



Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas

Examen

ICS 3213 Gestión de Operaciones
Sección 2 – 1^{er} semestre 2014
Prof. Alejandro Mac Cawley

Instrucciones:

- Poner nombre y número a todas y cada una de las hojas del cuadernillo.
- No descorchetear el cuadernillo en ningún momento durante la prueba.
- La prueba consta de 4 secciones. Debe contestar cada una de las preguntas en el espacio asignado.
- No se permiten resúmenes de clases, ni de casos, ni formularios.
- Se descontará 10 puntos por no cumplir alguna de estas instrucciones.
- La prueba tiene 120 (+6) puntos y dura 120 minutos.
- No se pueden utilizar laptops ni celulares.
- Se leerá la prueba al comienzo de clases y después se permitirán preguntas en voz alta. Posteriormente en la mitad de la prueba se volverá a permitir preguntas en voz alta. No se permitirán preguntas fuera de estos intervalos. Si su duda persiste indique el supuesto y continúe.

¡Muy Buena Suerte!

SECCION 1. (20 puntos) Sección verdadero o falso. Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). En caso de ser falsas, indique la razón.

1. El modelo de promedio móvil ponderado no puede ser utilizado en el caso de que la demanda presenta estacionalidad.

Falso, el promedio móvil puede ser utilizado cuando la demanda presenta estacionalidad. Se debe tomar en cuenta el largo del ciclo de la estacionalidad y utilizar valores comparables en el pronóstico.

2. Al realizar la asignación de tareas y el balanceo de líneas de producción, los dos indicadores para seleccionar el mejor balanceo son: eficiencia y variabilidad en las eficiencias de las estaciones.

Falso, también se debe tomar en cuenta el valor que tiene la estación con la máxima eficiencia.

3. Al localizar un proceso productivo debemos primero analizar los factores competitivos de las localizaciones.

Falso, primero se debe tomar en cuenta los factores técnicos y posteriormente los estratégicos.

4. La desviación estándar de la ruta crítica está dada por la suma de las desviaciones standard de las actividades de la ruta crítica.

Falso, es la raíz cuadrada de la suma de las varianzas de la ruta crítica

5. El sistema productivo de Toyota busca generar lotes grandes de producción para estabilizar y tener calidad en el proceso productivo.

Falso, el concepto de *Heijunka* busca lotes pequeños que estabilicen la demanda a los proveedores.

6. La mayor fuente de ventaja competitiva de una empresa y proceso productivo está dada por sus trabajadores.

Verdadero

7. El muestreo de calidad no tiene ninguna relación con el control de procesos.

Falso, un adecuado control de procesos llevara a que el muestreo de calidad sea aceptado. Por lo que los estándares del muestreo de aceptación deben llevarse a fijar los estándares del control de procesos.

8. Los principios del *Lean Production* son: controlar la “grasa”, disminuir la variabilidad y llevar el sistema productivo a un mecanismo PULL o de tirar.

Falso, también se debe establecer el FLUJO del sistema productivo

9. En el video visto en clases del sistema productivo de Boeing, dadas las características del producto, la demanda del cliente no tenía efecto sobre el sistema productivo.

Falso, la velocidad de avance de los aviones se determina por la demanda del cliente.

10. La ventaja competitiva de Zara se encuentra en que el diseño, producción, distribución y retail (ventas) se encuentra integrado al interior de la empresa.

Falso, la producción se encuentra externalizada a talleres de personas externas a zara.

SECCION 2 (15 puntos) Responda 1 de las siguientes 2 preguntas relacionada con el libro “La Meta”. Solo se corregirá una pregunta.

a) Al comienzo de la historia de “La Meta” Jonah le señala Alex que “los cuellos de botella deben ser activados y no solo utilizados”. Más adelante, Stacey señala que los nuevos problemas en la fábrica se encuentran en los CCR (recursos restringidos por capacidad). ¿Qué enseñanza le intentaba transmitir Jonah a Alex? ¿Qué son los CCR y cómo se identifican? ¿Cómo se relacionan ambos conceptos con el cumplimiento de la meta?

Respuesta:

Jonah le intentaba enseñar a Alex que el cuello de botella es el que entrega el ritmo al sistema productivo, por lo que las demás máquinas deben de trabajar a dicho ritmo para no producir inventarios. **(5 puntos)**

Los CCR son los recursos productivos que están restringidos por la capacidad de algún cuello de botella. Por lo general se ubican “aguas arriba” de una máquina que es cuello de botella. **(5 puntos)**

Para cumplir la meta, es necesario identificar los cuellos de botella y explotarlos (no detenerlos), porque estos determinan el *throughput*. Para lograr esto, es importante también identificar los CCR porque estos mantienen abastecidos a los cuellos de botella. **(5 puntos)**

b) Finalmente en la historia de “La Meta” establece un ciclo de acción que permite lograr una transformación radical de un sistema productiva. A este ciclo de acción el autor lo denominó “Teoría de Restricciones” o “Theory of Constraints”. Explique con claridad en qué consiste este ciclo. ¿Existe alguna similitud entre este ciclo y el concepto de Mejoramiento Continuo? De un ejemplo de un caso real en que se pueda aplicar este ciclo de acción.

Respuesta:

El ciclo consiste en cinco acciones: identificar las restricciones del sistema, decidir cómo explotar estas restricciones, subordinar todo a la decisión anterior, levantar la principal restricción del sistema e investigar nuevas restricciones que puedan haber aparecido con la acción anterior. **(5 puntos)**

Ambos ciclos están destinados a identificar los problemas del sistema, eliminarlos y buscar nuevos problemas que puedan haber aparecido. En el caso de la TOC esto se hace desde un punto de vista operacional, enfocándose en los cuellos de botella. **(5 puntos)**

Ejemplo **(5 puntos)**

SECCION 3 (20 puntos) Responda las siguiente pregunta.

El gerente general de una reconocida empresa que produce alimentos para mascotas le solicita a usted una asesoría para ayudarlo a optimizar su proceso productivo. El problema que el enfrenta es que sus ventas han estado en constante aumento, pero producción ha sido incapaz de seguir el ritmo y están constantemente perdiendo ventas. Como si no fuera suficiente los costos de producción, transporte e inventarios también han subido por las nubes. Usted se junta con el gerente de producción el cual le comenta que el problema radica en la gente de ventas y marketing, quienes han aumentado exponencialmente la cantidad de productos distintos, lo que lleva a producir lotes pequeños y gastar mucho tiempo en setups. Además no son capaces de entregar adecuadas expectativas de ventas, lo cual repercute en el proceso productivo.

Con esta información usted debe indicar como abordaría el problema que enfrenta esta empresa. Su respuesta debe ser una propuesta de asesoría a la empresa en la que debe señalar: qué información recopilaría en la empresa, cómo la procesaría y qué herramienta utilizaría (comentando la razón de por qué utiliza dicha herramienta) y finalmente cual es el producto que puede esperar la empresa. En su respuesta debe señalar al menos 3 herramientas del curso que utilizaría.

Respuesta:

Se deben indicar la información que utilizara en las herramientas. **(2,5 puntos)**

Se deben indicar las 3 herramientas a utilizar y explicar cómo se utilizarían y por qué se utilizarían, señalando el beneficio esperado de utilizar dicha herramienta. **(5 puntos c/u)**

Señalar el beneficio que puede esperar la empresa en términos económicos y de mercado. **(2,5 puntos)**

SECCION 4 (65 Puntos): Ejercicios. Responda las siguientes 3 Preguntas

I.- (18 Puntos) Una empresa manufacturera debe contratar una dotación de trabajadores para realizar sus labores de producción. La empresa produce K tipos de productos distintos y la productividad de cada trabajador en unidades es p_k (Un trabajador puede trabajar en todos los productos). La demanda para cada tipo de producto en cada período es d_{kt} y existe la posibilidad de mantener inventario de un período a otro. Cada tipo de producto ocupa un volumen $u_k m^3$ y la bodega de la empresa tiene una capacidad máxima de $U m^3$. Las políticas de la empresa no permiten dejar demanda insatisfecha, no permiten sobretiempo ni subcontratación, pero permiten ajustar la fuerza laboral período a período, contratando o despidiendo trabajadores. El costo por período de un trabajador es c_t , el costo de contratación de un trabajador es C_t , el costo de despido es D_t y el costo de inventario es h_{kt} por unidad, la dotación inicial de trabajadores es N y el inventario inicial disponible para cada tipo de producto es I_0 .

a) (8 puntos) Formule el problema de optimización que minimiza el costo total de la empresa, cumpliendo con la demanda en cada período. Defina claramente sus variables de decisión, restricciones y función objetivo.

Considere el caso particular en que la empresa produce sólo un tipo de producto que ocupa $1 m^3$, tiene actualmente una fuerza laboral de 5 trabajadores (período 0) que pueden producir 500 productos por período en total y la capacidad máxima de la bodega es $100 m^3$. El costo de mano de obra es de US\$480 por trabajador en cada período, el costo de contratar o despedir un empleado es de US\$1.000, el costo de inventario es de US\$20 por unidad y el inventario inicial es 60. Si el pronóstico de demanda para los siguientes 5 períodos es el siguiente:

Período	1	2	3	4	5
Demanda	315	260	205	135	205

b) (6 puntos) Determine la planificación óptima y calcule el costo de producción para los 5 períodos.

Suponga que la empresa adopta una nueva política, que permite dejar demanda insatisfecha, pero no permite modificar la fuerza laboral. El costo por faltante es f_{kt} por unidad.

c) (4 puntos) ¿Cómo modificaría el modelo de la parte a) para incorporar esta nueva política? Indique sólo los cambios.

BONO (6 puntos - Debe estar completamente correcto):

Considere el mismo caso de la parte b) pero con la nueva política. La empresa debe determinar si el costo por faltante es US\$20 por unidad considerando una fuerza laboral que puede ser de 4 o 5 trabajadores. Determine el la dotación de empleados que minimizan el costo de planificación de la producción en los 5 períodos con esta nueva política. No considere costos de contratación ni despido.

Respuesta Pregunta I:

a) **Variables de Decisión**

X_t = cantidad de trabajadores a contratar en el período t

Y_t = cantidad de trabajadores a despedir en el período t

Z_t = cantidad de trabajadores el período t

I_{kt} = unidades de inventario del producto k en el período t

S_{kt} = unidades producidas del producto k en el período t

La última es una variable auxiliar que puede ser omitida.

Función Objetivo

$$\sum_{t=1}^T c_t Z_t + \sum_{t=1}^T C_t X_t + \sum_{t=1}^T D_t Y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K h_{kt} I_{kt}$$

Restricciones

1. Balance de trabajadores

$$Z_t = Z_{t-1} + X_t - Y_t \quad \forall t$$

2. Balance de Inventario

$$I_{kt} = I_{kt-1} + S_{kt} - d_{kt} \quad \forall k, \forall t$$

3. Producción

$$S_{kt} = p_k Z_t \quad \forall k, \forall t$$

4. Capacidad máxima de almacenamiento

$$u_k I_{kt} \leq U_k \quad \forall k, \forall t$$

5. Condiciones iniciales

$$I_{k0} = I_0 \quad \forall k \qquad Z_0 = N$$

6. Naturaleza de variables

$$X_t, Y_t, Z_t, I_{kt}, S_{kt} \geq 0 \quad \forall k, \forall t$$

b)

	0	1	2	3	4	5	Total
Demanda		315	260	205	135	205	1120
Producción		300	300	200	100	200	1100
Trabajadores	5	3	3	2	1	2	
Inventario	60	45	85	80	45	40	
Contratos		-2	0	-1	-1	1	
Costos Sueldos		\$ 1.440	\$ 1.440	\$ 960	\$ 480	\$ 960	5280
Costos Inv		\$ 900	\$ 1.700	\$ 1.600	\$ 900	\$ 800	5900
Costos C&D		\$ 2.000	\$ 0	\$ 1.000	\$ 1.000	\$ 1.000	5000
						Total	\$ 16.180

c) Variables de Decisión

Se eliminan las variables X_t, Y_t, Z_t

I_{kt}^+ = inventario físico del producto k en el período t

I_{kt}^- = unidades faltantes del producto k en el período t

Nueva Función Objetivo

$$\sum_{t=1}^T c_t Z_t + \sum_{t=1}^T C_t X_t + \sum_{t=1}^T D_t Y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K h_{kt} I_{kt}^+ + \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K f_{kt} I_{kt}^-$$

Restricciones

Se eliminan las restricciones 1 y 3 (el número de trabajadores ahora es fijo).

$$I_{kt} = I_{kt}^+ - I_{kt}^- \quad \forall k, \forall t$$

$$I_{kt}^+, I_{kt}^- \geq 0 \quad \forall k, \forall t$$

BONO

	0	1	2	3	4	5	Total
Demanda		315	260	205	135	205	1120
Producción		500	500	500	500	500	2500
Trabajadores	5	5	5	5	5	5	
Inventario	60	100	100	100	100	100	
Contratos		0	0	0	0	0	
Costos Sueldos		\$ 2.400	\$ 2.400	\$ 2.400	\$ 2.400	\$ 2.400	12000
Costos Inv		\$ 2.000	\$ 2.000	\$ 2.000	\$ 2.000	\$ 2.000	10000
Costos C&D		\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	0
						Total	\$ 22.000

	0	1	2	3	4	5	Total
Demanda		315	260	205	135	205	1120
Producción		355	260	205	135	205	2000
Trabajadores	4	4	4	4	4	4	
Inventario	60	100	100	100	100	100	
Contratos		-1	0	0	0	0	
Costos Sueldos		\$ 1.920	\$ 1.920	\$ 1.920	\$ 1.920	\$ 1.920	9600
Costos Inv		\$ 2.000	\$ 2.000	\$ 2.000	\$ 2.000	\$ 2.000	10000
Costos C&D		\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	\$ 0	1000
						Total	\$ 19.600

Se escoge una dotación inicial de 4 trabajadores.

II.- (22 Puntos) Una compañía de música que fabrica teclados realiza diariamente un análisis de calidad a una muestra de 25 teclas para poder determinar el número total de teclas defectuosas. La probabilidad de que una tecla resulte defectuosa sigue una distribución *Uniforme* (0, 1).

- a) (3 puntos) Si el número de teclas defectuosas en una muestra sigue una distribución *Uniforme* (0, 25), ¿cuál es la distribución de probabilidad del número de teclas defectuosas si se sabe qué piezas son defectuosas? En la siguiente tabla se muestran la cantidad de teclas defectuosas en 30 jornadas:

3	8	2	2	3	4	4	9	7	0
2	5	5	8	5	6	7	4	4	2
3	3	5	6	3	5	3	5	0	4

- b) (4 puntos) Si la producción se considera satisfactoria cuando el número de teclas defectuosas es menor a 4. ¿Cuál es la probabilidad de que la producción sea considerada satisfactoria?
- c) (8 puntos) En base a la probabilidad estimada en a), elabore el gráfico de control del proceso y determine si el proceso está bajo control.
- d) (4 puntos) Si el plan de muestreo está definido con un AQL de 10%, un LPTD de 40%, un α de 0,05 y un β de 0,1, ¿es correcto el tamaño de muestra que está usando la compañía?
- e) (3 puntos) ¿En qué se diferencia este proceso con un proceso de control de calidad de medidas continuas?

Hint:

La función de probabilidad de una distribución uniforme es:

$$f_X(x) = \frac{1}{(b-a)}$$

La media es $\mu_X = \frac{a+b}{2}$ y la varianza es $\sigma^2_X = \frac{(b-a)^2}{12}$

La función de probabilidad de una distribución binomial es:

$$p_X(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

La media es $\mu_X = np$ y la varianza es $\sigma^2_X = np(1-p)$

c	LTPD ÷ AQL	n • AQL	c	LTPD ÷ AQL	n • AQL
0	44.890	0.052	5	3.549	2.613
1	10.946	0.355	6	3.206	3.286
2	6.509	0.818	7	2.957	3.981
3	4.890	1.366	8	2.768	4.695
4	4.057	1.970	9	2.618	5.426

Respuesta Pregunta II:

- a) Sea X_n el número de piezas defectuosas y u la probabilidad de que una pieza resulte defectuosa.

Como $X_n \sim Uniforme (0, 25)$ y $u \sim Uniforme (0, 1)$, entonces

$$X_n \mid U = u \sim Binomial (25, u)$$

- b) A partir de la tabla, se puede obtener una estimación de la probabilidad de que una tecla sea defectuosa. Sea x_i la cantidad de teclas defectuosas en la jornada i . Luego,

$$\hat{p} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} \frac{x_i}{25} = 0,17$$

La probabilidad de que la producción sea considerada satisfactoria es:

$$p(x < 4) = p(x = 0) + p(x = 1) + p(x = 2) + p(x = 3)$$

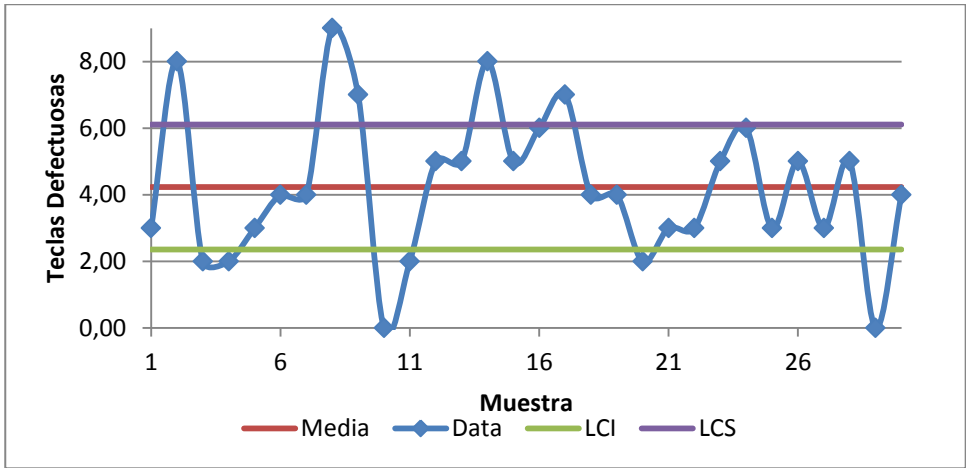
$$p(x < 4) = 0,83^{25} + 25 * 0,17 * 0,83^{24} + \frac{25 * 24}{2!} * 0,17^2 * 0,83^{23} + \frac{25 * 24 * 23}{3!} * 0,17^3 * 0,83^{22} = 0,3681$$

c) Los límites de control definen el intervalo $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$. Como la distribución es binomial se tiene:

$$LCI = np - \sqrt{np(1 - p)} = 25 * 0,17 - \sqrt{25 * 0,17 * 0,83} = 2,36$$

$$LCS = np + \sqrt{np(1 - p)} = 25 * 0,17 + \sqrt{25 * 0,17 * 0,83} = 6,11$$

El gráfico de control es:



Claramente el proceso está fuera de control.

d) A partir de los parámetros del plan de muestreo de la tabla se tiene:

$$\frac{LPTD}{AQL} = \frac{0,4}{0,1} = 4 \rightarrow c = 4$$

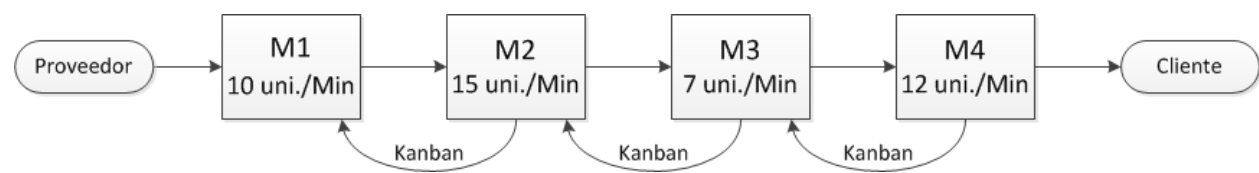
$$AQL * n = 1,970 \rightarrow n = 19,7 \approx 20$$

El tamaño de muestra no es adecuado, ya que deberían estar tomando muestras de 20 teclados.

e) En estos procesos basta con conocer sólo la media del proceso (la varianza queda determinada por la media).

En un caso de medidas continuas con distribuciones como la normal, la media y la varianza no están relacionadas, por lo que es necesario monitorear la media del proceso y también la variabilidad.

III. (20 Puntos) Suponga el siguiente proceso que funciona mediante el uso de Just in Time y Kanbans. El sistema productivo produce un producto P1 y está compuesto por 4 máquinas que funcionan en serie y sus capacidades se indican en unidades por minuto, las cuales no tienen variabilidad.



- a) (6 puntos) La empresa ha establecido que los lotes de producción sean de 100 unidades y el tiempo que se demora un Kanban en arribar de una máquina a otra es de 2 minutos y el tiempo en que se demora el lote de moverse de una máquina a otra es de 6 minutos. Si la demanda del cliente es de 2880 unidades al día, con una variación de 5%, y se trabaja un turno de 8 hrs al día. ¿Cuál sería el número óptimo de Kanbans entre cada máquina?
- b) (6 puntos) Se espera que la demanda llegue a las 4320 unidades al día. Sin cambiar la actual configuración, ¿cuál sería del número óptimo de Kanbans?
- c) (8 puntos) Si se espera que el aumento en la demanda sea por un nuevo tipo de producto P2, es decir la demanda será por 2880 unidades de producto P1 y 1440 del producto P2. La producción de este producto solo difiere en el procesamiento de la máquina M3. Los productos P1 siguen la misma secuencia, pero los productos P2 deben ser derivados después de M2 a una máquina M3' para después pasar por M4. La máquina M3' tiene una capacidad de 7 unidades de P2 por minuto. Para poder producir productos P1 y P2 la máquina M2 debe realizar un setup entre los lotes de P1 y P2 de 10 minutos. Con esta información ¿cuál sería del número óptimo de Kanbans? ¿Cómo administraría la producción de M2?

Respuesta pregunta III

a)
Para obtener el número de Kanbans se necesita tiempo que demora cada lote en producirse. Este tiempo corresponde a $L = T1 + T2 + T3$. T1 es el tiempo que demora un Kanban en arribar de una máquina a otra. T2 es el tiempo que demora el lote en moverse de una máquina a otra. T3 es el tiempo de procesamiento que se calcula como $\frac{C (unid)}{\lambda (unid/min)}$

La demanda debe ser transformada en unidades equivalentes:

$D = \frac{2800}{8*60} = 6 \text{ unidades / minuto}$ (1 punto)

Finalmente, el número de Kanbans para cada máquina es:

$$N = \left\lceil \frac{D * L * (1 + \varepsilon)}{C} \right\rceil = \left\lceil \frac{6 * L * 1,05}{100} \right\rceil$$
 (1 punto)

	T1	T2	T3	L	N
M1	2	6	10	18,00	2
M2	2	6	6,67	14,67	1
M3	2	6	14,29	22,29	2
M4	2	6	8,33	16,33	2

(4 puntos)

b)
La nueva demanda es:

$$D = \frac{4320}{8 \cdot 60} = 9 \text{ unidades / minuto}$$

Como la nueva demanda excede la capacidad del sistema productivo y la máquina 3 es el cuello de botella, entonces la demanda máxima es $\bar{D} = 7$ unidades/minuto. **(2 puntos)**

Realizando el mismo procedimiento se obtienen los Kanbans para cada máquina:

	T1	T2	T3	L	N
M1	2	6	10	18,00	2
M2	2	6	6,67	14,67	2
M3	2	6	14,29	22,29	2
M4	2	6	8,33	16,33	2

Se puede apreciar que sólo cambia la máquina 2 con un Kanban adicional. **(4 puntos)**

c)
En este caso la demanda máxima del sistema es 9 unidades por minuto, ya que la máquina 3 deja de ser el cuello de botella. **(1 puntos)**

Para la máquina 2 hay que añadir el tiempo de setup de las máquinas M3 y M3’ al tiempo de producción del lote, por lo que el tiempo total es $L = T1 + T2 + T3 + T4$, donde T4 es el tiempo de setup.

Realizando el mismo procedimiento se obtienen los Kanbans para cada máquina:

	T1	T2	T3	T4	L	N
M1	2	6	10	-	18,00	2
M2	2	6	6,67	10	24,67	3
M3	2	6	7,14	-	15,14	2
M4	2	6	8,33	-	16,33	2

Por lo tanto para la máquina M2 se requieren 3 Kanbans. **(4 puntos)**

Como M2 provee a dos máquinas con tiempos de setup, se establece una zona de supermercado para la producción. No se entra en producción inmediatamente cuando llegan los Kanbans. Como la demanda de P1 es el doble que P2, se entraría en producción para P1 cuando haya llegado un Kanban en cambio para P2 se esperaría que se juntara dos Kanbans. **(3 puntos)**

Formulario

$F_{t+1} = \alpha A_t + (1-\alpha)F_t$	$TS_k = \frac{\sum_{t=1}^k e_k}{MAD_k}$	$MAD_k = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k e_t $
$Q_w = \sqrt{\frac{2C_0D}{C_h}}$	$R = d * L$	$Q^* = d \times (T + L) + z_{\alpha} \sigma \sqrt{(T + L)} - I_{existente}$
$\mu = \frac{a + 4m + b}{6} \qquad \sigma = \frac{b - a}{6}$		$R = d \times L + z_{\alpha} \sigma \sqrt{L}$
		$EF = ES + t$
$Z = \frac{D - T_E}{\sqrt{\sum \sigma_i^2}}$	$C_x = \frac{\sum d_{ix} V_i}{\sum V_i} \qquad C_y = \frac{\sum d_{iy} V_i}{\sum V_i}$	
$\frac{k}{k + 1}$	$Prof = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right) \left(\frac{q_i}{z_i}\right)}$	$Prof = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right) \left(\frac{1}{n}\right) \left(\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{z_i}\right)}$
$Ben = sp_i - c_r d_i$	$Ben = s(p_i + D_i)$	
$Beneficio_{min_A} = \frac{s * p_i - c_r * d_i}{l_i}$	$Beneficio_{max_A} = \frac{s(p_i + D_i)}{u_i}$	
$Beneficio_{adic_A} = \frac{s * D_i + c_r * d_i}{u_i - l_i}$		
$v_i^* = \left(\frac{\sqrt{f_i}}{\sum_{j=1}^n \sqrt{f_j}}\right) v$	$\frac{p_i}{\sqrt{f_i}}$	
$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$	$\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$	
$L = \frac{\rho}{1 - \rho}, \quad W = \frac{1}{\mu(1 - \rho)}$		$L_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho}, \quad W_q = \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)}$
$WIP = TH \times TC$		

$A = \frac{m_f}{m_r + m_f}$	$t_e = \frac{t_o}{A}$	$c^2_e = \frac{\sigma^2_e}{t_e^2} = c^2_o + (1 + c^2_r)A(1 - A)\frac{m_r}{t_o}$
-----------------------------	-----------------------	---

$\sigma^2_e = \left(\frac{\sigma^2_o}{A}\right) + \frac{(m_r + \sigma^2_r)(1 - A)t_o}{Am_r}$
--

$t_e = t_o + \frac{t_s}{N_s}$	$\sigma^2_e = \sigma^2_o + \frac{\sigma^2_s}{N_s} + \frac{N_s - 1}{N_s^2}t_s^2$	$c^2_e = \frac{\sigma^2_e}{t_e^2}$
-------------------------------	---	------------------------------------

$(c_S)^2 \approx \rho^2(c_e)^2 + (1 - \rho^2)(c_a)^2$	$CT_q = \underbrace{\left(\frac{C_a^2 + C_e^2}{2}\right)}_{\hat{V}} \underbrace{\left(\frac{\rho}{1 - \rho}\right)}_{\hat{U}} t_{\tilde{T}}^e$
---	--

$L = \frac{\rho}{1 - \rho} - \frac{(b + 1)\rho^{b+1}}{1 - \rho^{b+1}}$	$\lambda' = \lambda \left(\frac{1 - \rho^b}{1 - \rho^{b+1}} \right)$
--	---

$L_q = \frac{\rho}{1 - \rho} \times Prob(N > c)$	$W_q = \frac{\rho}{\lambda(1 - \rho)} \times Prob(N > c)$
--	---