

Министерство науки и высшего образования  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
“Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)”  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---



Факультет “Фундаментальные науки”  
Кафедра “Высшая математика”

## ОТЧЁТ по учебной практике за 1 семестр 2020—2021 гг.

Руководитель практики, ст. преп. кафедры ФН1	_____	Кравченко О.В.
	(подпись)	
студент группы ФН1–11	_____	Ф.И.О.
	(подпись)	

Москва, 2020 г.

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цели и задачи практики</b>	<b>3</b>
1.1	Цели . . . . .	3
1.2	Задачи . . . . .	3
1.3	Индивидуальное задание . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Отчёт</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Индивидуальное задание</b>	<b>5</b>
3.1	Пределы и непрерывность. . . . .	5
	<b>Список литературы</b>	<b>9</b>

# 1 Цели и задачи практики

## 1.1 Цели

— развитие компетенций, способствующих успешному освоению материала бакалавриата и необходимых в будущей профессиональной деятельности.

## 1.2 Задачи

1. Знакомство с программными средствами, необходимыми в будущей профессиональной деятельности.
2. Развитие умения поиска необходимой информации в специальной литературе и других источниках.
3. Развитие навыков составления отчётов и презентации результатов.

## 1.3 Индивидуальное задание

1. Изучить способы отображения математической информации в системе  $\text{\LaTeX}$ .
2. Изучить возможности системы контроля версий `Git`.
3. Научиться верстать математические тексты, содержащие формулы и графики в системе  $\text{\LaTeX}$ . Для этого, выполнить установку свободно распространяемого дистрибутива `TeXLive` и оболочки `TeXStudio`.
4. Оформить в системе  $\text{\LaTeX}$  типовые расчёты по курсу математического анализа согласно своему варианту.
5. Создать аккаунт на онлайн ресурсе `GitHub` и загрузить исходные `tex`-файлы и результат компиляции в формате `pdf`.

## 2 Отчёт

Актуальность темы продиктована необходимостью владеть системой вёрстки L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X и средой вёрстки TeXStudio для отображения текста, формул и графиков. Полученные в ходе практики навыки могут быть применены при написании курсовых проектов и дипломной работы, а также в дальнейшей профессиональной деятельности.

Система вёрстки L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X содержит большое количество инструментов (пакетов), упрощающих отображение информации в различных сферах инженерной и научной деятельности.

## 3 Индивидуальное задание

### 3.1 Пределы и непрерывность.

#### Задача № 1.

**Условие.** Дана последовательность  $a_n = \frac{5n+15}{6-n}$  и число  $c = -5$ . Доказать, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c,$$

а именно, для каждого  $\varepsilon > 0$  найти наименьшее натуральное число  $N=N(\varepsilon)$  такое, что  $|a_n - c| < \varepsilon$  для всех  $n > N(\varepsilon)$ . Заполнить таблицу:

$\varepsilon$	0,1	0,01	0,001
$N(\varepsilon)$			

**Решение.** Рассмотрим неравенство  $a_n - c < \varepsilon$ ,  $\forall \varepsilon > 0$ , учитывая выражение для  $a_n$  и значение  $c$  из условия варианта, получим:

$$\begin{aligned} \left| \frac{5n+15}{6-n} + 5 \right| &< \varepsilon; \\ \left| \frac{5n+15+30-5n}{6-n} \right| &< \varepsilon; \\ \left| \frac{45}{6-n} \right| &< \varepsilon. \end{aligned}$$

Заметим, что  $n \in \mathbb{N}$  и  $\varepsilon > 0$  поэтому, можно опустить знак модуля:

$$\begin{aligned} \frac{45}{6-n} &< \varepsilon; \\ n &> \frac{45}{\varepsilon} + 6. \end{aligned}$$

Заполним таблицу:

$\varepsilon$	0,1	0,01	0,001
$N(\varepsilon)$	456	4506	45006

#### Задача № 2.

**Условие.** Вычислить пределы функций

$$\begin{aligned} \text{(а):} \quad & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x + 2}{x^2 - 12x + 20}; \\ \text{(б):} \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 \sqrt{x^8 + 9x^5} + x^4}{3x^4 - 2x^3}; \\ \text{(в):} \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}; \\ \text{(г):} \quad & \lim_{x \rightarrow 3/2} \left( 1 - \frac{2x}{3} \right)^{\tan \frac{\pi x}{3}}; \\ \text{(д):} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin 2x}{\lg(x+1)} \right)^{\frac{2}{x+\cos x}}; \\ \text{(е):} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{e^{x^2} - 1}. \end{aligned}$$

**Решение: (а):**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x + 2}{x^2 - 12x + 20} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x - 1)}{(x-2)(x-10)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 10} = -\frac{7}{8}.$$

**(б):**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 \sqrt{x^8 + 9x^5} + x^4}{3x^4 - 2x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x} + \sqrt{1 + \frac{9}{x^3} + 1}}{3 - \frac{2}{x}} = \frac{2}{3}.$$

**(в):**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} = \left| \begin{array}{l} x = y^{12} \\ y \rightarrow \infty \end{array} \right| = \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{y^{12} - 1}}{\sqrt[3]{y^{12} - 1}} = \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{y^{12} - 1}{y^{12} - 1} = \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{\frac{y^3}{y^4} - \frac{1}{y^4}}{\frac{y^4}{y^4} - \frac{1}{y}} = 0.$$

**(г):**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3/2} \left(1 - \frac{2x}{3}\right)^{\tan \frac{\pi x}{3}} &= \left| \begin{array}{l} t = x - \frac{3}{2} \\ t \rightarrow 0 \end{array} \right| = \lim_{t \rightarrow 0} \left(1 - \frac{2(t - \frac{3}{2})}{3}\right)^{\tan \frac{\pi(t + \frac{3}{2})}{3}} = \lim_{t \rightarrow 0} \left(\left(1 - \frac{2t}{3}\right)^{\frac{3}{2t}}\right)^{\frac{2t \cos \frac{\pi t}{3}}{3(-\sin \frac{\pi t}{3})}} = \\ \lim_{t \rightarrow 0} e^{\frac{2t \cos \frac{\pi t}{3} \frac{\pi t}{3} \frac{3}{\pi t}}{-3 \sin \frac{\pi t}{3}}} &= \lim_{t \rightarrow 0} e^{-\frac{2}{\pi}} = e^{-\frac{2}{\pi}}. \end{aligned}$$

**(д):**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{\lg(x+1)}\right)^{\frac{2}{x+\cos x}} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{\frac{x}{\ln 10}}\right)^{\frac{2}{x+\cos x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x \cdot 2 \ln 10}{2 - x}\right)^{\frac{2}{x+\cos x}} = \\ \lim_{x \rightarrow 0} (2 \ln 10)^{\frac{2}{x+\cos x}} &= 4 \cdot (\ln 10)^2. \end{aligned}$$

**(е):**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{e^{x^2} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{(5x)^2}{2}}{x^2} = \frac{25}{2}$$

### Задача № 3.

#### Условие.

**(а):** Показать, что данные функции  $f(x)$  и  $g(x)$  являются бесконечно малыми или бесконечно большими при указанном стремлении аргумента.

**(б):** Для каждой функции  $f(x)$  и  $g(x)$  записать главную часть (эквивалентную ей функцию) вида  $C(x - x_0)^\alpha$  при  $x \rightarrow x_0$  или  $Cx^\alpha$  при  $x \rightarrow \infty$ , указать их порядки малости (роста).

**(в):** Сравнить функции  $f(x)$  и  $g(x)$  при указанном стремлении.

№ варианта	функции $f(x)$ и $g(x)$	стремление
18	$f(x) = \sin \frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x}+1}}, g(x) = \sqrt{x^2 + \sqrt{x}} - x$	$x \rightarrow +\infty$

#### Решение.

**(а):** Покажем, что  $f(x)$  и  $g(x)$  бесконечно малые функции:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sin \frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x}+1}} \right) \sim \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x}+1}} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\frac{1}{\sqrt{x}}}{\sqrt{\frac{x}{x} + \frac{\sqrt{x}}{x} + \frac{1}{x}}} \right) = 0. \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + \sqrt{x}} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 + \sqrt{x} - x^2}{\sqrt{x^2 + \sqrt{x}} + x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{\sqrt{x}}{x^2} + \frac{x}{x^2}}} \right) = 0. \end{aligned}$$

**(б):** Выделим главные части функций  $f(x)$  и  $g(x)$ :

$$f(x) = \sin \frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x}+1}} \sim \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

Тогда при  $x \rightarrow +\infty$  главная часть функции будет  $1 \cdot x^{1/2}$ .

$$\begin{aligned} g(x) &= \sqrt{x^2 + \sqrt{x}} - x = \frac{x^2 + \sqrt{x} - x^2}{\sqrt{x^2 + \sqrt{x}} + x} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2 + \sqrt{x}} + x} = \frac{\frac{\sqrt{x}}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{\sqrt{x}}{x^2} + \frac{x}{x^2}}} = \\ &= \frac{\frac{x}{\sqrt{x}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{x^3}} + 1}} \sim \frac{\frac{1}{\sqrt{x}}}{2} = \frac{1}{2\sqrt{x}}. \end{aligned}$$

$x \rightarrow +\infty$  главная часть функции будет  $\frac{1}{2} \cdot x^{1/2}$ .

$k_f = -\frac{1}{2}$  - порядок малости БМФ  $f(x)$  относительно  $x \rightarrow +\infty$ .  
 $k_g = -\frac{1}{2}$  - порядок малости БМФ  $g(x)$  относительно  $x \rightarrow +\infty$ .

**(в):** Для сравнения функций  $f(x)$  и  $g(x)$  рассмотрим предел их отношения при указанном стремлении

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Применим эквивалентности, определенные в пункте (б), получим

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin \frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x+1}}}}{\sqrt{x^2 + \sqrt{x}} - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x+1}}}}{\sqrt{x^2 + \sqrt{x}} - x} = 2.$$

Отсюда следует, что  $f(x)$  и  $g(x)$  – функции одного порядка.



## Список литературы

- [1] Львовский С.М. Набор и вёрстка в системе  $\text{\LaTeX}$ , 2003 с.
- [2] Котельников И.А., Чеботаев П.З.  $\text{\LaTeX}$  по-русски.
- [3] Чебарыков М.С Основы работы в системе  $\text{\LaTeX}$ .