

درسا جبروتی مقدم شماره دانشجویی: ۹۷۰۰۸۵۲۲ درس طراحی الگوریتم ها ترم تابستان ۹۳۹۹ استاد سیدعلی رضوی ابراهیمی سوالات زوج نیمسال اول ۹۵-۶۹ سوالات فرد نیمسال اول ۹۵-۶۹ سوالات فرد نیمسال اول ۹۷-۹۶

- ۱- بهترین حالت زمان اجرای الگوریتم مرتب سازی درجی(Insertion Sort) زمانی رخ می دهد که:
 - ١) داده های ورودی مسئله،خود از قبل مرتب شده باشند.
 - ۲) داده های ورودی مسئله،برعکس مرتب شده باشند.
 - ۳) داده های ورودی مسئله،به صورت یک در میان مرتب شده باشند.
 - ۴)در الگوریتم مرتب سازی درجی، هیچ حالت بهترینی وجود ندارد.

• پاسخ: "گزينه ١" فصل اول

بهترین حالت زمان اجرای الگوریتم مرتب سازی درجی زمانی رخ می دهد که داده های ورودی مسئله از قبل مرتب شده باشند.

 P_2 داریم: P_2 داریم: P_2 داریم: P_2 داریم: P_3 در زمان اجرا دو قطعه برنامه باشند P_2 داریم:

 $T_1(n) \in O(f(n))$

 $T_2(n)\epsilon O(g(n))$

مقدار $T_1(n) + T_2(n)$ ، زمانی که قطعه برنامه P_2 در راستای قطعه برنامه اجرا می شود، برابر است با:

 $O(\max\{f(n),g(n)\})$

 $O(min\{f(n),g(n)\})$ (\)

 $O(f(n),g(n))({\mathfrak t}$

O(f(n) + g(n))(*

•پاسخ: "گزينه ٢ " فصل اول

زمانی که دوقطعه برنامه در راستای یکدیگر اجرا شوند زمان اجرا برابر با طولانی ترین اجرای هر یک از قطعه برنامه های می شود.

 $O(\max\{f(n),g(n)\})$

ه) کدام گزینه، رابطه بازگشتی محاسبه زمان اجرای الگوریتم ضرب ماتریس ها به روش استراسن را نشان می دهد؟

$$\begin{cases} T(1) = 1 \\ T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + 14\left(\frac{n}{2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T(1) = 1 \\ T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + 18T\left(\frac{n}{2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T(1) = 1 \\ T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + 17\left(\frac{n}{2}\right)^2 \end{cases}$$
 (5)

$$\begin{cases}
T(1) = 1 \\
T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + 18\left(\frac{n}{2}\right)^2
\end{cases}$$

•پاسخ :"گزینه ۳ " فصل چهارم

زمان اجرای الگوریتم ضرب ماتریس به روش استراسن:

$$\begin{cases} T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + 18\left(\frac{n}{2}\right)^2 \\ T(1) = 1 \end{cases}$$

۷ در جستجو دودویی لیست زیر،در صورتی که به دنبال یافتن عدد 71 در لیست باشیم، پس از چند مقایسه،
 به نتیجه NOT Found خواهیم رسید؟

	انديس	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-	مقدار	3	9	12	27	32	39	48	49	54	60	81	98	120

•پاسخ : "گزينه ج " فصل چهارم

 \sim در جستجو دودویی ابتدا عنصر X با عنصر وسط آرایه مقایسه می شودو چنانچه با آن برابربود، جستجو موفق بوده و شماره ی خانه وسط آرایه برگردانده می شود (a[mid]).

X>a[mid] چنانچه X>a[mid] در دارد.

 \sim چنانچه X < a[mid] نیمه پایینی آرایه باید جستجو شود.

Low=0 . high=12 . min =
$$\frac{\text{Low} + \text{high}}{2} = \frac{0 + 12}{2} = 6 \Rightarrow 71 > \alpha[6] = 48 \Rightarrow \text{Low} = 7$$

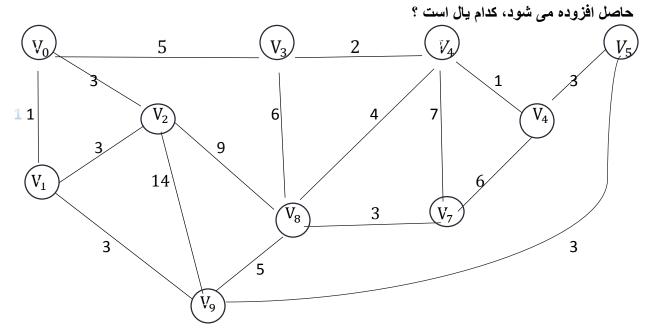
Low=7 . high=12 . min = $\frac{\text{Low} + \text{high}}{2} = \frac{7 + 12}{2} = 9 \Rightarrow 71 > \alpha[9] = 60 \Rightarrow \text{Low} = 10$

Low=10 . high=12 . min = $\frac{\text{Low} + \text{high}}{2} = \frac{10 + 12}{2} = 11 \Rightarrow 71 > \alpha[11] = 98 \text{ high} = 11$

Low=1 . high = 11 . min = $\frac{\text{Low} + \text{high}}{2} = \frac{10 + 11}{2} = 10 \Rightarrow 71 > \alpha[10] = 81 \Rightarrow \text{ high} = 9$

چون high

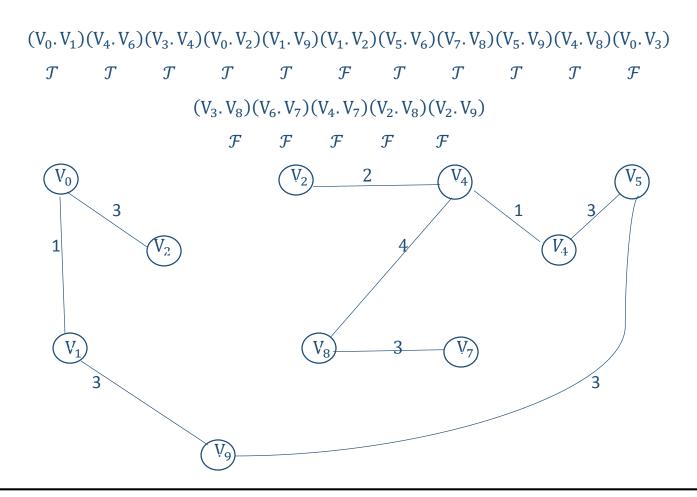
٩- با در نظر گرفتن گراف مقابل و با استفاده از الگوریتم کروسکال، نهمین یالی که به درخت پوشای مینیمم



$$oldsymbol{V_0}-oldsymbol{V_1}$$
 یال $oldsymbol{V_4}-oldsymbol{V_8}$ یال $oldsymbol{V_8}-oldsymbol{V_9}$ یال $oldsymbol{V_8}-oldsymbol{V_9}$ یال (۱

•پاسخ: "گزینه ۳ " فصل پنجم

در الگوریتم کراسکال، ابتدا یال ها را برحسب و زنشان به صورت صعودی مرتب می کنیم، سپس یال ها را به ترتیب انتخاب کرده و ترسیم می نماییم به شرطی که حلقه ایجاد نشود:



۱۱ – با در نظر گرفتن اشیائ زیر و همچنین کوله پشتی به ظرفیت 40 کیلوگرم ، حداکثر ارزش حاصل برای مسئله کوله پشتی (غییر صفر و یک - حریصانه) با استفاده از اشیائ موجود در جدول برابر خواهد بود با :

شماره كالا	1	2	3	4	5
ارزش	8	5	15	10	20
وزن	16	15	25	8	15

40·9 ([¢]

40· 2 <mark>(۲</mark>

38· 3 ([†] 44 ([†]

• پاسخ: "گزینه ۳ " فصل پنجم

در این راه حل قطعات را براساس نسبت ارزش به وزن مرتب می کنیم، سپس قطعات راانتخاب میکنیم:

•	5 قطعه	4	3	1	2
ارزش (p _i)	20	10	15	8	5
وزن(w _i)	15	8	25	16	15
$\left(\frac{p_i}{w_i}\right) (1) \left(\frac{p_i}{w_i}\right)$	1.33	1.25	0.6	0.5	0.33

سپس قطعات را به ترتیب در کوله قرار می دهیم تا ظرفیت کوله پر شود و قطعه آخر به صورت کسری درکوله قرارمی گیرد.

$$40$$
=15+8+17 = 20 + 10 + $\frac{17}{25}$ × 15 = 40 · 2

۱۳ - در الگوریتم محاسبه حداقل ضرب ها در زنجیره ضرب ماتریس ها، برای محاسبه $\mathbf{m}_{1.4}$ نیاز به داشتن کدام مقادیر در ماتریس محاسبات داریم ؟

$$m_{1.1} \cdot m_{2.4} \cdot m_{1.2} \cdot m_{3.4} \cdot m_{1.3} \cdot m_{4.4}$$
 (1) $m_{1.3} \cdot m_{2.3} \cdot m_{2.2} \cdot m_{1.3} \cdot m_{1.2}$ (1)

$$m_{1.2}$$
 . $m_{2.3}$. $m_{2.2}$. $m_{3.4}$. $m_{3.3}$. $m_{4.4}$ (* $m_{1.1}$. $m_{2.4}$. $m_{2.2}$. $m_{3.4}$. $m_{3.3}$. $m_{4.4}$ (*

•پاسخ: "گزینه ۲" فصل ششم

$$\begin{split} & \text{m}[1.4] = \min \left(m(1.k) + m(k+1.4) \right) + r_0 \times r_k \times r_4 & 1 \leq k < 4 \\ & + \begin{cases} k = 1 \to m(1.1) + m(2.4) + r_0 \times r_1 \times r_4 \\ k = 1 \to m(1.2) + m(3.4) + r_0 \times r_2 \times r_4 \\ k = 3 \to m(1.3) + m(4.4) + r_0 \times r_3 \times r_4 \end{split}$$

۱۵ – مرتبه زماتی الگوریتم یافتن تور بهینه در یک گراف (مسئله فروشنده دوره گرد) برابر باکدام گزینه است ؟

$$\theta(n^2 \log n)$$
 (* $\theta(2^n)$ (* $\theta(n^2 2^n)$ (* $\theta(n^2 1)$ (*

۱۷ - کدام گزینه ، سود بهینه حاصل از انتخاب i شیئ اوبه شرطی که وزن کل از سبیشتر نشود رابه روش برنامه نویسی پویا (برای حل مسئله کوله پشتی) نشان می دهد.

$$P[i.w] = \begin{cases} \max \operatorname{imum}(P[i][w-1].P[i-1][w-w_i] & w_i \leq w \\ P[i-1.w] & w_i \leq w \end{cases}$$

$$P[i.w] = \begin{cases} \max \ \operatorname{imum}(P[i-1][w].P_i + P[i-1][w-w_i] \ w_i \le w \\ P[i-1.w] \ w_i \le w \end{cases}$$

$$P[i.w] = \begin{cases} \max(P[i][w-1].P_i + P[i-1.w-w_i] & w_i \leq w \\ P[i-1.w] & w_i > w \\ 0 & i = 0 \text{ or } w = 0 \end{cases}$$

$$P[i.w] = \begin{cases} \max(P[i-1][w].P_i + P[i-1.w-w_i] & w_i \le w \\ P[i-1.w] & w_i > w \\ 0 & i = 0 \text{ or } w = 0 \end{cases}$$

• پاسخ : "گزینه ۲ " فصل ششم

در كوله پشتى صفر و يكبه روش پوياداريم:

$$P[i.w] = \begin{cases} \max(P[i-1.w]. P_i + P[i-1.w-w_i] & w_i \le w \\ P[i-1.w] & w_i > w \\ 0 & i = 0 \text{ or } w = 0 \end{cases}$$

۱۹ - کدام یک از موارد زیر صحیح است ؟

مورداول : مسئله ای که به روش بازگشت به عقب حل می گردد، می توان بیش از یک جواب داشته باشد و هیچ جوابی بر جواب دیگر، امتیازی دارد.

مورد دوم: دز اغلب مسایلی که به روش انشعاب و تحدید حل می شوند، مهم یافتن جواب بهینه است .

مورد سوم ک الگوی جستجو در درخت برای روش انشعاب و تحدید ، جستجوی عمقی است.

۲) فقط موارد دوم و سوم

۱) فقط موارد اول و دوم

۴)موارد اول و دوم و سوم

٣) فقط موارد اول و سوم

وياسخ: "گزينه ١ " فصل هشتم

 \sim روش انشعاب و تحدید، بسیار مشابه روش عقبگرد است که از درخت فضای حالت برای حل مسائل استفاده میکند، ۲ تفاوت زیر بین این ۲ روش وجود دارد. در یک رو: ش انشعاب و تحدید:

۱. محدودیتی برای استفاده از روش خاصی برای پیمایش درخت فضای حالت وجود ندارد.

۲ فقط برای مسائل بهینه سازی به کار میرود.

م فضای حالت مسئله به روش انشعاب و تحدید بایدبا یک گراف قابل نمایش باشد.

اصولا ۲ روش جستجو اصلی برای پیمایش گراف هادر حالت کلی وجود دارد:

 \rightarrow مربوط به روش عقبگرد می باشد. DFS.۱ \rightarrow مربوط به روش

 \rightarrow BFS.۲ \rightarrow جستجو ردیفی سطحی \rightarrow مربوط به روش انشعاب و تحدید می باشد.

ح در روش انتخاب تحدید برخلاف روش عقبگرد،امکان تغییرترتیب بررسی گره ها وجود دارد.

سمسئله ای که به روش عقب گرد حل می شود، می تواند بیش از یک جواب داشته باشد و هیچ جوابی بر جواب های دیگر امتیازی ندارد، ولی در روش انشعاب و تحدید مهم یافتن جواب بهینه است.

 \sim در یک الگوریتم انشعاب و تحدید ، برای هر گره عددی (کرانه ای) برای تعیین امید بخش بودن آن محاسبه می شود. عدد مزبور ، کرانه برای جوابی است کهدر صورت کسترش گره مربوطه می توان به آن رسید. اگر این کرانه ،بهتر از مقدار بهترینجواب حاصل تاکنون نباشد، در این صورت گره غییر امیذ بخش و در غیر این صورت ،امید بخش است.

۲۱ ـ برای مجموعه کارهای زیر، با سود و مهلت داده شده، بیشترین سودی که می توان کسب نمود، برابر است با:(مسئله زمانبندی با مهلت)

کار	1	2	3	4	5	6	7	8
سود	89	74	69	42	59	16	19	12
مهلت	3	1	4	2	3	2	3	4

274(* 291 <mark>(*</mark> 135 (* 128 (*

•پاسخ: "گزينه ٣ " فصل پنجم

ابتدا کار ها را بر اساس سود به صورت نزولی مرتب می نماییم سپس با استفاده از جدول الگوریتم زمانبندی با مهلت معین با اتخاب کار ها به ترتیب از بالا به پایین،مجموعه امکانپذیر را بدست می آوریم.کار ها به ترتیب بررسی می شوند،اگر مطابق با مهلت مشخص شده برا آن کار،زمانی پیدا شد که کارهای دیگر اجرا نمی شود آن کار را به مجموعه اضافه می کینم، مثلا اگر مهلت کاری ۳ باشد و دوکار با مهلت های ۱ و ۳ قبلا انتخاب شده باشند،کار با مهلت ۱ به ناچاردر زمان ۱ اجرا می شودکار با مهات ۳می تواند در زمانهای ۲ با ۳ اجرا شود پس در یکی از زمانها اجرا می شود و کار جدید با مهلت ۳ میتواند در زمان بعدی اجرا شود مثال دیگر: اگر دو کار قبلالا مهلت های ۱ و ۳ انتخاب شده باشندکار جدید با مهلت ۱ نمی تواند انتخاب شود زیرا قبلا زمان ۱ به کار دیگری داده شده است.منظور از مهلت یعنی کار می تواند در یک زمانها نا آن مهلت اجرا شود.

کار	مهات	سود	مجموعه	امكانپذير
1	3	89	{1}	ھىىت
2	1	74	{1.2}	ھىىث
3	4	69	{1.2.3}	ھىىت
4	2	42	{1.2.3.4}	ھىىت
5	3	59	{1.2.3.4}	ھىىت
6	2	16	{1.2.3.4}	ھىىت
7	3	19	{1.2.3.4}	ھىىت
8	4	12	{1.2.3.4}	ھىىت

274+89+74+69+42+59+16+19+12=274 سود

جمع ارزش هاى {1.2.3.4} برابر است با:

۲۳ - کدام گزینه رابطه بازگشتی مربوط به الگوریتم حاصلضرب دو عدد بزرگ n رقمی را به درستی بیان می کند ؟

$$T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + Cn^2 (\Upsilon$$

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + Cn (1)$$

$$T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + Cn(\frac{6}{2})$$

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + Cn^2 ($$

•پاسخ: "گزینه ۴ " فصل چهارم

مرتبه زمانی حاصلضرب دو عدد بزرگ:

$$T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + Cn$$

۲۵ – کدام یک از موارد در خصوص مسائل تصمیم گیری درست است ؟

مورد اول: مسائل NPزیر مجموعه مسائل P هستند.

مورد دوم: مسائل P زیر مجموعه مسائل NP هستند.

مورد سوم: مسائل تصمیم گیری وجود دارند که نه NP هستند و نه P .

مورد چهارم: همه مسائل تصميم گيرى يا از نوع P هستند يا از نوع NP.

۲) فقط موارد دوم و سوم

۱) فقط موارد اول و دوم

۴) فقط موارد اول و چهارم

٣) فقط موارد سوم و چهارم

•پاسخ: "گزینه ۲" فصل نهم

تمامی مسائل Pزیر مجموعه مسائل NP می باشند.

مسائل تصمیم گیری وجود درد که نه NP هستند و نه P

P

سوالات تشريحي

۱ - رابطه بازگشتی زیر را حل نمایید .

$$T(n) = 3T(n-1) + 4T(n-2)$$

$$T(0) = 0 . T(1) = 1$$

•پاسخ تشریحی :فصل چهارم

$$T(n) = 3T(n-1) + 4T(n-2)$$

$$r^2 = 3r + 4 \Rightarrow r^2 - 3r - 4 = 0 \Rightarrow (r - 4)(r + 1) = 0 \Rightarrow T(n) = C_1 4^n + C_2 (-1)^n$$

$$T(0) = 0 = C_1 + C_2$$

$$T(1) = 1 = 4C_1 - C_2$$

با جايگذاری مقدار اوليه
$$rac{4\mathcal{C}_1-\mathcal{C}_2=1}{\mathcal{C}_1+\mathcal{C}_2=0}$$
 $5\mathcal{C}_1=1$

$$\Rightarrow C_1 = 0 \cdot 2 \cdot C_2 = -0 \cdot 2 \Rightarrow T(n) = 0 \cdot 2 \times 4^n - 0 \cdot 2 \times (-1)^n$$

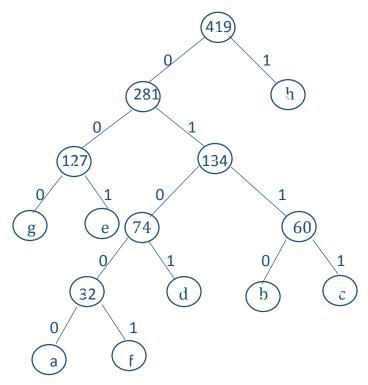
7 سفرض کنید متنی شامل حروف a.b.c.d.e.f.g.h باشد . تعداد تکرار کاراکترهای این متن برابر 519 کاراکتر است که در آن تعداد تکرار کاکترها به صورت ذیل می باشد.

حرف	а	b	С	d	е	f	g	h
تكرار	6	31	29	42	124	26	103	158
کد								

الگوریتم کد گذاری هافمن را بر روی این کارکترها اعمال نموده و درخت کد گذاری را مرحله به مرحله رسم نموده و در نهابت کدهای مربوط به حروف را استخراج نمایید.

• پاسخ تشریحی : فصل پنجم

در کد هافمن، دو کاراکتر با تعداد کمتر باهم تشکیل گره ای داده و مجموع تعداد آنها درآن گره ثبت می شود سپس عدد این گره در لیست تعداد کاراکتر ها قرار میگیرد. این روند راتا ریشه درخت ادامه می دهیم بعد از تشکیل درخت،از ریشه یال های سمت چپ را ۰ و یال های سمت راست را ۱ می گذاریم پس از آن برای هرکاراکتر را از روی یال ها می نویسیم:



 ${\tt a=01000 \ . \ b=0110 \ . \ c=0111 \ . \ d=0101 \ . \ e=001 \ . \ f=01001 \ . \ g=000 \ . h=1}$

۵ - فرض کنید کالا های زیر را داریم:

شماره كالا	1	2	3	4
ارزش	50	30	10	40
وزن	10	5	5	2

اگر ظرفیت کوله پشتی برابر 16کیلوگرم باشد، مسئله کوله پشتی صفر و یک بالا را به روش تکنیک عقبگرد حل نمایید .درخت فضای جستجو را به طور کامل رسم نمایید و در نهایت حداکثر سود ممکن رامحاسبه نمایید.

•پاسخ: تشریحی:فصل هفتم

در این حالت هر گره شامل T نوع اطلاعات است (مقدار ارزش جمع آوری شده، وزن جمع آوری شده، حد) در این روش برای هر گره، Maxprofit را محاسبه می کنیم . همچنین bound و bound نیز محاسبه می گردد از گره های سمت چپ شروع کرده و گسترش می دهیم.

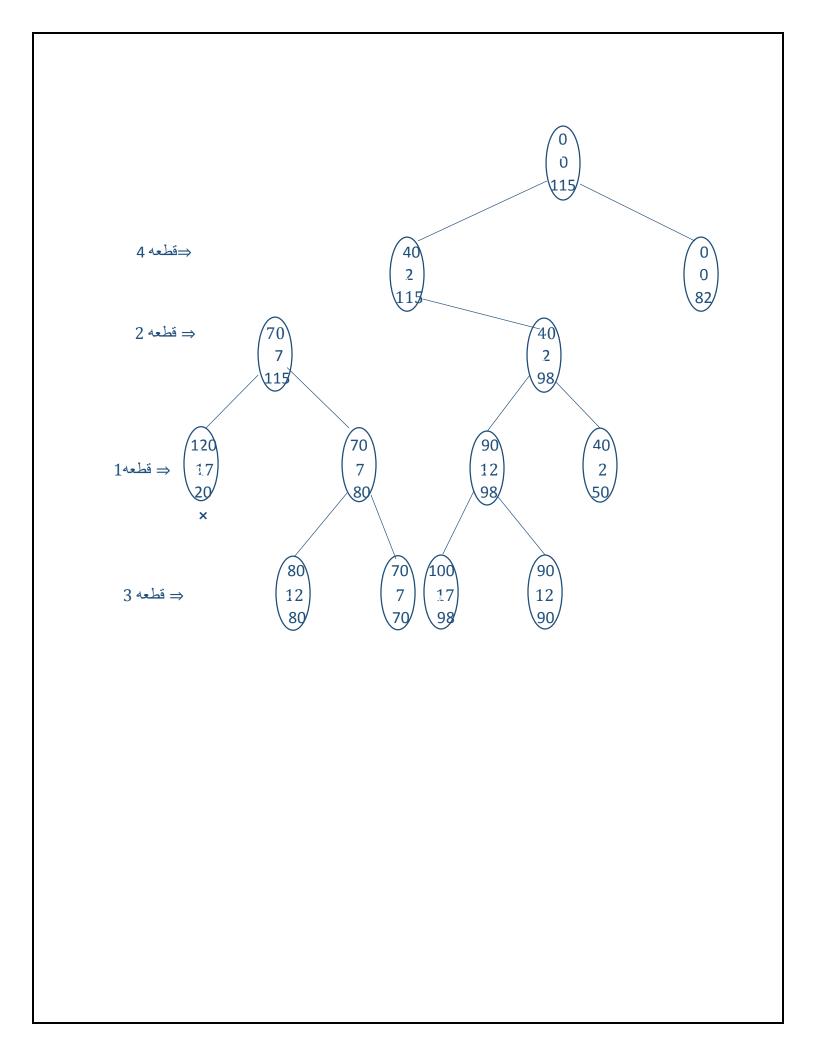
ابتدا قطعات را به نسبت ارزش به وزن مرتب میکنیم سپس برای گره ریشه، سود ماکزیمم را به روش کسری برای کوله با وزن ۲۰ بدست می آوریم: برای وزن ۲۰ قطعه ۴ و ۳ به طور کامل و ازقطعه ۲ به میزان ۱۰ واحد وزن می تواند در کوله قرار بگیرد. پس به همین نسبت ارزش در کوله قرار میگیرید:

 $i \qquad P_i \qquad W_i$

$$40 + 30 + \frac{9}{10} \times 50 = 115$$

4	40	2
2	30	5
1	50	10
2	30	5

هر گره این روش از سه قسمت (وزن در کوله، ارزش قعات در کوله و سود بهینه) تشکیل شده است. در ایجاد هر گره اگر فرزند راست باشد می بایست سود بهیینه را با ذر نظر گرفتن آن قطعه (مشخص شده در سطر) بدست می آوریم:



نيم سال اول ٩٥ _ ٩۴

$$O(3^n) < O(n!) > O(n^n)$$
 (7

$$O(3^n) < O(n!) > O(n^n)$$
 (7 $O(\sqrt{n}) < O(n \log n)$ (1)

$$O(n \log n) < O(n^3) < O(n^2 \log n)$$
 (* $O(n) < O(n \log n) < O(\sqrt{n})$ (*

$$O(n) < O(n \log n) < O(\sqrt{n})$$
 (*

۴ - در رشد توابع زیر کدام ترتیب صحیح می باشد ؟

$$O(1+\varepsilon)^n \cdot O(n\log n) \cdot O\left(\frac{n^2}{\log n}\right)$$
 (Y) $O(n\log n) \cdot O(1+\varepsilon)^n \cdot O\left(\frac{n^2}{\log n}\right)$ (Y)

$$O(n \log n) \cdot O(1+\varepsilon)^n \cdot O\left(\frac{n^2}{\log n}\right)$$
 (

$$O(n \log n) \cdot O\left(\frac{n^2}{\log n}\right) \cdot O(1+\varepsilon)^n$$

$$O(n \log n) \cdot O\left(\frac{n^2}{\log n}\right) \cdot O(1+\varepsilon)^n$$
 (* $O\left(\frac{n^2}{\log n}\right) \cdot O(n \log n) \cdot O(1+\varepsilon)^n$ (*

۶- جواب رابطه بازگشتی زیر کدام است ؟

$$T(1) = T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{2n}{3}\right) + O(n)$$

$$O(n^2\sqrt{2})$$
 (*

$$O(n^2\sqrt{2})$$
 (* $O(n^2 \log n)$ (*

$$O(n \log n)$$
 (Y

۸ - بدترین حالت زمانی الگوریتم جستجو دودویی (BinSrch) برای جستجو موفق و ناموفق به ترتیب از راست به چپ کدام است ؟

$$\theta(\log n) \cdot O(\log n)$$
 (*

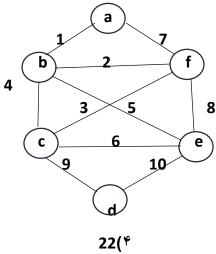
$$O(\log n)$$
 . $O(\log n)$ ($^{\mbox{\scriptsize 1}}$

$$\theta(\log n) \cdot \theta(\log n)$$
 (*

$$O(log\,n)$$
 . $\theta(log\,n)$ (*

۱۰ – در ضرب ماتریس ها به روش استراسن اگر مساله کوچک، ضرب ماتریس های
$$1 \times 1$$
 باشد. برای ضرب دو ماتریس 1×1 چند ضرب عددی صورت می پذیرد ؟

۱۲ - در گراف زیر، با اجرای الگوریتم پریم و شروع از راس a ، درخت پوشای مینیمم دارای کدام هزینه خواهد بود ؟



20 (۳

15 (٢

11 (1

۱۴ - درصورتی کهیک گراف خلوت (متراکم) باشد. الگوریتم.....سریعتر از الگوریتم..... عمل می کند، در این حالت پیچیدگی زمانی الگوریتم کروسکال است. (به ترتیب از راست به چپ)

$$\theta(n)$$
 کروسکال، پریم، (۲

 $heta(n\log n)$ کروسکال، پریم، $heta(n\log n)$

$$\theta(n \log n)$$
 پریم، کروسکال، (۴

 $\theta(n)$ ، پریم، کروسکال (۳

۱۶ م فرض کنید برای n=7 ، کارها، مهلت و بهره های مربوط به کار ها را به صورت زیر داریم، جواب بهینه با الگوریتم زمانبندی با مهلت کدام است ؟

کار	مهلت	بهره
1	3	60
2	1	50
3	1	30
4	2	20
5	3	15
6	1	10

- ١) جواب بهيينه {1.2.6.4} با سود 130 خواهد بود.
- ٢) جواب بهيينه {2.4.1.5} با سود 130 خواهد بود.
 - ٣) جواب بهيينه {2.4.1} با سود 130 خواهد بود.
- ۴) جواب بهیینه {2.4.7.1} با سود 130 خواهد بود.

```
۱۸ – تعداد عمل جمع برای الگوریتم ضریب دو جمله ای \binom{5}{3} با استفاده از برنامه نویسی پویا کدام است ؟
                                                               12 (٣
            19 (<sup>¢</sup>
                                                                                      6 (1
                    ٢٠ ـ پيچيدگي محاسباتي در هر حالت براي الگوريتم حداقل ضربها ..... مي باشد.
                                     \theta(n^2) (* \theta(n^3) (* \theta(n^22^n) (*)
       \theta(n \log n) (*
                  ۲۲ - تعداد فراخوان ها برای محاسبه p(3.3) در تابع world series زیر کدام است ؟
Float worldscries (int n . float p. float q)
{
  Int m. k;
  Float p[][n+1];
  For (m=1; m \le n; m++)
   {
      p[0][m] = 1;
      p[m][0] = 0;
      for (k=1; k \le m-1; k++);
          p[k][m-k] = p * p[k-1][m-k] + q * p[k][m-k-1];
     }
    For (m=1; m \le n; m++);
    for (k=1; k < n - m; k + +);
        p[m + k][n - k] = p * p[m][m + k - 1] + q * p[k + 1][n - k - 1];
        Return p[n][n];
 }
           38 <mark>(</mark>4
                                      40 (٣
                                                              18 (٢
                                                                                    20 (1
```

5 (**		8 (٢	15 (1	