

نام درس: طراحی الگوریتم ها

ترم: تابستان 99

استاد: سید علی ابراهیمی رضوی

دانشجو: محمد رضا عرب عامری

شماره دانشجویی: 963862953

مقطع: کارشناسی

پاسخ سوالات زوج 97-98 دوم

تستی:

2- مرتبه زمانی قطعه کد زیر چیست؟

گزینه 4 صحیح است:

برای حلقه های تودرتو وابسته به هم ابتدا جدول میکشیم و try می کنیم تا به یک الگوریتم برسیم

i	1	3	5	n-3	n-1
تعداد تکرار	n-1	n-3	n-5	3	1

$$1+3+5+....+(n-3)+(n-1) = \frac{\text{جمله اول} + \text{جمله آخر}}{2} * \text{تعداد جملات} =$$

$$1 \leq \text{تعداد جملات} \leq n-1 = n-1+1+1 = n+1$$

$$(n+1) \frac{n-1+1}{2} = \frac{n(n+1)}{2} \rightarrow \Theta = n^2$$

4- تابع زمانی پیچیدگی تابع زیر کدام است؟

گزینه 2 صحیح است:

چون تابع $f(a, n-2)$ 2 بار در دل تابع فرخوانده شده است پس:

$$T(n) = \begin{cases} 1 \\ 2T(n-2) + 1 \end{cases}$$

6- کدام گزینه صحیح است؟

گزینه 3 صحیح است:

$$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + cn \rightarrow \theta(n^{\log_b a})$$

پس:

$$T(n) = T(n-1) + 1 \in \theta(n)$$

چون:

$$\theta(n \log_1 1) = \theta(n)$$

8- آرایه 9 عنصری a مفروض است. اگر این آرایه به روش مرتب سازی سریع مرتب شود، خروجی تابع partition در مرحله اول چیست؟

14	25	7	18	5	32	41	2	9
----	----	---	----	---	----	----	---	---

گزینه 4 صحیح است:

14	7	25	18	5	32	41	2	9
14	7	25	18	5	32	41	2	9
14	7	5	18	25	32	41	2	9
14	7	5	18	25	32	41	2	9
14	7	5	2	25	32	41	18	9
14	7	5	2	9	32	41	18	25
9	7	5	2	14	32	41	18	25

10- پیچیدگی زمانی الگوریتم mergesort چقدر است؟

گزینه 2 صحیح است

12- اگر برای یافتن بیشترین و کمترین مقدار یک آرایه 10 عنصری از الگوریتم زیر استفاده شود، تعداد مقایسه ها چقدر است؟

گزینه 4 صحیح است:

$$\frac{7n}{10} + 6 \rightarrow \frac{7 * 10}{10} + 6 = 13$$

14- در صورتی که متن زیر به روش هافمن کدگذاری شود، کد حرف b کدام خواهد بود؟

Abbccdbabccccc

گزینه 4 صحیح است

16- تعداد حالات مختلف ضرب زنجیره ای 5 ماتریس کدام است؟

گزینه 1 صحیح است:

تعداد حالات ممکن در ضرب n ماتریس:

$$T(n) = \sum_{k=1}^{n-1} T(k)T(n-k) \quad n \geq 2$$

$$T(1) = 1$$

$$T(5) = T(1)T(4) + T(2)T(3) + T(3)T(2) + T(4)T(1)$$

$$T(4) = T(1)T(3) + T(2)T(2) + T(3)T(1)$$

$$T(3) = T(1)T(2) + T(2)T(1)$$

$$T(2) = T(1)T(1)$$

$$T(2) = 1, T(3) = 2, T(4) = 5 \rightarrow T(5) = 14$$

18- مرتبه زمانی مساله کوله پوشتی صفر و یک با استفاده از روش برنامه نویسی پویا چقدر است؟

گزینه 3 صحیح است:

روش پویا برای حل مسئله کوله پوشتی 1/0:

$$P[n][w] = \begin{cases} \text{maximum}(P[n-1][w], P_n + P[n-1][w-w_n]) & w_n \leq w \\ P[n-1][w] & w_n > w \end{cases}$$

$$\rightarrow O(2^n)$$

20- دو رشته $X=ABCBDBAB$ و $Y=BDCABA$ را در نظر بگیرید، اگر برای یافتن طولانی ترین رشته زیر مشترک بین X و Y از روش برنامه نویسی پویا استفاده شود، $B[3][3]$ چقدر است؟

گزینه 3 صحیح است

22- گرافی با ماتریس مجاورت زیر مفروض است، برای رنگ آمیزی گراف با سه رنگ چند پاسخ وجود دارد؟

گزینه 4 صحیح است:

چون این ماتریس 4×4 هست پس 4 تا گره داریم اما چون همه اعداد این ماتریس صفر هستند پس هیچ یالی وجود ندارد، بنابر این حاصل برابر صفر خواهد بود.

24- در مساله کوله پوششی صفر و یک . مقدار $weight, profit, bound$ در یک گره مفروض به ترتیب معادل کدام گزینه است؟

گزینه 1 صحیح است

تشریحی:

2- در الگوریتم جستجوی دودویی ، متوسط تعداد مقایسه ها در جستجوی موفق و ناموفق برای یک آرایه 5 عنصری را به کمک درخت تصمیم گیری به دست آورید؟

4- در مساله حاصل جمع زیر مجموعه ها، اگر $n=5$ و $w=12$ باشد، برای W_i های داده شده زیر، با استفاده از تکنیک عقبگرد چند جواب وجود دارد؟ درخت فضای حالت آن را رسم کنید

$$W_1=2, W_2=5, W_3=7, W_4=10, W_5=12$$

پاسخ سوالات فرد تابستان 94

تستی:

1- از میان 3 رابطه زیر چه تعدادشان درست است؟

گزینه 1 صحیح است:

$$O=\leq, \Omega=\geq$$

$$\text{نادرست} \rightarrow n \geq \sqrt{n \log n} \rightarrow \text{درست}, n^3 2^n \leq n^4 2^n \rightarrow \text{درست}, n \leq n^2 \rightarrow \text{پس}$$

3- مرتبه اجرا قطعه کد زیر کدام است؟

گزینه 2 صحیح است:

بنابر فرمول های:

$$\text{for}(i=0 ; i \leq b ; i=i+k) \rightarrow \text{مرتبه اجرایی} = \frac{b-a+1}{k}$$

$$\text{for}(i=0 ; i \leq b ; i=i*k) \rightarrow \text{مرتبه اجرایی} = \log_k b - \log_k a + 1$$

$$\text{while مرتبه} = n$$

$$\text{while دوم مرتبه} = \log n$$

$$\text{مرتبه کل} = n \log n$$

5- مرتبه اجرای الگوریتم بازگشتی زیر چیست؟

گزینه 2 صحیح است

7- مرتبه بازگشتی رابطه زیر چیست؟

گزینه 3 صحیح است:

اگر داشته باشیم: $a \geq 1$, $b > 1$

$$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + f(n)$$

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(n^{\log_b a}) & f(n) < n^{\log_b a} \\ \Theta(f(n) \cdot \lg n) & f(n) = n^{\log_b a} \\ \Theta(f(n)) & f(n) > n^{\log_b a} \end{cases}$$

$$n^{\frac{\log_3 1}{2}} = n^0 = 1 \rightarrow f(n) = n^{\log_b a} \rightarrow \Theta(\log n)$$

9- اگر برای مرتب سازی آرایه زیر از الگوریتم Quick Sort استفاده کرده و عنصر اول را به عنوان عنصر محور انتخاب کنیم، خروجی مرحله اول الگوریتم چه خواهد بود؟

15	20	7	12	22	16	10	3	20
----	----	---	----	----	----	----	---	----

گزینه 4 صحیح است:

15	20	7	12	22	16	10	3	20
15	7	20	12	22	16	10	3	20
15	7	12	20	22	16	10	3	20
15	7	12	10	22	16	20	3	20
15	7	12	10	3	16	20	22	20
3	7	12	10	15	16	20	22	20

11- اگر در استفاده از الگوریتم پریم به دست آوردن درخت پوشای بهینه گراف زیر، راس a را به عنوان راس شروع در نظر بگیریم، ترتیب انتخاب راس ها به ترتیب از چپ به راست چه خواهد بود؟

گزینه 2 صحیح است

13- چنانچه مجموعه قطعات شامل هفت قطعه با وزن و قیمت زیر باشد، در مساله کوله پوشتی کسری با حداکثر ظرفیت برابر با 10، سود بهینه چقدر است؟

وزن	2	3	5	7	1	4	1
قیمت	10	6	15	7	6	18	3

گزینه 4 صحیح است

15- اگر زنجیره ضرب ماتریس ها شامل چهار ماتریس به شکل زیر باشد، پرانتزگذاری بهینه به چه صورت خواهد بود؟

گزینه 4 صحیح است:

$$M[i][j] = \min_{i \leq k \leq j-1} (M[i][k] + M[k+1][j] + d_{i-1}d_kd_j)$$

$$d_0 = 5, d_1 = 10, d_2 = 8, d_3 = 2, d_4 = 20$$

$$M[1][2] = \blacksquare (M[1][1] + M[2][2] + d_0d_1d_2 = 400$$

$$M[2][3] = \blacksquare (M[2][2] + M[3][3] + d_1d_2d_3 = 160$$

$$M[3][4] = \blacksquare(M[3][3] + M[4][4] + d_2 d_3 d_4 = 320$$

0	400		
	0	160	
		0	320
			0

$$M[1][3] = \begin{cases} k = 1 \rightarrow (M[1][1] + M[2][3] + d_0 d_1 d_3 = 160 + 100 = 260 \\ k = 2 \rightarrow (M[1][2] + M[3][3] + d_0 d_2 d_3 = 400 + 80 = 480 \end{cases}$$

$$M[2][4] = \begin{cases} k = 2 \rightarrow (M[2][2] + M[3][4] + d_1 d_2 d_4 = 320 + 1600 = 1920 \\ k = 3 \rightarrow (M[2][3] + M[4][4] + d_1 d_3 d_4 = 160 + 400 = 560 \end{cases}$$

0	400	260	
	0	160	560
		0	320
			0

$$M[1][4] = \begin{cases} k = 1 \rightarrow (M[1][1] + M[2][4] + d_0 d_1 d_4 = 560 + 1000 = 1560 \\ k = 2 \rightarrow (M[1][2] + M[3][4] + d_0 d_2 d_4 = 400 + 320 + 800 = 1520 \\ k = 3 \rightarrow (M[1][3] + M[4][4] + d_1 d_3 d_4 = 260 + 400 = 660 \end{cases}$$

0	400	260	660
---	-----	-----	-----

	0	160	560
		0	320
			0

	1	1	3
		2	3
			3

$$(A*(B*C))*D$$

17- اگر ماتریس مجاورت (w) برای یک گراف به صورت زیر باشد، در محاسبه کوتاه ترین مسیرها به کمک الگوریتم فلوید، مقادیر اولین سطر ماتریس $D^{(4)}$ کدام است؟

گزینه 2 صحیح است

19- مرتبه هزینه زمانی $T(n)$ و مرتبه هزینه حافظه مصرفی $M(n)$ برای مسئله فروشنده دوره گرد در یک گراف n راسی کدام است؟

گزینه 2 صحیح است

21- کدام یک از عبارات زیر در مورد راهبرد پویا درست است؟

گزینه 1 صحیح است

23- الگوریتم عقبگرد برای مسئله مدارهای همپلتونی از کدام مرتبه زمانی است؟

گزینه 3 صحیح است

25- الگوی جستجو در درخت فضای حالت برای روش بازگشت به عقب و روش انشعاب و تحدید به ترتیب از راست به چپ به چه صورت خواهد بود؟

گزینه 3 صحیح است

تشریحی:

1- رابطه بازگشتی زیر را حل کنید؟

$$N=2^m \rightarrow T(2^m) = 2T\left(2^{\frac{m}{2}}\right) + (2^m)^2, 2^m = m$$

$$T(m) = 2T\left(\frac{m}{2}\right) \rightarrow m^2$$

$$\theta(f(n)) \leftrightarrow f(n) > n^{\log_b a} \rightarrow m^{\log_2 2} = m < m^2$$

$$M=2^m = n \rightarrow \theta(f(n)) = n^2$$

3-چنانچه متنی شامل کاراکتر های A,B,C,D,E,F,G با نرخ تکرار زیر باشد، پس از رسم درخت هافمن، کد مربوط به هر کاراکتر را به دست آورده و طول فایل کد شده را نیز محاسبه کنید.

A = 1100

B = 001

C = 01

D = 10

E = 1101

F = 000

G = 111

طول کل = $23*3 + 12*3 + 10*4 + 35*2 + 28*2 + 14*3 + 8*4$

5- الف) در مسئله n وزیر، شرط اینکه دو وزیر مورد حمله یکدیگر قرار گیرند چیست؟

ب) الگوریتم عقبگرد برای مسئله n وزیر را نوشته و پیچیدگی زمانی آن را تحلیل کنید؟ تابع امید بخشی این الگوریتم را نیز بنویسید.