ICS3213 – Gestión de Operaciones

Sección 3

Primer Semestre 2025

Profesor: Rodrigo A. Carrasco

Avisos

- La lectura complementaria de esta parte es el Capítulo 17 del libro "*Administración de Operaciones*" por R. Chase, F. Jacobs y N. Aquilano.

Revisión de Modelos de Inventario

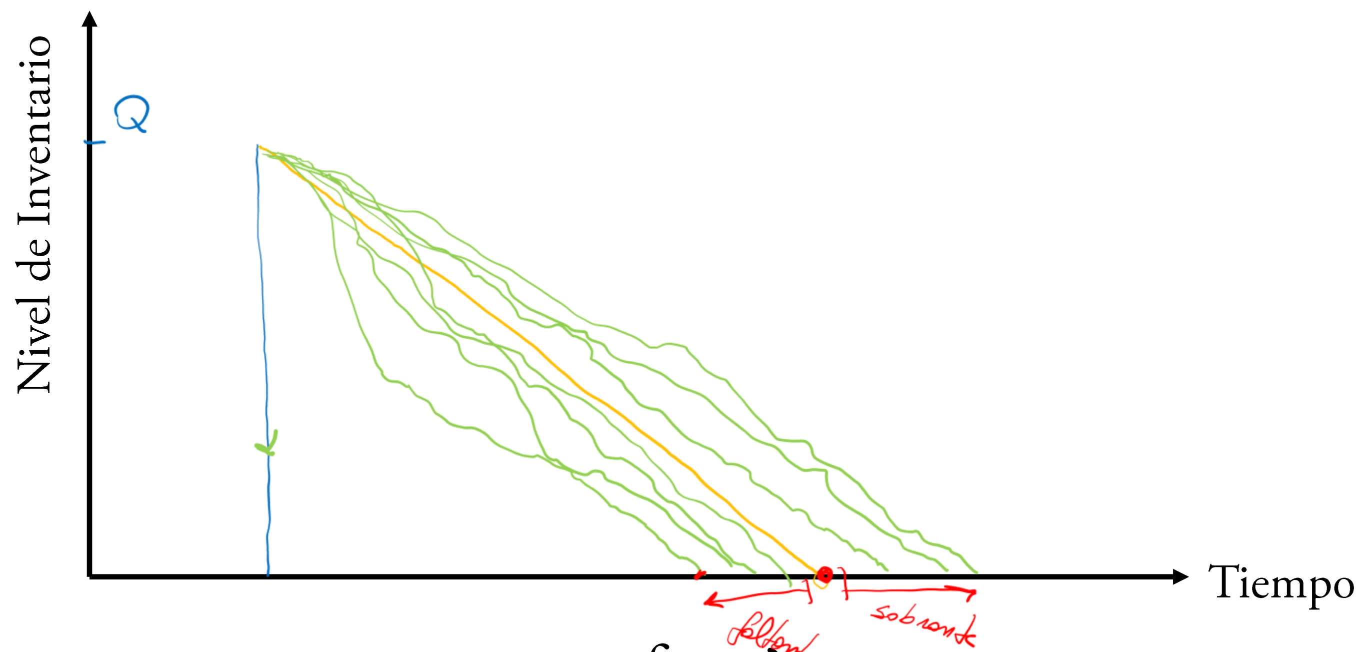
- Aprendimos a modelar y resolver los problemas de gestión de inventario para múltiples escenarios de uso:
  - Modelo EOQ básico.
  - Modelo de producción o de entrega continua.
  - Modelo con capacidad de almacenamiento.
  - Modelo con descuentos uniformes y graduales.

- Con esos modelos aprendimos a calcular el tamaño de orden y el punto de reorden considerando que la demanda era conocida y homogénea, al igual que el tiempo de reposición.

- ¿Qué pasa si la demanda o el lead time no son determinísticos?

Modelo probabilístico de inventario

- El eje central de los modelos anteriores es que la demanda y el tiempo de suministro eran conocidos y estables.
- ¿Qué pasa si relajamos este supuesto?



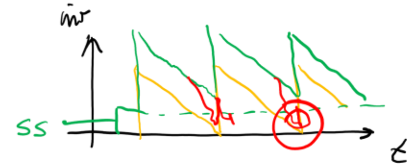
- ¿Cómo contrarrestamos este efecto?

Inventario de seguridad

- Si la demanda no es determinística el riesgo de quiebres de inventario (stock out) aparece.

- Para disminuir la ocurrencia de quiebres, debemos aumentar el nivel de inventario: inventario de seguridad (*safety stock* o *ss*).

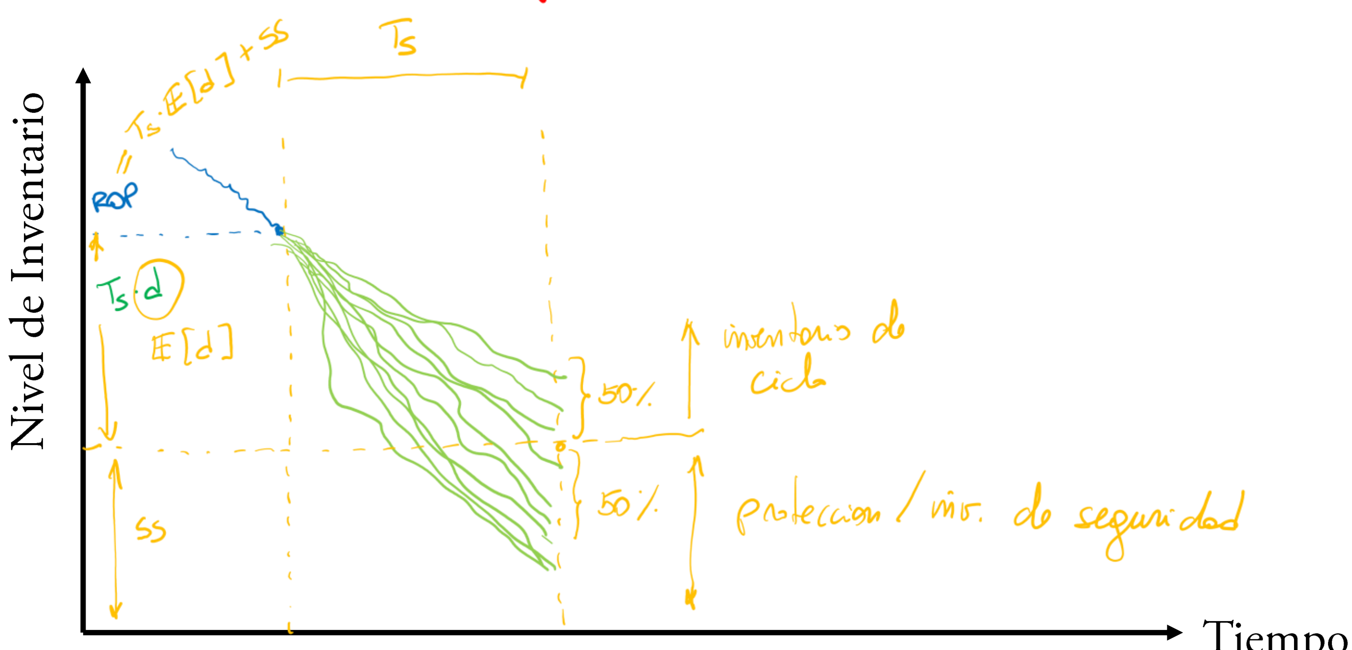
- Ahora el ROP será $ROP = \boxed{T_s d} + SS$



- ¿En cuánto debemos aumentar el stock?

Inventario de seguridad

- El nivel del inventario de seguridad tiene como objetivo protegernos de quiebres de inventario durante el tiempo de suministro



- ¿Cuál será el nivel óptimo de SS?

Nivel de servicio

- ¿Cómo definimos un nivel de servicio para la gestión de inventarios? ¿Qué métrica usamos?
- Las dos medidas más utilizadas para nivel de servicio en inventarios son:
  - Períodos sin quiebre

$$NS = \frac{\text{Número de períodos sin quiebre}}{\text{Total de períodos considerados}}$$

  - Entregas exactas y a tiempo

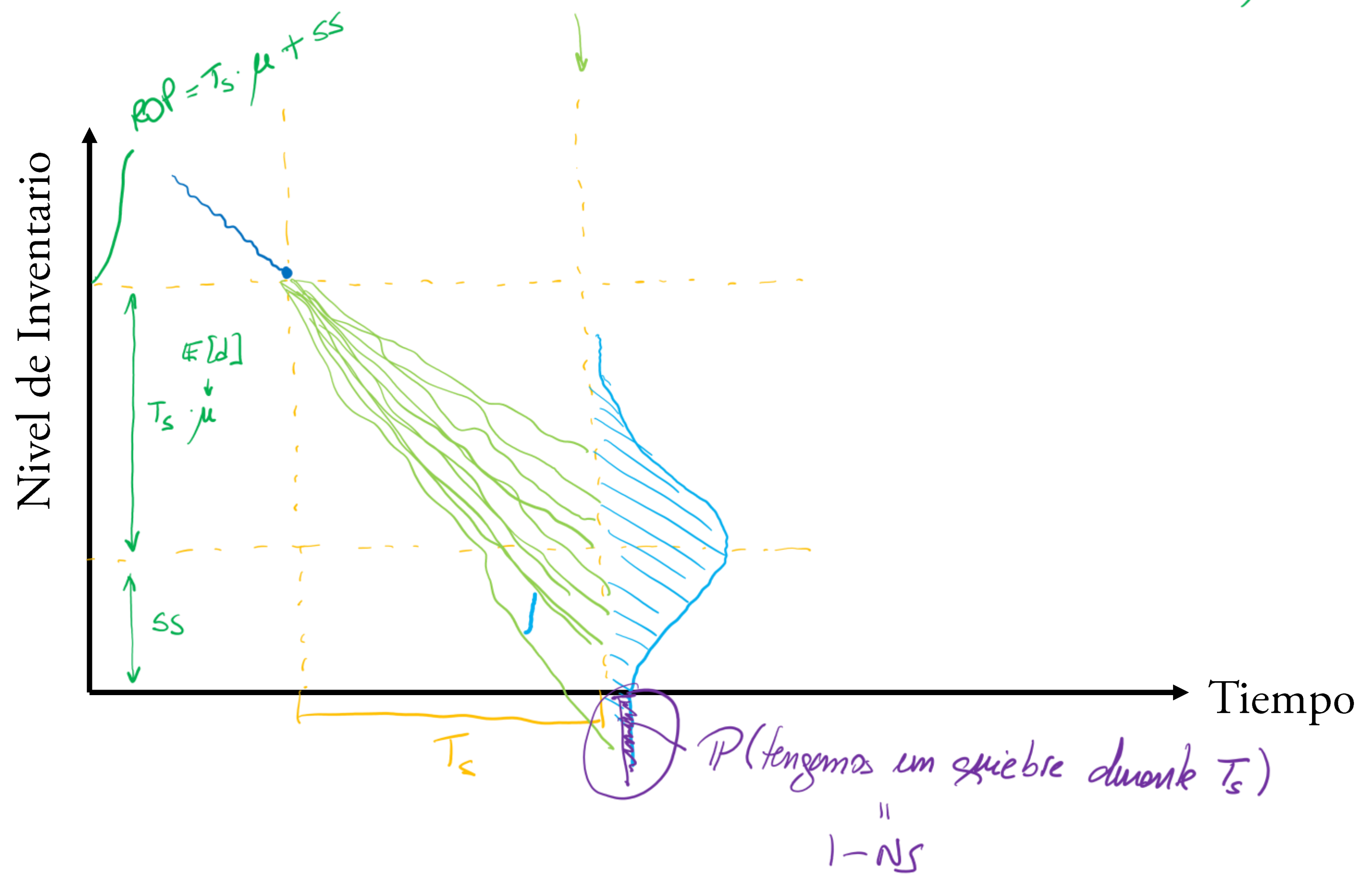
$$NS = \frac{\text{Número de unidades servidas sin retraso}}{\text{Total de unidades demandadas}}$$

- En ambos casos el nivel de servicio está directamente relacionado a la probabilidad de que no falte inventario durante el tiempo de suministro.
  - Ej., NS = 95%: la probabilidad de que falte inventario es 5%.

Quiebres y nivel de servicio

- El inventario de seguridad queda determinado por el nivel de servicio

$d \sim N(\mu, \sigma^2)$



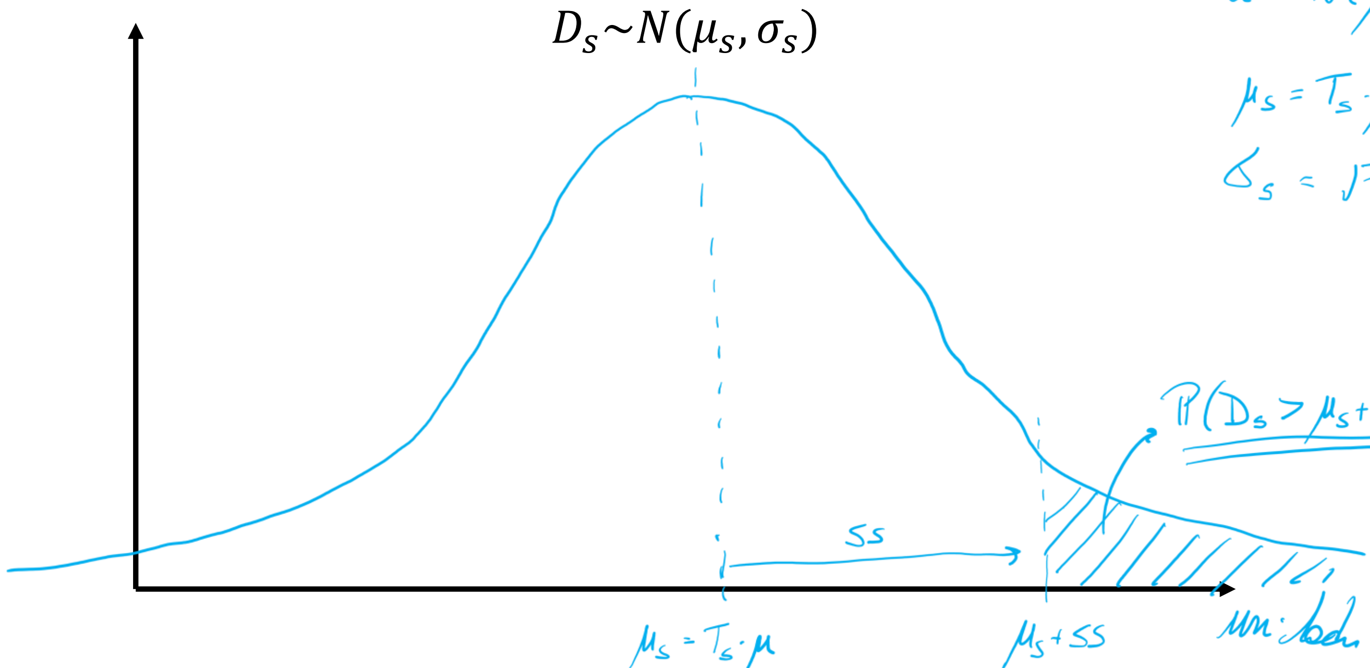
Cálculo de SS

- Para calcular el nivel óptimo de SS asumimos que la demanda durante el tiempo de suministro tiene una distribución normal de parámetros conocidos:

$d \sim N(\mu, \sigma^2)$

$\mu_s = T_s \cdot \mu$

$\sigma_s = \sqrt{T_s} \cdot \sigma$

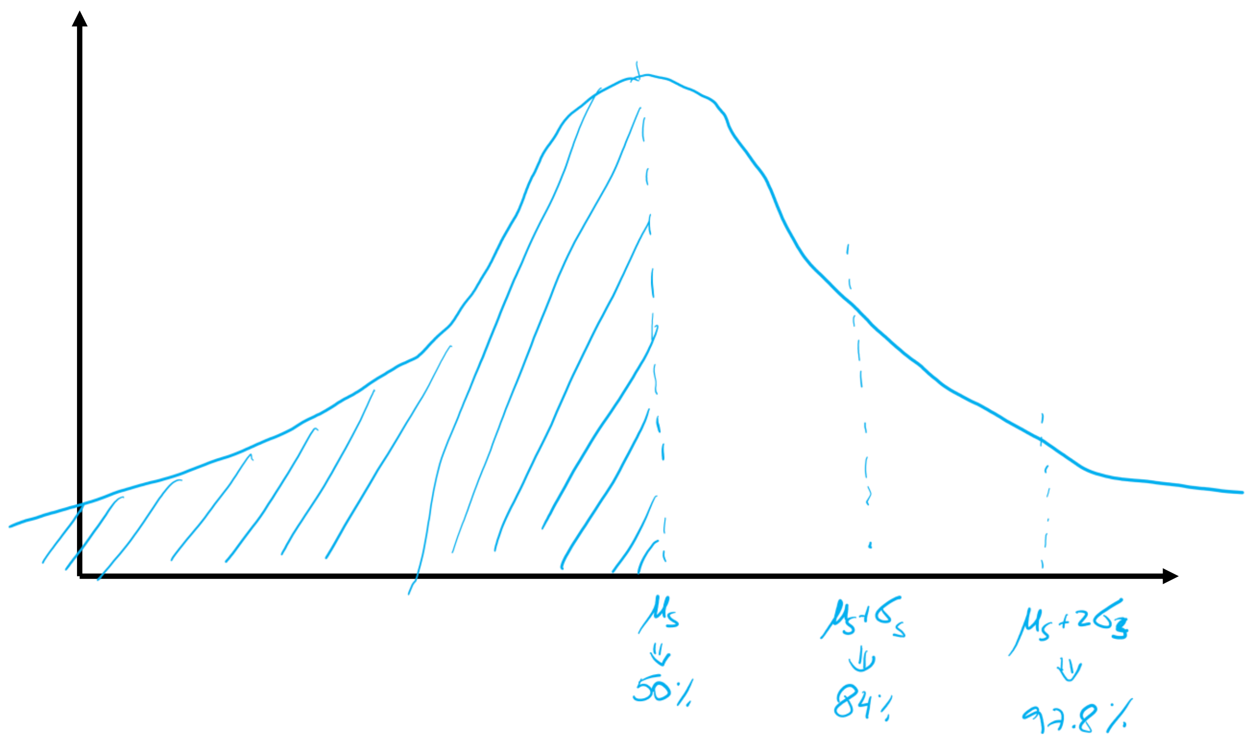


$\mathbb{P}(D_s > \mu_s + SS) \geq 1 - NS$

- Mediremos SS en términos de σ_s, es decir $\boxed{SS = Z\sigma_s}$

Ejemplos de nivel de servicio

- Según el número de desviaciones estándar que usemos con inventario de seguridad, será el nivel de servicio



Ejemplo

- Un productor ve que la demanda anual por su producto se comporta como una variable aleatoria de distribución normal con $\mu = 17500$ y $\sigma = 70.71$.

  el año tiene 250 días hábiles

- Si el productor quiere dar a sus clientes un nivel de servicio de 95% y su proveedor se demora 5 días en entregarle las órdenes:
  - ¿Cuál es el inventario de seguridad requerido?
  - ¿Cuál es el punto de reorden?

$$D_a \sim N(17500, \overset{\sigma}{70.71})$$

$$\downarrow$$

$$D_s \sim N(350, 10)$$

$$\mu_a = 17500$$

$$\sigma_a = 70.71$$

$$\mu_s = \frac{\overbrace{17500}^{\mu}}{250} \cdot \overset{T_s}{5} = 350$$

$$\sigma_s = 70.71\sqrt{\frac{5}{250}} = 10$$

Ejemplo

$D_s \sim N(350, 10)$

$NS = 95\%$

$\hookrightarrow Z = 1.65$

$SS = Z \cdot \sigma_s = 1.65 \times 10 = 16.5 \rightarrow SS = 17 \leftarrow$

$ROP = \underbrace{T_s \cdot \mathbb{E}[d]}_{\mu_s \to 350} + \underbrace{SS}_{\to 17} = 367$

$¿Q? \longrightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2 D_s S}{H}}$

Otros modelos

- El caso anterior asume que sólo la demanda es una variable aleatoria mientras el tiempo de suministro es constante y

- Modelo de Suministro Variable
  - En este caso asumimos que la demanda diaria durante el tiempo de suministro es uniforme y conocida, pero que el tiempo de suministro es una variable aleatoria.
  - En este caso

$T_s \sim N$

$$ROP = d \cdot \mathbb{E}[T_s] + z \cdot d \cdot \sigma_{T_s}$$

$$\sigma_\alpha = \sqrt{\mathbb{E}^2[T_s]\,\sigma_d^2 + \mathbb{E}^2[d] \cdot \sigma_{T_s}^2}$$

si d y T_s son aleatorios $\quad ROP = \mathbb{E}[d] \cdot \mathbb{E}[T_s] + z\,\sigma_\alpha$

Otros modelos

- Finalmente podemos pensar en el caso en que tanto la demanda como el tiempo de suministro son variables aleatorias
- Hay otras distribuciones, distintas a Normal.
- Veamos un ejercicio…

Ejemplo

- La demanda diaria de un producto se distribuye Normal con una media de 60 y una desviación estándar diaria de 7. $\rightarrow d \sim N(60, 7)$
- El tiempo de entrega es de 6 días.
- El costo por colocar un pedido es de $\overset{S}{\$10}$ y el costo anual de mantener una unidad es de $\underset{H}{\$0.50}$ por unidad.
- Suponga que las ventas se hacen los 365 días del año
- Encuentren la cantidad óptima de pedido y el punto de re-orden necesarios para mantener una probabilidad de 95% de no sufrir desabastecimiento durante el tiempo de entrega.

$$\rightarrow d_s \sim N(360, \underset{7 \cdot \sqrt{6}}{17.14})$$

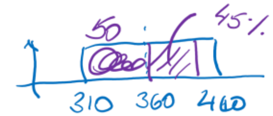
$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 21900 \cdot 10}{0.5}} = 935.95 \text{ unidades}$$

$$ROP = \underbrace{E[d] \cdot T_s}_{\mu_s} + z \cdot \sigma_s = 360 + \underbrace{1.65 \times 17.14}_{28.29} = 388.29 \approx 389$$

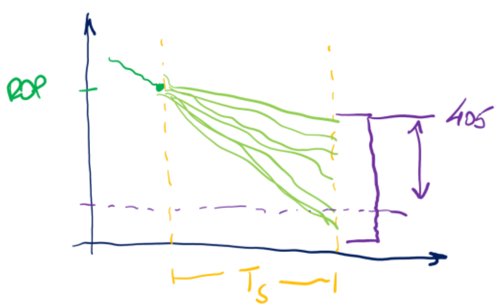
Ejemplo

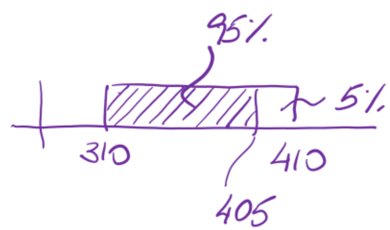
- ¿Cómo cambia su respuesta si la demanda durante el tiempo de entrega en vez de tener una distribución normal tuviera una distribución uniforme [310, 410]. ¿Cuál es el nuevo tamaño óptimo de pedido y punto de re-orden?

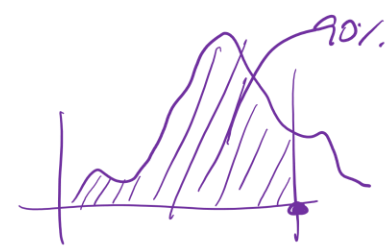
$d_s \sim U[310, 410]$



$Q^* = 935{,}95$ igual que antes







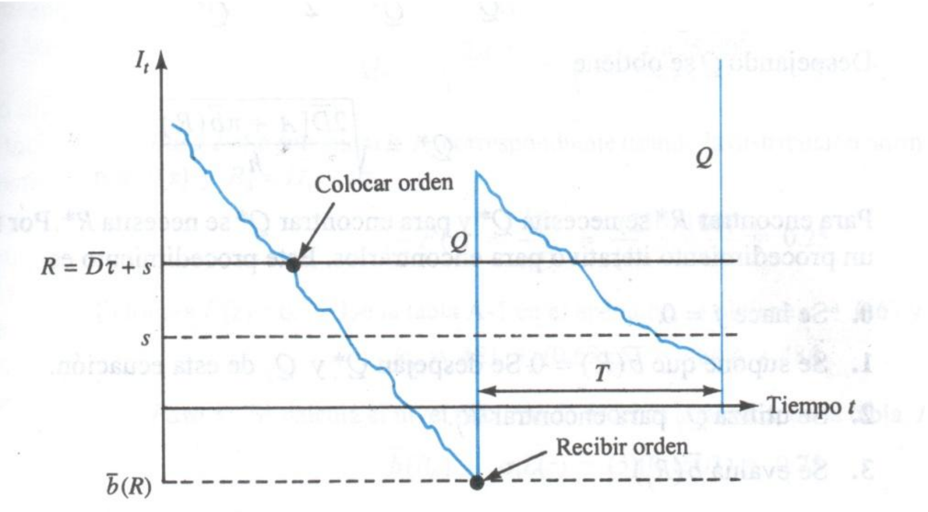
$ROP = 405$

$= 360 + 45$

55

Ahora con revisión periódica

- En este caso revisamos cada T días nuestro inventario.



- La cantidad a comprar ahora sería:

$$Q^* = d \times (T + L) + z_\alpha \sigma \sqrt{(T+L)} - I_{existente}$$