

Лабораторная работа №1.

Численное решение задачи Коши для уравнения первого порядка

§1. Условие задачи

Напишите программу для численного решения задачи

$$y' = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0, \quad x \in [x_0, b]$$

следующими методами:

1. методом Эйлера;
2. методом Хойна;
3. методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

Интегрирование проводить с постоянным шагом $h = \frac{b-x_0}{n}$, где $n \in \mathbb{N}$. Параметры b и n выбираются самостоятельно.

Найдите решение φ поставленной задачи аналитически.

Постройте графики функций φ , $\tilde{\varphi}^l$ в одной системе координат для всех l , где l — номер метода, $\tilde{\varphi}^l$ — приближённое решение задачи l -м методом.

Найдите абсолютные и относительные погрешности

$$\Delta_l = \max_{k \in [1:n]} |\varphi(x_k) - \tilde{\varphi}^l(x_k)|, \quad \delta_l = \max_{k \in [1:n]} \frac{|\varphi(x_k) - \tilde{\varphi}^l(x_k)|}{|\tilde{\varphi}^l(x_k)|},$$

где $x_k = x_0 + kh$.

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие разделы:

1. Постановка задачи (в частности, конкретное уравнение, начальные данные, выбранные значения параметров b и n).
2. Листинги программ для численного решения задачи.
3. Аналитическое решение задачи.
4. Графики решений.
5. Таблицы погрешностей.

§2. Варианты заданий

1. $y' = \frac{1}{(x+2y+1)^2} - \frac{1}{2}, \quad y(0) = 0$
2. $y' = 2(y - e^x \sin x), \quad y(0) = 1$
3. $y' = \frac{xy}{1+x^2} + 1, \quad y(0) = 1$

$$4. \ y' = x^3y^3 - xy, \quad y(0) = 1$$

$$5. \ y' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{xy}{1+x^2}, \quad y(0) = -2$$

$$6. \ y' = \frac{1}{x^2+x+1} - \frac{y}{x+0,5}, \quad y(0) = 1$$

$$7. \ y' = \frac{1}{3} \left(\frac{x+1}{y^2} - y \right), \quad y(0) = 2$$

$$8. \ y' = \frac{y^2 - xy}{x^2}, \quad y(0,5) = 0,8$$

$$9. \ y' = \frac{3y}{x} + 3x - 4, \quad y(1) = -0,5$$

$$10. \ y' = \frac{xy}{2(x-1)} - \frac{x\sqrt{x-1}}{3}, \quad y(10) = 24 - \frac{e^5}{100}$$

$$11. \ y' = \frac{y}{x} - y^2, \quad y(1) = 0,5$$

$$12. \ y' = \frac{2x(x+y)}{1+x^2}, \quad y(0) = 1,4$$

$$13. \ y' = -\frac{y}{x} - y^2, \quad y(1) = 2$$

$$14. \ y' = \frac{y}{x} - 2\sqrt{\frac{y}{x}}, \quad y(1) = 4$$

$$15. \ y' = \frac{y^2 \ln x - y}{x}, \quad y(1) = 2/3$$

$$16. \ y' = \frac{2x-y+1}{x-2y+1}, \quad y(0) = 4$$

$$17. \ y' = x^2 + 2x - 2y, \quad y(-5) = 9,75$$

$$18. \ y' = \frac{x+y+1}{x}, \quad y(0) = -3$$

$$19. \ y' = \cos(x-y), \quad y(0) = -\pi/3$$

$$20. \ y' = 2 \ln x + 1 - \frac{y}{x}, \quad y(1) = 8$$