



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL Y DE SISTEMAS
PROFESORES: ALEJANDRO MAC CAWLEY Y JORGE MORALES
AYUDANTES: ALBERTO BUSCH (ATBUSCH@UC.CL) Y FRANCISCO LIRA (FVLIRA@UC.CL)

1 Procesos

Problema 1

La empresa de comida rápida Churrasco King permite que el empleado pueda escoger que añadirle al churrasco. Para esto uno tiene que pedir la orden, se tiene que cortar y tostar el pan, luego añadir los condimentos escogidos para finalmente envolver el churrasco y entregarlo. El gerente de la empresa quiere que los pedidos sean entregados de la manera más rápida posible. Para esto está dispuesto a invertir y contratar nuevos empleados si es necesario. El esquema de la producción se encuentra a continuación.



Los costos de los empleados varían según su posición. Un cajero tiene un sueldo de \$300.000, los cocineros encargados de las carnes y que también cortan y tuestan el pan son los con más experiencia, por lo que tienen un sueldo de \$500.000. Los cocineros aprendices son los que añaden los condimentos, estos tienen un sueldo de \$400.000 y finalmente para envasar y entregar se utiliza a un cajero que no atiende las ordenes.

a) ¿Cuál es la capacidad máxima de churrascos a servir de Churrasco King durante un día? Considere que el local está abierto 16 horas y que los tiempos son por churrasco. Considere que para un día existen dos turnos, por lo que se tienen 8 empleados al día. La demanda es constante a lo largo del día.

b) La gerencia de la empresa calcula que el local a estudiar tendrá una demanda de 480 churrascos al día. Con las capacidades actuales, ¿Se puede satisfacer la demanda? ¿Qué estación o estaciones son el cuello de botella para esta demanda?

c) La empresa puede contratar más aprendices y cocineros con experiencia. Se pueden combinar trabajadores en las diferentes estaciones y los rendimientos relevantes serían:

- Destinar dos aprendices en cortar y tostar, lo que dejará un tiempo de 2 minutos el proceso.
- Tener un aprendiz y un cocinero en los condimentos lo que dejará el tiempo de proceso en 2 minutos.
- Tener dos aprendices en condimentos, con un tiempo de 2,5 minutos.
- Tener dos cocineros en condimentos, con un tiempo de 1 minuto.
- Tener dos cocineros en cortar y tostar, con un tiempo de 1,5 minutos.

Determine cual combinación permite cumplir con la demanda, además calcule los costos asociados a esta medida.

d) Si un churrasco promedio cuesta \$1.800 pero \$1.500 sirven para cubrir costos de ingredientes y costos fijos del local (sin considerar sueldos), ¿Es rentable expandir la capacidad?

Solución

a) Debido a que la estación de condimentos es la más lenta, esta es la que determina la capacidad del local.

$$\frac{1}{5} \frac{\text{orden}}{\text{min}} * 60 \frac{\text{min}}{\text{hora}} * 16 \frac{\text{hora}}{\text{dia}} = 192 \text{ churrascos}$$

b) Debido a que la demanda es de 480 churrascos al día, se puede calcular cada cuantos minutos se pide un churrasco.

$$480 \frac{\text{churrascos}}{\text{dia}} * \frac{1}{16} \frac{\text{dia}}{\text{hora}} * \frac{1}{60} \frac{\text{hora}}{\text{min}} = \frac{1}{2} \frac{\text{churrasco}}{\text{min}}$$

Lo que equivale a 2 minutos por churrasco. De este modo la estación de tostado y la de condimentos no soportan la capacidad de demanda.

c) Debemos darnos cuenta de que la demanda es de un churrasco cada 2 minutos y lo más barato sería contratar a un aprendiz. Luego, destinar dos aprendices a cortar y tostar y un aprendiz con un cocinero en los condimentos dejando el resto igual. Notar que, si bien otras opciones son posibles para cubrir la demanda, son más costosas.

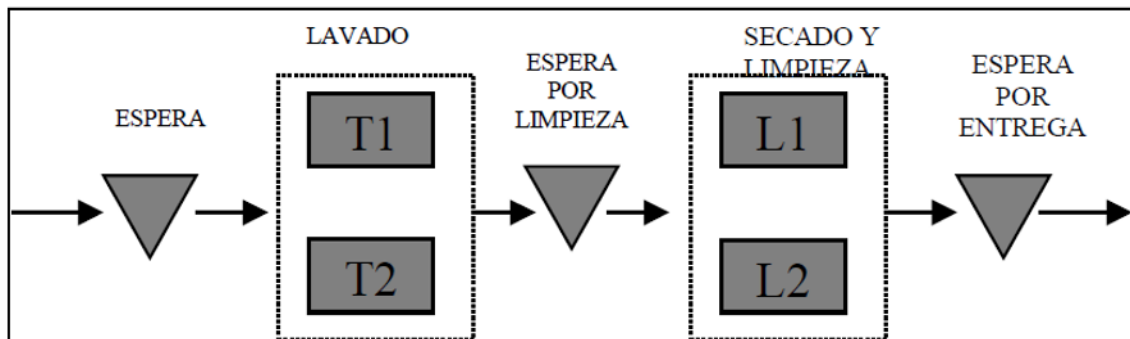
d) Primero calculamos los sueldos con los nuevos empleados, se tiene:

- 2 cajeros por turno, un total de 4 cajeros = 4 * \$300.000
- 3 aprendices por turno, un total de 6 aprendices = 6 * \$450.000
- 1 cocinero por turno, un total de 2 cocineros = 2 * \$550.000

El total gastado en sueldos es de \$5.000.000. Por otro lado los ingresos por churrasco son de \$300, ya que \$1.500 pagan los ingredientes y costos fijos del local, por eso al mes se tiene de ingreso: 300*480*30 = \$4.320.000. Por lo que no se alcanza a cubrir los sueldos. La alternativa para cubrir la demanda no es rentable para la empresa.

Problema 2

La siguiente figura muestra el esquema de una estación de lavado de automóviles. Esta consiste de dos túneles de lavado paralelos con rodillos rotatorios y ventiladores para secar, y dos estaciones de limpieza y secado final donde los automóviles son además aspirados. Por supuesto, los autos deben eventualmente esperar por el servicio cuando llegan a la estación y eventualmente esperar frente al área de limpieza. Cada túnel tarda 3 minutos en lavar un auto, pero caben simultáneamente dos autos en promedio en cada túnel (van uno detrás del otro) y este tiempo es bastante exacto. Por otro lado, la limpieza y secado final de un auto requiere de 4 minutos en promedio y se utilizan dos personas por vehículo.



a) Calcule la capacidad promedio de atención de los túneles de lavado de autos, de la estación de secado y limpieza, y del sistema como un todo.

b) En el área de espera por limpieza y secado no caben más de 4 autos en espera. El tiempo de limpieza es de 4 minutos promedio pero puede tener una varianza muy significativa según el nivel de pulcritud del

dueño y del tamaño del auto. Explique qué impacto puede tener esto en la hora punta del servicio, cuando la demanda promedio de llegada de clientes es de $30 \frac{\text{autos}}{\text{hora}}$.

c) Proponga un cambio estructural en el sistema que mejore el Performance. Explique en qué sentido habrá mejoras. (Hint: Procesos y Layout)

d) Explique qué puede hacerse para mejorar el balance de la línea y aumentar el throughput. Indique igualmente qué se puede hacer para disminuir la variabilidad del tiempo de limpieza de los vehículos.

Solución

a)

- Capacidad de cada túnel de lavado: $0,67 \frac{\text{autos}}{\text{min}}$
- Capacidad secado-limpieza: $0,5 \frac{\text{autos}}{\text{min}}$
- Throughput Sistema: $0,5 \frac{\text{autos}}{\text{min}}$ (Igual al del cuello de botella).

b) En hora punta llegan $30 \frac{\text{autos}}{\text{hora}} = 0,5 \frac{\text{autos}}{\text{min}}$ por lo que el sistema está a capacidad, al haber variabilidad el área de espera se va a llenar rápidamente y el sistema se bloqueará, se detendrá el lavado. Por lo tanto el Throughput será menor al calculado en a).

c) Hay que separar secado de limpieza y ordenar la línea con la limpieza primero, el lavado y finalmente el secado. Se debería ampliar el área de espera. Así el cuello de botella controlará el flujo lo que evitará el bloqueo de túneles. De esta manera se logra efectivamente el Throughput calculado en a).

d) Para esto hay que aumentar la tasa de producción del cuello de botella, es decir limpieza. Se puede incorporar más personal. Para disminuir la variabilidad: entrenamiento personal, mejorar coordinación, mejorar tecnología de limpieza.

Problema 3

Rockness Recycling reacondiciona a estudiantes de administración agotados. El proceso utiliza una banda transportadora que lleva a cada estudiante por los cinco pasos del proceso en secuencia. Los cinco pasos son:

Pasos	Descripción	Tiempo requerido por estudiante (min)
1	Desempacar y poner en la cinta	1,0
2	Deshacer de malos hábitos	1,5
3	Tallar y limpiar mente	0,8
4	Introducir métodos modernos	1,0
5	Pulir y empacar	1,2

Un miembro del cuerpo docente ha sido asignado a cada uno de estos pasos. Los docentes trabajan 40 horas a la semana y rotan de puesto cada semana. El Sr. Rockness ha estado trabajando en un contrato con General Electric que requiere la entrega de 2.000 estudiantes reacondicionados por semana.

a) ¿Cuál es el cuello de botella del sistema?

b) Un representante del departamento de recursos humanos acaba de llamar para quejarse de que la compañía no ha estado recibiendo el número de estudiantes convenido. Cuando el Sr. Rockness revisa el inventario de bienes terminados encuentra que no quedan existencias. ¿Qué está ocurriendo?

c) ¿Cuánto tendrá que ser el tiempo promedio por estudiante para poder cumplir con el contrato? ¿Es logable arreglando solo uno de los pasos del proceso?

Solución

a) Deshacer de malos hábitos es el cuello de botella, ya que tiene una capacidad de 1,5 minutos a diferencia de todos los otros procesos que requieren de menos tiempo.

b)

$$salida = \frac{tiempo}{ciclo} = 40 \frac{horas}{semana} * 60 \frac{min}{hora} * \frac{estudiante}{1,5 minutos} = 1600 \frac{estudiantes}{semana}$$

El proceso más largo determina la salida del proceso completo, por lo que esta línea no puede producir 2000 estudiantes por semana

c)

$$salida = 2000 \frac{estudiantes}{semana} = 40 \frac{horas}{semana} * 60 \frac{min}{hora} * \frac{estudiantes}{x min}$$
$$x = 1,2 min$$

Sí, es posible arreglar el proceso solo modificando el paso 2 y que de esta manera tenga una mayor capacidad de procesamiento de estudiantes.

Problema 4

El Festival Lollapalooza que será este fin de semana ha sido cancelado de forma inesperada tres días antes de su realización. Por ello, el SERNAC ha dispuesto de oficinas especiales para que quienes habían comprado sus entradas puedan resolver sus dudas. Cada una de estas sucursales cuenta con una sola autoridad dispuesta a solucionar las consultas. Si quienes tenían entradas para este evento llegan a una tasa de 100 por hora y permanecen media hora en la sucursal. ¿Cuántas sillas deben haber en promedio para que todos esperen sentados? Asuma que nadie se retira del sistema sin haber realizado su consulta.

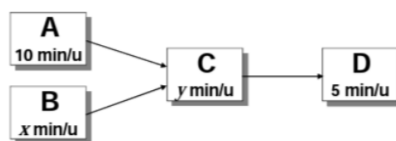
Solución

$$L = \lambda W = 100 \frac{asistentes}{hora} * 0,5 horas = 50 asistentes$$

Por ende, se requiere contar con 50 asientos para que nadie espere de pie ser atendido.

Problema 5

Considere un sistema de producción de 4 etapas como el de la figura. Una unidad de D requiere una de C, y cada unidad de C requiere una de A y una de B. Los tiempos de ciclo de las etapas B y C están entre $1 \frac{min}{u}$ y $20 \frac{min}{u}$, es decir, $1 \leq x \leq 20$ y $1 \leq y \leq 20$. Indique y justifique dónde está el cuello de botella del sistema para todos los posibles valores de x e y. Además indique el respectivo throughput del sistema.

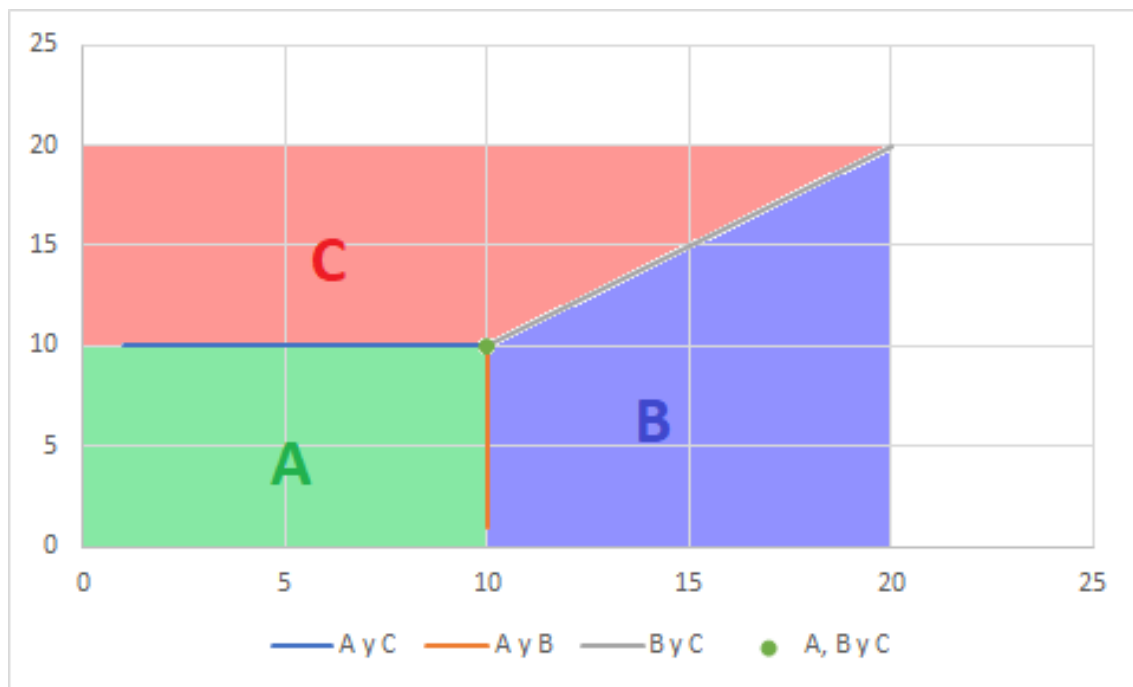


Solución

X	Y		Cuello de botella	Troughput (unidades/hora)
$[1, 10[$	$[1, 10[$		A	6
$[1, 20]$	$]10, 20]$	$y > x$	C	$60/y$
$]10, 20]$	$[1, 20]$	$x > y$	B	$60/x$
10	10		A, B y C	6
10	$[1, 10[$		A y B	6
$[1, 10[$	10		A y C	6
$]10, 20]$	$]10, 20]$	$x = y$	B y C	$60/x$ o $60/y$

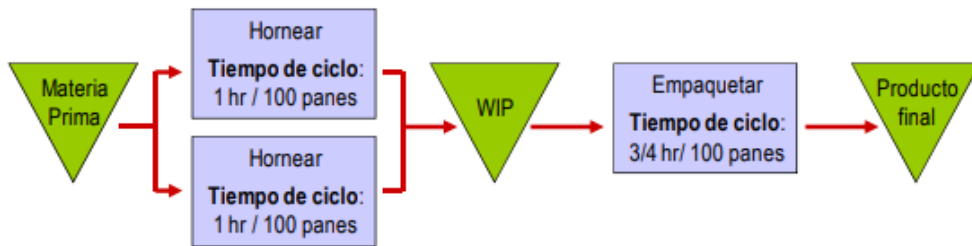
En la tabla se muestra el comportamiento del cuello de botella y throughput para todos los intervalos posibles.

También se puede ver en el gráfico que muestra donde ocurren los cuellos de botella.



Problema 6

Considere el caso de una panadería (ver Figura) la cual opera 24 horas. Este proceso tiene una cierta velocidad (throughput rate). ¿Cuál es el valor? ¿Por qué? Calcule el tiempo de proceso (throughput time) total de un lote de 100 panes. Justifique muy bien cada paso de su respuesta.



Solución

Primero, el throughput rate o velocidad está limitado por el cuello de botella del proceso, que en este caso es el empaquetado.

Por lo tanto:

$$throughput\ rate = \frac{1}{t_{ciclo}} = \frac{4}{3} = 133,333$$

Para un lote de 100 panes, primero hay que notar que independiente de que la tasa de producción de los 2 hornos pueda generar 200 panes/hr, esto no implica que 100 panes serán horneados en 30 minutos. Esto nos entrega el primer término para el throughput time que esta compuesto por:

$$Throught\ time = T_{horno} + WIP\ (tiempo\ inventario) + T_{empaquetar}$$

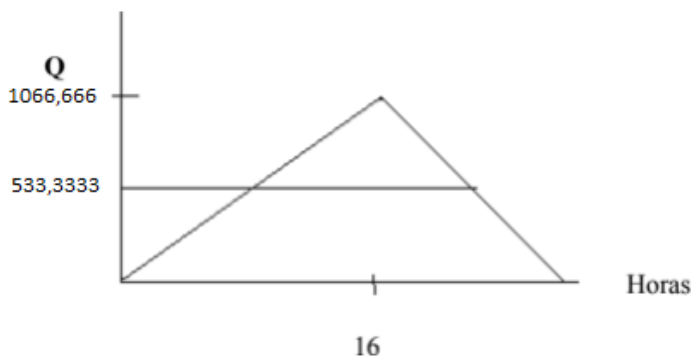
El tiempo en empaquetado es conocido y será 0,75 horas para 100 panes. Por lo tanto, se debe determinar el WIP: *Si se asume que desde $T=0$ hrs. la fábrica tiene inventario acumulado ya antes del empaquetado, podemos decir que en 24 hrs. la producción total de la panadería estará dada por: (depende de la tasa del cuello de botella)

$$Produccion\ Total = 133,333 * 24 = 3200$$

Luego, una producción de 3200 panes es producida por los hornos en un tiempo de:

$$T = \frac{3200}{200} = 16\ h$$

Si graficamos el inventario WIP, notemos que la tasa de acumulación durante las primeras 16 hrs. es la diferencia entre la tasa de entrada y la tasa de salida ($200 - 133,3333 = 66,6666$ panes/h). Posteriormente, la tasa corresponde a la de empaquetamiento:



Tenemos que el inventario promedio es de 533,333 panes. Luego, podemos usar Little para determinar el tiempo promedio de espera, considerando la tasa del sistema:

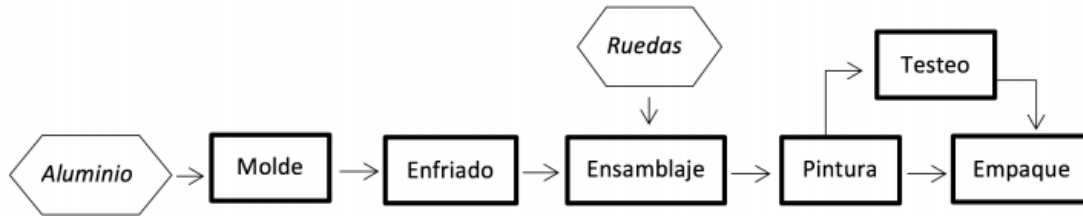
$$W = \frac{533,333}{133,333} = 4 h$$

Finalmente:

$$Throughput\ time = 1h + 4h + 0,75h = 5,75h$$

Problema 7

La empresa Jot Wilz fabrica autos de juguete de distintos tamaños y colores. Para ello utiliza dos insumos: aluminio (para la carrocería) y ruedas. Actualmente trabajan 8 horas al día, 5 días a la semana y cada parte del proceso lo realiza una maquina diferente:



En primer lugar se vierte una unidad de aluminio en el molde de plantilla creado por los diseñadores, para darle forma a los autos y luego se llevan a una cámara de enfriado. A continuación se ensamblan las 4 ruedas en los ejes y se pinta el auto. Finalmente se empaacan en cajas para ser distribuidos. Un 10 porciento de los autos son testeados antes de ser empaquetados. Todo el proceso funciona como una línea de producción continua, donde cada una de las máquinas tiene una capacidad promedio de trabajo, indicado en la siguiente tabla:

Proceso	Capacidad Máquina (autos/hora)	Máquinas
Molde	55	6
Enfriado	79	5
Ensamblaje	65	4
Pintura	100	2
Testeo	48	1
Empaque	110	4

El precio de una unidad de aluminio es de CLP 500 y cada rueda tiene un precio de CLP 100. La empresa tiene un mismo proveedor para ambos insumos, que demora 2 días hábiles en entregar los pedidos requeridos. Cada orden tiene un costo de CLP 50.000 y el costo de mantener inventario a la semana es un 10 porciento del precio de cada insumo. Cada auto de juguete vendido genera una utilidad de CLP 350. Responda las siguientes preguntas:

- Determine la capacidad máxima que la fábrica puede procesar al día. ¿Cuál es el cuello de botella? ¿Cuál es la utilidad semanal de la empresa?
- Los gerentes han decidido realizar una mejora en la cadena de producción y le han pedido ayuda para determinar qué procesos deberían aumentar su capacidad y en cuánto (cantidad de máquinas extra) para poder satisfacer una demanda diaria de 2.400 autos. ¿Cuánto estarían dispuestos a pagar los gerentes por este cambio en el sistema?

Solución

a) Tenemos:

El cuello de botella es Pintura, porque solo puede producir 200 autos por hora.

Proceso	Capacidad Máquina (autos/hora)	Máquinas	Capacidad total (autos/hora)
Molde	55	6	330
Enfriado	79	5	395
Ensamblaje	65	4	260
Pintura	100	2	200
Testeo	48	1	$=48*1/0,1=480$
Empaque	110	4	440

$$Capacidad\ maxima\ diaria = Cap_{cuello\ botella} = 200 * 8 = 1600 \frac{autos}{dia}$$

$$Utilidad\ Semanal = 1600 * 350 * 5 = 2.800.000$$

Para suplir una demanda de 2400 autos/día se necesita que la tasa de producción durante las 8 horas sea de 300 autos/hora. Actualmente es de 200 autos/hora, ya que la Pintura es el cuello de botella. Luego, si se agrega 1 máquina de pintura, la capacidad de esa tarea sube a 300 autos/hora, pero el nuevo cuello de botella es Ensamblaje, con 260 autos/hora. Por lo tanto, se debe también agregar 1 máquina de Ensamblaje para que su capacidad sea 325 autos/hora, y así, el cuello de botella sea Pintura con 300 autos/hora cumpliendo con la demanda diaria. Estaríamos dispuestos a pagar a lo más los nuevos ingresos:

$$Nuevos\ Ingresos = (2400 - 1600) * 350 = 280.000$$

Problema 8

La producción de cobre consta de varios procesos desde que se extrae el mineral desde la mina hasta poder producir lingotes de cobre. En primer lugar, el mineral se debe llevar a un proceso de molienda con el fin de reducir su tamaño. Luego, este mineral se lleva a la concentradora donde se obtiene concentrado de cobre. Posteriormente, se lleva a fundición que consta en procesar el concentrado para obtener cobre blíster. Específicamente, el concentrado es llevado a hornos de fundición, donde se puede obtener escoria o cobre blíster. La escoria se lleva a un horno de limpieza de escoria, el cual también entrega cobre blíster, y luego éste se lleva a un proceso de moldeado que finalmente entrega los lingotes. Suponga que en una mina se tienen 2 molinos para procesar el mineral y 2 hornos de fundición. Además, considere los siguientes datos:

Capacidad de procesamiento molino	2800 ton/h
Capacidad de procesamiento concentradora	5000 ton/h
Porcentaje de mineral que se transforma en concentrado	3%
Capacidad de hornos	$90\ ton_{concentrado}/h$
Porcentaje de concentrado transformado en blíster	30%
Porcentaje de concentrado transformado en escoria	70%
Capacidad horno de limpieza de escorias	100 ton/h
Porcentaje de escorias transformado en cobre blíster	8%
Capacidad área de moldeado	1400 ton/dia

Considere que el mineral puede ser tratado en cualquiera de los 2 molinos, que el concentrado de mineral puede entrar en cualquiera de los 2 hornos de fundición, que toda escoria debe pasar por el horno de limpieza

de escorias y que la escoria restante se desecha.

a) Dibuje el diagrama de tratamiento de mineral.

b) Determine el cuello de botella.

c) ¿Cuál es la máxima cantidad de mineral que se puede extraer al día (24 hrs)?

Solución

a) Tenemos:



b) Para determinar los cuellos de botella se debe calcular la capacidad para cada una de las etapas del procesos. Llamaremos "ton" a toneladas de mineral totales, es decir, el equivalente que se puede procesar de las toneladas de material inicial:

$$Capacidad\ Molinos = 2800 * 2 = 5600 \frac{ton}{h}$$

$$Capacidad\ Concentradora = 5000 \frac{ton}{h}$$

$$Capacidad\ Hornos = \frac{90}{0,03} * 2 = 6000 \frac{ton}{h}$$

Para el horno de limpieza de escorias, notar que para llevar a unidades de toneladas iniciales equivalentes, el 70 porciento que ya venía desde el concentrado es el que pasa por esta máquina:

$$Capacidad\ Horno\ Limpieza\ Escoria = \frac{100}{0,03*0,7} = 4761,6 \frac{ton}{h}$$

$$Capacidad\ Moldeado = \frac{1400/24}{0,03*0,3+0,08*0,7*0,03} = 5461,92 \frac{ton}{h}$$

Por lo tanto, el cuello de botella es el Horno de limpieza de escorias.

c) Tenemos:

$$Toneladas\ Maximas = 4761,9 * 24 = 114285,6\ tons$$

Problema 9

El Gerente General del Aeropuerto Internacional Antonio Carlos Jobim de Río de Janeiro, le solicita ayuda para evaluar sus procesos. Esto, con el fin de poder satisfacer la alta demanda que existirá en Junio y Julio de este año por la Copa Mundial de Fútbol. Joao Goulart, le explica cuál es el procedimiento al que se expone un pasajero desde que llega al aeropuerto hasta que se sube al avión: "Una vez que llega un pasajero al aeropuerto debe realizar el check-in con una de las tres azafatas que están en el mostrador (cada una se demora tres minutos en atender a un pasajero). Ahí los pasajeros entregan sus maletas y reciben su boarding pass (pase que será solicitado por otras azafatas en la última etapa). Luego debe pasar por policía internacional, que tiene dos procesos consecutivos. Primero, el chequeo del pasaporte que es llevado a cabo por uno de los tres policías de investigaciones que registran el egreso del país y analizan si está todo en orden para poder salir, todo esto en cuatro minutos. Después revisan las maletas de mano a través de una máquina de rayos-x, mientras los pasajeros pasan por debajo del detector de metales, existen cuatro máquinas que trabajan en paralelo demorándose en promedio tres minutos por pasajero. Por último, una de dos azafatas lo estará esperando para atenderlo y darle la bienvenida en la puerta de su avión, demorándose solo un minuto en revisar e ingresar su boarding pass al sistema." También le dice que para efectos de su estudio asuma que cada servidor atiende a un solo pasajero y que no hay tiempo de traslado entre un proceso y otro. Además,

se han despreciados procesos intermedios como comprar en el DutyFree.

- Dibuje el diagrama de flujo, indique claramente cuánto es el tiempo de atención por proceso
- ¿Cuál es el actual cuello de botella?
- ¿Cuántos pasajeros son atendidos, actualmente, por hora?
- El Gerente General, comprendió lo crítico de esta situación por lo que desea adquirir una nueva tecnología que disminuye a la mitad el tiempo de Chequeo de Maletas de Mano y Detector de Metales. ¿Usted recomendaría que adopte esta nueva tecnología?
- Otra medida que está evaluando es la contratación de más personal, ¿en qué estación usted le recomendaría agregar un servidor y cuál sería su beneficio?
- ¿Cuál será el cuello de botella, una vez que el Gerente General tome en consideración todas sus observaciones? ¿Cuántos pasajeros serán atendidos por hora?

Solución

- Tenemos:

Proceso	Tiempo de atención (min/servidor)	Cantidad de servidores	Tiempo de Atención (min)
1	3	3	1,0
2	4	3	1,3
3	3	4	0,8
4	1	2	0,5



- El cuello de botella se ubica en el segundo proceso (chequeo de pasaporte), ya es el proceso que demora más tiempo en desocupar un servidor con 1,333 minutos.
- Los pasajeros atendidos son 45, ya que el proceso se encuentra sujeto al cuello de botella que atiende a 1,333 pasajeros por minuto, es decir, en 60 minutos atenderá a $60/1,333 = 45$ pasajeros.

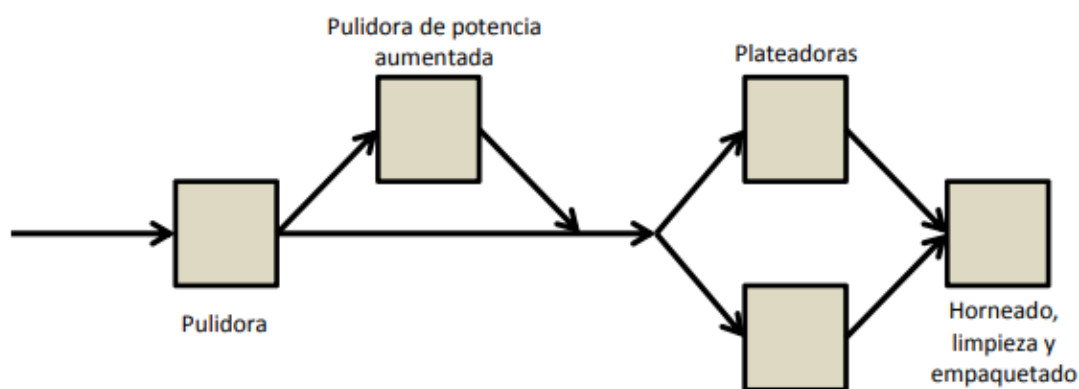
$$Pasajeros\ al\ Dia = \frac{1}{1,333} * 60 = 45 \frac{pasajeros}{hora}$$

- La adaptación de esta nueva tecnología disminuirá el tiempo de atención de 0,8 minutos a 0,4 minutos en la tercera etapa (chequeo de maletas de mano y detector de metales) convirtiéndose en la etapa más veloz. Sin embargo, no afecta a la cantidad de pasajeros atendidos ya que no estamos mejorando el cuello de botella. Solo va a producir que se haga cola en la última etapa. No recomendaría realizar dicha inversión.
- Agregar 1 servidor en la etapa que es cuello de botella, es decir, la etapa 2 correspondiente al chequeo del pasaporte. Con ello disminuirá su tiempo de atención a 1 minuto en desocupar un servidor. Por lo tanto, ahora se atenderán 60 pasajeros/hora, aumentando en 15 pasajeros la capacidad del sistema.
- El nuevo cuello de botella serán las dos primeras etapas atendiendo a 60 pasajeros por hora, como calculamos en el punto anterior. Seguimos sin pensar en invertir en la nueva tecnología ya que sigue sin afectar la capacidad del sistema.

Problema 10

Reflejos S.A. es una empresa dedicada a la fabricación de espejos de alta calidad. El proceso de producción, mostrado en la figura, por lo general tiene una altísima eficiencia. Sin embargo, debido al descuido de los dueños de la empresa, ninguna de las etapas que componen este proceso está a plena capacidad, como se describirá a continuación. La primera etapa del proceso consiste en el lavado y pulido de las láminas de vidrio mediante una pulidora industrial, la cual es capaz de pulir las láminas a una tasa de $400 \text{ m}^2/\text{h}$. Un 50% del vidrio es correctamente pulido, mientras que el porcentaje restante, llamado vidrio sucio, es destinado a una pulidora de potencia aumentada. Esta última trabaja con una capacidad de $150 \text{ m}^2/\text{h}$ y deja pulido un 95% del vidrio sucio. El 5% restante se destina a otros usos. Luego, el vidrio pulido se dirige a 2 plateadoras, que depositan sobre las láminas una fina película de plata, la cual cumple la función refractaria (es decir, de espejo). Cada plateadora tiene una capacidad de $150 \text{ m}^2/\text{h}$, y procesa correctamente un 80% del material, dejándolo como pre-espejo.

Finalmente, el pre-espejo se hornea y limpia para quedar como espejo listo. Éste se empaqueta en el mismo lugar del horneado y la limpieza. El horneado, limpieza y empaquetado tiene una capacidad de $8400 \text{ m}^2/\text{día}$, y transforma todo el pre-espejo que le llega a espejo (asuma un día de 24 horas de trabajo).



A partir de esta información:

- Determine el cuello de botella. ¿Cuál es la máxima cantidad de láminas de vidrio en m^2/h que es posible procesar en la pulidora? ¿Cuál es la producción en $\text{m}^2/\text{día}$ de espejos?
- Suponga que en el mercado se cotiza a \$1000 el m^2 de espejo. ¿Cuál sería el ingreso diario de la empresa?
- A Reflejos S.A. le llegaron más recursos, y está pensando en mejorar sus procesos. Es por esto que decidieron aumentar la capacidad del cuello de botella encontrado en a). Este aumento de capacidad debe ser de tal manera que ningún otro punto del proceso se convierta en un nuevo cuello de botella. ¿Cuál sería la nueva capacidad del cuello de botella, en m^2/h de láminas de vidrio?
- Suponiendo que aumentar la capacidad del cuello de botella tiene un costo diario, ¿cuánto sería el máximo que los gerentes de Reflejos S.A. estarían dispuestos a pagar? Suponga que el precio del espejo se mantiene a \$1000 el m^2

Solución

- Primero se calculan las capacidades equivalentes. En este caso, se toma como referencia las láminas de vidrio. De esta forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Pulidora} &= 400 \frac{\text{m}^2}{\text{h}} \\
 \text{Pulidora Potencia Aumentada} &= \frac{150}{0,5} = 300 \frac{\text{m}^2}{\text{h}} \\
 \text{Plateadoras} &= \frac{150 \cdot 2}{0,5 + 0,5 \cdot 0,95} = 307,7 \frac{\text{m}^2}{\text{h}} \\
 \text{Horno, Limp, Emp} &= \frac{8400/24}{0,8 \cdot (0,5 + 0,5 \cdot 0,95)} = 448,7 \frac{\text{m}^2}{\text{h}}
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el cuello de botella es la Pulidora de Potencia Aumentada.

Pueden ingresar a lo más 300 m²/h de láminas de vidrio al sistema (a la pulidora, a causa del cuello de botella). A las plateadoras llega $0,5 \cdot 300 + 0,5 \cdot 0,95 \cdot 300 = 292,5$ m²/h de vidrio pulido. El primer término corresponde a lo que llega a las plateadoras directo de la pulidora, el segundo corresponde a lo que viene desde la pulidora de potencia aumentada. Al proceso final llega un 80% de lo anterior, o sea, $292,5 \cdot 0,8 = 234$ m²/h.

En un día, se obtienen $234 \cdot 24 = 5616$ m² de espejo.

b) Tenemos:

$$\text{Ingresos Diarios} = 1.000 \cdot 5.616 = 5.616.000 \frac{\$}{\text{dia}}$$

c) Para que ningún nuevo punto se convierta en cuello de botella, la capacidad del actual cuello de botella debe alcanzar a la capacidad de la etapa de proceso más cercana. Es decir, debemos aumentar la capacidad de la Pulidora de Potencia Aumentada a 307,7 m²/h.

d) Se pagaría la diferencia entre los ingresos diarios en cada situación. Ya calculamos para la situación sin aumentar el cuello de botella.

Si se repite el cálculo para la nueva situación hipotética tendríamos:

$0,5 \cdot 307,7 + 0,5 \cdot 0,95 \cdot 307,7 = 300$ m²/h de vidrio pulido. Al final llega un 80% de lo anterior, o sea, 240 m²/h.

En un día se tiene $240 \cdot 24 = 5.760$ m² de espejo, es decir, una ganancia diaria de \$5.760.000.

Finalmente:

$$\text{Delta Ingresos Diarios} = 5.760.000 - 5.616.000 = 144.000 \frac{\$}{\text{dia}}$$

2 Pronósticos

Problema 1

Suponga que es contratado en una heladería para realizar un pronóstico de la demanda que habrá durante el año. La demanda mensual de la heladería durante el 2018 se muestra a continuación:

Mes	Demanda
Enero	500
Febrero	450
Marzo	400
Abril	200
Mayo	150
Junio	100
Julio	50
Agosto	50
Septiembre	100
Octubre	100
Noviembre	200
Diciembre	400

- a) Haga un pronóstico mensual usando los métodos de: valor anterior, media anual, media móvil de 3 meses, media móvil de 3 meses ponderada ($w_{t-3} = 0.2$, $w_{t-2} = 0.3$, $w_{t-1} = 0.5$), suavizamiento exponencial con $\alpha = 0.3$ y pronóstico de Enero igual a la media anual.
- b) ¿Cuál resulta mejor estimador según el criterio de MAD?
- c) ¿En base a la estructura de la demanda de la heladería, qué tipo de demanda tiene? ¿Qué método se le ocurre utilizar para un mejor pronóstico?

Solución

a)

Recordemos que las fórmulas para calcular los distintos pronósticos son:

Valor anterior: utilizar la demanda del período anterior.

Media anual: sacar el promedio de las demandas desde enero diciembre.

Media móvil de tres meses: sacar el promedio de los últimos tres períodos.

Media móvil de 3 meses ponderada: promedio ponderado de los últimos tres meses, en que el más reciente es el que más cuenta.

Suavizamiento exponencial: la fórmula es $F_t = F_{t-1} + \alpha(A_{t-1} - F_{t-1})$,

donde F_t es el pronóstico calculado, F_{t-1} es el pronóstico del período anterior, A_{t-1} es la demanda del período anterior y α es el coeficiente de suavización, que va entre 0 y 1.

A continuación se muestra la tabla con los pronósticos calculados con cada método, mediante sus fórmulas respectivas.

Mes	Demanda	Media Anual	Valor anterior	3 Meses	Ponderada	Exp
Enero	500	225				225
Febrero	450	225	500			308
Marzo	400	225	450			350
Abril	200	225	400	450	435	365
Mayo	150	225	200	350	310	316
Junio	100	225	150	250	215	266
Julio	50	225	100	150	135	216
Agosto	50	225	50	100	85	166
Septiembre	100	225	50	66.67	60	131
Octubre	100	225	100	66.67	75	122
Noviembre	200	225	100	83.33	90	115
Diciembre	400	225	200	133.33	150	141

b) Para calcular el MAD, debemos calcular la sumatoria de los errores absolutos (pronóstico - demanda) para cada período:

Mes	Error absoluto				
	Media Anual	Valor Anterior	3 Meses	Ponderada	Exp
Enero	275				275
Febrero	225	50			143
Marzo	175	50			50
Abril	25	200	250	235	165
Mayo	75	50	200	160	166
Junio	125	50	150	115	166
Julio	175	50	100	85	166
Agosto	175	0	50	35	116
Septiembre	125	50	33	40	31
Octubre	125	0	33	25	22
Noviembre	25	100	117	110	85
Diciembre	175	200	267	250	259

	Σ Error absoluto				
Mes	Media Anual	Valor Anterior	3 Meses	Ponderada	Exp
Enero	275				275
Febrero	500	50			418
Marzo	675	100			467
Abril	700	300	250	235	632
Mayo	775	350	450	395	798
Junio	900	400	600	510	964
Julio	1075	450	700	595	1130
Agosto	1250	450	750	630	1246
Septiembre	1375	500	785	670	1278
Octubre	1500	500	817	695	1300
Noviembre	1525	600	933	805	1384
Diciembre	1700	800	1200	1055	1644

Finalmente dividimos la sumatoria final por la cantidad de datos pronosticados en cada período.

	Media Anual	Valor Anterior	3 Meses	Ponderada	Exp
Diciembre	142	73	133	117	137

Por lo tanto, la mejor predicción es la del valor directamente anterior.

Problema 2

La demanda semanal de Fajitas a la que se enfrenta un vendedor de la entrada de nuestro campus se muestra a continuación:

Semana	1	2	3	4	5	6	7
Número Fajitas	450	480	440	520	600	550	500

Hacer pronósticos de la semana 5 en adelante utilizando:

- Media móvil de 4 semanas
- Suavizamiento exponencial con $\alpha = 0,1$ con inicialización con el promedio simple de las 4 semanas
- Suavizamiento exponencial con $\alpha = 0,8$ con inicialización con el promedio simple de las 4 semanas
- Calcule el MAD y TS.
- ¿Qué modelo prefiere? ¿Por qué?

Solución

a, b, c) Se usan las fórmulas del ejercicio anterior, obteniendo:

Semana	1	2	3	4	5	6	7
Número Fajitas	450	480	440	520	600	550	500
MM 4 semanas	-	-	-	-	472,5	510	527,5
Suav. Exp. 0,1	-	-	-	-	472,5	485,25	491,725
Suav. Exp. 0,8	-	-	-	-	472,5	574,5	554,9

d) El MAD se calcula de la misma manera en que se hizo en el ejercicio anterior (promedio de los errores absolutos entre los pronósticos y la demanda real).

La Señal de Rastreo (conocida también como Tracking Signal o TS) es una medida de desempeño que permite medir la desviación del pronóstico respecto a variaciones en la demanda. Análogamente se puede interpretar como el número de MAD (Desviación Media Absoluta o Mean Absolute Deviation) que el pronóstico está sobre o bajo la demanda real. La fórmula para calcular el TS corresponde a:

$$\text{Tracking signal} = \frac{\sum(A_t - F_t)}{\frac{1}{n} \sum |A_t - F_t|}$$

Los resultados usando estas fórmulas son:

	MM 4 semanas	Suav. Exp. 0,1	Suav. Exp. 0,8
MAD	65	66,84	68,97
TS	2,15	3	

e) Es preferible la Media Móvil pues tiene menor MAD.

Problema 3

En una central de llamado se ha registrado el número de llamadas diarias en los últimos 8 días:

Día	1	2	3	4	5	6	7	8
Llamadas	92	127	103	165	132	111	174	97

- a) Prepare un pronóstico de media móvil de 3 días e indique el error en cada día.
b) Prepare un pronóstico de media móvil ponderada de 3 días con $w_1 = 0,5$, $w_2 = 0,3$ y $w_3 = 0,2$, donde w_1 representa el período más reciente.
c) ¿Cuál de los dos métodos es mejor?
d) ¿Qué supuestos hay detrás de cada modelo?

Solución

a)

Las medias móviles desde el día 4 (antes no se pueden sacar) utilizando la fórmula usada anteriormente es:

Día	4	5	6	7	8
Error	107,33	131,66	133,33	136	139

Los errores es la diferencia entre la demanda real que hubo un período y el pronósticos para ese:

Día	4	5	6	7	8
Error	-57,67	-0,33	22,33	-38	42

b)

Un pronóstico con media móvil ponderado se calcula ponderando los días anteriores diferente. En este caso el pronóstico del día 4 se calcula como

$F_4 = 0,2 * 92 + 0,3 * 127 + 0,5 * 103 = 108$, y así sucesivamente. Queda de la siguiente manera.

Día	4	5	6	7	8
Pronóstico	108	138,8	136,1	128,1	146,7

c)

Utilizando las fórmulas anteriores se pueden calcular ambos.

MAD Media Móvil = 32,067, MAD Media Móvil Ponderada = 36,9.

Por lo tanto es mejor la Media Móvil Ponderada.

d)

Media Móvil: El valor futuro se puede pronosticar según lo ocurrido en los “k” últimos períodos mediante un promedio.

Media Móvil Ponderada: El valor futuro se puede pronosticar según lo ocurrido en los “k” últimos períodos mediante un promedio ponderado en el cual se asigna más importancia a lo que ocurrió en los períodos más recientes.

Problema 4

Una compañía ha usado tres diferentes métodos para pronosticar sus ventas en los últimos 5 meses. Utilice MAD y TS (Señal de rastreo) para evaluar el desempeño de los tres métodos.

¿Cuál método de pronóstico es más preciso? ¿Qué información entrega MAD? ¿Qué información entrega TS?

Período	Actual	Método A	Método B	Método C
1	10	10	9	8
2	8	11	10	11
3	12	12	8	10
4	11	13	12	11
5	12	14	11	12

Solución

	MAD	TS
Método A	1,4	5
Método B	1,8	5
Método C	1,4	5

Se ecoge el método A o C, pues tienen menor MAD.

MAD indica cuánto es el error de mi pronóstico en términos de módulo, cuánto me alejo en promedio del valor real en valor absoluto, “por arriba o por abajo”.

TS indica el sesgo de mi pronóstico, si es positivo tengo un sesgo a la alza, es decir en general mi pronóstico sobreestima el valor que predice, si es negativo ocurre lo contrario.

Problema 5

La empresa XYZ sufrió una inundación y perdió parte de sus datos de pronósticos. Hay que reconstruir los datos existentes utilizando suavizamiento exponencial y :

$MAD_t = \alpha * |A_t - F_t| + (1 - \alpha) * MAD_{t-1}$ (Use esta fórmula recursiva para calcular el MAD puesto que hay muchos periodos anteriores que no se incluyen en la tabla). Calcule el valor de los parámetros a, b, c, d, e, f.

Período	A_t	F_t $\alpha = 0,3$	$e_t = A_t - F_t$	MAD_t	TS_t
0				10	
1	120	100	20	f	1,5
2	140	106	34	19,3	e
3	160	a	b	c	d

Solución

Los valores son:

- a = 116,2
- b = 43
- c = 26,65

- $d = 3,65$
- $e = 2,77$
- $f = 13$

Problema 6

Asuma un valor inicial de pronóstico $F_t = 100$ unidades, una tendencia de 10 unidades, $\alpha = 0,2$ y $\delta = 0,3$. Si la demanda resultó ser de 115 unidades, en vez de las 100 proyectadas, calcule el pronóstico para el próximo periodo.

Solución

Al sumar el pronóstico inicial y la tendencia, tenemos:

$$FIT_{t-1} = F_{t-1} + T_{t-1} = 100 + 10 = 110$$

El valor actual o real de la demanda (A_{t-1}) es de 115. De este modo,

$$F_{t-1} = FIT_{t-1} + \alpha(A_{t-1} - FIT_{t-1})$$

$$F_t = 100 + 0.2(115 - 110) = 111$$

$$T_t = T_{t-1} + \delta (F_t - FIT_{t-1})$$

$$T_t = 10 + 0.3 (111 - 110) = 10.3$$

$$FIT_t = F_t + T_t = 111 + 10.3 = 121.3$$

Por lo tanto, el pronóstico para el próximo periodo sería de 121.3 unidades.

Problema 7

Restorán Don Fabricio quiere estimar la demanda del plato Congrio Frito a lo pobre para el lunes de la siguiente semana.

La demanda durante la semana anterior es la siguiente:

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Demanda	25	26	19	40	50	52	30

Mediante suavizamiento exponencial con tendencia calcule la demanda para el día lunes siguiente. Inicialice la tendencia considerando los días de lunes a jueves y el pronóstico como un promedio simple entre los 7 días de la semana. Considere $\alpha = 0,15$ y $\delta = 1$.

Solución

Sabemos que:

$$FIT_t = F_t + T_t$$

$$F_t = \alpha A_t + (1 - \alpha)(F_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = (\delta(F_t - F_{t-1}) + (1 - \delta)T_{t-1})$$

Para calcular la tendencia, se deben tomar en cuenta los primeros 4 días de la semana:

$$T_{viernes} = \frac{(40-19)+(19-26)+(26-25)}{3} = 5$$

Por otro lado, el pronóstico se calcula como el promedio simple entre los 7 días de la semana, obteniendo un valor de 34,57.

Entonces:

$$FIT_{viernes} = F_{viernes} + T_{viernes} = 39,57$$

De esta forma:

Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	Lunes
Demanda	25	26	19	40	50	52	30	
T_t					5	6,6	6,8	2,6
F_t					34,6	43,7	51	46,7
FIT_t					39,6	50,3	57,8	49,3
error					10,4	1,7	27,8	

Luego, la demanda esperada será de 49,3 platos.

Problema 8

El DT del Real Madrid, Zinedine Zidane, está muy preocupado por el rendimiento de su equipo, que ha tenido una muy mala temporada. Una de sus preocupaciones es su temerario defensa: Sergio Ramos. A Zidane le preocupa que siga haciendo muchas faltas por partido y que lo terminen expulsando.

Para esto le encarga que pronostique utilizando el método de suavizamiento exponencial con tendencia el número de faltas que cometerá en el próximo partido. Para inicializar, considere un promedio simple entre los 2 primeros partidos para F_3 . Para la tendencia inicial considere los 2 primeros partidos también. ($\alpha = 0,4$; $\delta = 0,2$)

A continuación se muestran las faltas en los últimos 7 partidos:

Partido	1	2	3	4	5 (Derby)	6	7
Faltas	15	22	11	18	40	22	27

Solución

Para esta solución, siguiendo las fórmulas que aparecen en clases y/o en el problema anterior, tenemos:

$$T_3 = 22 - 15 = 7$$

$$F_3 = \frac{15+22}{2} = 18,5$$

$$FIT_3 = 18,5 + 7 = 25,5$$

$$T_4 = 7 + 0,4 * 0,2 * (11 - 25,5) = 5,84$$

$$F_4 = 25,5 + 0,4 * (11 - 25,5) = 19,7$$

$$FIT_4 = 19,7 + 5,84 = 25,54$$

... y así continuamos aplicando iterativamente las fórmulas hasta llegar a que:

$$FIT_8 = 35,5$$

Problema 9

¿Por qué se dice que el modelo de suavizamiento exponencial es un modelo que “tiene memoria” y en especial una memoria a infinito? Realizar la derivación matemática.

Solución

La fórmula del modelo es la siguiente:

$$F_t = F_{t-1} + \alpha(A_{t-1} - F_{t-1}) \rightarrow F_t = A_{t-1} \cdot \alpha + (1 - \alpha)F_{t-1}$$

donde,

$$F_{t-1} = \alpha \cdot A_{t-2} + (1 - \alpha)F_{t-2}$$

De este modo,

$$F_t = \alpha \cdot A_{t-1} + (1 - \alpha)[\alpha \cdot A_{t-2} + (1 - \alpha)F_{t-2}] \rightarrow \alpha \cdot A_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)A_{t-2} + (1 - \alpha)^2 F_{t-2}$$

Siguiendo el mismo proceso, se puede expresar como serie

$$F_t = \sum_{k=0}^{\infty} (1 - \alpha)^k \alpha A_{(t-1-k)} + (1 - \alpha)^{\infty} F_{t-\infty}$$

Como $0 < \alpha < 1 \implies \lim_{(n \rightarrow \infty)} (1 - \alpha)^n = 0$

El problema es que no hay datos infinitos hacia atrás, por lo que se debe inicializar el modelo. Por lo tanto, en la realidad la memoria del modelo llega solo hasta la inicialización.

Problema 10

Se sabe que en el Hospital del Trabajador, la demanda de camillas al año ha seguido el siguiente patrón:

Año	Demanda
2014	750
2015	800
2016	815
2017	850
2018	875

Estime con una confianza del 85% el intervalo que contiene el pronóstico del número de camillas que se requerirán en el hospital para el año 2018, usando los siguientes 3 modelos:

a) Suavizamiento exponencial con tendencia, con $\alpha = 0.8$ y $\delta = 0.4$, se sabe que en el 2012 se utilizaron 690 camillas y en el 2013, 720. Además se sabe que el pronóstico realizado hace 5 años para el 2014 era de 740 camillas.

b) Media móvil de 3 periodos.

c) Modelo de regresión $Y = 690 + 40 * X$, donde X corresponde a índice del año (1 para el 2014) e Y representa la demanda anual de camillas.

¿Qué método es preferible?

Solución

El intervalo de confianza se define mediante la siguiente relación:

$F_t \pm z_\sigma * \sigma = P(z_\sigma)$, donde $1.25 * z_\sigma = z_{MAD}$ y z es el parámetro de una distribución normal estándar.

a) Para inicializar el primer método se calcula la tendencia inicial:

$$T_1 = \frac{(720-690)+(750-720)}{2} = 30$$

$$F_1 = 740$$

De este modo,

Año	A(t)	FIT(t)	F(t)	T(t)	Error	MAD
2014	750	770	740	30	20	20
2015	800	776,6	754	23,6	-22,4	21,2
2016	815	826,29	795,52	30,77	11,29	17,9
2017	850	844,41	817,26	27,16	-5,59	14,82
2018	875	877,83	848,88	28,94	2,83	12,42

Utilizando la tabla normal estándar obtenemos el z para una confianza de 85%. Se revisa en la tabla el valor z que entrega una probabilidad de $(1 - 0.85) / 2 = 0.075$ (debido a que el margen es por ambos lados), lo que da un $z = 1.44$. Con lo que se obtiene el parámetro $z_{MAD} = 1.8$. De este modo, el intervalo de un 85% de confianza para el parámetro será:

$$FIT_{2018} \pm MAD_{2018} * z_{MAD}$$

$$877.83 \pm 22.356 \rightarrow (855.474, 900.186)$$

b)

Año	A(t)	F(t)	Error	MAD
2014	750			
2015	800			
2016	815			
2017	850	788,33	-61,67	61,67
2018	875	821,67	-53,33	57,5

Y su intervalo asociado será

$$821.67 \pm 103,5 \rightarrow (718.17, 925.17)$$

c)

Año	A(t)	F(t)	Error	MAD
2014	750	730	-20	20
2015	800	770	-30	25
2016	815	810	-5	18,33
2017	850	850	0	13,75
2018	875	890	15	14

Y su intervalo asociado será

$$890 \pm 17.5 \rightarrow (872.5, 907.5)$$

El método escogido es el que tiene un menor rango, que a su vez corresponde al método de menor MAD, es decir, el de la letra a)