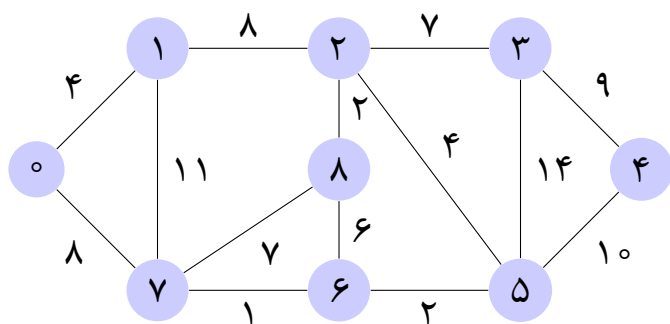
هیچکدام از ارقام دو عدد صفر نباشد.

**حل:**

در الگوریتم حاصل ضرب دو عدد بزرگ، بدترین حالت زمانی رخ می دهد که هیچ یک از ارقام دو عدد صفر نباشد.

۱۱.

۱۲. وزن درخت پوشای کمینه گراف زیر چقدر است؟



(د) ۴۰

(ج) ۲۳

(ب) ۳۸

(الف) ۳۷

**پاسخ:**

گزینه الف صحیح می باشد: ۳۷

**حل:**

ابتدا تمامی یال ها را بر اساس وزن شان به صورت صعودی مرتب می کنیم سپس یال ها را به ترتیب انتخاب می کنیم به صورتی که حلقه ایجاد نشود.

$$1 + 2 + 2 + 4 + 4 + 7 + 8 + 9 = 37$$

۱۳.

۱۴. کدام الگوریتم برای یافتن کلیه کوتاه ترین مسیرها از مبدا واحده مقصدهای متفاوت به کار می رود؟

(الف) دایکسترا (ب) کروسکال (ج) پریم (د) همه موارد

پاسخ:

گزینه الف صحیح می باشد:

دایکسترا

حل:

الگوریتم دایکسترا برای یافتن کلیه کوتاه ترین مسیرها از مبدأ واحد به مقصد های متفاوت به کار می رود. این الگوریتم هم چنین طول یک مسیر را برابر مجموع وزن یال های آن مسیر در نظر می گیرد.

۱۵.

۱۶. پیچیدگی زمانی الگوریتم حداقل ضرب ها به روش برنامه نویسی پویا کدام گزینه است؟

(الف)  $\theta(n^3)$  (ب)  $\theta(n^2)$  (ج)  $\theta(2^n)$  (د)  $\theta(3^n)$

پاسخ:

گزینه الف صحیح می باشد:  $\theta(n^3)$

حل:

پیچیدگی زمانی الگوریتم حداقل ضرب ها  $\theta(n^3)$

۱۷.

۱۸. پیچیدگی زمانی مسأله فروشنده دوره گرد با استفاده از برنامه نویسی پویا چیست؟

(الف)  $\theta(n^2)$  (ب)  $\theta(n^2 2^n)$  (ج)  $\theta(2^n)$  (د)  $\theta(n^2 2^n \log n)$

پاسخ:

گزینه ب صحیح می باشد:  $\theta(n^{2^n})$

**حل :**

حل مسأله فروشنده دوره گرد به روش پویا دارای مرتبه زمانی  $n^{2^n}$  می باشد و میزان حافظه مورد نیاز  $n^{2^n}$  است.

۱۹.

۲۰. مسائلی که به روش بازگشت به عقب حل می شود چه نوع مسائلی هستند؟

(الف) بهینه سازی (ب) تصمیم گیری

(ج) تصمیم گیری و بهینه سازی (د) هیچکدام

**پاسخ :**

گزینه ب صحیح می باشد:

تصمیم گیری

**حل :**

مسائلی که به روش عقب گرد حل می شوند اغلب مسائل تصمیم گیری اند چون به راحتی توسط گراف و درخت می شوند:

روش عقب گرد در کاهش مرتبه زمانی تأثیر مثبت نمی گذارد.

روش عقب گرد حالت اصلاح شده جستجوی عمقی یک درخت است.

روش عقب گرد ممکن است بیش از یک جواب داشته باشد همه جواب ها را باید پیدا کنیم.

۲۱.

۲۲. مرتبه زمانی مسأله n وزیر کدام گزینه است؟

(الف)  $n!$  (ب)  $n^n$  (ج)  $n^2$  (د)  $2^n$

**پاسخ :**

گزینه ب صحیح می باشد:  $n^n$

حل:

در مساله  $n$  وزیر با توجه به درخت عقب گرد در سطح یک فقط یک گره وجود دارد و در سطح دو  $n$  گره و در سطح سوم  $n^2$  و الی آخر پس برای بدست آوردن مرتبه زمانی آن به صورت زیر اقدام می کنیم:

$$1 + n + n^2 + n^3 + \dots + n^n = \frac{n^{(n+1)} - 1}{n - 1} \in O(n^n)$$

۲۳.

۲۴. راه حل مسأله فروشنده دوره گرد در برنامه نویسی پویا و انشعاب و تحدید چه تفاوتی با هم دارد؟

(الف) با روش انشعاب و تحدید زمان اجرا کاهش می یابد.

(ب) با روش انشعاب و تحدید حافظه مصرفی کاهش می یابد.

(ج) با روش انشعاب و تحدید مرتبه زمانی تغییر نمی کند.

(د) روش برنامه نویسی پویا، زمان اجرا را کاهش می دهد.

پاسخ:

گزینه الف صحیح می باشد:

با روش انشعاب و تحدید زمان اجرا کاهش می یابد.

حل:

مرتبه زمانی مسأله فروشنده دوره گرد با استفاده از روش پویا  $O(n^{2^n})$  می باشد. در روش انشعاب و تحدید با ارائه یک تابع حد مناسب زمان اجرای الگوریتم کاهش می یابد ولی مرتبه زمانی تغییری نمی کند.

۲۵.

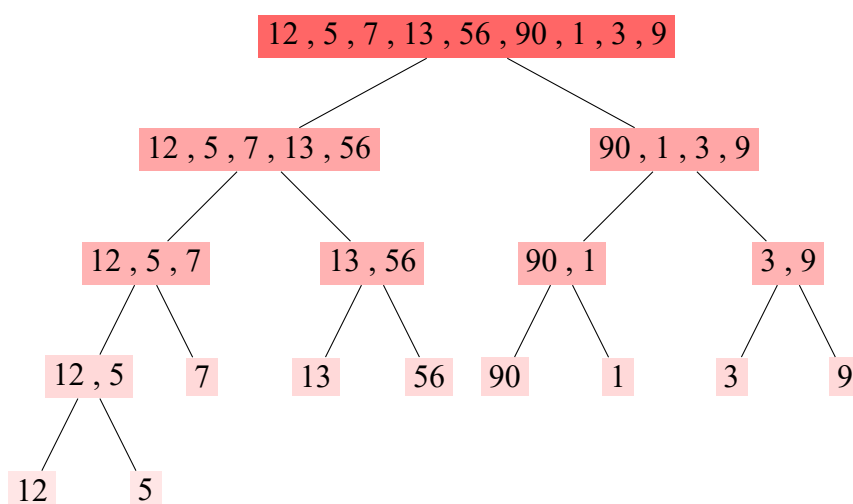
## سوالات تشریحی زوج

۱.

۲. لیست زیر را به روش مرتب سازی ادغامی مرتب کنید (درخت فراخوانی های بازگشتی را رسم نموده و نحوه شکست لیست وادغام آنها را نمایش دهید):

12 5 7 13 56 90 1 3 9

پاسخ:



۳.

۴. ماتریس های زیر را در نظر بگیرید :

$$A_{3 \times 4}$$

$$B_{4 \times 8}$$



$$C_{8 \times 3}$$

$$D_{3 \times 5}$$

چنانچه بخواهیم تعداد ضربها برای به دست آوردن حاصل ضرب  $A \times B \times C \times D$  را به روش برنامه نویسی پویا به دست آوریم، محاسبات مربوطه را به صورت کاملاً مشروح نوشته و محاسبه نمائید. (ماتریس محاسبات مربوطه را تشکیل دهید و اعداد محاسبه شده در هر مرحله را در ماتریس قرار دهید)

**پاسخ:**

با توجه به فرمول روش پویا جدول مربوطه را کامل می کنیم:

$$m_{ij} = \min(m_{ik} + m_{k+1j} + r_{i-1} \times r_k \times r_j) \quad i \leq k < j$$

$$m_{11} = m_{22} = m_{33} = m_{44} = 0$$

$$m_{12} = \min(m_{11} + m_{22} + 3 \times 4 \times 8) = 96$$

$$m_{23} = \min(m_{22} + m_{33} + 4 \times 8 \times 3) = 96$$

$$m_{34} = \min(m_{33} + m_{44} + 8 \times 3 \times 4) = 120$$

$$m_{13} = \min(m_{11} + m_{23} + 3 \times 4 \times 3, m_{12} + m_{33} + 3 \times 8 \times 3) = \min(132, 168) = 132$$

$$m_{24} = \min(m_{22} + m_{34} + 4 \times 8 \times 5, m_{23} + m_{44} + 4 \times 3 \times 5) = \min(280, 156) = 156$$

$$m_{14} = \min(m_{11} + m_{24} + 3 \times 4 \times 5, m_{12} + m_{34} + 3 \times 8 \times 5, m_{13} + m_{44} + 3 \times 3 \times 5) = \min(216, 240, 177) = 177$$

## پاسخ سوالات تستی زوج

$$۲. (ج) \log_2^n > ۱۰۰n > ۵n^2 > \frac{1}{4}n^3 > ۲^n$$

$$۴. (الف) ۱۳$$

$$۶. (ج) O(۲^n)$$

$$۸. (ج)$$

$$2 \ 3 \ 12 \ 90 \ 78 \ 15 \ 80 \ 34 \ 67$$

$$۱۰. (ب) \text{هیچکدام از ارقام دو عدد صفر نباشد.}$$

$$۱۲. (الف) ۳۷$$

$$۱۴. (الف) \text{دایکسترا}$$

$$۱۶. (الف) \theta(n^3)$$

$$۱۸. (ب) \theta(n^2 2^n)$$

$$۲۰. (ب) \text{تصمیم گیری}$$

$$۲۲. (ب) n^n$$

$$۲۴. (الف) \text{با روش انشعاب و تحدید زمان اجرا کاهش می یابد.}$$