

# Лабораторная работа №1.

## Численное решение задачи Коши для уравнения первого порядка

### §1. Условие задачи

Напишите программу для численного решения задачи

$$y' = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0, \quad x \in [x_0, b]$$

следующими методами:

1. методом Эйлера;
2. методом Хойна;
3. методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

Интегрирование проводить с постоянным шагом  $h = \frac{b-x_0}{n}$ , где  $n \in \mathbb{N}$ . Параметры  $b$  и  $n$  выбираются самостоятельно.

Найдите решение  $\varphi$  поставленной задачи аналитически.

Постройте графики функций  $\varphi, \tilde{\varphi}^l$  в одной системе координат для всех  $l$ , где  $l$  — номер метода,  $\tilde{\varphi}^l$  — приближённое решение задачи  $l$ -м методом.

Найдите абсолютные и относительные погрешности

$$\Delta_l = \max_{k \in [1:n]} |\varphi(x_k) - \tilde{\varphi}^l(x_k)|, \quad \delta_l = \max_{k \in [1:n]} \frac{|\varphi(x_k) - \tilde{\varphi}^l(x_k)|}{|\tilde{\varphi}^l(x_k)|},$$

где  $x_k = x_0 + kh$ .

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие разделы:

1. Постановка задачи (в частности, конкретное уравнение, начальные данные, выбранные значения параметров  $b$  и  $n$ ).
2. Листинги программ для численного решения задачи.
3. Аналитическое решение задачи.
4. Графики решений.
5. Таблицы погрешностей.

### §2. Варианты заданий

1.  $y' = \frac{1}{(x + 2y + 1)^2} - \frac{1}{2}, \quad y(0) = 0$
2.  $y' = 2(y - e^x \sin x), \quad y(0) = 1$
3.  $y' = \frac{xy}{1 + x^2} + 1, \quad y(0) = 1$

4.  $y' = x^3y^3 - xy, \quad y(0) = 1$
5.  $y' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{xy}{1+x^2}, \quad y(0) = -2$
6.  $y' = \frac{1}{x^2+x+1} - \frac{y}{x+0,5}, \quad y(0) = 1$
7.  $y' = \frac{1}{3} \left( \frac{x+1}{y^2} - y \right), \quad y(0) = 2$
8.  $y' = \frac{y^2 - xy}{x^2}, \quad y(0,5) = 0,8$
9.  $y' = \frac{3y}{x} + 3x - 4, \quad y(1) = -0,5$
10.  $y' = \frac{xy}{2(x-1)} - \frac{x\sqrt{x-1}}{3}, \quad y(10) = 24 - \frac{e^5}{100}$
11.  $y' = \frac{y}{x} - y^2, \quad y(1) = 0,5$
12.  $y' = \frac{2x(x+y)}{1+x^2}, \quad y(0) = 1,4$
13.  $y' = -\frac{y}{x} - y^2, \quad y(1) = 2$
14.  $y' = \frac{y}{x} - 2\sqrt{\frac{y}{x}}, \quad y(1) = 4$
15.  $y' = \frac{y^2 \ln x - y}{x}, \quad y(1) = 2/3$
16.  $y' = \frac{2x - y + 1}{x - 2y + 1}, \quad y(0) = 4$
17.  $y' = x^2 + 2x - 2y, \quad y(-5) = 9,75$
18.  $y' = \frac{x+y+1}{x}, \quad y(0) = -3$
19.  $y' = \cos(x-y), \quad y(0) = -\pi/3$
20.  $y' = 2 \ln x + 1 - \frac{y}{x}, \quad y(1) = 8$