

Modelos de Crescimento Populacional em Peixes Utilizando a Matriz de Leslie

Table of contents

1	O Problema	1
2	População Inicial	2
3	Projeção da População para a Próxima Geração	2

1 O Problema

Modelar o crescimento populacional de peixes pode ser feito utilizando a Matriz de Leslie, uma ferramenta que descreve a dinâmica populacional de espécies com diferentes grupos etários. Este modelo é útil para prever a distribuição etária de uma população ao longo do tempo e compreender como as taxas de natalidade e sobrevivência afetam o crescimento populacional.

Estados

Definimos quatro grupos etários para a população de peixes:

- **E1:** Recém nascidos
- **E2:** Jovens
- **E3:** Adultos
- **E4:** Adultos Velhos

Matriz de Leslie

A Matriz de Leslie, L , representa as taxas de natalidade e sobrevivência dos diferentes grupos etários e pode ser representada como:

$$L = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ s_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_{33} & 0 \end{bmatrix}$$

onde b_3 é a taxa de natalidade para o grupo etário dos adultos e b_4 é a taxa de natalidade para o grupo etário dos velhos, e s_{ii} é a taxa de sobrevivência para cada grupo etário.

Vamos considerar uma Matriz de Leslie com os seguintes valores:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1.2 & 1.5 \\ 0.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 & 0 \end{bmatrix}$$

Cada elemento L_{ij} na matriz representa a contribuição do grupo etário i para o grupo etário j na próxima geração. Por exemplo, $L_{14} = 1.5$ indica que os peixes do grupo etário 4 têm uma taxa de natalidade de 1.5 filhotes por peixe.

2 População Inicial

Vamos considerar uma população inicial com 100 peixes jovens, 80 peixes adultos jovens, 30 peixes adultos e 10 peixes velhos. Isso pode ser representado pelo vetor de estado inicial:

$$\vec{v}_0 = \begin{bmatrix} 100 \\ 80 \\ 30 \\ 10 \end{bmatrix}$$

3 Projeção da População para a Próxima Geração

Para determinar a distribuição etária dos peixes após um período de tempo, multiplicamos o vetor de estado inicial pela Matriz de Leslie:

$$\vec{v}_1 = L \times \vec{v}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1.2 & 1.5 \\ 0.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 100 \\ 80 \\ 30 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Calculando:

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 0 \cdot 100 + 0 \cdot 80 + 1.2 \cdot 30 + 1.5 \cdot 10 \\ 0.6 \cdot 100 + 0 \cdot 80 + 0 \cdot 30 + 0 \cdot 10 \\ 0 \cdot 100 + 0.7 \cdot 80 + 0 \cdot 30 + 0 \cdot 10 \\ 0 \cdot 100 + 0 \cdot 80 + 0.8 \cdot 30 + 0 \cdot 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36 + 15 \\ 60 \\ 56 \\ 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 51 \\ 60 \\ 56 \\ 24 \end{bmatrix}$$

Isso indica que, após um período, a população será composta por aproximadamente 51 peixes jovens, 60 peixes adultos jovens, 56 peixes adultos e 24 peixes velhos.