ICS3213 – Gestión de Operaciones

Sección 3

Primer Semestre 2025

Profesor: Rodrigo A. Carrasco

Revisión de la clase pasada

- Vimos qué es "variabilidad" y su diferencia con "incerteza".
- Aprendimos cómo podemos hacer gestión de la variabilidad en algunos procesos, traduciendo eso en gestión de capacidad.
- Recordamos cómo las herramientas de modelos estocásticos nos permiten modelar este tipo de problemas.

Analicemos la Variabilidad

- Proceso:
  - En los tiempos.
  - En el flujo.

- Efecto de las tasas y las características de la aleatoriedad.

- ¿Como medimos la variabilidad? Varianza

- Coeficiente de variabilidad (c): Si T es una variable aleatoria, E(T) = t, Var(T)= σ^2

$$c_T = \frac{\sigma}{t} = \frac{\sqrt{\mathrm{Var}(T)}}{E(T)}$$

Variabilidad

- Definición:

  "Cualquier cosa que cause a un sistema alejarse de un comportamiento regular y predecible"

- Causas de Variabilidad:
  - Falla de máquinas
  - Puesta en marcha (setups)
  - Falta de materiales
  - Pérdida de velocidad
  - Reproceso
  - Indisponibilidad
  - Diferencia de capacidades

✓ Movimiento de material
✓ Fluctuaciones de demanda
✓ Cambio de ordenes
✓ Variedad de productos

Entender la Variabilidad

- Entender la variabilidad es *crítico* para un manejo efectivo y eficiente de las operaciones.

- Elaborar dos premisas básicas:

1. Ser capaz de medir consistente y apropiadamente la variabilidad

2. Desarrollar la causa-efecto de la variabilidad en los sistemas productivos

Sistema Simple: Cola M/M/1

- λ: Tasa llegada de "clientes". (1/λ : tiempo medio)
- μ: Tasa de atención del servidor. (1/μ: tiempo medio)
- Llegada y servicios son Poisson. Distribución exponencial.
- Sea:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

- Podemos obtener:

$$L = \frac{\rho}{1-\rho}, \quad W = \frac{1}{\mu(1-\rho)}$$

- Medidos en la espera:

$$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho}, \quad W_q = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$$

¿Funciona?

- Consideremos un proceso con llegado exponencial, con un cliente que llega cada 3 minutos.
- Si el tiempo de proceso es en promedio 2 minutos por unidad (exponencial)
- ¿Cuáles son las características de la cola?

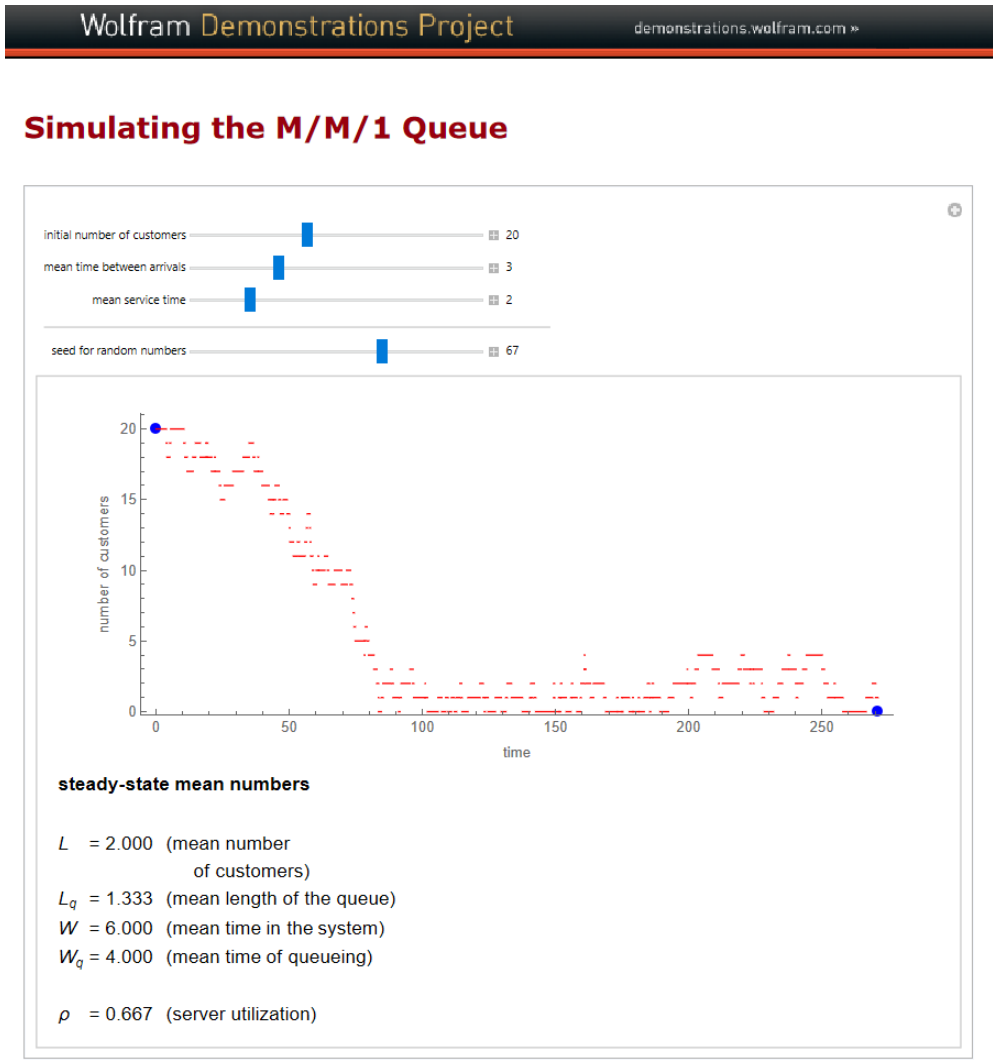
$$\lambda = 1/3 \qquad \mu = 1/2 \qquad \rho = \frac{1/3}{1/2} = \frac{2}{3} = 0.666$$

$$L = \frac{\rho}{1-\rho} = 2 \qquad W = \frac{1}{\mu(1-\rho)} = 6$$

$$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho} = 4/3 \qquad W_q = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} = 4$$

- Podemos validar esto vía simulación.

Ejemplo disponible en Canvas



Sistema Simple: Cola M/M/1

- λ: Tasa llegada de "clientes". (1/λ : tiempo medio)
- μ: Tasa de atención del servidor. (1/μ: tiempo medio)
- Llegada y servicios son Poisson. Distribución exponencial.
- Sea:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

- Podemos obtener:

$$L = \frac{\rho}{1-\rho}, \quad W = \frac{1}{\mu(1-\rho)}$$

- Medidos en la espera:

$$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho}, \quad W_q = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$$

¿y esto para qué?

- Podemos armar un modelo para tomar decisiones de tamaño en nuestra organización

$$\min_{\mu} \quad \underline{\underline{\mu}} \cdot \underline{C_{atención}} + \underline{\underline{W_q}} \underline{C_{espera}} \qquad ¿\mu?$$

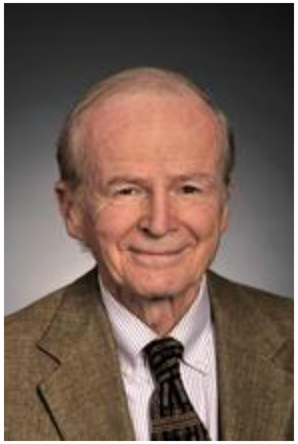
s.a.

$$\rho = \lambda / \mu$$

$$W_q = \rho / \mu(1-\rho)$$

$$\mu \geq 0$$

Little



- Relación entre L y W.

inventario

$$L = \lambda \times W$$

tiempo de ciclo

- Formula de Little (J.D. Little, MIT 1961).

- Interesante: Es valida en cualquier proceso de llegada y servicio y cualquier disciplina en la cola.

- Requisito: sistema este en "estado estacionario".

Extrapolaciones de Little

- Trabajo en Proceso (WIP), Throughput (TH) y Tiempo de Ciclo (Espera+Trabajo):

$$\boxed{WIP} = \boxed{TH} \times \boxed{TC}$$

- Ej: TH: 0.4 unid/h TC: 2 Hrs. 0.4*2=0.8 Trabajos en cola.
- Como reducimos el tiempo de ciclo?

$$TC = \frac{WIP}{TH}$$

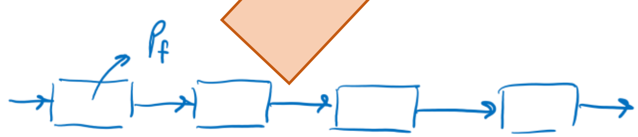
¿Para qué la variabilidad?

SIX SIGMA

LEAN

Cantidad Procesos	±3σ	±4σ	±5σ	±6σ
1	93,32%	99,379%	99,9767%	99,9996%
7	61,63%	95,7332%	99,84%	100,00%
10	50,09%	93,9607%	99,77%	100,00%
20	25,09%	88,2861%	99,54%	99,99%
40	6,29%	77,9444%	99,07%	99,98%
80	0,40%	60,7533%	98,15%	99,97%
100	0,10%	53,6367%	97,70%	99,96%
150	0,00%	39,2820%	96,56%	99,94%
200	0,00%	28,7690%	95,45%	99,92%
300	0,00%	15,4307%	93,25%	99,88%
400	0,00%	8,2765%	91,10%	99,84%
500	0,00%	4,4393%	89,00%	99,80%
600	0,00%	2,3811%	86,95%	99,76%
700	0,00%	1,2771%	84,95%	99,72%
800	0,00%	0,6850%	82,99%	99,68%
1000	0,00%	0,1971%	79,21%	99,60%
1200	0,00%	0,0567%	75,61%	99,52%
3000	0,00%	0,0000%	49,70%	98,81%
17000	0,00%	0,0000%	1,90%	93,43%
38000	0,00%	0,0000%	0,01%	85,90%

$(1-P_f)^n$

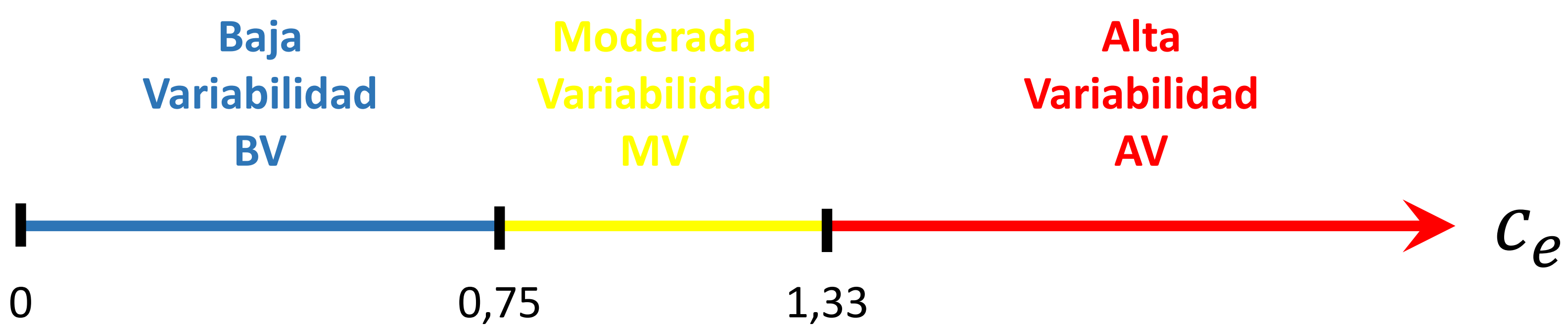


$P(\text{no falla})_i = 1 - P_f$

$$\prod_{i=1}^{n} P(\text{no falla})_i = (1-P_f)^n = P(\text{sistema no falla})$$

Variabilidad en los tiempos de proceso

- Caracterizamos:
  - Tiempo medio de proceso efectivo, t_e
  - Desviación standard del proceso efectivo, σ_e
  - Coeficiente de variación. $c_e = \frac{\sigma_e}{t_e}$



Variabilidad debido a Fallas

- Notación:
  - $t_0 =$ tiempo base de proceso
  - $\sigma_0 =$ desv. estándar de tiempo base de proceso
  - $c_0 =$ coeficiente variabilidad del tiempo base de proceso
  - $r_0 = \frac{1}{t_0} =$ capacidad base del proceso
  - $m_f =$ tiempo medio entre fallas (MTBF)
  - $m_r =$ tiempo medio de reparación (MRT)
  - $c_r =$ coeficiente variabilidad del tiempo medio de reparación

Variabilidad debido a Fallas

- Disponibilidad: $A = \dfrac{m_f}{m_f + m_r}$ → tiempo total

- Tasa y tiempo de proceso efectivo

$$r_e = A r_0$$

$$t_e = {}^{t_0}\!/_{A}$$

Ejemplo variabilidad por fallas

- 2 maquinas:
  - M1: $t_0 = 15$ min. $\sigma_0 =3{,}35$ min.
  - M2: $t_0 = 15$ min. $\sigma_0 = 3{,}35$ min.

  $c_0 = 0.223$

  - M1: Tiempo medio entre falla: $m_f = 744$ min. Tiempo medio de reparación: $m_r = 248$ min.
  - M2: Tiempo entre falla promedio: $m_f = 114$ min. Tiempo medio de reparación: $m_r = 38$ min.
  - Reparación es variable con un $c_r = 1.0$ para ambas máquinas.

- ¿Qué maquina prefiero?

Ejemplo variabilidad por fallas

- Disponibilidad de cada máquina:
  - M1: $A = \frac{m_f}{m_f + m_r} = \frac{744}{744+248} = 0.75$; $t_e = t_0/A = 15/0.75 = 20$ min
  - M2: $A = \frac{m_f}{m_f + m_r} = \frac{114}{114+38} = 0.75$; $t_e = t_0/A = 15/0.75 = 20$ min
- Disponibilidad igual para ambas máquinas
- Necesito medir el coeficiente de variabilidad efectivo:

$$c_e^2 = c_0^2 + factor\ por\ CA$$

$$c_e^2 = c_0^2 + \boxed{(1 + c_r^2)}\boxed{A(1 - A)\boxed{\frac{m_r}{t_0}}}$$

Ejemplo variabilidad por fallas

- Disponibilidad de cada máquina:
  - M1: ${c_e}^2 = 0.223^2 + (1+1^2)\cdot 0.75 \cdot (1-0.75)\cdot \frac{\overset{\nearrow m_r}{248}}{\underset{\searrow t_0}{15}} = 6.25$
    - Alta variabilidad
  - M2: ${c_e}^2 = 0.223^2 + (1+1^2)\cdot 0.75 \cdot (1-0.75)\cdot \frac{38}{15} = 1 \leftarrow$
    - Moderada variabilidad

- Conclusiones:
  - Fallas aumentan media, varianza y CV del tiempo efectivo de proceso.
  - Para una disponibilidad constante, paradas largas e infrecuentes aumentan más ${c_e}^2$ que paradas cortas y frecuentes.