ICS3213 – Gestión de Operaciones

Sección 3

Primer Semestre 2025

Profesor: Rodrigo A. Carrasco

Avisos

- No olviden hacer la I1 para la casa. Se entrega el 7 de abril.

- La Tarea 1 se aplazó su entrega para el viernes 11 de abril.

Repaso

- Aprendimos cómo es el proceso de hacer un pronóstico.
- ¿Cuál es la primera pregunta que debemos contestar?

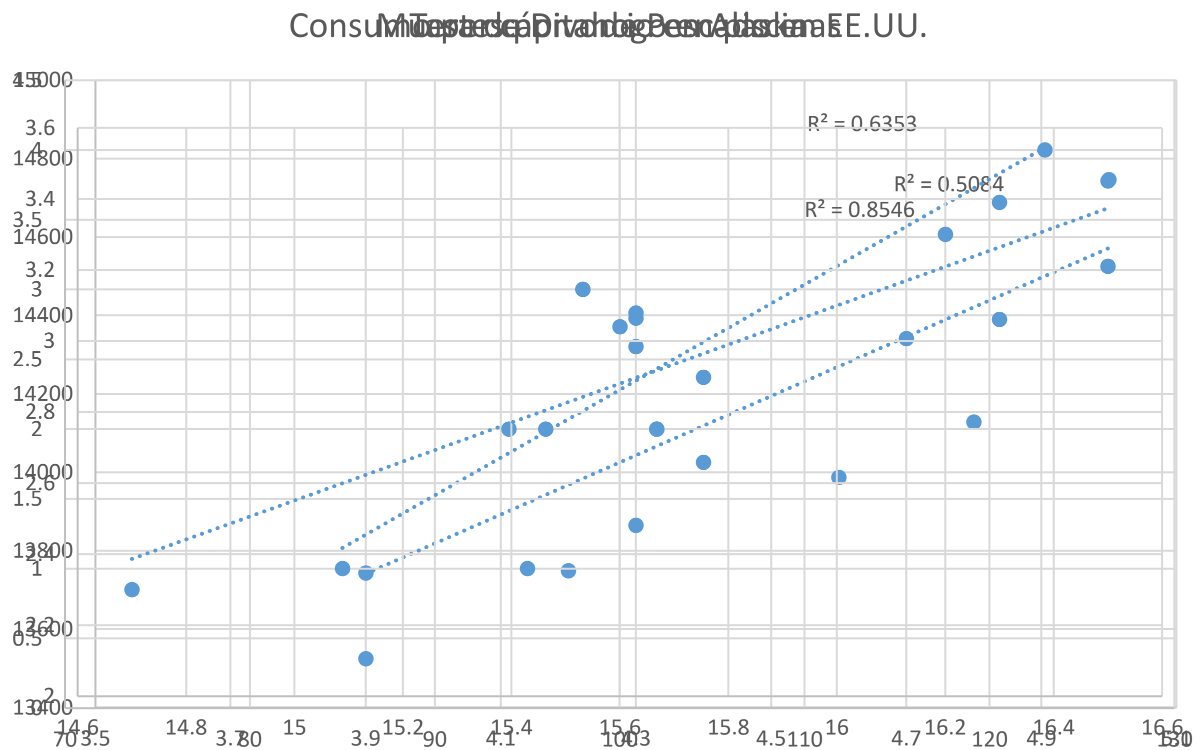
- Describimos las dos principales familias: cualitativos y cuantitativos.

- Y en Cuantitativos aprendimos que hay dos tipos principales: causales y series de tiempo.

- Cerramos la clase estudiando cómo hacer métodos causales y lo que significan.

¡Correlación no implica Causalidad!

- Uno de los mayores errores es creer que correlación implica causalidad.



Series de Tiempo

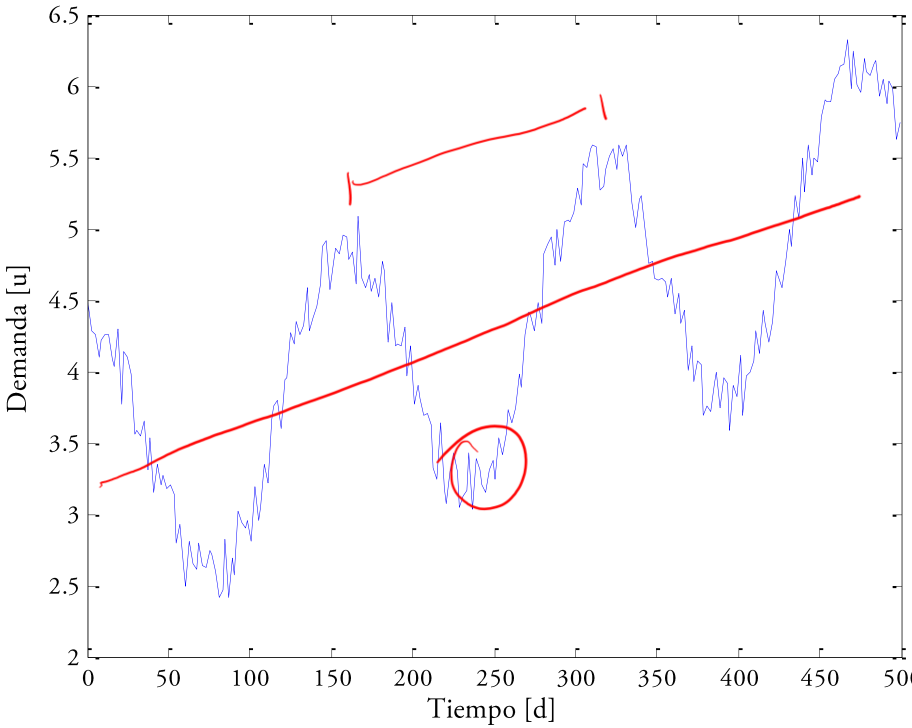
Descomposición de una serie temporal

- La modelación considera que la información histórica de una variable permite predecir su futuro.
- En estos métodos estamos interesados en estimar una variable en particular, no su relación con otras variables.
- Son útiles para el corto plazo: 2 – 3 meses.
- Son de fácil interpretación.
- Algunos ejemplos: medias móviles, suavización exponencial, método de Box Jenkins, Series de Shiskin, etc.

Descomposición de una serie temporal

- El método de Series de Tiempo hace predicciones con base en sólo la historia de la variable que se quiere predecir.

- Hay varios componentes importantes en una serie temporal:
  - Promedio
  - Tendencia
  - Estacionalidad/Ciclos
  - Variaciones Irregulares/Aleatorias
  - Autocorrelación



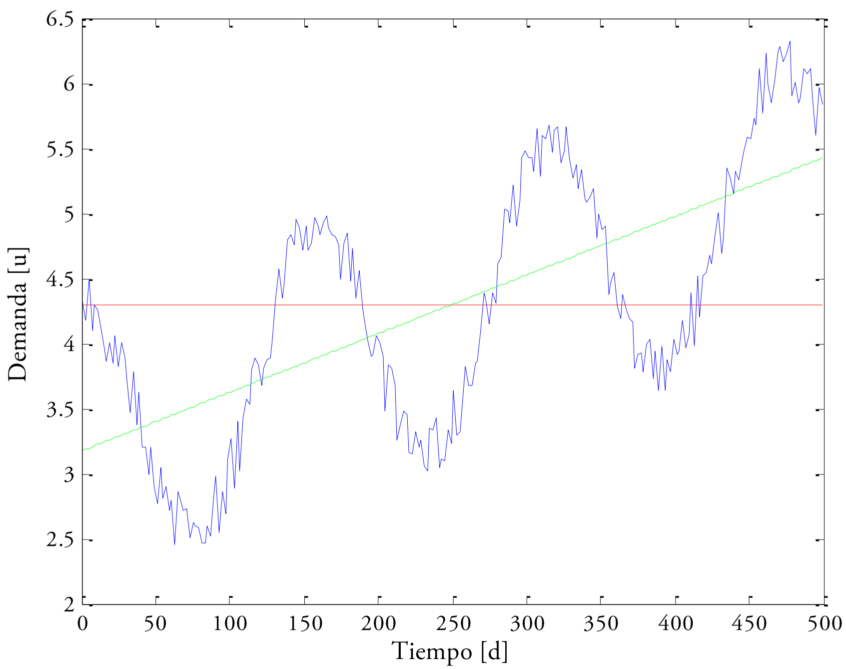
Calculando Media y Tendencia

- Media
  - Es simplemente el promedio de todas las muestras

$$\bar{X} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} X_t$$

- Tendencia
  - Puede obtenerse aplicando un modelo lineal sobre los datos: una regresión lineal con el tiempo *t* como variable independiente

$$X = \beta_1 + \beta_2 t$$



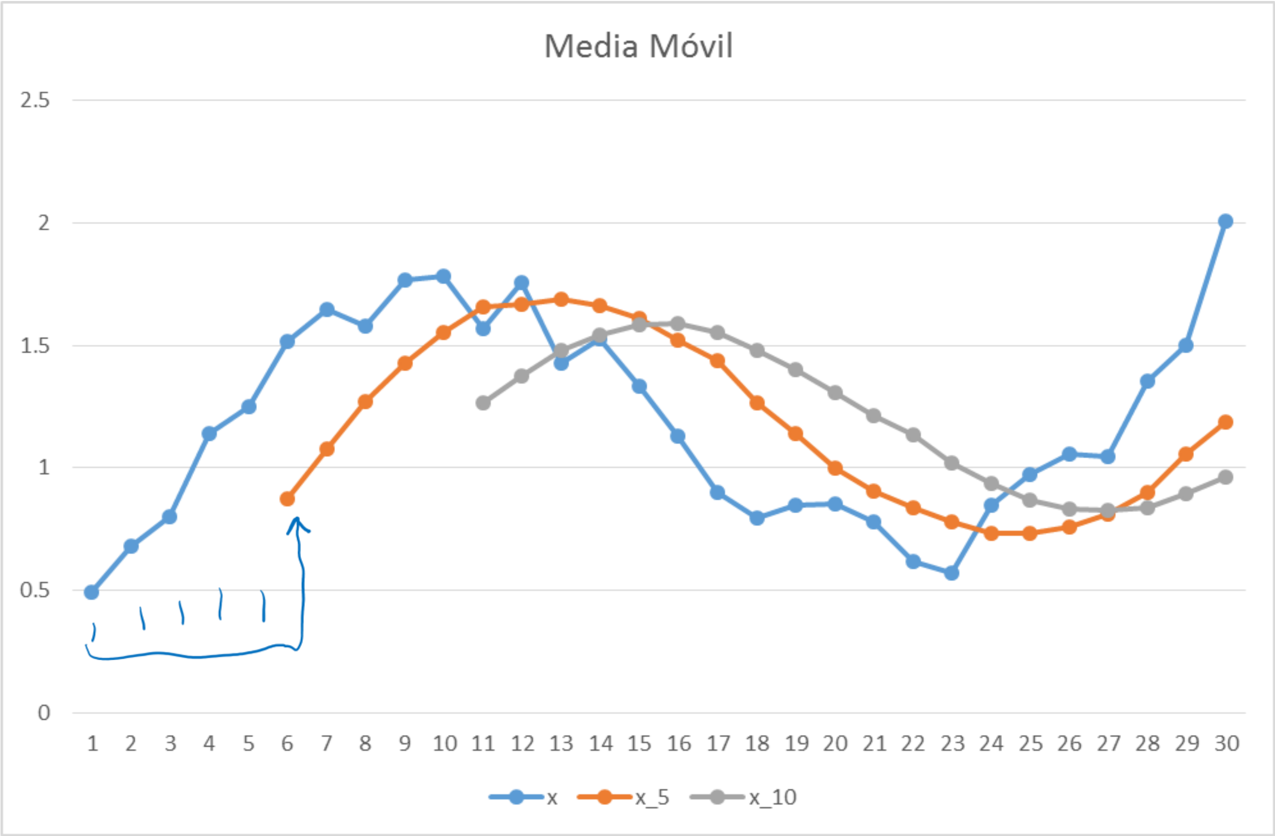
Medias Móviles

- Es uno de los métodos básicos en series de tiempo.
- Son una herramienta muy útil si hay algún nivel de estabilidad en la variable deseada.
- Permite reducir el efecto de variaciones irregulares/aleatorias.

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} X_{n-t}$$

- Cuando *n=1*, simplemente replicamos el último valor de *x* como el pronóstico para el siguiente período – esto se llama pronóstico simple.

Ejemplo: Media Móvil



Medias Móviles Ponderadas

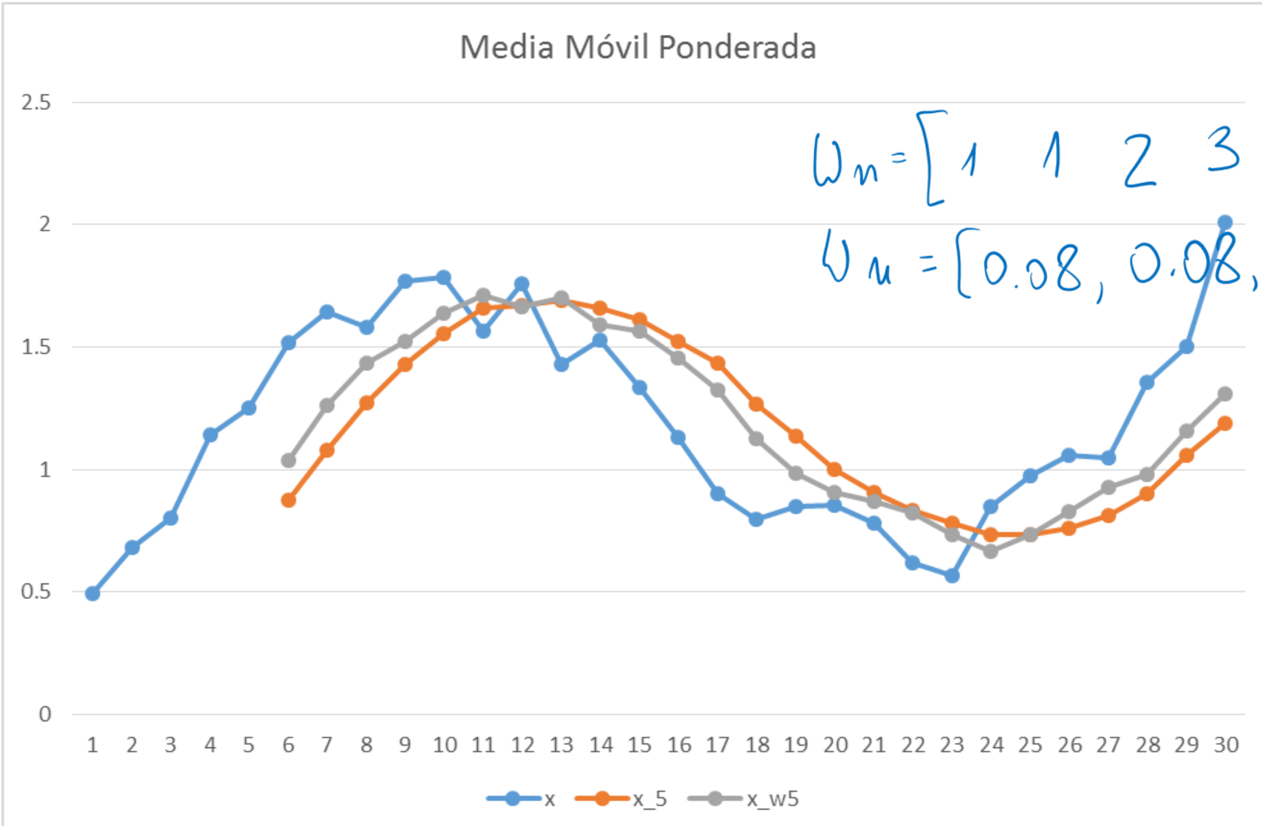
- La media móvil simple le da la misma importancia a todas las muestras de la ventana móvil seleccionada.
- Esto es malo cuando hay tendencias importantes o estacionalidad.
- Una forma de corregir el problema es usando medias móviles ponderadas.

$$\bar{X}_{w_n} = \sum_{t=T-n}^{T} X_t \cdot w_t$$

$$w_n = [w_1 \ \cdots \ w_n]$$

con $\sum_{t=1}^{n} w_t = 1$

Ejemplo: Media Móvil Ponderada



$$W_n = [1 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 5]$$

$$W_n = [0.08, 0.08, 0.17, 0.25, 0.42]$$

Medias Móviles

- Ambos métodos permiten reducir el efecto de variaciones irregulares/aleatorias.

- La reducción depende del tamaño de la ventana seleccionada:
  - Mayor tamaño de ventana implica mayor reducción de irregularidades.
  - Pero también implica que es menos sensible a los cambios.
  - Y por ende tarda más en reaccionar a variaciones en tendencia y ciclos.

Calidad del pronóstico

- El objetivo del pronóstico es entregar información de el o los valores futuros de una variable de interés.

- Dado un pronóstico, ¿cómo podemos determinar su calidad?

- Las medidas más usadas son:
  - EPP (error promedio de pronóstico) o MFE (mean forecast error)
  - DAM (desviación absoluta media) o MAD (mean absolute deviation)
  - EPAM (error porcentual absoluto medio) o MAPE (mean absolute percentage error)
  - ECM (error cuadrático medio) o MSE (mean squared error)

Mean Forecast Error

- El MFE o Error Promedio del Pronóstico está dado por

$$MFE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} (x_t - \hat{x}_t)$$

- Mide la desviación promedio del pronóstico.
- Un buen pronóstico tiene MFE cerca de 0.
- Un pronóstico con MFE cerca de 0 no implica que no tiene error, sólo que el promedio está "on target".
- Un valor positivo (negativo) implica que el pronóstico está subestimando (sobreestimando) las observaciones.

Mean Absolute Deviation

- El problema del MFE es que no permite identificar pronósticos con poco error.
- El MAD sí permite esto pues está definido por:

$$MAD = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} |x_t - \hat{x}_t|$$

- Mide el error absoluto promedio.
- Ahora no se cancelan errores positivos con negativos.
- Un MAD pequeño implica un error pequeño.
- Hay una equivalencia entre MAD y desviación estándar del error: $1\ MAD \approx 0.8\ \sigma$ o $1\ \sigma \approx 1.25\ MAD$
- Intervalo de confianza: $P(99{,}7) = F_t \pm 3.75\ MAD$

Mean Absolute Percentage Error

- El MAD tiene un problema con la escala de las medidas.
- MAPE corrige esto:

$$MAPE = \frac{100}{T} \sum_{t=1}^{T} \frac{|x_t - \hat{x}_t|}{|x_t|}$$

- Mide el error como porcentaje de los datos originales.

Mean Squared Error

- El MSE se define como

$$MSE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} (x_t - \hat{x}_t)^2$$

- Mide el cuadrado de los errores – la varianza del error.
- Da más peso a los errores grandes, pues generan un mayor costo proporcionalmente.
- No es independiente de la escala.

Tracking Signal

- El TS se define como

$$TS = \frac{T \cdot MFE}{MAD}$$

rango bueno $-4 < TS < 4$

- Mide la desviación del pronóstico respecto de las variaciones de la variable (tendencia).
- Indica el número de MADs que el pronóstico está sobre o bajo la variable real.

Ejemplos

- Veamos los errores para los ejemplos de medias móviles y medias móviles ponderadas.

- Planilla de ejemplos disponible en Canvas.

Alisado Exponencial

- En las medias móviles sólo usamos la información de la variable para pronosticar el futuro.
- El método de alisado exponencial (*exponential smoothing*) ajusta el pronóstico con base en el error de predicción anterior.

$$\hat{x}_t = \hat{x}_{t-1} + \alpha\left(x_{t-1} - \hat{x}_{t-1}\right) \quad \text{con } 0 \le \alpha < 1$$

- Se requiere conocer sólo x_{t-1} y $\hat{x}_{t-1}$.
- El proceso se sintoniza usando la constante de alisado α.
- Los límites de α son replicar el pronóstico anterior (α=0) o el pronóstico simple (α=1).
- Es decir promedia entre ambos buscando reducir el error.
- En general se usan valores de α<0.5 (típicamente 0.2 o 0.3).

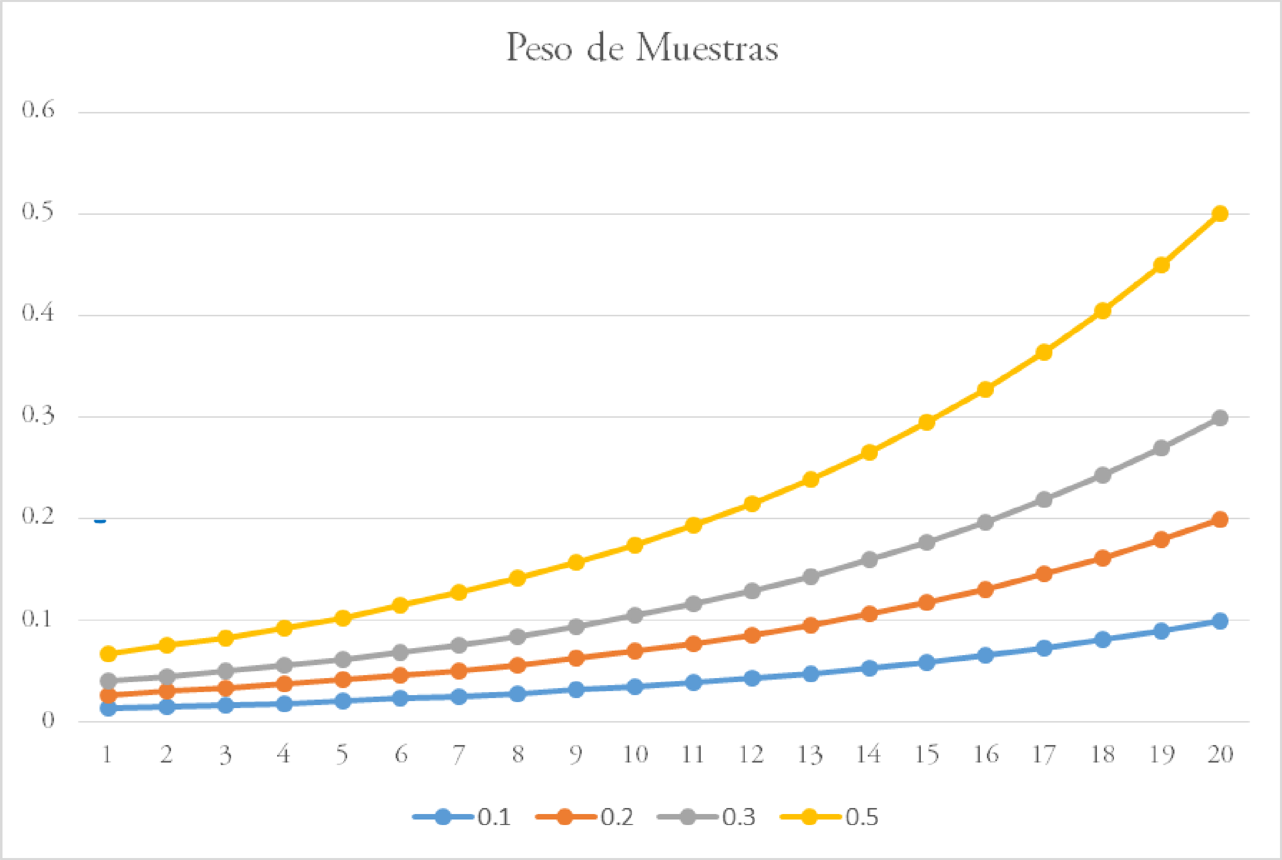
Alisado Exponencial

- Veamos un poco más en detalle la fórmula del alisado exponencial:

$$
\begin{aligned}
\hat{x}_t &= \hat{x}_{t-1} + \alpha\left(x_{t-1} - \hat{x}_{t-1}\right) \\
&= \alpha x_{t-1} + (1-\alpha)\hat{x}_{t-1} \\
&= \alpha x_{t-1} + \alpha(1-\alpha)x_{t-2} + (1-\alpha)^2 \hat{x}_{t-2} \\
&= \alpha x_{t-1} + \alpha(1-\alpha)x_{t-2} + \alpha(1-\alpha)^2 x_{t-3} + \ldots
\end{aligned}
$$

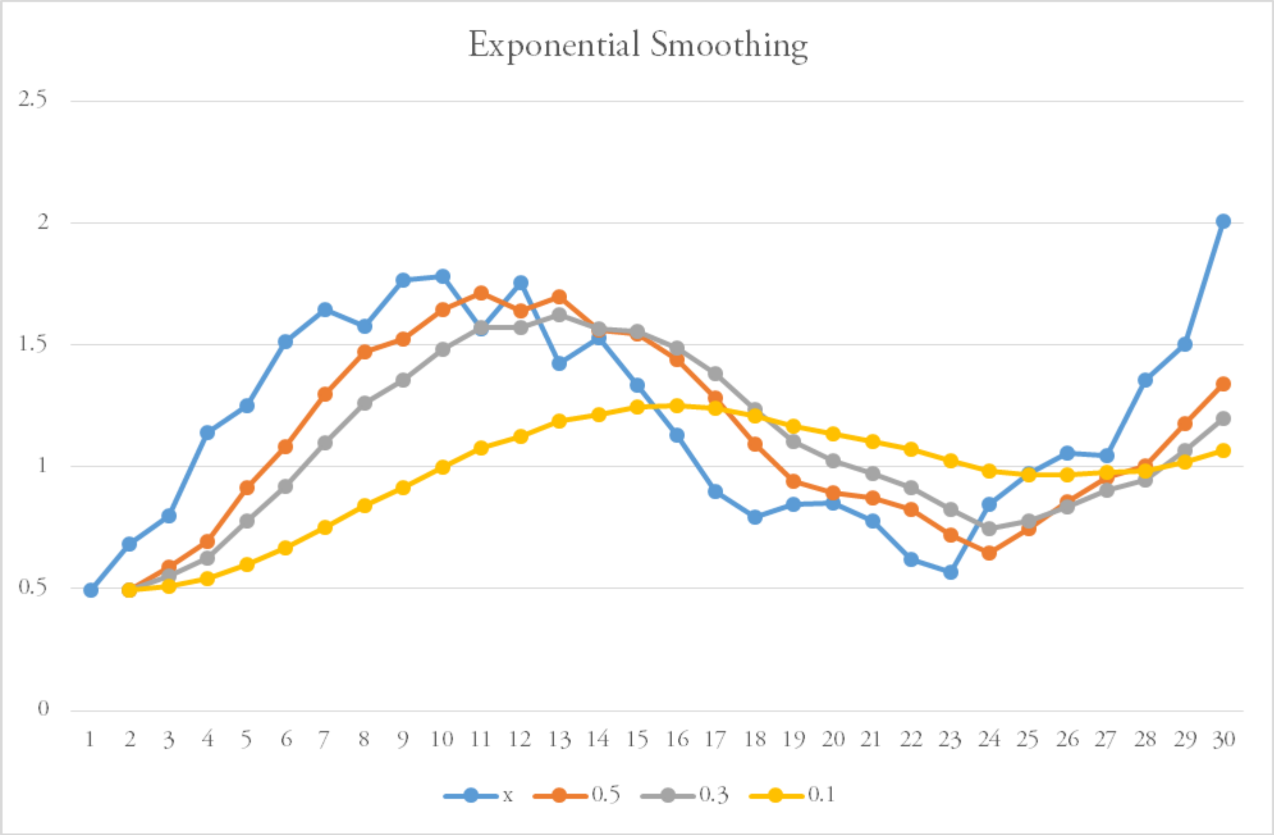
Pesos del Alisado Exponencial

- Ejemplo: diferentes valores de α para pronosticar el valor de la variable en $t = 21$.



Ejemplo: Alisado Exponencial

- Resultados del pronóstico para diferentes valores de α.



Limitaciones

- La ventaja de las medias móviles (MM) y el alisamiento exponencial (ES) es que son simples y dependen de un solo parámetro.
- Tienen un comportamiento similar cuando $\alpha = \frac{2}{n+1}$.
- ES considera toda la historia, pero requiere sólo 2 datos.
- MM considera sólo los últimos n datos.

- **Ambos métodos asumen que la variable de interés no tiene estacionalidad ni tendencia.**
- **Si la variable tiene tendencia, hay que adaptar estos métodos y si tiene estacionalidad se requieren más cambios aún.**

Pronósticos con Tendencias

- Cuando hay tendencia los métodos anteriores muestran un retardo en la predicción.
- ¿Cómo podemos corregir esto?
  - La idea es separar la tendencia (*de-trend*) de la variable y la base de la misma.
  - Luego podemos usar alisamiento exponencial para estimar la tendencia y la base por separado.
  - Se denomina Método de Holt o Alisado Exponencial Doble ya que tiene dos parámetros de alisamiento, α y β.

Método de Holt

- El método de Holt asume que la variable se comporta de la forma

$$x_{t+h} = \ell_t + h \cdot b_t$$

- Usando este supuesto podemos hacer un pronóstico de la variable de la siguiente forma cuando *h=1*:

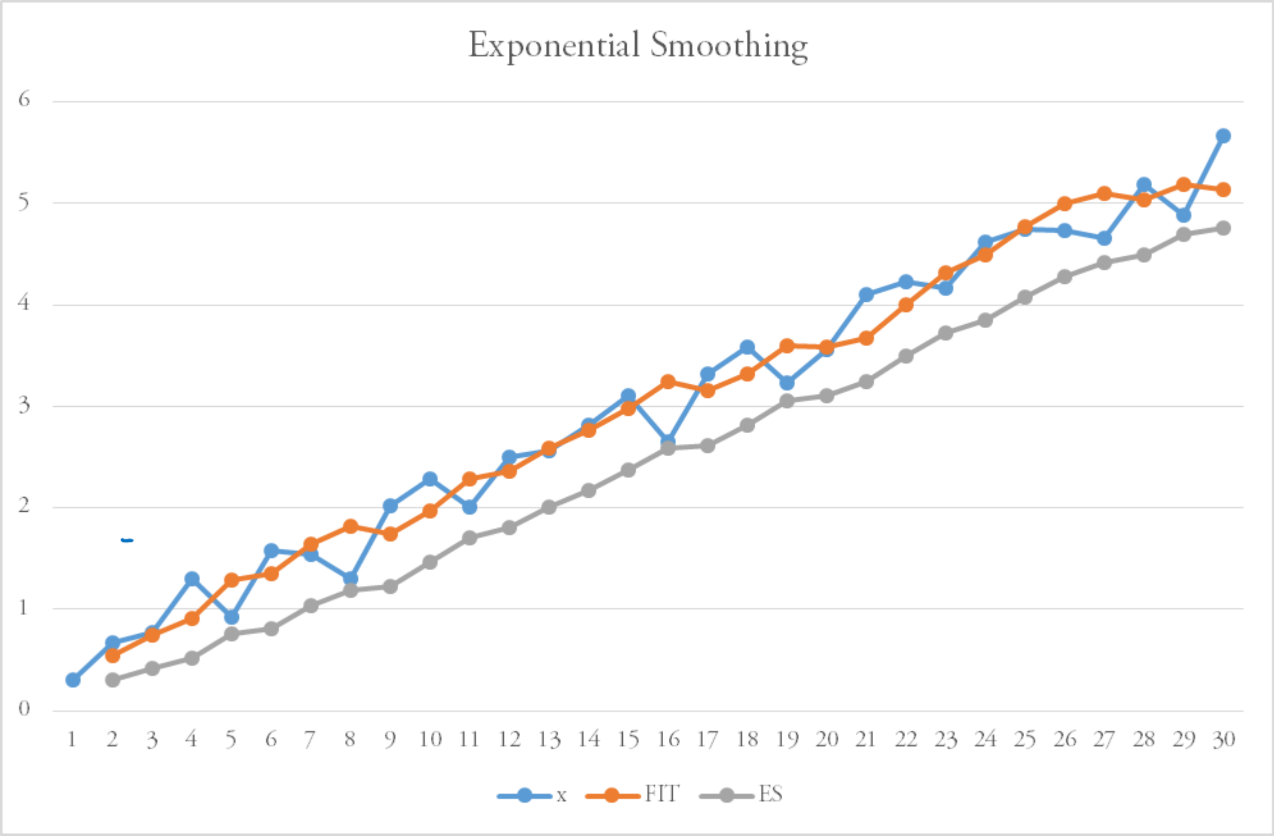
$$\ell_t = \alpha x_t + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \beta(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta) b_{t-1}$$

$$FIT_t = \ell_t + b_t$$

Ejemplo: Método de Holt

- Al agregar la tendencia el pronóstico mejora considerablemente



Pronósticos con Estacionalidad

- El método de Holt asume que sólo hay tendencia y que no hay estacionalidad en la variable deseada.
- Si hay estacionalidad, el pronóstico tendrá un desfase.

- ¿Cómo corregimos en este caso?
  - Ahora debemos separar tendencia (*de-trend*) y estacionalidad (*de-seasonalize*) de la señal base.
  - Cada componente se pronostica en forma independiente usando alisamiento exponencial.
  - Esto se conoce como el Método de Holt-Winters o Alisamiento Exponencial Triple, pues tiene tres parámetros de alisamiento: α, β y γ.

Modelos de Estacionalidad

- Hay dos modelos de estacionalidad, con *m* siendo el tamaño de la estación.
- Modelo Aditivo

tamaño estación

$$X_{t+h} = l_t + hb_t + S_{t-m+h}$$

- Modelo Multiplicativo

$$X_{t+h} = (l_t + hb_t) \cdot S_{t-m+h}$$

Holt-Winters Aditivo

- En el caso aditivo, con *h=1*, las siguientes ecuaciones realizan el pronóstico de las diferentes partes del modelo:

$$\ell_t = \alpha(x_t - S_{t-m}) + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \beta(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta)\, b_{t-1}$$

$$s_t = \gamma(x_t - \ell_{t-1} - b_{t-1}) + (1-\gamma)\, s_{t-m}$$

$$\hat{x}_{t+1} = \ell_t + b_t + S_{t-m+1}$$

Holt-Winters Multiplicativo

- En el caso multiplicativo, con *h=1*, las siguientes ecuaciones realizan el pronóstico de las diferentes partes del modelo:

Disponible en el formulario en webcursos.

$$\ell_t = \alpha \frac{x_t}{s_{t-m}} + (1-\alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$$

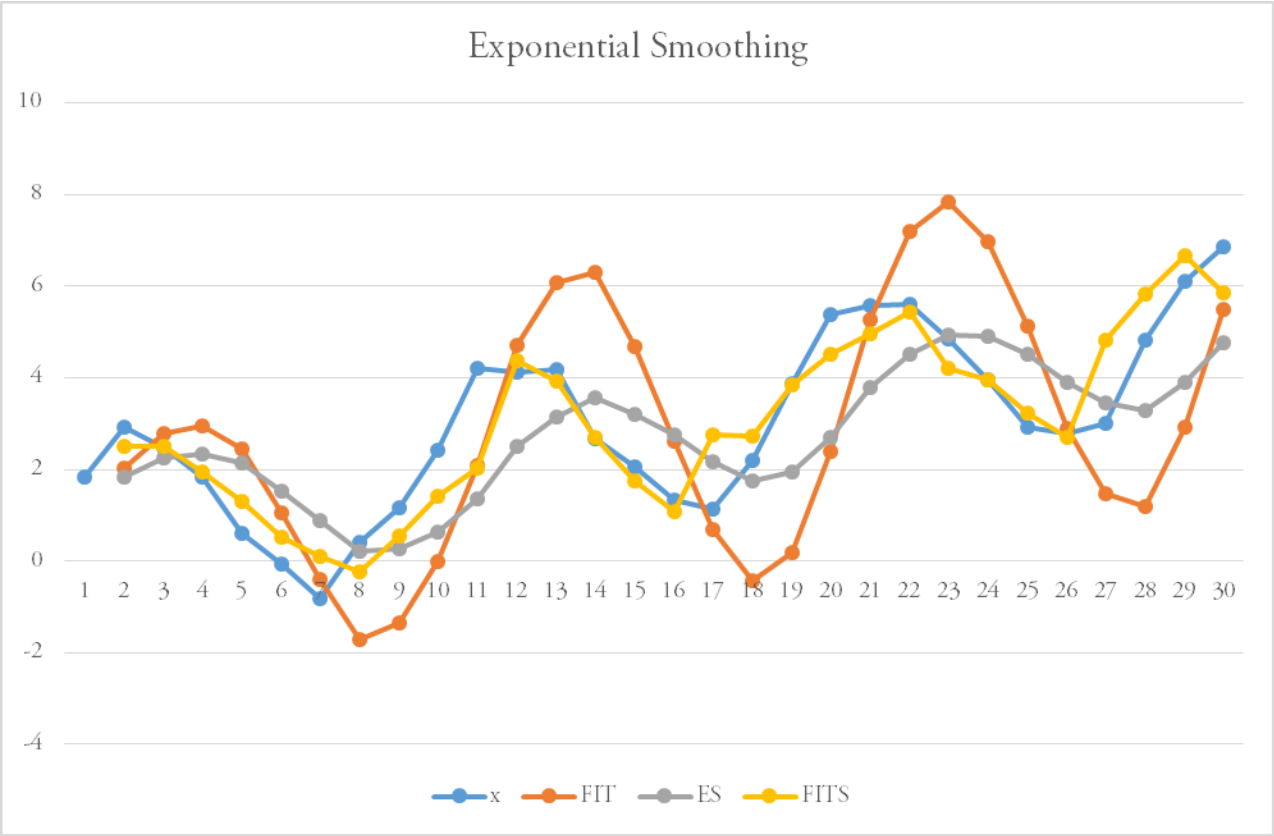
$$b_t = \beta(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1-\beta)\, b_{t-1}$$

$$s_t = \gamma \frac{x_t}{\ell_{t-1} + b_{t-1}} + (1-\gamma)\, s_{t-m}$$

$$\hat{x}_{t+1} = (\ell_t + b_t)\, s_{t-m+1}$$

Ejemplo: Método de Holt-Winters

- Ejemplo del modelo aditivo



Pronósticos

- Hay muchísimos métodos de pronóstico y su uso depende de las aplicaciones, objetivos, tipos de variables, etc.