
Termodinámica, 1-2025

Versión del 1 de abril de 2025

Prefacio

Estos apuntes están en construcción para el curso de termodinámica (FIS1523) en la PUC (1-2025). Es por esto que hay diversas partes inconclusas o que faltan algunas cosas. Estas notas no pretenden reemplazar las clases y solo deben usarse como material complementario. Es muy probable que existen diversos errores.

Índice general

Prefacio	I
1. Introducción y Ley cero de la termodinámica.	2
1.1. Introducción	2
1.2. Definiciones e ideas fundamentales:	2
1.2.1. Sistema y su entorno	2
1.2.2. Medio Continuo	4
1.2.3. Estado y proceso Termodinamico	4
1.3. Presión	5
1.3.1. Manómetro	7
1.4. Temperatura y Ley cero	7
1.4.1. Ley cero de termodinámica	8
1.4.2. Temperatura	8
1.4.3. Termómetro de gas a Volumen constante	8
1.4.4. Escala Celsius y Kelvin	9
1.5. Expansión termica de solidos y liquidos	9
1.5.1. Comportamiento anómalo del agua	10
1.6. Ejemplos Resueltos	10
2. Energía y Calor	14
2.1. Formas de energía	14
2.1.1. Energía Mecánica	15
2.2. Transferencia de energía	15
2.3. Transferencia de energía por calor	16
2.3.1. Mecanismos de transferencia de calor	17
2.4. Forma Mecánica del trabajo	19
2.4.1. Trabajo del Resorte	19
2.4.2. Trabajo de Flecha	19
2.5. Transferencia de energía por trabajo	20
2.6. Primera Ley de Termodinámica	21
2.7. Ejemplos	23
2.8. Problemas propuestos	27

Capítulo 1

Introducción y Ley cero de la termodinámica.

1.1. Introducción

Uno de los principios fundamentales de la física es la conservación de energía mecánica. Esta establece que la energía total de un sistema cerrado es siempre la misma, es decir, no se crea ni destruye. Sin embargo, al estudiar sistema con fuerzas no conservativas como el roce, uno se da cuenta que la energía no se conserva, es decir: $\Delta E = E_{\text{final}} - E_{\text{inicial}} \neq 0$.

Cuando se estudio mecánica, se vieron distintos tipos de energías tales como:

$$\begin{array}{ll} \text{Energía Cinética} & K = \frac{1}{2}mv^2 \\ \text{Energía Potencial gravitacional} & U_g = mgh \\ \text{Energía Potencial elástica} & U_e = \frac{1}{2}kx^2 \end{array} \quad (1.1)$$

Al estudiar mecánica, vimos que al incluir fuerzas no conservativas, como el roce, en el sistema a estudiar, la energía no se conserva:

$$\Delta E_m = E_{m,f} - E_{m,i} = W \quad (1.2)$$

donde W es el trabajo que realizan las fuerzas no conservativas. Por ejemplo, cuando nos caemos en bicicleta nos deslizamos por el piso y gracias a la fuerza de roce nos detendremos en un tiempo t , sin embargo, el costo a pagar fue una herida similar a una quemadura en nuestro cuerpo. La proporcion entre trabajo y tiempo es llamada potencia:

$$P = \frac{dW}{dt} \Rightarrow W = \int P dt \quad (1.3)$$

En este curso, vamos a generalizar estas ideas. Para esto, debemos hacer algunas definiciones.

1.2. Definiciones e ideas fundamentales:

1.2.1. Sistema y su entorno

Cuando estudiamos energía mecánica era muy importante identificar que factores afectan a nuestro objeto de estudio. Por ejemplo, si se tiene un carro en una montaña rusa, debíamos

considerar la energía potencial gravitacional y la energía cinética del carro, pero también debíamos considerar el rol que jugaba el roce en el carro. Es decir, el carro interactuaba con los rieles a través del roce y el roce hacía un trabajo sobre el carro.

Definiremos el *sistema* como la cantidad de materia o región del espacio que queremos estudiar. La masa o región fuera del sistema es el *entorno*.

Un sistema puede ser:

- **Cerrado:** Un sistema es cerrado si no intercambia masa con el entorno, sin embargo, puede haber transferencia de energía.
- **Aislado:** Un sistema es aislado si no hay intercambio de masa ni de energía.
- **Abierto:** También llamado *Volumen de control* usualmente encierra un aparato que involucra el flujo de masa como un compresor o una turbina. Tanto la masa como la energía pueden cruzar el borde de un volumen de control. Un ejemplo se puede ver en la imagen

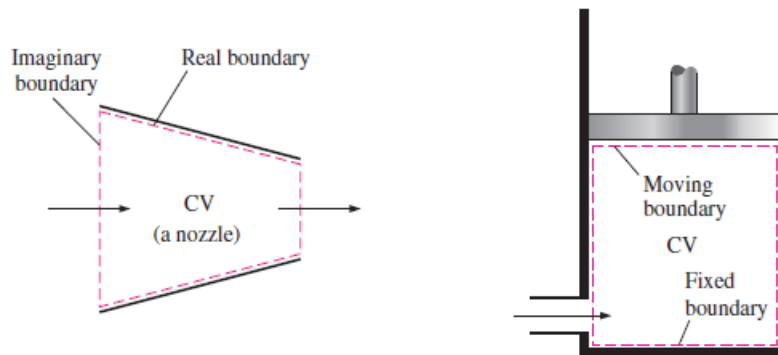


Figura 1.1: Volumen de control (CV) de un inyector y un CV de un bordes fijos y móviles.

Una propiedad de la energía es que dependen del sistema. Es por esto que definiremos distintos tipos de **propiedades de un sistema**.

Las propiedades de un sistemas son, por ejemplo, presión, masa, temperatura. Diremos que una propiedad es

- **intensiva** si no depende de la masa o tamaño del sistema. Ejemplos de variables intensivas son temperatura, presión o densidad.
- **extensiva** si es que depende del tamaño del sistema. Por ejemplo la masa total o volumen total.

Una manera fácil de determinar si es una propiedad intensiva o extensiva es dividir el sistema en dos. Si la propiedad cambió, entonces es una propiedad extensiva, en cambio si se mantiene igual es una propiedad intensiva. En la figura 1.2 se ve un ejemplo

Propiedades extensivas por unidad de masa se les llama **propiedades específicas**. Por ejemplo el volumen específico: $v = \frac{V}{m}$ o energía total específica: $e = \frac{E}{m}$.

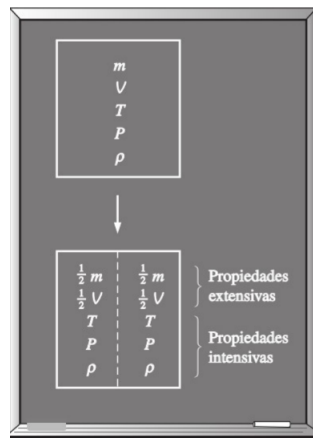


Figura 1.2: Variables intensivos y extensivos

1.2.2. Medio Continuo

Un medio continuo es aquel en el que no logramos diferenciar el detalle de las componentes del objeto. Por ejemplo, una mesa es un medio continuo ya que esta formado de diversos átomos sin espacio entre ellos. Sin embargo, si vemos la mesa de muy cerca, veremos el espacio entre átomos y si se ve la mesa de lejos se ve como un objeto puntual. En este curso consideraremos objetos continuos, tales como los gases o fluidos.

Para tratar objetos continuos definiremos variables locales tales como la densidad de masa:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.4)$$

que corresponde al recíproco del volumen específico:

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} \quad (1.5)$$

Otra variable es el peso específico:

$$\gamma = \frac{mg}{V} = \rho g. \quad (1.6)$$

En la mayoría de los casos asumiremos que las densidades de los fluidos son constantes, es decir, son incompresibles.

Definiremos la *gravedad específica* como

$$SG = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}}. \quad (1.7)$$

1.2.3. Estado y proceso Termodinámico

En el estudio de la termodinámica, nos interesa estudiar como cambian las variables termodinámicas macroscópicas. Definiremos el **estado termodinámico** como el conjunto de valores de magnitudes medibles experimentalmente (variables termodinámicas) que describe la condición del sistema termodinámico.

Si alguna de las variables termodinámicas cambian, entonces el sistema esta pasando por un **proceso**

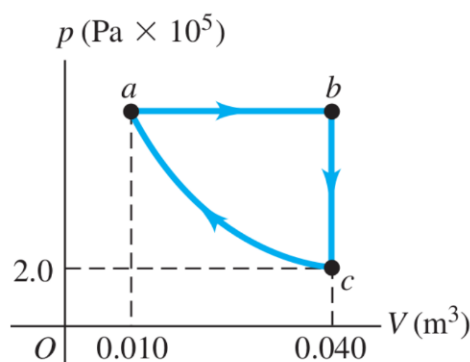


Figura 1.3: Ejemplo de procesos en un ciclo.

Tipos de Procesos

Un sistema esta descrito por sus propiedades, algunas de estas son: Presión, volumen o temperatura.

Diremos que un sistema esta en **equilibrio termico** si la temperatura del sistema es la misma en todo el sistema. El **equilibrio mecanico**, si cada punto del sistema tiene la misma presión a medida que pasa el tiempo, sin embargo, puede haber cambios de presión debido a distintas alturas.

Cualquier cambio por el que un sistema pasa de un estado de equilibrio a otro estado de equilibrio es llamado **proceso**. Para describir un proceso debemos especificar el estado inicial y final de un proceso, así como su camino.

Cuando un proceso pasa de manera que el sistema esta infinitesimalmente cercano al equilibrio en cada etapa del proceso, lo llamamos **proceso cuasi-estatico**.

Diremos que un proceso es **estacionario** o **uniforme** si no cambia con el tiempo. Llamaremos **uniforme** si no cambia en el espacio.

Los procesos los podemos representar a través de distintos gráficos. Por ejemplo, el Presión vs Volumen (mas adelante estudiaremos como se trabajan estas variables). En la figura ?? se ve como se pasa del estado $a \rightarrow b$, $b \rightarrow c$, $c \rightarrow a$ a través de distintos procesos. Cuando los procesos empiezan y terminan en el mismo punto se les llama **ciclo termodinámico**. Algunos de los tipos de procesos son

- Isotérmico: El cambio ocurre a temperatura constante.
- Isovolumétrico (isocórico): El proceso ocurre a volumen constante.
- Isobárico: El procesos ocurre a presión constante.
- Adiabático: El proceso no intercambia calor.

1.3. Presión

En general, los fluidos ejercen una fuerza sobre la superficie que los rodeo o sobre el objeto sumergido en ella. Esa fuerza es perpendicular a la superficie. Definiremos la **presión** como la

fuerza que se hace por unidad de área:

$$P = \frac{F}{A} \quad (1.8)$$

Notemos que la presión es un escalar, es decir un número. Las unidades de la presión es:

$$[P] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{M}{T^2 L} \overset{S.I}{=} \frac{N}{m^2} \equiv Pa \quad (1.9)$$

es decir, en el S.I la unidad de medida de la presión es el Pascal (Pa).

Como sabemos, al ir mas profundo en un liquido la presión aumenta. Esto se debe a que a mayor profundidad hay una mayor masa del liquido sobre nosotros, entonces el peso del liquido sobre nosotros aumenta. Para describir este fenómeno consideremos una masa de agua imaginaria de masa M de altura h y área A hundido una altura d de la superficie del liquido tal como muestra la figura 1.4. Entonces, podemos ver que las fuerzas que actúan sobre esta masa de agua imaginaria son el peso del aire sobre el agua, el peso de agua sobre el cilindro m_1g , la fuerza de gravedad sobre el objeto Mg , la fuerza que hace el agua debajo del objeto hacia el objeto m_2g . Notemos que podemos escribir la masa $m_1 = \rho V_1 = \rho Ad$, la masa del cilindro de agua como $M = \rho Ah$ y $m_2 = \rho V_2 = \rho A(d + h)$. Entonces, fuerza que siente el bloque es:

$$\sum \vec{F} = -Mg\hat{j} - P_0A\hat{j} - m_1g\hat{j} + PA = -Mg\hat{j} - P_0A\hat{j} - \rho dAg\hat{j} + PA = 0 \quad (1.10)$$

donde A es el área de la cara del bloque que sufre esas fuerzas y P_0 es la presión que ejerce el aire a la superficie del liquido. De aquí podemos ver que la presión P que siente el bloque es:

$$P = P_0 + \rho gd + \frac{Mg}{A} \quad (1.11)$$

Utilizando que la masa del agua es $M = \rho A(h - d)$ y tendremos:

$$P = P_0 + \rho gh \quad (1.12)$$

A la cantidad P_0 se le conoce como presión atmosférica y tiene un valor de una atmósfera o

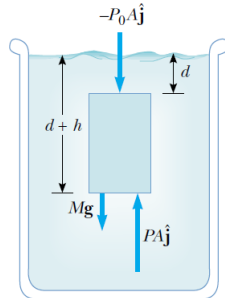


Figura 1.4: Presión que siente un cuerpo de altura h donde la cara superior esta sumergido una altura d .

Presion

de forma equivalente

$$P_0 = 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} \quad (1.13)$$

Notemos que presión atmosférica siempre esta presente. Llamaremos **presión manométrica** a la presión que siente un objeto sin considerar la presión atmosférica, es decir:

$$P_M = \rho gh. \quad (1.14)$$

El instrumento para medir la presión es el barómetro.

Que sucede si la densidad del fluido varia con la profundidad? Para esto, supongamos que el eje z crece hacia arriba. Entonces, dado que h es la medida de la profundidad tendremos:

$$dP_M = -\rho g dz \Rightarrow P_M = - \int_1^2 \rho g dz \quad (1.15)$$

donde el signo menos de considerar que la presión aumenta a medida que aumenta la profundidad o la presión disminuye a medida que z crece.

1.3.1. Manómetro

Podemos relacionar la altura de un fluido con la presión a través de:

$$dz = \frac{dP}{\rho g} \quad (1.16)$$

Es más, a mismas alturas las presiones deben ser iguales.

Supongamos el sistema de la figura 1.5 que representa un manómetro básico. En este, las presiones horizontales deben ser las mismas:

$$P_1 = P_{\text{atm}} + P_2 \quad (1.17)$$

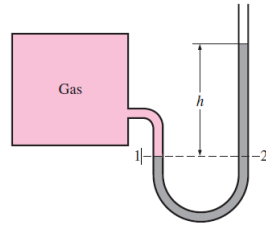


Figura 1.5: Manómetro básico

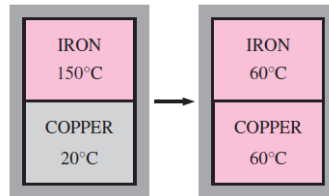
1.4. Temperatura y Ley cero

Asociamos la temperatura a que tan caliente o frio esta algo. El concepto de calor lo guardaremos para mas adelante, por lo que no utilizaremos esa idea para hablar de temperatura. Diremos que la temperatura es lo que podemos medir con un termómetro. Esto nos conduce a introducir el termómetro al medio que queremos conocer su temperatura. Esto supone que habrán dos objetos en contacto y debemos estudiar este proceso primero.

1.4.1. Ley cero de termodinámica

La experiencia cotidiana nos muestra que una tasa de agua caliente en una pieza fría se enfría. Esto nos muestra que hay una transferencia de calor hasta que, tanto la tasa como la pieza quedan en la misma temperatura. Esto ultimo es lo que se conoce como **equilibrio termico**. La ley cero de la termodinamica nos formaliza esta idea:

Si los objetos A y B están por separado en equilibrio térmico con un tercer objeto C, entonces A y B están en equilibrio térmico entre sí. Esto significa que una vez que un objeto esta en equilibrio termino (es decir con la misma temperatura) ya no hay intercambio de energía.



1.4.2. Temperatura

Para medir la temperatura de un objeto, debemos crear una escala. Podemos utilizar una resistencia eléctrica, dilatación de un objeto, etc. Además, debemos fijar algún fenómeno físico como parámetro. Estas distintas elecciones conducen a distintas escalas.

La escala celsius esta basada en el comportamiento del agua. En particular utiliza el punto de congelamiento del agua y el punto de ebullición del agua.

1.4.3. Termómetro de gas a Volumen constante

Si queremos medir la temperatura, no solo debemos fijar la escala sino que utilizar un fenómeno físico que nos ayude a describir el cambio de temperatura. Un ejemplo de esto es el termómetro de mercurio, el cual al tener un cambio de temperatura cambia su presión, pero el volumen del mercurio es el mismo (es el mismo volumen inicial distribuido de manera distinta). Otro ejemplo es el termómetro de gas a volumen constante en el que la temperatura depende de la presión del gas, es decir:

$$T(P) = a + bP \quad (1.18)$$

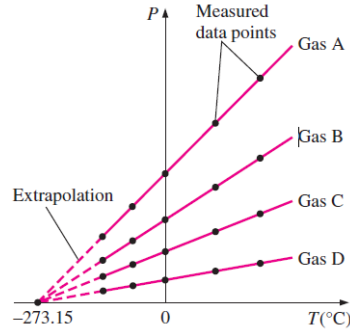
donde a y b son constante que se deben determinar experimentalmente. Supongamos que asignamos la temperatura 0 al punto de congelamiento del agua y 100 al punto de ebullición del agua, entonces nuestro termometro estara en la escala Celsius. Si realizamos un grafico de presion vs temperatura: vemos que la extrapolación llega a que en $P = 0$, la temperatura es $T = -273.15$, entonces $a = -273.15$. Esto independiente del tipo de gas que se considere.

Podemos definir una escala de **temperatura absoluta** que solo depende de un parámetro (es decir, fijamos $a = 0$), tal que la temperatura es dada por:

$$T(P) = bP. \quad (1.19)$$

De manera similar, podemos establecer que la presión depende de la temperatura. En este caso, se puede verificar que

$$P(T) = \tilde{a} + \tilde{b}T \quad (1.20)$$



donde \tilde{a} y \tilde{b} son constante y las hemos llamado así solo para diferenciarlos de a y b .

1.4.4. Escala Celsius y Kelvin

La escala Kelvin dado que solo toma como referencia un punto no es graduada y se utiliza el símbolo K para describirla ¹. La escala Celsius al ser construida a partir de dos puntos es graduada y su símbolo es $^{\circ}C$ y ambas están relacionadas mediante:

$$T(K) = T(^{\circ}C) + 273.15. \quad (1.21)$$

Muchas veces, en los procesos termodinámicos lo que nos interesa son los cambios de temperatura. Entonces, es indiferente que trabajemos con la temperatura en Celsius o Kelvin ya que la diferencia de temperaturas es la misma.

1.5. Expansión térmica de sólidos y líquidos

En la vida cotidiana hemos experimentado que los objetos, al cambiar su temperatura, cambia su tamaño.

Supongamos un objeto de largo L_i suficientemente largo para que se pueda considerar unidimensional. Entonces, al aplicar un cambio de temperatura (ΔT) se espera que el largo cambie (ΔL). Definiremos el coeficiente de expansión lineal como:

$$\alpha = \frac{\frac{\Delta L}{L_i}}{\Delta T} \quad (1.22)$$

es decir:

$$\Delta L = L_f - L_i = \alpha L_i \Delta T \quad (1.23)$$

para cambios de temperatura pequeños, α es constante.

Ahora supongamos un volumen, entonces al aumentar/disminuir la temperatura se espera que el volumen aumente/disminuya. Entonces considerando que el volumen corresponde al

¹notar que NO se usa el símbolo $^{\circ}K$, ya que no es una escala graduada

producto de los lados:

$$\begin{aligned}\Delta V + V_i &= (l + \Delta l)(h + \Delta h)(w + \Delta w) \\ &= lwh(1 + \alpha\Delta T)^3 \\ &= V_i [1 + 3\alpha\Delta T + \mathcal{O}(\alpha^2\Delta T^2)]\end{aligned}$$

donde hemos llamado l : largo, h : altura y w : profundidad. Dado que asumimos cambios de temperatura pequeños, podemos escribir:

$$\Delta V = (3\alpha)V_i\Delta T \quad (1.24)$$

Para un área, se sigue un procedimiento similar encontrando:

$$\Delta A = 2\alpha A_i\Delta T. \quad (1.25)$$

1.5.1. Comportamiento anómalo del agua

Hemos estudiado que el cambio de volumen es proporcional al cambio de temperatura. Esto significa que si aumenta la temperatura, aumenta el volumen. Sin embargo, existe una excepción: el agua.

El agua, a medida que su temperatura aumenta de 0°C a 4°C , el agua se contrae y por lo tanto su densidad aumenta. Arriba de 4°C el agua se expande con temperatura creciente y así su densidad disminuye. En consecuencia, la densidad del agua alcanza un valor máximo de $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ a 4°C (A presión atmosférica). El hecho que, entre 0°C - 4°C el agua aumente

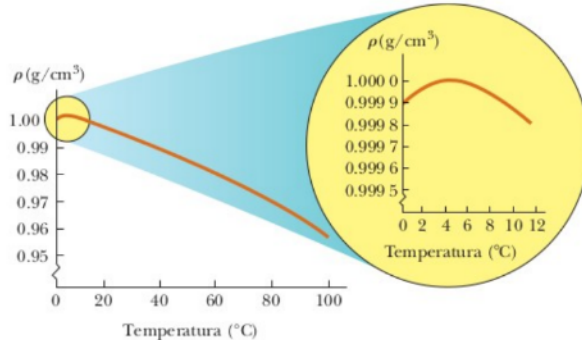


Figura 1.6: Gráfico densidad versus Temperatura del agua a presión atmosférica.

su densidad, tal como se muestra en la figura 1.6, y que la masa es constante implica que el volumen en este rango de temperaturas, disminuye.

1.6. Ejemplos Resueltos

Ejemplo: Considere el manómetro de múltiples fluidos, como el que se muestra en la figura 1.7. Este está a una altura de 1400 m donde la presión atmosférica es de 85.6 k Pa. Si $h_1 = 0.1\text{m}$, $h_2 = 0.2\text{m}$ y $h_3 = 0.35\text{m}$ y $\rho_{\text{Agua}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\rho_{\text{aceite}} = 850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Determine la presión del aire en el tanque.

Solución Para resolver este tipo de problemas es conveniente trabajar las interfaces.

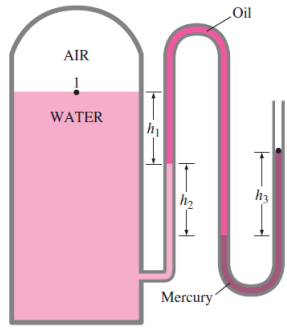


Figura 1.7: Manometro de multiples fluidos.

- Interfase Agua-Aceite. En este punto, se debe cumplir:

$$P_{\text{aire}} + \rho_{H_2O}gh_1 = \rho_{\text{aceite}}(H + h_1) \quad (1.26)$$

donde H es la altura de aceite hasta llegar a h_1 .

- En la interfase Aceite-Mercurio:

$$\rho_{\text{aceite}}g(H + h_1 + h_2) = P_{\text{atm}} + \rho_{Hg}gh_2 \quad (1.27)$$

de aqui vemos que: $\rho_{\text{aceite}}(H + h_1) = P_{\text{atm}} + \rho_{Hg}gh_2 - \rho_{\text{aceite}}gh_2$

Por lo tanto:

$$P_{\text{aire}} + \rho_{H_2O}gh_1 = \rho_{\text{aceite}}(H + h_1) = P_{\text{atm}} + \rho_{Hg}gh_2 - \rho_{\text{aceite}}gh_2 \quad (1.28)$$

Entonces:

$$P_{\text{aire}} = P_{\text{atm}} + \rho_{Hg}gh_2 - \rho_{\text{aceite}}gh_2 - \rho_{H_2O}gh_1 \quad (1.29)$$

reemplazando los valores:

$$P_{\text{aire}} = 130kPa \quad (1.30)$$

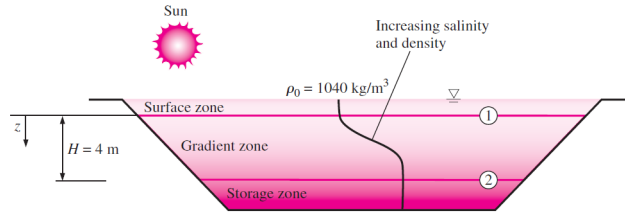
Ejemplo: Existen "lagunas solares", que consisten en lagos artificiales en los que se almacenan energía solar en su fondo. Debido a que el agua se calienta (y por lo tanto sube) se previene agregando sal al fondo de la laguna. Esto conduce a que exista un gradiente de densidad. Se puede modelar la densidad mediante:

$$\rho(z) = \rho_0 \sqrt{1 + \tan^2 \left(\frac{\pi z}{4H} \right)} \quad (1.31)$$

donde ρ_0 es la densidad del agua en superficie, z la distancia vertical medida desde la superficie hacia abajo y H es el grosor de la zona de gradiente, tal como se ve en la figura: Para $H = 4m$, $\rho_0 = 1040 \frac{kg}{m^3}$ y zona de superficie de 0.4 m, determine la presión manométrica en el fondo de la zona de gradiente.

Solución Lo primero que debemos saber es cual es la presión que hay la parte superior de la zona gradiente. Para eso consideramos:

$$P_{M,1} = \rho_0 gh_1 = 8.16kPa \quad (1.32)$$



Entonces, ahora determinamos la diferencia de presión en la zona gradiente. Como la densidad no es constante se debe considerar:

$$P - P_1 = \int_0^z \rho(z') g dz' \Rightarrow P = P_1 + \int_0^z \sqrt{1 + \tan^2 \left(\frac{\pi z'}{4H} \right)} g dz' \quad (1.33)$$

haciendo la integral se encuentra ²

$$P = P_1 + \rho_0 g \frac{4H}{\pi} \sinh^{-1} \left(\tan \left(\frac{\pi z}{4H} \right) \right) \quad (1.35)$$

Por lo tanto, reemplazando valores:

$$P_2 = 54kPa \quad (1.36)$$

Ejemplo: Considere un recipiente con coeficiente de expansión β_r que contiene un líquido con coeficiente de expansión $\beta_l > \beta_r$. A una cierta temperatura el líquido llena una fracción q del volumen del recipiente.

- ¿En cuánto hay que aumentar la temperatura del sistema para que el líquido llene por completo el recipiente?
- Encuentre el valor crítico de q que hace que el líquido nunca ocupe todo el volumen.
- Evalúe el resultado del inciso anterior para un recipiente de vidrio (vidrio = $\beta_{\text{Vidrio}} = 3 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$) que contiene Mercurio ($\beta_{\text{Hg}} = 2 \times 10^{-4} \text{K}^{-1}$). Si esta es la fracción inicial, ¿qué porcentaje del volumen del recipiente llena el líquido cuando la temperatura disminuye en 50°C ?

Solución

- Llamemos V_0 al volumen inicial del recipiente. El volumen inicial del líquido es qV_0 . Al aumentar la temperatura, ΔT , ambos volúmenes cambiarán

$$V_r = V_0(1 + \beta_r \Delta T), \quad V_l = qV_0(1 + \beta_r \Delta T) \quad (1.37)$$

el líquido llena una fracción q' del recipiente cuando:

$$V_l = q'V_r \Rightarrow q(1 + \beta_l \Delta T) = q'(1 + \beta_r \Delta T) \Rightarrow \Delta T = \frac{q' - q}{q\beta_l - q'\beta_r} \quad (1.38)$$

²Puede realizarla haciendo el cambio de variable:

$$\tan \left(\frac{\pi z'}{4H} \right) = \sinh(\alpha) \quad (1.34)$$

buscamos que el liquido llene el volumen del recipiente, por lo tanto $q' = 1$. Entonces:

$$\Delta T = \frac{1 - q}{q\beta_l - \beta_r} \quad (1.39)$$

b) El liquido nunca llenara todo el volumen cuando la temperatura necesaria sea infinita, es decir, buscamos que $\Delta T \rightarrow \infty$. Esto sucede cuando

$$q_c\beta_l - \beta_r = 0 \Rightarrow q_c = \frac{\beta_r}{\beta_l} \quad (1.40)$$

c) Utilizando los valores entregados:

$$q_c = \frac{3}{20} \quad (1.41)$$

para $\Delta T = -50C$, la fracción final del volumen es:

$$\frac{V_l}{V_r} = q_c \frac{1 + \beta_l \Delta T}{1 + \beta_r \Delta T} = 0.1487 = 14.87 \% \quad (1.42)$$

Ejemplo: Un termómetro de gas a volumen constante se calibra en hielo seco con una temperatura de $-80^\circ C$ y en alcohol etílico en ebullición a $78^\circ C$. Las dos presiones son 0.9 atm y 1.635 atm.

- Que valor Celsius de cero absoluto produce la calibración?
- ¿Cuál es la presión en el punto de congelación del agua?
- ¿Cuál es la presión en el punto de ebullición del agua?

Solución Notemos que tenemos que $T(P = 0.9\text{atm}) = -80^\circ C$ y $T(P = 1.635\text{atm}) = 78^\circ C$. Entonces se debe cumplir

$$\tilde{a} + \tilde{b}0.9 = -80^\circ C, \quad \tilde{a} + \tilde{b}1.635 = 78^\circ C \quad (1.43)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones encontramos $b = 214.97 \frac{^\circ C}{\text{atm}}$ y $a = -273.47^\circ C$. Por lo tanto:

$$T = -273.47^\circ C + 214.97 \frac{^\circ C}{\text{atm}} P \quad (1.44)$$

Entonces, el cero absoluto corresponde a $T(0) = -273.47^\circ C$.

Capítulo 2

Energía y Calor

2.1. Formas de energía

En termodinámica, no tratamos con la energía total de un sistema sino que con cambios de la energía total. Esto es de especial importancia porque la energía depende del sistema de referencia (por ejemplo, nosotros elegimos donde esta la energía potencial cero), sin embargo, el cambio de energía no depende del sistema de referencia.

La energía de un sistema la podemos agrupar en dos: *Energía macroscópica* y *Energía microscópica*. La forma de energía **macroscópica** corresponde a aquella que posee un sistema como un todo con respecto a un sistema de referencia externo, por ejemplo: energía cinética o energía potencial. La energía **microscópica** corresponde a aquella relacionada a la estructura molecular del sistema y es independiente del sistema de referencia externo. La suma de todas las energía microscópica le llama **energía interna** que denotaremos como U .

Entonces, la energía total de un sistema:

$$E = \frac{1}{2}mV^2 + mgh + U \Leftrightarrow e = \frac{1}{2}V^2 + gh + u, \quad u = \frac{U}{m}. \quad (2.1)$$

Muchos sistemas cerrados no experimentan cambios de energía cinética o potencial (es decir ni la velocidad ni la altura del centro de masa cambian), a estos los llamaremos **sistemas estacionarios**.

Los volúmenes de control tienen flujos de fluidos por periodos largos de tiempo. Es por esto que es conveniente trabajar con la **tasa de flujo de masa**, $\dot{m} = \frac{dm}{dt}$, que corresponde a cuanta masa circular por una sección transversal por unidad de tiempo:

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = \rho A_t V_{\text{promedio}} \quad (2.2)$$

donde A_t es el área transversal y V_{promedio} es la velocidad promedio de flujo normal a A_t . Podemos relacionar el flujo de energía con la energía específica a través de:

$$\dot{E} = \dot{m}e, \quad e = \frac{E}{m}. \quad (2.3)$$

Para estudiar la energía interna del sistema debemos observar su comportamiento molecular. Las moléculas pueden tener energía cinética, rotacional, vibracional, nuclear, por spin, etc.

Las formas de energía que constituyen la energía total de un sistema, pueden:

- Estar almacenada en un sistema, entonces se puede ver como energía estática.
- La forma de energía no almacenada en un sistema se puede ver como formas dinámicas de energía o *energía de interacción*.

Las formas de energía dinámicas se identifican ya que atraviesan los bordes del sistema y representan la energía ganada o perdida del sistema durante algún proceso. En un sistema cerrado, las formas de energía dinámicas se manifiestan a través de **trabajo** y **transferencia de calor**. Un volumen de control, además, tiene transferencia de energía a través de transferencia de masa.

2.1.1. Energía Mecánica

La energía mecánica se puede definir como aquella que, en dispositivos ideales, se puede transformar directamente en trabajo mecánico.

Supongamos una bomba que transfiere energía mecánica a un fluido al elevar la presión de este y una turbina extrae energía mecánica de un fluido al disminuir su presión. Entonces, la presión de un fluido se relaciona con su energía mecánica.

Si consideramos que se ejerce una fuerza al fluido y este se desplaza un dx , entonces hay trabajo. Relacionando $F = PA$, entonces el **trabajo de flujo** puede ser escrito como:

$$W = \int F dx = \int P A dx = \int \frac{P}{\rho} dm \quad (2.4)$$

donde hemos considerado que $dm = \rho A dx$ ya que el fluido solo se puede en x . Entonces, si la presión y la densidad del fluido es constante podemos escribir:

$$W = \frac{P}{\rho} m \Leftrightarrow w = \frac{P}{\rho} \quad (2.5)$$

y por lo tanto, la energía mecánica (específica) será:

$$e_{\text{mec}} = \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} V^2 + gh \quad (2.6)$$

De aquí es directo ver que:

$$\dot{E} = \dot{m} e \quad (2.7)$$

Por lo tanto, para un fluido incompresible ($\rho = \text{constante}$) se puede ver que el cambio de energía específica es:

$$\Delta e_{\text{mec}} = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{1}{2} (V_2^2 - V_1^2) + g(h_2 - h_1) \quad (2.8)$$

Por lo tanto, de aquí se puede obtener la potencia máxima ideal: $\dot{W}_{\text{max}} = \dot{m} \Delta e_{\text{mec}}$. Es ideal porque se están despreciando cualquier efecto de pérdida irreversible

2.2. Transferencia de energía

Hemos visto que en un sistema cerrado el intercambio de energía ocurre mediante trabajo y calor, tal como se muestra en la figura 2.1 Veamos que relación hay entre trabajo y calor. Supongamos que estamos disparando balas con nuestro cañón, con cada disparo el cañón se calienta al punto que se vuelve inservible. Esto conduce a pensar en que hay una relación entre las fuerzas mecánicas y el calor.

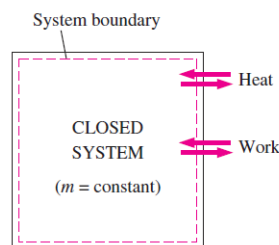


Figura 2.1: Sistema cerrado solo intercambia energía a través de calor y trabajo

2.3. Transferencia de energía por calor

Definiremos el **calor** como la forma de energía que se intercambia entre dos sistemas (o un sistema y su entorno) debido a una diferencia de temperaturas entre ellos. El calor siempre fluye desde el sistema de mayor temperatura hacia el de menor temperatura.

Un proceso en el que no se intercambia calor se le llama **adiabático**. Esto puede ocurrir debido a que el sistema está bien aislado, o el sistema y su entorno están a la misma temperatura. Sin embargo, esto no significa que el proceso sea isotérmico, ya que la energía del sistema aún puede cambiar debido al trabajo.

Dado que el calor es energía, se mide en Joules (J) o calorías, $\text{cal} = 4.186 \text{ J}$. La caloría se puede definir como el calor necesario para que un gramo de agua suba de 14.5°C a 15.5°C .

Llamaremos indistintamente calor a la transferencia de calor. Denotaremos el calor entre el sistema 1 y 2 como Q_{12} o simplemente Q . El (intercambio de) calor depende del proceso por el que se haga, esto conduce que la transferencia de calor entre los estados 1 y 2 de un sistema satisface:

$$Q_{12} = \int_1^2 \delta Q \neq Q_2 - Q_1 \quad (2.9)$$

donde la notación δQ indica que no es un diferencial exacto ¹ Muchas veces vamos a describir la cantidad de calor por unidad de tiempo:

$$\dot{Q} = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow Q = \int_{t_1}^{t_2} \dot{Q} dt \quad (2.12)$$

La unidad de medida de \dot{Q} es el Watts (W).

¹Un diferencial exacto satisface el teorema fundamental del cálculo:

$$\int_1^2 df(x) = f(2) - f(1) \quad (2.10)$$

es decir, no importa el camino que sigue la función. Pero un diferencial inexacto, su integral sí depende del camino:

$$Q = \int_C \delta Q \neq Q_2 - Q_1 \quad (2.11)$$

donde la curva C conecta los puntos 1 y 2.

Capacidad calorífica y calorimetría

Hemos visto que el calor es la forma de energía que se transfiere cuando hay una diferencia de temperatura entre el sistema y otro sistema o el ambiente. La pregunta que surge es, ¿Cuánto calor es necesario para que una muestra cambie su temperatura en un grado? Obviamente, esto depende de la muestra por lo tanto, definiremos la **capacidad calorífica**, C , como la cantidad de calor necesaria para que cambie la temperatura en un grado:

$$Q = C\Delta T \quad (2.13)$$

Entonces, podemos escribir:

$$Q = mc\Delta T, \quad c = \frac{C}{m} \quad (2.14)$$

donde c es el **calor específico**. Tipicamente, c puede depender de la temperatura por lo que:

$$Q = m \int_{T_i}^{T_f} c(T) dT. \quad (2.15)$$

Se sabe que el calor específico del agua es 1 cal, entonces ¿cuál es el calor específico de otro material X ? Para obtener esto, debemos calentar nuestra muestra hasta una temperatura conocida T_X y colocarla en un recipiente con una cantidad de agua conocida, m_a con temperatura $T_a < T_x$ y esperar al equilibrio térmico.

Por conservación de energía se deberá cumplir:

$$Q_x = -Q_a \quad (2.16)$$

es decir, el agua absorbe calor. Por lo tanto:

$$Q_x = m_x c_x (T_f - T_x) = -m_a c_a (T_f - T_a) \quad (2.17)$$

de donde se obtiene:

$$c_x = \frac{m_a c_a (T_f - T_a)}{m_x (T_f - T_x)} \quad (2.18)$$

2.3.1. Mecanismos de transferencia de calor

El calor se transmite desde la fuente de mayor a menor temperatura. Sin embargo, no hemos estudiado cuales son los mecanismos por los que se transfiere el calor.

Conducción térmica

Consideremos dos objetos de área transversal A separados por una distancia dx a diferente temperatura. Entonces habrá un flujo de calor, dQ desde el objeto de mayor temperatura al menor en un tiempo dt . Este flujo de calor es dado por:

$$\dot{Q} = kA \left| \frac{dT}{dx} \right| \quad (2.19)$$

La rapidez de transferencia de energía se mide en Watts, k es la conductividad térmica del material y $\left| \frac{dT}{dx} \right|$ es el gradiente de temperatura. Debemos notar que \dot{Q} es una cantidad siempre positiva.

Para una barra uniforme de largo L , aislada en un manto se tiene:

$$\dot{Q} = kA \frac{T_2 - T_1}{L} \quad (2.20)$$

donde hemos asumido $T_2 > T_1$. Supongamos varias placas unidas una al lado de la otra. Por simplicidad consideraremos dos placas, la primera placa posee de conductividad k_1 , largo L_1 y temperatura T_1 , la segunda placa posee conductividad k_2 , largo L_2 y temperatura $T_2 < T_1$. Entonces, el calor que fluye por cada placa será

$$\dot{Q} = k_1 A \frac{T_1 - T}{L_1}, \quad \dot{Q}_2 = k_2 A \frac{T - T_2}{L_2} \quad (2.21)$$

donde T es la temperatura entre placas. Podemos notar que el calor que fluye por cada placa es el mismo ya que no se pierde calor, entonces escribiremos:

$$T_1 - T = \dot{Q} \frac{L_1}{Ak_1}, \quad T - T_2 = \dot{Q} \frac{L_2}{Ak_2} \quad (2.22)$$

sumando ambas ecuaciones encontraremos:

$$T_1 - T_2 = \frac{\dot{Q}}{A} \left(\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} \right) \quad (2.23)$$

Por lo tanto:

$$\dot{Q} = A \frac{T_2 - T_1}{\sum_i \frac{L_i}{k_i}} \quad (2.24)$$

Convección

La convección corresponde a calor transferido por corrientes de material. Típicamente es por movimiento de fluidos. La tasa de calor transferido es

$$\frac{dQ}{dt} = h_c A (T_2 - T_1) \quad (2.25)$$

donde h_c es el coeficiente de transferencia de calor por convección, T_2 es la temperatura del objeto y T_1 la temperatura del fluido. El coeficiente h_c depende de las propiedades del fluido, de la geometría y propiedades de rugosidad de la superficie A .

Radiación

Un ejemplo de transporte por radiación es que en un día soleado nos da calor. Esto es debido a la radiación del sol. La radiación que emiten las superficies reales es:

$$\dot{Q} = \varepsilon \sigma A T^4 \quad (2.26)$$

donde $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ es conocida como constante de Stefan-Boltzmann, $0 \leq \varepsilon \leq 1$ la constante de **emisividad** y T la temperatura absoluta de la superficie.

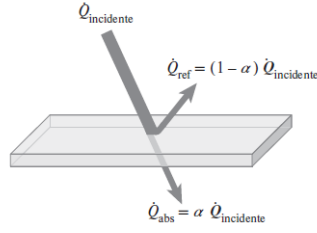


Figura 2.2: Absorción de radiación incidente sobre una superficie opaca de absorbancia α

Soltzmann

Otra propiedad es la absorbancia, $0 \leq \alpha \leq 1$, que corresponde a la fracción de la energía de radiación incidente sobre una superficie absorbida por ésta. Un cuerpo negro² posee $\alpha = 1$. La radiación absorbida, entonces es:

$$\dot{Q}_{\text{abs}} = \alpha \dot{Q}_{\text{incidente}} \quad (2.27)$$

En una superficie, al recibir radiación, esta reflejara y absorberá calor. Entonces, por conservación de energía se debe cumplir:

$$\dot{Q}_{\text{incidente}} = \dot{Q}_{\text{abs}} + \dot{Q}_{\text{reflejado}} = \alpha \dot{Q}_{\text{incidente}} \Rightarrow \dot{Q}_{\text{reflejado}} = (1 - \alpha) \dot{Q}_{\text{incidente}} \quad (2.28)$$

En la imagen 2.2 se puede ver una representación de este fenómeno.

2.4. Forma Mecánica del trabajo

La definicion mecanica del trabajo es:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{x} \quad (2.29)$$

donde \vec{F} es la fuerza y $d\vec{x}$ el diferencial de desplazamiento

2.4.1. Trabajo del Resorte

El trabajo que hace un resorte al moverse desde el punto x_1 al punto x_2 es:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{1}{2} k(x_2^2 - x_1^2) \quad (2.30)$$

2.4.2. Trabajo de Flecha

Otra forma mecánica de trabajo corresponde al de un eje rotatorio (flecha). Un eje rotatorio de radio r , tal como dice su nombre, rota, por lo que el torque que ejerce será:

$$\tau = Fr \Rightarrow F = \frac{\tau}{r} \quad (2.31)$$

²Un cuerpo negro es una idealización teórica que corresponde a un objeto que absorbe toda la radiación electromagnética que recibe ($\alpha = 1$ y emite radiación ($\epsilon = 1$) según su temperatura

Entonces, el trabajo que hace una flecha al girar n veces es:

$$W = F(2\pi r)n = 2\pi n\tau \quad (2.32)$$

y su potencia es:

$$\dot{W} = 2\pi\dot{n}\tau. \quad (2.33)$$

donde \dot{n} es el número de revoluciones por unidad de tiempo.

2.5. Transferencia de energía por trabajo

La energía que a traviesa el borde de un sistema que no sea calor, es trabajo. Entonces, el trabajo es la forma de energía que no se produce por el cambio de temperatura. Por ejemplo un pistón subiendo provoca un trabajo.

Definiremos el trabajo específico como:

$$w = \frac{W}{m} \quad (2.34)$$

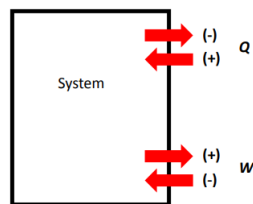
El trabajo por unidad de tiempo es la potencia:

$$\dot{W} = \frac{dW}{dt} \quad (2.35)$$

y en el SI se mide en Watts (W).

Es importante notar que tanto el calor como el trabajo son cantidad direccionales, es decir no es lo mismo si entra o sale calor del sistema. Estos difieren de un signo. Para fijar idea, utilizaremos la

convención formal de signos: Si el trabajo lo hace el sistema, entonces el trabajo es positivo. Si el sistema recibe calor, entonces el calor es positivo



Debemos notar que tanto el calor como el trabajo depende del camino, es decir aún cuando vayamos del punto A al punto B , el trabajo y calor depende del camino que sigamos. Es por esto que diremos que no son diferenciales exactos y los denotaremos δW , δQ (no dW o dQ), por lo tanto:

$$W_{12} = \int_1^2 \delta W \neq W_2 - W_1 \quad (2.36)$$

Un ejemplo de mecánica de esto, es el trabajo que hace el roce sobre un cuerpo.

Trabajo Electrico

Consideremos un hervidor electrico lleno con agua como nuestro sistema. Entonces, los electrones vienen desde el enchufe (fuera del sistema) y no hay una diferencia evidente de temperatura entre el sistema y la corriente. Entonces, esta forma de energía corresponde a trabajo eléctrico (producto de la fuerza eléctrica). La unidad de medida de la carga eléctrica es el Coulomb. Así como similar a un objeto cae debido al potencial gravitacional, los electrones se mueven gracias a una diferencia de potencial (que se mide en Volts). Entonces, si N Coulomb de carga eléctrica se mueven gracias a una diferencia de potencial eléctrica V , el trabajo eléctrico realizado es:

$$W_e = VN \quad (2.37)$$

y la potencia:

$$\dot{W}_e = V\dot{N} = VI \quad (2.38)$$

donde I se le conoce como corriente y es el número de cargas eléctricas que fluyen por unidad de tiempo. En general, tanto V como N varían en el tiempo, por lo tanto:

$$W_e = \int_1^2 VI dt \quad (2.39)$$

2.6. Primera Ley de Termodinámica

Hasta ahora hemos hablado de energía de un sistema, calor y trabajo pero no los hemos relacionado. Probablemente ha escuchado que la energía no se pierde, solo se transforma. Sin embargo, en mecánica al tener un cuerpo sometido a fuerzas no conservativas calculo el cambio de energía que tuvo este cuerpo, es decir, su energía cambio. La primera ley de termodinamica viene a explicar este fenomeno y retoma la idea de que la *energía no se pierde, sino que solo se transforma*.

Joule, en la primera mitad del siglo XIX se dió cuenta que en un proceso adiabatico *entre dos estados de un sistema cerrado, el trabajo neto realizado es el mismo sin importar la naturaleza del sistema cerrado ni los detalles del proceso*. Esta observación conduce a definir la **energía total** E . Dado que en un sistema cerrar el trabajo neto es el mismo para todos los procesos adiabaticos, entonces el trabajo neto solo puede depender de los estados finales del sistema, por lo que debe corresponder al cambio de energía del sistema.

Sin embargo, existen procesos en los que hay intercambio de calor. Por ejemplo una papa en el horno, asumiendo que no consideramos la evaporacion de liquido, solo recibe energía a través de calor. Entonces, la energía de la papa aumenta. Además, si consideramos la perdida de masa por la evaporación, esta tambien influye en el cambio de energía de la papa.

Vamos a definir el cambio de energía de un sistema como:

$$\Delta E_s = E_{\text{entra}} - E_{\text{sale}} \quad (2.40)$$

donde E_s es la energía de un sistema. También se puede definir como:

$$\Delta E_s = E_{\text{final}} - E_{\text{inicial}} \quad (2.41)$$

En general, el cambio de energia de un sistema será:

$$\Delta E_s = \Delta E_p + \Delta K + \Delta U \quad (2.42)$$

donde ΔE_p corresponde al cambio de energía potencial, ΔK al cambio de energía cinética, y ΔU al cambio de energía interna del sistema. En la figura 2.3 se puede ver un caso donde hay flujo de masa en un volumen de control

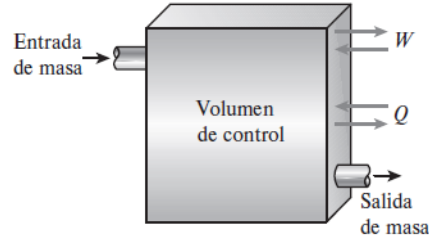


Figura 2.3: El contenido de energía de un volumen de control se cambia con el flujo de masa, así como con las interacciones de calor y trabajo.

Entonces, debido al intercambio de calor y trabajo, podemos enunciar que el cambio de energía corresponde a

$$\Delta E_{\text{sistema}} = (Q_{\text{entra}} - Q_{\text{sale}}) + (W_{\text{entra}} - W_{\text{sale}}) + (E_{\text{masa, entra}} - E_{\text{masa, sale}}) \quad (2.43)$$

El balance de energía que puede experimentar cualquier tipo de sistema se puede escribir como:

$$\underbrace{\Delta E_{\text{sistema}}}_{\text{Cambio de energías interna, cinética, potencial, etc.}} = \underbrace{E_{\text{entra}} - E_{\text{sale}}}_{\text{Transferencia neta de energía por calor, trabajo o masa}} \quad (2.44)$$

por supuesto, es posible enunciar esta ecuación en su forma de tasa de cambio con respecto al tiempo:

$$\underbrace{\dot{\Delta E}_{\text{sistema}}}_{\text{tasa de cambio de energías interna, cinética, potencial, etc.}} = \underbrace{\dot{E}_{\text{entra}} - \dot{E}_{\text{sale}}}_{\text{tasa neta de energía por calor, trabajo o masa}} \quad (2.45)$$

y en su versión específica, al dividir por la masa del sistema:

$$\underbrace{\Delta e_{\text{sistema}}}_{\text{Cambio de energías interna, cinética, potencial, etc.}} = \underbrace{e_{\text{entra}} - e_{\text{sale}}}_{\text{Transferencia neta de energía por calor, trabajo o masa}} \quad (2.46)$$

Podemos tener distintos procesos:

- **Adiabático:** $Q = 0$
- **Isobarico:** $P = \text{constante}$
- **isovolumetrico:** $V = \text{constante}$
- **Isotermico:** $T = \text{constante}$.

Notar que tanto el calor como el trabajo no son diferenciales exactos, es decir, dependen del camino. Por otro lado, el cambio de energía solo depende del punto finales-inicial y no del proceso intermedio.

2.7. Ejemplos

Ejemplo: Cengel 7ma edicion 2-47 En un salón de clases que normalmente aloja a 40 personas se instalarán unidades de aire acondicionado con capacidad de enfriamiento de 5 kW. Se puede suponer que una persona en reposo disipa calor a una tasa de alrededor de 360 kJ/h. Además, hay 10 focos en el aula, cada uno de 100 W, y se estima que la tasa de transferencia de calor hacia el aula a través de las paredes es de 15 000 kJ/h. Si el aire en el aula se debe mantener a una temperatura constante de 21 ° C, determine el número de unidades de aire acondicionado requeridas.

Solución El calor que se transfiere a la sala es dado por:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{\text{personas}} + \dot{Q}_{\text{luz}} + \dot{Q}_{\text{paredes}} \quad (2.47)$$

donde

$$\dot{Q}_{\text{personas}} = 40 \cdot 360 \text{ kJ/h} = 4 \text{ kW} \quad (2.48)$$

$$\dot{Q}_{\text{luz}} = 10 \times 10 \text{ W} = 1 \text{ kW} \quad (2.49)$$

$$\dot{Q}_{\text{paredes}} = 150000 \text{ kJ/h} = 4.17 \text{ kW} \quad (2.50)$$

Por lo tanto:

$$\dot{Q} = 9.17 \text{ kW} \quad (2.51)$$

Dado que cada aire acondicionado aporta con 5 kW, entonces se necesitan 2 aires acondicionados

Ejemplo: I1 2015-2, modificado Un contenedor cilíndrico de altura h se llena con un gas y un líquido de densidad ρ , como muestra la figura. El gas y el líquido están separados por un pistón de masa y volumen despreciables que se mueve libremente. Inicialmente el sistema se encuentra en equilibrio a temperatura ambiente, con el gas a volumen V_1 y presión P_1 . Se enciende un mechero que entrega calor al gas hasta que este se expande a un volumen V_2 , derramando una cierta cantidad de líquido. Tras apagar el mechero se espera que el pistón encuentre su posición final de equilibrio. Asuma que el proceso es cuasiestático y que el pistón es aislante, de manera que las propiedades termodinámicas del líquido no varían. Ignore la presión atmosférica.

- Encuentre la presión del gas en función de su volumen (en cada una de las etapas) y grafique el proceso en un diagrama $P - V$, marcando claramente los valores de V y P en cada punto.
- Calcule el trabajo realizado por el gas durante la expansión y el calor entregado por el mechero.

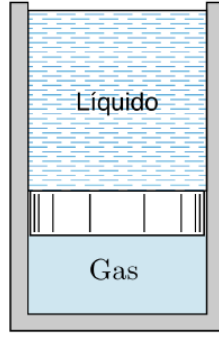
Escriba todos sus resultados en términos de los datos del problema: h, ρ, V_1, P_1 y V_2 .

Solución Dado que el proceso es cuasiestático, la presión del gas es la misma que siente el fondo del líquido, es decir

$$P = \rho g h_l \quad (2.52)$$

donde h_l es la altura del líquido. Mientras el gas se expande, el líquido siempre llega hasta el tope del recipiente provocando que se derrame de este. Por lo tanto,

$$h = h_g + h_l \quad (2.53)$$



donde h es la altura del recipiente y h_g la altura de gas. Podemos escribir:

$$h_l = h - \frac{V}{A} \Rightarrow P = \rho g \left(h - \frac{V}{A} \right) \quad (2.54)$$

donde V es el volumen del gas y A el área de cilindro. Para determinar el área del cilindro utilizaremos que $P(V_1) = P_1$, entonces:

$$P(V_1) = P_1 = \rho g \left(h - \frac{V_1}{A} \right) \Rightarrow A = \frac{\rho g V_1}{\rho g h - P_1} \quad (2.55)$$

Por lo tanto:

$$P(V) = \rho g \left(h - \frac{V}{\rho g V_1} (\rho g h - P_1) \right) = V \left(\frac{P_1}{V_1} - \frac{g h \rho}{V_1} \right) + \rho g h \quad (2.56)$$

Entonces, corresponde a una recta con pendiente negativa: $\frac{\rho g}{A}$ y punto de corte en $\rho g h$.

En el proceso de enfriamiento, la presión baja y dado que el volumen no liquido no cambia:

$$P(V) = \rho g \left(h - \frac{V_2}{A} \right) \quad (2.57)$$

donde V_2 es el volumen que quedo en el cilindro.

Una vez el liquido llega a la temperatura ambiente, entonces se debe cumplir $P_1 V_1 = P_3 V_3$, donde $P_2 = P_3$. Es decir, la presión por volumen inicial deben ser las mismas a la presión por volumen final. Pero esta vez, la presión final es igual a la presión despues del proceso de enfriamiento. Entonces:

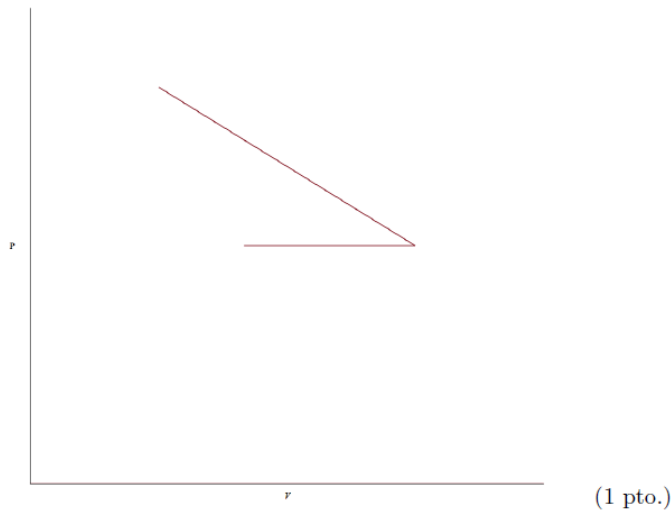
$$V_3 = \frac{P_1 V_1}{\rho g \left(g - \frac{V_2}{A} \right)} \quad (2.58)$$

Es decir, es una constante. Entonces el grafico es: El trabajo que realiza el gas al expandirse será:

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P(V) dV \quad (2.59)$$

$$= \int_{V_1}^{V_2} \rho \left(h - \frac{V}{A} \right) dV \quad (2.60)$$

$$= \rho g \left(h(V_2 - V_1) - \frac{1}{2A} (V_2^2 - V_1^2) \right) \quad (2.61)$$



Al comprimirse tendremos:

$$W_{23} = P_2(V_2 - V_3) = P_2V_2 - P_1V_1 = \rho gh(V_2 - V_1) - \frac{\rho g}{A}(V_2^2 - V_1^2) \quad (2.62)$$

Ejemplo: Un recinto está inicialmente a la misma temperatura que el exterior, que es de 20 °C. En él hay una lámpara de 100 W, una TV de 110 W, un refrigerador de 200 W y una plancha de 100 W. Suponiendo que no se transfiere calor a través de las paredes, calcule la rapidez de aumento del contenido de energía en el recinto, cuando todos estos electrodomésticos están encendidos.

Solución Consideremos el sistema como el recinto. Entonces, dado que estamos hablando de flujos de energía utilizaremos

$$\dot{E}_{\text{sistema}} = \dot{E}_{\text{entra}} - \dot{E}_{\text{sale}} = \dot{E}_{\text{sist, entra}} \quad (2.63)$$

ya que el sistema no pierde calor. Entonces

$$\dot{E}_{\text{entra}} = \dot{E}_{\text{luz}} + \dot{E}_{\text{TV}} + \dot{E}_{\text{ref}} + \dot{E}_{\text{plancha}} = 100 + 110 + 200 + 1000 = 1410W \quad (2.64)$$

Por lo tanto:

$$\dot{E}_{\text{sistema}} = 1410W \quad (2.65)$$

Ejemplo: Considere un gas contenido en un conjunto de pistón-cilindro vertical. Un eje vertical tiene un área de sección transversal de 0.8 cm² y está unido a la parte superior del pistón. La masa total del pistón y el eje es de 25 kg. Mientras el gas se calienta lentamente la energía interna del gas aumenta en 0.1 kJ, la energía potencial de la combinación pistón-eje aumenta en 0.2 kJ y se ejerce una fuerza de 1334 N sobre el eje, como se muestra en la figura. El pistón y el cilindro son malos conductores térmicos, y la fricción entre ellos es despreciable. La presión atmosférica local es de 100 kPa. Determinar:

- a) El trabajo realizado por el eje, en kJ.
- a) El trabajo realizado en desplazar la atmósfera, en kJ.

a) La transferencia de calor al gas, en kJ.

a) Utilizando los datos calculados y proporcionados, desarrollar un análisis detallado de la

Solución Del enunciado sabemos:

$$\Delta U = 0.1 \text{ kJ}, \Delta E_p^{\text{piston}} = 0.2 \text{ kJ} \quad (2.66)$$

El balance de energía para el sistema (pisto+gas) es:

$$(\Delta K + \Delta E_p + \Delta U)_{\text{piston}} + (\Delta K + \Delta E_p + \Delta U)_{\text{gas}} = Q - W \quad (2.67)$$

Es directo ver que $\Delta K|_{\text{piston}} = \Delta U|_{\text{piston}} = \Delta K|_{\text{gas}} = \Delta E_p|_{\text{piston}} = 0$. Por lo tanto, el balance de energía es:

$$\Delta E_p|_{\text{piston}} + \Delta U|_{\text{gas}} = Q - W \quad (2.68)$$

Entonces debemos obtener cada una de estas variables.

De la definición de energía potencial podemos ver que:

$$\Delta E_p = mg\Delta z = 0.2 \Rightarrow \Delta z = \frac{0.2}{25 \cdot 9.8} = 0.82 \text{ m} \quad (2.69)$$

Nos queda obtener el trabajo. Este trabajo es hecho por el eje y la presión atmosférica. El trabajo que hace el eje

$$W_{\text{eje}} = F_{\text{eje}}\Delta z = 1334 \cdot 0.82 = 1.094 \text{ kJ} \quad (2.70)$$

La presión atmosférica actúa sobre la parte del piston que no está conectada al eje. Entonces:

$$W_{\text{atm}} = P_{\text{atm}} A_{\text{piston-eje}} \Delta z \quad (2.71)$$

donde

$$A_{\text{piston-eje}} = \left(\pi \frac{D^2}{4} - A \right) = \left(\pi \frac{(10 \text{ cm})^2}{4} - 0.8 \text{ cm}^2 \right) = 77.74 \text{ cm}^2 \quad (2.72)$$

Por lo tanto:

$$W_{\text{atm}} = 10^5 \cdot 77.74 \cdot 0.82 \frac{\text{Pa cm}}{\text{cm}^2} = 0.637 \text{ kJ} \quad (2.73)$$

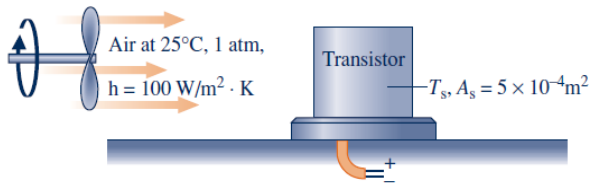
Por lo tanto:

$$Q = 2.031 \text{ kJ} \quad (2.74)$$

Ejemplo: Como se muestra en la figura, la superficie exterior de un transistor se enfría por convección debido al flujo de aire inducido por un ventilador. El aire está a una temperatura de 25°C y una presión de 1 atm. La superficie exterior del transistor tiene un área de $5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$. En estado estacionario, la potencia eléctrica suministrada al transistor es de 3 W. La transferencia de calor a través de la base del transistor es despreciable. El coeficiente de transferencia de calor por convección es de 100 W/m²·K. Determinar:

a) La tasa de transferencia de calor entre el transistor y el aire, en W.

a) La temperatura de la superficie exterior del transistor, en °C.



Solución Nos indican que es estado estacionario, esto significa que $\dot{E} = \dot{Q} - \dot{W} = 0$. Entonces $\dot{Q} = \dot{W} = -3\text{W}$.

Dado que el transistor se enfria por convección, entonces:

$$\dot{Q} = -hA(T_t - T_a) \quad (2.75)$$

donde el signo es menos es debido a que la combinación $hA\Delta T > 0$. Entonces, la temperatura del transistor será:

$$T_t = T_a - \frac{\dot{Q}}{hA} = 298\text{K} - \frac{-3}{100 \cdot 5 \times 10^{-4}} = 385\text{K} = 85^\circ\text{C} \quad (2.76)$$

2.8. Problemas propuestos

Problema: La conductividad térmica promedio de las paredes (incluidas las ventanas) y techo de la casa que se describe en la figura es $0.480 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}}$ y su espesor promedio es 21.0 cm. La casa se mantiene caliente con gas natural que tiene un calor de combustión (es decir, la energía proporcionada por cada metro cúbico de gas quemado) de $9\,300 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3}$. ¿Cuántos metros cúbicos de gas se deben quemar cada día para mantener una temperatura interior de 25.0°C si la temperatura exterior es 0.0°C ? Ignore la radiación y la pérdida de energía por calor a través del suelo.

