

Confinement localisé du centre-ville de Bordeaux

FRADIN Adrien, n°14560

Jeudi 19 mai 2022 – TIPE 2021/2022

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion



Figure – La rue Sainte Catherine durant le premier confinement.

- ▶ Proposer un modèle de confinement local.
- ▶ Une alternative aux déplacements restreints à 1 km du domicile.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion



Figure – La rue Sainte Catherine durant le premier confinement.

- Proposer un modèle de confinement local.
- Une alternative aux déplacements restreints à 1 km du domicile.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion



Figure – La rue Sainte Catherine durant le premier confinement.

- ▶ Proposer un modèle de confinement local.
- ▶ Une alternative aux déplacements restreints à 1 km du domicile.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Problématique

Comment parvenir à un découpage *satisfaisant* ?

Carte extraite manuellement de Google Maps :



Figure – La zone d'étude : le centre-ville de Bordeaux.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Problématique

Comment parvenir à un découpage *satisfaisant* ?

Carte extraite manuellement de Google Maps :

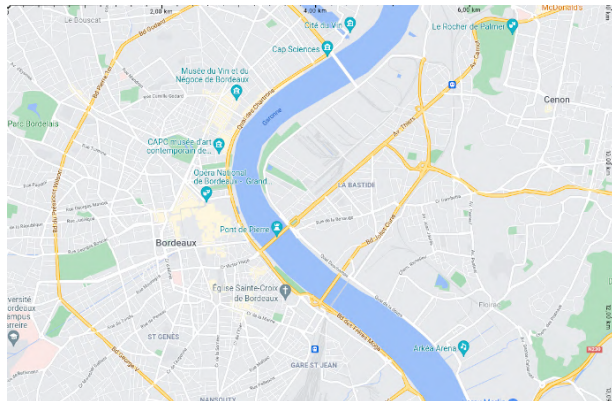


Figure – La zone d'étude : le centre-ville de Bordeaux.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Trois critères :

- Assurer le *minimum vital*,
- Garantir la proximité,
- Tenir compte de la géographie.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Trois critères :

- 1 Assurer le *minimum vital*,
- 2 Garantir la proximité,
- 3 Tenir compte de la géographie.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Trois critères :

- 1 Assurer le *minimum vital*,
- 2 Garantir la proximité,
- 3 Tenir compte de la géographie.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Trois critères :

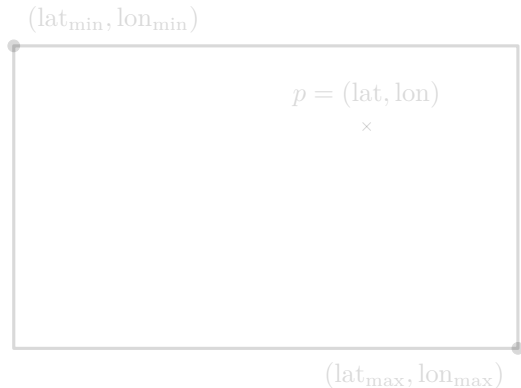
- 1 Assurer le *minimum vital*,
- 2 Garantir la proximité,
- 3 Tenir compte de la géographie.

Utilisation de la base de données du site « *Ça reste ouvert* ».

C'est un fichier csv :

node/7746394597,Picard,food,supermarket,[...],-0.6136596,44.854885

- ▶ deux types de magasins : supermarchés et pharmacies,
- ▶ ne garder que les points $p = (\text{lat}, \text{lon})$ dans la zone d'étude :

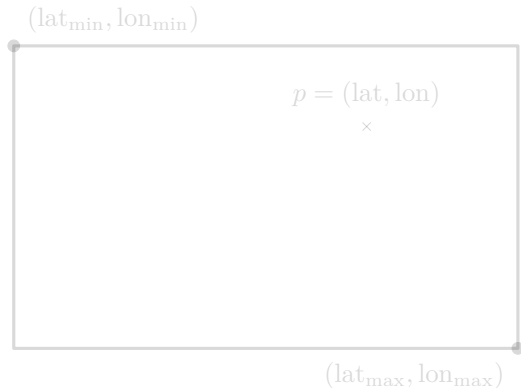


Utilisation de la base de données du site « *Ça reste ouvert* ».

C'est un fichier *csv* :

node/7746394597,Picard,food,supermarket,[...],-0.6136596,44.854885

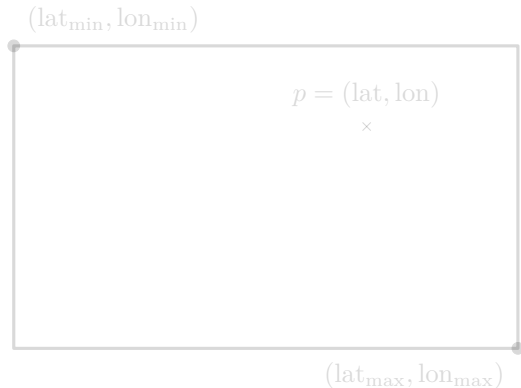
- ▶ deux types de magasins : supermarchés et pharmacies,
- ▶ ne garder que les points $p = (\text{lat}, \text{lon})$ dans la zone d'étude :



Utilisation de la base de données du site « *Ça reste ouvert* ».
C'est un fichier *csv* :

node/7746394597,Picard,food,supermarket,[...],-0.6136596,44.854885

- ▶ deux types de magasins : supermarchés et pharmacies,
- ▶ ne garder que les points $p = (\text{lat}, \text{lon})$ dans la zone d'étude :

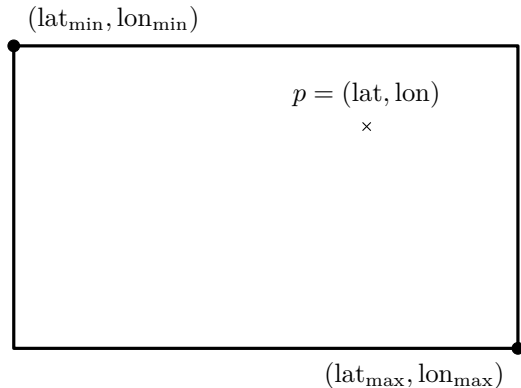


Utilisation de la base de données du site « *Ça reste ouvert* ».

C'est un fichier *csv* :

node/7746394597,Picard,food,supermarket,[...],-0.6136596,44.854885

- ▶ deux types de magasins : supermarchés et pharmacies,
- ▶ ne garder que les points $p = (\text{lat}, \text{lon})$ dans la zone d'étude :



Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Grâce au module PIL :

- ▶ positionnement automatiquement par un programme.

Approximation plan :

- ▶ conversion latitude/longitude en coordonnées pixel par proportionnalité.

Voici un zoom d'une partie de la carte :



Figure -- Légende : supermarchés ● et pharmacies ●.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Grâce au module PIL :

- ▶ positionnement automatiquement par un programme.

Approximation plan :

- ▶ conversion latitude/longitude en coordonnées pixel par proportionnalité.

Voici un zoom d'une partie de la carte :



Figure -- Légende : supermarchés ● et pharmacies ●.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Grâce au module PIL :

- ▶ positionnement automatiquement par un programme.

Approximation plan :

- ▶ conversion latitude/longitude en coordonnées pixel par proportionnalité.

Voici un zoom d'une partie de la carte :

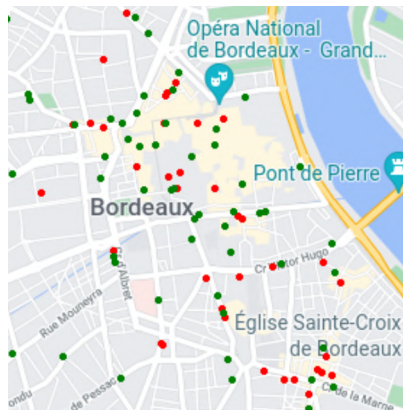


Figure – Légende : supermarchés ● et pharmacies ●.

Contrainte

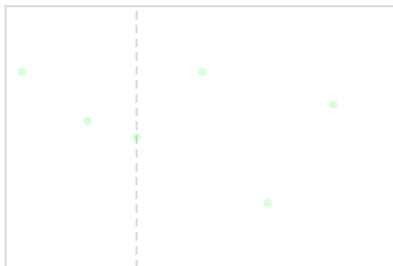
Au moins un supermarché et une pharmacie par région.

Arbres 2-D : idée

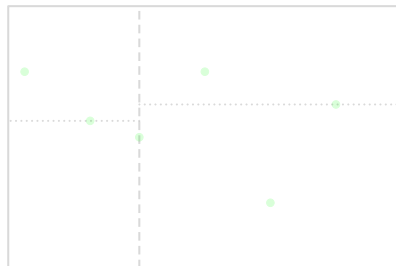
Ne rechercher le plus proche voisin que dans certaines parties du plan.

Principe général :

- ▶ on s'appuie sur le point médian,



(a) Découpe suivant x .



(b) Découpe suivant y .

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Contrainte

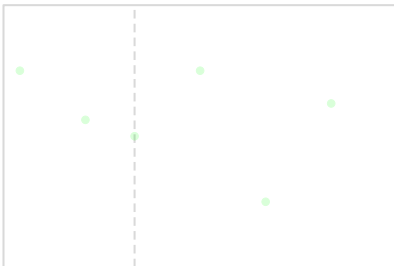
Au moins un supermarché et une pharmacie par région.

Arbres 2-D : idée

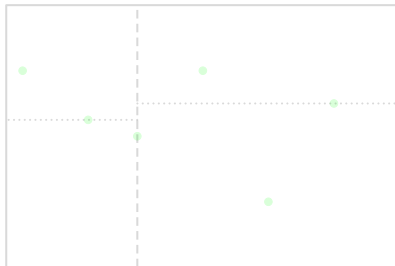
Ne rechercher le plus proche voisin que dans certaines parties du plan.

Principe général :

► on s'appuie sur le point médian,



(a) Découpe suivant x.



(b) Découpe suivant y.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Contrainte

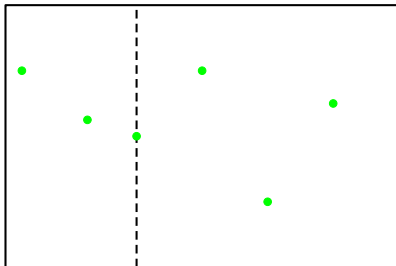
Au moins un supermarché et une pharmacie par région.

Arbres 2-D : idée

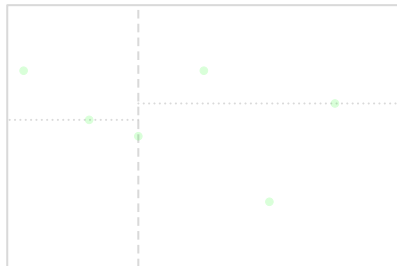
Ne rechercher le plus proche voisin que dans certaines parties du plan.

Principe général :

- ▶ on s'appuie sur le point médian,



(a) Découpe suivant x .



(b) Découpe suivant y .

Contrainte

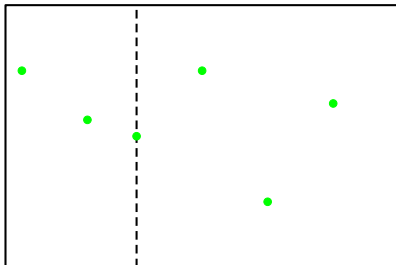
Au moins un supermarché et une pharmacie par région.

Arbres 2-D : idée

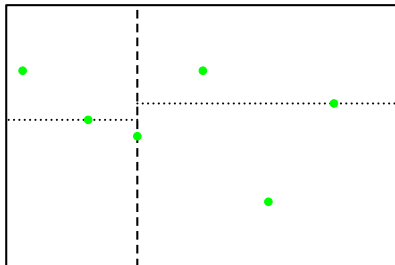
Ne rechercher le plus proche voisin que dans certaines parties du plan.

Principe général :

- ▶ on s'appuie sur le point médian,



(a) Découpe suivant x .



(b) Découpe suivant y .

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Complexités de la construction des groupes

Pour n points :

- ▶ spatiale : $O(n)$,
- ▶ temporelle (moyenne) : $O(n \log(n))$, au pire : $O(n^2)$ (admis).

- ▶ construction et affichage automatique des groupes avec SciPy :



- ▶ Assurer le *minimum vital* : ✓

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction
 k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme
Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction
Plus court chemin
Résultats

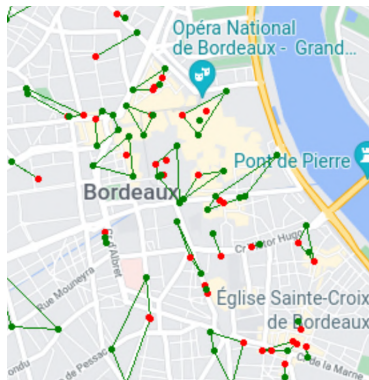
Conclusion

Complexités de la construction des groupes

Pour n points :

- ▶ spatiale : $O(n)$,
- ▶ temporelle (moyenne) : $O(n \log(n))$, au pire : $O(n^2)$ (admis).

- ▶ construction et affichage automatique des groupes avec SciPy :



- ▶ Assurer le *minimum vital* : ✓

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction
 k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme
Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction
Plus court chemin
Résultats

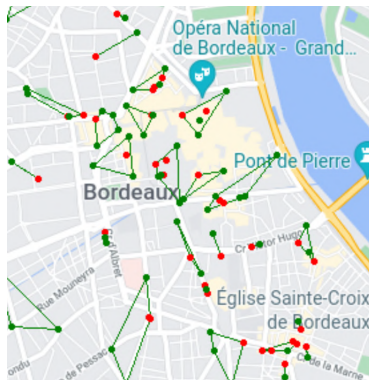
Conclusion

Complexités de la construction des groupes

Pour n points :

- ▶ spatiale : $O(n)$,
- ▶ temporelle (moyenne) : $O(n \log(n))$, au pire : $O(n^2)$ (admis).

- ▶ construction et affichage automatique des groupes avec SciPy :



- ▶ Assurer le *minimum vital* : ✓

Contrainte

Construire des zones *de proximité*, une par groupe.

Formellement, si G_1, \dots, G_k sont les k groupes de points précédents, pour $i \in \llbracket 1; k \rrbracket$, on veut Z_i où :

$$Z_i = \{p \in \mathbb{R}^2 \mid \forall j \in \llbracket 1; k \rrbracket, \|p - G_i\|_2 \leq \|p - G_j\|_2\}$$

avec $\|p - G_i\|_2 = \min(\{\|p - q\|_2 \mid q \in G_i\})$.

► c'est un diagramme de Voronoï, Z_i est appelée *cellule*.

Simplification :



(a) Enveloppe convexe d'un groupe



(b) Moyenne des points de l'enveloppe.

► ● est un site.

Contrainte

Construire des zones *de proximité*, une par groupe.

Formellement, si G_1, \dots, G_k sont les k groupes de points précédents, pour $i \in \llbracket 1; k \rrbracket$, on veut Z_i où :

$$Z_i = \{p \in \mathbb{R}^2 \mid \forall j \in \llbracket 1; k \rrbracket, \|p - G_i\|_2 \leq \|p - G_j\|_2\}$$

avec $\|p - G_i\|_2 = \min(\{\|p - q\|_2 \mid q \in G_i\})$.

► c'est un diagramme de Voronoï, Z_i est appelée *cellule*.

Simplification :



(a) Enveloppe convexe d'un groupe



(b) Moyenne des points de l'enveloppe.

► ● est un site.

Contrainte

Construire des zones *de proximité*, une par groupe.

Formellement, si G_1, \dots, G_k sont les k groupes de points précédents, pour $i \in \llbracket 1; k \rrbracket$, on veut Z_i où :

$$Z_i = \{p \in \mathbb{R}^2 \mid \forall j \in \llbracket 1; k \rrbracket, \|p - G_i\|_2 \leq \|p - G_j\|_2\}$$

avec $\|p - G_i\|_2 = \min(\{\|p - q\|_2 \mid q \in G_i\})$.

► c'est un diagramme de Voronoï, Z_i est appelée *cellule*.

Simplification :



(a) Enveloppe convexe d'un groupe



(b) Moyenne des points de l'enveloppe.

► ● est un site.

Contrainte

Construire des zones *de proximité*, une par groupe.

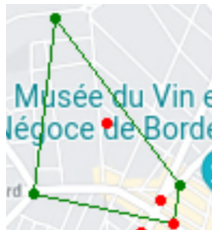
Formellement, si G_1, \dots, G_k sont les k groupes de points précédents, pour $i \in \llbracket 1; k \rrbracket$, on veut Z_i où :

$$Z_i = \{p \in \mathbb{R}^2 \mid \forall j \in \llbracket 1; k \rrbracket, \|p - G_i\|_2 \leq \|p - G_j\|_2\}$$

avec $\|p - G_i\|_2 = \min(\{\|p - q\|_2 \mid q \in G_i\})$.

► c'est un diagramme de Voronoï, Z_i est appelée *cellule*.

Simplification :



(a) Enveloppe convexe d'un groupe



(b) Moyenne ● des points de l'enveloppe.

► ● est un site.

Contrainte

Construire des zones *de proximité*, une par groupe.

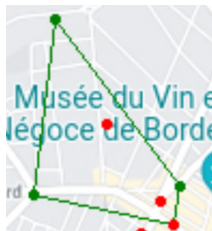
Formellement, si G_1, \dots, G_k sont les k groupes de points précédents, pour $i \in \llbracket 1; k \rrbracket$, on veut Z_i où :

$$Z_i = \{p \in \mathbb{R}^2 \mid \forall j \in \llbracket 1; k \rrbracket, \|p - G_i\|_2 \leq \|p - G_j\|_2\}$$

avec $\|p - G_i\|_2 = \min(\{\|p - q\|_2 \mid q \in G_i\})$.

► c'est un diagramme de Voronoï, Z_i est appelée *cellule*.

Simplification :



(a) Enveloppe convexe d'un groupe



(b) Moyenne ● des points de l'enveloppe.

► ● est un site.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

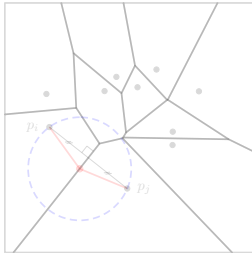
Plus court chemin

Résultats

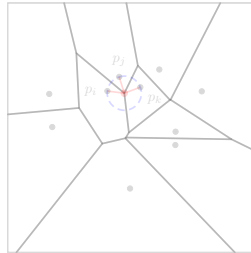
Conclusion

Observations

- ▶ un point à *la frontière* est à équidistance de deux sites,
- ▶ 3 cellules voisines partagent un unique point.



(a) Un point à *la frontière*.



(b) Un sommet du diagramme de Voronoï.

Théorème

- ▶ Représentation géométrique *simple* en machine.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

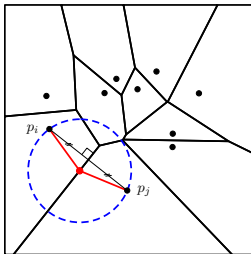
Plus court chemin

Résultats

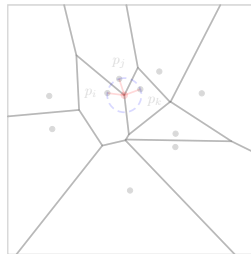
Conclusion

Observations

- ▶ un point à *la frontière* est à équidistance de deux sites,
- ▶ 3 cellules voisines partagent un unique point.



(a) Un point à *la frontière*.



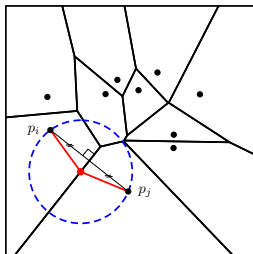
(b) Un sommet du diagramme de Voronoï.

Théorème

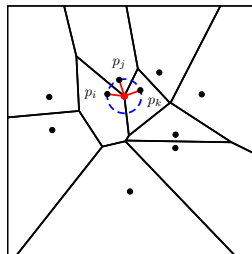
- ▶ Représentation géométrique *simple* en machine.

Observations

- ▶ un point à *la frontière* est à équidistance de deux sites,
- ▶ 3 cellules voisines partagent un unique point.



(a) Un point à *la frontière*.



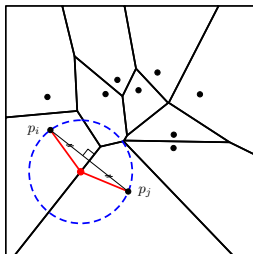
(b) Un sommet du diagramme de Voronoï.

Théorème

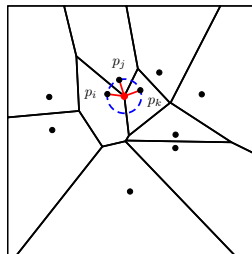
- ▶ Représentation géométrique *simple* en machine.

Observations

- ▶ un point à *la frontière* est à équidistance de deux sites,
- ▶ 3 cellules voisines partagent un unique point.



(a) Un point à la *frontière*.



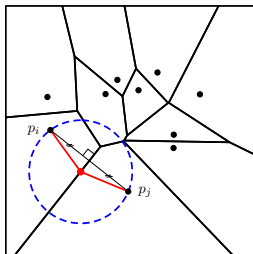
(b) Un sommet du diagramme de Voronoï.

Théorème

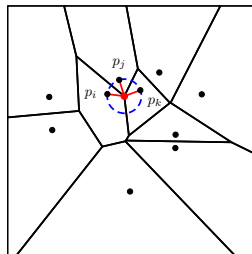
- ▶ les cellules sont des polygones convexes,
- ▶ un diagramme de Voronoï (non dégénéré) ne contient que des segments/demi-droites.
- ▶ Représentation géométrique *simple* en machine.

Observations

- ▶ un point à *la frontière* est à équidistance de deux sites,
- ▶ 3 cellules voisines partagent un unique point.



(a) Un point à *la frontière*.



(b) Un sommet du diagramme de Voronoï.

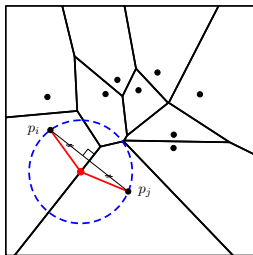
Théorème

- ▶ les cellules sont des polygones convexes,
- ▶ un diagramme de Voronoï (non dégénéré) ne contient que des segments/demi-droites.

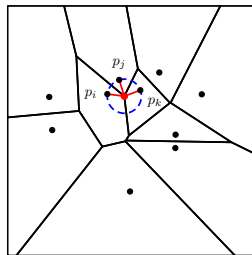
▶ Représentation géométrique *simple* en machine.

Observations

- ▶ un point à *la frontière* est à équidistance de deux sites,
- ▶ 3 cellules voisines partagent un unique point.



(a) Un point à la *frontière*.



(b) Un sommet du diagramme de Voronoï.

Théorème

- ▶ les cellules sont des polygones convexes,
 - ▶ un diagramme de Voronoï (non dégénéré) ne contient que des segments/demi-droites.
- ▶ Représentation géométrique *simple* en machine.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Théorème

Pour n sites distincts du plan, s sommets et a arêtes :

$$0 \leq s \leq 2n - 5 \text{ et } n - 1 \leq a \leq 3n - 6$$

- Nombre de composantes linéaire en le nombre de sites.

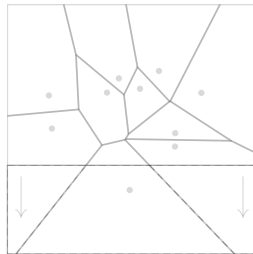
► algorithme de Fortune : 1986.

Idée

Balayage du plan, du haut vers le bas.



(a) Droite de balayage.



(b) Ligne de front.

Invariant

Au-dessus de la ligne de front on a le diagramme de Voronoï.

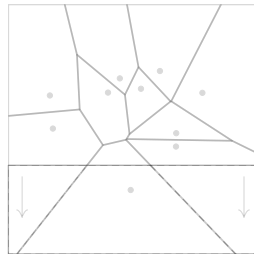
► algorithme de Fortune : 1986.

Idée

Balayage du plan, du haut vers le bas.



(a) Droite de balayage.



(b) Ligne de front.

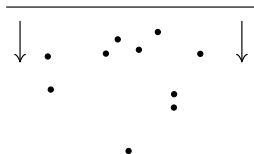
Invariant

Au-dessus de la ligne de front on a le diagramme de Voronoï.

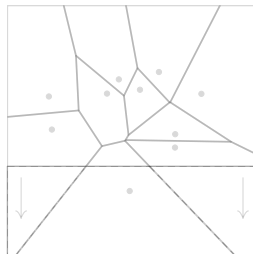
► algorithme de Fortune : 1986.

Idée

Balayage du plan, du haut vers le bas.



(a) Droite de balayage.



(b) Ligne de front.

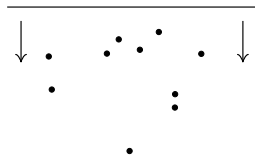
Invariant

Au-dessus de la ligne de front on a le diagramme de Voronoï.

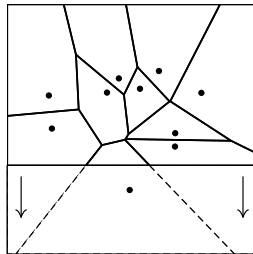
- algorithme de Fortune : 1986.

Idée

Balayage du plan, du haut vers le bas.



(a) Droite de balayage.



(b) Ligne de front.

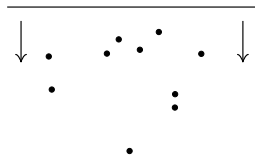
Invariant

Au-dessus de la ligne de front on a le diagramme de Voronoï.

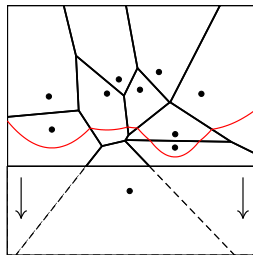
- algorithme de Fortune : 1986.

Idée

Balayage du plan, du haut vers le bas.



(a) Droite de balayage.



(b) Ligne de front.

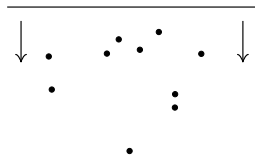
Invariant

Au-dessus de la ligne de front on a le diagramme de Voronoï.

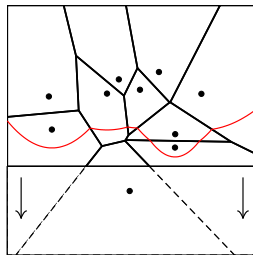
- algorithme de Fortune : 1986.

Idée

Balayage du plan, du haut vers le bas.



(a) Droite de balayage.



(b) Ligne de front.

Invariant

Au-dessus de la ligne de front on a le diagramme de Voronoï.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

► deux types d'événements :

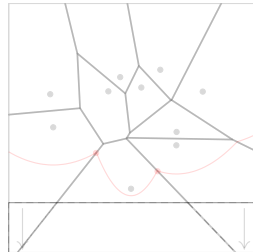
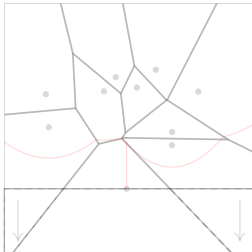


Figure – Événement ponctuel.

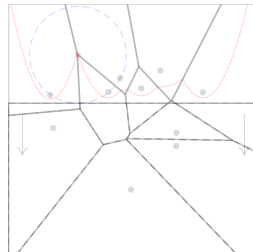
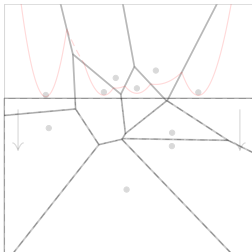


Figure – Événement circulaire.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

► deux types d'événements :

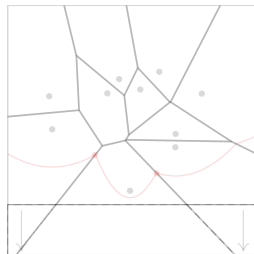
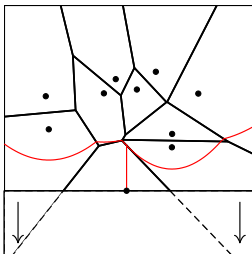


Figure – Événement ponctuel.

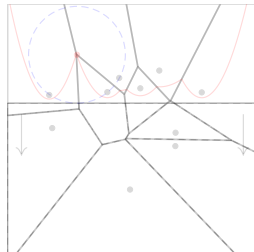
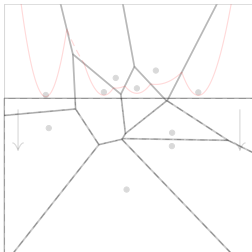


Figure – Événement circulaire.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

► deux types d'événements :

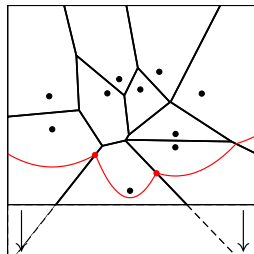
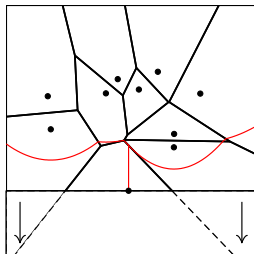


Figure – Événement ponctuel.

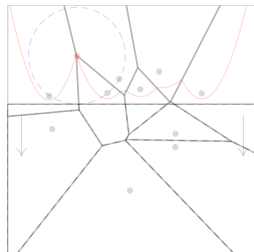
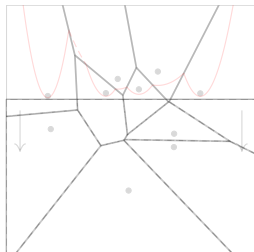


Figure – Événement circulaire.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

► deux types d'événements :

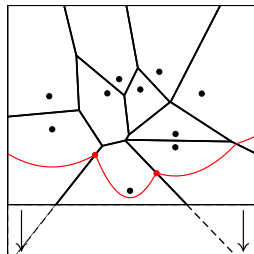
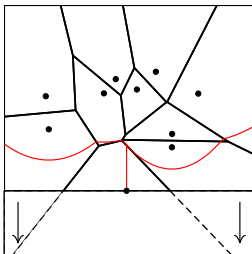


Figure – Événement ponctuel.

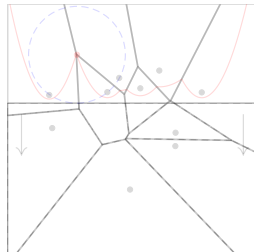
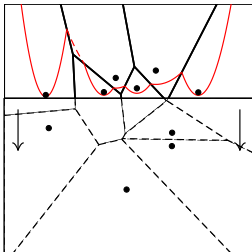


Figure – Événement circulaire.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

► deux types d'événements :

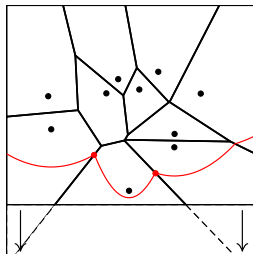
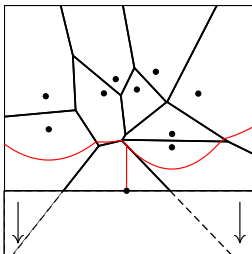


Figure – Événement ponctuel.

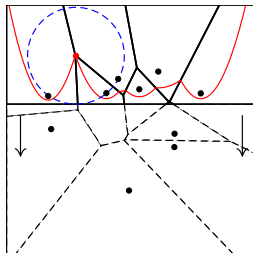
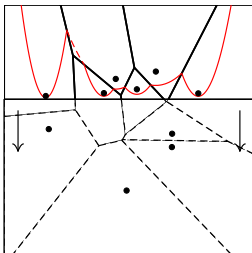


Figure – Événement circulaire.

On utilise une file de priorité avec un arbre :

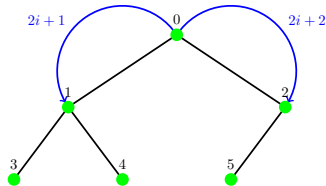


Figure – Arbre binaire complet.

- la priorité d'un noeud est l'ordonnée à laquelle se déclenche l'événement associé,
- priorité du noeud parent supérieure à celle des fils,

Théorème

Fonctions de manipulation :

On utilise une file de priorité avec un arbre :

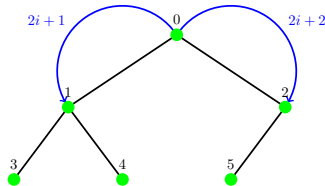


Figure – Arbre binaire complet.

- la priorité d'un noeud est l'ordonnée à laquelle se déclenche l'événement associé,
- priorité du noeud parent supérieure à celle des fils,

Théorème

Fonctions de manipulation :

On utilise une file de priorité avec un arbre :

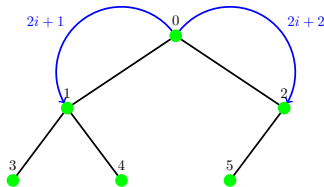


Figure – Arbre binaire complet.

- ▶ la priorité d'un noeud est l'ordonnée à laquelle se déclenche l'événement associé,
- ▶ priorité du noeud parent supérieure à celle des fils,

Théorème

Fonctions de manipulation :

On utilise une file de priorité avec un arbre :

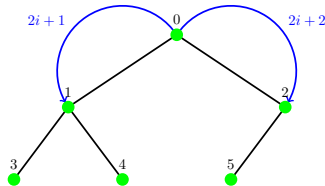


Figure – Arbre binaire complet.

- ▶ la priorité d'un noeud est l'ordonnée à laquelle se déclenche l'événement associé,
- ▶ priorité du noeud parent supérieure à celle des fils,

Théorème

Fonctions de manipulation :

- ▶ insertion : $O(\log(n))$,
- ▶ extraction de la racine : $O(\log(n))$.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

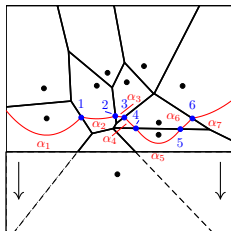
Extraction

Plus court chemin

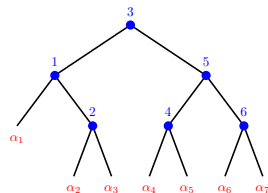
Résultats

Conclusion

On utilise un arbre binaire équilibré :



(a) Ligne de front.



(b) Représentation en arbre.

- ▶ l'étiquette d'un noeud est ses coordonnées (x, y) ,
- ▶ à gauche (resp. droite) d'un noeud (x, y) figurent les éléments de la ligne de front à gauche (resp. droite) du point (x, y) .

Théorème

Fonctions de manipulation :

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

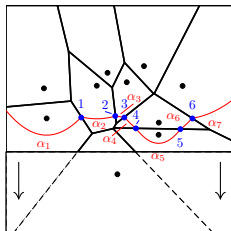
Extraction

Plus court chemin

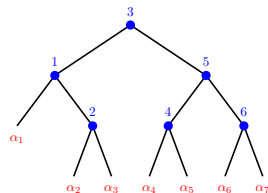
Résultats

Conclusion

On utilise un arbre binaire équilibré :



(a) Ligne de front.



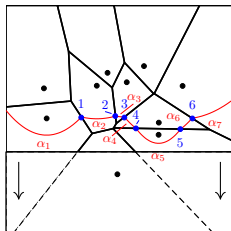
(b) Représentation en arbre.

- l'étiquette d'un **noeud** est ses coordonnées (x, y) ,
- à gauche (resp. droite) d'un noeud (x, y) figurent les éléments de la ligne de front à gauche (resp. droite) du point (x, y) .

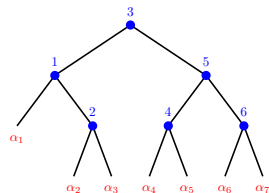
Théorème

Fonctions de manipulation :

On utilise un arbre binaire équilibré :



(a) Ligne de front.



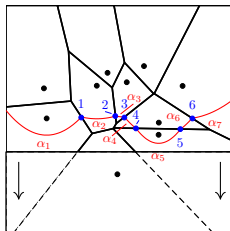
(b) Représentation en arbre.

- ▶ l'étiquette d'un **noeud** est ses coordonnées (x, y) ,
- ▶ à gauche (resp. droite) d'un noeud (x, y) figurent les éléments de la ligne de front à gauche (resp. droite) du point (x, y) .

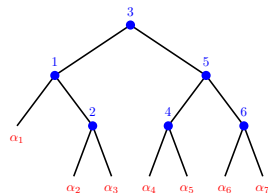
Théorème

Fonctions de manipulation :

On utilise un arbre binaire équilibré :



(a) Ligne de front.



(b) Représentation en arbre.

- ▶ l'étiquette d'un **noeud** est ses coordonnées (x, y) ,
- ▶ à gauche (resp. droite) d'un noeud (x, y) figurent les éléments de la ligne de front à gauche (resp. droite) du point (x, y) .

Théorème

Fonctions de manipulation :

- ▶ insertion/suppression : $O(\log(n))$,
- ▶ recherche : $O(\log(n))$,
- ▶ ré-équilibrage : $O(\log(n))$.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Complexité de la construction des zones

Pour n groupes de points :

- ▶ spatiale : $O(n)$,
- ▶ temporelle : $O(n \log(n))$.

- ▶ Le programme construit et affiche automatiquement les zones :



- ▶ Construire les zones de proximité : ✓.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

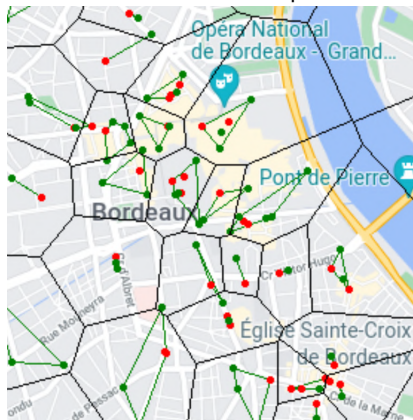
Conclusion

Complexité de la construction des zones

Pour n groupes de points :

- ▶ spatiale : $O(n)$,
- ▶ temporelle : $O(n \log(n))$.

- ▶ Le programme construit et affiche automatiquement les zones :



- ▶ Construire les zones de proximité : ✓.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

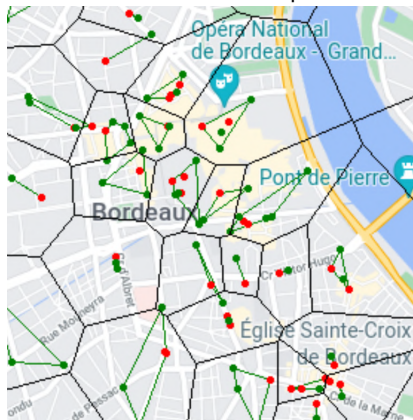
Conclusion

Complexité de la construction des zones

Pour n groupes de points :

- ▶ spatiale : $O(n)$,
- ▶ temporelle : $O(n \log(n))$.

- ▶ Le programme construit et affiche automatiquement les zones :



- ▶ Construire les zones de proximité : ✓.

Utilisation de la base de données du site « *Open Street Map* ».

C'est un fichier *xml* (de 200 Mo) :

► Les noeuds :

```
<node id="28315567" lat="44.8464453" lon="-0.5700487"/>
```

► Les routes :

```
<way id="79402510">
  <nd ref="926763722"/>
  [...]
  <nd ref="8531411025"/>
  <tag k="highway" v="service"/>
</way>
```

- extraire les routes et leurs noeuds,
- les sauvegarder dans deux fichiers :

Nom	<i>routes.json</i>	<i>noeuds.json</i>
Taille (Mo)	0,85	1,8

Utilisation de la base de données du site « *Open Street Map* ».
C'est un fichier *xml* (de 200 Mo) :

► Les noeuds :

```
<node id="28315567" lat="44.8464453" lon="-0.5700487"/>
```

► Les routes :

```
<way id="79402510">
  <nd ref="926763722"/>
  [...]
  <nd ref="8531411025"/>
  <tag k="highway" v="service"/>
</way>
```

- extraire les routes et leurs noeuds,
- les sauvegarder dans deux fichiers :

Nom	<i>routes.json</i>	<i>noeuds.json</i>
Taille (Mo)	0,85	1,8

Utilisation de la base de données du site « *Open Street Map* ».
C'est un fichier *xml* (de 200 Mo) :

► Les noeuds :

```
<node id="28315567" lat="44.8464453" lon="-0.5700487"/>
```

► Les routes :

```
<way id="79402510">
  <nd ref="926763722"/>
  [...]
  <nd ref="8531411025"/>
  <tag k="highway" v="service"/>
</way>
```

- extraire les routes et leurs noeuds,
- les sauvegarder dans deux fichiers :

Nom	<i>routes.json</i>	<i>noeuds.json</i>
Taille (Mo)	0,85	1,8

Utilisation de la base de données du site « *Open Street Map* ».
C'est un fichier *xml* (de 200 Mo) :

► Les noeuds :

```
<node id="28315567" lat="44.8464453" lon="-0.5700487"/>
```

► Les routes :

```
<way id="79402510">
  <nd ref="926763722"/>
  [...]
  <nd ref="8531411025"/>
  <tag k="highway" v="service"/>
</way>
```

- extraire les routes et leurs noeuds,
- les sauvegarder dans deux fichiers :

Nom	<i>routes.json</i>	<i>noeuds.json</i>
Taille (Mo)	0,85	1,8

Utilisation de la base de données du site « *Open Street Map* ».
C'est un fichier *xml* (de 200 Mo) :

► Les noeuds :

```
<node id="28315567" lat="44.8464453" lon="-0.5700487"/>
```

► Les routes :

```
<way id="79402510">
  <nd ref="926763722"/>
  [...]
  <nd ref="8531411025"/>
  <tag k="highway" v="service"/>
</way>
```

► extraire les routes et leurs noeuds,

► les sauvegarder dans deux fichiers :

Nom	<i>routes.json</i>	<i>noeuds.json</i>
Taille (Mo)	0,85	1,8

Utilisation de la base de données du site « *Open Street Map* ».
C'est un fichier *xml* (de 200 Mo) :

► Les noeuds :

```
<node id="28315567" lat="44.8464453" lon="-0.5700487"/>
```

► Les routes :

```
<way id="79402510">
  <nd ref="926763722"/>
  [...]
  <nd ref="8531411025"/>
  <tag k="highway" v="service"/>
</way>
```

- extraire les routes et leurs noeuds,
- les sauvegarder dans deux fichiers :

Nom	<i>routes.json</i>	<i>noeuds.json</i>
Taille (Mo)	0,85	1,8

- Construire un graphe non-orienté & pondéré :

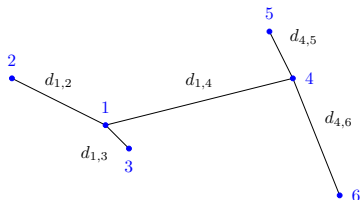


Figure – Graphe non-orienté pondéré

- Un graphe sous forme de dictionnaire Python :

```
{"15811": {"20013" : 16.49872, [...], "16818" : 24.41298}, [...]}
```

- Sauvegarder le graphe :

Nom	<i>graphe.json</i>
Taille (Mo)	2,9

- Construire un graphe non-orienté & pondéré :

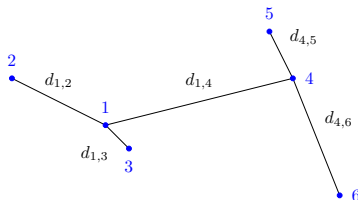


Figure – Graphe non-orienté pondéré

- Un graphe sous forme de dictionnaire Python :

```
{"15811": {"20013": 16.49872, [...], "16818": 24.41298}, [...]}
```

- Sauvegarder le graphe :

Nom	<i>graphe.json</i>
Taille (Mo)	2,9

- Construire un graphe non-orienté & pondéré :

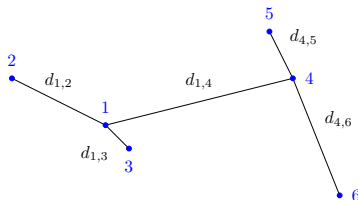


Figure – Graphe non-orienté pondéré

- Un graphe sous forme de dictionnaire Python :

```
{ "15811": { "20013" : 16.49872, [...], "16818" : 24.41298}, [...] }
```

- Sauvegarder le graphe :

Nom	<i>graphe.json</i>
Taille (Mo)	2,9

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Voici un zoom d'une partie de la carte :

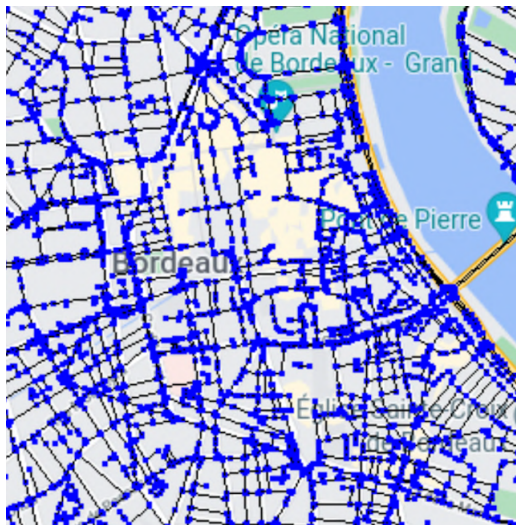


Figure – Légende : sommets ● et arêtes —.

Contrainte

Adapter les arêtes du diagramme de Voronoï aux routes.

Stratégie :

- ▶ sommet du diagramme de Voronoï \rightarrow sommet du graphe (arbres 2-D !),
- ▶ pour chaque arête \rightarrow plus court chemin (dans le graphe).



(a) Avant étape 1.



(b) Après étape 1.

Contrainte

Adapter les arêtes du diagramme de Voronoï aux routes.

Stratégie :

- ▶ sommet du diagramme de Voronoï \rightarrow sommet du graphe (arbres 2-D!),
- ▶ pour chaque arête \rightarrow plus court chemin (dans le graphe).



(a) Avant étape 1.



(b) Après étape 1.

Contrainte

Adapter les arêtes du diagramme de Voronoï aux routes.

Stratégie :

- ▶ sommet du diagramme de Voronoï \rightarrow sommet du graphe (arbres 2-D !),
- ▶ pour chaque arête \rightarrow plus court chemin (dans le graphe).



(a) Avant étape 1.



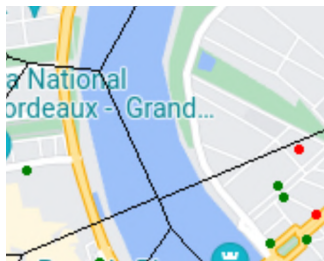
(b) Après étape 1.

Contrainte

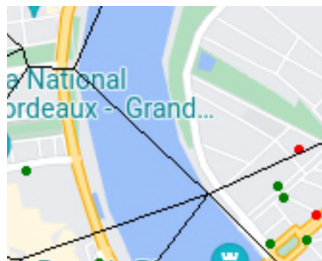
Adapter les arêtes du diagramme de Voronoï aux routes.

Stratégie :

- ▶ sommet du diagramme de Voronoï \rightarrow sommet du graphe (arbres 2-D !),
- ▶ pour chaque arête \rightarrow plus court chemin (dans le graphe).



(a) Avant étape 1.



(b) Après étape 1.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

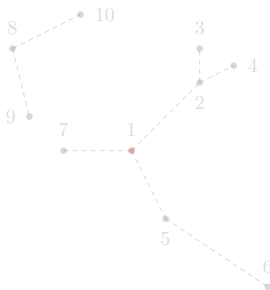
Conclusion

Attention !

La graphe n'est pas connexe !

Extraction des composantes connexes :

- ▶ prendre un sommet s ,
- ▶ parcourir en profondeur le graphe depuis s ,
- ▶ recommencer si besoin.



- ▶ Ne garder que la plus *grosse* composante connexe (≈ 46000 sommets).

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

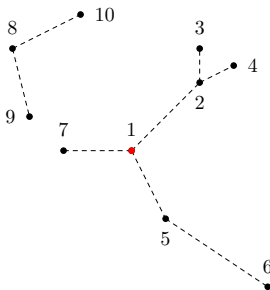
Conclusion

Attention !

La graphe n'est pas connexe !

Extraction des composantes connexes :

- ▶ prendre un sommet s ,
- ▶ parcourir en profondeur le graphe depuis s ,
- ▶ recommencer si besoin.



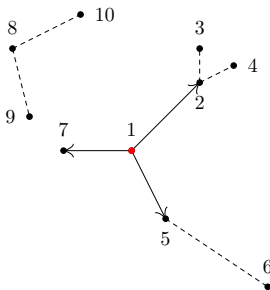
- ▶ Ne garder que la plus *grosse* composante connexe (≈ 46000 sommets).

Attention !

La graphe n'est pas connexe !

Extraction des composantes connexes :

- ▶ prendre un sommet s ,
- ▶ parcourir en profondeur le graphe depuis s ,
- ▶ recommencer si besoin.



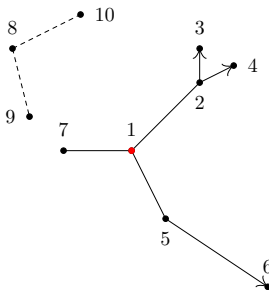
- ▶ Ne garder que la plus *grosse* composante connexe (≈ 46000 sommets).

Attention !

La graphe n'est pas connexe !

Extraction des composantes connexes :

- ▶ prendre un sommet s ,
- ▶ parcourir en profondeur le graphe depuis s ,
- ▶ recommencer si besoin.



- ▶ Ne garder que la plus *grosse* composante connexe (≈ 46000 sommets).

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

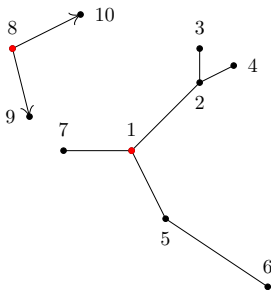
Conclusion

Attention !

La graphe n'est pas connexe !

Extraction des composantes connexes :

- ▶ prendre un sommet s ,
- ▶ parcourir en profondeur le graphe depuis s ,
- ▶ recommencer si besoin.



- ▶ Ne garder que la plus *grosse* composante connexe (≈ 46000 sommets).

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

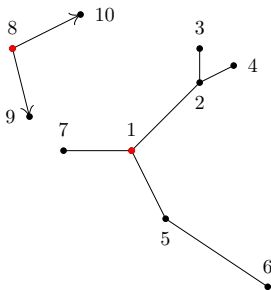
Conclusion

Attention !

La graphe n'est pas connexe !

Extraction des composantes connexes :

- ▶ prendre un sommet s ,
- ▶ parcourir en profondeur le graphe depuis s ,
- ▶ recommencer si besoin.



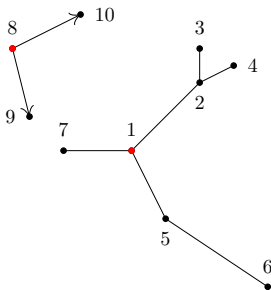
- ▶ Ne garder que la plus *grosse* composante connexe (≈ 46000 sommets).

Attention !

La graphe n'est pas connexe !

Extraction des composantes connexes :

- ▶ prendre un sommet s ,
- ▶ parcourir en profondeur le graphe depuis s ,
- ▶ recommencer si besoin.



- ▶ Ne garder que la plus *grosse* composante connexe (≈ 46000 sommets).

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

- recherche de plus court chemin avec l'algorithme de Dijkstra,
- pour $G = (S, A)$ graphe connexe, on fixe $s \in S$,
- $\forall s' \in S \setminus \{s\}$, trouver un plus court chemin de s à s' .

Complexité

Pour s sommets et a arêtes :

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k -voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

- recherche de plus court chemin avec l'algorithme de Dijkstra,
- pour $G = (S, A)$ graphe connexe, on fixe $s \in S$,
- $\forall s' \in S \setminus \{s\}$, trouver un plus court chemin de s à s' .

Complexité

Pour s sommets et a arêtes :

- ▶ recherche de plus court chemin avec l'algorithme de Dijkstra,
- ▶ pour $G = (S, A)$ graphe connexe, on fixe $s \in S$,
- ▶ $\forall s' \in S \setminus \{s\}$, trouver un plus court chemin de s à s' .

Complexité

Pour s sommets et a arêtes :

- ▶ recherche de plus court chemin avec l'algorithme de Dijkstra,
- ▶ pour $G = (S, A)$ graphe connexe, on fixe $s \in S$,
- ▶ $\forall s' \in S \setminus \{s\}$, trouver un plus court chemin de s à s' .

Complexité

Pour s sommets et a arêtes :

- ▶ spatiale : $O(s)$.
- ▶ temporelle : $O((s + a) \log(s))$,

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

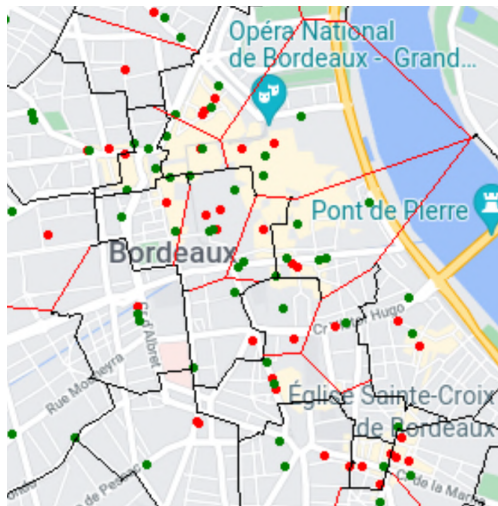
Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Le programme construit et affiche automatiquement les nouvelles zones :



- ▶ en noir : les arêtes ajustées aux routes,
- ▶ en rouge : celles dont un plus court chemin excède de 1,5 fois la distance à vol d'oiseau.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

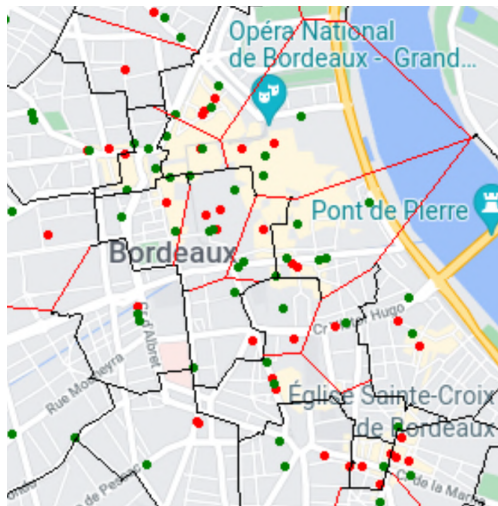
Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Le programme construit et affiche automatiquement les nouvelles zones :



- ▶ en noir : les arêtes ajustées aux routes,
- ▶ en rouge : celles dont un plus court chemin excède de 1,5 fois la distance à vol d'oiseau.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

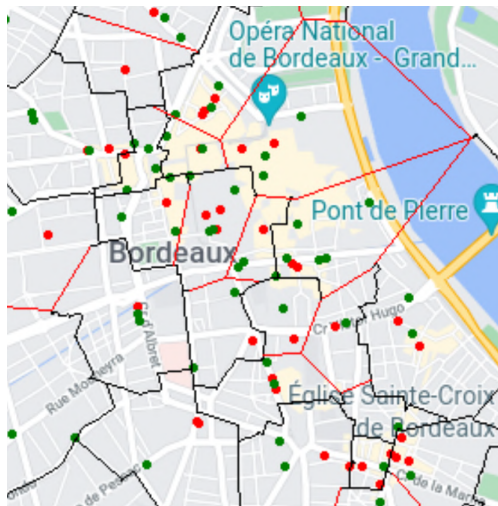
Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Le programme construit et affiche automatiquement les nouvelles zones :



- ▶ en noir : les arêtes ajustées aux routes,
- ▶ en rouge : celles dont un plus court chemin excède de 1,5 fois la distance à vol d'oiseau.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Problématique

Comment parvenir à un découpage *satisfaisant* ?

Réponse

- ▶ diagramme de Voronoï → idéal pour le critère de proximité,
- ▶ ajuster le tracé → perd légèrement quelques propriétés.

Confinement
localisé du
centre-ville de
Bordeaux

FRADIN
Adrien,
n° 14560

Introduction

Regroupement
des magasins

Extraction

k-voisins

Résultats

Construction
des zones

Voronoi

Algorithme

Résultats

Adapter les
zones aux
routes

Extraction

Plus court chemin

Résultats

Conclusion

Problématique

Comment parvenir à un découpage *satisfaisant* ?

Réponse

- ▶ diagramme de Voronoï → idéal pour le critère de proximité,
- ▶ ajuster le tracé → perd légèrement quelques propriétés.