



Guía de Ejercicios 6: PERT y Localización

Max Garafulic (mgarafulic1@uc.cl)

Gonzalo Vargas (grvargas@uc.cl)

Problema 1 (Guía I2 2014-1)

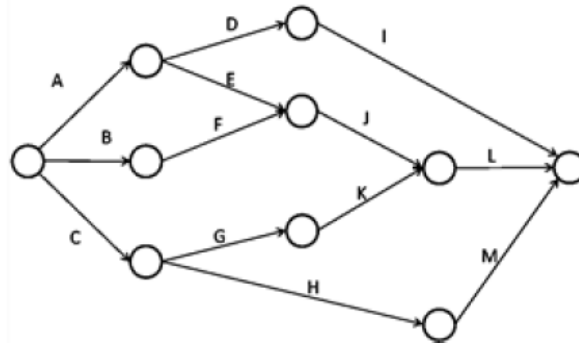
Considerando la siguiente información:

		Tiempo por Tarea (semanas)		
Tarea	Tarea precedente	Optimista (a)	Más probable (m)	Pesimista (b)
A	-	3	4	5
B	-	5	7	9
C	-	4	12	14
D	A	1	3	11
E	A	3	6	9
F	B	1	4	7
G	C	3	6	9
H	C	2	5	8
I	D	5	10	21
J	E,F	1	3	11
K	G	1	2	3
L	J,K	3	8	19
M	H	1	5	15

- Dibuje el grafo de las actividades y calcule e identifique la ruta crítica del proyecto indicando los valores de ES, EF, LS, LF para cada actividad.
- ¿Cuál es la probabilidad de que el proyecto termine en 26 semanas o menos? ¿Y en 32 semanas o menos?
- ¿Cómo cambia su respuesta anterior si para la tarea G los tiempos mínimo, medio y máximo cambiaran a 1, 2 y 9 semanas, respectivamente?
- Como cambia su respuesta en b) si para la tarea B los tiempos mínimo, medio y máximo cambiaran a 1, 2 y 9 semanas, respectivamente?

Solución:

a) El grafo es:



La duración de actividades se considera como la media. La holgura de las actividades es la diferencia entre el término medio más el tardío menos el temprano de la actividad. La media de las actividades es $\mu = \frac{a + 4m + b}{6}$ y su varianza es $\sigma^2 = \frac{b - a}{6}$. Así:

Tarea	Tareas Precedentes	Tiempo por Tarea (semanas)			μ	σ	Var	ES	EF	LS	LF	H
		Optimista (a)	Más Probable (m)	Pesimista (b)								
A	-	3	4	5	4	0,3	0,1	0	4	5	9	5
B	-	5	7	9	7	0,7	0,4	0	7	4	11	4
C	-	4	12	14	11	1,7	2,8	0	11	0	11	0
D	A	1	3	11	4	1,7	2,8	4	8	13	17	9
E	A	3	6	9	6	1,0	1,0	4	10	9	15	5
F	B	1	4	7	4	1,0	1,0	7	11	11	15	4
G	C	3	6	9	6	1,0	1,0	11	17	11	17	0
H	C	2	5	8	5	1,0	1,0	11	16	17	22	6
I	D	5	10	21	11	2,7	7,1	8	19	17	28	9
J	E,F	1	3	11	4	1,7	2,8	11	15	15	19	4
K	G	1	2	3	2	0,3	0,1	17	19	17	19	0
L	J,K	3	8	19	9	2,7	7,1	19	28	19	28	0
M	H	1	5	15	6	2,3	5,4	16	22	22	28	6

La ruta crítica es aquella que pasa por todas las actividades que no tienen holgura y que, por lo tanto, un atraso en alguna de ellas genera un atraso en la duración del proyecto completo. En este caso, la ruta es CGKL.

b) La duración del proyecto X sigue una distribución normal, que se estandariza como

$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$, con $\mu = 28$; $\sigma = 3,3$. Luego, las probabilidades pedidas son:

$$P(X \leq 26) = P\left(Z \leq \frac{26 - 28}{3,3}\right) = \Phi^{-1}(-2 / 3,3) = 0,27$$

$$P(X \leq 32) = P\left(Z \leq \frac{32 - 28}{3,3}\right) = \Phi^{-1}(4 / 3,3) = 0,89$$

c) Se recalcula sólo para G, y se ve si se afecta la ruta crítica. La ruta crítica no cambia, pero cambian la media y la varianza. Con los nuevos valores obtenidos se recalculan las probabilidades. Con los nuevos valores la duración media del proyecto cambia a 25 semanas, y la desviación a 3,4:

Tarea	Tareas Precedentes	Tiempo por Tarea (semanas)			μ	σ	Var	ES	EF	LS	LF	H
		Optimista (a)	Más Probable (m)	Pesimista (b)								
A	-	3	4	5	4	0,3	0,1	0	4	2	6	2
B	-	5	7	9	7	0,7	0,4	0	7	1	8	1
C	-	4	12	14	11	1,7	2,8	0	11	0	11	0
D	A	1	3	11	4	1,7	2,8	4	8	10	14	6
E	A	3	6	9	6	1,0	1,0	4	10	6	12	2
F	B	1	4	7	4	1,0	1,0	7	11	8	12	1
G	C	1	2	9	3	1,3	1,8	11	14	11	14	0
H	C	2	5	8	5	1,0	1,0	11	16	14	19	3
I	D	5	10	21	11	2,7	7,1	8	19	14	25	6
J	E,F	1	3	11	4	1,7	2,8	11	15	12	16	1
K	G	1	2	3	2	0,3	0,1	14	26	14	16	0
L	J,K	3	8	19	9	2,7	7,1	16	25	16	25	0
M	H	1	5	15	6	2,3	5,4	16	22	19	25	3

Realizando los mismos cálculos para la distribución de la duración del proyecto, se obtienen probabilidades:

$$P(X \leq 26) = P\left(Z \leq \frac{26-25}{3.4}\right) = \Phi^{-1}(1/3.4) = 0,291$$

$$P(X \leq 32) = P\left(Z \leq \frac{32-25}{3.4}\right) = \Phi^{-1}(7/3.4) = 0,98$$

d) La respuesta no cambia, pues B no forma parte de la ruta crítica, y por ende, cualquier cambio en su duración afecta la holgura de la actividad, pero no la duración del proyecto.

Problema 2 (Guía I2 2015-1)

Un proyecto consta de las siguientes actividades, que toma llevarlas un tiempo $U(a,b)$:

		Parámetros $U(a,b)$	
Tarea	Tarea precedente	a	b
A	-	3	5
B	A	0	6
C	A	1	3
D	B	3	7
E	B,C	1	1
F	C	1	5
G	E,F	3	5
H	E,D	1,5	6,5
I	H,G	5	7

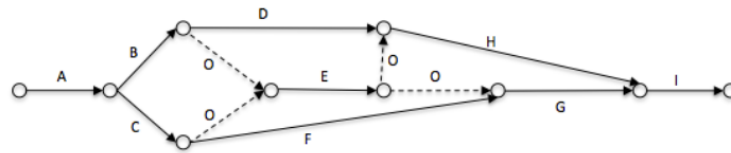
a) Dibuje el diagrama correspondiente e identifique la ruta crítica, indicando ES, EF, LS, LF.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el proyecto termine en 19,75 días o menos?

c) ¿Cómo cambia su respuesta anterior si los nuevos parámetros de la tarea C son 0 y 2? ¿Y los de la tarea D 2 y 4?

Solución:

a) El diagrama es:



Para una distribución $U(a,b)$, $\mu = \frac{a+b}{2}$, $\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$, por lo que:

Tarea	Predecesor	a	b	μ	σ^2	ES	EF	LS	LF	H
A	-	3	5	4	0.33	0	4	0	4	0
B	A	0	6	3	3.00	4	7	4	7	0
C	A	1	3	2	0.33	4	6	7	9	3
D	B	3	7	5	1.33	7	12	7	12	0
E	B C	1	1	1	0.00	7	8	11	12	4
F	C	1	5	3	1.33	6	9	9	12	3
G	E F	3	5	4	0.33	9	13	12	16	3
H	E D	1.5	6.5	4	2.08	12	16	12	16	0
I	H G	5	7	6	0.33	16	22	16	22	0

Luego, la ruta crítica es ABDHI.

b) La duración media del proyecto es $\mu = 22$ días y su desviación es $\sigma = \sqrt{\sigma_R^2} = 3$. Luego, la duración X del proyecto se estandariza como $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$. Así,

$$P(X < 19,75) = P\left(Z < \frac{19,75 - 22}{3}\right) = \Phi^{-1}(-0,75) = 0,226$$

c) Si los parámetros de C cambian la ruta crítica no es afectada y por tanto no se afecta la duración del proyecto (tampoco su varianza). Si los parámetros de D cambian, se tiene:

Tarea	Predecesor	a	b	μ	σ^2	ES	EF	LS	LF	H
A	-	3	5	4	0.33	0	4	0	4	0
B	A	0	6	3	3.00	4	7	4	7	0
C	A	1	3	2	0.33	4	6	7	9	3
D	B	2	4	3	0.33	7	10	7	10	0
E	B C	1	1	1	0.00	7	8	9	10	2
F	C	1	5	3	1.33	6	9	7	10	1
G	E F	3	5	4	0.33	9	13	10	14	1
H	E D	1.5	6.5	4	2.08	10	14	10	14	0
I	H G	5	7	6	0.33	14	20	14	20	0

Con media $\mu = 20$ y desviación $\sigma = 2,84$. Así,

$$P(X < 19,75) = P\left(Z < \frac{19,75 - 20}{2,84}\right) = \Phi^{-1}(-0,09) = 0,464$$

Problema 3

Considere la información del siguiente proyecto:

		Normal		Acelerado	
Tarea	Predecesor	Duración(días)	Costo (\$)	Duración(días)	Costo (\$)
A	-	4	100	2	200
B	-	2	50	1	150
C	A,B	1	200	1	200
D	A,C	3	100	2	140
E	B	5	200	3	300
F	D,E	4	50	3	130
G	F	1	120	1	120
H	F	2	100	1	250

a) Calcule el costo de aceleración de cada actividad por día y la duración y costo normales del proyecto.

b) Dibuje el diagrama del proyecto.

c) Calcule ES, EF, LS y LF y la holgura de cada actividad del proyecto no acelerado. Identifique la ruta crítica.

d) Suponga que el proyecto parte con 3 días de retraso y el costo por día de retraso de finalización del proyecto es de 90 (\$/día), basado en la duración normal del proyecto. Determine la estrategia de aceleración óptima que minimiza el costo total del proyecto.

Solución:

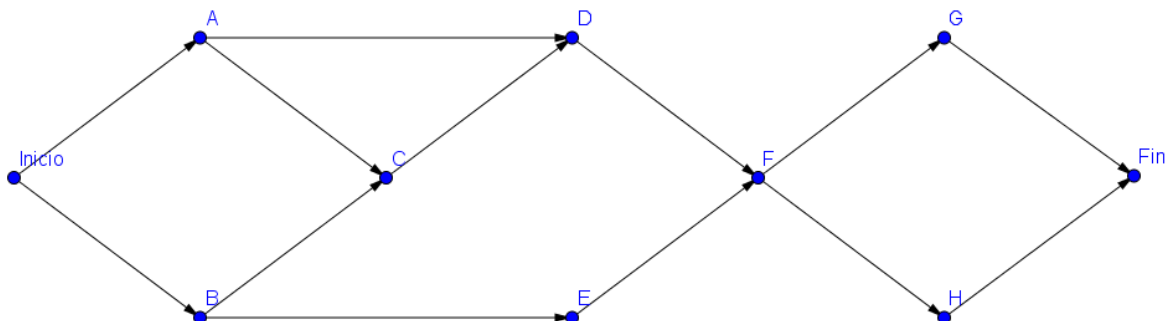
a) Considerando que las actividades C y G no se pueden adelantar, el costo por adelantar es

$$\frac{c_a - c_n}{d_n - d_a} :$$

Tarea	Costo (\$/día)
A	50
B	100
C	-
D	40
E	50
F	80
G	-
H	150

Por otro lado, la duración normal del proyecto es de 14 días y su costo normal \$ 920.

b) Tenemos lo siguiente:



c) Haciendo los cálculos pertinentes, se tiene:

Tarea	ES	EF	LS	LF	H
A	0	4	0	4	0
B	0	2	1	3	1
C	4	5	4	5	0
D	5	8	5	8	0
E	2	7	3	8	1
F	8	12	8	12	0
G	12	13	13	14	1
H	12	14	12	14	0

La única ruta crítica es ACDFH.

d) La duración normal del proyecto es de 14 días y su costo normal \$ 920. Tenemos las siguientes opciones:

- No adelantar nada: Tenemos tres días de retraso, y por tanto un costo de \$ 270.
- Adelantar un día, adelantando la actividad con costo más barato de aceleración en la ruta crítica, es decir, la actividad D con costo \$ 40 por día. Luego, el costo es \$ 180 + \$ 40 = \$ 220. Notemos que al adelantar D, las actividades B y D se vuelven críticas y existen dos rutas críticas: ACDFH y BEFH.
- Adelantar un segundo día, considerando las dos rutas críticas ACDFH y BEFH. Las mejores combinaciones (menor costo) son {A,E} con costo \$ 100, {F} con costo \$ 80 y {H} con costo \$ 150 (costos por día). En este caso, lo mejor es elegir adelantar F, que tiene un menor costo que la penalización por atraso (\$ 90 por día). Así, el costo total es \$ 90 + \$ 40 + \$ 80 = \$ 210. Notemos que al adelantar F se mantienen ambas rutas críticas anteriores.
- Adelantar un tercer día, considerando las mismas rutas críticas. En este caso, las mejores opciones son {A,E} con costo \$ 100 y {H} con costo \$ 150 (costos por día). En este caso, no es óptimo adelantar ninguna (es menos costoso atrasar el proyecto de costo \$ 90 por día).

Por lo tanto, conviene adelantar el proyecto dos días. El proyecto tendrá un día de retraso y el costo total es \$ 920 + \$ 210 = \$ 1.130.

Problema 4 (Guía I2 2015-1)

Una empresa está localizada en la VII región y cuenta con 5 sitios de producción y 3 sitios de venta. Se quiere instalar un centro de distribución que disminuya los gastos logísticos de la empresa. Considere la siguiente información:

Plantas	Unidades transportadas	Costo transporte (\$/transp)	Coord X	Coord Y
Producción 1	120	8	90	50
Producción 2	200	6	30	90
Producción 3	60	5	85	20
Producción 4	100	9	70	70
Producción 5	50	7	100	90
Venta 1	180	5	60	85
Venta 2	200	4	50	50
Venta 3	150	6	30	60

Las zonas están divididas de acuerdo a la siguiente tabla de valores mínimos y máximos:

Zonas	(x,X)	(y,Y)
1	0,50	0,50
2	50,100	0,50
3	0,50	50,100
4	50,100	50,100

a) ¿Dónde ubicaría el centro de distribución?

b) Se piensa habilitar una nueva zona en el origen, que presenta un aumento en ventas que debe ser suministrado por el centro de producción más cercano, es decir, debe aumentar la capacidad productiva de ese centro. El costo de transporte de esta nueva ubicación es de 8

(\$/transp.). ¿Cuál es la producción límite para que no se cambie de zona el centro de distribución?

c) Para decidir la empresa constructora se le presentan las siguientes alternativas donde usted debe decidir cuál de estas utilizar, a sabiendas que el mejor pronóstico del próximo año entrega 100 unidades:

Empresa	Costos fijos (\$)	Costos variables (\$)
1	500	3
2	510	3
3	10	10
4	200	5
5	10	15

Solución:

a) Con el modelo de centro de gravedad:

$$C_x = 58,1458$$

$$C_y = 67,6704$$

b) El centro más cercano corresponde al sitio de producción 3 (distancia en línea recta de 85). Por lo tanto, la ecuación queda, para la coordenada x:

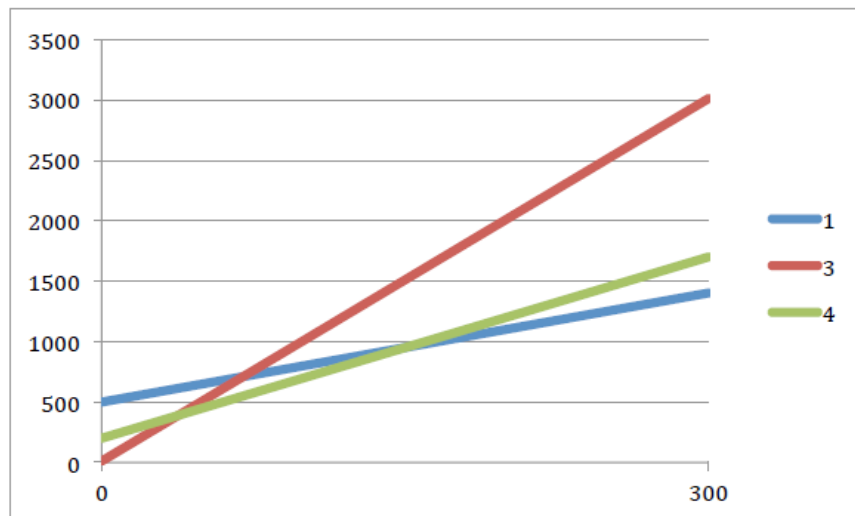
$$\frac{366900 + 425x}{6310 + 8x + 5x} \geq 50 \rightarrow x \leq \frac{2056}{9} \approx 228$$

En tanto, para la coordenada y:

$$\frac{427000 + 100x}{6310 + 8x + 5x} \geq 50 \rightarrow x \leq \frac{2230}{11} \approx 203$$

Por lo que la producción mínima es 203 unidades.

c) Se descarta la alternativa de las empresas 2 y 5, ya que las superan las demás. Graficando las alternativas restantes:



Se tiene que para 100 unidades conviene la empresa 4, con un costo de 700.

Usted está a cargo de un nuevo proyecto que necesita que sea completado en 24 semanas. En base a los tiempos normales de duración de cada actividad, indique qué actividades hay que apurar, y cuál sería el costo adicional del proyecto. Haga el grafo del proyecto también.

Actividad	Predecesor	Tiempo Normal	Costo Total Normal	Tiempo Mínimo	Costo Total en tiempo mínimo
A	-	4	\$4.000	3	\$4.500
B	A	6	\$9.000	6	\$9.000
C	A	5	\$1.500	3	\$2.000
D	B,C	3	\$6.000	2	\$9.000
E	D	4	\$8.000	2	\$16.000
F	E	6	\$3.000	5	\$3.500
G	E	8	\$4.000	6	\$6.000
H	F,G	3	\$3.600	2	\$4.800

Problema 5 (Ayudantía 6 2016-1)

Una empresa necesita encontrar la localización adecuada para su nuevo centro de distribución. Para ello se cuenta con las coordenadas de los puntos de ventas de la empresa y el volumen de bienes a transportar hacia ellos.

Lugar	Coordenadas	Volumen
1	(325;75)	1500
2	(400;150)	250
3	(450;350)	450

- Determinar la localización óptima del centro de distribución. ¿Cuál es el mayor problema de este método?
- Si se abre otro punto de venta que requiere un volumen de 300 unidades ¿Cuáles deben ser sus coordenadas para que el nuevo CD sea localizado en (380,150)?

Solución

a) Se utiliza el método de centro de gravedad. El principal problema es que considera las distancias euclidianas entre los lugares y el centro de distribución, lo que no necesariamente refleja las diferencias entre los costos de transporte a cada lugar. Tampoco considera otros costos totales ni otros factores.

$$C_x = \frac{325 * 1500 + 400 * 250 + 450 * 450}{1500 + 250 + 450} = 359,09$$

$$C_y = \frac{75 * 1500 + 150 * 250 + 350 * 450}{1500 + 250 + 450} = 139,77$$

b)

$$\frac{325 * 1500 + 400 * 250 + 450 * 450 + z * 300}{1500 + 250 + 450 + 300} = 380$$

$$\frac{75 * 1500 + 150 * 250 + 350 * 450 + w * 300}{1500 + 250 + 450 + 300} = 150$$

El nuevo punto de venta debería estar en las coordenadas (533,33 ; 225).

Problema 6 (Guía I2 2016-1)

Se ha establecido que un proyecto tiene las siguientes actividades y tiempos estimados con distribución beta para terminarlas.

Actividad	Predecesor	Tiempo Optimista (a)	Tiempo más Probable (m)	Tiempo Pesimista (b)
A	-	1	4	7
B	A	2	6	7
C	A,D	3	4	6
D	A	6	12	14
E	D	3	6	12
F	B,C	6	8	16
G	E,F	1	5	6

a) Calcule el tiempo esperado y la varianza para cada actividad.

b) Dibuje el diagrama de la ruta crítica.

c) Calcular ES, LS, EF, LF, las holguras de las actividades y el tiempo estimado de duración del proyecto. ¿Cuál es la ruta crítica?

d) ¿Qué probabilidad existe de que el proyecto quede concluido en 34 semanas?

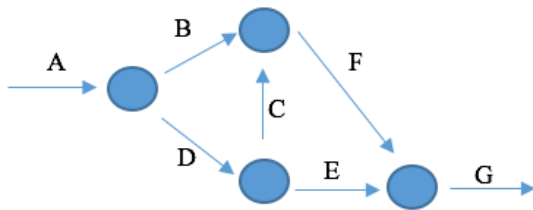
Solución:

a)

$$\mu = \frac{a + 4m + b}{6}, \quad \sigma = \frac{b - a}{6}$$

Actividad	μ	σ^2
A	4	1
B	5.5	0.694
C	4.17	0.25
D	11.33	1.778
E	6.5	2.25
F	9	2.778
G	4.5	0.694

b)



c)

Actividad	ES	EF	LS	LF	H
A	0	4	0	4	0
B	4	9.5	14	19.5	10
C	15.33	19.5	15.33	19.5	0
D	4	15.33	4	15.33	0
E	15.33	21.83	22	28.5	6.67
F	19.5	28.5	19.5	28.5	0
G	28.5	33	28.5	33	0

El proyecto dura 33 semanas, su ruta crítica es ADCFG.

d)

$$P(X \leq 34) = P\left(z \leq \frac{34 - 33}{2.5495}\right) = P(z \leq 0.3922) = 65.17\%$$

Problema 7

La empresa Ford había decidido construir una fábrica de autos en México, ya que sus analistas decían que, con las ventas esperadas, era el lugar con menores costos. Ellos habían elegido la ciudad de San Luis de Potosí, pero el costo total era igual al de poner la planta en Toluca.

Después de las amenazas de Donald Trump de agregar un impuesto a las importaciones de un 40%, los gerentes decidieron estudiar nuevamente la mejor localización de la planta.

Ciudad	Costo Fijo (\$)	Costo Variable (\$)
San Luís	25.000.000	5.000
Toluca	20.000.000	6.000
Detroit	20.000.000	6.600
Iquique	50.000.000	2.500

Para este ejercicio suponga que el impuesto se cobra solo sobre el costo variable.

a) Determine el lugar que deberían elegir para la nueva planta. Cuantifique los efectos económicos para Ford bajo el nuevo escenario.

b) Determine las condiciones necesarias para que Ford decida poner su fábrica en Iquique, considerando el anuncio de subida de impuestos.

Solución:

Primero debemos conocer la cantidad que esperan vender. Del enunciado sabemos que en el caso inicial el costo total de poner la planta en San Luis es igual al de Toluca:

$$\begin{aligned}25.000.000 + 5.000 * x &= 20.000.000 + 6.000 * x \\x &= 5.000\end{aligned}$$

Con este volumen de ventas el costo total es de \$50.000.000.

El nuevo escenario considera que el costo variable de San Luís y Toluca sube:

$$\text{Costo variable San Luís} = 1,4 * 5.000 = 7.000$$

$$\text{Costo variable Toluca} = 1,4 * 6.000 = 8.400$$

Con los nuevos costos y el mismo volumen esperado tenemos:

Ciudad	Costo Total
Detroit	53.000.000
Iquique	62.500.000
San Luís	60.000.000
Toluca	62.000.000

Bajo este nuevo escenario se debe elegir Detroit por tener el menor costo total. El costo sube \$3.000.000 para Ford.

b) Para esto se debe buscar un volumen que hace que el costo total de Iquique sea menor a los otros. En este caso se compara con el costo total de Detroit.

$$\begin{aligned}50.000.000 + 2.500 * x &< 20.000.000 + 6.600 * x \\x &> 7.317,07 \approx 7.318\end{aligned}$$

Para ese volumen se evalúa en otras ciudades para asegurar que es el mínimo costo total:

Ciudad	Costo Fijo (\$)
Detroit	68.298.800
Iquique	68.295.000
San Luís	76.226.000
Toluca	81.471.200

El volumen debe ser mayor o igual a 7.318 para que sea la mejor opción poner la planta en Iquique.