Documentación NLSE-solver

Lucas Gutierrez

Septiembre 11, 2023

Este código resuelve de forma numérica la ecuación de Schrödinger no lineal usando el Interaction Picture. Este consiste en tomar el siguiente cambio de variable

$$B(\omega) = e^{-\hat{D}(\omega)z} A(\omega), \tag{1}$$

donde $A(\omega)$ es la transformada de la envolvente compleja del pulso, y $\hat{D}(\omega)$ es la transformada del operador de dispersión $D(T) = \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\beta^{(m)}}{m!} \left(i\partial_{T}\right)^{m}$. De esta manera, la ecuación diferencial a resolver será

$$\frac{dB(\omega)}{dz} = e^{-\hat{D}(\omega)z} \hat{N}(B(\omega)), \tag{2}$$

con $\hat{N}(\omega)$ el operador no-lineal expresado en frecuencia. Para resolver esta ecuación se utiliza la función solve_ivp de scipy. Dependiendo el tipo de ecuación que se utilice (NLSE, GNLSE, pcNLSE, pcGNLSE) solo se cambia la forma del operador no-lineal cuando se define la ecuación diferencial a resolver.

Para simular se utilizan los siguientes códigos

- commonfunc.py: Contiene las funciones comunes utilizadas por los otros códigos. Entre ellas, se define correctamente a las transformadas y se tienen funciones para simular pulsos super-gaussianos y solitones. Contiene las clases Fibra y Sim, en las cuales se guardan los parámetros del sistema (parámetros físicos en Fibra, y parámetros de simulación en Sim)
- plotter.py: Contiene funciones para graficar las soluciones. La función plotinst plotea el pulso y espectro al inicio y al final de la propagación. plotcmap plotea un mapa de colores con la evolución del pulso y el espectro.
- solvegnlse.py: Utiliza solve_ivp para el siguiente operador no lineal

$$\hat{N}(T) = i \left(\gamma(\omega_0) + i \gamma_1 \frac{\partial}{\partial T} \right) \left(A(T) \int_0^\infty R(t') |A(T - t')|^2 dt' \right)$$

La función principal es SolveNLS, la cual toma como parámetros a un objeto Sim, Fibra y el pulso inicial. A su vez tiene un parámetro raman = True/False. Si False, resuelve usando la aproximación de pulso ancho (Agrawal pág. 39). A esta función se le puede pasar un valor zlocs = int, en el que se indica en cuantos puntos entre 0 y L se quiere la solución. Si no se le indica este valor, el código elige las posiciones automáticamente.

• solvepcnlse.py: Utiliza solve_ivp para el siguiente operador no lineal

$$\hat{N}(\omega) = i\bar{\gamma}(\omega)\mathcal{F}\left(C^*G^2\right) + i\bar{\gamma}^*(\omega)\mathcal{F}\left(C^2G^*\right),\,$$

 $\cos \bar{\gamma}(\omega) = \frac{1}{2} \left(\gamma(\omega) \times (\omega + \omega_0)^3 \right)^{1/4}, \ G_\omega = \left(\gamma(\omega)/(\omega + \omega_0) \right)^{1/4} A_\omega \ , \ C_\omega = [(\gamma(\omega)/(\omega + \omega_0))^{1/4}]^* A_\omega. \ \text{La función Solve_pcNLSE toma los mismos parámetros que SolveNLS.}$

• solvepcGNLSE.py: Utiliza solve_ivp para el siguiente operador no lineal

$$\hat{N}(\omega) = i\bar{\gamma}(\omega)\mathcal{F}\left(C^*G^2\right) + i\bar{\gamma}^*(\omega)\mathcal{F}\left(C^2G^*\right) + if_R\bar{\gamma}^*(\omega)\mathcal{F}\left(B\int_0^\infty h_R(\tau)|B(t-\tau)|^2d\tau - B|B|^2\right).$$

La función principal Solve_pcGNLSE utiliza los mismos parámetros que Solve_NLS.

Al utilizar las funciones SolveNLS, Solve_pcNLSE y Solve_pcGNLSE, luego de resolver el código devuelve un vector zlocs con las posiciones donde se obtuvo la solución, y las matrices A_W y A_T , las cuales contienen la solución para toda posición en zlocs.

A la función solve_ivp se le puede determinar la tolerancia absoluta y relativa al buscar la solución. Estos son los parámetros rtol y atol que se encuentran definidos en la funciones principales. A bajas tolerancias el código es más rápido, pero mas impreciso.

Como usar

Los parámetros necesarios para simular se introducen en los objetos definidos por las siguientes clases

```
Clases
class Sim:
    def __init__(self, puntos, Tmax):
       self.puntos = puntos
                                      #Número de puntos sobre el cual tomar el tiempo
       self.Tmax
                  = Tmax
       self.paso_t = 2.0*Tmax/puntos
        self.tiempo = np.arange(-puntos/2,puntos/2)*self.paso_t
        self.dW
                  = np.pi/Tmax
        self.freq
                  = fftshift( np.pi * np.arange(-puntos/2,puntos/2) / Tmax )/(2*np.pi)
class Fibra:
   def __init__(self,L,beta2, beta3, gamma, gamma1, alpha, lambda0, TR=3e-3, fR=0.18, betas=0):
       self.L = L
                      #Longitud de la fibra
       self.beta2 = beta2  #beta_2 de la fibra, para calcular GVD
       self.beta3 = beta3  #beta_3 de la fibra, para calcular TOD
       self.betas = betas #Vector con los coeficientes beta, si != 0, sobrescribe a los otros
       self.gamma = gamma #gamma de la fibra, para calcular SPM
        self.gamma1= gamma1 #gamma1 de la fibra, para self-steepening
        self.alpha = alpha #alpha de la fibra, atenuación
                  = TR
                           #TR de la fibra, para calcular Raman
       self.TR
       self.fR
                  = fR
                           #fR de la fibra, para calcular Raman (y self-steepening)
        self.lambda0 = lambda0 #Longitud de onda central
       self.omega0 = 2*np.pi* 299792458 * (1e9)/(1e12) /lambda0 #Frecuencia (angular) central
        if self.beta3 != 0:
            self.w_zdw = -self.beta2/self.beta3 + self.omega0
            self.zdw = 2*np.pi* 299792458 * (1e9)/(1e12) / self.w_zdw
        else:
            self.w_zdw = None
           self.zdw = None
        if self.gamma1 != 0:
           self.w_znw = -self.gamma/self.gamma1 + self.omega0
           self.znw = 2*np.pi* 299792458 * (1e9)/(1e12) /self.w_znw
        else:
            self.w_znw = None
           self.znw
                     = None
```

Las unidades utilizadas son las siguientes

- [Distancia] = m
- [Potencia] = W
- [Tiempo] = ps
- [Frecuencia] = THz

De esta manera, las unidades en las cuales se expresan los parámetros del sistema son

- $[\beta_2] = \frac{ps^2}{m}$
- $[\beta_3] = \frac{ps^3}{m}$ $[\alpha] = \frac{1}{m}$
- $[\gamma_0] = \frac{1}{Wm}$
- [L] = m
- $[\tau_1], [\tau_2], [T_R] = ps$

A continuación se encuentra un ejemplo particular de como utilizar el código.

Ejemplo GNLSE

```
import numpy as np
from solvers.solvegnlse import SolveNLS
from common.commonfunc import SuperGauss, Soliton, Sim, Fibra, Pot, fftshift, FT, IFT
from common.plotter import plotinst, plotcmap, plt
#Parametros para la simulación
N = int(2**14) #puntos
Tmax = 70 #ps
c = 299792458 * (1e9)/(1e12) #Vel. luz: nm/ps
                              #Longitud de onda central: nm
lambda0 = 1550
omega0 = 2*np.pi*c/lambda0
#Parametros para la fibra
L = 400
                               #Lfib: m
b2 = -20e-3
                              #Beta2: ps^2/m
b3 = 0
                              #Beta3: ps^3/m
gam = 1.4e-3
                               #Gamma: 1/Wm
gam1 = gam/omega0*0
                               #Gamma1: 0
alph = 0
                               #alpha: 1/m
TR = 3e-3*0
                               #TR: fs
                               #fR: adimensional (0.18)
fR = 0.18*1
#Parámetros pulso gaussiano:
amp = 1
                              \#Amplitud: sqrt(W), Po = amp**2
ancho = .4
                               #Ancho TO: ps
                               #Offset: ps
offset = 0
chirp = 0
                               #Chirp: 1/m
orden = 1
                               #Orden
#Cargo objetos con los parámetros:
sim = Sim(N, Tmax)
fibra = Fibra(L, b2, b3, gam, gam1, alph, lambda0, TR, fR)
#Calculamos el pulso inicial
#Supergaussiano:
pulso = SuperGauss(sim.tiempo, amp, ancho, offset, chirp, orden)
soliton = Soliton(sim.tiempo, ancho, fibra.beta2, fibra.gamma, orden = 1)
#----Corriendo la simulación-----
zlocs, AW, AT = SolveNLS(sim, fibra, soliton, raman=True, z_locs=100)
#-----Plots-----
plotinst(sim, fibra, AT, AW, Wlim=[-1,1], Tlim=[-7,7])
plotcmap(sim, fibra, zlocs, AT, AW, Wlim=[-1,1], Tlim=[-7,7])
```

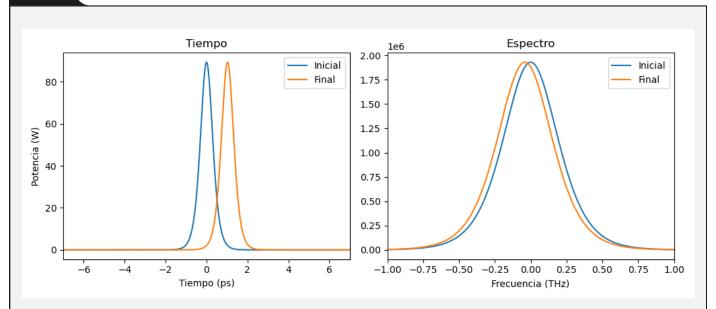


Figure 1: Pulso y espectro inicial vs final, resultado de la función plotinst

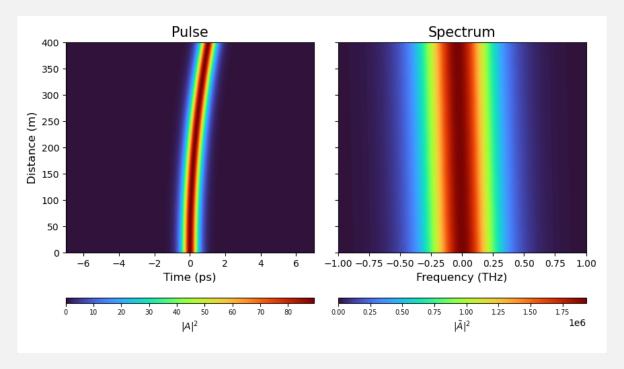
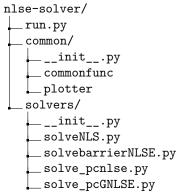


Figure 2: Mapa de colores con la evolución del pulso y espectro, resultado de la función plotevol

Las distintas funciones necesarias para simular estan escritas en distintos códigos .py. Para ello es necesario importarlas correctamente. El código funciona con "imports relativos", y para eso el directorio base de python que estemos usando es importante.

La estructura de las carpetas es



Para correr correctamente el código, nuestro run.py debe estar en la carpeta pariente nlse-solver/. Este archivo puede estar en una subcarpeta, siempre y cuando se le detalle a python que se está trabajando en nlse-solver/

Funciones

commonfunc.py

En primer lugar se redefinen las transformadas para seguir la convención correcta. Esto implica definir a nuestra transformada de fourier (FT) como la antitransformada de scipy.fftpack, multiplicada por un factor de normalización. Viceversa para nuestra antitransformada (IFT).

#FFT siguiendo la convención -iw def FT(pulso): return ifft(pulso) * len(pulso) #IFFT siguiendo la convención -iw def IFT(espectro): return fft(espectro) / len(espectro) #Pasamos de array tiempo a array frecuencia (obsoleto) def t_a_freq(t_o_freq): return fftfreq(len(t_o_freq) , d = t_o_freq[1] - t_o_freq[0])

Se tienen las funciones para pulsos super-gaussianos, y solitones. Se permite variar el chirp, offset y orden del super-gaussiano, así como el orden del solitón. A su vez se tiene la función TwoPulse, con la cual se pueden simular dos pulsos que viajen a velocidades de grupo diferentes.

Pulsos

```
#Defino función para una super gaussiana
def SuperGauss(t,amplitud,ancho,offset,chirp,orden):
   return amplitud*np.exp(- (1+1j*chirp)/2*((t-offset)/(ancho))**(2*np.floor(orden)))*(1+0j)
#Solitón con función Sech
def Soliton(t, ancho, b2, gamma, orden):
    return orden * np.sqrt( np.abs(b2)/(gamma * ancho**2) ) * (1/ np.cosh(t / ancho) )
#Esquema para colisión de pulsos
# pulse = "s", solo signal, "p" solo pump, "sp" ambos.
def Two_Pulse(T, amp1, amp2, ancho1, ancho2, offset1, offset2, nu, pulses):
   t_1 = T/ancho1
   t_2 = T/ancho2
   np.seterr(over='ignore') #Silenciamos avisos de overflow (1/inf = 0 para estos casos)
         = np.sqrt(amp1)*(1/np.cosh(t_1))
   signal = np.sqrt(amp2)*(1/np.cosh(t_2 + offset2/ancho2))*np.exp(-2j*np.pi*nu*T)
   np.seterr(over='warn') #Reactivamos avisos de overflow.
   pulse_dict = {"s": signal, "p": pump, "sp": pump + signal}
    if pulses not in pulse dict:
       raise ValueError(f"Tipo de pulso no valido: {pulses}. Los tipos son: 's', 'p', 'sp'.")
   return pulse_dict.get(pulses)
```

Se tienen funciones auxiliares que permiten calcular la potencia, energía, número de fotones, chirp y el corrimiento en frecuencia. A su vez se encuentra la función Adapt_Vector que adapta al array de frecuencia y a AW para poder graficar en longitud de onda.

Auxiliares

```
def Pot(pulso):
   return np.abs(pulso)**2
def Energia(t_o_freq, señal):
   return np.trapz(Pot(señal), t_o_freq)
def num_fotones(freq, espectro, w0):
   return np.sum( np.abs(espectro)**2 / (freq + w0) )
def find_chirp(t, señal):
   fase = np.unwrap( np.angle(señal) ) #Angle busca la fase, Unwrap la extiende de [0,2pi) a
    \hookrightarrow todos los reales.
   df = np.diff( fase, prepend = fase[0] - (fase[1] - fase[0] ),axis=0)
   dt = np.diff(t, prepend = t[0] - (t[1] - t[0]),axis=0)
   chirp = -df/dt
   return chirp
def find_shift(zlocs, freq, A_wr):
   peaks = np.zeros( len(zlocs), dtype=int )
   dw = np.copy(peaks)
   for index_z in range( len(zlocs) ):
       peaks[index_z] = np.argmax( Pot( fftshift(A_wr[index_z]) ) )
   dw = fftshift(2*np.pi*freq)[peaks]
   return dw
def Adapt_Vector(freq, omega0, Aw):
   lambda_vec = 299792458 * (1e9)/(1e12) / (freq + omega0/(2*np.pi))
    sort_indices = lambda_vec.argsort()
    lambda_vec_ordered = lambda_vec[sort_indices]
    #Esto es para identificar los distintos tipos de arrays con los que trabajamos
    if Aw.ndim == 1:
        if Aw.dtype == object: # Aw es un array de objetos
           Alam = np.array([aw[sort_indices] for aw in Aw])
        else: # Aw es un array 1D
           Alam = Aw[sort_indices]
    elif Aw.ndim == 2: # Aw es un array 2D (El estandar)
       Alam = Aw[:, sort_indices]
   else:
       raise ValueError("AW debe ser un array 1D o 2D")
    return lambda_vec_ordered, Alam
```

Se tienen funciones de guardado y cargado. saver guarda los arrays 2d AW y AT, junto a un diccionario metadata con toda la información sobre la simulación. Genera dos archivos, uno llamado filename-data.txt, el cual guarda en formato pickle, y un archivo filename-param.txt desde el cual se pueden leer los parametros de la simulación.

La función loader carga los arrays, y si se elige resim = True, también devuelve los objetos sim y fibra ya cargados con los parámetros de la simulación.

Guardado y cargado

```
# Guardado (BAJO PRUEBA!)
def saver(AW, AT, sim:Sim, fib:Fibra, filename, other_par = None):
    # Guardando los parametros de simulación y de la fibra en un diccionario.
   metadata = {'Sim': sim.__dict__, 'Fibra': fib.__dict__} #sim.__dict__ = {'puntos'=N,
    \hookrightarrow 'Tmax'=70, ...}
    # Guardando los datos en filename-data.txt con pickle para cargar después.
   with open(f"{filename}-data.txt", 'wb') as f:
       pickle.dump((AW, AT, metadata), f)
    # Guardar parametros filename-param.txt para leer directamente.
    with open(f"{filename}-param.txt", 'w') as f:
       f.write('-----\n')
       f.write(f'{datetime.datetime.now().strftime("%d-%m-%Y %H:%M:%S")}\n\n')
       for class_name, class_attrs in metadata.items():
            f.write(f'\n-{class_name}:\n\n')
            for attr, value in class_attrs.items():
               f.write(f'{attr} = {value}\n')
        if other_par:
            f.write("\n\n-Other Parameters:\n\n")
            if isinstance(other_par, str):
                f.write(f'{other_par}\n')
            else:
               for i in other_par:
                    f.write(f'{str(i)}\n')
# Cargando datos
def loader(filename, resim = None):
   with open(f"{filename}-data.txt", 'rb') as f:
       AW, AT, metadata = pickle.load(f)
    if resim:
       sim, fibra = ReSim(metadata)
       return AW, AT, sim, fibra
    else:
       return AW, AT, metadata
# Cargando metadata en las clases
# Devuelve objetos sim: Sim and fib: Fibra objects, ya cargados con los parámetros.
def ReSim(metadata):
    # Load the saved parameters in metadata to the Sim and Fibra classes, returning sim and fibra
    \hookrightarrow objects.
   sim = Sim(**metadata['Sim'])
   fibra = Fibra(**metadata['Fibra'])
   return sim, fibra
```

plotter.py

La función plotinst grafica el pulso/espectro inicial y final. En conjunto con dar el objeto Sim, Aw y At, se pueden aclarar los límites del gráfico con Tlim = [tmin,tmax] y Wlim = [wmin,wmax]. En conjunto se puede aclarar save = string, con lo cual se guardará el gráfico con el nombre elegido. Si dB = True, se toma al espectro en escala logarítmica. zeros = True permite ver los ceros de dispersión y no linealidad, wavelength=True devuelve el output en longitud de onda. Aclarando end = int, se obtiene la salida en algún otro punto.

plotinst

```
def plotinst(sim:Sim, fib:Fibra, AT, AW, Tlim=None, Wlim=None, Ylim=None, wavelength=False,

    zeros=None, save=None, dB=None, noshow=None, end=-1):

    #Ploteamos el pulso y espectro inicial y final:
    fig, (ax1,ax2) = plt.subplots(1,2,figsize=(10,4))
    #----pulso----
    ax1.plot( sim.tiempo, Pot(AT[0]), label="Inicial" )
    end = int(end)
    ax1.plot( sim.tiempo, Pot(AT[end]), label="Final" )
    if Tlim:
        ax1.set_xlim(Tlim)
   ax1.set_title("Tiempo")
   ax1.set_xlabel("Tiempo (ps)")
   ax1.set_ylabel("Potencia (W)")
   ax1.legend(loc="best")
    #---espectro--- Cuidado:
    if wavelength:
        lambda_vec, Alam = Adapt_Vector(sim.freq, fib.omega0, AW)
        x = lambda_vec
        y_1 = Pot(Alam[0])
       y_2 = Pot(Alam[end])
    else:
        ax2.set_title("Espectro")
        ax2.set_xlabel("Frecuencia (THz)")
        x = fftshift( sim.freq )
        y_1 = Pot(fftshift(AW[0]))
        y_2 = Pot( fftshift(AW[end]) )
   ax2.plot( x, y_1, label="Inicial")
    ax2.plot( x, y_2 , label="Final")
    if Wlim:
        ax2.set_xlim(Wlim)
    if Ylim:
        ax1.set_ylim(Ylim)
        ax2.set_ylim(Ylim)
        freq zdw = (fib.omega0 - fib.w zdw)/(2*np.pi)
        freq_znw = (fib.omega0 - fib.w_znw)/(2*np.pi)
        if wavelength:
            ax2.axvline(x = fib.zdw, linestyle=":", color="gray", label="ZDW")
            ax2.axvline(x = fib.znw, linestyle="--", color="gray", label="ZNW")
            ax2.axvline(x = freq_zdw, linestyle="--", label="ZDW")
            ax2.axvline(x = freq_znw, linestyle="--", label="ZNW")
    ax2.legend(loc="best")
    if dB:
        ax1.set_yscale("log")
        ax2.set_yscale("log")
   plt.tight_layout()
    if save:
        plt.savefig(save, dpi=800)
    if noshow:
        plt.close()
    else:
        plt.show()
```

La función plotevol grafica la evolución del pulso y espectro con un mapa de colores. Tiene los mismos parámetros que plotinst. Código viejo, usar plotemap en su lugar!

plotevol

```
def plotevol(sim:Sim, fib:Fibra, zlocs, AT, AW, Tlim=None, Wlim=None, save=None, dB=None,
→ wavelength=False, noshow=None, cmap="turbo"):
   #Armamos la fig y los axes
   fig, (ax1,ax2) = plt.subplots(1,2,sharey=True,figsize=(8.76,5)) #ax1: Pulso, ax2: Espectro
    #Construimos los meshgrids para graficar
   T_d, ZT = np.meshgrid(sim.tiempo, zlocs*1e-3)
    if wavelength:
       lamvec, AW = Adapt_Vector(sim.freq, fib.omega0, AW)
       W_d, ZW = np.meshgrid(lamvec, zlocs*1e-3)
    else:
        W_d, ZW = np.meshgrid(2*np.pi*sim.freq, zlocs*1e-3)
   P_T = Pot(np.stack(AT)) #Usamos np.stack para convertir los vectores AT, AW, en matrices
   P_W = Pot(np.stack(AW))
   lvl_num = 250 #Numero de colores
    #----Plot pulso----
   if dB:
       min_exp = -8 #Exponente mínimo, para asignar colores donde espectro = 0
       min_draw = 1.000001 * 10.**min_exp #Si valor es menor a 10**min_exp, asignamos este valor
       P_T_m = np.where(P_T < 10.**min_exp, min_draw, P_T) #Nos armamos el P_T corregido
       levels = np.logspace(np.log10(P_T_m.min()), np.log10(P_T_m.max()), lvl_num)
        #Ver que onda sin el np.log10
       surf=ax1.contourf(T_d ,ZT , P_T_m , levels=levels, cmap=cmap,norm=LogNorm())
    else:
       surf=ax1.contourf(T_d, ZT, P_T, levels = lvl_num, cmap=cmap)
   ax1.set_xlabel('Time (ps)',size=12)
   ax1.set_ylabel('Distance (km)',size=12)
    if Tlim:
       ax1.set_xlim(Tlim)
   ax1.set_title("Pulse evolution",size=15)
    #----Plot espectro----
    cb2 = fig.colorbar(surf, ax=ax1, label="$|A|^2$", location = "bottom", aspect=50)
    cb2.ax.tick_params(labelsize=7)
    if dB:
       min_exp = -8
       min_draw = 1.000001 * 10.**min_exp
       P_W_m = np.where(P_W < 10.**min_exp, min_draw, P_W)
       levels = np.logspace(np.log10(P_W_m.min()), np.log10(P_W_m.max()), lvl_num)
       surf=ax2.contourf(W_d ,ZW , P_W , levels=levels, cmap=cmap, norm=LogNorm() )
       surf=ax2.contourf(W_d ,ZW , P_W ,levels=lvl_num, cmap=cmap, vmin=0, vmax=.5e7)
    if wavelength:
       ax2.set_xlabel("Wavelength (nm)",size=12)
       ax2.set_xlabel('Frequency (THz)',size=12)
    if Wlim:
       ax2.set_xlim(Wlim)
   ax2.set_title("Spectrum evolution",size=15)
    cb1 = fig.colorbar(surf, ax=ax2, label="$|A|^2$", location = "bottom", aspect=50)
    cb1.ax.tick_params(labelsize=7)
    ax2.set_facecolor('black')
   ax1.tick params(labelsize=10)
   ax2.tick_params(labelsize=10)
   plt.tight_layout()
   if save:
       plt.savefig(save, dpi=800)
   if noshow:
       plt.close()
    else:
       plt.show()
```

La función plotcmap grafica la evolución del pulso y el espectro con un mapa de colores. Tiene parámetros iguales a plotinst. El colorbar es interactivo, se puede arrastrar o expandir para cambiar la escala de colores dinámicamente.

plotcmap

```
#--Función requerida por "plotcmap", para cambiar los ticks a formato 10 x en escala dB--
def format_func(value, tick_number):
   return f'$10^{{{int(value/10)}}}$'
def plotcmap(sim:Sim, fib:Fibra, zlocs, AT, AW, wavelength=False, dB=False,
             legacy=False, vlims=[], cmap="turbo", Tlim=None, Wlim=None,
             zeros=False, save=None, noshow=False, plot_type="both"):
    #Labels y tamaños
    cbar_tick_size = 7
   tick_size = 10
   m_label_size = 12
   M_label_size = 15
    #Adaptamos los vectores viejos a matrices, de ser necesario
   if legacy:
       AT = np.stack(AT)
       AW = np.stack(AW)
    #Vectores de potencia, y listas "extent" para pasarle a imshow
   P T = Pot(AT)
   textent = [sim.tiempo[0], sim.tiempo[-1], zlocs[0], zlocs[-1]]
    #Aplicamos el fftshift al espectro, o transformamos a longitud de onda de requerirlo
    if wavelength:
        #Se tiene el problema de que el vector lambda/AL no son lineales con la freq
        #Conversión freq -> lambda, corrigiendo para que sea lineal
       lamvec, AL = Adapt_Vector(sim.freq, fib.omega0, AW)
        # Armamos un vector de lambdas lineal (lamvec es no lineal, ya que viene de la freq.)
       lamvec_lin = np.linspace(lamvec.min(), lamvec.max(), len(lamvec))
        # Interpolamos los datos a nuestra nueva "grilla" lineal
       AW = np.empty_like(AL)
       for i in range(AL.shape[0]):
            interp_func = interp1d(lamvec, AL[i, :], kind='next')
            AW[i, :] = interp_func(lamvec_lin)
       P W = Pot(AW)
       wextent = [lamvec_lin[0], lamvec_lin[-1], zlocs[0], zlocs[-1]]
    else:
       AW = fftshift(AW, axes=1)
       P W = Pot(AW)
       wextent = [fftshift(sim.freq)[0], fftshift(sim.freq)[-1], zlocs[0], zlocs[-1]]
    #Escala dB: Normalizada al máximo de la entrada
    if dB:
       P_T = 10*np.log10(P_T) - np.max(10*np.log10(P_T[0]))
       P_W = 10*np.log10(P_W) - np.max(10*np.log10(P_W[0]))
    #Limites del colorbar
    if vlims:
       vmin_t = vlims[0]
       vmax t = vlims[1]
       vmin_w = vlims[2]
       vmax_w = vlims[3]
       vmin_t = vmax_t = vmin_w = vmax_w = None
    #Ploteamos
    if plot_type == 'both':
       fig, (ax1,ax2) = plt.subplots(1,2,sharey=True,figsize=(8.76,5))
    elif plot_type == 'time':
```

```
fig, ax1 = plt.subplots(1,1,figsize=(6.5,5))
elif plot_type == 'freq':
    fig, ax2 = plt.subplots(1,1,figsize=(6.5,5))
else:
    raise ValueError(f"Invalid plot type: {plot_type}. Valid types are: 'time', 'freq',
#fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(1, 2, sharey=True, figsize=(8.76, 5))
#---Plot en tiempo---
if plot_type in ['time', 'both']:
    #Imshow 1
    im1 = ax1.imshow(P_T, cmap=cmap, aspect="auto", interpolation='bilinear', origin="lower",
                     extent=textent, vmin=vmin_t, vmax=vmax_t)
    ax1.tick_params(labelsize=tick_size)
    ax1.set_ylabel("Distance (m)", size=m_label_size)
    ax1.set_xlabel("Time (ps)", size=m_label_size)
    ax1.set_title("Pulse", size=M_label_size)
    #Colorbar 1: Es interactivo
    cbar1 = fig.colorbar(im1, ax=ax1, label='Normalized power (dB)' if dB else 'Power (W)',
    → location="bottom", aspect=50 )
    cbar1.ax.tick_params(labelsize=cbar_tick_size)
    if Tlim:
        ax1.set_xlim(Tlim)
#---Plot en espectro---
if plot_type in ['freq', 'both']:
    #Imshow 2
    im2 = ax2.imshow(P_W, cmap=cmap, aspect="auto", interpolation='bilinear', origin="lower",
                     extent=wextent, vmin=vmin_w, vmax=vmax_w)
    ax2.tick_params(labelsize=tick_size)
    ax2.set_title("Spectrum", size=M_label_size)
    #Colorbar 2
    cbar2 = fig.colorbar(im2, ax=ax2, label='PSD (a.u. dB)' if dB else "PSD (a.u.)",
    → location="bottom", aspect=50 )
    cbar2.ax.tick_params(labelsize=cbar_tick_size)
    if zeros:
        freq_zdw = (fib.omega0 - fib.w_zdw)/(2*np.pi)
        freq_znw = (fib.omega0 - fib.w_znw)/(2*np.pi)
        if wavelength:
            ax2.axvline(x = fib.zdw, linestyle="--", color="white", label="ZDW")
            ax2.axvline(x = fib.znw, linestyle="--", color="crimson", label="ZNW")
        else:
            ax2.axvline(x = freq_zdw, linestyle="--", label="ZDW")
            ax2.axvline(x = freq_znw, linestyle="--", label="ZNW")
        plt.legend(loc="best")
    if Wlim:
        ax2.set_xlim(Wlim)
    if wavelength:
        ax2.set_xlabel("Wavelength (nm)", size=m_label_size)
    else:
        ax2.set_xlabel("Frequency (THz)", size=m_label_size)
plt.tight_layout()
if save:
    plt.savefig(save, dpi=800)
if noshow:
   plt.close()
else:
    plt.show()
```

La función plotspecgram gráfica el espectrograma a la salida de la simulación. Usa los mismos parámetros que plotinst, pero solo se introduce el vector AT.

plotspecgram

```
def plotspecgram(sim:Sim, fib:Fibra, AT, Tlim=None, Wlim=None, end=-1, save=None, dB=None,

    zeros=None, cmap="turbo", noshow=None, dpi=800):

   AT = AT[end,:]
   plt.figure()
    \#x-axis limits
   xextent = [sim.tiempo[0], sim.tiempo[-1]]
   t_span = sim.tiempo[-1] - sim.tiempo[0]
    #Sampling rate
   t_sampling = len(sim.tiempo) / t_span
    #Colormap
   cmap = cmap
    #Escala del gráfico
   if dB:
       scale="dB"
   else:
       scale="linear"
   plt.specgram(AT,NFFT=700,noverlap=650,Fs=t_sampling,scale=scale,xextent=xextent,cmap=cmap)
   if zeros:
       if fib.w_zdw:
           freq_zdw = (fib.omega0 - fib.w_zdw)/(2*np.pi)
            plt.plot(xextent, [freq_zdw,freq_zdw], "--", linewidth=2, label="ZDW =

    "+str(round(fib.zdw))+" nm" )

        if fib.w_znw:
            freq_znw = (fib.omega0 - fib.w_znw)/(2*np.pi)
            plt.plot(xextent, [freq_znw,freq_znw], "--", linewidth=2, label="ZNW =

    "+str(round(fib.znw))+" nm"
)
        plt.legend(loc="best")
   plt.xlabel("Time (ps)")
   plt.ylabel("Frequency (THz)")
    #plt.xticks(fontsize=15)
    #plt.yticks(fontsize=15)
   plt.tight_layout()
   if Wlim:
       plt.xlim(Tlim)
   if Tlim:
       plt.ylim(Wlim)
    if save:
       plt.savefig(save, dpi=dpi)
   if noshow:
       plt.close()
   else:
       plt.show()
```

Las funciones plotenergia y plotfotones grafican estas cantidades en función de la distancia de propagación. A la segunda función hay que aclararle el valor de lambda0, sino toma por defecto como longitud de onda central a 1550 nm.

Plot energía y fotones

```
def plotenergia(sim:Sim, zlocs, AT, AW, save=None):
   energia_T = np.zeros( len(AT) )
   energia_F = np.zeros( len(AW) )
   for i in range(len(energia_F)):
        energia_T[i] = np.sum( np.abs(AT[i])**2 ) * sim.paso_t
        energia_F[i] = np.sum( np.abs(AW[i])**2 ) * sim.paso_t/len(AW[i])
   plt.plot(zlocs, energia_T)
   plt.plot(zlocs, energia_F)
   plt.title("Energía")
   plt.ylabel("E")
   plt.xlabel("z")
    if save:
       plt.savefig(save, dpi=800)
   plt.show()
def plotfotones(sim:Sim, zlocs, AW, lambda0 = 1550, save=None):
   c = 299792458 \# Velocidad de la luz en m/s
    omega0 = 2 * np.pi * c / (lambda0*1e-9) #Definimos la frecuencia central, pasando lamba0 a m
   fotones = np.zeros( len(zlocs) )
   for i in range(len(fotones)):
       fotones[i] = num_fotones(sim.freq, AW[i], w0=omega0)
   plt.plot(zlocs, fotones)
   plt.title("Fotones")
   plt.ylabel("N")
   plt.xlabel("z")
   plt.show()
```

solvegnlse.py

Primero se define la función Raman, que dado un array de tiempo T, y valores τ_1 , τ_2 y f_R , calcula la respuesta Raman en frecuencia $R(\omega)$. Para ello en el medio calcula la función $h_R(T)$, la normaliza y le hace una transformada.

```
def Raman(T, tau1=12.2e-3, tau2=32e-3, fR=0.18): #Agrawal pag.38: t1 = 12.2s fs, t2 = 32 fs
hR = np.zeros(len(T))
hR[T>=0] = (tau1**2+tau2**2)/(tau1*tau2**2) * np.exp(-T[T>=0]/tau2) * np.sin(T[T>=0]/tau1)

#Definimos el hR(T)
hR[T<0] = 0

hR = fftshift(hR) #Shifteamos para que la respuesta empiece al principio de la ventana temporal
hR = hR/np.sum(hR) #Normalizamos, tal que int(hR) = 1
hR_W = FT(hR) #Pasamos el hR_W a frecuencia

R_W = fR * hR_W + (1-fR)*np.ones(len(T))
return R_W
```

Se definen la ecuaciones diferenciales que determinan el problema. En el caso que se tome raman = False, se define la ecuación diferencial correspondiente a la aproximación de la respuesta Raman con un pulso ancho dada por dBdz. En el caso contrario se define la ecuación diferencial con la respuesta Raman completa dada por dBdz_raman.

Ambas funciones toman de entrada la coordenada z, la envolvente B, el operador de dispersión D, el array de frecuencia angular w, y valores de gamma. El caso con aproximación requiere del valor de TR, y el caso sin requiere la respuesta Raman en frecuencia RW, en conjunto con el valor de gamma1 (que puede ser 0).

```
Ec. dif.

def dBdz(z,B,D,w,gamma,TR): #Todo lo que esta del lado derecho de dB/dz = ..., en el espacio de

∴ frecuencias.

A_w = B * np.exp(D*z)

A_t = IFT( A_w)

return np.exp(-D*z) * FT(

1j*gamma * Pot( A_t ) * A_t - #i gamma |A| 2 A

1j*gamma*TR * IFT( -1j*w* FT( Pot(A_t) ) ) * A_t ) #i gamma TR d/dt(|A| 2) A

def dBdz_raman(z,B,D,w,gamma,gamma1,RW): #RW es la respuesta Raman en frecuencia (lo que calcula

∴ la función Raman(T))

A_w = B * np.exp(D*z)

A_t = IFT( A_w )

op_nolin = 1j*(gamma + gamma1*w) * FT(A_t * IFT( RW * FT(np.abs(A_t)**2) ) )

return np.exp(-D*z) * op_nolin
```

La función SolveNLS es la que llama a solve_ivp para encontrar la solución a cada posición. Solo requiere como parámetros a un objeto creado con la clase Sim y uno con Fibra, en conjunto con la envolvente inicial pulso_0 (es decir con A(T=0)). Se le puede aclarar raman = True/False, zlocs para elegir el número de puntos donde se quiere la solución.

Esta función dados los parámetros contenidos en Sim y Fibra, calcula el operador de dispersión y la respuesta Raman en frecuencia. Luego utiliza la función partial, con la cual se evalúa parcialmente a la ecuación diferencial definida por dBdz, introduciendo todos los parámetros y dejando como variables libres únicamente a la envolvente B y la coordenada z. Con ello, llama a solve_ivp, pasándole la ecuación diferencial parcialmente evaluada, los extremos de z donde se busca la solución, el pulso inicial y las tolerancias para resolver. Una vez hallada la solución $B(\omega, z)$, vuelve a la envolvente A(T, z) y el espectro $A(\omega, z)$. Finalmente devuelve las posiciones donde hay solución zlocs, y las matrices de solución $A_{\rm W}$ y $A_{\rm T}$.

SolveNLS

```
def SolveNLS(sim: Sim, fib: Fibra, pulso_0, raman=False, z_locs=None):
    #Calculamos el espectro inicial, es lo que vamos a evolucionar.
    espectro_0 = FT(pulso_0)
    #Calculamos el operador lineal
   D_w = 1j * fib.beta2/2 * (2*np.pi*sim.freq)**2 + 1j * fib.beta3/6 * (2*np.pi*sim.freq)**3 -

    fib.alpha/2

    #Introducimos todos los parametros en la función, quedando f(z, B) = dB/dz
     RW = Raman(sim.tiempo, fR = fib.fR)
     f_B = partial(dBdz_raman, D = D_w, w = 2*np.pi*sim.freq, gamma = fib.gamma, gamma1 =
      \hookrightarrow fib.gamma1, RW = RW)
     f_B = partial(dBdz, D = D_w, w = 2*np.pi*sim.freq, gamma = fib.gamma, TR = fib.TR)
    #Tolerancias para integrar (Tolerancias estandar: rtol=1e-5, atol=1e-8)
   rtol = 1e-5
   atol = 1e-8
    #Usamos solve_ivp: Buscamos solución entre 0 y L
   if z_locs:
       t_eval = np.linspace(0,fib.L,z_locs)
       sol = solve_ivp(f_B, [0, fib.L], y0 = espectro_0, rtol = rtol, atol = atol,
        \rightarrow t_eval=t_eval)
    else:
        sol = solve_ivp(f_B, [0, fib.L], y0 = espectro_0, rtol = rtol, atol = atol)
   zlocs = sol["t"] #Puntos de z donde tenemos B(w,z)
   ysol = sol["y"] #Array, en cada elemento se tiene un subarray [B(w0,z0), B(w0,z1), \ldots,
    \rightarrow B(w0,zf)
   print(sol["message"])
    #Armar array de arrays A(w) y A(t). A_w[i] me tiene que dar el espectro en la posición
   A_w = np.empty_like(zlocs, dtype=object)
   A_t = np.empty_like(zlocs, dtype=object)
   for j in range( len(zlocs) ):
        espectro_z = np.zeros(len(ysol))*(1 + 0j)
        for i in range( len(ysol) ):
            espectro_z[i] = ysol[i][j]
        A_w[j] = espectro_z * np.exp(D_w * zlocs[j])
        A_t[j] = IFT(A_w[j])
   return zlocs, A_w, A_t #Nos devuelve: zlocs = Posiciones donde calculamos la solución, A_w =
    \rightarrow Matriz con la evolución del espectro, A_{-}t = Matriz con la evolución del pulso
```

Solve_pcNLSE

```
def dBdz(z, B, D, w, gammaw_eff, r, r_c): #Todo lo que esta del lado derecho de <math>dB/dz = ...,
    → en el espacio de frecuencias.
    A_w = B * np.exp(D*z) #Convertimos de B(w) \rightarrow A(w)
    B_w = r * A_w
                           #Cuidado con la notación! B es la envolvente, B_w
    C_w = r_c * A_w
    op_nolin = 1j * gammaw_eff * FT( np.conj(IFT(C_w)) * IFT(B_w)**2 ) + 1j *
    → np.conj(gammaw_eff) * FT( IFT(C_w)**2 * np.conj(IFT(B_w)) )
    return np.exp(-D*z) * op_nolin
def Solve_pcNLSE(sim: Sim, fib: Fibra, pulso_0, z_locs=None):
    #Calculamos el espectro inicial, es lo que vamos a evolucionar.
    espectro_0 = FT(pulso_0)
    #Calculamos el operador lineal
    D_w = 1j * fib.beta2/2 * (2*np.pi*sim.freq)**2 + 1j * fib.beta3/6 * (2*np.pi*sim.freq)**3 -

    fib.alpha/2

    \#Calculamos parámetros preliminares de la pcNLSE
    gammaw = fib.gamma + fib.gamma1 * (2*np.pi*sim.freq) #qamma(w), se podría extender
    r = (gammaw / (2*np.pi*sim.freq + fib.omega0))**(1/4)
    r_c = np.conj(r)
    gammaw_eff = (1/2)*( gammaw * (2*np.pi*sim.freq + fib.omega0)**3 )**(1/4)
    #Introducimos todos los parametros en la función, quedando f(z, B) = dB/dz
   f_B = partial(dBdz, D = D_w, w = 2*np.pi*sim.freq, gammaw_eff = gammaw_eff, r = r, r_c = r_c)
    #Tolerancias para integrar (Tolerancias estandar: rtol=1e-5, atol=1e-8)
    rtol = 1e-5
    atol = 1e-8
    #Usamos solve_ivp: Buscamos solución entre 0 y L
    if z_locs: #Si le damos número a zlocs, armamos un array con esa cantidad de puntos, donde
    → guardamos la solución en dicho paso
       t_eval = np.linspace(0,fib.L,z_locs)
       sol = solve_ivp(f_B, [0, fib.L], y0 = espectro_0, rtol = rtol, atol = atol,
        \  \, \hookrightarrow \  \  \, \texttt{t_eval=t_eval)}
    else:
        sol = solve_ivp(f_B, [0, fib.L], y0 = espectro_0, rtol = rtol, atol = atol)
    zlocs = sol["t"] #Puntos de z donde tenemos B(w,z)
    ysol = sol["y"] #Array, en cada elemento se tiene un subarray [B(w0,z0), B(w0,z1), \ldots,
    \rightarrow B(w0,zf)
    print(sol["message"])
    #Armamos array de arrays A(w) y A(t). A_w[i] me tiene que dar el espectro en la posición
    A_w = np.empty_like(zlocs, dtype=object)
    A_t = np.empty_like(zlocs, dtype=object)
    for j in range( len(zlocs) ):
        espectro_z = np.zeros( len(ysol) )*(1 + 0j)
        for i in range( len(ysol) ):
            espectro_z[i] = ysol[i][j]
        A_w[j] = espectro_z * np.exp(D_w * zlocs[j])
        A_t[j] = IFT(A_w[j])
    return zlocs, A_w, A_t #Nos devuelve: zlocs = Posiciones donde calculamos la solución, A_w =
    \rightarrow Matriz con la evolución del espectro, A_{t} = Matriz con la evolución del puls
```

Solve_pcGNLSE

```
def dBdz(z, B, D, w, gammaw_eff, r, r_c, hR_W, fR): #Todo lo que esta del lado derecho de dB/dz
   A w = B * np.exp(D*z) #Convertimos de B(w) \rightarrow A(w)
   B_w = r * A_w
                  #Cuidado! B es la envolvente, B_w y B_t son los términos de la pcGNLSE
   C_w = r_c * A_w
   B t = IFT(B w)
   C t = IFT(C w)
   op_nolin = 1j * gammaw_eff * FT( np.conj(C_t) * B_t**2 ) + 1j * np.conj(gammaw_eff) * FT(
    \leftarrow C_t**2 * np.conj(B_t) ) + \
       1j * np.conj(gammaw_eff) * 2*fR * FT( B_t * IFT( hR_W * FT(np.abs(B_t)**2) ) - B_t *
        \rightarrow Pot(B_t) )
   return np.exp(-D*z) * op_nolin
def Raman(T, tau1=12.2e-3, tau2=32e-3, fR=0.18): #Agrawal pag.38: t1 = 12.2s fs, t2 = 32 fs
   hR = np.zeros(len(T))
   hR[T>=0] = (tau1**2+tau2**2)/(tau1*tau2**2) * np.exp(-T[T>=0]/tau2) * np.sin(T[T>=0]/tau1)
   hR[T<0] = 0
   hR = fftshift(hR) #Shifteamos para que empiece al principio de la ventana temporal
   hR = hR/np.sum(hR) #Normalizamos, tal que int(hR) = 1
   hR_W = FT(hR)
                     #Pasamos el hR_W a frecuencia
   return hR_W
def Solve_pcGNLSE(sim: Sim, fib: Fibra, pulso_0, z_locs=None):
   #Calculamos el espectro inicial, es lo que vamos a evolucionar.
   espectro_0 = FT(pulso_0)
   #Calculamos el operador lineal
   D_w = 1j * fib.beta2/2 * (2*np.pi*sim.freq)**2 + 1j * fib.beta3/6 * (2*np.pi*sim.freq)**3 -

    fib.alpha/2

   #Calculamos parámetros preliminares de la pcNLSE
   gammaw = fib.gamma + fib.gamma1 * (2*np.pi*sim.freq) #gamma(w), se podría extender
   r = (gammaw / (2*np.pi*sim.freq + fib.omega0))**(1/4)
   r_c = np.conj(r)
   #Calculamos la respuesta Raman
   hR_W = Raman(sim.tiempo, fR = fib.fR)
   \#Introducimos\ todos\ los\ parametros\ en\ la\ función,\ quedando\ f(z,\ B)\ =\ dB/dz
   f_B = partial(dBdz, D = D_w, w = 2*np.pi*sim.freq, gammaw_eff = gammaw_eff, r = r, r_c = r_c,
    \rightarrow hR_W = hR_W, fR = fib.fR)
   #Tolerancias para integrar (Tolerancias estandar: rtol=1e-5, atol=1e-8)
   rtol = 1e-5
   atol = 1e-8
   #Usamos solve_ivp: Buscamos solución entre 0 y L
   if z_locs: #Elegimos donde
       t_eval = np.linspace(0,fib.L,z_locs)
       sol = solve_ivp(f_B, [0, fib.L], y0 = espectro_0, rtol = rtol, atol = atol,

    t_eval=t_eval)

   else: #El código elige los puntos
       sol = solve_ivp(f_B, [0, fib.L], y0 = espectro_0, rtol = rtol, atol = atol)
   zlocs = sol["t"] #Puntos de z donde tenemos B(w,z)
   ysol = sol["y"] #Array, en cada elemento se tiene un subarray [B(w0,z0),...]
   print(sol["message"])
   #Armamos array de arrays A(w) y A(t).
   A_w = np.empty_like(zlocs, dtype=object)
   A_t = np.empty_like(zlocs, dtype=object)
   for j in range( len(zlocs) ):
       espectro_z = np.zeros( len(ysol) )*(1 + 0j)
       for i in range( len(ysol) ):
           espectro_z[i] = ysol[i][j]
       A_w[j] = espectro_z * np.exp(D_w * zlocs[j])
       A_t[j] = IFT(A_w[j])
   return zlocs, A_w, A_t
```

Solve_barrierNLSE

```
def Solve_barrierNLSE(sim: Sim, fib: Fibra, pulso_0, delta_beta1, TB, betab, z_locs=None,
→ pbar=True):
#Calculamos el espectro inicial, es lo que vamos a evolucionar.
espectro_0 = FT(pulso_0)
#Calculamos el operador lineal
D_w = 1j* delta_beta1 * (2*np.pi*sim.freq) + 1j * fib.beta2/2 * (2*np.pi*sim.freq)**2 + 1j *
\rightarrow fib.beta3/6 * (2*np.pi*sim.freq)**3 - fib.alpha/2
D_w = np.array(D_w)
if fib.betas:
   D_w = 1j*delta_beta1 * (2*np.pi*sim.freq)
    for i in range(len(fib.betas)):
        D_w = D_w + 1; *fib.betas[i]/np.math.factorial(i+2) * (2*np.pi*sim.freq)**(i+2)
    D_w = np.array(D_w)
#Construimos preliminares: Función de Heaviside
heavi = 1j * betab * np.heaviside(sim.tiempo - TB,1)
#Introducimos todos los parametros en la función, quedando f(z, B) = dB/dz
f_B = partial(dBdz, D = D_w, w = 2*np.pi*sim.freq, gamma=fib.gamma, heavi=heavi)
#Tolerancias para integrar (Tolerancias estandar: rtol=1e-5, atol=1e-8)
rtol = 1e-3
atol = 1e-6
#Usamos solve_ivp: Buscamos solución entre 0 y L
if pbar:
    with tqdm(total=fib.L, unit="m") as pbar:
        def dBdz_with_progress(z, B):
            pbar.update(abs(z - dBdz_with_progress.prev_z))
            dBdz_with_progress.prev_z = z
            return dBdz(z, B, D_w, 2*np.pi*sim.freq, fib.gamma, heavi)
        dBdz_with_progress.prev_z = 0
        if z_locs:
            t_eval = np.linspace(0,fib.L,z_locs)
            sol = solve_ivp(dBdz_with_progress, [0, fib.L], y0 = espectro_0, rtol = rtol, atol =

    atol, t_eval=t_eval)

        else:
            sol = solve_ivp(dBdz_with_progress, [0, fib.L], y0 = espectro_0, rtol = rtol, atol =
else:
    if z_locs:
        t_eval = np.linspace(0,fib.L,z_locs)
        sol = solve_ivp(lambda z, B: dBdz(z, B, D_w, 2*np.pi*sim.freq, fib.gamma, heavi), [0,

    fib.L], y0 = espectro_0, rtol = rtol, atol = atol, t_eval=t_eval)

    else:
        sol = solve_ivp(lambda z, B: dBdz(z, B, D_w, 2*np.pi*sim.freq, fib.gamma, heavi), [0,

    fib.L], y0 = espectro 0, rtol = rtol, atol = atol)

zlocs = sol["t"] #Puntos de z donde tenemos B(w,z)
ysol = sol["y"] #Array, en cada elemento se tiene un subarray [B(w0,z0), B(w0,z1), \ldots,
\rightarrow B(w0,zf)
print(sol["message"])
\#Armamos\ array\ de\ arrays\ A(w)\ y\ A(t).
ysol = np.array(ysol)
ysol_transposed = ysol.T
A_w = ysol_transposed
for j in range( len(zlocs) ):
    A_w[j,:] = A_w[j,:] * np.exp(D_w * zlocs[j])
A_t = np.array([IFT(a_w) for a_w in A_w], dtype=complex)
return zlocs, A_w, A_t, ysol
```

Librerias

Este código usa las siguientes funciones y librerias:

NumPy

SciPy

```
• scipy.fftpack: fft, ifft, fftshift, ifftshift
```

```
• scipy.integrate.solve_ivp
```

$\underline{\mathtt{functools}}$

• functools.partial

${\tt Matplotlib}$

• matplotlib.pyplot: plot, contourf, specgram