

به نام خدا

نام درس : تحلیل و طراحی الگوریتم ها

نام و نام خانوادگی : فاطمه مظفری

شماره دانشجویی : 970082935

نمونه سوالات تابستان 98 (سوالات فرد)

1_ تعداد گره ها در درخت فضای حالت برای الگوریتم عقبگرد برای مساله رنگ آمیزی m کدام است؟

$$4. \frac{m^{n+1}-1}{m-1}$$

$$3. \frac{n^{m+1}-1}{n-1}$$

$$2. \frac{m^{n+1}+1}{m+1}$$

$$1. \frac{m^{n+1}}{m}$$

حل : گزینه د

یک گره در سطح صفر ، در سطح یک m گره ، در سطح دو m^2 گره ، و..... در سطح m ، m^n گره وجود دارد بنابراین تعداد کل گره ها :

$$1+m+m^2+m^3+...+m^m = \frac{m^{n+1}-1}{m-1}$$

3_ پیچیدگی زمانی حاصل ضرب دو ماتریس $n \times n$ کدام است ؟

$$4. \theta(n^3)$$

$$3. \theta(\log n)$$

$$2. \theta(n^2)$$

$$1. \theta(n)$$

حل : گزینه د

5_ دو روش حدس و استقرا کدام است ؟

1. حدس جواب ، به کارگیری استقرا ریاضی برای یافتن متغیر ها

2. حدس جواب ، به کارگیری استقرا ریاضی برای یافتن ثابت ها

3. یافتن قطعی جواب ، به کارگیری استقرا ریاضی برای یافتن متغیر ها

4. یافتن قطعی جواب ، به کارگیری استقرا ریاضی برای یافتن ثابت ها

حل : ب

روش حدس و استقرا باید ابتدا جواب اولیه را حدس زد و سپس با استفاده از استقرا ریاضی صحت جواب را دریافت . نکته ای که در به کار گیری این روش وجود دارد این است که همیشه حدس زدن جواب اولیه کار اسانی نیست . سپس باید استقرا را به دست آوریم پس فرض استقرا را مشخص میکنیم و آنگاه با توجه به فرض و با توجه به اصل دومینو حکم را اثبات میکنیم .

7_ یکی از روش های خوب برای حل یا حدس روابط بازگشتی از طریق تکرار استفاده از کدام روش است ؟

1. روش مرتب سازی ادغامی

2. روش مرتب سازی سریع

3. روش درخت بازگشت

4. روش بهینه سازی

حل : ج

یک روش خوب برای حل رابطه بازگشتی حل به روش درخت بازگشت است در این روش یک درخت برای رابطه بازگشتی تشکیل میدهیم که راس آن $T(n)$ یعنی مقدار غیر بازگشتی اولیه درخت و بقیه گره های آن مقادیر بازگشتی فراخوانی شده توسط گره والدش هستند و در هر سطح هر گره ، مقدار بازگشتی اش را در سطح بعد فراخوانی میکند این کار تا زمانی که n به

مقدار ثابت برسد ادامه دارد . در این صورت با محاسبه ارتفاع درخت و محاسبه مقدار بازگشتی میتوان به جواب دست یافت .

9_ زمان جستجوی موفق در بدترین حالت در درخت تصمیم دودوئی کدام است؟

1. $O(n)$ 2. $O(n^2)$ 3. $O(n \log n)$ 4. $O(\log n)$

حل : د

درخت تصمیم دودوئی را برای عملگر BinSrch روی n عنصر در نظر بگیرید در این درخت تمام جستجو های موفق در یک گره داخلی صورت میگیرد اگر $2^{k-1} \leq n \leq 2^k$ باشد آنگاه همه ی گره های داخلی در سطح $1, 2, \dots, k$ قرار میگیرند . ولی باید به این نکته توجه داشته باشیم که تعداد مقایسه های لازم برای خاتمه الگوریتم در یک گره داخلی در سطح i برابر i است . بدترین حالت زمانی ، برای جستجوی دودوئی با توجه به قضیه زیر :

$$K-1 \leq \log n \leq k$$

بنابراین بدترین حالت زمانی الگوریتم BinSrch برای جستجوی موفق به صورت زیر است :

$$O(\log n)$$

11_ پیچیدگی زمانی الگوریتم مرتب سازی سریع در بدترین حالت و حالت متوسط به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$$1. \theta(n^2), \theta(n \ln n) \quad 2. \theta(n^2), \theta(n^2) \quad 3. \theta(n \ln n), \theta(n^2) \quad 4. \theta(n \ln n), \theta(n \ln n)$$

حل : الف

توجه داشته باشید که اعمال اصلی در این الگوریتم عمل مقایسه و نسبت دهی است و ما عمل مبنایی را عمل مقایسه در نظر می گیریم $T(n)$ در حالت کلی به صورت زیر است

$$T(n) = \begin{cases} 0 & \text{if } n < 1 \\ T(n-1) + n - 1 & \text{if } 1 \leq n \end{cases}$$

$$T(n) = T(n-1) + (n-1)$$

$$= T(n-2) + (n-2) + (n-1)$$

$$= T(n-3) + (n-3) + (n-2) + (n-1)$$

.

.

$$= T(1) + 1 + 2 + \dots + (n-2) + (n-1)$$

$$= T(0) + 1 + 2 + \dots + (n-2) + (n-1) = \frac{n(n+1)}{2} - n = \frac{n(n-1)}{2}$$

بدترین حالت $\theta(n^2)$

حالت متوسط $\theta(n \ln n)$

13_ در کدام الگوریتم زیر ، برای یافتن کلیه کوتاهترین مسیرها از مبدا واحد به مقصد های متفاوت به کار می رود و همچنین طول یک مسیر را برابر مجموع وزن یال های آن مسیر در نظر میگیرد ؟

1. الگوریتم پریم 2. الگوریتم دیکسترا 3. الگوریتم کروسکال 4. الگوریتم فلوید

حل : ب

15_ کدام ویژگی در خصوص مسائلی که به روش برنامه نویسی پویا حل میشود به درستی بیان شده است؟

1. در همه الگوریتم های برنامه نویسی پویا مساله بهینه سازی موضوعی کلیدی است.

2. مسائل را از بالاترین سطح به طرف پایین ترین سطح حل می کند.

3. در هر سطح ، بعضی از مسائل آن سطح حل میگردند و بقیه به سطح بعد منتقل می شود.

4. برای حل هر مساله سطح L می توانیم از کلیه مسائل سطوح پایین تر که لازم باشد ، استفاده کنیم.

حل : د

جملات درست به صورت زیر است :

1. در اغلب الگوریتم های برنامه نویسی پویا مساله بهینه سازی موضوعی کلیدی است.

2. مسائل را از پایین ترین سطح به طرف بالاترین سطح حل می کند.

3. در هر سطح کلیه مسائل موجود آن سطح حل می گردند و نتایج نگه داری میشوند.

17_ پیچیدگی زمان مساله فروشنده دوره، با استفاده از روش برنامه نویسی پویا کدام است؟

1. $\theta(2^n)$ 2. $\theta(n2^n)$ 3. $\theta(n^2 2^n)$ 4. $\theta(n^2)$

حل : ج

$$T(n) = \sum_{k=1}^{n-2} (n-1-k)k \binom{n-1}{k}$$

$$(n-1-k) \binom{n-1}{k} = (n-1) \binom{n-2}{k} \quad \text{داریم:}$$

$$T(n) = (n-1) \sum_{k=1}^{n-2} k \binom{n-2}{k} \rightarrow T(n) = (n-1)(n-2)2^{n-3}, \quad T(n) = (n^2 2^n)$$

19. الگوریتم های عقبگرد برای حل مسائلی از قبیل کوله پشتی صفر و یک ، کدام پیچیدگی زمانی را دارد؟

1.خطی 2.نمایی 3.بدتر از نمایی 4.بهتر از نمایی

حل : ب

الگوریتم های عقبگرد برای حل مسائلی از قبیل کوله پشتی صفر و یک پیچیدگی زمانی نمایی را دارد.

21. فضای مساله ای که با استفاده از روش انشعاب و تحدید حل می شود باید چگونه نمایش داده شود؟

1.باید با یک درخت قابل نمایش باشد 2. باید با یک پشته قابل نمایش باشد
3. باید با یک گراف قابل نمایش باشد 4. باید با یک لیست پیوندی قابل نمایش باشد

حل : ج

فضای مساله ای که با استفاده از روش انشعاب و تحدید حل می شود باید با یک گراف قابل نمایش باشد.

23. مسائلی که الگوریتم کارا (چند جمله ای) برای آن ها ابداع نشده است ولی غیر ممکن بودن آن نیز هنوز به اثبات نرسیده، کدام مسائل هستند؟

P.1 Np.2 Np-hard.3 Np.4 کامل

حل : د

.مسائلی که الگوریتم کارا (چند جمله ای) برای آن ها ابداع نشده است ولی غیر ممکن بودن آن نیز هنوز به اثبات نرسیده Np کامل هستند.

25. الگوریتم رام نشدنی کدام است؟

1. الگوریتم هایی با مرتبه زمانی n^2 , n و n^3 را مسائل رام نشدنی می نامند.
2. مسائلی که نوشتن یک الگوریتم کارآمد برای آن ها غیر ممکن است مسائل رام نشدنی میگویند.
3. الگوریتم هایی که مرتبه زمانی آنها چند جمله ای باشد را مسائل رام نشدنی می نامند.
4. الگوریتم هایی که مرتبه زمانی آنها $\log n$ ، $n \log n$ باشد را مسائل رام نشدنی می نامند.

حل : ب

مسائلی که نوشتن یک الگوریتم کارآمد برای آن ها غیر ممکن است مسائل رام نشدنی میگویند.

سوالات تشریحی

1. الگوریتم بازگشتی برای محاسبه فاکتوریل یک عدد نوشته و زمان اجرای الگوریتم را تحلیل کنیم؟

```
Int fact ( int n )  
{  
    If ( n == 0 )  
        return ( 1 ) ;  
    else  
        return ( n * fact ( n _ 1 ) ) ;
```

}

5. اجزای تشکیل دهنده یک الگوریتم حریصانه را نام برده و شرح دهید ؟

کلید الگوریتم حریصانه در هر مرحله، انتخاب یک عنصر از عناصر موجود است. کار با یک مجموعه تهی شروع شده و این عنصر قسمتی از جواب مسئله است که به ترتیبی خاص به مجموعه عناصر نهایی اضافه می‌شود .

به دلیل این که هر الگوریتم حریصانه الزاماً حل بهینه را نمی‌دهد، برای هر مسئله خاص باید اثبات کنیم که آیا الگوریتم حریصانه برای آن، جواب بهینه می‌دهد یا خیر و این موضوع اغلب سخت‌ترین مرحله کار است .

در طی این مسیر گام‌های زیر اتفاق می‌افتد :

1. روال انتخاب حریصانه: (Selection) در این گام یک عنصر برای اضافه شدن به مجموعه جواب انتخاب می‌شود. معیار یا روال انتخاب عنصر برای اضافه شدن، ارزش آن عنصر است. بسته به نوع مسئله هر عنصر ارزشی دارد که با ارزشترین آنها انتخاب می‌شود.

2. امکان‌سنجی و افزودن: (Feasible) پس از انتخاب یک عنصر به صورت حریصانه، باید بررسی شود که آیا امکان اضافه کردن آن به مجموعه جواب‌های قبلی وجود دارد یا نه. گاهی اضافه شدن عنصر یکی از شرایط اولیه مسئله را نقض می‌کند که باید به آن توجه نمود. اگر اضافه کردن این عنصر هیچ شرطی را نقض نکند، عنصر اضافه خواهد شد؛ وگرنه کنار گذاشته شده و بر اساس گام اول عنصر دیگری برای اضافه شدن انتخاب می‌شود. اگر گزینه دیگری برای انتخاب وجود نداشته باشد، اجرای الگوریتم به اتمام می‌رسد.

3. بررسی اتمام الگوریتم: (Solution) در هر مرحله پس از اتمام گام 2 و اضافه شدن یک عنصر جدید به مجموعه جواب، باید بررسی کنیم که آیا به یک جواب مطلوب رسیده‌ایم یا خیر اگر نرسیده باشیم به گام اول رفته و چرخه را در مراحل بعدی ادامه می‌دهیم.

نمونه سوالات سال 2_94_93 (سوالات زوج)

2_ در الگوریتم زیر در صورتی که $n=m$ باشد مرتبه اجرایی برابر است با :

For i:=1 to n do

For j:=1 to m do

For k:=1 to j do

X:=x+1;

$$o(n^3).4 \quad o\left(\frac{m(m+1)}{2}\right).3 \quad o(n^2).2 \quad o\left(\frac{m+1}{2}\right).1$$

حل : د

حلقه for از مرتبه $o(n)$ است . در الگوریتم فوق سه حلقه for وجود دارد لذا مرتبه اجرایی آنها در یک دیگر ضرب می شود. $o(n^3)$

4_ در ضرب سه آرایه $c(6,2)$ و $B(4,6)$ و $A(3,4)$ به ترتیب $A*B*C$ چند عمل ضرب انجام می شود؟

حل : ب 108

6_ مرتبه زمانی رابطه بازگشتی مقابل برابر است با :

$$T(n)=9T(n/3)+n$$

$$o(n).4 \quad o(\log n).3 \quad o(n^{\log n}).2 \quad o(n^2).1$$

حل : الف $o(n^2)$

8_چمد مورد از عبارات زیر صحیح می باشد؟

_الگوی جستجو برای روش عقبگرد به صورت جستجو در پهنا میباشد.

_در روش انشعاب و تحدید روش جستجوی درخت به ترتیب عمق می باشد.

_در هر دو روش بازگشت به عقب و انشعاب و تحدید شاخه هایی از درخت هرس میشود.

0.4

1.3

2.2

3.1

حل : ج

سومین جمله درست است .

جمله اول : در جستجوی عمقی ، یک مسیر را با عمق هر چه بیشتر دنبال می کنیم تا این که به بن بست برسیم . در بن بست دوباره آنقدر به عقب بر میگردیم تا به گره ها برسیم که فرزندان آن بازدید نشده باشند . و سپس دوباره به عمق هر چه بیشتر پیشرفت می کنیم.

جمله دوم : در روش انشعاب و تحدید ، ترتیب جستجو از قبل مشخص نیست.

10_کدام یک از مرتبه زمانی های زیر جزو مسائل رام نشدنی نمی باشد؟

4. $n!$

3. n^4

2. 3^n

1. 2^n

حل : ج

مسائلی که نتوان برای آن ها الگوریتمی با مرتبه ی زمانی چند جمله ای پیدا کرد ، مسائل رام نشدنی نامیده می شود .

الگوریتم هایی با مرتبه زمانی 2^n و 3^n و $n!$ یا هر الگوریتمی که مرتبه زمانی آن غیر چند جمله ای باشد (یعنی نمایی باشد) را مسائل رام نشدنی می نامند.

12_ تعداد درخت های جستجو با عمق $n-1$ برابر است با:

1. 2^n 2. 2^{n-1} 3. 2^{n+1} 4. 3^{n+1}

حل : ب 2^{n-1}

14_ الگوریتم تولید کننده کد هافمن ،

1. همیشه درخت بهینه تولید می کند.

2. گاهی اوقات درخت بهینه تواند می کند.

3. هیچوقت درخت بهینه تواند نمی کند.

4. اغلب اوقات درخت بهینه تواند می کند.

حل : الف

همیشه درخت بهینه تولید می کند.

16_ کدام الگوریتم یالی را (از بین رؤس همسایه) در هر مرحله انتخاب می کند که منجر به حداقل

افزایش در مجموع هزینه ها می گردد؟

1. کروسکال 2. پریم 3. سولین 4. دیکسترا

حل : ب

الگوریتم پریم یالی را (از بین رؤس همسایه) در هر مرحله انتخاب می کند که منجر به حداقل

افزایش در مجموع هزینه ها می گردد.

18_ کدام روش پیشنهاد می کند که می توان الگوریتمی نوشت که مرحله به مرحله اجرا شود و در

هر زمان یک ورودی را بررسی نماید و بررسی انجام شده در مورد شدنی بودن یا نبودن جواب ها

می باشد؟

1. روش تقسیم و حل 2. حریصانه 3. برنامه نویسی پویا 4. عقبگرد

حل : ب

در روش حریصانه می‌توان الگوریتمی نوشت که مرحله به مرحله اجرا شود و در هر زمان یک ورودی را بررسی نماید و بررسی انجام شده در مورد شدنی بودن یا نبودن جواب ها می‌باشد.

20_ به کار گیری روش تقسیم و حل برای کدام یک از مسئله های زیر مناسب نمی‌باشد؟

1. سری فیبوناچی

2. مرتب سازی ادغام

3. مرتب سازی سریع

4. ضرب ماتریس ها به روش استراسن

حل : الف

روش تقسیم و حل یک راه حل کلی برای حل کلیه مسائل نیست و تنها برای مسائلی قابل استفاده است که ذاتا قابل تقسیم به مسائل کوچک تر باشند و سری فیبوناچی این قابلیت را ندارد پس به کار گیری روش تقسیم و حل برای مسئله سری فیبوناچی مناسب نیست.

22_ بدترین حالت الگوریتم Quick sort چه زمانی رخ می‌دهد؟

1. داده ها از قبل به صورت صعودی مرتب شده باشند.

2. داده ها از قبل به صورت نزولی مرتب شده باشند.

3. داده ها از قبل مرتب شده باشند.

4. به وضعیت ورودی داده ها بستگی ندارد.

حل : ج

بدترین حالت الگوریتم Quick sort زمانی رخ می‌دهد که داده ها از قبل مرتب شده باشند.

24_ زمان یک جستجوی موفق در بدترین حالت در الگوریتم جستجوی دودویی برابر است با:

$$\theta(\log n).4$$

$$\theta(n \log n).3$$

$$O(n \log n).2$$

$$O(\log n).1$$

حل : الف

درخت تصمیم دودوئی را برای عملگر BinSrch روی n عنصر در نظر بگیرید در این درخت تمام جستجو های موفق در یک گره داخلی صورت میگیرد اگر $2^{k-1} \leq n \leq 2^k$ باشد آنگاه همه ی گره های داخلی در سطح $k...2,1$ قرار میگیرند . ولی باید به این نکته توجه داشته باشیم که تعداد مقایسه های لازم برای خاتمه الگوریتم در یک گره داخلی در سطح i برابر i است . بدترین حالت زمانی ، برای جستجوی دودوئی با توجه به قضیه زیر :

$$K-1 \leq \log n \leq k$$

بنابراین بدترین حالت زمانی الگوریتم BinSrch برای جستجوی موفق به صورت زیر است :

$$O(\log n)$$

سوالات تشریحی

2_فرض کنید لیستی حاوی عناصر زیر باشد:

17,20,10,25,11,8,18

با استفاده از مرتب سازی سریع این لیست را مرتب نمائید.

حل :

عنصر محور که اولین عنصر است (17) را انتخاب می کنیم.

17	20	10	25	11	8	18
↑						

عنصر محور

سپس عناصر عناصر کوچکتر از عنصر محور را در سمت چپ و عناصر بزرگتر را در سمت راست لیست قرار می‌دهیم .

10	11	8	17	20	25	18
----	----	---	----	----	----	----

زیر لیست های حاصل را با الگوریتم مرتب سازی سریع مرتب می‌کنیم.

8	10	11	17	18	20	25
---	----	----	----	----	----	----

لیست بالا به صورت غیر نزولی است.

4_ الگوریتم فلوید را نوشته و پیچیدگی زمانی این الگوریتم را به دست آورید .

```
Void Floyd(int n , float W[ ][n] , float D[ ][n-1] )
```

```
{
```

```
    Int i , j , k ;
```

```
    D = W;
```

```
    for(k = 0 ; k<n ; k++)
```

```
        for(i = 0 ; i<n ; i++)
```

```
            for(j = 0 ; j<n ; j++)
```

```
                D[i][j]=min(D[i][j],D[i][k]+D[k][j])
```

```
}
```

پیچیدگی زمانی :

$$T(n)=n \times n \times n \times n^3 \in \theta(n^3)$$

