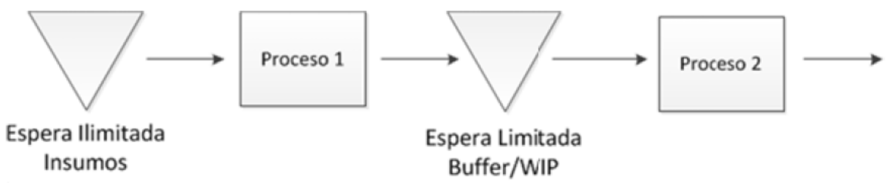
Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas
ICS3212 - Gestión de Operaciones
Ayudantes: Joaquín Gûell (jaguell@uc.cl) y José Rebolledo (jtrebolledo@ing.puc.cl)
Primer Semestre 2019

Guía de Ejercicios:

Variabilidad

Problema 1

Considerando el siguiente proceso:



Si el proceso 1 tiene un tiempo de proceso de 21 minutos por trabajo y el proceso 2 procesa 3 productos por hora. Ambos tienen in coeficiente de variación cuadrático de 1, para cada unidad producida, con distribución exponencial. La capacidad máxima del buffer es ilimitada. No hay restricciones de insumos ni de bodegaje de productos terminados.

(a) Con esta información determine: ¿Cuál es el throughput en la cola? ¿Cuál es el throughput del proceso completo? ¿Cuántas unidades se encuentran en proceso WIP? ¿Cuál es el tiempo de ciclo total (no incluyendo el tiempo en insumos)? ¿Cuál es el Work in Process (WIPP)?

(b) La empresa está muy preocupada por los inventarios, ya que corresponden a una parte importante de los costos del producto. Para ello está pensando limitar el producto en proceso o en cola a solo 4 unidades. Si el costo de mantener una unidad en proceso (WIP) es de $7.000 dólares al año y el margen de cada unidad es de $100 dólares. Si el proceso trabaja 8 hrs. al día, 5 días a la semana por 50 semanas. ¿Es conveniente realizar el cambio? Justifique su respuesta.

(c) Para la situación inicial (no hay límite en la espera) usted se percata que el proceso no sigue una distribución de procesos exponencial, sino que más bien una distribución general. ¿Cómo cambian los indicadores del proceso? ¿Es mejor o peor que el proceso tenga distribución general?

Solución Problema 1

Parte a

El proceso corresponde a un M/M/1. La utilización del proceso corresponde a la razón entre la entrada de productos al sistema y la tasa de salida (entrada es el proceso 1 y la salida el proceso 2)

$$\rho = \frac{1/21}{1/20} = 0,9524$$

Luego, tenemos que el trabajo en proceso en el Buffer 2 es igual al largo del proceso, para ello utilzamos la ecuaciones de un sistema M/M/1 y determinamos que:

$$WIP == L\frac{\rho}{1-\rho} = 20 \text{ Trabajos}$$

Y el throughput (TH) del proceso es igual al throughput del cuello de botella:

$$TH = \frac{1}{21 \text{ minutos}} = 0,0476 \ \frac{\text{trabajos}}{\text{minutos}}$$

Por lo tanto, el tiempo de ciclo (CT o FT) es igual a:

$$FT = \frac{WIP}{TH} = \frac{20}{0,0476} = 420,16 \text{ minutos}$$

Por otro lado, tenemos que el largo de la cola es igual a:

$$WIPP = L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{(20/21)^2}{1-20/21} = 19,05 \approx 19 \text{ trabajos en cola}$$

Finalmente, como el proceso es en serie, se tiene que el TH_{cola} es igual al throughput del sistema:

$$TH_{\text{cola}} = 0,0476 \ \frac{\text{trabajos}}{\text{minutos}}$$

Parte b

Ahora el proceso es M/M/1/b con:

$$b = 4 \text{ elementos en la cola} + 2 \text{ máquinas} = 6$$

Tenemos que el número de clientes en el sistema es igual a (recordando que $\rho = 0,9524$):

$$L = \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(b+1)\rho^{b+1}}{1-\rho^{b+1}} = 2,805 \text{ trabajos}$$

Y el TH del proceso se calcula utilizando la formula de tasa efectiva de clientes para un sistema M/M/1/b:

$$\lambda' = \lambda\left(\frac{1-\rho^b}{1-\rho^{b+1}}\right) = \frac{1}{21}\left(\frac{1-0,9524^b}{1-0,9524^{b+1}}\right) = 0,04177 \ \frac{\text{trabajos}}{\text{minutos}}$$

Al restringir o bloquear la cola se reduce el throughput a 2,51 trabajos por hora ($0,04177$ trabajos/min $\times$ 60 min/hora). Esto tiene un impacto de reducir los ingresos anuales:

$$\text{Ingresos} = \left(\frac{1}{21}\cdot 60 - 2,51\right)\cdot 100 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 50 = \$69.400$$

Se reducen la cola promedio de 19,05 trabajos a 2,805 trabajos por lo que el beneficio anual en:

$$WIPP = (19,05 - 2,805)\cdot \$7.000 = \$113.715$$

Dado que la disminución en el costo de inventario es mayor a la disminución del TH, aplico la medida.

Parte c

Para este caso utilizamos la ecuación de Kingman:

$$CT = VUT = \left(\frac{C_A^2 + C_e^2}{2}\right)\left(\frac{\rho}{1-\rho}\right) t_e$$

Como este caso, los coeficientes de variabilidad del sistema en ambos casos es igual a 1, tenemos que el término de variabilidad es igual a 1. Y por consiguiente no hay diferencias en el tiempo de ciclo calculado anteriormente.

Problema 2

Se tiene una fábrica de pintado pelotas de pool, el cual está compuesto por dos procesos. El primero corresponde pintar la pelota completa y la segunda a pintar el número en ella (el secado de la pintura se realiza en las máquinas). Para el primer proceso se tienen dos máquinas en paralelo, mientras que para el segundo sólo se tiene una máquina. Por otra parte, se tiene un buffer finito antes entre los procesos que tiene una capacidad de 12, (10 en el buffer y 1 en cada máquina). La primera parte toma un tiempo de 4 minutos por unidad, mientras que la segunda máquina tarda un tiempo de trabajo de 1 minutos en todo lo que debe hacer. Además, se tiene que el proceso es exponencial ($C_{e1} = C_{e1} = 1$). Se le pide calcular en este ejercicio el throughput, el tiempo de proceso y el tiempo de ciclo de toda la línea.

Solución Problema 2

Primero se debe calcular la utilización de la segunda máquina, ya que las primeras máquinas se encuentran en trabajo constante y la llegada de la segunda depende de las primeras máquinas:

$$\rho = \frac{\text{2 máquinas disponibles en el primer proceso} \cdot 1/4 \text{ unidad por minuto}}{1/1 \text{ trabajos por minuto}} = 0,5$$

Se puede calcular los indicadores de la máquina de segundo proceso usando las fórmulas de M/M/1:

$$WIP = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{0,5}{1-0,5} = 1 \text{ trabajos}$$
$$TH = r_a = 1/1 = 1 \text{ trabajos/minuto}$$
$$CT = FT = \frac{WIP}{TH} = \frac{1}{1} = 1 \text{ minutos}$$

Ahora, como se tiene un buffer finito, se puede calcular el TH y el WIPP usando M/M1/b, con b = 10 unidades en cola + 2 procesos:

$$TH = \frac{1-\rho^b}{1-\rho^{b+1}} \cdot r_a = \frac{1-0,5^12}{1-0,5^13} \cdot \frac{1}{1} = 0,999 \text{ trabajos/minutos}$$
$$L = WIPP = \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{(b+1)\rho^{b+1}}{1-\rho^{b+1}} = 0,9984 \text{ trabajos}$$

Por lo tanto, el tiempo de ciclo en todo el proceso corresponde a:

$$CT = \frac{WIPP}{TH} + t_e = \frac{0,9984}{0,998} + \frac{\text{4 minutos por unidad}}{\text{2máquinas en paralelo en la línea 1}} = 2,9986 \text{ minutos}$$

Por lo tanto, el tiempo de proceso en toda la línea corresponde a:

$$WIP = CT \cdot TH = 2,9986 \cdot \cdot 0,999 = 2,9956 \text{ trabajos}$$

Problema 3

Suponga que los trabajos llegan a una estación a una tasa de 20 por hora y el tiempo promedio de procesamiento es 2,5 minutos.

(a) ¿Cuál es el nivel de utilización de la estación?

(b) Suponga que el tiempo de arribo y de proceso es exponencial. ¿Cuál es el tiempo medio que un trabajo espera en la estación? ¿Cuál es el número promedio de trabajos en la estación? ¿Cuál es la probabilidad de observar más de tres trabajos en la estación?

(c) Suponga ahora que el tiempo de proceso no se comporta exponencialmente, presentando una media de 2,5 minutos y una desviación de 5 minutos. ¿Cuál es el tiempo medio que un trabajo espera en la estación? ¿Cuál es el número promedio de trabajos en la estación? ¿Cuál es el número promedio de trabajos en la cola?

Solución Problema 3

Parte a

El nivel de utilización se calcula como:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{20}{60/2,5} = \frac{5}{6}$$

Parte b

El tiempo medio de espera es:

$$W = \frac{1}{\mu(1-\rho)} = \frac{1}{24(1-5/6)} = 0,25 \text{ horas}$$

El número promedio de trabajos es:

$$L = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{5/6}{1-5/6} = 5 \text{ trabajos}$$

Y la probabilidad de este caso corresponde a:

$$P(L \geq= 4) = \rho^4 = 0,482$$

Parte c

Se calcula el coeficiente de variación como:

$$C_e = \frac{\sigma}{t_e} = \frac{5 \text{ minutos}}{2,5 \text{ minutos}} = 2$$

El tiempo medio de espera en la cola ahora depende de la variabilidad del sistema, por lo cual se calcula por medio de VUT. Si asumimos que la variabilidad de la entrada (C_a) es igual a 1, tenemos que:

$$CT_q = \left(\frac{C_A^2 + C_e^2}{2}\right)\left(\frac{\rho}{1-\rho}\right)\left(\frac{1}{\mu}\right) = \left(\frac{1^2+2^2}{2}\right)\left(\frac{5/6}{1-5/6}\right)\left(\frac{1}{24}\right) = 31,25 \text{ minutos}$$
$$CT = CT_q + t_e = 32,25 + 2,5 = 33,75 \text{ minutos}$$

El número promedio de trabajos en la estación y en la cola es:

$$L = TH \cdot CT = 20 \text{ trabajos/hora} \cdot 33,75 \text{ minutos} \cdot \frac{1 \text{ hora}}{60 \text{ minutos}} = 11,25 \text{ trabajos}$$
$$L_q = TH \cdot CT_q = 20 \text{ trabajos/hora} \cdot 31,25 \text{ minutos} \cdot \frac{1 \text{ hora}}{60 \text{ minutos}} = 10,42 \text{ trabajos}$$

Problema 4

Una máquina que produce circuitos tiene un tiempo medio de proceso por unidad de 2 minutos con una desviación estándar de 1,5 minutos por unidad.

(a) ¿Cuál es el coeficiente de variación del proceso?

(b) Si los tiempos de proceso de las unidades son independientes, ¿cuál sería la varianza de un trabajo compuesto por 60 circuitos? ¿Cuál sería su coeficiente de variación?

(c) Si la máquina puede fallar y el tiempo entre fallas se distribuye exponencialmente con media de 60 hrs. y un tiempo de reparación que también se distribuye exponencialmente con media de 2 hrs. Además, se tiene un coeficiente de variación (CV) para la reparación de 1 ¿Cuál es el tiempo medio y el CV de un trabajo compuesto de 60 circuitos?

(d) Suponga que se ha estimado que el batch óptimo de "trabajo"que la máquina realiza es de 60 circuitos. Para cambiar de un tipo de circuito a otro se debe realizar un setup que dura aproximadamente 2 hrs y una desviación estándar de 0,5 hrs. Para simplificar el proceso productivo, se ha dispuesto que se realicen setups cada 60 hrs. de proceso. Con esta información, determine el tiempo medio efectivo de proceso de cada "trabajoz su CV.

Solución Problema 4

Parte a

El coeficiente de variación en este caso se calcula como:

$$C_e = \frac{\sigma_e}{t_e} = \frac{1,5}{2} = 0,75$$

Parte b

La varianza para los 60 circuitos corresponde a:

$$Var(T) = n\sigma^2 = 60 \cdot 1,5^2 = 135$$

El coeficiente de variación es:

$$C_e = \frac{\sigma}{t_e\sqrt{n}} = \frac{1,5}{2\sqrt{60}} = 0,0968$$

Parte c

Primero, se debe ordenar toda la información disponible:

t_m	60 h	$t_r = m_r$	2 h
t_o	2 min	σ_o	1,5 min
c_o	0,75		

Es importante conocer la disponibilidad, que se calcula de la siguiente forma:

$$A = \frac{t_m}{t_m + t_r} = \frac{60}{60 + 2} = 0,968$$

Entonces, el tiempo medio corresponde a:

$$t_e = \frac{t_m + t_r}{A} = \frac{60 + 2}{0,968} = 64,07 \text{ minutos}$$

Y el coeficiente de variación del trabajo para los 60 trabajos, es:

$$C_e^2 = c_0^2 + (1 + c_r^2)A(1 - A)\frac{m_r}{t_0}$$
$$C_e^2 = 0,0968^2 + (1 + 1^2) \cdot 0,0968 \cdot (1 - 0,0968)\frac{2}{2} = 0,0713$$
$$C_e = 0,2671$$

Parte d

Primero, se debe calcular el tiempo medio efectivo de proceso de cada trabajo. Esto implica que el número de setups que se realizaran corresponde a 1 solamente. Por lo tanto, se tiene:

$$t_e = t_0 + \frac{t_s}{N_s} = 2 + \frac{120}{1} = 122 \text{ minutos}$$

Luego, se debe calcular la desviación estándar que posee el realizar un setup. Esto sería:

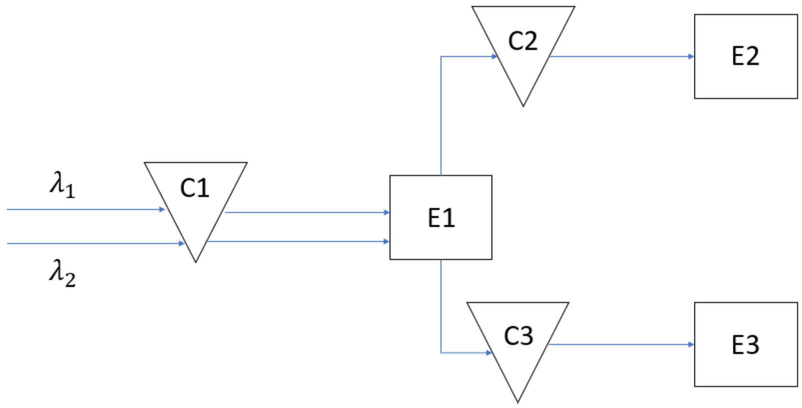
$$\sigma_e^2 = \sigma_o^2 + \frac{\sigma_s^2}{N_s} + \frac{N_s - 1}{N_s^2} \cdot t_s^2$$
$$\sigma_e^2 = 1,5^2 + \frac{30^2}{1} + \frac{1 - 1}{1^2} \cdot 120^2 = 902,25$$

Por lo tanto, para obtener el coeficiente de variación:

$$C_e^2 = \frac{\sigma_e^2}{t_e^2} = \frac{902,25}{122^2} = 0,0606$$
$$C_e = 0,2462$$

Problema 5

Considere el sistema productivo que se muestra en la figura:



En este sistema se procesan órdenes para dos productos: P1 y P2. Ambos siguen rutas diferentes en la red. P1 usa la estación E1 y después continúa a E2, y P2 usa la estación E1 y después continúa a E3. Cada estación tiene un buffer con capacidad C$_i$; $i = 1, 2, 3$ (el triángulo invertido antes de cada estación). Cada estación tiene una capacidad de producción expresada en una tasa máxima posible de μ_i, $i = 1, 2, 3$ órdenes por hora. Al sistema llegan para proceso órdenes del producto P1 a una tasa de λ_1 órdenes por hora y para el producto 2 a una tasa λ_2 órdenes por hora. Cada uno de los tiempos entre llegada de cada tipo de orden tiene una variabilidad expresada por un coeficiente de variación s_i, $i = 1, 2$ y el tiempo de procesamiento en cada estación también posee una variabilidad expresada por un coeficiente de variación e_i, $i = 1, 2, 3$.

Un problema muy relevante en un sistema productivo es poder estimar cuanto será el leadtime para la entrega de una orden; es decir, el tiempo desde que una orden llega al sistema hasta que es terminada. Este es, básicamente, el tiempo de cumplimiento que se promete al cliente.

(a) Asumiendo que las capacidades de los buffers son suficientemente grandes como para nunca llenarse y producir bloqueos (es decir, el supuesto de çapacidad infinita"), calcule un estimador del leadtime promedio para cada uno de los tipos de productos. (Puede dejar términos intermedios expresados, pero sea claro en lo que escribe y explique los supuestos que haga).

(b) En la pregunta anterior, usted calculó solo un estimador del tiempo medio de flujo, pero en la realidad uno estará interesado en un estimado para el momento en que llega una orden y según las condiciones del sistema productivo en ese momento particular. Su ponga que llega una orden para el 5 producto P2 y en este momento hay $f(1)$ órdenes de $P(1)$ y $f(2)$ órdenes de $P(2)$ en espera en la estación E1, g órdenes de P1 en espera en la estación E2 y h órdenes de P2 en espera en la estación E3. Explique cómo calcular un estimador para el tiempo de entrega de la orden recién llegada. (Use, si quiere, lo que ya ha calculado y otras cosas adicionales y supuestos que considere adecuados, pero explique todo con claridad).

Solución Problema 5

Parte a

Haremos uso de la fórmula de Kingman para estimar el tiempo medio de espera en cola en cada una de las estaciones. Esto requiere calcular el coeficiente de variabilidad a la salida de E1 y para eso usaremos la fórmula de propagación de variabilidad. Primero notemos que los coeficientes de congestión en cada estación son:

$$\rho = \frac{\lambda_1+\lambda_2}{\mu_1} \qquad \rho_2 = \frac{\lambda_1}{\mu_2} \qquad \rho_3 = \frac{\lambda_2}{\mu_3}$$

Lo anterior supone que las tasas son tales que $\rho_1 < 1$, $i = 1, 2, 3$. Denotemos por L_i el tiempo medio de espera en el sistema de la estación i. Primero debemos ver cuál es la variabilidad de la llegada a E1. Los dos tipos de órdenes tiene tiempos de llegada con variabilidad s_1 y s_2, la variabilidad combinada es igual a:

$$\overline{s} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}s_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1+\lambda_2}s_2$$

Tenemos, entonces:

$$L_1 = \left(\frac{\overline{s}^2+e_1^2}{2}\right)\cdot\left(\frac{\rho_1}{1-\rho_1}\right)\cdot\left(\frac{1}{\mu_1}\right)+\left(\frac{1}{\mu_1}\right)$$

El coeficiente de variación de la salida podemos estimarlo como:

$$(\overline{s})^2 = \rho_1^2(e_2^2) + (1-\rho_1^2)(\overline{s})^2$$

Y este se preserva igual tanto hacia la estación E2 como hacia E3. Con esto tenemos que:

$$L_2 = \left(\frac{\overline{s}^2+e_2^2}{2}\right)\cdot\left(\frac{\rho_2}{1-\rho_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{\mu_2}\right)+\left(\frac{1}{\mu_2}\right)$$
$$L_3 = \left(\frac{\overline{s}^2+e_3^2}{2}\right)\cdot\left(\frac{\rho_3}{1-\rho_3}\right)\cdot\left(\frac{1}{\mu_3}\right)+\left(\frac{1}{\mu_3}\right)$$

Luego, el leadtime medio para las órdenes tipo 1 es $L1+L_2$ y el de las órdenes tipo 2 es el $L1+L_3$.

Parte b

En las condiciones dadas, podrá estimarse el tiempo medio exactamente como el indicado en la parte (a). Sin embargo hay en parte un error en esto y es que esas son cantidades promedios.

Si se sabe que hay ciertas cantidades en cola, esa información es útil. En particular, si hay f_1 órdenes de P1 y f_2 de P2, esas tardaran, en promedio $(f_1+f_2)\times\left(\frac{1}{\mu_1}\right)$ en ser procesadas y en total la nueva orden requerirá en promedio $(f_1+f_2+1)\times\left(\frac{1}{\mu_1}\right)$ en ser liberada a la siguiente etapa (suponemos que hay una orden en proceso en la estación). De este modo, dependiente del tipo de orden, tenemos que los Lead-times promedios serán:

- Si la orden es de P1:

$$(f_1+f_2+1)\times\left(\frac{1}{\mu_1}\right)+(g+1)\times\left(\frac{1}{\mu_2}\right)$$

- Si la orden es de P2:

$$(f_1+f_2+1)\times\left(\frac{1}{\mu_1}\right)+(h+1)\times\left(\frac{1}{\mu_3}\right)$$

Problema 6

Se tiene la siguiente línea de producción con dos estaciones de trabajo y dos buffers:

Las órdenes llegan a una tasa de 12 órdenes por hora con una distribución G/G/1 y tienen un coeficiente de variación entre tiempos de llegada de 1,1.

E1 tiene un tiempo medio de procesamiento de 4 minutos con coeficiente de variación de 0,7. E2 tiene 4,2 minutos con coeficiente de variación de 1. La capacidad de los buffers es infinita

Calcule el tiempo total del ciclo y largo medio de las colas.

Solución Problema 6

Del enunciado podemos obtener las siguientes tasas de llegada de ordenes:

$$\lambda_1 = 12 \ \frac{\text{órdenes}}{\text{hora}}$$
$$\lambda_1 = 0,2 \ \frac{\text{órdenes}}{\text{minutos}}$$

Adicionalmente, tenemos que la máquina E1 tiene los siguientes parámetros:

$$\mu_1 = \frac{1}{4} = 0,25 \ \frac{ordenes}{minuto}$$
$$CV_{E1} = 0,7$$

Y en la máquina E2 tenemos los siguientes parámetros:

$$\mu_2 = \frac{1}{4,2} = 0,24 \ \frac{ordenes}{minuto}$$
$$CV_{E2} = 1$$

Con estos datos, tenemos que el tiempo de cico se obtiene de la siguiente fórmula:

$$\text{Ciclo de tiempo} = CT_q = FT_q = \left(\frac{C_a^2 + C_e^2}{2}\right) \cdot \left(\frac{\rho}{1-\rho}\right) \cdot \left(\frac{1}{\mu}\right) = VUT$$

Máquina E1

Para esta máquina tenemos que la utilización (ρ) es igual a:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,2}{0,25} = 0,8$$

Adicionalmente, sabemos que la variación de la llega de órdenes es igual a 1,1. Entonces, el tiempo de ciclo es igual a:

$$FT_{q,1} = \left(\frac{1,1^2 + 0,7^2}{2}\right) \cdot \left(\frac{0,8}{1-0,8}\right) \cdot \left(\frac{1}{0,25}\right) = 13,6 \text{ minutos}$$

Para el largo de la cola:

$$L = \lambda \cdot W$$

Por lo tanto,

$$L_1 = 0,20 \cdot 13,6 = 2,72 \text{ minutos}$$

Máquina E2

Primero se debe determinar la variación de entrada de la estación 2 que corresponde a la de salida de la estación 1 y puede estimarse con la siguiente fórmula:

$$C_s^2 \approx \rho^2 (C_e)^2 + (1-\rho^2) C_a^2$$

Obtenemos entonces,

$$C_s^2 \approx 0,8^2 (0,7)^2 + (1-0,8^2) 1,1^2 = 0,749 = C_a^2$$

Este C_a obtenido es del proceso 2. Adempas del proceso tenemos que:

$$\text{Utilización} = \rho = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{0,2}{0,24} = 0,83$$

Entonces, el tiempo de ciclo del proceso 2 es:

$$FT_{q,2} = \left(\frac{0,749^2 + 1^2}{2}\right) \cdot \left(\frac{0,83}{1-0,83}\right) \cdot \left(\frac{1}{0,24}\right) = 15,88 \text{ minutos}$$

Para la cola,

$$L_2 = 0,2 \cdot 15,88 = 3,18 \text{ min}$$

Por lo tanto, el tiempo de ciclo total es:

$$\text{Tiempo de ciclo total} = \text{Tiempo Medio}_{E1} + \text{Tiempo Medio}_{E2} + FT_{q,1} + FT_{q,2}$$
$$\text{Tiempo de ciclo total} = 4 + 4,2 + 13,6 + 15,88 = 37,68 \text{ minutos}$$

Problema 7

Un sistema productivo consiste en dos estaciones de trabajo conectadas en serie, E1 y E2, como muestra. La figura. Frente a cada estación existen áreas de almacenamiento (buffers), B1 y B2.

Las órdenes para procesar llegan a E1 (esperan en el buffer, si es necesario) son procesadas y pasan a E2. Si B2 se llena, entonces E1 debe parar y no puede seguir procesando e, igualmente, si B1 se llena, el sistema no puede recibir nuevas órdenes. Tanto E1 como E2 pueden procesar 55 órdenes por hora, pero son procesos variables. El coeficiente de variación de cada uno es de un 50 %. Las órdenes llegan a este sistema a una tasa promedio de 50 órdenes por hora, con una variación de un 50 %.

(a) Suponiendo primero que los buffers tienen "capacidad infinita", determine aproximadamente cuánto sería el inventario en espera en estos y el tiempo medio de flujo estimado para una orden desde que entra hasta que sale del sistema.

(b) Suponga ahora que el buffer en E2 (es decir, B2) tiene una capacidad igual al valor del inventario en B2 estimado por usted en a), mientras que B1 sigue con capacidad infinita. ¿Qué pasaría con el tiempo de flujo en el sistema? ¿Por qué? (No se requieren cálculos numéricos)

(c) Luego de analizar exhaustivamente el inventario se aprecia que si el segundo buffer tuviera capacidad igual al inventario promedio, entonces se llenará un 5 % de las veces. Estime cuanto aumentará el tiempo de fujo de las órdenes en el sistema, si la capacidad del B1 sigue siendo infinita.

(d) Usted también ha decidido definirle una capacidad al primer buffer igual a la cantidad calculada en el punto anterior, y que denotaremos por C, de modos que ambos buffers tienen la misma capacidad. ¿Qué pasará ahora con el tiempo de fujo total? ¿Qué pasará con el throughtput neto del sistema? (No se requieren cálculos numéricos)

Solución Problema 7

Parte a

Aquí hay que usar las relaciones de las "Física de la Fábrica":

$$\text{Ciclo de tiempo} = CT_q = FT_q = \left(\frac{C_a^2 + C_e^2}{2}\right) \cdot \left(\frac{\rho}{1-\rho}\right) \cdot \left(\frac{1}{\mu}\right)$$

Y la propagación de variabilidad es:

$$C_s^2 \approx \rho^2 (C_e)^2 + (1-\rho^2)(C_a^2)$$

Para E1 los coeficientes de variación son 0,5. Tenemos además que $\left(\rho = \frac{50}{55}\right) = 0,91$. Luego el tiempo de espera en B1 se puede estimar como:

$$FT_q = \left(\frac{0,5^2 + 0,5^2}{2}\right) \cdot \left(\frac{0,91}{1-0,91}\right) \cdot \left(\frac{1}{55}\right) = 0,0459 \approx 2,75 \text{ minutos}$$

Por la fórmula de Little, el inventario promedio en B1 se puede estimar en $50 \times 0,0459 = 2,3$ unidades.

Ahora notemos que como la variación del servidor E1 y la de la entrada es la misma e igual a 0,5. Esta relación también se repite en los coeficientes de variación de los procesos. Además, tenemos que la tasa de llegada λ sigue siendo el mismo, el cálculo para E2 es también el mismo. El tiempo de servicio promedio en E1 o E2 es de $\frac{1}{\mu}$, es decir, 0,018 horas que equivale a 1,09 minutos. Sumando tanto el tiempo de servicio como de espera que tenemos que el tiempo de flujo total se puede estimar en 7,68 minutos (2,75+1,09+2,75+1,09).

Parte b

Ahora vamos a poner un buffer con capacidad de aproximadamente 3 unidades. Esto va a producir que cuando el buffer se llene, E1 tenga que parar. Cuando eso pasa, la cola de E1 aumenta, y este aumento si es significativo, el tiempo de flujo puede aumentar.

Parte c

Podemos estimar que el buffer se llena un 5 % del tiempo, entonces E1 se parará un 10 % del tiempo, es decir su productividad disminuirá en un 5 %. Esto es válido, desde luego, suponiendo que E1 esté ocupado siempre que, dado que ρ es alto, esto es un supuesto razonable. De este modo, la tasa de servicio de E1 debería disminuir a un

95 % de su valor original, es decir, a 52,25 unidades por hora. Con esto, el nuevo ρ es igual a $\frac{50}{50{,}25} = 0.957$. El nuevo tiempo de espera en B1 es:

$$FT_q^* = \left(\frac{0,5^2 + 0,5^2}{2}\right) \cdot \left(\frac{0,957}{1 - 0,957}\right) \cdot \left(\frac{1}{52,25}\right) = 0,106 \approx 6,39 \text{ minutos}$$

El tiempo original en B1 era de 2,75 minutos ahora existe un aumento de 3.61 minutos.

Parte d

Si ahora se restringe además B1 el resultado será que se producirá un fuerte rechazo de órdenes a la entrada del sistema. Esto se traduce en que el through-put neto de sistema podría disminuir de forma significativa.

Problema 8

Actualmente el banco posee dos cajeros y está considerando contratar a una tercera persona. Las personas llegan al banco con un promedio de 1 cada 10 minutos, y cada persona requiere en promedio 5 minutos para ser atendido. Supongamos que las personas arriban de acuerdo a una distribución Poisson y que el tiempo necesario para prestar el servicio distribuye exponencial.

(a) Determine la razón de utilización del sistema.

(b) ¿Cuál sería el efecto sobre la línea de espera si se contrata a una tercera persona como cajero?

Solución Problema 8

Parte a

De los datos entregados por el enunciado, obtenemos que $\lambda = 1$ clientes por minuto. Y que cada cajero puede atender a un cliente en 5 minutos. Entonces la utilización es igual a:

$$\text{Utilización} = \rho = \frac{\lambda}{\text{Número de cajeros} \cdot \mu} = \frac{0.1 \ \frac{\text{clientes}}{minuto}}{2 \cdot 0,2 \ \frac{clientes}{minuto}} = 0,25$$

Parte b

Para calcular el efecto sobre la cola de agregar un tercer cajero, calculamos L_q para conocer el número de cliente en cola:

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \rho)} = \frac{0,1^2}{0,2(0,2 - 0,1)} = 0,5 \text{ clientes}$$

Claramente no se justifica contratar a otro cajero dado que el sistema está subutilizado, lo podemos ver en el tiempo de espera y el número de clientes en un momento dado. En promedio un cliente espera 5 minutos y nunca hay más de un cliente en la cola.