



Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas  
Pontificia Universidad Católica de Chile

ICS 3213  
Gestión de Operaciones

## Clase 27: Control Estadístico de Procesos

Prof. Juan Carlos Ferrer - 2<sup>do</sup> Semestre 2024

1

### TQM y SPC

- TQM
  - Estándares de calidad puestos por el cliente
  - Liderazgo gerencial
  - Mejoramiento continuo
  - Construyendo calidad en el diseño de procesos y productos
  - Identificando la fuente de problemas de calidad
  - Haciendo de la calidad un problema de todos
- SPC (*Statistical Process Control*)
  - Herramientas estadísticas usadas para ayudar a los encargados de calidad a identificar problemas en el proceso productivo y en los productos mismos.



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

2

## Métodos de control de calidad

- **(A) Estadísticas descriptivas**
  - Usadas para describir la distribución de los datos
  - Ej.: media, desviación estándar, rango.
- **(B) Muestreo de aceptación**
  - Usado para aceptar o rechazar lotes completos vía la inspección de sólo unos pocos ítems
- **(C) Control estadístico de procesos (SPC)**
  - Se inspecciona una muestra del *output*
  - Usado para determinar si un proceso tiene el desempeño esperado o no



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

3

## (A) Estadísticas descriptivas

- Media (x-bar):
  - El promedio o la tendencia central de un conjunto de datos
- Rango:
  - El rango mide la diferencia entre el valor observado más grande y el más pequeño de un conjunto de datos
- Desviación estándar (sigma):
  - Otra medida de dispersión
  - Describe la dispersión o variación observada en un conjunto de datos
- Distribución de los datos:
  - Forma de la distribución de los datos observados

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

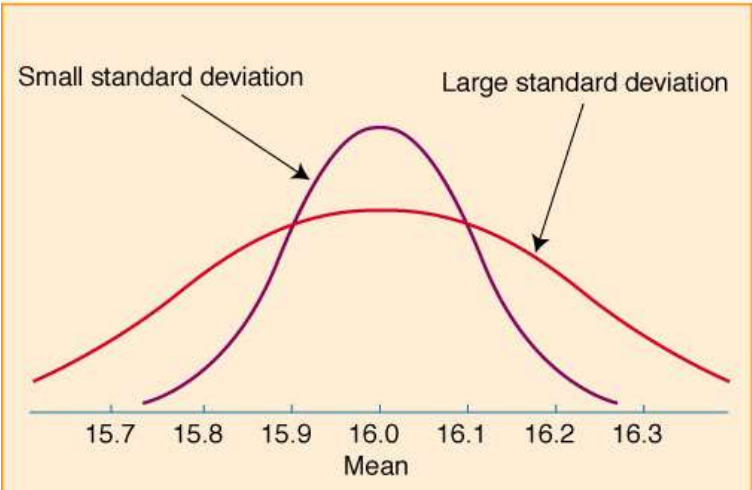
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

4

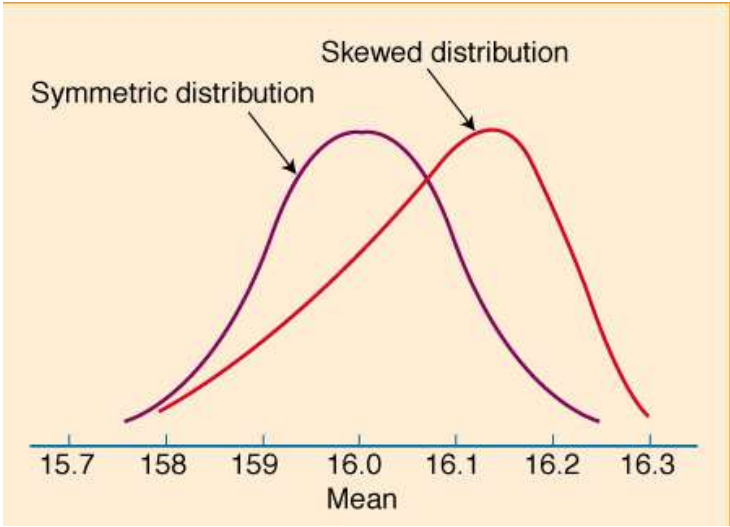
## Impacto de la desviación estándar



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

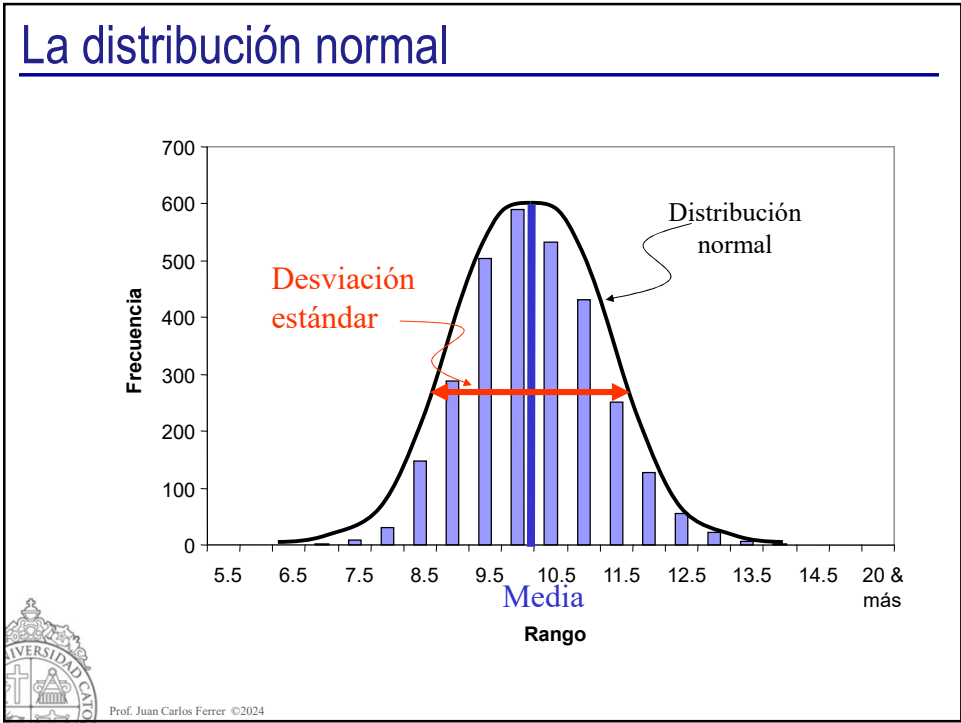
5

## Distribuciones asimétricas

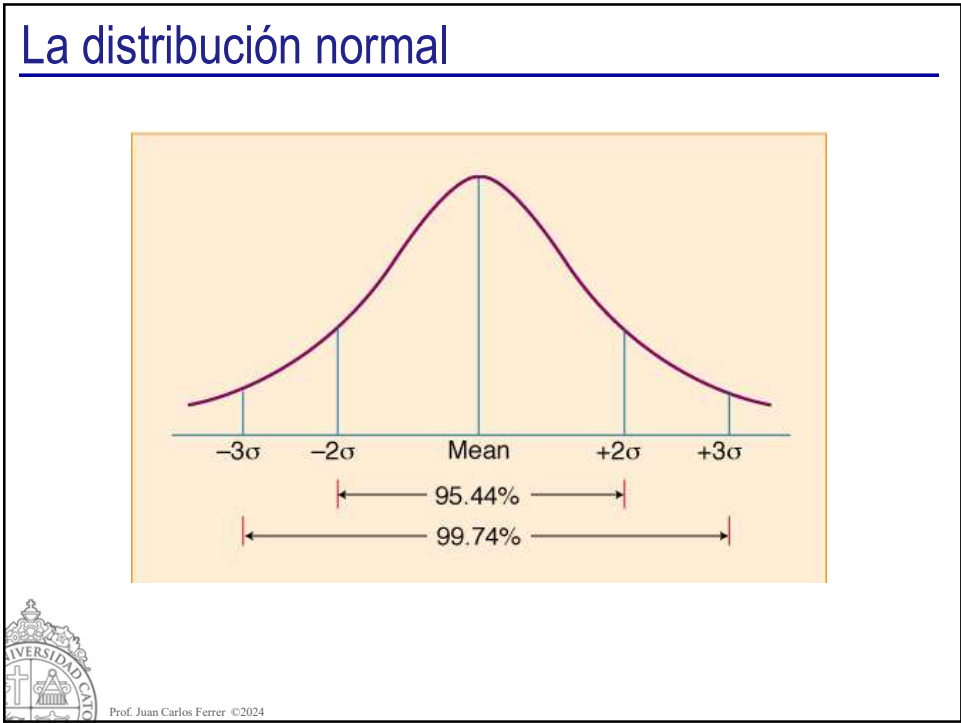


Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

6



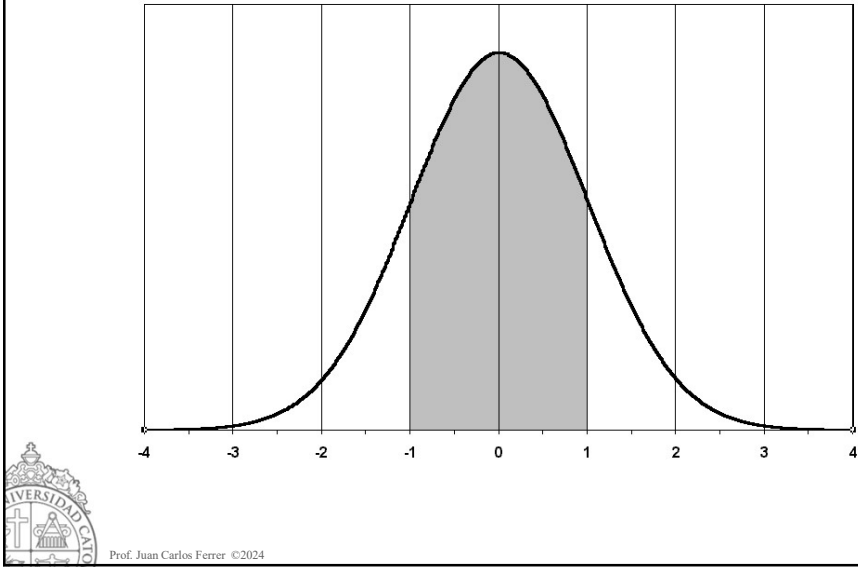
7



8

## $\pm 1$ Sigma

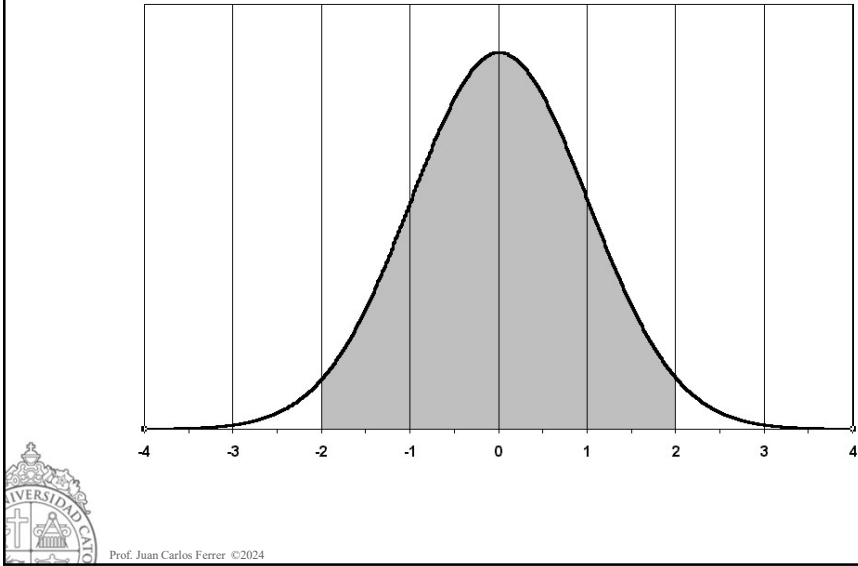
68.3% de los datos cae dentro de una desviación estándar de la media



9

## $\pm 2$ Sigmas

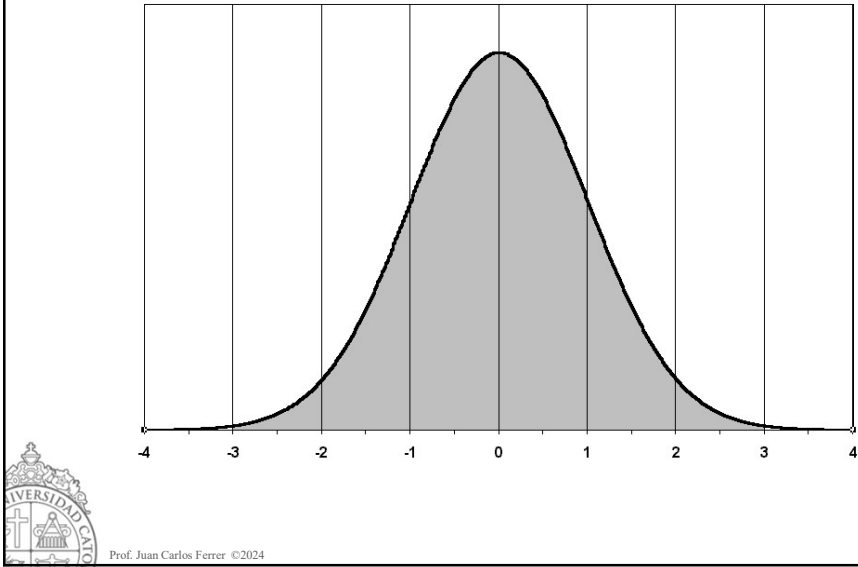
95.4% de los datos cae dentro de dos desviación estándar de la media



10

### ±3 Sigmas

99.74% de los datos cae dentro de tres desviación estándar de la media



11

### Probabilidades en distribución normal

±1 Sigma	68.3% de los datos
±2 Sigmas	95.4%
±3 Sigmas	99.73%
±4 Sigmas	99.994%
±5 Sigmas	99.99994%
±6 Sigmas	99.9999998%



12

## Teorema Central del Límite (TCL)

Si la v.a.  $S_n$  se define como la suma de  $n$  v.a. independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d),  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ; con media  $\mu$ , y desviación estándar  $\sigma$ , Entonces, para un  $n$  suficientemente grande (típicamente  $n \geq 30$ ),  $S_n$  distribuye aproximadamente normal con parámetros:  $\mu_{S_n} = n\mu$  y  $\sigma_{S_n} = \sigma\sqrt{n}$

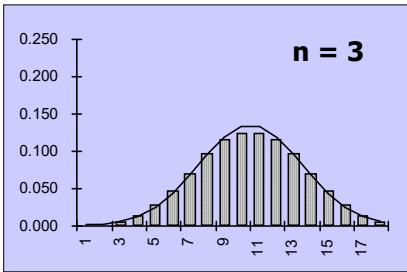
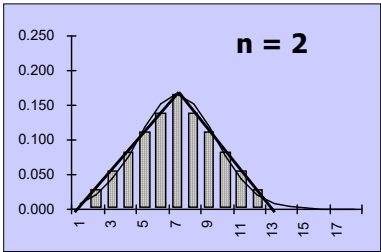
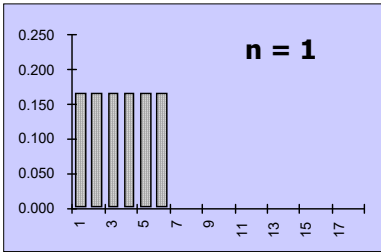
Este resultado es válido independiente de la forma de la distribución de probabilidades de  $X$ .



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

13

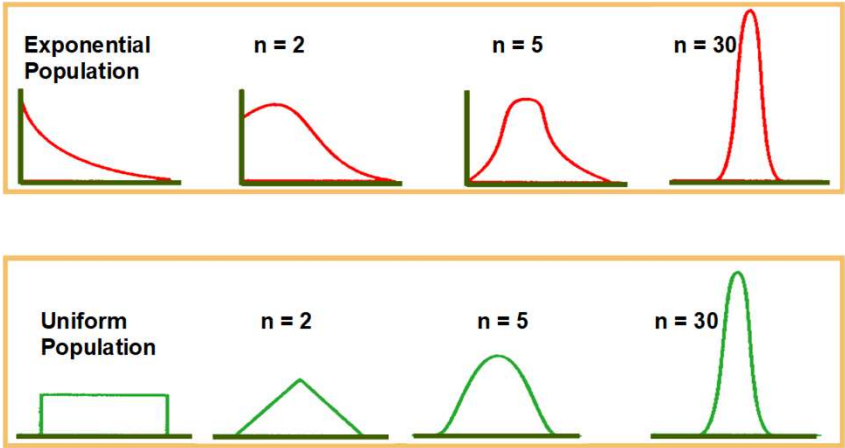
## Ejemplo TCL: Lanzar un dado varias veces



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

14

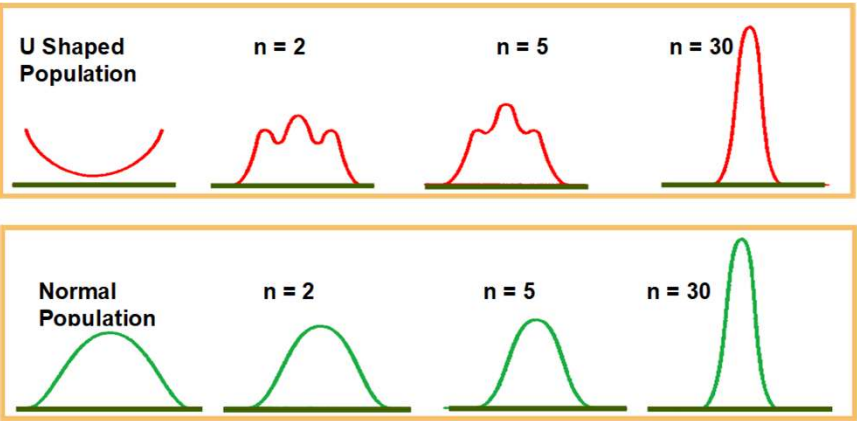
### Ejemplos



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

15

### Ejemplos



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

16

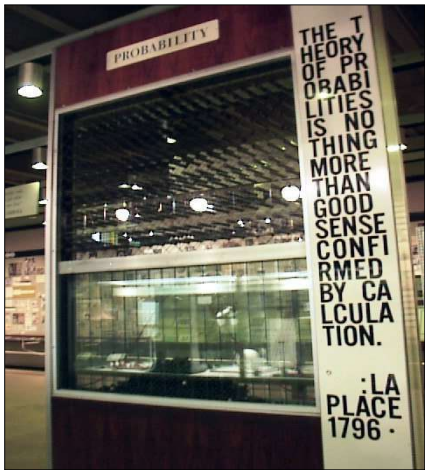


# Museo de Ciencias en Boston, EEUU



17

# TCL en vivo: Boston Museum of Science



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

18

TCL en vivo: Boston Museum of Science



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

19

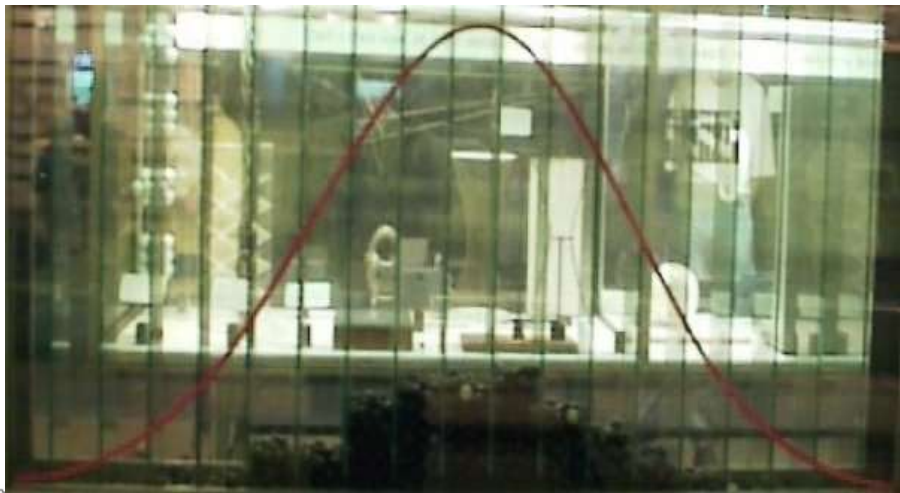
TCL en vivo: Boston Museum of Science



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

20

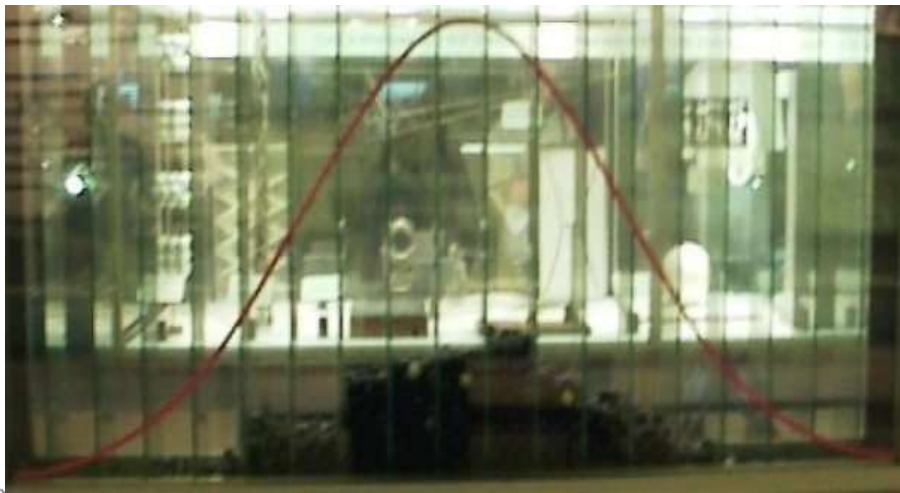
TCL en vivo: Boston Museum of Science



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

21

TCL en vivo: Boston Museum of Science



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

22



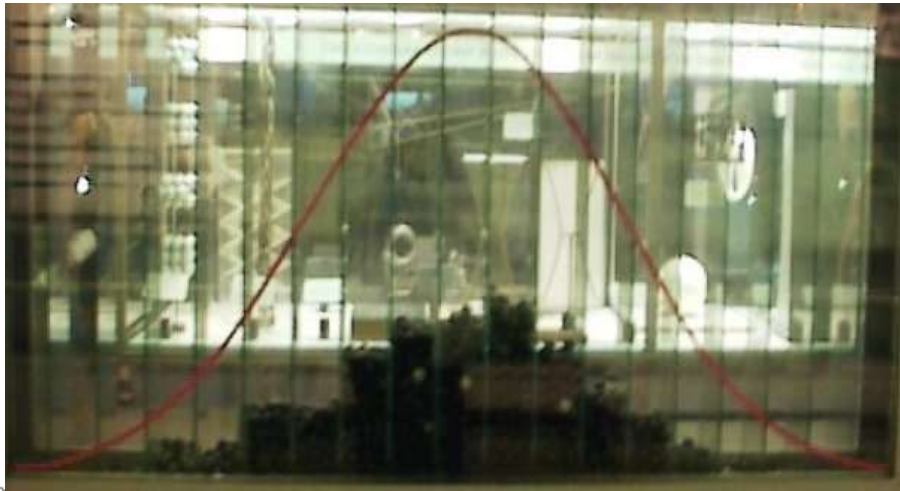
TCL en vivo: Boston Museum of Science



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

23

TCL en vivo: Boston Museum of Science



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

24

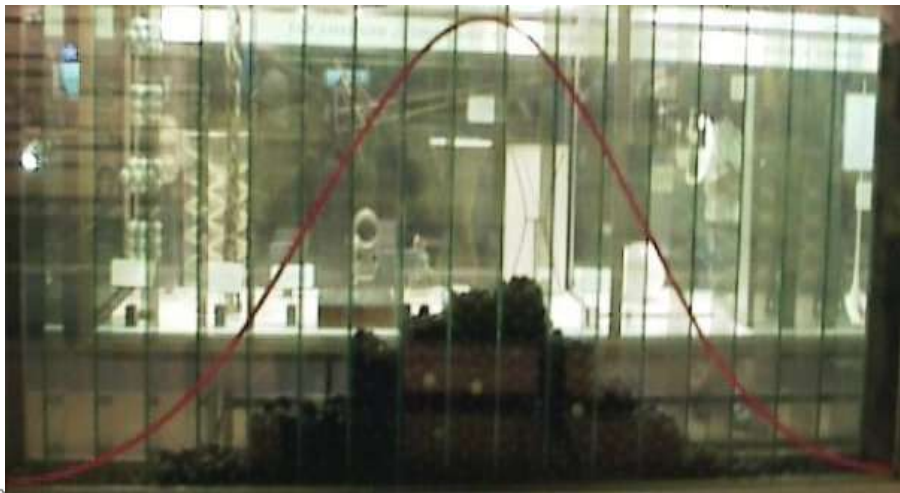
TCL en vivo: Boston Museum of Science



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

25

TCL en vivo: Boston Museum of Science



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

26

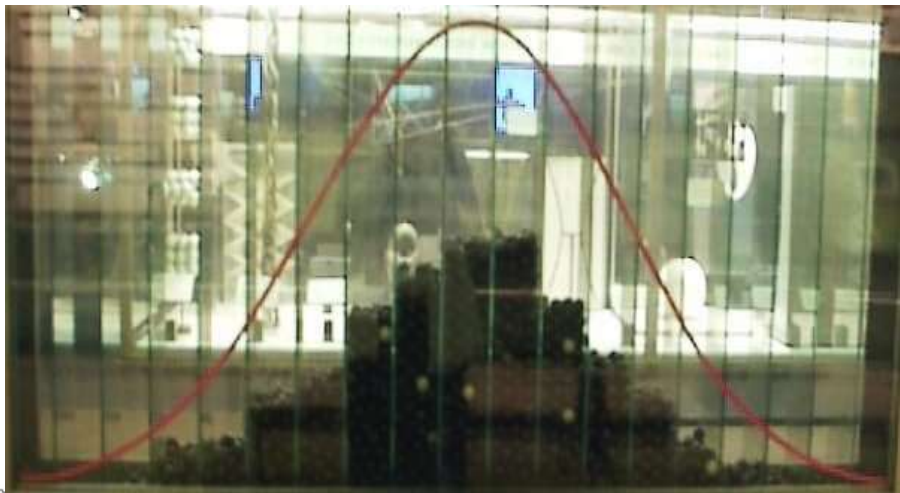
TCL en vivo: Boston Museum of Science



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

27

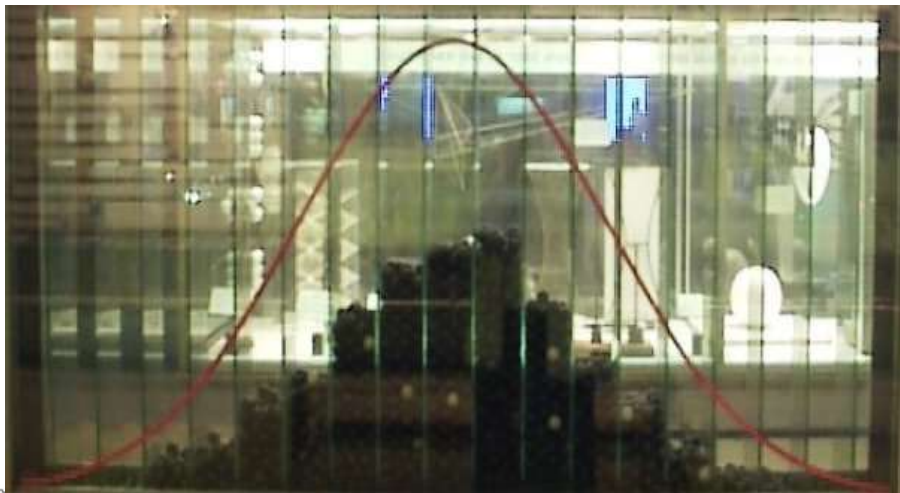
TCL en vivo: Boston Museum of Science



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

28

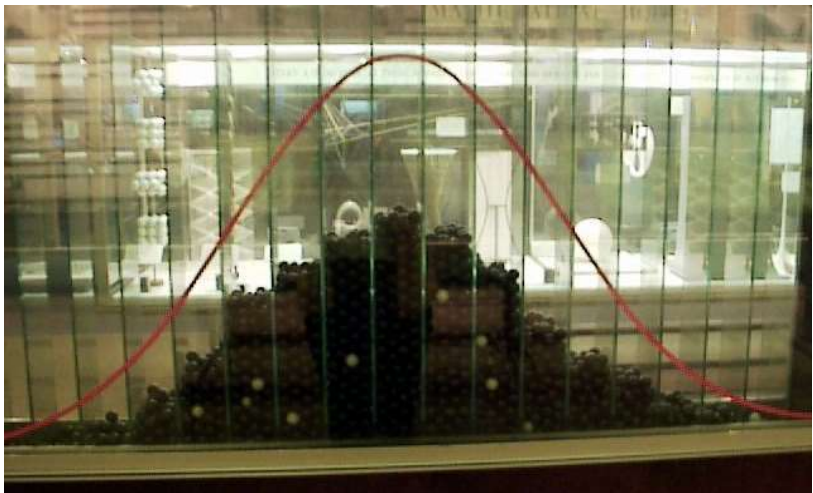
TCL en vivo: Boston Museum of Science



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

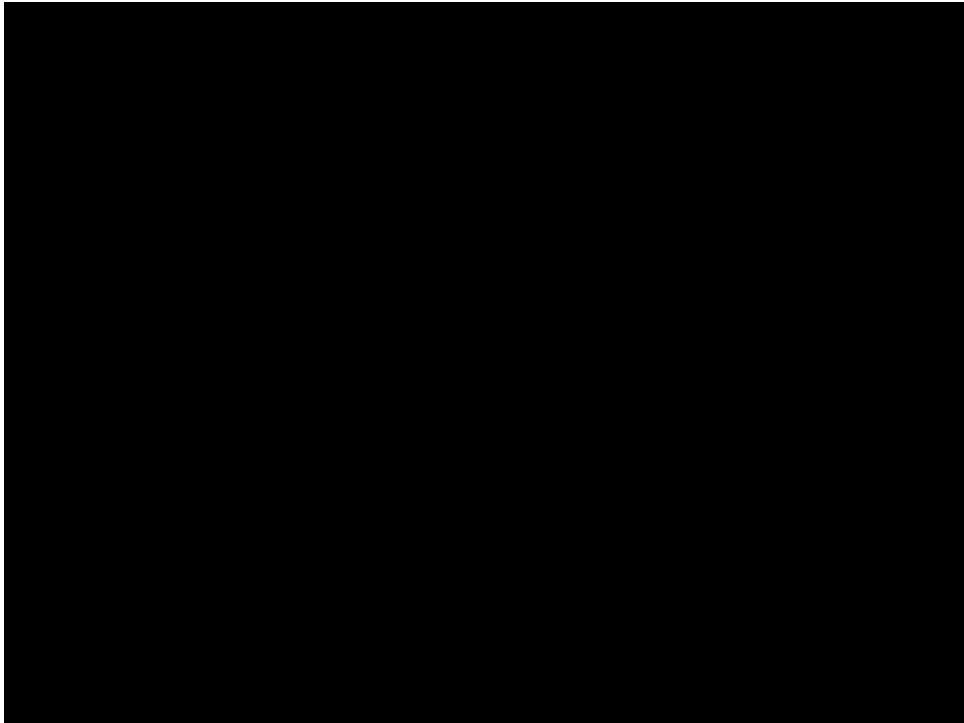
29

TCL en vivo: Boston Museum of Science



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

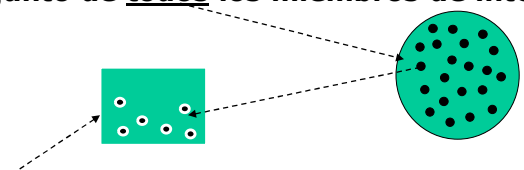
30



31

### (B) Muestreo de aceptación


**Población:** conjunto de todos los miembros de interés



**Muestra:** subconjunto de una población

**Muestra aleatoria:** una muestra recolectada de tal forma que cada miembro de la población sea seleccionado con igual probabilidad

**Nuestro Objetivo:** Hacer inferencia, i.e., estimaciones, predicciones, etc., sobre una población basada en la información de una muestra. En particular, estimar la media y desviación estándar de la población.



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

32



### (B) Muestreo de aceptación

- Riesgo del productor
  - Error tipo I (alfa)
- Riesgo del consumidor
  - Error tipo II (beta)

	Bajo Control	Fuera de Control
Asume proceso esta OK	Decisión correcta	ERROR (Tipo II)
Toma acción correctiva	ERROR (Tipo I)	Decisión correcta



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

33

### (C) Pasos en SPC

1. Identificar los atributos que se quiere controlar  
Ej.: largo, peso, composición química, etc.
2. Entender el comportamiento estadístico del sistema cuando está bajo control  
Definir el valor objetivo del atributo (media), e indentificar la variación natural del proceso (desviación estándar)
3. Definir el grado de tolerancia al error (definir un intervalo de confianza)  
Detener el proceso si se está muy lejos del objetivo

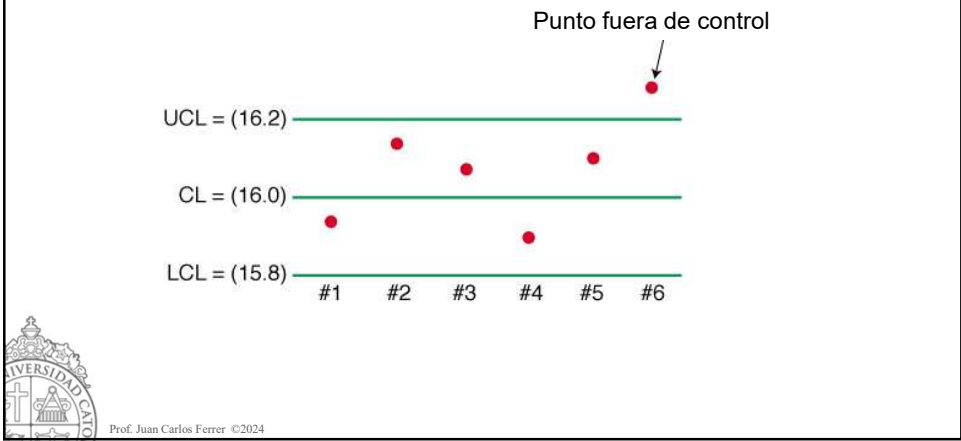


Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

34

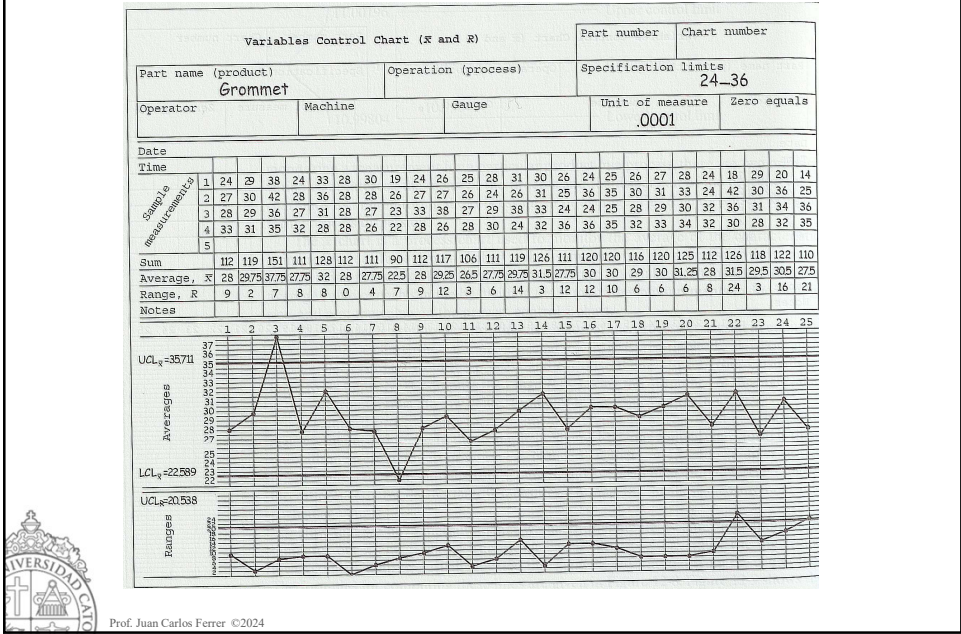
## Métodos SPC

- Diagramas de control
  - Usar límites estadísticos para identificar cuando una muestra de datos cae dentro de un rango normal de variación

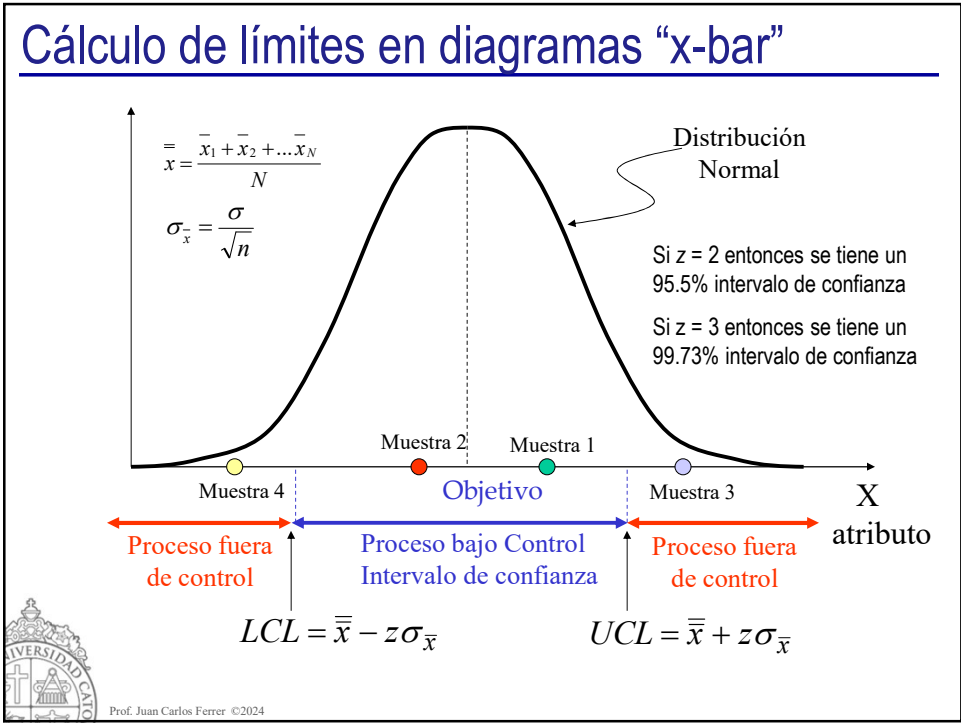


35

## Diagrama de control



36



38

### Ejemplo

- Un inspector de control de calidad de una empresa de embotellamiento de bebidas ha tomado 3 muestras con 4 observaciones cada una. Asumiendo que la desviación estándar del proceso de embotellamiento es de .2 onzas, ayude al inspector a construir límites de control de 3 desviaciones estándar

	Muestra 1	Muestra 2	Muestra 3
Observación 1	15.8	16.1	16.0
Observación 2	16.0	16.0	15.9
Observación 3	15.8	15.8	15.9
Observación 4	15.9	15.9	15.8
Medias muestrales	15.875	15.975	15.9

Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

39

## Ejemplo: cálculos

- Línea central ( $\bar{x}$ ):

$$\bar{x} = \frac{15.875 + 15.975 + 15.9}{3} = 15.92$$

- Límites de control:

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{x} + z\sigma_{\bar{x}} = 15.92 + 3\left(\frac{.2}{\sqrt{4}}\right) = 16.22$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{x} - z\sigma_{\bar{x}} = 15.92 - 3\left(\frac{.2}{\sqrt{4}}\right) = 15.62$$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

40

## ¿Cuándo se debe tomar acción?

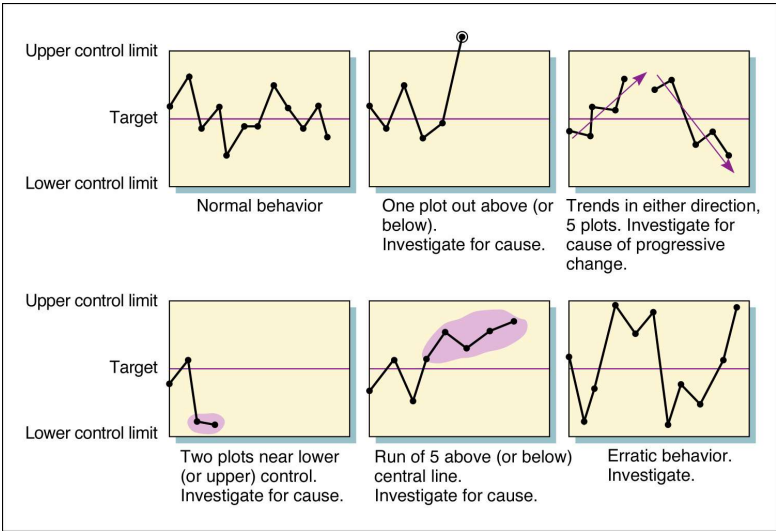
- Una acción correctiva debe ser tomada cuando alguna de las siguientes cosas sucedan:
  - Un punto cae fuera de los límites de control
  - "Siete" puntos seguidos a un mismo lado del límite central
  - Una corrida de "siete" puntos seguidos yendo hacia arriba, o yendo hacia abajo
  - Ciclos u otros patrones no aleatorios



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

41

## Patrones buscados en diagramas



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

42

## Capacidad del Proceso

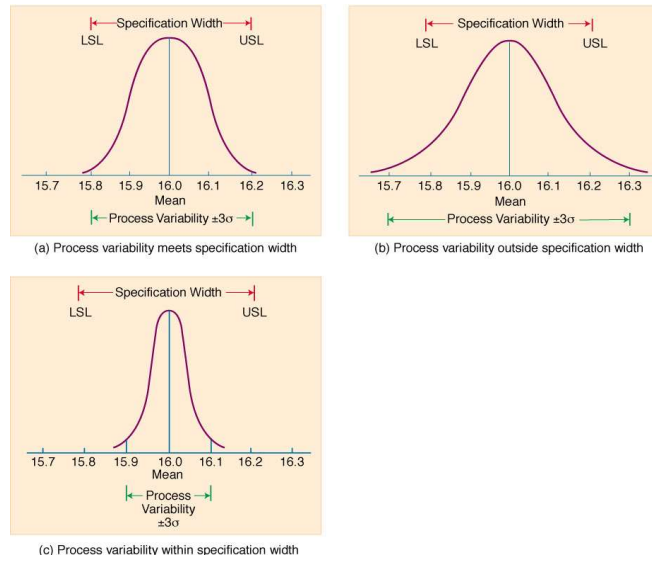
- Una medida de la capacidad (capaz) del proceso para cumplir con las especificaciones de diseño pre-establecidas
  - Determina si el proceso puede hacer lo que se le está pidiendo que haga.
- Especificaciones de diseño (límites de tolerancia):
  - Establecidas por ingenieros de diseño para definir un rango aceptable de características individuales de productos.
  - Basadas en expectativas de los clientes y en cómo funciona el producto.



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

43

## Midiendo capacidad de un proceso



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

44

## Indices de capacidad

- Proceso centrado ( $C_p$ ):

$$C_p = \frac{\text{specification width}}{\text{process width}} = \frac{USL - LSL}{6\sigma}$$

- Cualquier proceso ( $C_{pk}$ ):

$$C_{pk} = \min\left(\frac{USL - \mu}{3\sigma}; \frac{\mu - LSL}{3\sigma}\right)$$

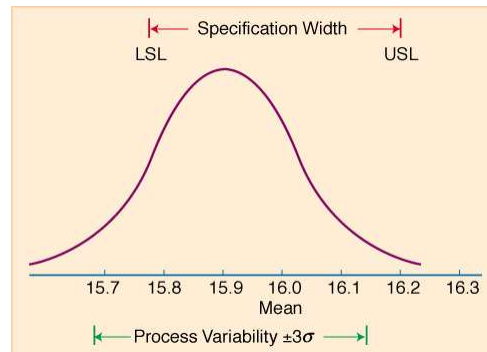


Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

45

## Ejemplo

- Especificaciones tienen un valor objetivo de 16.0 +/-0.2 micrones (USL = 16.2 y LSL = 15.8)
- El proceso de salida observado tiene una media de 15.9 y una desviación de 0.1 micrones
- Analice la capacidad de este proceso



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

46

## Ejemplo: cálculos

- $C_{pk}$ :

$$\begin{aligned}
 C_{pk} &= \min\left(\frac{USL - \mu}{3\sigma} \text{ or } \frac{\mu - LSL}{3\sigma}\right) \\
 &= \min\left(\frac{16.2 - 15.9}{3(0.1)} \text{ or } \frac{15.9 - 15.8}{3(0.1)}\right) \\
 &= \min\left(\frac{0.3}{0.3} \text{ or } \frac{0.1}{0.3}\right) = \min(1 \text{ or } 0.33) = 0.33
 \end{aligned}$$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

47

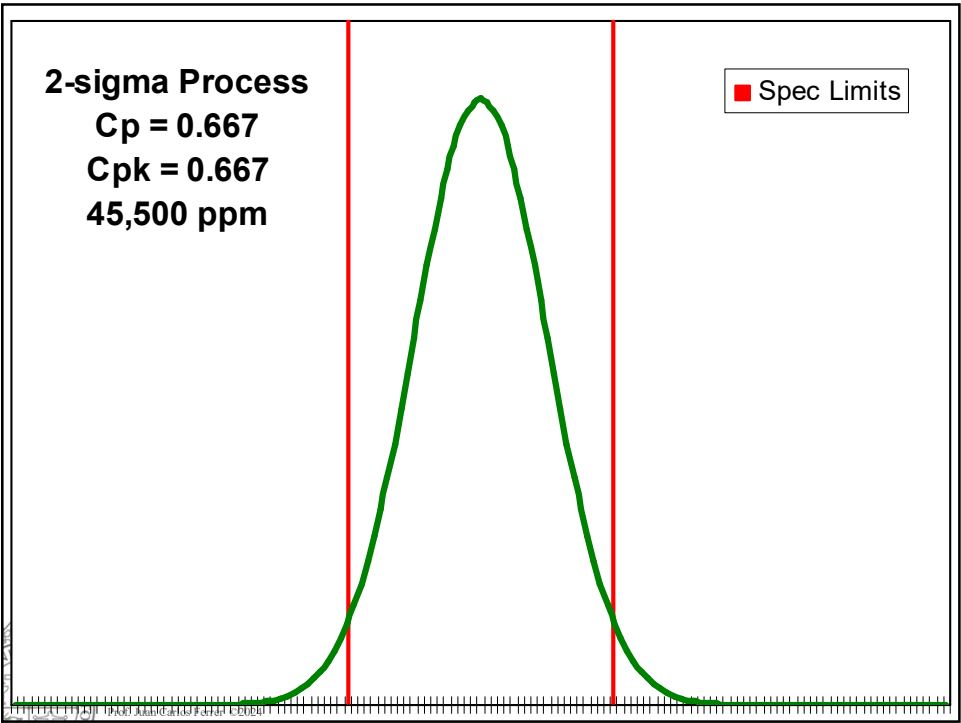
# Enfoques para mejorar la capacidad

(1) Pedirle al cliente que mueva los límites de sus especificaciones



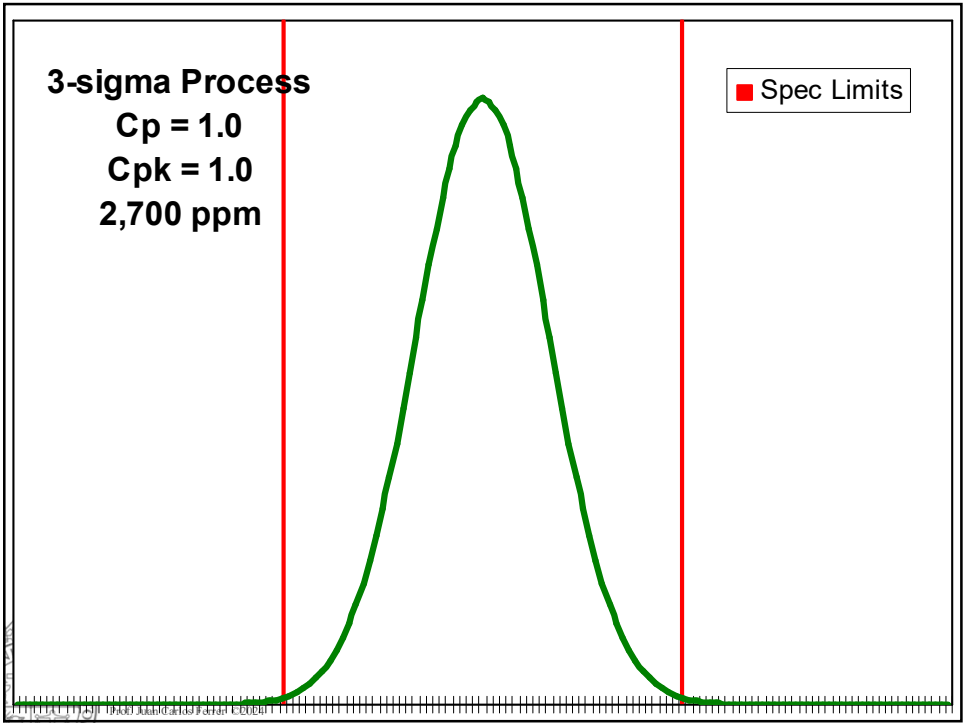
Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

48

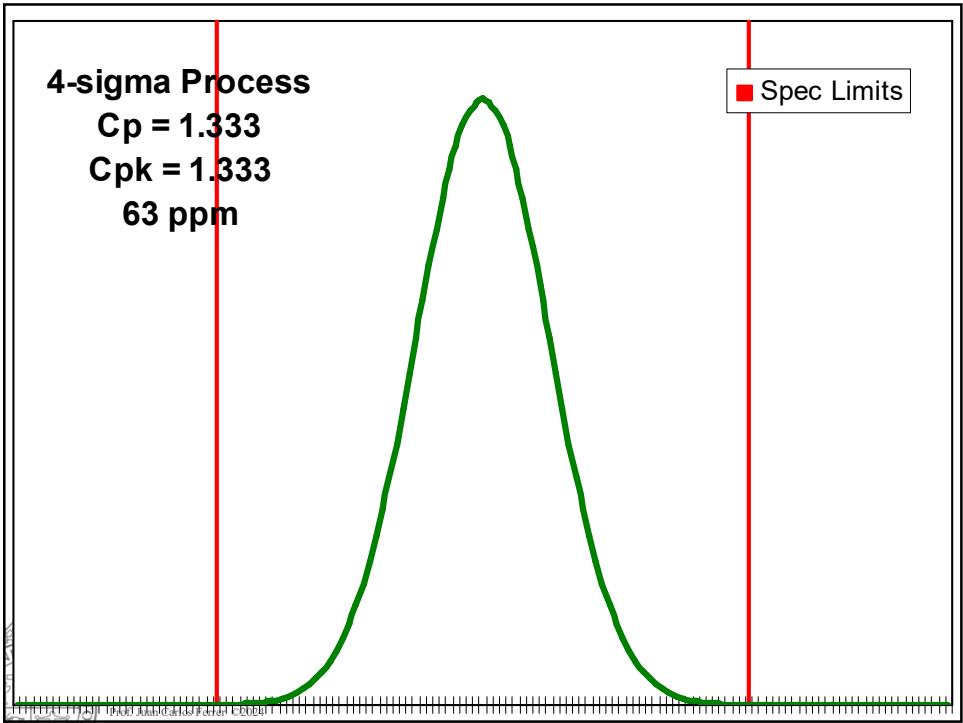


49

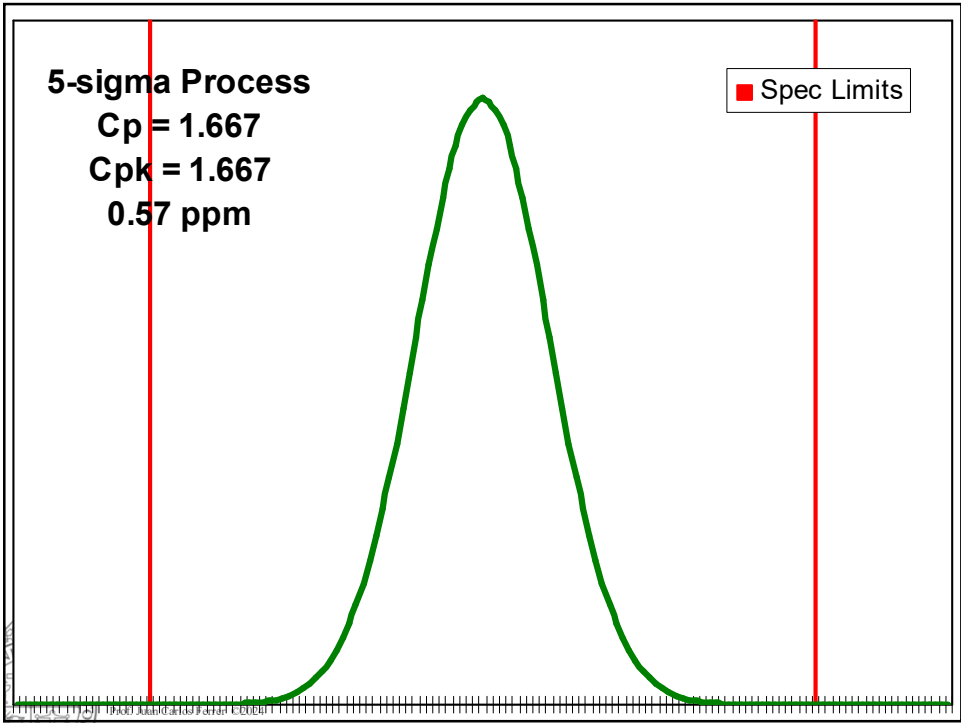




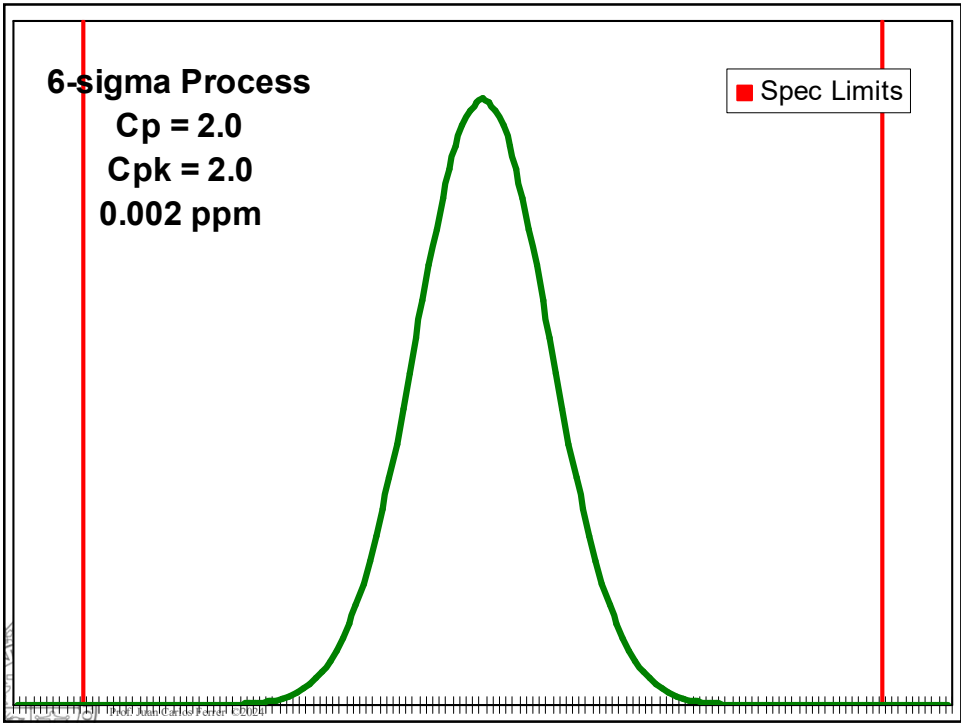
50



51



52



53

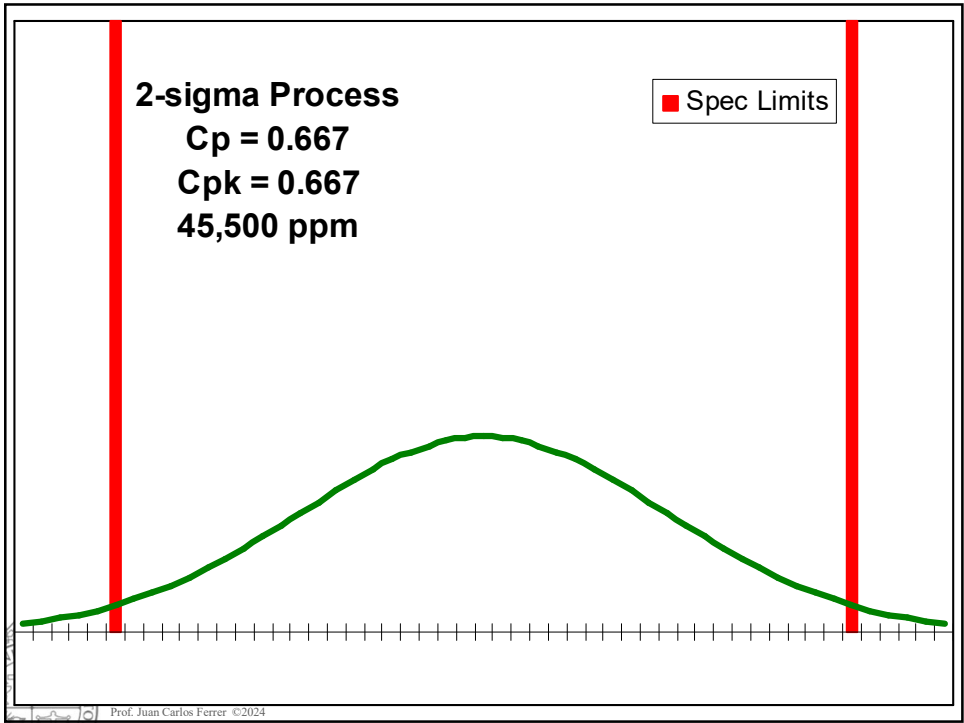
# Enfoques para mejorar la capacidad

(2) Reducir la desviación estándar

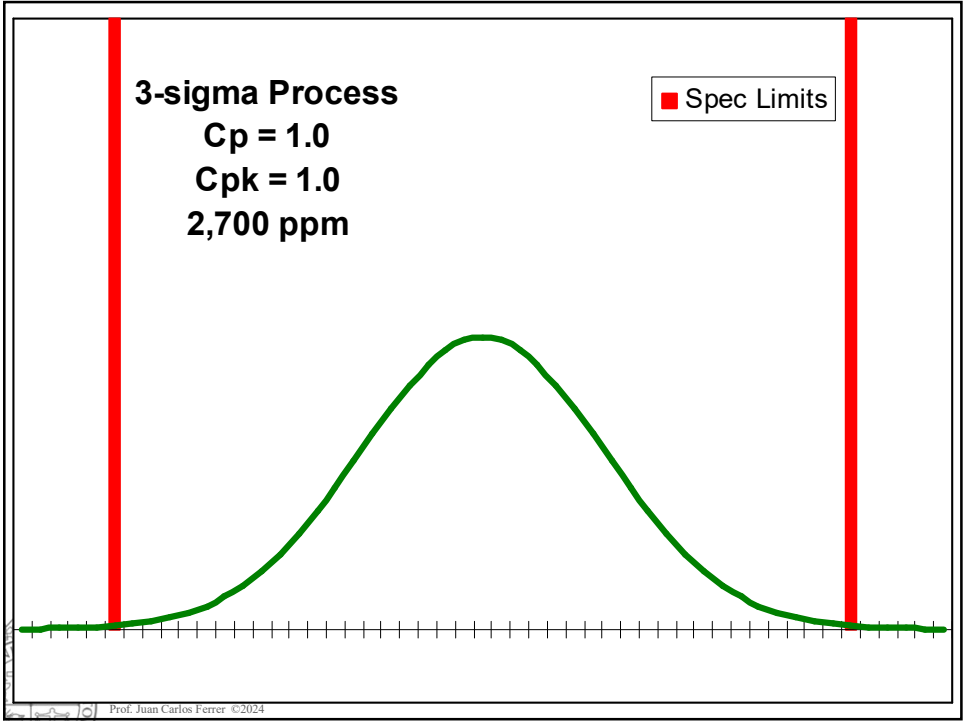


Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

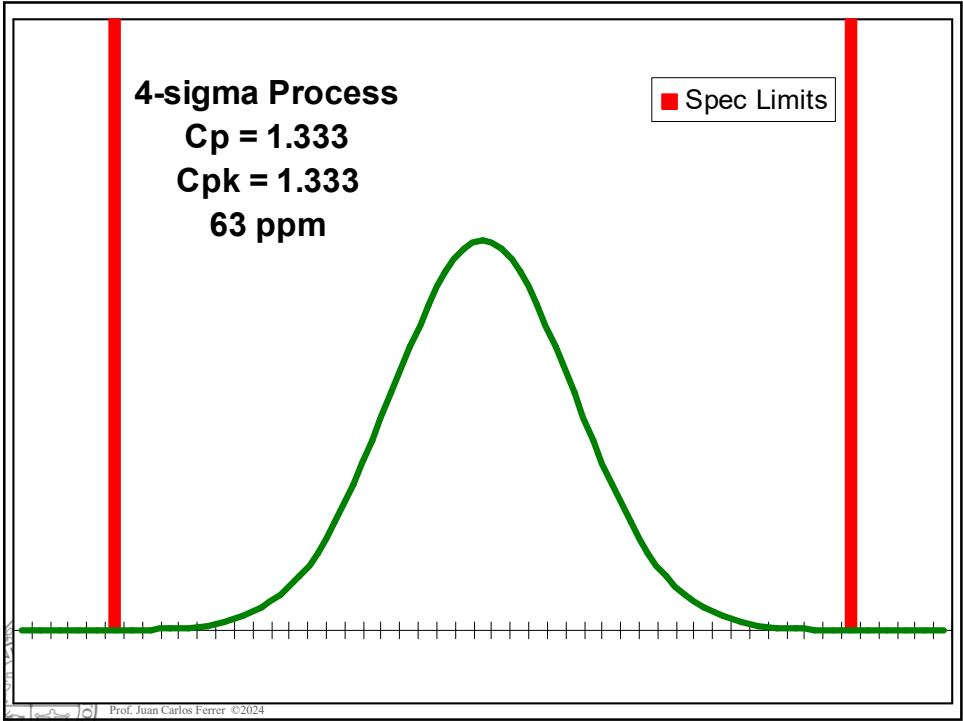
54



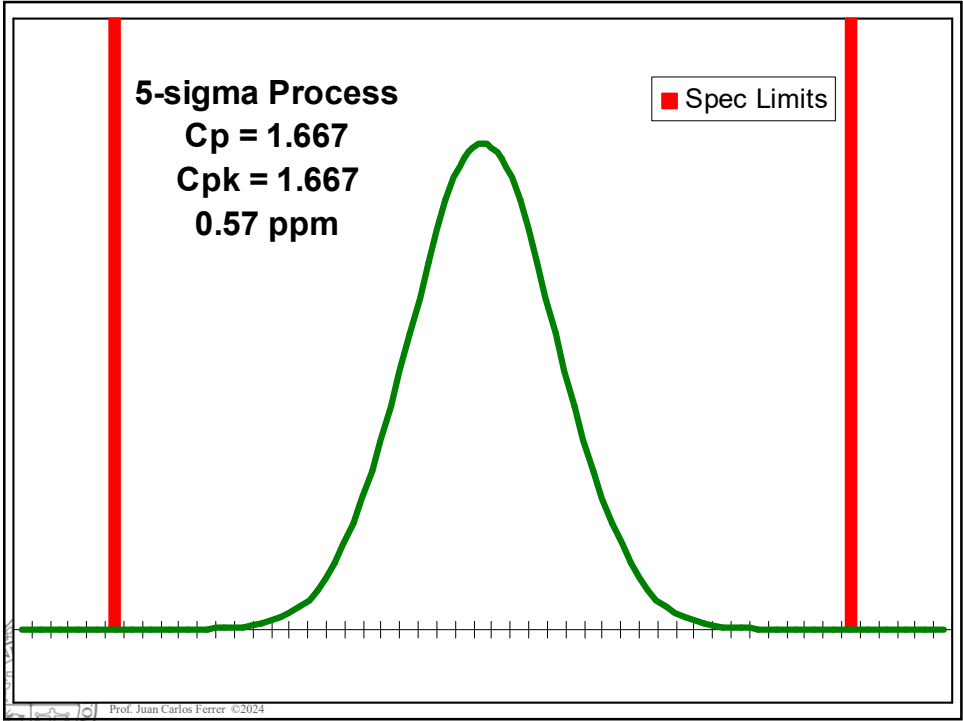
55



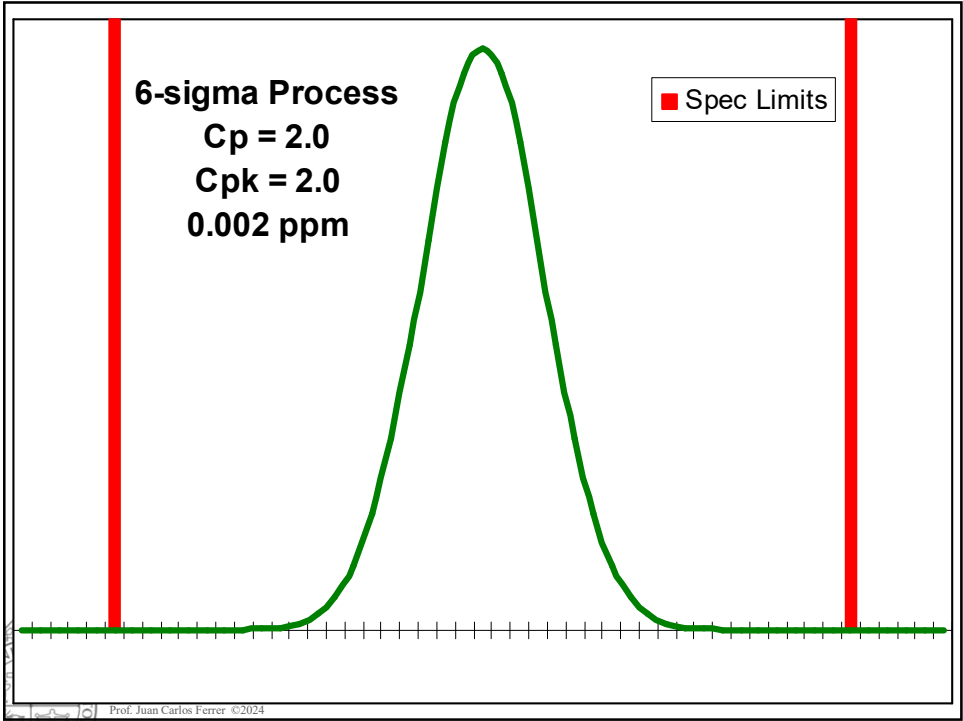
56



57



58



59

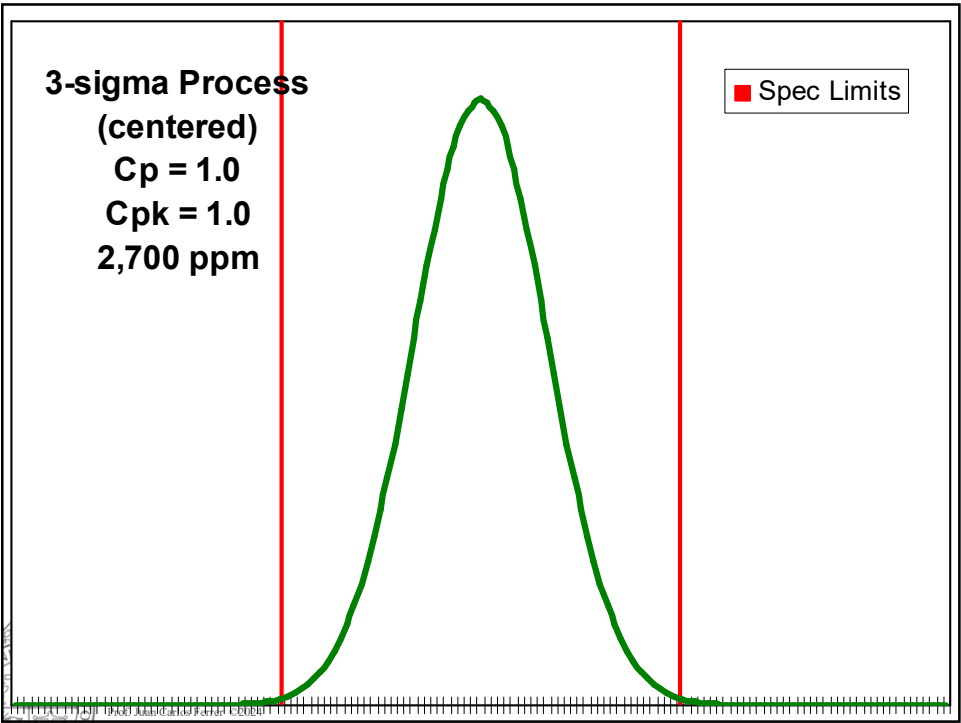
# Proceso desfasado

¿Qué sucede cuando la media del proceso no está centrada entre los límites de especificación?

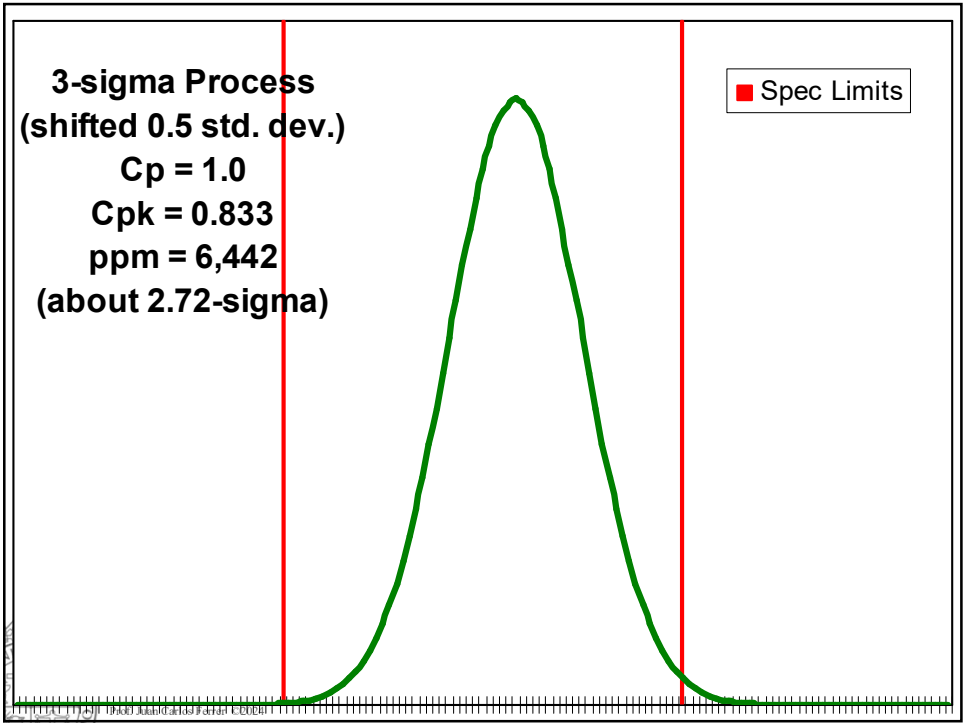


Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

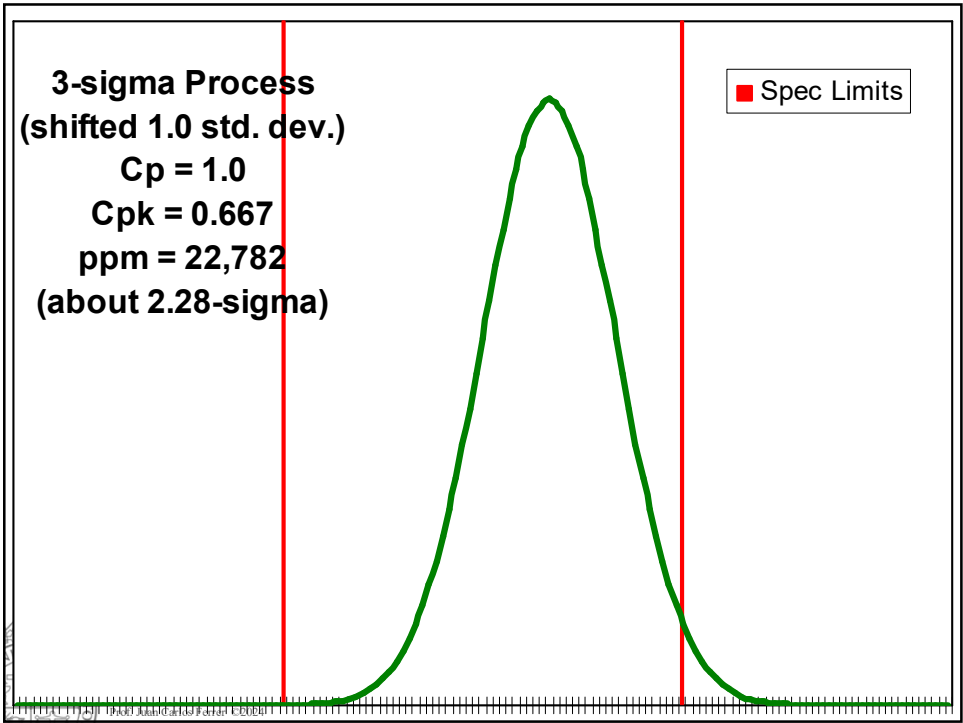
60



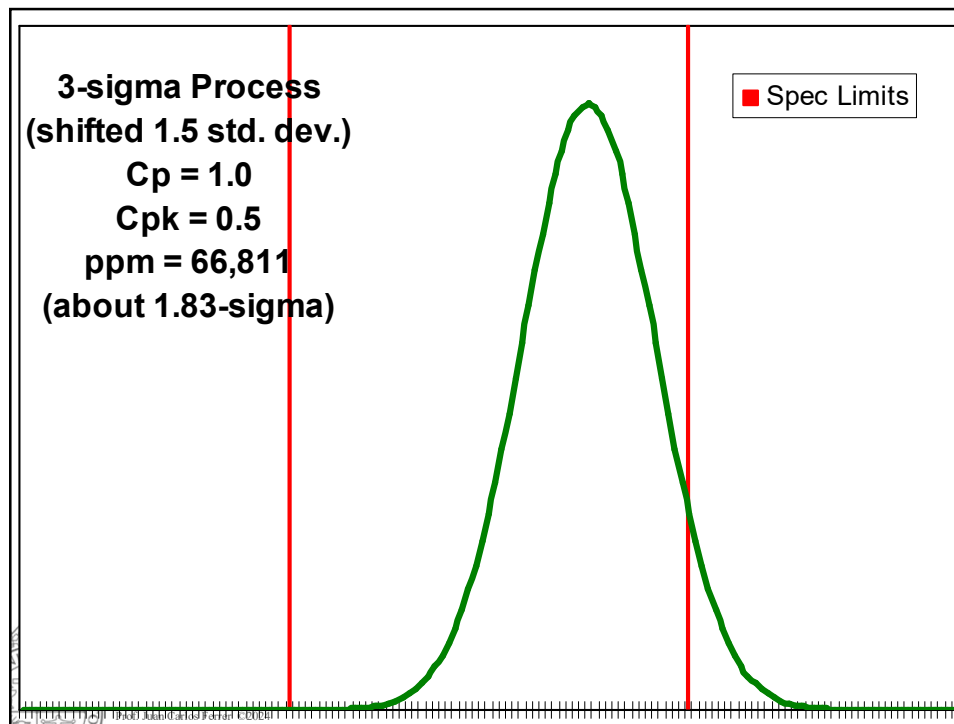
61



62



63



64

## Capacidad $3\sigma$

- Hasta ahora hemos asumido que los procesos se modelan con  $\pm 3$  desviaciones estándar
- Al hacer esto estamos ignorando el 0,26% de los productos que caen fuera del rango de  $\pm 3$  sigma
- Resultado: un proceso 3-sigma produce 2600 defectos por cada millón de productos producidos



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

65



## Capacidad $6\sigma$

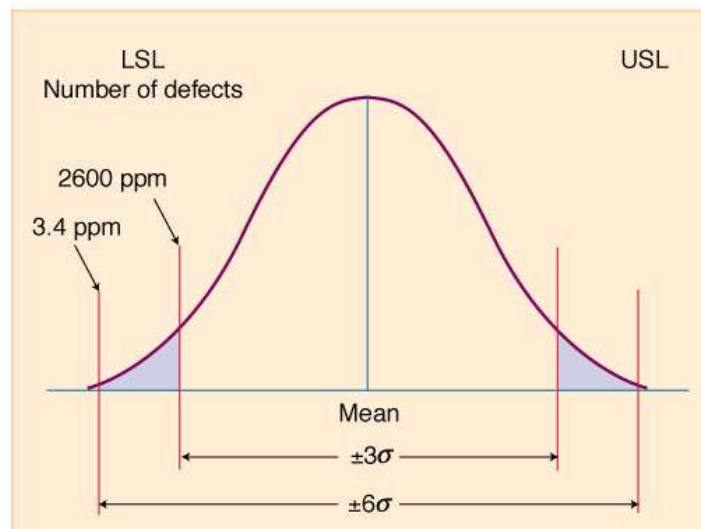
- Una capacidad 6-sigma asume que el proceso es capaz de producir un output donde  $\pm 6$  desviaciones estándar caen dentro de las especificaciones de diseño
- Resultado: Sólo 3.4 defectos por cada millón producido



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

66

## 3-Sigma versus 6-Sigma



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

67

## ¿Por qué 6σ?

99.74% bueno (3 Sigma)

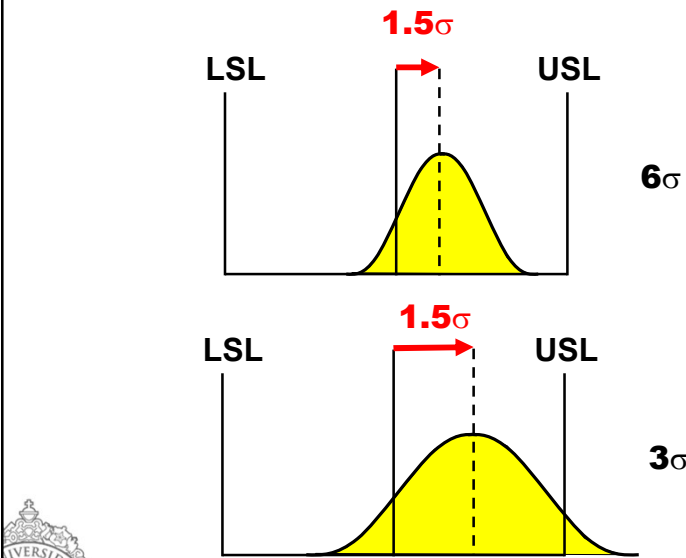
99.9999966% bueno (6 Sigma)

- |  |   |   |
|--|---|---|
| • 20,000 lost articles of mail per hour                      | ➡ | • Seven articles lost per hour                |
| • Unsafe drinking water for almost 15 minutes each day       | ➡ | • One unsafe minute every seven months        |
| • 5,000 incorrect surgical operations per week               | ➡ | • 1.7 incorrect operations per week           |
| • Two short or long landings at most major airports each day | ➡ | • One short or long landing every five years  |
| • 200,000 wrong drug prescriptions each year                 | ➡ | • 68 wrong prescriptions per year             |
| • No electricity for almost seven hours each month           | ➡ | • One hour without electricity every 34 years |

Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

68

## Robustez para desfasar



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

69

## Comente

---

“Tenemos un proceso de producción con un control de calidad de  $3\text{-sigma}$ . Si pasamos a un sistema nuevo de  $6\text{-sigma}$ , lo que en realidad estamos haciendo es duplicando el rango de aceptación, con lo que ahora aceptaremos productos que con el antiguo sistema eran rechazados”



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

71