

"به نام خدا"

سوالات زوج تابستان 94

مهدیه احمدی پور

شماره دانشجویی:

970084828

"درس طراحی الگوریتم ها"

سوال 1: -

سوال 2: تعداد تکرار دستورات قطعه کد زیر چه خواهد بود؟

```
for (i=1; i<n; i++)  
    for(j=n-1; j<n+1; j++)  
        s=s+2;
```

1)  $n^2+3n-2$

2)  $2n^2+n+5$

3)  $n^2+2n+2$

4)  $n^2+n-3$

جواب صحیح گزینه ی الف

راه حل: اگر دو خط اول کد را بخش اول و خط سوم را بدنه حلقه در نظر بگیریم پس کد بالا در مجموع  $n^2+3n-2$  بار اجرا می شود.

سوال 3: -

سوال 4: باتوجه به تابع بازگشتی زیر خروجی  $F(3,5)$  چه خواهد بود؟

```
int F(int m, int n){  
    if (m==1 || n==1)  
        return 1;  
    else if (m==n)  
        return F(m-1, n-1) + 2;  
    else
```

```

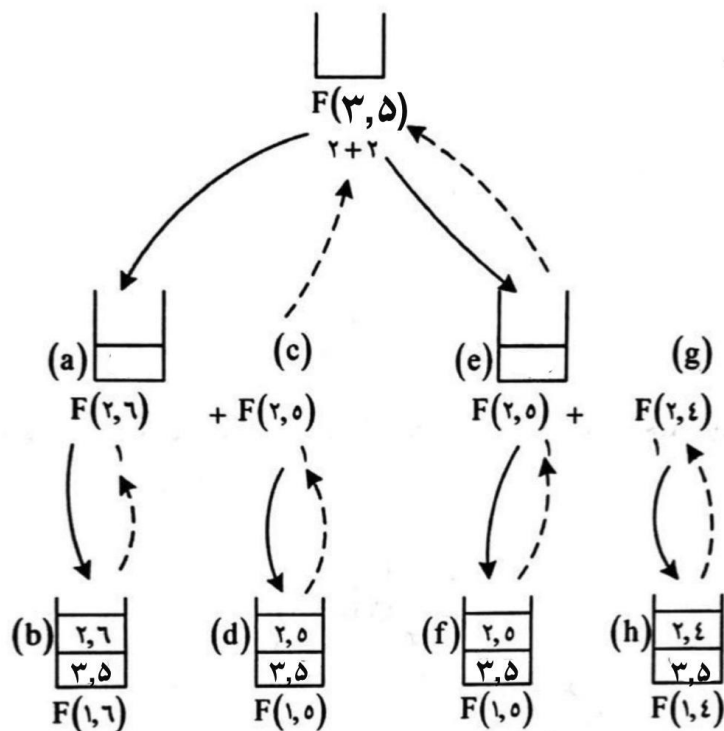
return F(m-1, n) + F(m, n-1);
}

```

- 1) 16
- 2) 18
- 3) 12
- 4) 14

جواب صحیح گزینه ی الف

راه حل: مراحل اجرای الگوریتم بالا را در شکل زیر نمایش می دهیم.



سوال 5: -

سوال 6: کدام یک از گزینه های زیر در مورد الگوریتم مرتب سازی درجی (insertion sort) درست است؟

- 1) اگر داده های ورودی برعکس مرتب شده باشند تعداد مقایسه ها حداقل بوده و برابر  $n$  خواهد بود.
- 2) اگر در آرایه اولیه همه اعداد باهم مساوی باشند الگوریتم در بهترین حالت خود قرار دارد.
- 3) مرتبه این الگوریتم در حالات متوسط  $\theta(n \log n)$  است.
- 4) در بهترین حالات تعداد مقایسه ها با تعداد جابه جایی ها برابر است.

جواب صحیح گزینه ی ب

راه حل: نکته مهم در بخش الگوریتم مرتب سازی درجی: اگر در آرایه اولیه همه اعداد باهم مساوی باشند الگوریتم در بهترین حالت خود قرار دارد.

سوال 7: -

سوال 8: در الگوریتم merge sort برای مرتب کردن یک آرایه  $n$  عنصری تابع merge (ادغام) چند بار فراخوانی می شود؟

1)  $n-1$

2)  $n$

3)  $n/2$

4)  $\log n$

جواب صحیح گزینه ی الف

راه حل: همواره در الگوریتم merge sort برای مرتب کردن یک آرایه  $n$  عنصری تابع merge (ادغام)  $n-1$  بار فراخوانی می شود.

سوال 9:

سوال 10: کدام یک از عبارات های زیر در مورد الگوریتم کراسکال درست است؟

- 1) برای پیاده سازی این الگوریتم از ساختار هرم heap استفاده می شود.
- 2) اگر یک گراف کامل  $n$  راسی داشته باشیم زمان اجرای این الگوریتم از مرتبه  $\theta(n \log n)$  خواهد بود.
- 3) برای هر گراف درخت حاصل از این الگوریتم قطعا با درخت حاصل از الگوریتم پریم یکسان خواهد بود.
- 4) استفاده از این الگوریتم در گراف های متراکم نسبت به الگوریتم پریم زمان اجرای بیشتری خواهند داشت.

جواب صحیح گزینه الف

راه حل: برای پیاده سازی الگوریتم کراسکال از ساختار هرم heap استفاده می شود.

سوال 11: -

سوال 12: اگر ماتریس زیر نشان دهنده ماتریس مجاورت یکگراف جهت دار شامل پنج راس  $(v_1, \dots, v_5)$  باشد پس از اجرای الگوریتم دیکسترا طول کوتاه ترین مسیر از  $v_1$  به  $v_3$  چقدر است؟

$\begin{bmatrix} 0 & 6 & \infty & \infty & 7 \\ 9 & 0 & 9 & 3 & 8 \\ \infty & 6 & 0 & \infty & 1 \\ \infty & \infty & 4 & 0 & 2 \\ 7 & 6 & 7 & \infty & 0 \end{bmatrix}$	15(1)
	13(2)
	18(3)
	14(4)

جواب گزینه ب

سوال 13: -

سوال 14: جدول زیر اطلاعات مربوط به مهلت و سود هشت کار را نشان می دهد. شخصی در مواجهه با این کارها و بدون بررسی آنها همه آنها را انتخاب می کند و ادعا می کند چنانچه نتواند کاری را حداکثر تا پایان مهلتش اجرا کند 2 برابر سود آن کار جریمه پرداخت کند. حداقل جریمه ای که این شخص باید بپردازد چه خواهد بود؟

کار	A	B	C	D	E	F	G	H
مهلت	2	3	5	1	3	1	2	1
سود	20	35	12	8	28	30	5	50

126(1

250(2

90(3

122(4

جواب گزینه الف

راه حل: ابتدا کارها را بر اساس سود به صورت نزولی مرتب می نماییم سپس با استفاده از جدول الگوریتم زمانبندی با مهلت معین با انتخاب کارها به ترتیب از بالا به پایین مجموعه امکان پذیر را بدست می آوریم. کارها به ترتیب بررسی می شوند اگر مطابق با مهلت مشخص شده برای آن کار زمانی پیدا شد که کارهای دیگر اجرا نمی شود آن کار را به مجموعه اضافه میکنیم مثلا اگر مهلت کاری 3 باشد و دو کار با الویت های 1 و 3 قبلا انتخاب شده باشند کار با مهلت 1 به ناچار در زمان 1 اجرا می شود کار با مهلت 3 می تواند در زمان های 2 یا 3 اجرا شود پس در یکی از زمان ها اجرا می شود و کار جدید با مهلت 3 می تواند در زمان بعدی اجرا شود. مثال دیگر: اگر دو کار قبلا با مهلت های 1 و 3 انتخاب شده باشند کار جدید با مهلت

1 نمی تواند انتخاب شود زیرا قبلا زمان 1 به کار دیگری داده شده است. منظور از مهلت یعنی کار می تواند در یکی از زمان ها تا آن مهلت اجرا شود.

امکان پذیر	مجموعه	سود	مهلت	از
هست	{7}	27	4	7
هست	{7,3}	25	6	3
هست	{7,10,3}	23	4	10
هست	{7,1,10,3}	19	1	1
هست	{7,6,10,1,3}	16	6	6
هست	{7,4,6,1,10,3}	15	4	4
هست	{7,2,4,6,1,10,3}	7	7	2
هست	{7,2,4,6,1,10,3}	6	2	5
نیست	{7,2,4,6,1,10,3}	4	7	11
نیست	{7,2,4,6,1,10,3}	3	2	9
نیست	{7,2,4,6,1,10,3}	2	5	12

سوال 15: -

سوال 16: در مسئله ضریب دو جمله ای برای محاسبه  $\binom{n}{k}$  با استفاده از راهبرد برنامه نویسی پویا، تعداد اعمال جمع برابر است با:

$$\frac{k(2n-k-1)}{2} (1)$$

$$\frac{n(2k-n-1)}{2} (2)$$

$$\frac{k(2n+k+1)}{2} (3)$$

$$\frac{2n-k}{2} (4)$$

جواب صحیح گزینه الف

راه حل: الگوریتم بیان شده به روش تقسیم و حل می باشد:

$$\sum \binom{n}{k} - 1: \text{تعداد جمع در روش تقسیم و حل}$$

$$\frac{k(2n-k-1)}{2}: \text{تعداد جمع در روش پویا}$$

سوال 17: -

سوال 18: در مسئله کوله پشتی صفر و یک با استفاده از راهبرد پویا، کدام رابطه صحیح است؟

- $$\begin{aligned} & \max(p[i][w], p[i+1][w-w_i]) \quad w_i \leq w \\ 1) \quad p[i][w] = & \begin{cases} p[i][w] & w_i > w \end{cases} \\ & \max(p[i-1][w], p[i-1][w-w_i]) \quad w_i \leq w \\ 2) \quad p[i][w] = & \begin{cases} p[i-1][w] & w_i > w \end{cases} \\ & \max(p[i+1][w], p[i+1][w-w_i]) \quad w_i \leq w \\ 3) \quad p[i][w] = & \begin{cases} p[i+1][w] & w_i > w \end{cases} \\ & \max(p[i-1][w], p[i+1][w-w_i]) \quad w_i \leq w \\ 4) \quad p[i][w] = & \begin{cases} p[i-1][w] & w_i > w \end{cases} \end{aligned}$$

جواب صحیح گزینه د

راه حل: در کوله پشتی صفر و یک به روش پویا داریم:

$$p[i, w] = \begin{cases} \max(p[i-1, w], p[i+1][w-w_i]) & w_i \leq w \\ p[i-1, w] & w_i > w \\ 0 & i=0 \text{ or } w=0 \end{cases}$$



سوال 19:-

سوال 20: چنانکه سه کلید متمایز  $key1 < key2 < key3$  هریک با احتمال  $p_1 = \frac{2}{6}$  و  $p_2 = \frac{1}{6}$  و  $p_3 = \frac{3}{6}$  داشته باشیم حداقل میانگین زمان جستجو در درخت جستجوی دودویی بهینه کدام است؟

$$\frac{11}{6}(1)$$

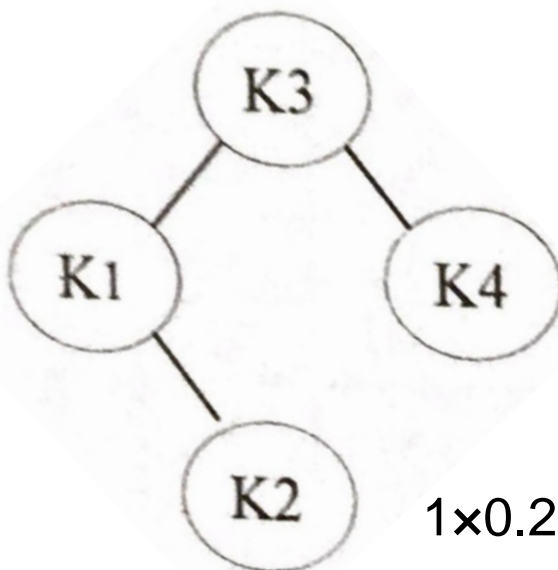
$$\frac{9}{6}(2)$$

$$\frac{12}{6}(3)$$

$$\frac{10}{6}(4)$$

جواب صحیح گزینه د

راه حل: حداقل زمان جستجوی میانگین به صورت زیر است.



$$1 \times 0.2 + 2 \times 0.3 + 2 \times 0.3 + 3 \times 0.2 = 2$$

سوال 21: -

سوال 22: برای حل مسئله رنگ آمیزی گراف با استفاده از راهبرد عقبگرد، تعداد کل گره های درخت فضایی حالت برای یک گراف  $n$  راسی با عدد رنگی  $m$  کدام است؟

جواب صحیح گزینه ب

راه حل: تعداد گره ها در درخت فضای حالت برای این الگوریتم برابر است با:

$$1 + m + m^2 + \dots + m^n = \frac{m^{n+1} - 1}{m - 1} + \dots$$

سوال 23: -

سوال 24: گوی جستجو در درخت فضایی حالت برای روش بازگشت به عقب و روش انشعاب و تحدید به ترتیب از راست به چپ به چه صورت است؟

1) جستجوی ردیفی-جستجوی عمقی

2) در هر دو حالت جستجوی عمقی

3) در هر دو حالت جستجوی ردیفی

4) جستجوی عمقی-جستجوی ردیفی

جواب صحیح گزینه د

راه حل: گوی جستجو در درخت فضایی حالت برای روش بازگشت به عقب و روش انشعاب و تحدید به ترتیب از راست به چپ جستجوی عمقی-جستجوی ردیفی است.

سوال 25: -

## سوالات تشریحی

سوال 1: -

سوال 2: الگوریتم Quick Sort برای مرتب سازی آرایه ها را نوشته و پیچیدگی زمانی آن را در بدترین حالت تحلیل نمایید. به همراه تابع (Partition)

راه حل: این الگوریتم برای طراحی از روش تقسیم و حل استفاده می کند و یک از طرفدارترین روش های مرتب سازی می باشد. زیرا متوسط پیچیدگی زمان نسبتاً خوبی را دارا می باشد. این الگوریتم مرتب سازی نیز از تقسیم لیست عناصر به دو زیرلیست و سپس مرتب سازی به صورت بازگشتی زیرلیست ها استفاده می کند.

در این روش یک عنصر به عنوان عنصر محور انتخاب می شود. عناصر کوچکتر از محور در یک بخش لیست و عناصر بزرگتر از عنصر محور در بخش دوم لیست قرار میگیرند. برای اینکار از تابعی به نام تابع partition استفاده می شود. کار این تابع دو بخش کردن لیست طبق دستور بالا می باشد. بعد از تقسیم بندی اولیه دو لیست به طور بازگشتی با مرتب سازی سریع مرتب می شوند.

دوباره در صورت نیاز تابع partition فراخوانی می شود. این روال تا زمانی که به یک لیست تک عنصری نرسیدیم ادامه می یابد.

سوال 3: -

سوال 4: اگر ماتریس زیر ماتریس مجاورت یک گراف جهت دار  
چهار راس باشد با اجرای الگوریتم فروشنده دوره گرد در راهبرد پویا  
طول تور بهینه را بدست آورید. (عملیات را مرحله به مرحله نشان  
دهید.)

راه حل:

$$D[V_2][\emptyset]=5$$

$$D[V_3][\emptyset]=6$$

$$D[V_4][\emptyset]=8$$

$$D[V_2][\{V_3\}]=15$$

$$D[V_2][\{V_4\}]=18$$

$$D[V_3][\{V_2\}]=18$$

$$D[V_3][\{V_4\}]=20$$

$$D[V_4][\{V_2\}]=13$$

$$D[V_4][\{V_3\}]=15$$

$$D[V_2][\{V_3, V_4\}]=25$$

$$D[V_3][\{V_2, V_4\}]=25$$

$$D[V_4][\{V_3, V_2\}]=23$$

$$D[V_1][\{V_3, V_4, V_2\}]=35$$

سوال 5: -