# Лабораторная работа №3.
# Фазовые портреты

## §1. Условие задачи

Напишите программу для построения фазовых траекторий системы

$$\begin{cases} x' = f(x, y), \\ y' = g(x, y), \end{cases}$$

используя метод Рунге-Кутты 4-го порядка.

Интегрирование проводить с постоянным шагом $h = \frac{t_1 - t_0}{n}$, где $n \in \mathbb{N}$, $t_0 = 0$ — начальный момент времени, $t_1$ — конечный момент времени. Параметры $t_1$, $n$, начальные значения, количество фазовых траекторий выбираются самостоятельно.

Аналитически найдите положения равновесия системы, определите их тип и изобразите фазовые траектории линеаризованных систем.

Сравните траектории исходной и линеаризованных систем вблизи точек покоя.

Отчёт по лабораторной работе должен содержать следующие разделы:

1. Постановка задачи.
2. Листинги программ для численного решения задачи.
3. Аналитическое исследование точек покоя.
4. Несколько фазовых траекторий, дающих представление о фазовом портрете системы.
5. Фазовые траектории исходной и линеаризованных систем вблизи точек покоя в одной системе координат (можно сделать отдельные рисунки для каждой точки покоя).

## §2. Варианты заданий

1. $\begin{cases} x' = x \operatorname{arctg}(1 - y^2), \\ y' = \ln \frac{y}{x}. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x' = e^{x+y} - x^2, \\ y' = \arcsin(x - x^3). \end{cases}$

3. $\begin{cases} x' = \ln(x + y), \\ y' = \sqrt{2x^2 + 2y - 5} - 1. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x' = -y \ln(2y^2 - 1), \\ y' = x - y - 2y^2. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x' = \operatorname{arctg}(y - x + 1), \\ y' = \operatorname{sh}(x - y - x^2). \end{cases}$

6. $\begin{cases} x' = e^{x-y-1} - 1, \\ y' = \ln(x^2 + y). \end{cases}$

7. $\begin{cases} x' = \operatorname{arctg}(2 + y - y^2), \\ y' = 1 - e^{y^2 - x}. \end{cases}$

8. $\begin{cases} x' = \arcsin(xy), \\ y' = e^{x+2y-3} - 1. \end{cases}$

9. $\begin{cases} x' = 4x - x^2 + y, \\ y' = \ln(1 + 2x + x^2 + 5y). \end{cases}$

10. $\begin{cases} x' = \operatorname{th}(2x - y - xy), \\ y' = 5x - 4y - xy. \end{cases}$

11. $\begin{cases} x' = \operatorname{sh}(5x + x^2 - 3y), \\ y' = 3x + x^2 - y. \end{cases}$

12. $\begin{cases} x' = 3 - \sqrt{4 + x^2 + y}, \\ y' = \ln(x^2 - 3). \end{cases}$

13. $\begin{cases} x' = x^2 - \frac{2}{y^2} + 1, \\ y' = \operatorname{sh}(x - y). \end{cases}$

14. $\begin{cases} x' = e^{2y} + e^y - 2, \\ y' = \frac{2}{3}(x^2 - x) + 3y - 4xy. \end{cases}$

15. $\begin{cases} x' = \operatorname{arctg}(x + y), \\ y' = x^2 - \frac{y^2}{4} - \frac{1}{4y^2} - \frac{1}{2}. \end{cases}$

16. $\begin{cases} x' = 6x + 2\left(y^2 - y\right) - 4xy, \\ y' = e^{2x} + 2e^x - 3. \end{cases}$

17. $\begin{cases} x' = 2xy - 4y - 8, \\ y' = 4y^2 - x^2. \end{cases}$

18. $\begin{cases} x' = 2x + y^2 - 1, \\ y' = 6x - y^2 + 1. \end{cases}$

19. $\begin{cases} x' = x - y^2, \\ y' = x^2 + y^2 - 2. \end{cases}$

20. $\begin{cases} x' = x^2 - y, \\ y' = \ln \frac{1-x+x^2}{3}. \end{cases}$

21. $\begin{cases} x' = \ln\left(x + y^2 - 1\right), \\ y' = \arcsin\left(x^2 - x - 6\right). \end{cases}$

22. $\begin{cases} x' = -2\arcsin\left(xy + x + 2\right), \\ y' = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(x^2 - y^2\right). \end{cases}$

23. $\begin{cases} x' = \operatorname{arctg}\left(y + 2 - y^2\right), \\ y' = \ln\left(1 - x^2 - y\right). \end{cases}$

24. $\begin{cases} x' = -6\operatorname{arctg}\left(xy + y + 2\right), \\ y' = \frac{1}{2}\operatorname{sh}\left(x^2 - xy - 2y^2\right). \end{cases}$

25. $\begin{cases} x' = -\frac{5}{4}\operatorname{arctg}\left(y^2 - 1\right), \\ y' = e^{x^2+2xy+3y} - 1. \end{cases}$

26. $\begin{cases} x' = 3x - 2x^2 + y - 1, \\ y' = (1 - x)\ln\left(1 - 4x + 2x^2\right). \end{cases}$

27. $\begin{cases} x' = e^{\operatorname{sh} y} - 1, \\ y' = -3y + 4\ln\frac{x^2+1}{2}. \end{cases}$

28. $\begin{cases} x' = \operatorname{sh}(2xy - 4y - 8), \\ y' = \arcsin(4y^2 - x^2). \end{cases}$