



Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas  
Pontificia Universidad Católica de Chile

ICS 3213  
Gestión de Operaciones

Clase 14: Control de Inventario II


0  
  
214800 232087768

Prof. Juan Carlos Ferrer - 2<sup>do</sup> Semestre 2024

1

Extensiones del modelo básico EOQ

- ¿Qué sucede si hay lotes de producción?
- ¿Y si hay descuentos por cantidad?
- ¿Qué sucede si hay más de un producto?
- ¿Y si la bodega tiene una capacidad limitada?
  - Volumen total disponible =  $N$  metros cúbicos



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

2

## RECORDATORIO / EOQ: Supuestos

- La demanda por productos es constante y uniforme en el tiempo
- Tiempo de retraso en despacho (*leadtime*) es constante
- Precio unitario de producto es constante
- Costos de inventario basados en inventarios promedios
- Costos de *setup* son constantes
- Toda la demanda es satisfecha. No se admite faltante
- Cada orden se recibe en un sólo despacho



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

3

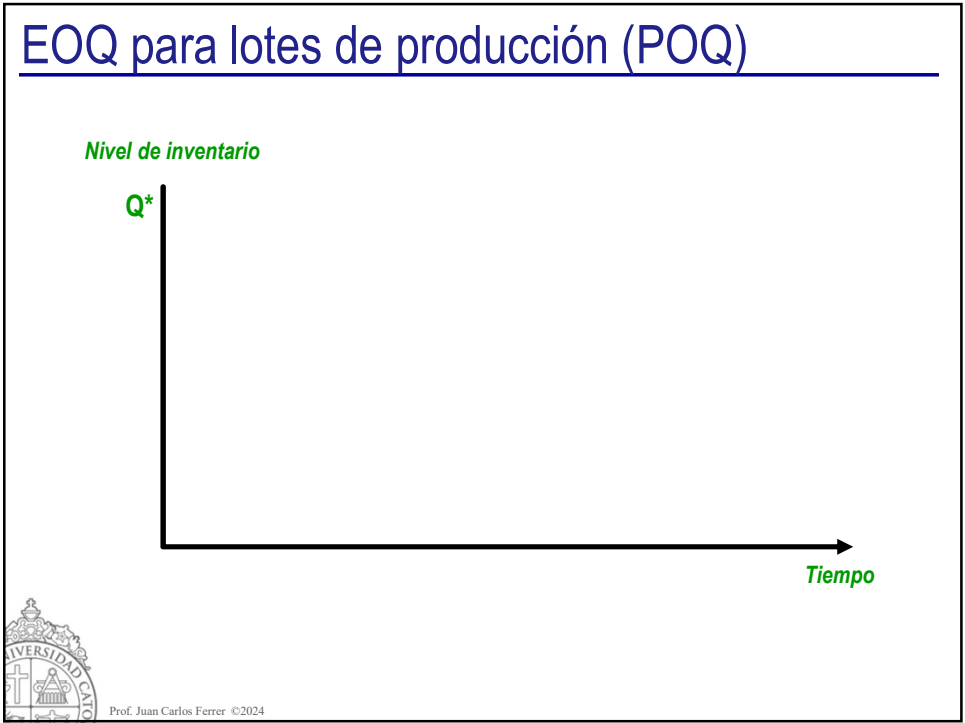
## EOQ para lotes de producción (POQ)

- Usado para determinar el lote de producción en el caso que un ítem es producido en una primera etapa, luego almacenado, y finalmente pasado a la siguiente etapa
- Difiere del modelo EOQ ya que las órdenes son despachadas a una tasa constante ( $p$ ), en vez de que lleguen todas de una sola vez
- Se asume también que la tasa de producción ( $p$ ) es mayor que la demanda ( $d$ )

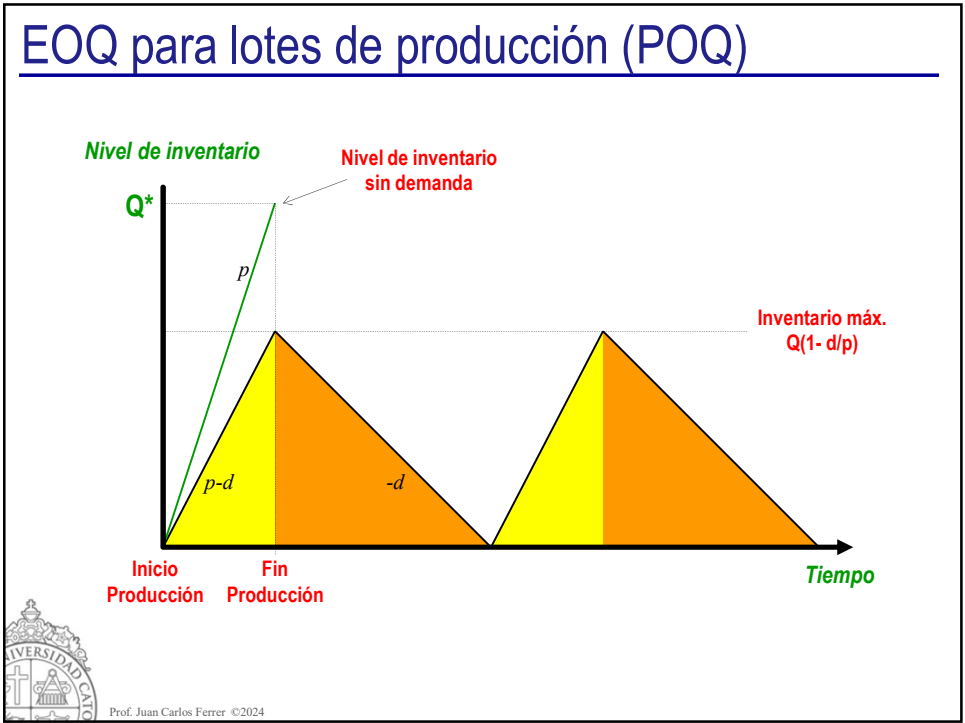


Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

4



5



6

## EOQ para lotes de producción (POQ)

Nivel máximo de inventario  $Q^* \left(1 - \frac{d}{p}\right)$

Costo de setup  $\frac{DS}{Q^*}$

Costo de inventario  $\frac{1}{2} H Q^* \left(1 - \frac{d}{p}\right)$

Cantidad óptima a ordenar  $Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H(1-d/p)}}$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

7

## EOQ con descuentos por cantidad

Basado en los mismos supuestos que el modelo EOQ, por lo que hay formulas similares:

$$Q_{OPT} = \sqrt{\frac{2DS}{iC}}$$

$i$  = % del costo unitario para calculo del costo de inventario  
 $C$  = costo por unidad

Debido a que  $C$  cambia en cada rango, la formula de arriba habrá que usarla varias veces.



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

8

## EOQ con descuentos por cantidad

Una empresa tiene la oportunidad de reducir sus costos mediante el ordenamiento de órdenes más grandes, usando los rangos dados abajo.

¿Cuál debería ser la cantidad óptima a ordenar si la compañía compra este ítem con un costo fijo de orden de \$4, un costo de inventario del 2% del costo del ítem, y una demanda anual de 10,000 unidades?

| Cantidad (unid) | Precio/unid(\$) |
|-----------------|-----------------|
| 0 to 2.499      | \$1,20          |
| 2.500 to 3.999  | \$1,00          |
| 4.000 o más     | \$0,98          |



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

## EOQ con descuentos por cantidad

$$Q_{OPT} = \sqrt{\frac{2DS}{iC}} = \sqrt{\frac{2(10,000)(4)}{0.02(1.20)}} = 1,826 \text{ unidades}$$

✓

$$Q_{OPT} = \sqrt{\frac{2DS}{iC}} = \sqrt{\frac{2(10,000)(4)}{0.02(1.00)}} = 2,000 \text{ unidades}$$

✗

$$Q_{OPT} = \sqrt{\frac{2DS}{iC}} = \sqrt{\frac{2(10,000)(4)}{0.02(0.98)}} = 2,020 \text{ unidades}$$

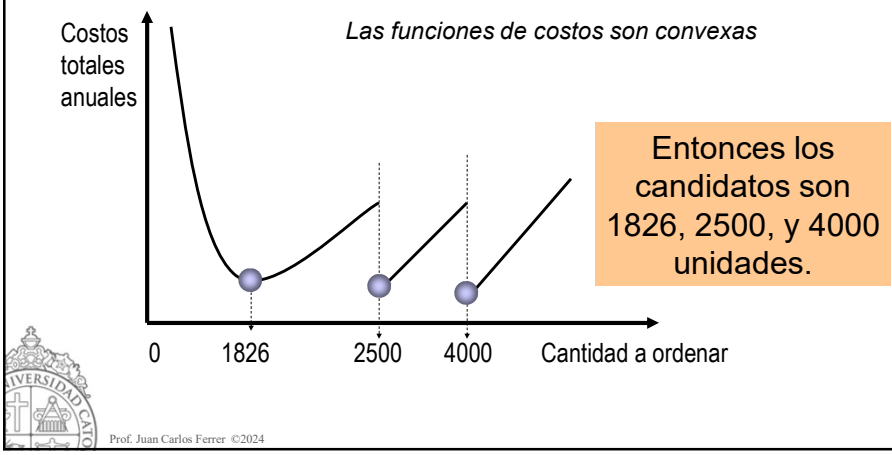
✗



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

## EOQ con descuentos por cantidad

Debido a que algunas soluciones ocurren fuera del intervalo, los verdaderos  $Q_{opt}$  ocurrirán en el comienzo de los respectivos intervalos. ¿Por qué?



11

## EOQ con descuentos por cantidad

Finalmente determinamos los costos totales para cada intervalo

$$TC = DC + \frac{D}{Q} S + \frac{Q}{2} iC$$

$TC(0-2499) = (10000 \cdot 1,20) + (10000/1826) \cdot 4 + (1826/2)(0,02 \cdot 1,20) = \$12.043,82$   
 $TC(2500-3999) = \$10.041,00$   
 $TC(4000 \text{ y más}) = \$9.949,20$

Finalmente, seleccionamos el  $Q_{opt}$  menos costoso, el cual ocurre en el intervalo de 4.000 y más.

En resumen, el tamaño de orden óptimo es de 4.000 unidades.



12

## Inventarios bajo incertidumbre

- La gestión de inventarios enfrenta variables estocásticas tales como:
  - Demanda
  - Tiempo de reposición
- Supongamos una demanda estocástica
  - ¿Qué podemos hacer en este caso?
    - Exigir un nivel mínimo de servicio, por lo que habrá que definir un **stock de seguridad**
  - Supongamos que el tiempo de reposición  $L$  es conocido
  - La tasa de demanda  $d$  corresponde a una variable aleatoria con distribución cualquiera, con media  $\bar{d}$  y varianza  $\sigma^2$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

13

## Inventarios bajo incertidumbre

- ¿Cómo determinamos el nivel óptimo de reorden?
  - Mediante una probabilidad de satisfacer la demanda durante el período de reposición (conocido)

$$\Pr(dda_L \leq R) \geq \alpha$$

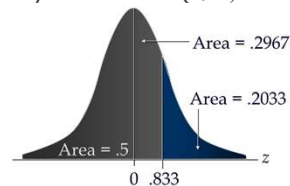
- Digamos que

$$R = \bar{d}L + \bar{s} \quad \text{donde } \bar{s} \text{ es el stock de seguridad}$$

$$\Pr(dda_L \leq \bar{d}L + \bar{s}) \geq \alpha$$

- Supongamos que la demanda diaria distribuye normal  $N(\bar{d}, \sigma^2)$

$$\Pr\left(\frac{dda_L - \bar{d}L}{\sqrt{L}\sigma} \leq \frac{\bar{s}}{\sqrt{L}\sigma}\right) \geq \alpha$$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

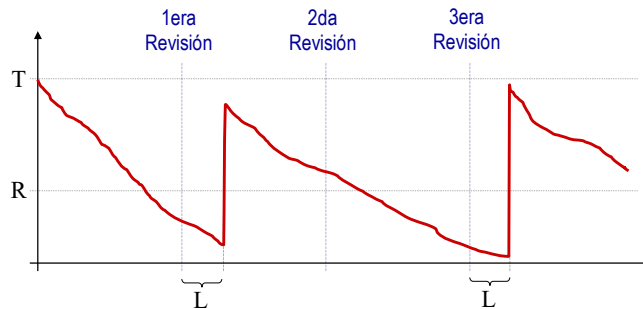
- Por lo tanto, el punto de reorden será

$$R = \bar{d}L + Z_\alpha \sigma \sqrt{L}$$

14

## Modelo de revisión periódica / P-model

- Período fijo en el cual se revisa el inventario
- Si el inventario es menor que  $R$ , entonces se ordena la diferencia entre  $T$  y el nivel de inventario
- Objetivo: determinar  $T$  y  $R$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

15

## Modelo del vendedor de diarios

- ¿Cuántos diarios comprar?
  - Estudio histórico indica que la demanda semanal tiene una media de 11.73 y desviación estándar de 4.74
  - Costo de cada copia es 25 centavos
  - Precio de venta es 75 centavos
  - Copias no vendidas son recibidas a 10 centavos
- Solución
  - ¿Comprar 12 diarios?
- Costos
  - $c_o$ : Costo por cada unidad que sobra al final
  - $c_u$ : Costo por cada unidad de demanda insatisfecha



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024

16



## Modelo del vendedor de diarios

Costo Total  $G(Q, D) = c_o \max(0, Q - D) + c_u \max(0, D - Q)$

Costo Total esperado  $G(Q) = E[G(Q, D)]$

$$G(Q) = c_o \int_0^Q (Q - x) f(x) dx + c_u \int_Q^\infty (x - Q) f(x) dx$$

Cantidad óptima  $\frac{dG(Q)}{dQ} = c_o F(Q) - c_u (1 - F(Q))$

Igualando a cero podemos obtener la única solución óptima, ya que  $G(Q)$  es convexa

$$F(Q^*) = \frac{c_u}{c_o + c_u}$$



Prof. Juan Carlos Ferrer ©2024