

Pontificia Universidad Católica de Chile Facultad de Física FIS1523 – Termodinámica Profesor Iván Muñoz (Secciones 5 y 7) Primer Semestre del 2025

Resumen Ayudantía 7

Termodinámica

José Antonio Rojas Cancino – jrojaa@uc.cl

Gases Ideales

Para poder trabajar con las variables sin tablas, vamos a ocupar con lo que se denomina **ecuación de estado**. La que más ocuparemos es la ecuación de estado para gases ideales, la cual podremos ocupar con **gases a presiones bajas y temperaturas altas**.

Ecuación de Estado para Gases Ideales

La ecuación de estado que nosotros ocuparemos será:

$$Pv = RT$$

con P la presión del gas, v el volumen específico del gas, T la temperatura del gas, v la constante específica del gas. Esta última la tenemos que saber ya sea por enunciado, o a través de la siguiente ecuación:

$$R = \frac{R_u}{M},$$

con R_u la constante universal de los gases, y M la masa molar del gas. Será muy importante saber la constante universal:

$$R_u = 8.314 \text{ J/mol} \cdot \text{K} = 8.314 \text{ kJ/kmol} \cdot \text{K}$$

Notemos que aparece K, por lo que tendremos que trabajar la temperatura en grados Kelvin. Ocupando la definición anterior de R, uno puede escribir la ecuación de estado de la siguiente manera:

$$PV = mRT$$
 o $PV = nR_uT$

con m la masa, y n la cantidad de moles, respectivamente.

Factor de Compresibilidad - Gases Reales

Los gases en la realidad no se comportan como gases ideales, por lo que la ecuación de estado no es válida. Para corregir esto, se introduce el **factor de compresibilidad**, el cual es una función de la presión y la temperatura del gas. Este factor se define como:

$$Z = \frac{PV}{RT},$$

el cual es importante para considerar el comportamiento del gas. Para gases ideales, el factor de compresibilidad es igual a 1. Además, para ocupar la Carta de Compresibilidad, vamos a definir la **presión reducida** y la **temperatura reducida** de la siguiente manera:

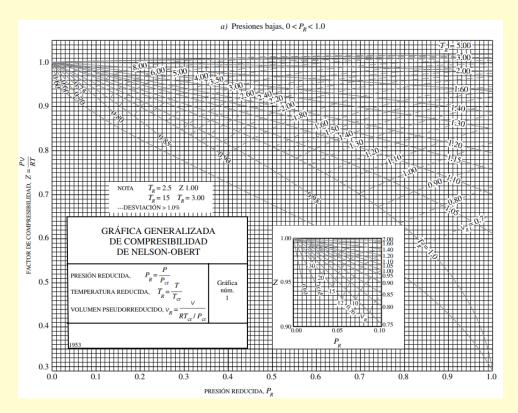
$$P_r = \frac{P}{P_{cr}} \qquad T_r = \frac{T}{T_{cr}},$$

donde T_{cr} y P_{cr} son la temperatura y presión del **punto crítico**. Además, podemos definir lo que es el **volumen específico pseudoreducido**, el cual se define como:

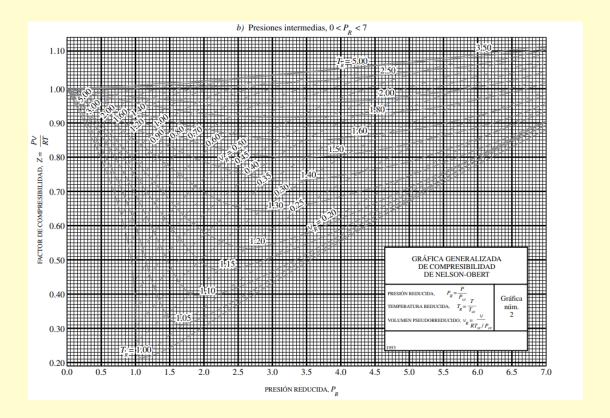
$$v_r = \frac{v_{Tabla}}{v_{cr}} = \frac{v_{Tabla}}{RT_{cr}/P_{cr}},$$

lo cual también podría ser útil.

La carta de compresibilidad que ocuparemos es la de **Nelson-Obert**, ocupada para presiones bajas, la cual se muestra a continuación.



y para presiones intermedias, la cual se muestra a continuación.



Considerar como Gas Ideal

Es importante saber que, bajo ciertas condiciones, vamos a poder considerar gases reales como ideales, bajo los siguientes criterios,

$$P << P_{cr} \Longrightarrow P_r << 1$$
 $T >> T_{cr} \Longrightarrow T_r >> 1$

es decir, cuando la presión es mucho menor que la presión crítica, y cuando la temperatura es mucho mayor que la temperatura crítica. En este caso, el factor de compresibilidad se puede despreciar, y se puede usar la ecuación de estado de gases ideales.

Factor de Compresibilidad - Ocupar la Carta

En las cartas, tenemos el factor Z a la izquierda, la presión reducida P_r en la parte inferior, y la temperatura T_r como las líneas de contorno. Para presiones menores a la presión crítica, podemos ocupar la carta pequeña dentro de la carta, donde las líneas de contorno ahora son v_R .

De estas opciones de cartas, si tenemos 2 de las 3 variables, podemos obtener la tercera aproximando un punto en la carta. De aquí, podríamos ocupar

$$Z = \frac{PV}{RT}$$

para poder obtener otras variables.

Procesos Politrópicos

Los procesos politrópicos son aquellos que se producen en un sistema cerrado, donde la presión y el volumen cambian de manera simultánea. Estos procesos se pueden describir mediante la siguiente ecuación:

$$PV^n = C \qquad \text{o} \qquad P_1 V_1^n = P_2 V_2^n,$$

donde C y n son constantes, y donde n depende del tipo de proceso que se esté llevando a cabo. En este tipo de procesos, el trabajo se puede calcular como:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P \ dV = C \cdot \frac{V_2^{1-n} - V_1^{1-n}}{1-n}, \qquad n \neq 1.$$

Si n=1, entonces es un gas ideal en proceso isotérmico.

Caso especial - Proceso Adiabático de gas ideal

Para gases ideales, un proceso adiabático cumple con las siguientes relaciones:

$$PV^{\gamma} = C$$
 y $TV^{\gamma-1} = C$,

con C una constante, y γ el índice adiabático, el cual se definirá posteriormente.

Balance de Energía

De forma general, podemos describir la energía total transferida en un sistema a partir de:

$$E = Q + W + \sum_{i=1}^{n} E_m, \tag{0.1}$$

siendo Q el calor , W_{in} el trabajo , y $E_{in, neto}$ y la energía por flujo másico. Algo muy importante que recalcar es que cualquiera de éstos puede ser negativo, ya que puede salir también energía.

Ésto también se puede ver de manera **diferencial**, donde ahora tendremos **flujos** de energía ya que estaremos derivando con respecto al **tiempo**:

$$\dot{E} = \dot{Q} + \dot{W} + \sum_{i=1}^{n} \dot{E}_{m}.$$
(0.2)

Con esto, nosotros podemos determinar que el balance de energía en un fluido (al que llamaremos **volumen de control**), de manera de diferencias y de manera diferencial, es:

$$\Delta E_{vc} = E_{entrada} - E_{salida}$$

$$\dot{E}_{vc} = \dot{E}_{entrada} - \dot{E}_{salida}$$
(0.3)

Balance de Energía - Régimen Estacionario

Si es que nosotros tenemos un "régimen estacionario" o se llega a una "condición estable", significa que ya no hay transferencia de energía, y por tanto:

$$\dot{E} = 0$$

Al estar nosotros interesados en lo macroscópico (no nos interesan las energías dentro de los mismos átomos, o de electrones), una variación en la energía de un sistema va a depender de: energía interna U, energía cinética E_c y energía potencial E_p :

$$\Delta E_{vc} = \Delta U + \Delta E_c + \Delta E_p \tag{0.4}$$

Balance de Energía - Energía cinética y potencial

Si es que no se nos dice explícitamente que hay una variación de altura o de velocidad del sistema, vamos a despreciarlo:

 $\Delta E_c = \Delta E_p = 0$ en la mayoría de los casos

Primera Ley de la Termodinámica

Recordemos que la primera ley enuncia que

La energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma

Por tanto, tendremos la variación de energía interna ΔU tiene que provenir únicamente por calor, trabajo, y/o flujo de masa. Para el caso que el sistema sea **cerrado**, donde no hay flujo de masa, se tiene:

$$\Delta U = Q - W_{out} = Q + W_{int} \tag{0.5}$$

Lo cual también se puede ver de manera diferencial como:

$$\dot{U} = \dot{Q} - \dot{W}_{out} = \dot{Q} + \dot{W}_{int}$$

En sistema abierto, por otro lado, tenemos que tener en cuenta el flujo másico:

$$\Delta U = (Q_{in} - Q_{out}) + (W_{in} - W_{out}) + (E_{m, in} - E_{m, out})$$
(0.6)

Primera Ley y Gases Ideal

En un gas ideal, la cantidad de calor transferida por un cambio ΔT se puede modelar como:

Proceso Isocórico: $Q = mc_v \Delta T$ $c_V = \frac{G}{2} \mathcal{R}$ Proceso Isobárico: $Q = mc_p \Delta T$ $c_P = \frac{G+2}{2} \mathcal{R}$

donde \mathcal{R} es la constante del gas, G el número de grados de libertad de la molécula (G=3 para monoatómicas, y G=5 para diatómicas), y c_V y c_P son las capacidades caloríficas a volumen constante y presión constante, respectivamente. Además, de acá, podemos definir el **índice** adiabático como:

 $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$

Entalpía en Fluidos

Recordemos que la entalpía se puede definir como:

$$H = U + PV =$$

$$h = u + Pv = u + \mathcal{R}T$$

teniendo que u = u(T) y por tanto h = h(T), a partir de las definiciones de los calores específicos se pueden llegar a las siguientes ecuaciones:

$$u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1)$$

 $h_2 - h_1 = c_n(T_2 - T_1)$

para un proceso isocórico y un proceso isobárico, respectivamente. De la definición de entalpía específica, de manera diferencial, también se puede llegar a la siguiente ecuación:

$$c_p - c_v = \mathcal{R},$$

con \mathcal{R} la constante del gas.