عنوان درس: طراحی الگوریتم دانشگاه: پیام نور تهران شمال

استاد: آقای علی رضوی پاسخ سوالات زوج نیمسال اول ۹۴–۱۳۹۳

نام دانشجو: ابوذر رقیب دوست شماره دانشجویی: ۱۸۸۳۸۷ ه ۹۸

۲ - کدامیک از روابط زیر صحیح است؟

$$if \lim \frac{T(n)}{f(n)} = \circ \Longrightarrow T(n) \in \theta(f(n))$$
 (1)

$$if \lim \frac{T(n)}{f(n)} = \infty \Longrightarrow T(n) \in o(f(n))$$
 (Y

$$if \lim \frac{T(n)}{f(n)} \in \mathbb{R}^+ \Longrightarrow T(n) \in O(f(n))$$
 (Υ

$$if \lim \frac{T(n)}{f(n)} = \circ \Longrightarrow T(n) \in \Omega(f(n))$$
 (\forall

گزینه (۳) صحیح است.

توضيحات:

۴ کدام گزینه صحیح است؟

$$\mathsf{T} n^{\mathsf{T}} \mathsf{T}^n + \Delta n^{\mathsf{q}} \mathsf{T}^n \in o(n^{\mathsf{T}} \mathsf{T}^n)$$
 (1)

$$\mathbf{A}n^{\mathsf{T}}\log n + n^{\mathsf{T}} \in \theta(n^{\mathsf{T}}\log n)$$
 (T

گزینه (۱) صحیح است.

توضيحات:

رابطه بازگشتی زیر از کدام مرتبه زمانی است؟ -7

 $T(n) = \Upsilon T(\frac{n}{7}) + n$

 $n! + \mathbf{V}n^{\Delta} \in \Omega(n^n)$ (Y

 $n^{\Delta} + \mathbf{1} \mathbf{f} n^{\mathbf{r}} \in \Omega(n^{\mathbf{v}})$ (\mathbf{f}

 $O(n^{\log f^{\mathsf{r}}})$ (f $O(n^{\mathsf{r}})$ (f $O(n \log n)$ (f $O(n \log n)$ (f

گزینه (۱) صحیح است.

توضیحات: رابطه بازگشتی معادلهای است که اصطلاحاً از بازگشت برای ربط دادن عبارت موجود در یک دنباله یا عناصر یک آرایه استفاده میکند. این رابطه راهی برای تعریف یک دنباله یا آرایه برحسب عبارات خودش است.

است؟ $-\Lambda$ در رابطه با مقایسه الگوریتمها مرتبسازی ادغامی و سریع کدام گزینه صحیح است $-\Lambda$

- ۱) پیچیدگی زمانی الگوریتم مرتبسازی سریع برای دادههای از قبل مرتبسازی ادغامی است.
- ۲) پیچیدگی زمانی الگوریتم مرتبسازی ادغامی در حالت متوسط بهتر از مرتبسازی سریع است.
- ۳) روش مرتبسازی سریع بر خلاف روش مرتبسازی ادغامی به حافظهکمکی نیاز دارد.
 - ۴) پیچیدگی زمانی هر دو روش در بهترین حالت برابر است.

گزینه (۴) صحیح است.

توضیحات: روش مرتبسازی ادغامی (Merge Sort) روش مرتبسازی مبتنی بر مقایسه عناصر با استفاده از روش تقسیم و غلبه است. الگوریتم مرتبسازی سریع یا $quick\ sort$ یکی از الگوریتمهای مرتبسازی است که به دلیل مصرف حافظه کم، سرعت اجرای مناسب و پیاده سازی ساده بسیار مورد قبول واقع شده است. پیچیدگی زمانی الگوریتم مرتبسازی ادغامی تعداد عناصر T(n) در نظر عناصر T(n) و تعداد مقایسههای موردنیاز جهت مرتب سازی این عناصر را T(n) در نظر می گیریم.

 $^{\circ}$ ۱ - در ضرب ماتریسها به روش استراسن، اگر مساله کوچک ضرب ماتریسهای $^{\circ}$ ۲ × ۲ باشد، برای ضرب دو ماتریس $^{\circ}$ ۲ خند ضرب عددی صورت می پذیرد؟

گزینه (۲) صحیح است.

توضیحات: دو ماتریس مربعی B,A با اندازههای $n \times n$ داده شده است. هدف، پیدا کردن

```
ماتریس حاصل ضرب این دو ماتریس است.
```

```
void\ multiply\ (int\ A[\ ][N],\ int\ B[\ ][N],\ int\ C[\ ][N]) {
for(int\ i=\circ;i< N;i++) {
C[i][j]=\circ; for(int\ k=\circ;k< N;k++) {
C[i][j]+=A[i][k]\times B[k][j]; }
}
}
```

۱۲ — بهترین الگوریتم برای ضرب دو چندجملهایی از درجه n دارای کدام پیچیدگی زمانی است؟

$$O(n \log n)$$
 (f $O(n)$ (f $O(n^{\mathsf{T}})$)) (f $O(n^{\mathsf{T}})$ (f $O(n^{\mathsf{T}})$ (f $O(n^{\mathsf{T}})$)) (f $O(n^{\mathsf{T}})$)) (f $O(n^{\mathsf{T}})$) (f $O(n^{\mathsf{T}})$)) (f $O(n^{\mathsf{T}})$)) (f $O(n^{$

گزینه (۱) صحیح است.

توضیحات: پیچیدگی زمانی راهکار بالا برابر با O(mn) است. اگر اندازه دو چند جملهای برابر باشد، پیچیدگی زمانی از درجه $O(n^{\tau})$ خواهد بود. راهکارهایی برای انجام ضرب دو چند جملهای با سرعتی بیش از $O(n^{\tau})$ وجود دارد. روشی که در ادامه آمده، راهکاری ساده است که چند جملهای داده شده (از درجه n) را در دو چند جملهای که یکی دارای عبارات مرتبه پایین تر از n^{τ} و دیگری شامل درجات بیشتر بزرگتر و یا مساوی n^{τ} است.

۱۴ – یک گراف همبند و بدون جهت با n گره و n+1 یال داریم، کدامیک از الگوریتمهای زیر برای تولید درخت پوشا با حداقل هزینه بر روی این گراف مناسبتر است؟

گزینه (۲) صحیح است.

توضیحات: در نظریه گراف، الگوریتم کراسکال الگوریتمی برای یافتن یک زیرگراف فراگیر همبند با کمترین وزن در یک گراف وزندار است (در یک گراف وزندار، به هریال وزنی نسبت داده شده است). همچنین این الگوریتم برای یافتن کوچکترین درخت فراگیر در یک گراف وزندار استفاده می شود.

۱۹ ست، اگر و است، اگر بعد از زمان di انجام نشود. فرض کنید هر کار در واحد زمان انجام می شود. حداکثر سود حاصل از اجرا چقدر است؟

i	١	٢	٣	۴	۵	7
gi	١ ۰	>	۱۵	۲۰	O	٣
di	١	٣	١	٣	١	٣

گزینه (۳) صحیح است.

return
$$F(n-1,k-1)+F(n-1,k)$$

$$(nk) \quad (\Upsilon \qquad \qquad (nk)-1 \quad (\Upsilon \qquad \qquad nk \quad (\Lambda + k))$$

گزینه (۲) صحیح است.

توضیحات: اگر n>k باشد، مثلاً اگر n برابر ۱۰ و k برابر با ۲ باشد. عبارت F(n-1,k-1)+F(n-1,k) تعداد ۱۹ بار اجرا خواهد شد.

و ارزش اعمال درج و حذف یک واحد و ارزش Y=babb و X=aabab غیر دو واحد باشد. ارزش بهینه تبدیل X به Y کدام است؟

گزینه (۲) صحیح است.

توضیحات: برای تبدیل X به Y در حالت ارزش بهینه ابتدا دو a باید با شیفت به چپ خارج و سپس یک a با شیفت به راست ورود کند، پس در بهترین حالت با a حرکت a به a تبدیل خواهد شد.

۲۲ - كدام گزينه صحيح است؟

- ۱) در روش انشعاب و حدید، مجموعهای از جوابهای بهینه بهدست می آید ولی در روش عقبگرد، معمولاً هدف یافتن بهینهترین جواب است.
- ۲) تعداد گرهها در درخت فضای حالت تولیدشده به روش انشعاب و حدید بیشتر از روش عقب گرد است.
- ۳) زمان اجرای الگوریتمهای عقبگرد در بدترین حالت از الگوریتمهای انشعاب و حدید بهتر است.
- ۴) الگوی جستجو در روش عقبگرد، روش جستجوی عمقی است، ولی در روش انشعاب و حدید، جستجوی ردیفی است.

گزینه (۴) صحیح است.

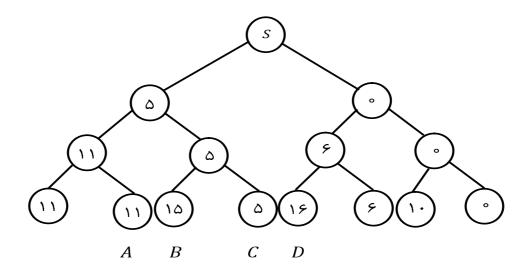
توضیحات: روش پسگرد BAcktracking: کی از شیوههای کلی جستجوی فضای حالت برای حل مسائل ترکیبیاتی است. این شیوه تمام ترکیبهای ممکن را بررسی میکند تا یک جواب پیدا کند یا تمام جوابهای ممکن را شمارش کند. روش انشعاب و حد، یک الگو طراحی الگوریتم برای مسائل بهینهسازی است. این روش یک جستجوی فضای حالات جوابهای احتمالی مسئله را پیمایش میکند.

۲۴ در مسئله حاصل جمع زیرمجموعهها، فرض کنید w=1 ، n=0 و اعداد داده شده به صورت زیر است. کدامیک از گرههای درخت فضای حالت این مسئله، امیدبخش و قابل توسعه دادن است؟

D (* C (* B (* A (*)

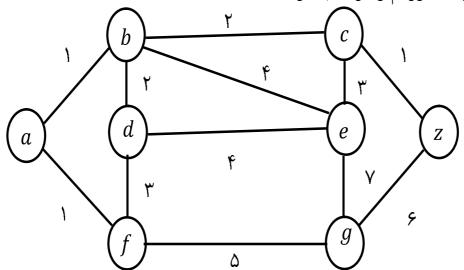
گزینه (۳) صحیح است.

توضيحات:



سوالات تشريحي

a در گراف زیر، کوتاهترین مسیر از رأس a به تمام رئوس را به کمک الگوریتم دیکسترا به دست آورید. اجرای الگوریتم را مرحله به مرحله نشان دهید؟



توضیحات: الگوریتم دایجسترا (Dijkstra's Algorithm) یا اولین الگوریتم کوتاه ترین مسیر در الگوریتم کوتاه ترین مسیر در این در الگوریتمی است که برای پیدا کردن مسیر بین دو گره و گراف به کار می رود. برای یک گره مبدأ داده شده الگوریتم کوتاه ترین مسیر بین آن گره و دیگر

گرهها را پیدا می کند. همچنین الگوریتم دایجسترا برای پیدا کردن کوتاهترین مسیر از یک گره یکتا به گره مقصد یکتای دیگری به کار می رود. برای انجام این کار، الگوریتم هنگامی که کوچک ترین مقدار مسیر از مبدأ به مقصد را پیدا کند متوقف می شود. اکنون باید رأسی که دارای کم ترین مقدار فاصله است انتخاب شود. رأس a انتخاب می شود و در a قرار می گیرد. بنابراین a به صورت a می شود. پس از قراردادن a در a هستند. مقدار فاصله از رأهای مجاور آن به روز رسانی می شوند. رأهای مجاور a رأهای a و a هستند. مقدار فاصله برای a و a برابر با a و a است. رأسی که حداقل فاصله را از مبدأ دارد و تاکنون انتخاب نشده است، یعنی در a a تقرار ندارد، انتخاب می شود. رأس a انتخاب و به a اضافه می شود، بنابرین اکنون اکنون عقدار فاصله به صورت a و a برابر با a خواهد بود. مقدار فاصله رأسهای مجاور به روز رسانی می شود. مقدار فاصله از رأس a برابر با a خواهد بود. رأسی با کمترین مقدار فاصله که در حال حاضر در a و a دارد باید انتخاب شود. رأس a انتخاب می شود، بنابراین a اکنون به صورت a اکنون به صورت a در ایتخاب می شود، بنابراین a اکنون به صورت a اکنون به صورت a در حال حاضر در a انتخاب می شود، بنابراین a اکنون به صورت a در حال حاد به خواهد بود.

m در مسئله رنگ آمیزی گراف، هدف رنگ آمیزی گرههای گراف G(V, E) با استفاده از G(V, E) برنگ است، به طوری که هیچ دو گروه مجاوری همرنگ نباشد، با استفاده از روش عقب گرد الگوریتم کاملی را برای حل این مسئله بنویسید و مرتبه زمانی الگوریتم را در بدترین حالت تحلیل کنید (تابع امیدبخش نیز نوشته شود)؟

عنوان درس: طراحی الگوریتم دانشگاه: پیام نور تهران شمال

استاد: آقای علی رضوی پاسخ سوالات فرد نیمسال اول ۹۹–۱۳۹۸

نام دانشجو: ابوذر رقیب دوست شماره دانشجویی: ۱۸۸۳۸۷ ه ۹۸

در قطعه کد زیر چه میباشد؟ T(n) در قطعه کد زیر چه میباشد -۱

 $X = \circ;$ $for(i = \circ; i < n; i + +)$

 $for(j = \circ; j < n; j + +)$

X + +;

 $T(n) = C(\Upsilon n^{\Upsilon} + \Upsilon n + \Upsilon) \quad (\Upsilon$

 $T(n) = C(\Upsilon n^{\Upsilon})$ (Υ

 $T(n) = C(\Upsilon n^{\Upsilon} + \Upsilon n + \Upsilon)$ (1

 $T(n) = C(\Upsilon n + \Upsilon) (\Upsilon$

گزینه (۱) صحیح است.

توضیحات: چون حلقه اول از \circ تا n بار اجرا می شود تعداد مراحل اجراش n هست. حلقه دوم هم چون حداکثر تا n می تواند اجرا بشود این هم n اجرا می شود.

? اگر $\theta(g(n))$ باشد، مقدار $T(n) = \frac{1}{7} n^7 - 7n$ چیست -7

 $T(n) \in \theta(nm^k)$ (Y

 $T(n) \in \theta(nm^{\mathsf{Y}}) \; (\mathsf{Y})$ $T(n) \in \theta(n^{\mathsf{Y}}) \; (\mathsf{Y})$

گزینه (۱) صحیح است.

تابع بازگشتی محاسبه n! بصورت زیر می باشد. T(n) آن به چه صورت می باشد؟ $-\Delta$

```
٩
```

```
Int fact(int n)
             {
                  if(n == \circ)
                       return \;
                  else
                       reyurn(n * fact(n!!1));
T(n) \begin{cases} d & if \ n < \circ \\ T(n+1) + C & if \ n > \circ \end{cases}  (Y)
T(n) \begin{cases} d & if \ n = \circ \\ T(n-1) + C & if \ n > \circ \end{cases}  (F)
                                                                                  T(n) \begin{cases} d & if \ n > \circ \\ T(n-1) + C & if \ n = \circ \end{cases} 
T(n) \begin{cases} d & if \ n = \circ \\ T(n+1) + C & if \ n > \circ \end{cases} 
(Y)
                                                                         F(\Upsilon, \Im) چیست F(\Upsilon, \Im) چیست -\Upsilon
             Int F(int m, int n)
                  if((m == 1)?(n == \circ)?(m == n))
                       return(1);
                  else
                       reyurn(F(m!!1,n) + F(m!!1,n!!1);
              }
                                                            4 (4
                                                                                                 T (T
                         0 (4
                                                                                                                                    7 (1
                                                                                                         گزینه (۳) صحیح است.
                            توضیحات: شرط اول در نظر گرفته نمی شود چون مقدارها برابر با ٥ و ١ نمی باشد.
                                                 است؟ T(n) کدام است کر را در نظر بگیرید. مقدار
            T(n) = \Upsilon T(n-1) + \Upsilon T(n-1)
            T(\circ) = \circ , T(1) = 1
                                                                                                                 T(n) \in O(\mathfrak{r}^n) ()
                              T(n) \in O(m^n) (Y
                               T(n) \in O(n^n) (\mathbf{Y}
                                                                                                                 T(n) \in O(n^m) (\Upsilon
```

گزینه (۱) صحیح است.

توضیحات: رابطه بازگشتی، دنبالهای است که به صورت بازگشتی تعریف می شود. در یک دنباله بازگشتی، یک معادله به نام رابطه بازگشتی ارائه می شود که با آن، جمله nام دنباله به جملات پیشین مرتبط می شود. مقادیر جند جمله اول دنباله به نامهای شرایط مرزی یا مقادیر اولیه داده می شوند.

- 11 - 10 در کدام روش مرتبسازی از یک عنصر به عنوان عنصر محور استفاده می شود - 11 - 11

(۱ مرتبسازی سریع (quick sort) مرتبسازی ادغامی (۲

۳) مرتبسازی دودویی
 ۳) مرتبسازی تقسیم و حل

گزینه (۱) صحیح است.

توضیحات: کوییک سورت quick sort یکی از الگوریتمهای مرتبسازی است که به دلیل مصرف حافظه کم، سرعت اجرای مناسب و پیادهسازی ساده بسیار مورد قبول واقع شده است. هر پیاده سازی این الگوریتم به صورت کلی از دو بخش تشکیل شده است. یک بخش تقسیم بندی آرایه (partition) و قسمت مرتب کردن. مرتبسازی سریع quick sort یکی از الگوریتمهای مشهور مرتبسازی دادهها است. این الگوریتم طی مراحل بازگشتی زیر یک روش تقسیم و غلبه برای مرتب کردن دادهها ارائه مینماید:

۱ — انتخاب عنصر محوری: یکی از عناصر آرایه به عنوان عنصر محوری (pivot) - (pivot) به عنوان مثال عنصر اول - انتخاب می شود.

۲ – تقسیم آرایه: چینش عناصر آرایه به قسمی تغییر داده می شود که تمامی عناصر کوچکتریا مساوی محور در سمت چپ آن و تمامی بزرگتر در سمت راست آن قرار بگیرند. این دو قسمت زیر آرایههای چپ و راست نامیده می شوند.

۳ – مرتبسازی بازگشتی: زیر آرایههای چپ و راست به روش مرتبسازی سریع مرتب میشوند.

۱۳ - الگوریتم پیدا کردن ماکزیمم و مینیمم به چه مقدار زمان برای مقایسه نیاز دارد؟ (با

فرض اینکه عمل اصلی در این الگوریتم مقایسه باشد.)

گزینه (۴) صحیح است.

۱۵ - در الگوریتم حریصانه کدام جزتشکیل دهنده آن برای بررسی اینکه مشخص کند در نهایت جواب حاصل شده است یا خیر به کار می رود؟

۴ SOLUTION (۳ FEASIBLE (۲ SELECT (۱ کزینه (۳) صحیح است.

توضیحات: روش حریصانه Greedy یکی از روشهای مشهور و پرکاربرد طراحی الگوریتمهاست که با ساختاری ساده در حل بسیاری از مسائل استفاده می شود. این روش اغلب در حل مسائل بهینه سازی استفاده شده و در پارهای مواقع جایگزین مناسبی برای روشهایی مانند برنامه ریزی پویا است. در حالت کلی این روش سرعت و مرتبه اجرایی بهتری نسبت به روشهای مشابه خود دارد، اما متناسب با مسئله ممکن است به یک جواب بهینه سراسری ختم نشود. این دسته از الگوریتمها در علوم رایانه کاربرد وسیعی دارند.

بررسی اتمام الگوریتم: (Solution) در هر مرحله پس از اتمام گام ۲ و اضافه شدن یک عنصر جدید به مجموعه جواب، باید بررسی کنیم که آیا به یک جواب مطلوب رسیده ایم یا خیر؟ اگر نرسیده باشیم به گام اول رفته و چرخه را در مراحل بعدی ادامه می دهیم.

۱۷ — كدام الگوريتم براى يافتن كوتاهترين مسيرها از مبدأ واحد به مقصدهاى متفاوت بهكار مىرود؟

۱) الگوريتم ديكسترا ٢) الگوريتم كروسكال

٣) الگوريتم پريم (۴

گزینه (۱) صحیح است.

توضيحات: الگوريتم دايجسترا ($Dijkstra's \ Algorithm$) يا اولين الگوريتم كوتاهترين مسير

الگوریتمی است که برای پیدا کردن کوتاهترین مسیر بین دو گره Node (رأس) در گراف به کار می رود. این گراف، ممکن است نشانگر شبکه جادهها یا موارد دیگری باشد. الگوریتم دایجسترا دارای انواع گوناگونی است. الگوریتم اصلی، کوتاهترین مسیر بین دو گره را پیدا می کند، اما نوع متداول تر این الگوریتم، یک گره یکتا را به عنوان گروه مبدأ (آغازین) در نظر می گیرد و کوتاهترین مسیر از مبدأ به دیگر گرهها در گراف با ساختن درخت کوتاهترین مسیر پیدا می کند.

۱۹ – ضرب چهار ماتریس زیر را در نظر بگیرید.

 $A_{\mathsf{Y} \circ \times \mathsf{Y}}, B_{\mathsf{Y} \times \mathsf{Y} \circ}, C_{\mathsf{Y} \circ \times \mathsf{Y}}, D_{\mathsf{Y} \times \mathsf{A}}$

مقدار (AB)(CD) کدام است ؟

گزینه (۲) صحیح است.

توضیحات: ضرب زنجیره ای ماتریس مسئله ای است که می تواند با استفاده از برنامه سازی پویا حل شود. وقتی یک توالی از ماتریسها را داریم ما می خواهیم مؤثرترین راه را برای ضرب این ماتریسها را با هم پیدا کنیم. اگر چهار ماتریس A, B, C, D داشته باشیم، به این صورت خواهد بود:

$$(ABC)D = (AB)(CD) = A(BCD) = A(BC)D = \dots$$

- 7 - 7 مرتبه زمانی مسئله کولهپشتی صفر و یک با استفاده از برنامهنویسی پویا کدام است - 7 - 7

$$\theta(mn)$$
 (F $\theta(n^{\mathsf{T}})$ (F $\theta(m^n)$ (F $\theta(\mathbf{Y}^n)$ (F

گزینه (۱) صحیح است.

توضیحات: هدف قرار دادن این اشیا در کولهپشتی با ظرفیت W به صورتی است که مقدار ارزش بیشینه حاصل شود. به بیان دیگر، دو آرایه صحیح $[val[\circ..n-1] \ eval[\circ..n-1] \ eval[\circ..n-1] \ eval[\circ..n-1] \ eval[oval]$ دارند که بهترتیب نشانگر مقادیر و وزنهای تخصیص داده شده به n عنصر هستند. همچنین یک عدد صحیح W نیز داده شده است که ظرفیت کولهپشتی را نشان می دهد. هدف پیدا کردن

زیرمجموعه ای با مقدار بیشینه [val] است که در آنمجموع وزنها کوچکتریا مساوی W باشد. امکان خرد کردن اشیاء وجود ندارد و باید یک شکل را به طور کامل انتخاب کرد و یا اصلاً انتخاب نکرد. این گونه از مسأله کوله یشتی را، مسأله کوله یشتی - می گویند.

۲۳ - در الگوریتم عقب گرد برای مسأله مدارهای همیلتونی تعداد گرهها در فضای حالت چه مقدار می باشد؟

$$\frac{(n-1)^n-1}{n-7} (\Upsilon \qquad \qquad \frac{(n-1)^n+1}{n-7} (\Upsilon \qquad \qquad \frac{(n-1)^n+1}{n-7} (\Upsilon \qquad \qquad \frac{(n-1)^n+1}{n+7} ($$

گزینه (۲) صحیح است.

n-1 یک گراف همبند با چند رأس حداقل می تواند n-1 یال داشته باشد که اگر فقط n-1 یال داشته باشد، یک درخت نامیده می شود.

$$n-\mathsf{Y}$$
 (Y $n+\mathsf{Y}$ (Y $n-\mathsf{Y}$ (Y

گزینه (۱) صحیح است.

توضیحات: به گراف همبند (متصل) و بدون دور، درخت گفته می شود. برای مثال در شکلهای زیر انواعی از درختها نشان داده شده است. به رئوس درخت با درجه یک، برگ یا رئوس آویزان گفته می شود. بنابراین با این تعاریف گراف ستاره یک درخت است. به یالهای درخت، شاخه گفته می شود. هر رأس درخت یک گره نام دارد. هر درخت حداقل دو رأس با درجه یک دارد.

سوالات تشريحي

1 – الگوریتم مرتبسازی ادغامی Merge Sort را با ذکر مثال به طور کامل توضیح دهید؟ توضیحات: مرتب سازی ادغامی یک الگوریتم «تقسیم و حل» است که در آن ابتدا مسئله به مسائل فرعی تقسیم می شود. زمانی که راه حلها برای مسائل فرعی آماده شد، مجدداً آنها را با

هم ترکیب می کنیم تا راه حل نهایی برای مسئله اصلی به دست می آید.

این یکی از الگوریتمهایی است که با استفاده از بازگشت (recursion) به سادگی پیاده سازی می شود، چون به جای مسأله اصلی با مسائل فرعی سروکار داریم.

الگوریتم آنرا می توان به صورت فرآیند ۲ مرحله ای زیر توصیف کرد:

تقسیم: در این مرحله آرایه ورودی به دو نیمه تقسیم می شود. محور تقسیم نقطه میانی آرایه است. این مرحله به صورت بازگشتی روی همه آرایه های نیمه انجام می یابد تا این که دیگر نیمه آرایه ای برای تقسیم وجود نداشته باشد.

حل: در این مرحله باید آرایههای تقسیمشده را مرتبسازی و ادغام کنیم و این کار از بخش زیرین به سمت بالا برای به دست آوردن آرایه مرتب انجام می یابد.

با درایههای زیر باشند. A و B دو ماتریس X با درایههای زیر باشند.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \circ & 7 & \% \\ \% & 1 & \circ & 7 \\ 1 & 1 & 7 & \circ \\ \circ & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad , \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & \circ & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 7 & \circ \\ \circ & \% & 1 & 1 \\ \% & 7 & \circ & 7 \end{bmatrix}$$

حاصل ضرب دو ماتریس را با روش استارسن انجام دهید.

۵ اشیاء زیر را در نظر بگیرید.

wi	
7	
۱۵	
)	
)	

جواب بهینهای را برای این کوله پشتی بیابید. (ظرفیت کوله پشتی را برای ۴۰ در نظر بگیرید.)