



Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas  
Pontificia Universidad Católica de Chile

ICS 3213  
Gestión de Operaciones

## Clases 16 y 17: Pronósticos

Prof. Juan Carlos Ferrer - 2<sup>do</sup> Semestre 2024

1

### Motivación

- Estamos siempre pronosticando
  - Restaurant: se acabó algún plato especial
  - Librería: se agotó el libro para un curso universitario
  - Fiesta: no alcanzó la comida para todos los invitados
  - Hacemos pronósticos de eventos futuros
  - Luego hacemos planes y tomamos cursos de acción
- Pronosticar es una de las funciones más importantes en los negocios, ya que muchas decisiones se basan en los pronósticos
  - A qué mercados ir, qué productos producir, cuánto inventario mantener, cuánta gente contratar



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

2

## Características

1. Pronósticos no son perfectos
2. Pronósticos son más precisos para grupos de ítems que para un ítem individual
3. Pronósticos son más precisos en cortos horizontes de tiempo
4. Generalmente asumen que el mismo sistema causal que había en el pasado continuará existiendo en el futuro

### OBJETIVO

Generar buenos pronósticos en el tiempo y minimizar los errores lo más posible



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

3

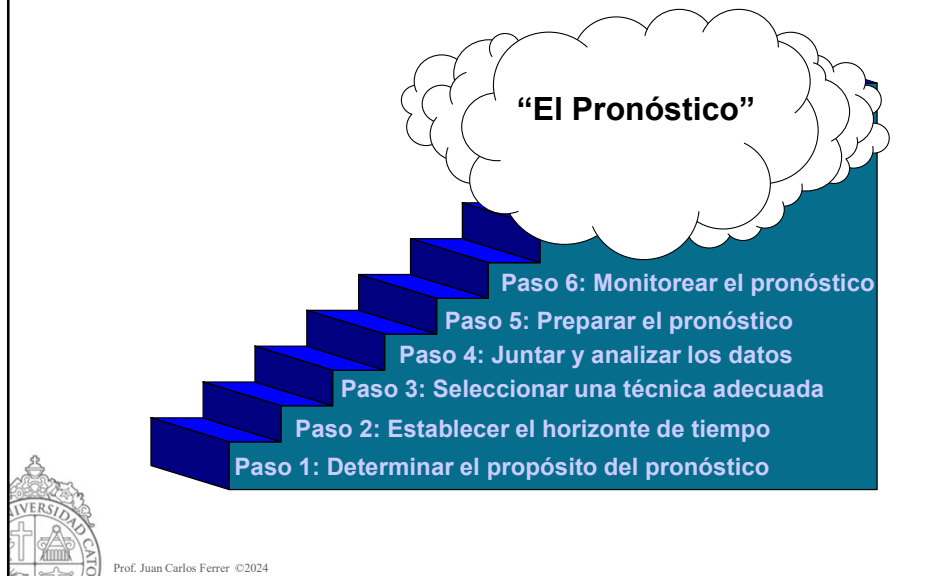
## Elementos de un buen pronóstico



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

4

## Pasos en el proceso de pronóstico



6

## Tipos de métodos de pronósticos

- Métodos cualitativos
  - Llamados también métodos de juicio
  - Pronósticos generados subjetivamente por el pronosticador
  - Basados en intuición, conocimiento, y experiencia
- Métodos cuantitativos
  - Pronósticos generados en forma rigurosa
  - Uso de modelos matemáticos



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

7

## Métodos cualitativos

- Fortalezas
  - Incorporan últimos cambios en el mercado
  - Particularmente útiles cuando se espera que el futuro sea muy diferente al pasado
- Debilidades
  - Sesgo en el pronosticador puede causar falta de precisión en el pronóstico
    - Ej.: “Ellos fijarán mi presupuesto basados en mi pronóstico, por lo que predeciré más alto”



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

## Tipos de modelos cualitativos

Tipo	Características	Fortalezas	Debilidades
Investigación de Mercado	Uso de encuestas y entrevistas para identificar las preferencias de los consumidores	Buen determinante de las preferencias de consumidores	Podría ser muy difícil desarrollar un buen cuestionario
Opinión de Ejecutivos	Un grupo de gerentes se reúne y genera un pronóstico	Bueno para pronósticos de nuevos productos o estratégicos	La opinión de una persona puede dominar en el pronóstico
Método Delphi	Busca un consenso entre un grupo de expertos	Bueno para pronosticar demanda de productos en el largo plazo	Consume mucho tiempo al desarrollar



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

## Métodos cuantitativos

- Fortalezas
  - Consistente y objetivo
  - Puede considerar muchos datos de una vez
- Debilidades
  - Datos necesarios no están siempre disponibles
  - Calidad del pronóstico depende de la calidad de los datos



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

10

## Tipos de métodos cuantitativos

- Modelos de series de tiempo
  - Asume que el futuro seguirá el mismo patrón que en el pasado
- Modelos causales
  - Exploran relaciones de causa-efecto
  - Usa indicadores claves para predecir el futuro



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

11

## Lógica de modelos de series de tiempo

Datos = patrón histórico + variación aleatoria

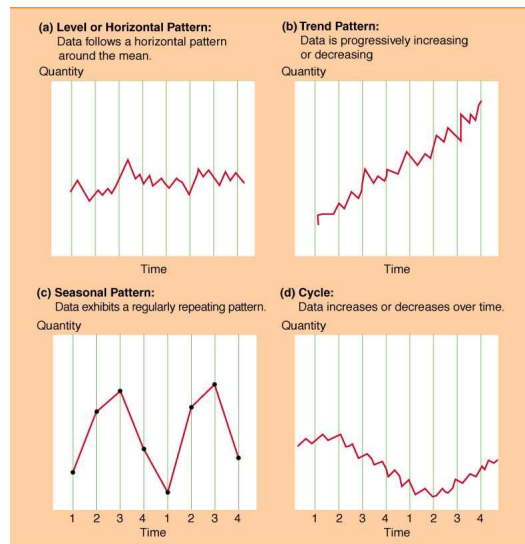
- El patrón histórico es lo único que puede ser pronosticado
- Patrón histórico incluye
  - Nivel (promedio de largo plazo)
  - Tendencia
  - Estacionalidad
  - Ciclo



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

12

## Patrones en datos de series de tiempo



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

13

## Modelos de series de tiempo

- 1) Ingenuo
  - El pronóstico es igual al valor actual observado durante el último período
- 2) Media simple
  - El promedio de todos los datos disponibles
- 3) Media móvil
  - Valor promedio sobre un periodo de tiempo (por ejemplo, las últimas cuatro semanas)
  - Cada pronóstico nuevo elimina el dato más viejo y agrega uno nuevo

$$F_t = \frac{A_{t-1} + A_{t-2} + A_{t-3} + \dots + A_{t-n}}{n}$$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

## Ejemplo de Media móvil

Semana	Demanda
1	650
2	678
3	720
4	785
5	859
6	920
7	850
8	758
9	892
10	920
11	789
12	844

$$F_t = \frac{A_{t-1} + A_{t-2} + A_{t-3} + \dots + A_{t-n}}{n}$$

Pregunta:

¿Cuáles son los pronósticos de demanda usando 3 semanas y 6 semanas en media móvil?

Asumir que solo se tiene 3 y 6 semanas de demanda real para los respectivos pronósticos



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

### Ejemplo: cálculo de medias móviles

Semana	Demanda	3-Sem.	6-Sem.
1	650		
2	678		
3	720		
4	785	682,67	
5	859	727,67	
6	920	788,00	
7	850	854,67	768,67
8	758	876,33	802,00
9	892	842,67	815,33
10	920	833,33	844,00
11	789	856,67	866,50
12	844	867,00	854,83

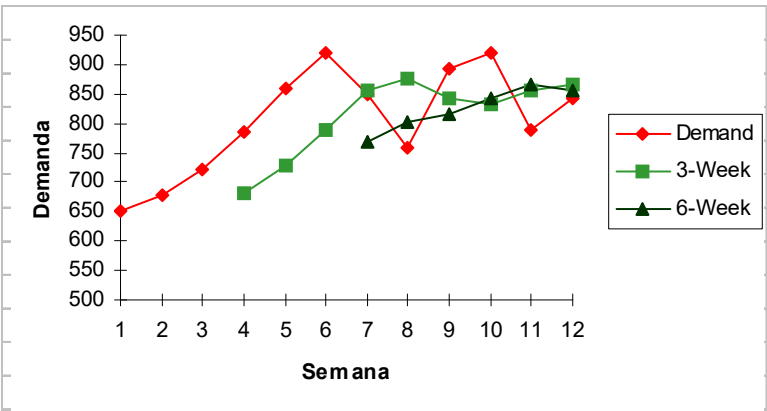


Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

16

### Ejemplo: graficando

Al graficar y comparar podemos observar cómo se ve en este ejemplo la tendencia a subir



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

17



### 4) Media móvil ponderada

$$F_t = w_1A_{t-1} + w_2A_{t-2} + w_3A_{t-3} + \dots + w_nA_{t-n}$$

- Todos los pesos deben sumar 1  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$
- Permite enfatizar algunos períodos sobre otros
- Difiere del modelo de media móvil simple en que los pesos ahí son todos iguales



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

### Ejemplo: Media móvil ponderada

Pregunta: Dados los pesos y demandas semanales, ¿Cuál sería el pronóstico para la cuarta semana?

Semana	Demanda
1	650
2	678
3	720
4	

Pesos:	
t-1	.5
t-2	.3
t-3	.2

Notar que los pesos dan más énfasis a la información más reciente, es decir, al período *t-1*



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

Ejemplo: Media móvil ponderada

Semana	Demanda	Pronóstico
1	650	
2	678	
3	720	
4		693,4

$F_4 = 0.5(720) + 0.3(678) + 0.2(650) = 693.4$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

20

5) Atenuación exponencial

$$F_{t+1} = \alpha A_t + (1 - \alpha) F_t$$

- Calidad del pronóstico es altamente dependiente en la selección de alfa
  - Valores bajos de alfa generan pronósticos más estables
  - Valores altos de alfa generan pronósticos que reponen rápidamente a datos recientes
- El punto es si cambios recientes reflejan variación aleatoria o cambios reales de largo plazo en la demanda



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

21

### Ejemplo: Atenuación exponencial

Week	Demand
1	820
2	775
3	680
4	655
5	750
6	802
7	798
8	689
9	775
10	

- Pregunta: Dado los datos de demanda semanal, ¿cuáles son los pronósticos usando atenuación exponencial para los períodos 2 al 10?
- Use  $\alpha=0.10$  y  $\alpha=0.60$
- Asuma  $F_1=D_1$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

22

### Ejemplo: Atenuación exponencial

Semana	Demanda	0,1	0,6
1	820	820,00	820,00
2	775	820,00	820,00
3	680	815,50	793,00
4	655	801,95	725,20
5	750	787,26	683,08
6	802	783,53	723,23
7	798	785,38	770,49
8	689	786,64	787,00
9	775	776,88	728,20
10		776,69	756,28

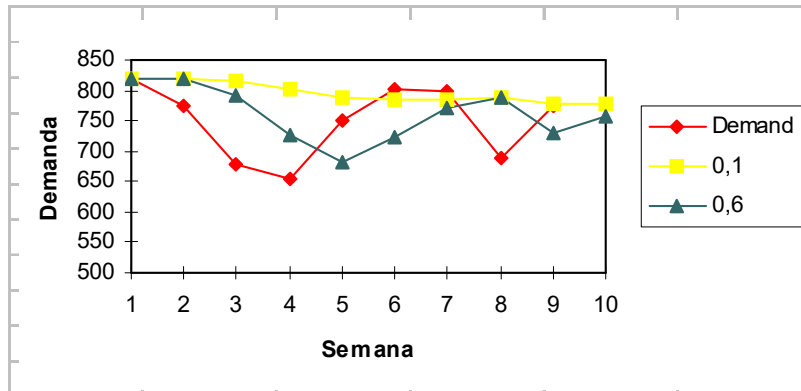


Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

23

## Ejemplo: Atenuación exponencial

Notar cómo hay más atenuación a menor alfa



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

24

## 6) Pronóaticando con Tendencia

- Atenuación exponencial con tendencia ajustada
- Proceso de tres etapas
  - Etapa 1: Atenuar el nivel de las series

$$S_t = \alpha A_t + (1 - \alpha)(S_{t-1} + T_{t-1})$$

- Etapa 2: Atenuar la tendencia

$$T_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$$

- Etapa 3: Calcular el pronóstico incluyendo la tendencia

$$FIT_{t+1} = S_t + T_t$$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

25

## 7) Pronósticando con Estacionalidad

- Calcular la demanda promedio por estación
  - E.g.: demanda promedio del trimestre
- Calcular un índice de estacionalidad para cada estación de cada año
  - Dividir la demanda de una estación por la demanda promedio de todas las estaciones de ese año
- Promediar los índices por estación
  - E.g.: promediar todos los índices de otoño, todos los de verano, ...
- Pronosticar demanda para próximo año y dividir por el número de estaciones
  - Usar métodos tradicionales de pronóstico, y luego dividir por 4 en el caso de trimestres
- Multiplicar la demanda promedio del próximo año por cada índice promedio de cada estación
  - El resultado es un pronóstico para cada estación del próximo año



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

26

## 8) Pronóst. con Tendencia y Estacionalidad

- Atenuación exponencial (Winter)

- Etapa 1: Atenuar el nivel de las series

 $p$  estaciones en un ciclo

$$S_t = \alpha \frac{A_t}{I_{t-p}} + (1 - \alpha)(S_{t-1} + T_{t-1})$$

- Etapa 2: Atenuar la tendencia

$$T_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$$

- Etapa 3: Atenuar el índice de estacionalidad

$$I_t = \gamma \frac{A_t}{S_t} + (1 - \gamma)I_{t-p}$$

- Etapa 4: Calcular el pronóstico incluyendo la tendencia

$$W_{t+1} = (S_t + T_t)I_{t+1-p}$$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

27

## Modelos Causales

- A menudo indicadores claves pueden ayudar a predecir la demanda
- Modelos causales están contruidos sobre relaciones de causa-efecto
- Una herramienta común es regresión lineal

$$\hat{y} = a + bx$$



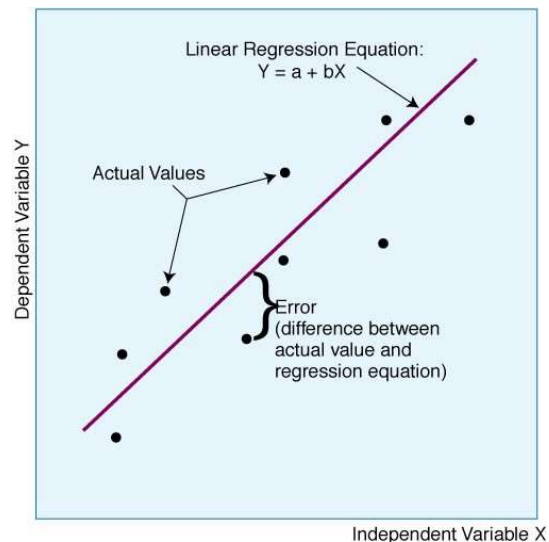
Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

28

## Regresión Lineal

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{\sum xy - n(\bar{y})(\bar{x})}{\sum x^2 - n(\bar{x})^2}$$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

29

## Regresión Lineal

- Hay supuestos que deben verificarse
  - Las variaciones alrededor de la recta son aleatorias. Ningún patrón debiese estar presente
  - Las variaciones tienen que tener una distribución normal
  - Las predicciones deben hacerse solo dentro del rango de los valores observados
- Algunas debilidades
  - Regresiones lineales aplican solo a relaciones lineales
  - Se necesitan muchos datos para poder establecer una buena relación
  - Todas las observaciones "pesan" lo mismo



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

30

## Precisión de pronósticos

- Los pronósticos no son perfectos
- Se necesita saber cuánto confiar en el método de pronóstico utilizado
- Cuantificando el **error de pronóstico**

$$E_t = A_t - F_t$$

Notar que:

sobre-pronosticar = errores negativos, y  
sub-pronosticar = errores positivos



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

31

## Registrar errores de pronóstico en el tiempo

- Mean Absolute Deviation (MAD)

- Una buena medida del error actual en un pronóstico
- El MAD ideal sería cero. No habría error de pronóstico
- Mientras más grande el MAD, peor es el modelo

$$MAD = \frac{\sum |A_t - F_t|}{n}$$

- Mean Absolute Percentage Error (MAPE):

- Malo para cantidades pequeñas

$$MAPE = \frac{\sum |(A_t - F_t) / A_t|}{n}$$

- Mean Square Error (MSE):

- Penaliza errores extremos

$$MSE = \frac{\sum (A_t - F_t)^2}{n}$$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

32

## Identificación de sesgos

- Tracking Signal (TS)

- Revela sesgos (positivos y negativos)

$$TS = \frac{\sum (\text{actual} - \text{forecast})}{MAD}$$

- TS es una medida que indica si los pronósticos están siguiendo alguna trayectoria por sobre (o por debajo) de la demanda real, en forma sistemática
- TS puede ser usado de la misma forma que un diagrama de control de calidad
- Rangos razonables son  $\pm 4$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

33

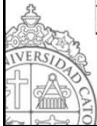


## Ej.: Predicción de ventas anuales de cerveza

Botellas vendidas por precio

Beer Type	Bottles Sold	Price per bottle
1	603	\$7.00
2	636	\$5.85
3	434	\$7.15
4	825	\$3.95
5	534	\$6.50
6	638	\$7.00
7	936	\$5.25
8	659	\$7.00
9	620	\$5.75
10	1109	\$3.45
11	781	\$4.25
12	822	\$5.60
13	619	\$7.30
14	848	\$3.50
...	...	...
48	849	\$3.00

- El pub vendió 48 diferentes tipos de cerveza el año pasado, a precios desde \$2.00 – \$9.00
- El pub está evaluando vender nuevas cervezas. Los precios son: \$3.65, \$7.25, \$9.50, y \$12.00
- Nos gustaría estimar las ventas esperadas de estas cervezas.

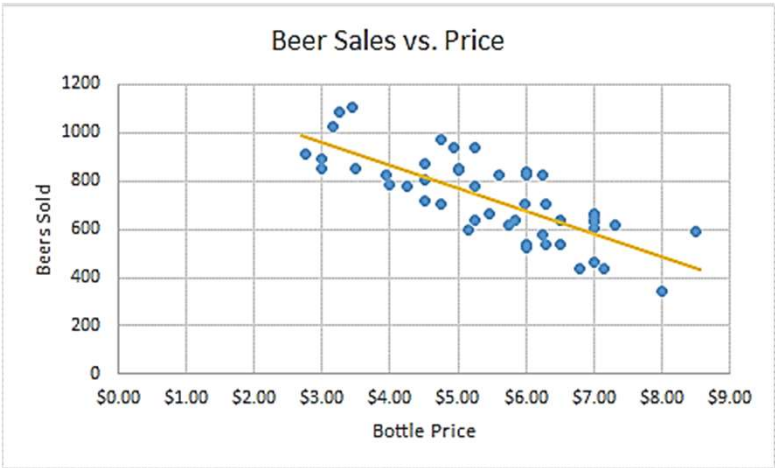


Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

Source: DMD course at Sloan MIT

35

## ¿Podemos usar regresión lineal?



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

Source: DMD course at Sloan MIT

36

## El modelo de Regr Lineal se ve razonable

SUMMARY OUTPUT	
Regression Statistics	
Multiple R	0.771
R Square	0.594
Adjusted R Square	0.586
Standard Error	111.152
Observations	48

ANOVA					
	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	1	832783.5486	832783.5	67.406	1.452E-10
Residual	46	568315.4357	12354.68		
Total	47	1401098.984			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	1246.465	65.429	19.051	0.000	1114.764	1378.167
Price	-94.822	11.549	-8.210	0.000	-118.069	-71.574

- Modelo:  
 $Y = 1246.46 - 94.82(x)$
- $S = 111.15$
- ¿Cómo usamos este modelo para hacer predicciones?



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

Source: DMD course at Sloan MIT

## Aplicando el modelo para hacer predicciones

- Nuestro modelo:  $Sales = 1246.46 - 94.822 \cdot Price + \varepsilon$ 
  - $\varepsilon \sim N(0, S)$
  - $S = 111.15$
- ¿Cuáles son las ventas esperadas para una cerveza con precio \$3.65?
  - $E(Sales) = 1246.46 - 94.822 \cdot 3.65 + 0$
  - $E(Sales) = 900.35$
- ¿Cuál es la probabilidad de alcanzar ventas de al menos 850 botellas?



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

Source: DMD course at Sloan MIT

## Prediciendo ventas... Continuación.

- ¿Cuál es la probabilidad de que  $X$  sea mayor o igual que 850?

$$X \sim N(900.35, 111.15)$$

$$\begin{aligned} \Pr(X \geq 850) &= \Pr\left(Z \geq \frac{850 - 900}{\sqrt{111.15}}\right) \\ &= 1 - F(-.4) \\ &= 1 - .34 \\ &= .66 \end{aligned}$$



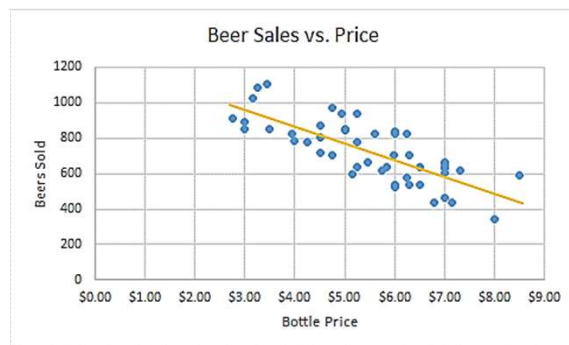
Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

Source: DMD course at Sloan MIT

39

## Extrapolando más allá del rango

- ¿Deberíamos usar este modelo para predecir cervezas con precio \$9.50?
- ¿Y una con precio de \$12.00?



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

Source: DMD course at Sloan MIT

40

## Predicción para Regresión Múltiple

Botellas vendidas por Precio, Days Available, Days of Promotion

Beer Type	Bottles Sold	Price per Bottle	Days Available	Days of Promotion
1	603	\$7.00	189	11
2	636	\$5.85	147	7
3	434	\$7.15	21	8
4	825	\$3.95	128	7
5	534	\$6.50	108	5
6	638	\$7.00	287	2
7	936	\$5.25	310	12
8	659	\$7.00	230	8
9	620	\$5.75	177	2
10	1109	\$3.45	362	5
11	781	\$4.25	55	12
12	822	\$5.60	273	5
13	619	\$7.30	213	7
14	848	\$3.50	134	10
...	...	...	...	...
48	849	\$3.00	62	3



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

Source: DMD course at Sloan MIT

41

## Un modelo de Regresión Múltiple es mejor

SUMMARY OUTPUT		<div>Modelo:</div> $Y = 1061.04 - 99.22(x_1) + 1.01(x_2) + 4.55(x_3)$ $S = 28.94$				
Regression Statistics						
Multiple R	0.987					
R Square	0.974					
Adjusted R Square	0.972					
Standard Error	28.941					
Observations	48					
ANOVA						
	df	SS	MS	F	Significance F	
Regression	3	1364245.078	454748.359	542.926	9.24164E-35	
Residual	44	36853.906	837.589			
Total	47	1401098.984				
	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	1061.037	19.775	53.655	0.000	1021.183	1100.891
Price	-99.221	3.020	-32.850	0.000	-105.308	-93.133
Days on Sale	1.005	0.040	25.114	0.000	0.925	1.086
Days of Promotion	4.547	1.022	4.448	0.000	2.487	6.608



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

Source: DMD course at Sloan MIT

42

## Aplicando el modelo para predecir ventas

- Sales = 1061.04
  - 99.22(Price)
  - + 1.01(Days Available)
  - + 4.55(Days of Promotion) +  $\epsilon$
- $\epsilon \sim N(0, S)$
- $S = 28.94$
- ¿Cuáles son las ventas esperadas para una cerveza Lager con precio \$3.65, disponible por 30 días, con 5 días de promoción?
- $E(\text{Sales}) = 1061.04 - 99.22(3.65) + 1.01(30) + 4.55(5) + 0$
- $E(\text{Sales}) = 751.64$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

Source: DMD course at Sloan MIT

43

## Aplicando el modelo para predecir ventas

- Sales = 1061.04
  - 99.22(Price)
  - + 1.01(Days Available)
  - + 4.55(Days of Promotion) +  $\epsilon$
- $E(\text{Sales}) = 751.64$
- ¿Cuál es la probabilidad de alcanzar ventas de al menos 800 botellas?
- $\epsilon \sim N(0, S)$
- $S = 28.94$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

Source: DMD course at Sloan MIT

44

## Probabilidad de ventas de al menos 800 botellas

- Given Y:
  - $Y \sim N(751.64, 28.94)$

$$\begin{aligned} \Pr(X \geq 800) &= \Pr\left(Z \geq \frac{800 - 75}{28.94}\right) \\ &= 1 - F(1.6) \\ &= 1 - .952 \\ &= .047! \end{aligned}$$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

Source: DMD course at Sloan MIT

45

## Extrapolando más allá del rango

Botellas vendidas por Price, Days Available, Days of Promotion

Beer Type	Bottles Sold	Price per Bottle	Days Available	Days of Promotion
1	603	\$7.00	189	11
2	636	\$5.85	147	7
3	434	\$7.15	21	8
4	825	\$3.95	128	7
5	534	\$6.50	108	5
6	638	\$7.00	287	2
7	936	\$5.25	310	12
8	659	\$7.00	230	8
9	620	\$5.75	177	2
10	1109	\$3.45	362	5
11	781	\$4.25	55	12
12	822	\$5.60	273	5
13	619	\$7.30	213	7
14	848	\$3.50	134	10
...	...	...	...	...
48	849	\$3.00	62	3



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

Source: DMD course at Sloan MIT

- ¿Debieramos usar este modelos para pronosticar ventas de una cerveza con precio \$11.00, con 400 días disponibles y 100 días de promoción?
- ¿Y una con precio \$7.00, 62 días disponible y 10 días de promoción?

46