



## Ayudantía Pronósticos

Ayudantes: Clemente Ananías - clementeananias@uc.cl ; Pedro Cox - pedro.cox@uc.cl

### Problema 1

#### *Guía Procesos y Pronósticos PI*

Suponga que es contratado en una heladería para realizar un pronóstico de la demanda que habrá durante el año. La demanda mensual de la heladería durante el 2018 se muestra a continuación:

Mes	Demanda
Enero	500
Febrero	450
Marzo	400
Abril	200
Mayo	150
Junio	100
Julio	50
Agosto	50
Septiembre	100
Octubre	100
Noviembre	200
Diciembre	400

- a. Haga un pronóstico mensual usando los métodos de: valor anterior, media anual, media móvil de 3 meses, media móvil de 3 meses ponderada ( $w_{t-3} = 0.2$ ,  $w_{t-2} = 0.3$ ,  $w_{t-1} = 0.5$ ), suavizamiento exponencial con  $\alpha = 0.3$  y pronóstico de enero igual a la media anual.
- b. ¿Cuál resulta mejor estimador según el criterio de MAD?
- c. ¿En base a la estructura de la demanda de la heladería, qué tipo de demanda tiene? ¿Qué método se le ocurre utilizar para un mejor pronóstico?

# 1. Media Móvil

No considera tendencia ni estacionalidad

$$F_t = \frac{A_{t-1} + A_{t-2} + \dots + A_{t-n}}{n}$$

Mismo peso a todos los datos

n hay que definirlo

## 2. Media móvil ponderada

$$F_t = w_{t-1}A_{t-1} + w_{t-2}A_{t-2} + \dots + w_{t-n}A_{t-n}$$

Poder dar más peso a lo más reciente

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

## 3. Suavizamiento exponencial

$$F_{t+1} = \alpha A_t + (1 - \alpha)F_t$$

Se incorporan datos antiguos (tiene memoria)

Alpha: importancia que damos al error del pronóstico

$$F_{t+1} = \alpha(A_t - F_t) + F_t$$

## 4. Suavizamiento exponencial con tendencia

Incluimos la tendencia

$$FIT_t = \underbrace{F_t}_{\text{Pronóstico}} + \underbrace{T_t}_{\text{Tendencia}}$$

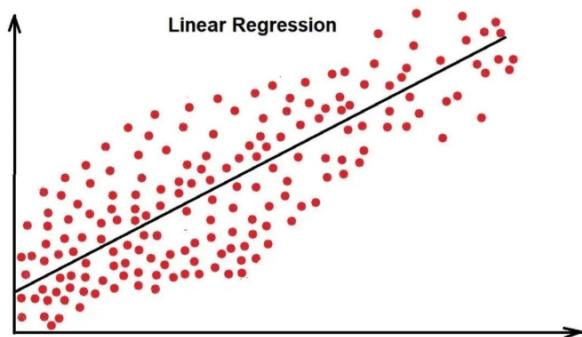
$$F_t = FIT_{t-1} + \alpha(A_{t-1} - FIT_{t-1})$$

$$T_t = T_{t-1} + \delta(F_t - FIT_{t-1})$$

# Modelos causales: regresión lineal

Buscamos la función:

$$y = \alpha + \beta x$$



$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \frac{\sum y}{n} - \frac{b \sum x}{n} = \bar{y} - b \bar{x}$$

## Indicadores

- Error de pronóstico :  $e_t = A_t - F_t$

- Error absoluto  $|e_t|$

- Error medio acumulado  $MAD_k = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k |e_t|$

- Señal de rastreo  $TS_k = \frac{\sum_{t=1}^k e_t}{MAD_k}$

a) • Valor anterior: • Febrero:  $P_{Feb} = Dda_{Ene} = 500$

• Marzo:  $P_{Mar} = Dda_{Feb} = 450$

• Abril:  $P_{Abr} = Dda_{Mar} = 400$

⋮

• Media anual: • Enero, Febrero, Marzo, ...:  $P = \frac{\sum_{i \in M} Dda_i}{12}$        $M = \{Ene, Feb, \dots, Dic\}$

$$= \frac{500 + 450 + 400 + 200 + 150 + 100 + 50 + 50 + 100 + 100 + 200 + 400}{12} = 225$$

• Media móvil de 3 meses: • Abril:  $P_{Abr} = \frac{Dda_{Ene} + Dda_{Feb} + Dda_{Mar}}{3} = \frac{500 + 450 + 400}{3} = 450$

• Mayo:  $P_{May} = \frac{Dda_{Feb} + Dda_{Mar} + Dda_{Abr}}{3} = \frac{450 + 400 + 200}{3} = 350$

• Junio:  $P_{Jun} = \frac{Dda_{Mar} + Dda_{Abr} + Dda_{May}}{3} = \frac{400 + 200 + 150}{3} = 215$   
⋮

• Media móvil de 3 meses ponderada: • Abril:  $P_{Abr} = w_{t-3} \cdot Dda_{Ene} + w_{t-2} \cdot Dda_{Feb} + w_{t-1} \cdot Dda_{Mar} = 0,2 \cdot 500 + 0,3 \cdot 450 + 0,5 \cdot 400 = 435$

• Mayo:  $P_{May} = w_{t-3} \cdot Dda_{Feb} + w_{t-2} \cdot Dda_{Mar} + w_{t-1} \cdot Dda_{Abr} = 0,2 \cdot 450 + 0,3 \cdot 400 + 0,5 \cdot 200 = 310$

• Junio:  $P_{Jun} = w_{t-3} \cdot Dda_{Mar} + w_{t-2} \cdot Dda_{Abr} + w_{t-1} \cdot Dda_{May} = 0,2 \cdot 400 + 0,3 \cdot 200 + 0,5 \cdot 150 = 215$

• Suavamiento exponencial: • Enero:  $P_{Ene} = P_{media\ anual} = 225$

• Febrero:  $P_{Feb} = P_{Ene} + \alpha (Dda_{Ene} - P_{Ene}) = 225 + 0,3 (500 - 225) = 308$

• Marzo:  $P_{Mar} = P_{Feb} + \alpha (Dda_{Feb} - P_{Feb}) = 308 + 0,3 (450 - 308) = 350$   
⋮

Mes	Demanda	Media Anual	Valor anterior	3 Meses	Ponderada	Exp
Enero	500	225				225
Febrero	450	225	500			308
Marzo	400	225	450			350
Abril	200	225	400	450	435	365
Mayo	150	225	200	350	310	316
Junio	100	225	150	250	215	266
Julio	50	225	100	150	135	216
Agosto	50	225	50	100	85	166
Septiembre	100	225	50	66.67	60	131
Octubre	100	225	100	66.67	75	122
Noviembre	200	225	100	83.33	90	115
Diciembre	400	225	200	133.33	150	141

b) . Valor anterior : . Febrero :  $e_{Feb} = |Dde_{Feb} - P_{Feb}| = |450 - 500| = 50$

. Media anual : . Enero :  $e_{Ene} = |Dde_{Ene} - P_{Ene}| = |450 - 225| = 275$

. Media móvil de 3 : . Abril :  $e_{Abr} = |Dde_{Abr} - P_{Abr}| = |200 - 450| = 250$   
3 meses

. Media móvil de 3 : . Abril :  $e_{Abr} = |Dde_{Abr} - P_{Abr}| = |200 - 435| = 235$   
meses ponderada

. Suavamiento exponencial : . Febrero :  $e_{Feb} = |Dde_{Feb} - P_{Feb}| = |450 - 308| = 142$

Mes	Error absoluto				
	Media Anual	Valor Anterior	3 Meses	Ponderada	Exp
Enero	275				275
Febrero	225	50			143
Marzo	175	50			50
Abril	25	200	250	235	165
Mayo	75	50	200	160	166
Junio	125	50	150	115	166
Julio	175	50	100	85	166
Agosto	175	0	50	35	116
Septiembre	125	50	33	40	31
Octubre	125	0	33	25	22
Noviembre	25	100	117	110	85
Diciembre	175	200	267	250	259

$\sum :$  1700 800 1200 1055 1644

# datos pronosticados : 12 11 9 9 12

$\sum / \# \text{ datos pronosticados} :$  142 73 133 117 137

. la mejor predicción es la del valor directamente anterior

c) Como se puede ver en los datos, la demanda de helados aumenta en los meses de verano y disminuye en invierno. Es decir, hay una clara estacionalidad. Dentro de los modelos vistos en clase, el único que considera estacionalidad es el suavamiento exponencial de Winter. Si tuviéramos más datos respecto a años anteriores, nos podríamos aproximar mejor a la demanda

## Problema 2

II 2024-1 P2

Usted es el gerente de operaciones de una empresa de energía solar llamada SOLARTECH. Tienes datos históricos de la radiación solar (en kWh/mt<sup>2</sup>) y la producción de energía (en MWh) de los últimos 6 años. Además, eres consciente que la radiación determina la producción de energía anual. Los datos son los siguientes:

Año	Radiación Solar (kWh/Mt <sup>2</sup> )	Producción de energía (MWh)
1	5.2	120
2	4.8	110
3	5.1	115
4	5.5	125
5	5.3	123
6	5	118

También usted determina los siguientes valores de la tabla:

$$\sum \text{Radiación} = 30.9, \sum \text{Producción} = 711,$$

$$\sum (\text{Radiación})^2 = 159.3, \sum (\text{Producción})^2 = 84403$$

$$\sum (\text{Radiación} \times \text{Producción}) = 3667.9$$

1. Calcule la regresión lineal entre la radiación solar y la producción de energía.
2. Implemente un modelo de suavizamiento exponencial con un factor de suavización = 0.3 para pronosticar la radiación solar en el año 6. Utilice un promedio móvil simple de los primeros 3 años para inicializar el modelo. Aproxime al tercer decimal.
3. Calcule el error y el MAD para el pronóstico hecho. ¿Fue preciso? Justifique su respuesta.
4. Pronostique la producción de energía en el año 6.

$$1) b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{6 \cdot 3667,9 - 30,9 \cdot 711}{6 \cdot 159,3 - 30,9^2} = 37,879$$

$$a = \frac{\sum y}{n} - b \cdot \frac{\sum x}{n} = \bar{y} - b \cdot \bar{x} = 118,5 - 37,879 \cdot 5,15 = -76,577$$

→ Ecación de regresión lineal es: Prod. energía = -76,577 + 37,879 · Rad. solar

2) Suavizamiento exp. simple:  $S_{t+1} = \alpha \cdot X_t + (1-\alpha) \cdot S_t$

$$S_4 = \frac{5,2 + 4,3 + 5,1}{3} = 5,033$$

$$S_5 = 0,3 \cdot 5,5 + (1-0,3) \cdot 5,033 = 5,173$$

$$S_6 = 0,3 \cdot 5,3 + (1-0,3) \cdot 5,173 = 5,211$$

3)

Año	1	2	3	4	5	6
Radiación	5,2	4,3	5,1	5,5	5,3	5
Pronóstico				5,033	5,173	5,211
Error				+0,467	+0,127	-0,211
MAD <sub>t</sub>				0,467	0,297	0,268

El pronóstico, a pesar de tener cierto margen de error, es una diferencia menor al 10%, por lo que se puede considerar un pronóstico relativamente preciso dada la poca cantidad de datos disponibles.

4) Usando la regresión lineal y el pronóstico de radiación en el año 6 podemos pronosticar la producción de energía en el año 6:

$$\text{Prod. año 6} = -76,577 + 37,879 \cdot 5,211 = 120,81$$

### Problema 3

Asuma un valor inicial de pronóstico  $F_t = 100$  unidades, una tendencia de 10 unidades,  $\alpha = 0,2$  y  $\delta = 0,3$ . Si la demanda resultó ser de 115 unidades, en vez de las 100 proyectadas, calcule el pronóstico para el próximo periodo.

$$FIT_t = F_t + T_t$$

$$F_t = FIT_{t-1} + \alpha (A_{t-1} - FIT_{t-1})$$

$$T_t = T_{t-1} + \delta (F_t - FIT_{t-1})$$

$$F_0 = 100 \quad T_0 = 10 \quad FIT_0 = 100 + 10 = 110$$

$$F_1 = 110 + 0,2 (115 - 110) = 111$$

$$T_1 = 10 + 0,3 (111 - 110) = 10,3$$

$$FIT_1 = 111 + 10,3 = 121,3$$

Por ende, el pronóstico para el siguiente periodo sería de 121,3 unidades.