

به نام خدا

نام و نام خانوادگی :

عطیه جمشیدی

موضوع :

نمونه سوالات طراحی الگوریتم

سوالات فرد نیم سال دوم ۹۶-۹۷ و سوالات زوج تابستان ۹۵

استاد :

جناب آقای علی رضوی

دانشگاه پیام نور واحد کرج

سوالات فرد نیم سال دوم ۹۶-۹۷

۱- تابع زیر را در نظر بگیرید ، پیچیدگی زمانی تابع زیر کدام است ؟

```
i=n
While (I>1)
{
J=I
While (J,=n)
J=2*J;
i--;
```

۴ . $O(n \log n)$

۳ . $O(n)$

۲ . $O(\log n)$

۱ . $O(\log \log n)$

گزینه : ۴

۳- در روش جستجوی خطی برای یافتن یک عنصر، درون آرایه n عنصری به چه تعداد مقایسه نیاز است؟

۴ . ۱

۳ . $n-1$

۲ . $n+1$

۱ . n

گزینه : ۱

بهترین حالت عنصر مورد جستجو n در ابتدای لیست باشد.

بدترین حالت n انتهای لیست باشد.

لذل در بدترین حالت نیاز به n تقسیم داریم.

۵- مرتبه پیچیدگی زمانی تابع زیر چیست؟

```
Int f (int n)
{
  If (n==1)
  Return 1;
  Else
  Return (n+f(n-1));
}
```

۱. n^2 ۲. n ۳. $n \log n$ ۴. $n^2 \log n$

گزینه : ۲

همانطور که در تابع دیده میشود در هربار اجرای تابع بر اساس $f(n-1)$ یک واحد از n کاسته شده و تابع دوباره فراخوانی میشود. پس تابع n بار فراخوانی خواهد شد و پیچیدگی زمانی آن برابر با n است.

۷- داده 54 را با چندمین مقایسه در آرایه مقابل با روش bin search پیدا می کنیم؟

(2,8,10,18,18,20,30,54)

۱. 3 ۲. 4 ۳. 7 ۴. 1

گزینه : ۲

تعداد مقایسه ها را برای هر یک از عناصر به دست می آوریم. در جستجوی دودویی عنصر وسط مقایسه می شود. اگر عدد مورد جستجو کوچکتر باشد عناصر سمت چپ آن و اگر بزرگتر باشد عناصر سمت راست آن بررسی می شوند تعداد مقایسه ها برای رسیدن به هر عنصر در بالای آن نوشته شده است.

۳	۲	۳	۱	۳	۲	۳	۴
۲	۸	۱۰	۱۸	۱۸	۲۰	۳۰	۵۴

۹- بهترین الگوریتم ضرب دو عدد n بیتی دارای کدام یک از پیچیدگی ها می باشد؟

۱. $O(n)$ ۲. $O(n^2)$ ۳. $O(n \log n)$ ۴. $O(n^{\log 2^3})$

گزینه : ۴

با توجه به مسئله ضرب اعداد صحیح بزرگ بهترین الگوریتم برای ضرب دو عدد n بیتی دارای پیچیدگی

زیر است :

$$T(n) \in \theta(n \log_2 3)$$

۱۱- می خواهیم از روش استراسن دو ماتریس را در هم ضرب کنیم کدام گزینه صحیح نیست؟

- ۱) پیچیدگی مسئله کاهش می یابد.
- ۲) استراسن از روش تقسیم و حل استفاده می کند.
- ۳) استراسن یک روش خاص می باشد و همواره کاربرد ندارد.
- ۴) استراسن مرتبه ضرب را از n^3 کاهش می دهد.

گزینه : ۲

ابتدا تمامی یال ها را بر اساس وزنشان به صورت صعودی مرتب می کنیم سپس یال ها را به ترتیب انتخاب میکنیم به صورتی که حلقه ایجاد نکند.

(۱,۷) (۳,۴) (۲,۷) (۳,۷) (۲,۳) (۴,۷) (۴,۵) (۱,۲) (۱,۶) (۵,۷) (۵,۶)

1 3 4 9 15 16 17 20 23 25 28

+ + + + * * + * + * *

۱۳ - با توجه به الگوریتم زمانبندی با مهلت معین اگر مهلت ها و زمان ها و بهره ها به صورت جدول زیر باشد بیشترین قابل دستیابی به کدام یک از موارد زیر است؟

کار	مهلت	بهره
1	2	30
2	1	35
3	2	25
4	1	40

(۱) ۶۰

(۲) ۹۰

(۳) ۶۵

(۴) ۷۰

گزینه : ۴

با توجه به الگوریتم زمانبندی با مهلت معین اگر مهلت ها و زمان ها و بهره ها به صورت جدول زیر باشد بیشترین قابل دستیابی به کدام یک از موارد زیر است . ابتدا کار ها را بر اساس سود به صورت نزولی مرتب می‌نماییم سپس با استفاده از جدول الگوریتم زمانبندی با مهلت معین با انتخاب کار ها به ترتیب از بالا به پایین مجموعه امکان پذیر را به دست می آوریم. کار ها به ترتیب بررسی می شوند اگر مطابق با مهلت مشخص شده برای آن کار زمانی پیدا شد که کارهای دیگر اجرا نمی‌شوند آن کار را به مجموعه اضافه می کنیم.

۱۵- فرض کنید A و B و C و D به ترتیب ماتریس های 5×13 , $89 \times 3,5$, 89×34 باشند حداقل تعداد ضرب مورد نیاز برای محاسبه ی ماتریس $M=ABCD$ چیست ؟

(۴) ۵۴۲۰۱

(۳) ۳۴۲۵

(۲) ۲۸۵۶

(۱) ۴۰۵۵

گزینه : ۴

۱۷- کدام یک از الگوریتم های زیر بر اساس روش برنامه نویسی پویا نیست ؟

(۱) ایجاد درخت جستجوی دودویی بهینه

(۲) الگوریتم پریم

(۳) ضرب زنجیره ای ماتریس ها

(۴) فروشنده دوره گرد

گزینه : ۲

روش برنامه نویسی پویا برای حل الگوریتم های زیر کاربرد دارد :

- زنجیره ضرب ماتریس ها

- درخت جستجوی دودویی بهینه

- مسئله کوله پشتی صفر و یک

- مسئله ویرایش رشته ها

۱۹) پیچیدگی الگوریتم فیبوناچی که به روش برنامه نویسی پویا پیاده سازی شده است متعلق به کدام مرتبه زمانی است؟ آیا این پیچیدگی را باز می توان کاهش داد؟

۴ . n و خیر

۳ . n و بله

۲ . $\log n$ و بله

۱ . $\log n$ و خیر

گزینه : ۴

پیچیدگی الگوریتم فیبوناچی دارای مرتبه زمانی n میباشد چون روش پویا بهینه ترین مرتبه زمانی محاسبه می شود نمی توان این پیچیدگی را کاهش داد .

۲۱- در مسئله رنگ آمیزی گراف اگر n نشان دهنده تعداد رئوس گراف و m تعداد رنگ ها باشد درخت فضای حالت حداکثر چند گره خواهد داشت؟

۴ . $m^{n+1} + 1/m + 1$

۳ . $m^{n+1} + 1/m$

۲ . $m^{n+1} - 1/m - 1$

۱ . $m^{n+1} - 1/m$

گزینه : ۲

۲۳- کدام یک از روشهای پیمایش زیر برای گراف ها وجود دارد؟

۱. BFS ۲. DFS ۳. BFS و DFS ۴. BFS و DFS و LFS

گزینه : ۳

اصولاً دو روش جستجوی اصلی برای پیمایش گراف ها در حالت کلی وجود دارد:

(۱) DFS - جست و جوی عمقی - مربوط به روش عقبگرد میباشد .

(۲) BFS - جست و جوی ردیفی - مربوط به روش انشخاب و تحدید میباشد .

۲۵- گزینه نادرست کدام است؟

(۱) تمام مسائل p به وسیله یک الگوریتم غیر قطعی در زمان چندجمله‌ای هر می‌شوند.

(۲) تمام مسائل np به وسیله یک الگوریتم غیر قطعی در زمان چندجمله‌ای هر می‌شوند.

(۳) تمام مسائل np_hard به وسیله یک الگوریتم غیر قطعی در زمان چندجمله‌ای هر می‌شوند.

(۴) تمام مسائل $np_complete$ به وسیله یک الگوریتم غیر قطعی در زمان چندجمله‌ای هر می‌شوند.

گزینه : ۳

Np-complete : مسائلی که هم np هستند و هم np_hard یعنی هم باید در صورت دادن یک جواب

بتوان درستی جواب را در مدت زمان چندجمله‌ای بررسی کرد و هم بتوان بقیه مسائل np را به این مسئله

کاهش داد .

تشریحی

۱- الگوریتم فلوید را با ذکر یک مثال توضیح داده و از نظر پیچیدگی زمانی بررسی نمایید؟

الگوریتم فلوید برای محاسبه کوتاهترین مسیر از هر راس در یک گراف موزون به رئوس دیگر به کار می رود. در این روش ماتریس های D^0 تا D^n را به ترتیب به دست می آوریم جواب مسئله ماتریس خواهد بود و در آن کوتاه ترین مسیر ها برای ۲ گره مشخص شده اند.

$$D^0 = w(i,j) = \begin{cases} \text{وزن یال} & \text{اگر یالی بین } v_i \text{ و } v_j \text{ باشد} \\ \infty & \text{اگر یالی بین } v_i \text{ و } v_j \text{ نباشد} \\ 0 & \text{اگر } i=j \text{ باشد} \end{cases}$$

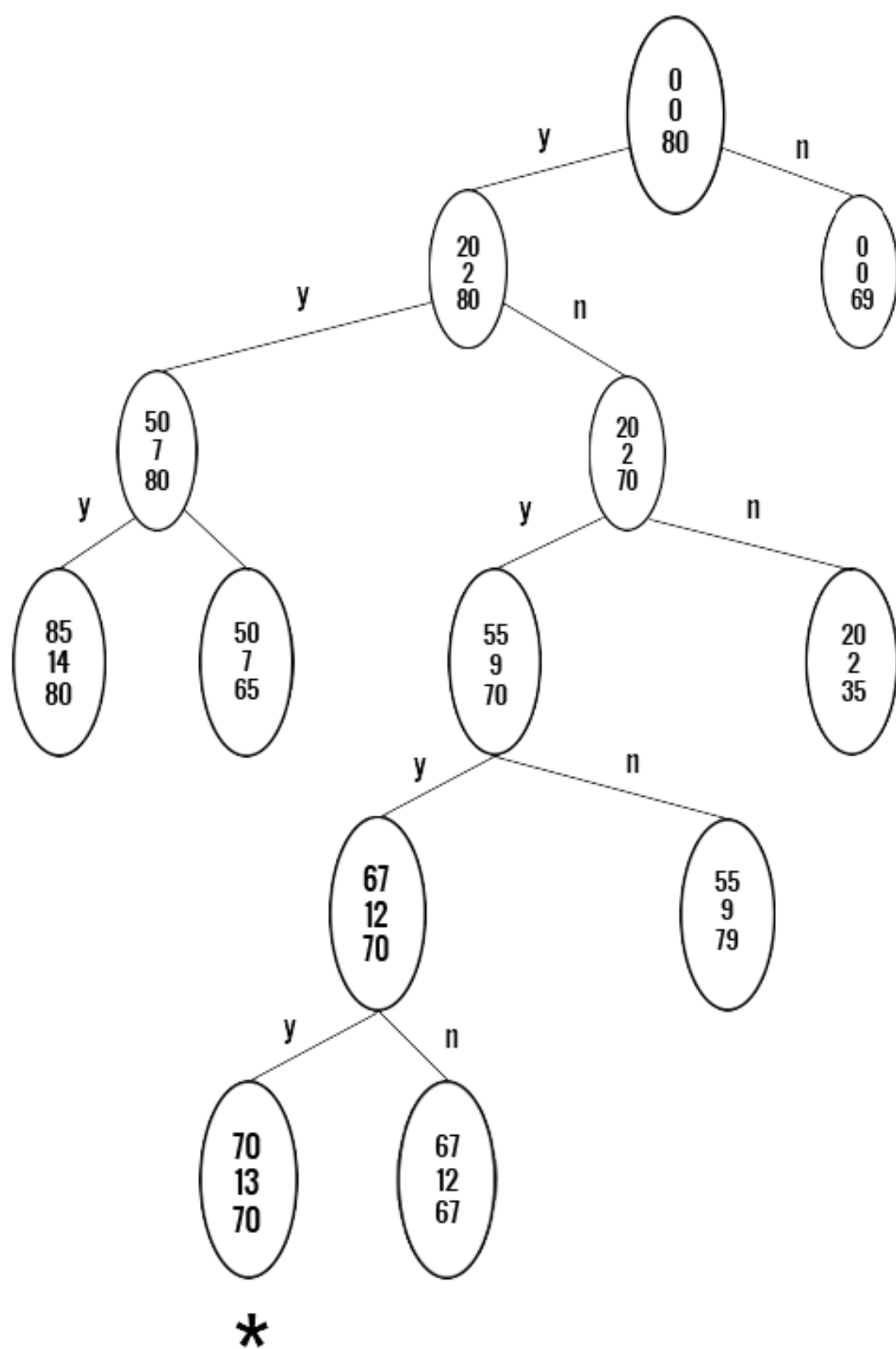
فرمول کلی زیر برای الگوریتم فلوید به کار می رود :

$$D^k(l,j) = \begin{cases} 0 & \text{اگر } i=j \\ \min(D^{k-1}(l,k) + D^{k-1}(k,j), D^{k-1}(l,j)) & \text{اگر } i \neq j \\ I \leq k \leq j \end{cases}$$

۳- برای مسئله کوله پشتی صفر و یک با ظرفیت کوله پشتی $w=13$ و پنج قطعه داده شده به صورت جدول زیر با استفاده از روش انشعاب و تحدید مسئله را حل کرده و درخت فضای حالت هرس شده را برای آن رسم نمایید.

	W_i	P_i	i
$20+30+\frac{6}{7} \times 35=80$	2	20	1
	5	30	2
$30+35+\frac{1}{3} \times 12=69$	7	35	3
	3	12	4
$20+35+12+3=70$	1	3	5

i	P_i	W_i	
1	20	2	10
2	30	5	6
3	12	3	4
4	3	1	3
5	35	7	5



۵- کلاس NP و مجموعه مسائل مربوط را تعریف کنیم و دو مثال بزنید .

برای مسائل NP , کلاس کامپیوتر علاوه بر توانایی اجرای دستور های معین باید قادر باشد دستورات نامعین را نیز اجرا کند.

معمولاً دستورهای زیر به الگوریتم های معین اضافه می شود تا به الگوریتم نامعین تبدیل شود.

الف) تابعی که یکی از عناصر مجموعه S را به دلخواه انتخاب میچ کند. (مرحله حدس زدن)

ب) حدس، انتخاب شده و مجموعه S ورودی این تابع می باشد خروجی این تابع پایان موفق یا ناموفق عملیات الگوریتم را اعلام می کند.(مرحله تصدیق)

NP مجموعه تمام مسائل تصمیم گیری است که به وسیله یک الگوریتم غیر قطعی در زمان چند جمله ای حل می شوند.

مثل : فروشنده دوره گرد، حاصل جمع زیر مجموعه ها،رنگ آمیزی گراف ها و کوله پشتی ۱۰ و ...

مسائلی که الگوریتم کارآمد برای آنها ابداع نشده است ولی غیرممکن بودن آن نیز هنوز به اثبات نرسیده را مسائل NP کامل می گویند .

سوالات زوج تابستان ۹۵

۲- باتوجه به توابع پیچیدگی زمانی زیر کدام گزینه صحیح است؟

$$T(n) = 3n^3 2^n + 2n^2 3^n$$

$$f(n) = 12 \frac{n^5}{\log n} + 3^n$$

$$g(n) = n! - n^2 \log n$$

$$g(n) \in \Omega(f(n)) \quad .۴ \quad T(n) \in \theta(f(n)) \quad .۲ \quad g(n) \in O(f(n)) \quad .۲ \quad T(n) \in \Omega(g(n)) \quad .۱$$

گزینه : ۴

۴- تابع پیچیدگی زمانی تابع بازگشتی زیر کدام است ؟

```
int f(int m , int n){
    if (n==1) return m;
    return m * f(m, n-1);
}
```

$$T(n) = \begin{cases} T(n-1) + 1 & n > 1 \\ 1 & n = 1 \end{cases} \quad .۲$$

$$T(m,n) = \begin{cases} m \times T(n-1) & n > 1 \\ m & n = 1 \end{cases} \quad .۱$$

$$T(m,n) = \begin{cases} T(n-1) + m & n > 1 \\ m & n = 1 \end{cases} \quad .۴$$

$$T(m,n) = \begin{cases} T(m-1, n-1) + 1 & n > 1 \\ m & n = 1 \end{cases} \quad .۳$$

گزینه : ۲

۶- خروجی تابع f ازای آرایه زیر و n=5 چیست؟

```
int f(int a[], int n){
    if (n == 1) return a[0];
    if (a[n] > f(a,n-1)) return f(a , n-1);
    return a[n];
}
```

2	9	1	14	5
---	---	---	----	---

۱۵ . ۴

۵ . ۳

۲ . ۲

۱ . ۱

گزینه : ۱

۸- پاسخ دقیق رابطه بازگشتی زیر کدام است ؟

$$T(n) = \begin{cases} 0 & n = 1 \\ 1 & n = 2 \\ T(n-2) + 3 & n > 2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{llll} \frac{n}{2} - 1 & \cdot 1 & \frac{n+1}{2} & \cdot 2 \\ n-1 & \cdot 3 & \frac{3n}{2} - 2 & \cdot 4 \end{array}$$

گزینه : ۴

۱۰- تعداد مقایسات الگوریتم **max min** در بهترین، متوسط و بدترین حالت با استفاده از روش تقسیم و حل کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \frac{n}{2} - 1 & \cdot 1 & \frac{3n}{2} - 1 & \cdot 2 \\ 2(n-1) & \cdot 3 & n-1 & \cdot 4 \end{array}$$

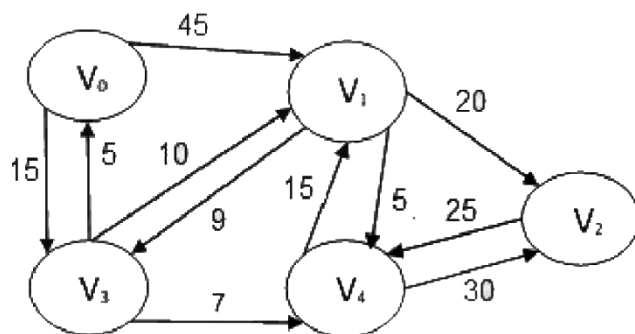
گزینه : ۲

۱۲- برای حل مسئله ضرب دو چند جمله ای به روش تقسیم و حل بهترین الگوریتم دارای کدام تابع پیچیدگی زمانی است؟

$$\begin{array}{ll} T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + 1 & \cdot 1 \\ T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + cn & \cdot 2 \\ T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + cn & \cdot 3 \\ T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + 1 & \cdot 4 \end{array}$$

گزینه : ۳

۱۴- اگر الگوریتم دیکسترا برای یافتن کوتاهترین مسیرهای این گراف از مبدا V_0 به کار رود، ترتیب انتخاب بهترین گره ها برای اضافه نمودن به مجموعه S کدام است؟ (از چپ به راست)



۴. V_0, V_3, V_1, V_2, V_4

۳. V_0, V_3, V_4, V_1, V_2

۲. V_0, V_1, V_3, V_4, V_2

۱. V_0, V_3, V_1, V_4, V_2

گزینه : ۳

۱۶- تعداد بیت های لازم برای کد گذاری متن زیر به روش هافمن کدام است؟

Aabdcaeccbaebbd

۴. 39

۳. 37

۲. 34

۱. 26

گزینه : ۲

۱۸- برای ضرب زنجیره ای ۵ ماتریس چند حالت مختلف وجود دارد؟

۴. 5

۳. 8

۲. 10

۱. 14

گزینه : ۱

۲۰ - چه تعداد درخت جستجوی دودویی میتوان با n گره و با عمق $n-1$ ساخت؟

۴. $2^n - 1$

۳. 2^{n+1}

۲. 2^n

۱. 2^{n-1}

گزینه : ۱

۲۲ - در مسئله n وزیر در چه صورت دو وزیر a_{ij} و a_{kl} مورد حمله یکدیگر قرار می گیرند؟

۴. $k - j = l - i$

۳. $k + i = l + j$

۲. $k - l = i - j$

۱. $k = j$

گزینه : ۲

۲۴ - در مقایسه روش انشعاب و تحدید با روش عقبگرد کدام گزینه صحیح است؟

(۱) در روش عقبگرد معمولاً هدف یافتن جواب بهینه است در حالی که در روش انشعاب و تحدید همه جواب ها مدنظر است.

(۲) در روش عقبگرد تعداد گره ها در درخت فضای حالت کمتر از روی انشعاب و تهدید است.

(۳) در روش عقبگرد الگوی جستجو به صورت جستجو در عمق است ; در حالی که در روش انشعاب و تحدید الگوی جستجو به صورت جستجو به ترتیب پهنا است.

(۴) در روش عقبگرد زمان اجرای الگوریتم ها کمتر از روش انشعاب و تهدید است.

۲ - در چه صورت الگوریتم حریصانه می تواند جواب بهینه برای حل مسائل به دست آورد؟

الگوریتم پریم و کروسکال را از نظر پیچیدگی زمانی در حالت های گراف کامل و غیر کامل با یکدیگر مقایسه نمایید.

پاسخ :

در روش حریصانه رسیدن به هدف در هر گام مستقل از گام قبلی و بعدی است. یعنی در هر مرحله برای رسیدن به هدف نهایی، مستقل از این که در مراحل قبلی چه انتخاب هایی صورت گرفته و انتخاب فعلی ممکن است چه انتخاب هایی در پی داشته باشد، انتخابی که در ظاهر بهترین انتخاب ممکن است صورت می پذیرد. به همین دلیل است که به این روش، روش حریصانه گفته می شود. زمانی که یک دزد عجول و حریص وارد خانه ای می شود، در مسیر حرکت خود هر وسیله و کالای با ارزشی را داخل کیسه می اندازد. وی در این حالت چندان توجهی نمی کند که چه اشیائی را قبلاً برداشته و ممکن است در آینده چه اشیاء گرانباتری به دست آورد. او در هر گام تنها از بین اشیاء دم دست خود با ارزش ترین آن را انتخاب کرده و به وسایل قبلی اضافه می کند.

الگوریتم کروسکال برای یافتن درخت پوشای با کمترین هزینه از رویکرد حریصانه بهره می گیرد. این الگوریتم با گراف به صورت یک جنگل برخورد می کند که در آن هر گره یک درخت منفرد محسوب می شود. یک درخت زمانی به درخت دیگر وصل می شود اگر و فقط اگر در میان همه گزینه های موجود، کمترین هزینه را داشته باشد و مشخصات درخت پوشای کمینه (MST) را نیز نقض نکند.