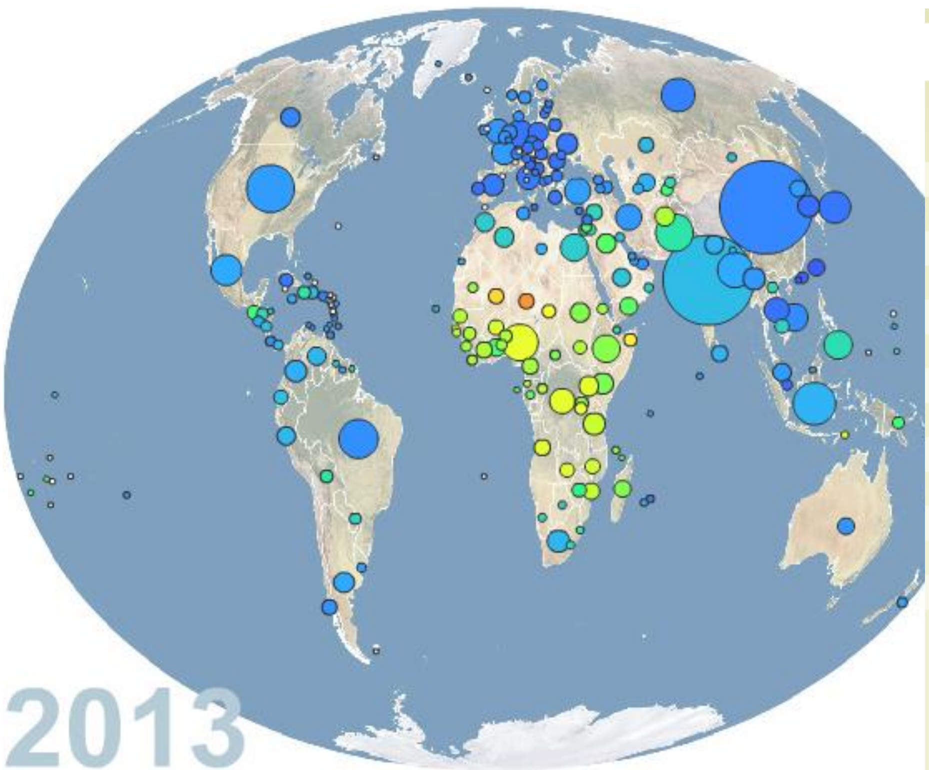
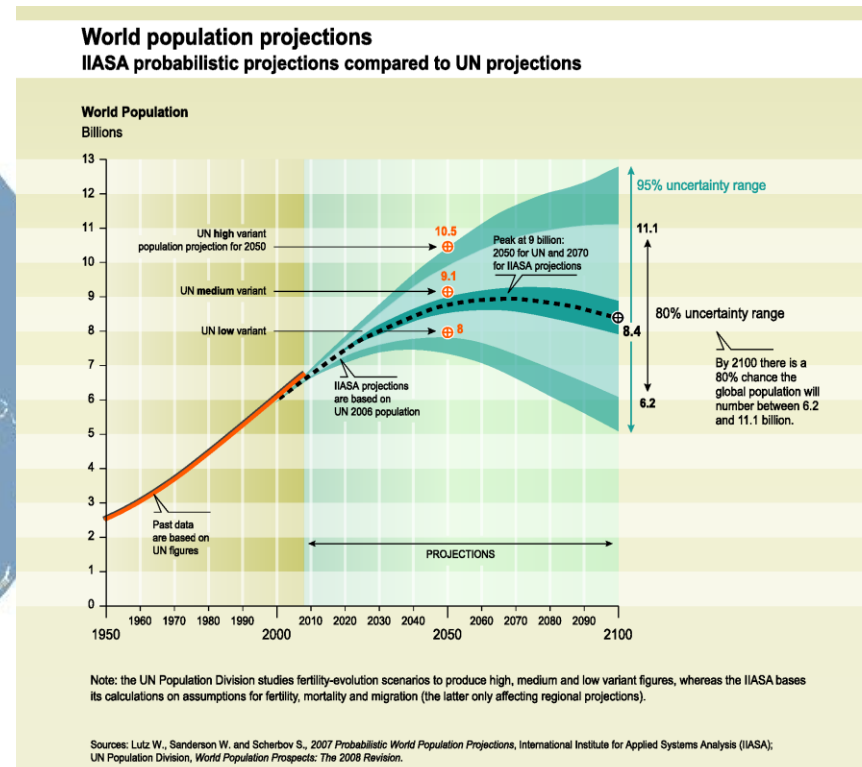
UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

Introdução à Geometria Analítica e Álgebra Linear

Crescimento populacional e estrutura etária





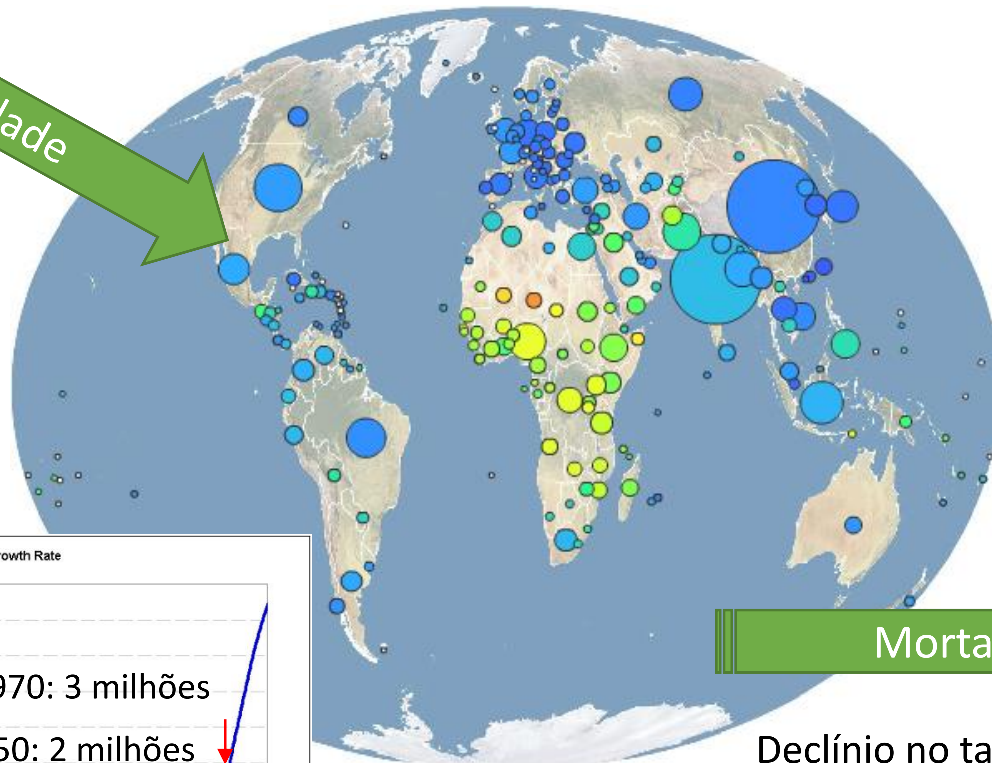
Fabio Cop Ferreira – fabiocferreira@gmail.com
William R. P. Conti – wrpconti@gmail.com

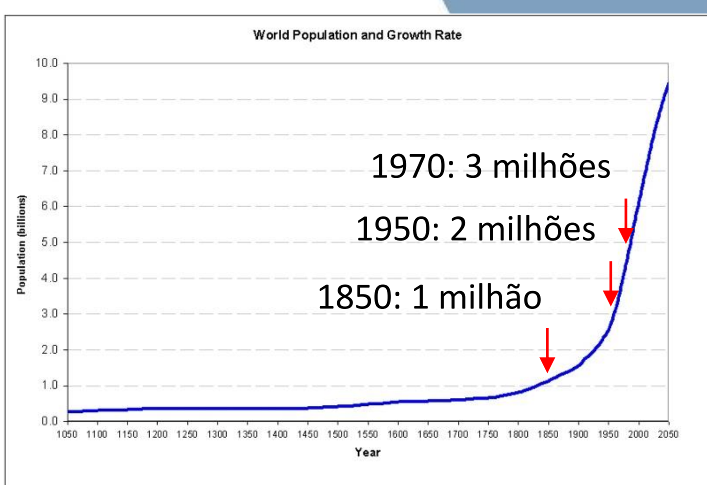
Departamento de Ciências do Mar
Curso de Bacharelado Interdisciplinar em Ciências do Mar – BICTMar

Fatores que levam ao aumento ou declínio populacional Global

Aumento no tamanho populacional

Natalidade





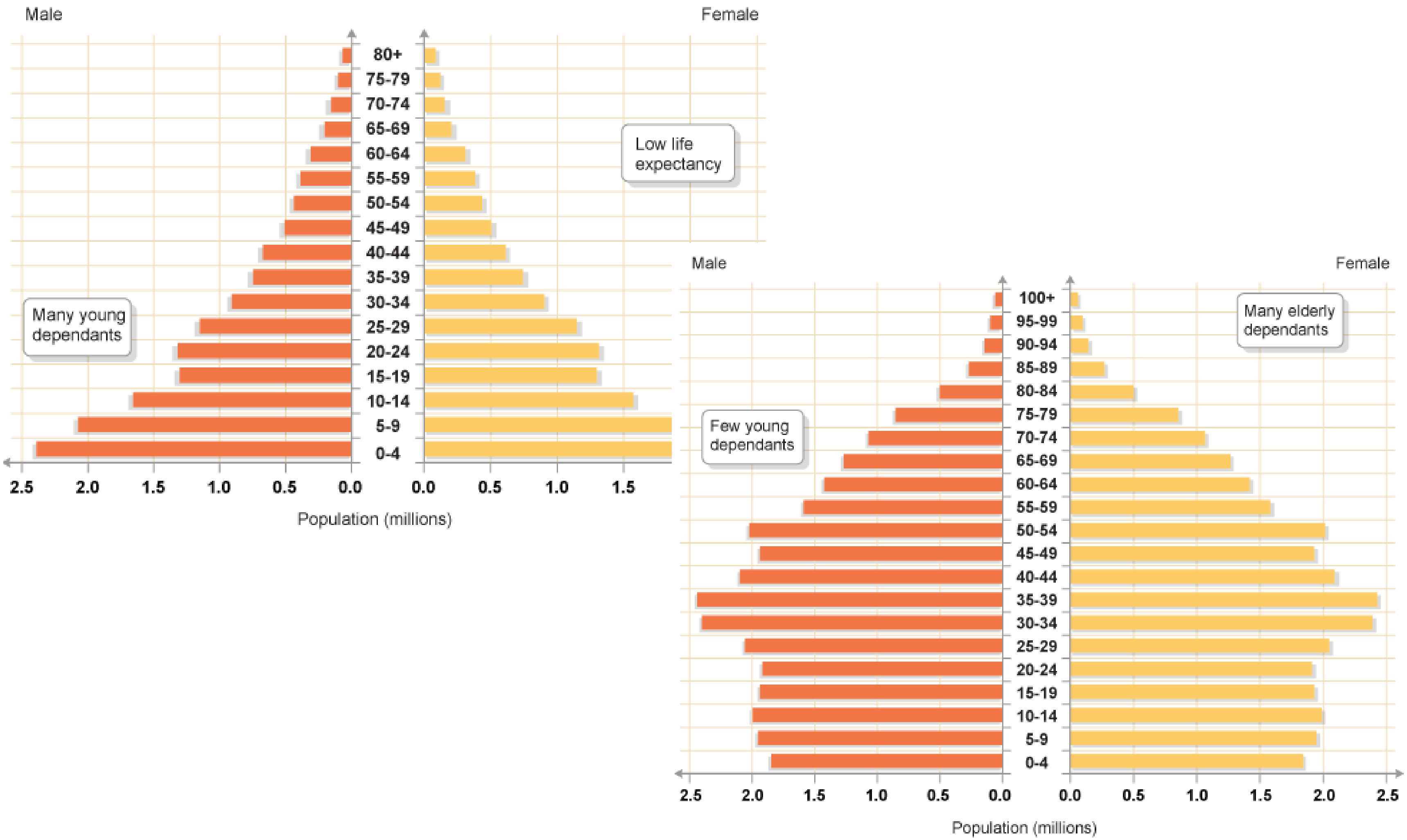
Mortalidade

Declínio no tamanho populacional

Taxa de Crescimento = Natalidade - Mortalidade

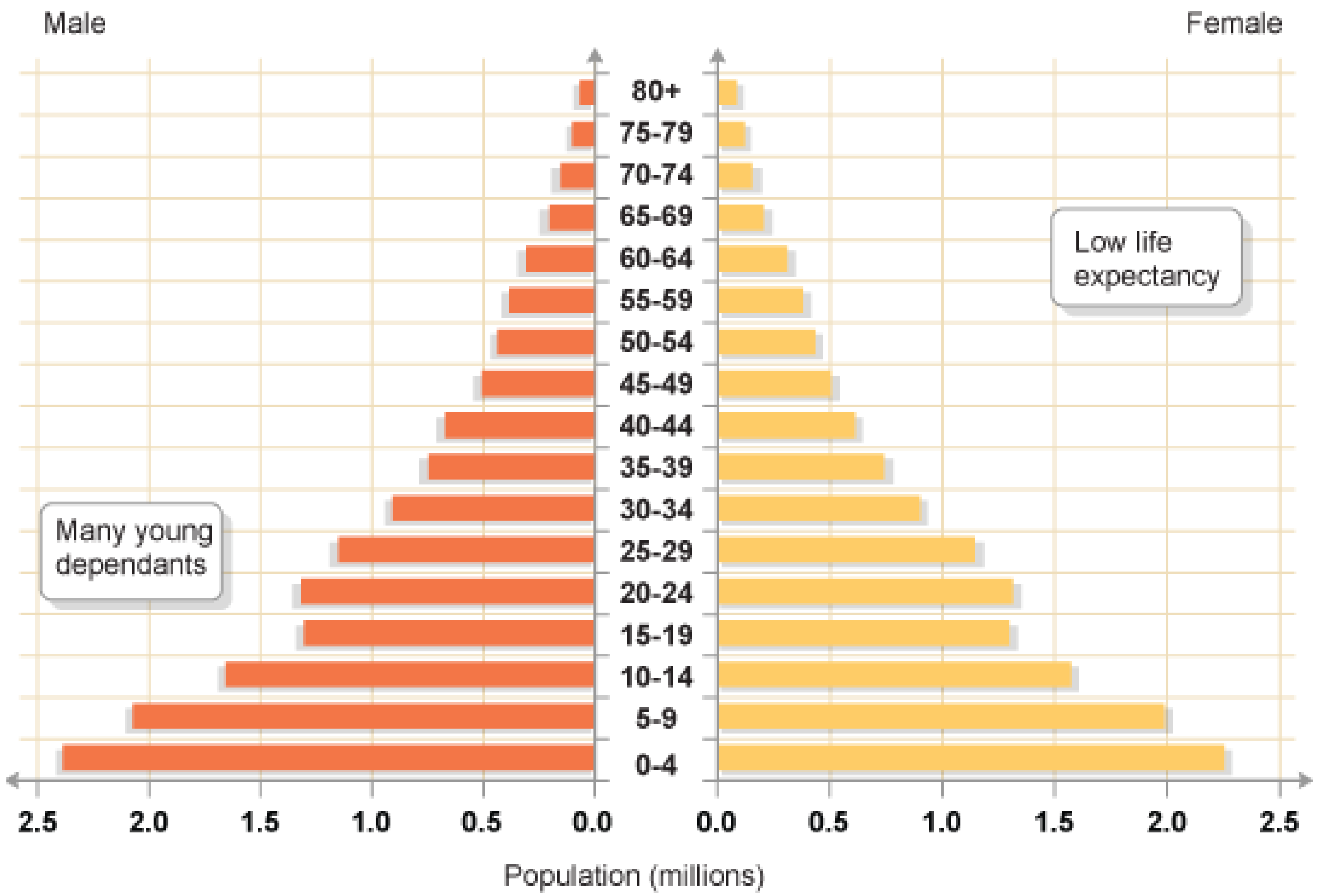
Fatores que levam ao aumento ou declínio populacional Global

Estrutura Etária: contribuição de cada classe etária (idade) na população



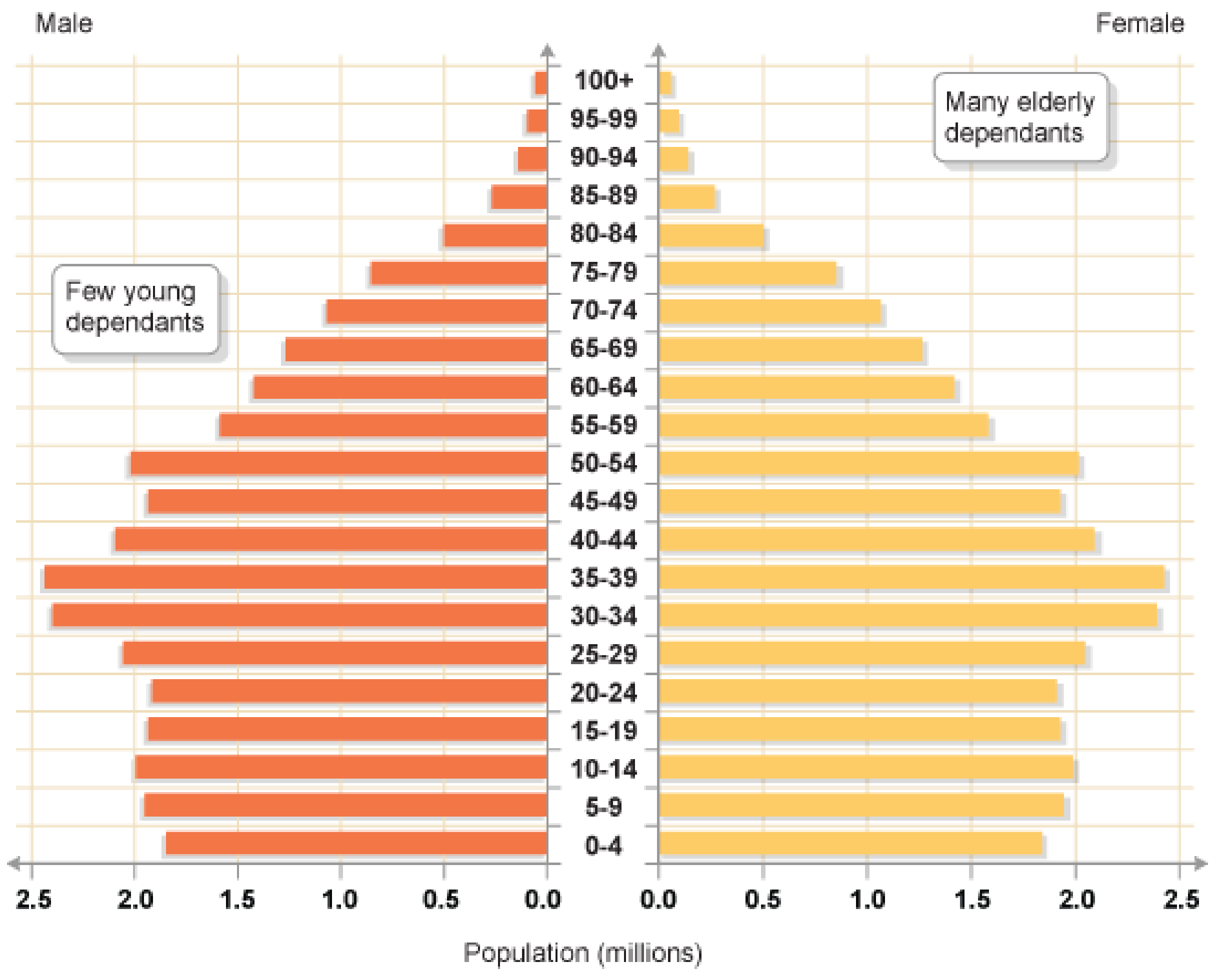
Fatores que levam ao aumento ou declínio populacional Global

Crescimento rápido



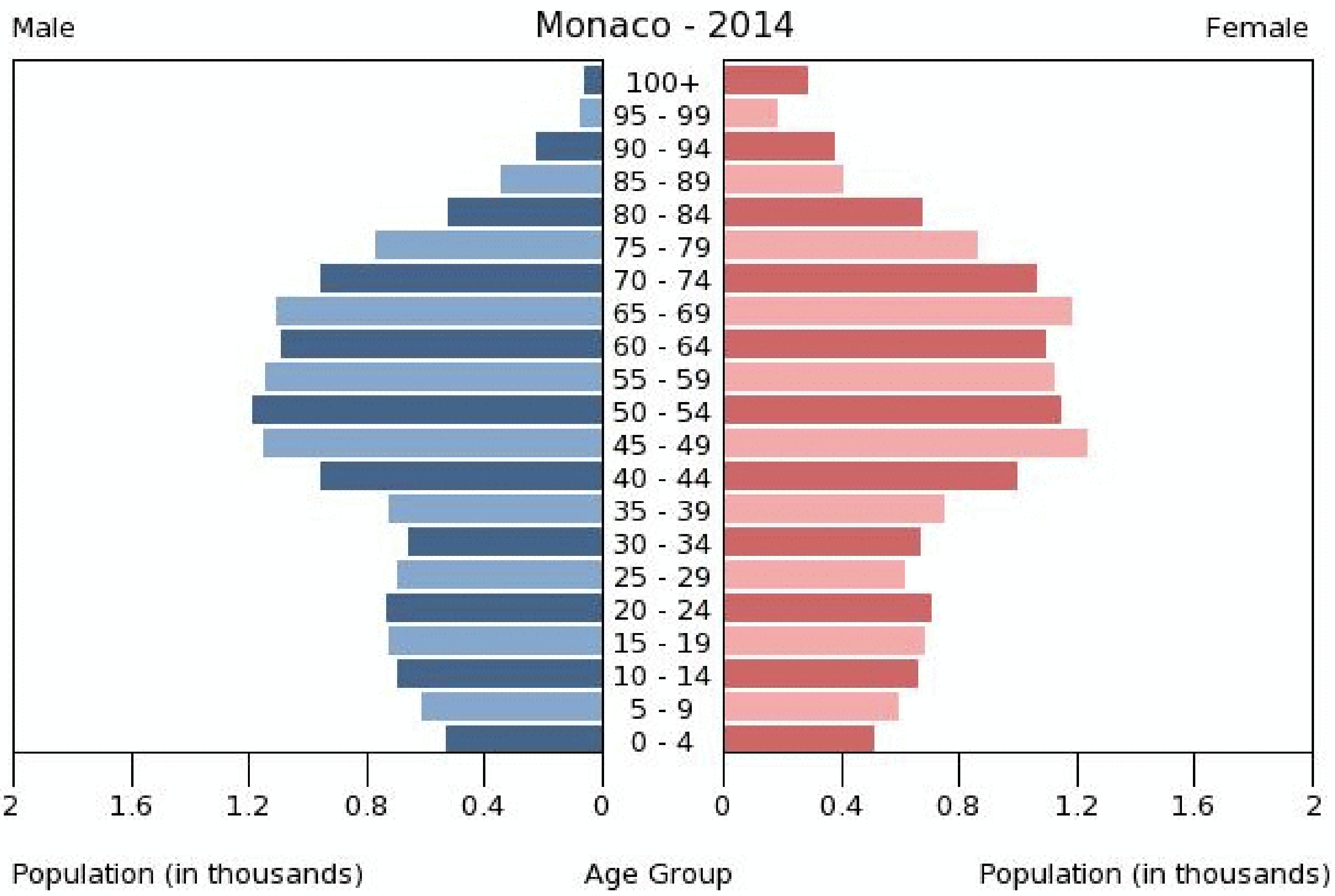
Fatores que levam ao aumento ou declínio populacional Global

Crescimento lento / estabilização



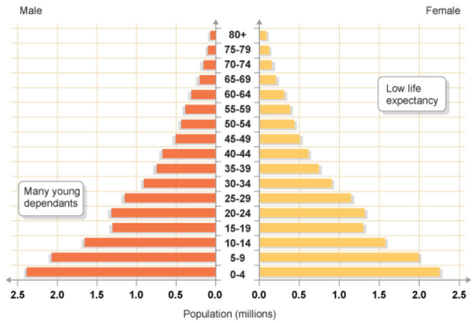
Fatores que levam ao aumento ou declínio populacional Global

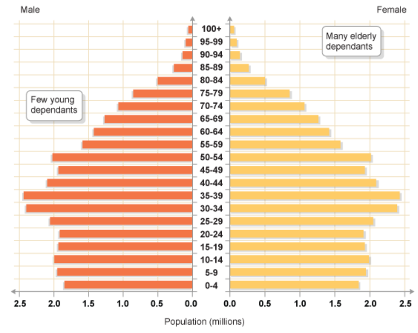
Estabilização / Decrescimento

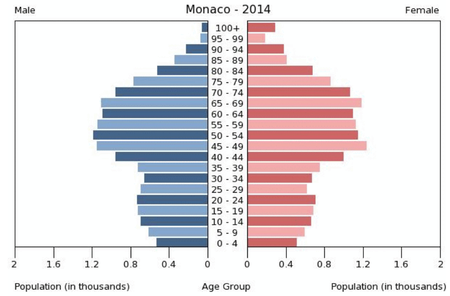


Porque é importante entender a estrutura e dinâmica das pirâmides populacionais?

1. Planejamento de serviços em diferentes níveis:
    - Quantas escolas serão necessárias?
    - O que será feito para cuidar da população que envelhece?
    - Teremos pessoas suficientes para sustentar a base econômica e cuidar dos grupos não produtivos (idosos e crianças)?
    - Mudanças culturais – estrutura familiar

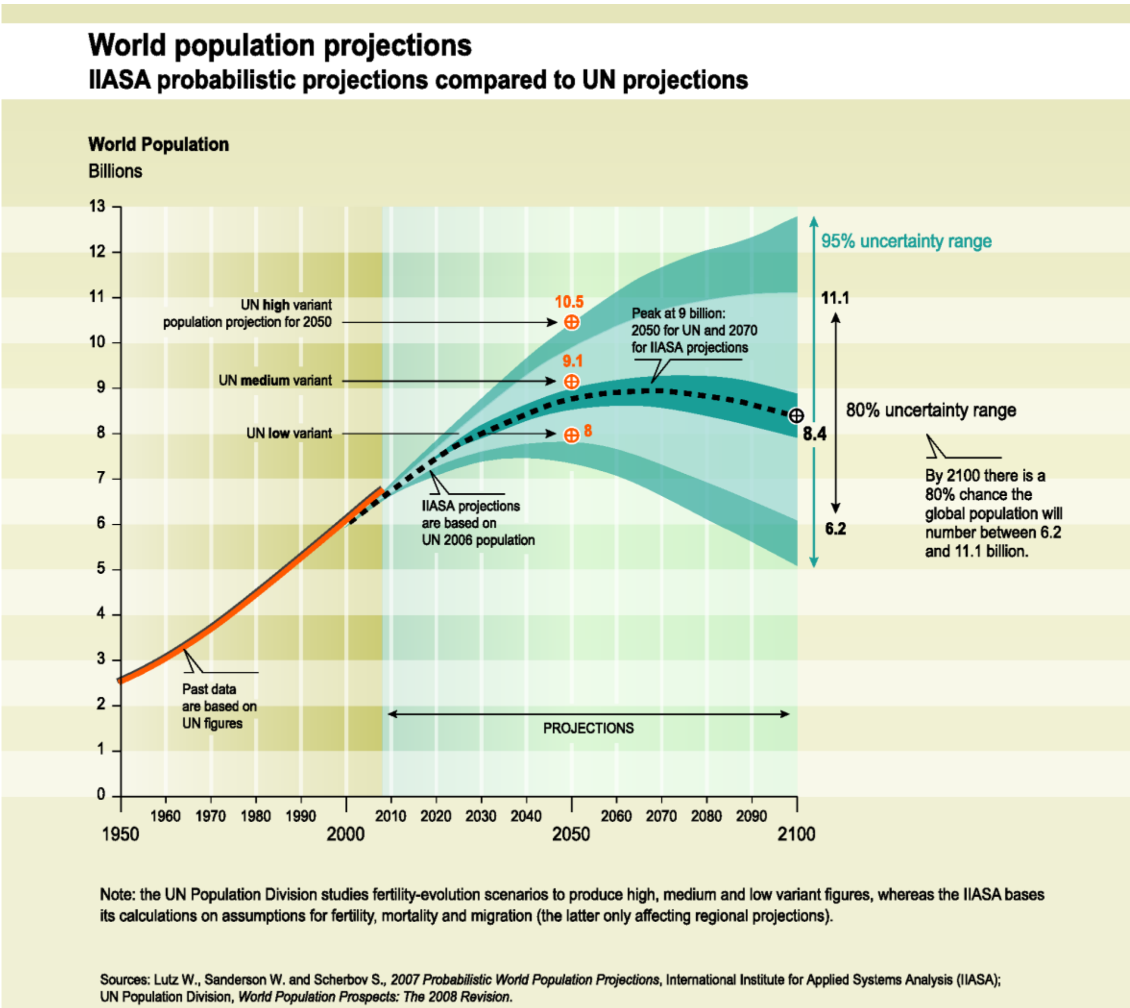






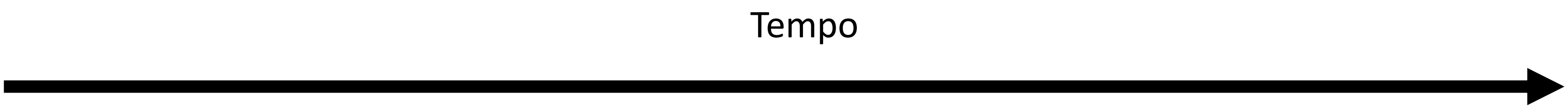
Projeção do tamanho populacional no futuro

Porque a população continuará crescendo mesmo se a taxa de fecundidade cair abaixo do nível de reposição (±2 filhos por mulher)?

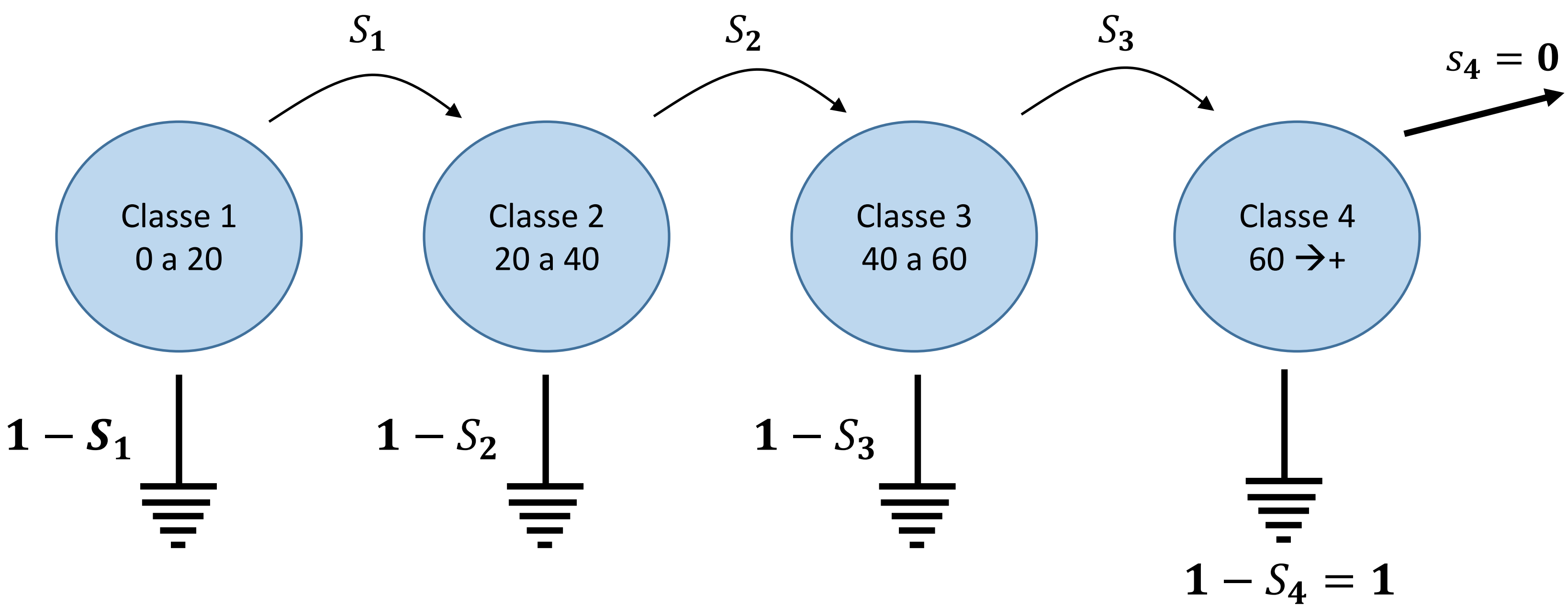


- A fecundidade média no mundo em 1970 era de 6,45 filhos/mulher
- Em 2015 caiu para 3,89.
- Mesmo que a fertilidade caia a população continuará crescendo até 2050 para atingir 9 milhões.
- PORQUE?
- COMO PREVER ESSA TRAJETÓRIA?

Um modelo de dinâmica populacional



1. Taxa de Sobrevivência (*S*)

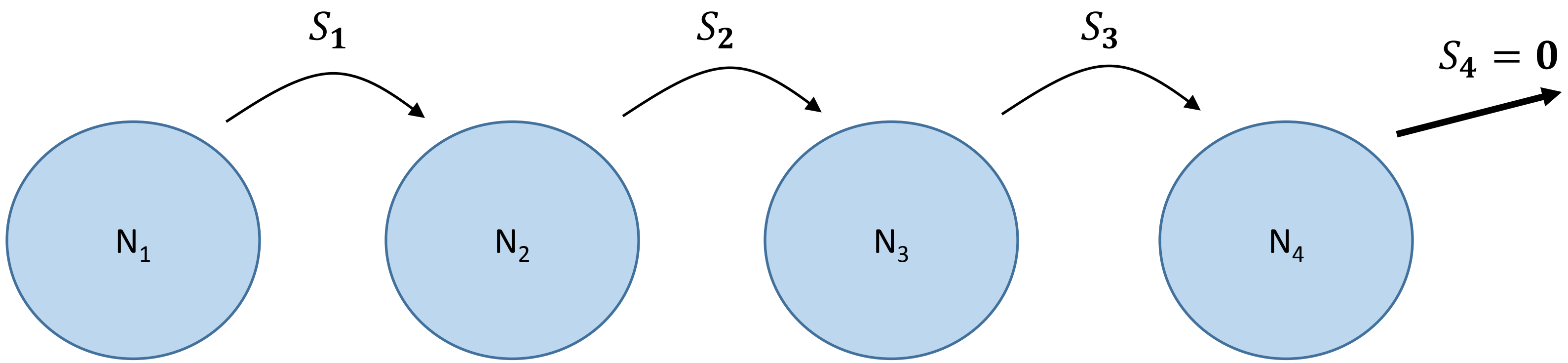


Como prever o número de indivíduos em cada classe etária e o tamanho populacional no futuro?

Um modelo de dinâmica populacional

Tempo

1. Taxa de Sobrevivência (*S*)



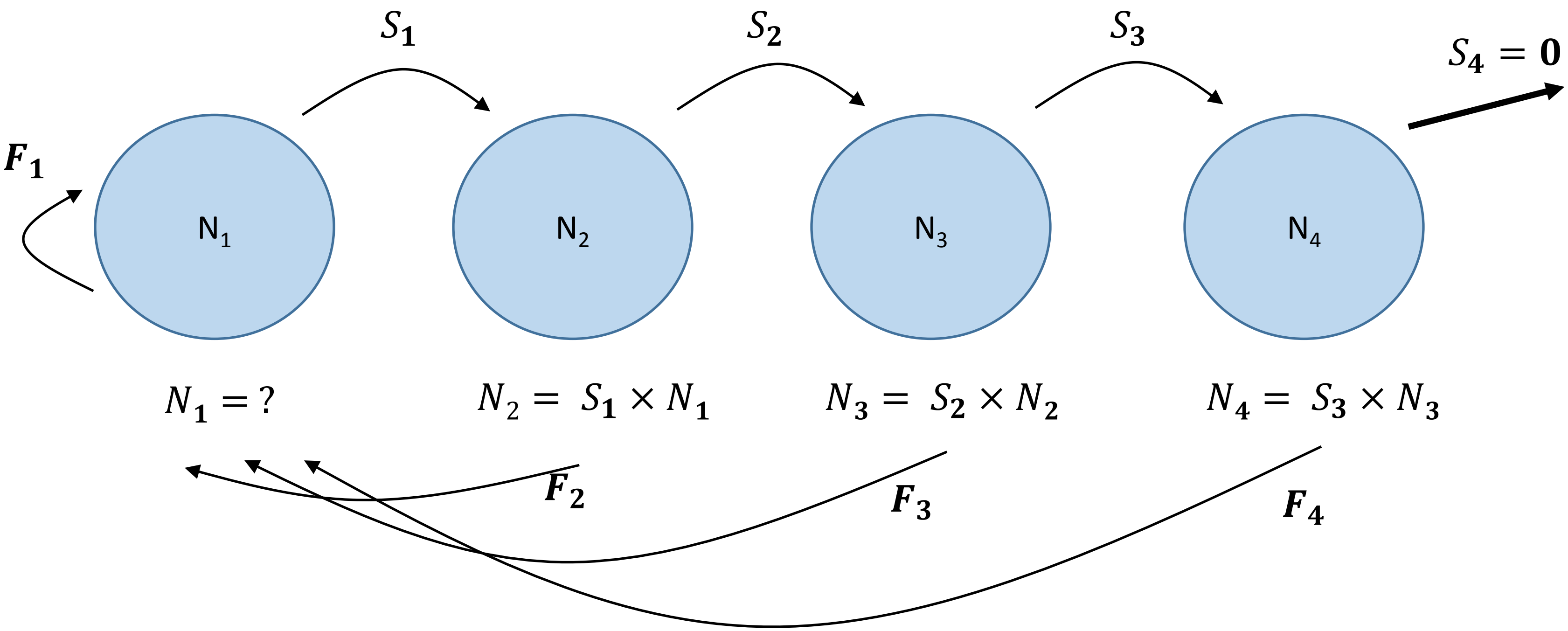
$N_1 = ?$ $\quad$ $N_2 = S_1 \times N_1$ $\quad$ $N_3 = S_2 \times N_2$ $\quad$ $N_4 = S_3 \times N_3$

Como prever o número de indivíduos em cada classe etária e o tamanho populacional no futuro?

Um modelo de dinâmica populacional

Tempo

2. Taxa de Reposição – Fecundidade (*F*)



$$N_1 = F_1 \times N_1 + F_2 \times N_2 + F_3 \times N_3 + F_4 \times N_4$$

Como prever o número de indivíduos em cada classe etária e o tamanho populacional no futuro?

Um modelo de dinâmica populacional

Um Exemplo simples

Tempo 1		Tempo 2
$N_1^{(t)} = 100$	$N_1^{(t+1)} = F_1 \times N_1^{(t)} + F_2 \times N_2^{(t)} F_3 \times N_3^{(t)} F_4 \times N_4^{(t)}$	$N_1^{(t)} = ?$
$N_2^{(t)} = 85$	$N_2^{(t+1)} = S_1 \times N_1^{(t)}$	$N_2^{(t)} = ?$
$N_3^{(t)} = 73$	$N_3^{(t+1)} = S_2 \times N_2^{(t)}$	$N_3^{(t)} = ?$
$N_4^{(t)} = 63$	$N_4^{(t+1)} = S_3 \times N_3^{(t)}$	$N_4^{(t)} = ?$

Matriz de Leslie

Patrick Holt Leslie
31 January 1912 – 12 October 1993

Partindo das contribuições da fecundidade e sobrevivência por classe etária,

$$\begin{cases} N_1^{(t+1)} = F_1 \times N_1^{(t)} + F_2 \times N_2^{(t)} F_3 \times N_3^{(t)} F_4 \times N_4^{(t)} \\ N_2^{(t+1)} = S_1 \times N_1^{(t)} \\ N_3^{(t+1)} = S_2 \times N_2^{(t)} \\ N_4^{(t+1)} = S_3 \times N_3^{(t)} \end{cases}$$

Propôs que a relação entre as classes ao longo do tempo podiam ser organizadas em formato de matriz.

$$\begin{Bmatrix} N_1^{(t+1)} \\ N_2^{(t+1)} \\ N_3^{(t+1)} \\ N_4^{(t+1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 & F_2 & F_3 & F_3 \\ S_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_3 & 0 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} N_1^{(t)} \\ N_2^{(t)} \\ N_3^{(t)} \\ N_4^{(t)} \end{Bmatrix}$$

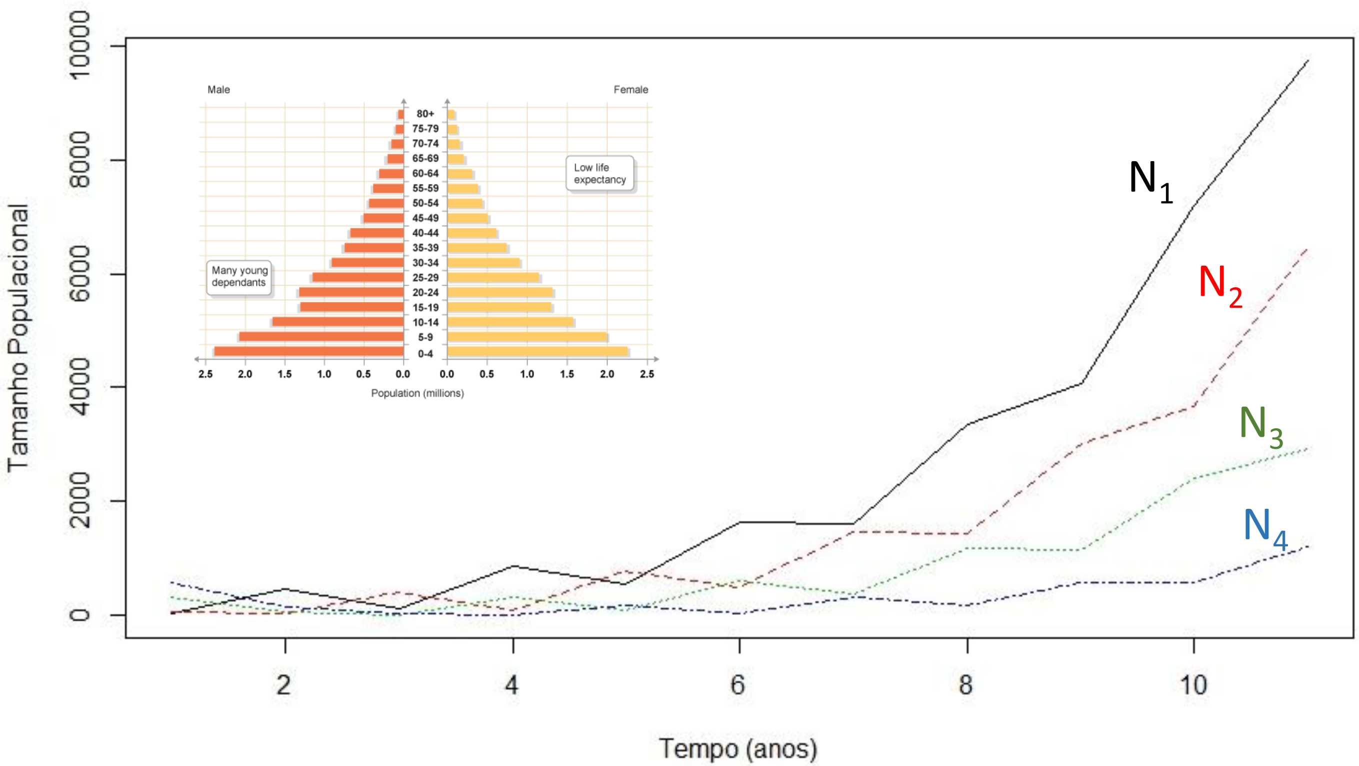
Matriz de Leslie - Exemplo

Matriz de Projeção **P**

Tamanho das classes etárias no tempo *t+1*

$$\begin{Bmatrix} N_{1,t+1} \\ N_{2,t+1} \\ N_{3,t+1} \\ N_{4,t+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0{,}9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 30 \\ 75 \\ 320 \\ 572 \end{Bmatrix}$$

Tamanho das classes etárias no tempo *t*



Matriz de Leslie - Exemplo

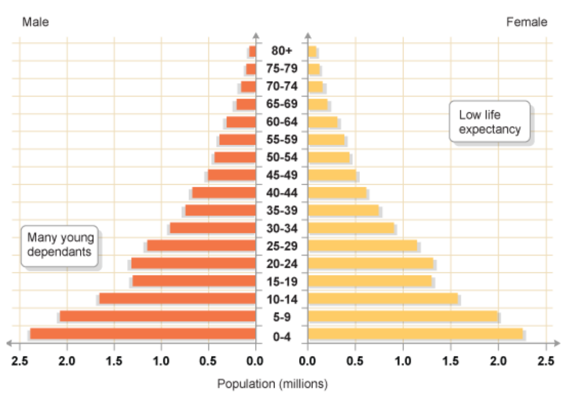
Matriz de Projeção **P**

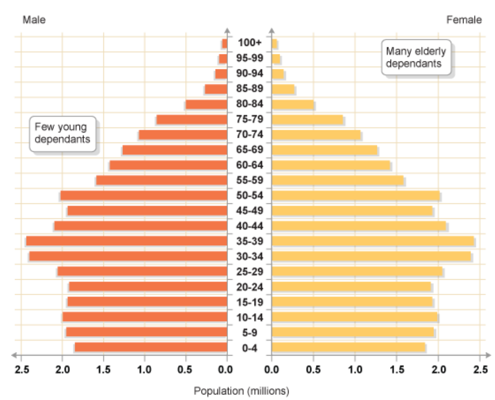
Tamanho das classes etárias no tempo *t+1*

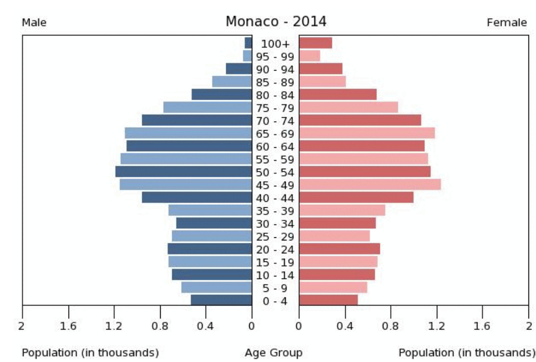
$$\begin{Bmatrix} N_{1,t+1} \\ N_{2,t+1} \\ N_{3,t+1} \\ N_{4,t+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0{,}9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 30 \\ 75 \\ 320 \\ 572 \end{Bmatrix}$$

Tamanho das classes etárias no tempo *t*

A matriz de projeção **P** determina qual será o formato da estrutura estaria populacional, ou seja, as contribuições proporcionais de cada classe.







Matriz de Leslie

Matriz de Projeção **P**

Tamanho das classes etárias no tempo *t+1*

$$\begin{Bmatrix} N_1^{(t+1)} \\ N_2^{(t+1)} \\ N_3^{(t+1)} \\ N_4^{(t+1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 & F_2 & F_3 & F_3 \\ S_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_3 & 0 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} N_1^{(t)} \\ N_2^{(t)} \\ N_3^{(t)} \\ N_4^{(t)} \end{Bmatrix}$$

Tamanho das classes etárias no tempo *t*

Em notação matricial

$$\mathbf{N}^{(\mathbf{t+1})} = \mathbf{P} \times \mathbf{N}^{(\mathbf{t})}$$

Projetando o tamanho populacional no futuro

$$\mathbf{N}^{(1)} = \mathbf{P} \times \mathbf{N}^{(0)}$$

$$\mathbf{N}^{(2)} = \mathbf{P} \times \mathbf{N}^{(1)} = \mathbf{P} \times \mathbf{P} \times \mathbf{N}^{(0)} = \mathbf{P}^{2} \times \mathbf{N}^{(0)}$$

$$\mathbf{N}^{(3)} = \mathbf{P} \times \mathbf{N}^{(2)} = \mathbf{P} \times \mathbf{P} \times \mathbf{N}^{(1)} = \mathbf{P} \times \mathbf{P} \times \mathbf{P} \times \mathbf{N}^{(0)} = \mathbf{P}^{3} \times \mathbf{N}^{(0)}$$

$$\mathbf{N}^{(t+1)} = \mathbf{P}^{t+1} \times \mathbf{N}^{(t)}$$