Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
FIS1523 – Termodinámica
Profesor Iván Muñoz (Sección 7)
Primer Semestre del 2025

Ayudantía 4

Termodinámica

José Antonio Rojas Cancino – jrojaa@uc.cl

Problema 1 (***Problema 1.99, Cengel & Boles***)

Un dispositivo de cilindro y pistón en posición vertical contiene un gas a una presión de 100 kPa. El pistón tiene una masa de 5 kg y un diámetro de 12 cm. Debe incrementarse la presión del gas colocando pesas sobre el pistón. Determine la presión atmosférica local y la masa de las pesas para duplicar la presión del gas al interior del cilindro. Un dispositivo de cilindro y pistón en posición vertical contiene un gas a una presión de 100 kPa. El pistón tiene una masa de 5 kg y un diámetro de 12 cm. Debe incrementarse la presión del gas colocando pesas sobre el pistón. Determine la presión atmosférica local y la masa de las pesas para duplicar la presión del gas al interior del cilindro.

Respuesta

La presión atmosférica local se puede calcular utilizando la ecuación de presión en un fluido estático, que es:

$$P = \frac{F}{A} + P_{atm} \Longrightarrow P_{atm} = P - \frac{F}{A}$$

Notemos que la fuerza F es igual al peso del pistón en nuestro caso inicial (ya que no tenemos ninguna pesa), por lo que la fuerza es igual a:

$$F = m_p g.$$

y además, podemos encontrar el área del pistón utilizando la siguiente ecuación:

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

con todo esto, podemos reemplazar en la ecuación y despejar la presión atmosférica local:

$$\begin{aligned}
P_{atm} &= P - \frac{m_p g}{A} \\
&= P - \frac{m_p g}{\frac{\pi d^2}{4}} = P - \frac{4 m_p g}{\pi d^2} \\
&= 100 \text{ kPa} - \frac{4 \cdot (5 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{\pi (0.12 \text{ m})^2} = 10^5 \text{ Pa} - 433.255 \text{ Pa} \approx 95.66 \text{ kPa}
\end{aligned}$$

Ahora, queremos buscar una masa m_p que nos permita duplicar la presión del gas al interior del cilindro, es decir, queremos que la presión total sea de 200 kPa. Entonces, podemos escribir la ecuación de presión nuevamente:

$$P_{atm} + \frac{F}{A} = P \Longrightarrow P = P_{atm}\frac{(m_p + m_w)g}{A},$$

lo cual sustituyendo por los valores del problema, nos da:

$$200 \text{ kPa} = 95.66 \text{ kPa} + \frac{(5 \text{ kg} + m_w)g}{\frac{\pi(0.12 \text{ m})^2}{4}} \Longrightarrow m_w = \frac{(200 - 95.66) \cdot \frac{\pi(0.12 \text{ m})^2}{4}}{g} - 5 \text{ kg}$$

$$m_w = 115 \text{ kg}$$

Problema 2 (*Problema 2.94, Cengel & Boles*)

Un perol de aluminio, cuya conductividad térmica es 237 W/m · °C, tiene un fondo plano de 20 cm de diámetro y 0.6 cm de espesor. Se transmite constantemente calor a agua hirviente en el perol, por su fondo, a una tasa de 700 W. Si la superficie interna del fondo del perol está a 105 °C, calcule la temperatura de la superficie externa de ese fondo de perol.

Respuesta

Ntoramos que el perol va a transmitir calor a través de conducción, por lo que planteamos la ecuación:

$$Q = k \cdot A \cdot \left|\frac{dT}{dx}\right| = k \cdot A \cdot \frac{|T_o - T_i|}{L} = k \cdot A \cdot \frac{T_o - T_i}{L},$$

ya que se transfiere calor hacia el perol por medio del agua hirviente. Notemos que nos dan la tasa de transferencia $\dot{Q} = 700\text{W}$, la constante $k = 237$ W/m ·K, el espesor de $L = 0.6 \text{ cm} = 6 \cdot 10^{-3}$ m, y la superficie interna $T_i = 105$°C. Para encontrar la temperatura de la superficie externa, nos falta el área, ya que:

$$Q = k \cdot A \cdot \frac{T_o - T_i}{L} \Longrightarrow T_o = \frac{Q \cdot L}{k \cdot A} + T_i$$

Entonces, considerando que nos dan un **diámetro**, asumimos que el perol tiene una base circular, por lo que el área es:

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{20 \text{ cm}}{2} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}\right)^2 = \pi \cdot (0.1 \text{ m})^2 = 0.0314 \text{ m}^2$$

Lo que nos permite calcular la temperatura de la superficie externa:

$$T_o = \frac{700 \text{ W} \cdot 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{237 \text{ W/m} \cdot \text{K} \cdot 0.0314 \text{ m}^2} + 105 \text{ °C} \approx 107.8 \text{ °C}$$

Problema 3 (*Ejemplo 19.4, Sears & Zemansky*)

La gráfica ρV de la figura adjunta muestra una serie de procesos termodinámicos. En el proceso ab, se agregan 150 J de calor al sistema; en el proceso bd, se agregan 600 J. Calcule:

a) El cambio de energía interna en el proceso ab

b) El cambio de energía interna en el proceso abd (azul claro)

c) El calor total agregado en el proceso acd (azul oscuro).

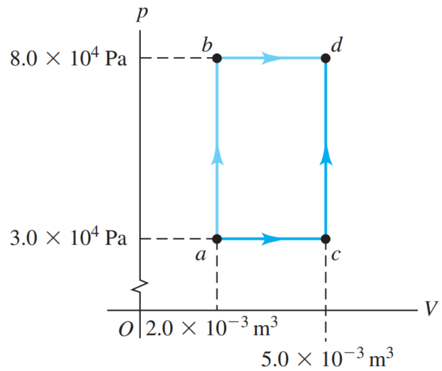

Figura Problema 3

Respuesta

Parte a)

Notemos que en el proceso ab, no hay variación de volumen. Por lo tanto, al ser un proceso isovolumétrico, la variación de energía interna es igual al calor transferido al sistema, es decir:

$$\Delta U_{ab} = Q_{ab} - W_{ab} = Q_{ab} = 150 \text{ J}$$

Parte b)

Notemos que, en los procesos termodinámicos, si es que hay dos procesos consecutivos, entonces el cambio de la energía interna es igual a la suma de los cambios de energía interna de cada uno de los procesos. Por lo tanto, podemos escribir la siguiente ecuación:

$$\Delta U_{ad} = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bd} = 150 \text{ J} + Q_{bd} - W_{bd}$$

Por enunciado, nos dicen que en el proceso bd se agregaron 600 J de calor al sistema. Además, por el gráfico, notamos que el proceso es isobárico, por lo que el trabajo se puede calcular como:

$$W_{bd} = \int_{V_b}^{V_d} P \, dV = P \cdot (V_b - V_d) = 8 \times 10^4 \text{ Pa} \cdot (5 \times 10^{-3} - 2 \times 10^{-3}) \text{ m}^3 = 240 \text{ J} \tag{0.1}$$

Por lo tanto, la variación de energía interna es:

$$\Delta U_{ad} = 150 \text{ J} + 600 \text{ J} - 240 \text{ J} = 510 \text{ J}$$

Parte c)

Notemos que la variación de energía interna es **independiente de los procesos**, es decir, podemos recorrer desde cualquier lado para encontrar la variación. Por tanto, podemos escribir la siguiente ecuación:

$$\Delta U_{acd} = \Delta U_{abd} = 510 \text{ J}$$

Notemos entonces que se debe cumplir que:

$$\Delta U_{acd} = Q_{acd} - W_{acd} = 510 \text{ J}$$

Como buscamos Q_{acd}, vamos a buscar el trabajo realizado, el cual se puede calcular como:

$$W_{acd} = W_{ac} + W_{cd} = \int_{V_a}^{V_c} P\ dV + \int_{V_c}^{V_d} P\ dV = P_a \cdot (V_a - V_c) + P_d \cdot (V_c - V_d)$$

Como cd es isolovolumétrico, el trabajo es cero. Por lo tanto, podemos escribir:

$$W_{acd} = P_a \cdot (V_a - V_c) + 0 = P_a \cdot (V_a - V_c) = 3 \times 10^4 \text{ Pa} \cdot (5 \times 10^{-3} - 2 \times 10^{-3}) \text{ m}^3 = 90 \text{ J}$$

Por lo tanto, el calor transferido en el proceso acd es:

$$Q_{acd} = \Delta U_{acd} + W_{acd} = 510 \text{ J} + 90 \text{ J} = 600 \text{ J}$$

Problema 4

Una habitación se encuentra inicialmente a la temperatura ambiente de 25 ºC, pero se enciende un gran ventilador que consume 200 W de electricidad cuando está funcionando (ver figura). La tasa de transferencia de calor entre el aire de la habitación y el exterior se da como $\dot{Q} = UA(T_i - T_o)$ donde $U = 6$ W/m^2·°C que representa el coeficiente de transferencia de calor global, mientras, A =30 m^2 es la superficie expuesta de la habitación y T_i y T_o son las temperaturas del aire en el interior y el exterior, respectivamente. Determine la temperatura del aire en el interior cuando se alcance el régimen estacionario de funcionamiento. Determine la temperatura del aire en el interior cuando se alcance un régimen estacionario.

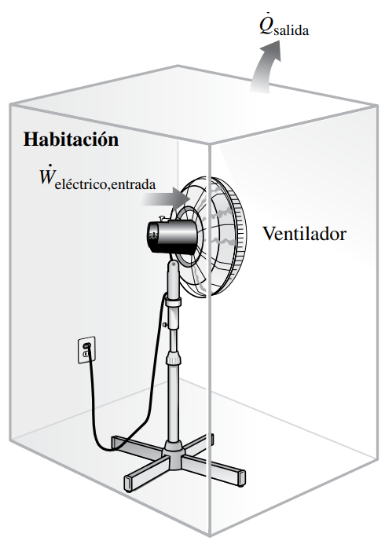

Figura Problema 4

Respuesta

Cuando se alcance el régimen estacionario, se va a cumplir que:

$$\dot{U} = 0$$

Reconociendo que:

$$\dot{U} = (\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out}) + (\dot{W}_{in} - \dot{W}_{out}),$$

donde no hay trabajo ejercido por el sistema, y la tasa de transferencia de calor será hacia el exterior (**Igualmente podemos tomar $\dot{Q} = \dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out}$ y después valor absoluto**), entonces se tiene:

$$-\dot{Q}_{out} + W_{in} = 0 \Longrightarrow \dot{Q}_{out} = W_{in}.$$

Ya nos entregan la potencia del ventilador, y nos dan la forma de transferencia de calor, por lo cual tenemos:

$$U \cdot A \cdot (T_i - T_o) = 200 \Longrightarrow T_i = \frac{200}{U \cdot A} + T_o,$$

Reemplazando por la información que tenemos, donde la temperatura $T_o = 25$ °C, $U = 6\, textW/m^2 \cdot$ °C y el área $A = 30$ m^2, entonces la temperatura del aire interior es:

$$T_i = \frac{200 \text{ W}}{6 \text{ W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C} \cdot 30 \text{ m}^2} + 25\ {}^\circ\text{C} = 1.11\ {}^\circ\text{C} + 25\ {}^\circ\text{C} = 26.11\ {}^\circ\text{C}$$