

Inferência Estatística e Teste de Hipóteses

Introdução ao teste de hipóteses

Fabio Cop (fabiocopf@gmail.com)

Instituto do Mar - UNIFESP

Última atualização em 18 de março de 2022

Conteúdo da aula

1. Introdução ao teste de hipóteses: o teste z
 - 1.1. Hipótese nula e alternativa
 - 1.2. Nível de significância
 - 1.3. Método do valor crítico: área de rejeição
 - 1.4. Método do valor de p
 2. Testes bilaterais e unilaterais
 3. Considerações sobre o nível de significância: erros de decisão
-

1. Introdução ao teste de hipóteses: o teste z

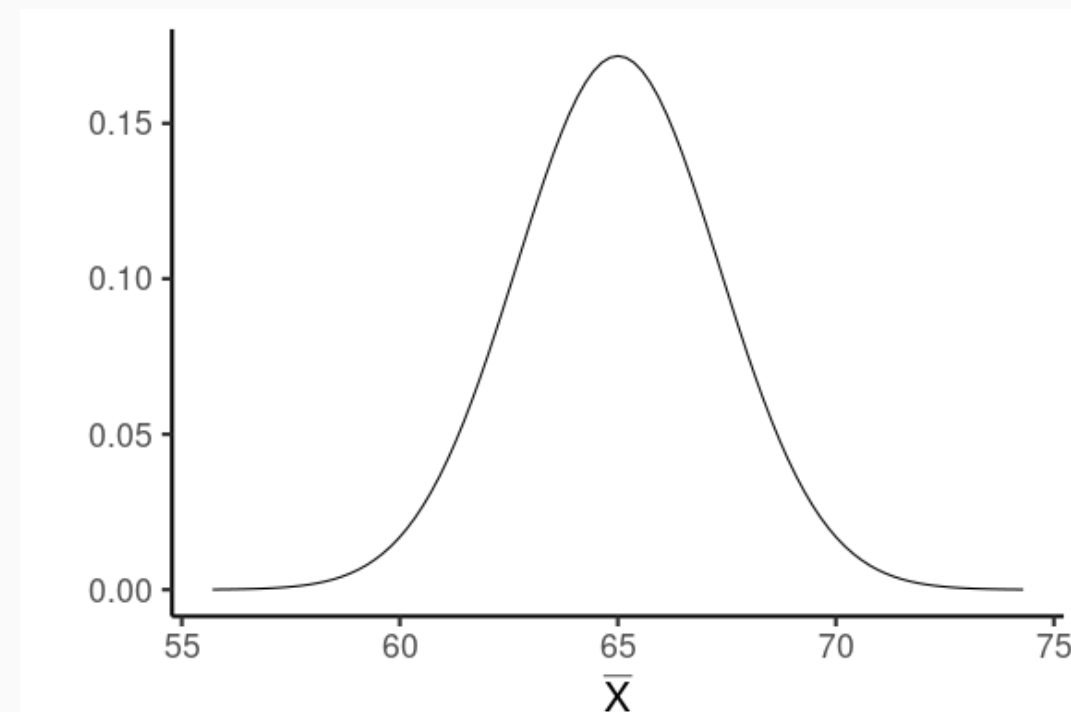
Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

$H_0 : \mu = 65$ batimentos por minuto (Hipótese Nula)

$H_a : \mu \neq 65$ batimentos por minuto (Hipótese Alternativa
- teste BILATERAL)

$\alpha = 0,05$ nível de significância

A hipótese nula estabelece que:



1. Método do valor crítico: definindo a área de rejeição

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

$H_0 : \mu = 65$ batimentos por minuto (Hipótese Nula)

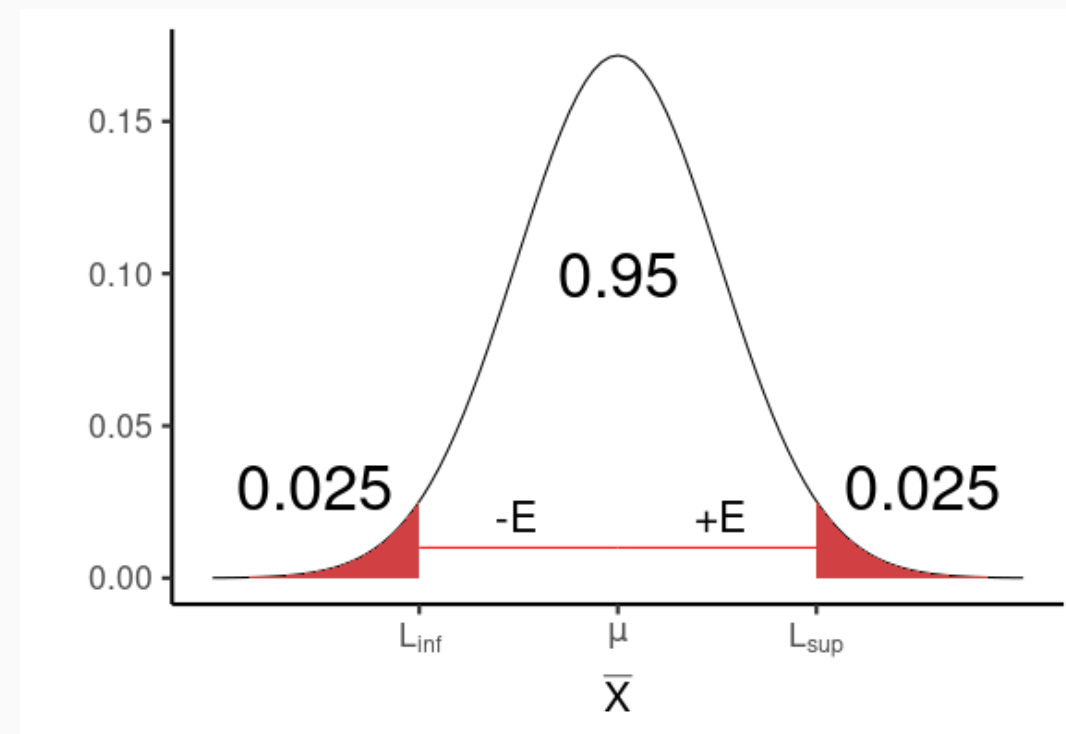
$H_a : \mu \neq 65$ batimentos por minuto (Hipótese Alternativa
- teste BILATERAL)

$\alpha = 0,05$ nível de significância

Determinar \bar{X} para que:

$$P(|E| \geq |\bar{X} - \mu|) = 0,05$$

A hipótese nula estabelece que:

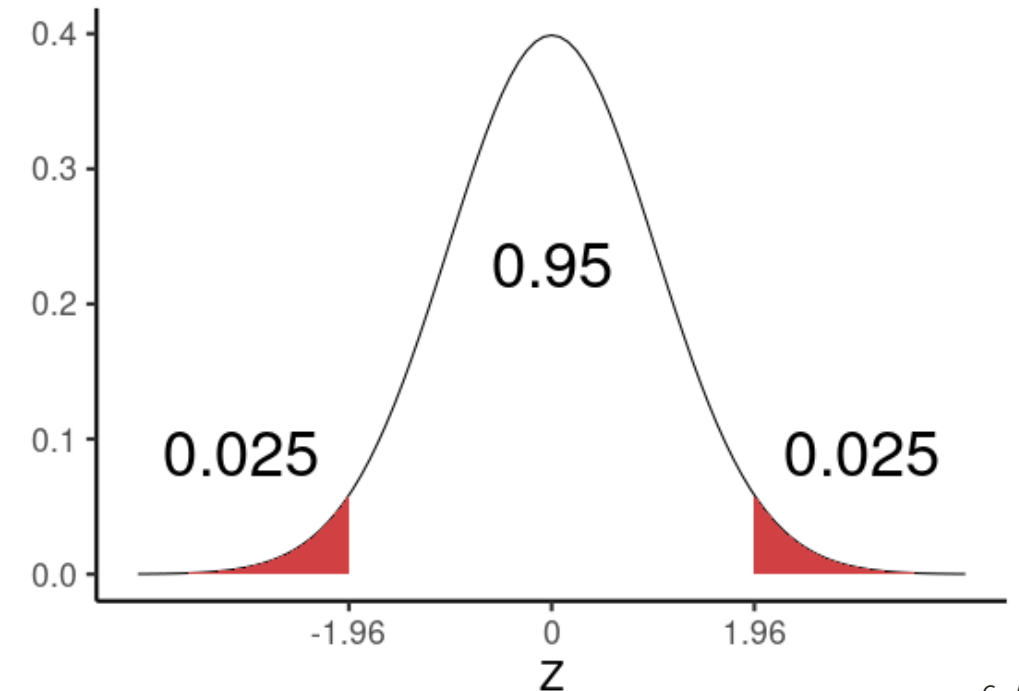


1. Método do valor crítico: definindo a área de rejeição

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

$$P(|E| \geq |\bar{X} - \mu|) = 0,05$$

$$P(|Z| \geq |\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\mu}}|) = 0,05$$



1. Método do valor crítico: definindo a área de rejeição

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

$$Z_{crítico} = 1.96$$

Aceitamos H_0 se

$$|Z_{calculado}| < |Z_{crítico}|$$

e rejeitamos H_0 se

$$|Z_{calculado}| \geq |Z_{crítico}|$$

sendo:

$$Z_{calculado} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\mu}}$$

Obtém-se em seguida uma amostra *aleatória*:

Amostra: 65, 73, 56, 71, 69, 69, 68, 59, 73, 68, 69, 64, 67, 64, 66

que nos dá uma média amostral de:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{65+73+56+71+69+69+68+59+73+68+69+64+67+64+66}{15} = 66.73$$

batimentos por minuto;

e um erro padrão de:

$$\sigma_{\mu} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{9}{3.87} = 2.32$$

1. Método do valor crítico: definindo a área de rejeição

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

Com estes resultados encontramos:

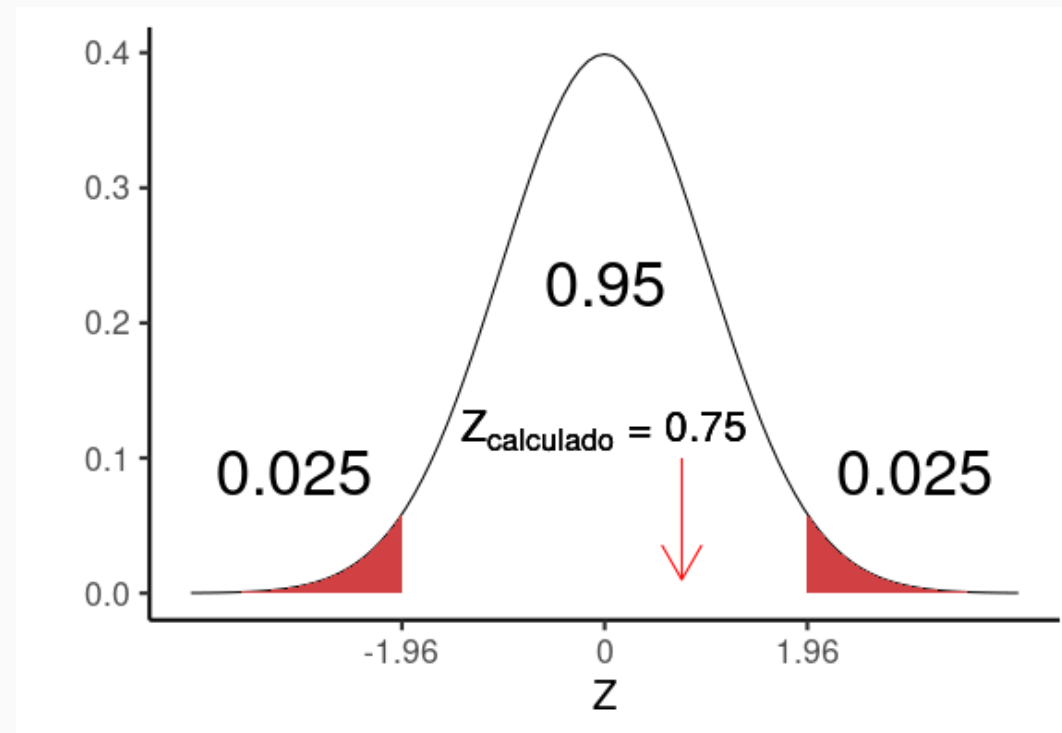
$$Z_{\text{calculado}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\mu}} = \frac{66.73 - 65}{2.32} = 0.75$$

Como:

$$|Z_{\text{calculado}}| < |Z_{\text{crítico}}| \text{ pois } |0.75| < |1.96|$$

Aceitamos H_0 e dizemos que:

não há evidências na amostra de que o batimento cardíaco de adultos sedentários seja diferente de 65.



1. Método do valor de p

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

O objetivo é encontrar o $Z_{calculado}$ e a probabilidade de termos um valor tão ou mais extremo.

Obtém-se em seguida amostra *aleatória*:

Amostra: 65, 73, 56, 71, 69, 69, 68, 59, 73, 68, 69, 64, 67, 64, 66

Aceitamos H_0 se

$$P(Z \geq |Z_{calculado}|) > 0.05$$

que nos dá uma média amostral de:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{65+73+56+71+69+69+68+59+73+68+69+64+67+64+66}{15} = 66.73$$

batimentos por minuto;

e rejeitamos H_0 se

$$P(Z \geq |Z_{calculado}|) \leq 0.05$$

e um erro padrão de:

$$\sigma_{\mu} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{9}{3.87} = 2.32$$

sendo:

$$Z_{calculado} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\mu}}$$

1. Método do valor de p

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

Com estes resultados encontramos:

$$Z_{calculado} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\mu}} = \frac{66.73 - 65}{2.32} = 0.75$$

e

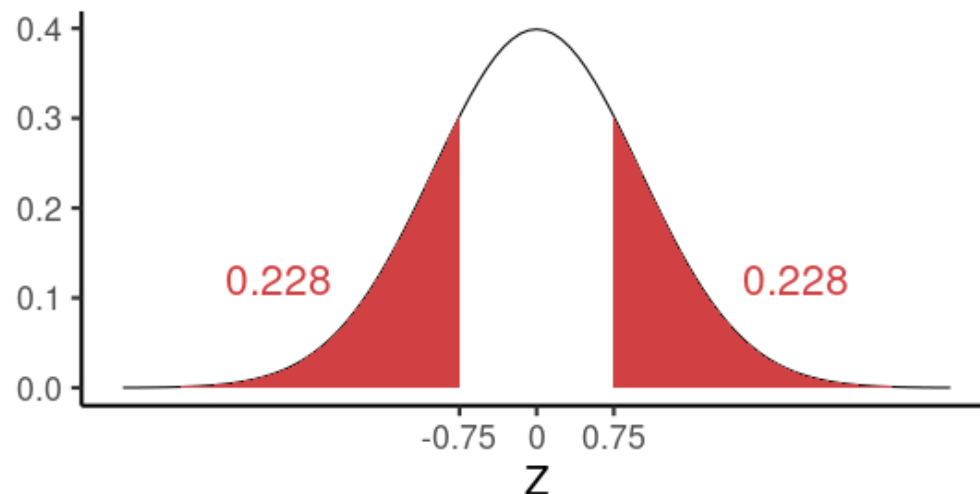
$$P(Z \geq |Z_{calculado}|) = 0.228 + 0.228 = 0.456$$

Portanto:

Valor de p = **0.456** que é $> 0,05$.

Consequentemente, aceitamos H_0 e dizemos que:

não há evidências na amostra de que o batimento cardíaco de adultos sedentários seja diferente de 65.



2. Exemplo de um teste unilateral

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. A literatura sugere que o sedentarismo **aumenta** o batimento médio de um adulto.

As hipóteses estatísticas ficam:

$H_0 : \mu = 65$ batimentos por minuto

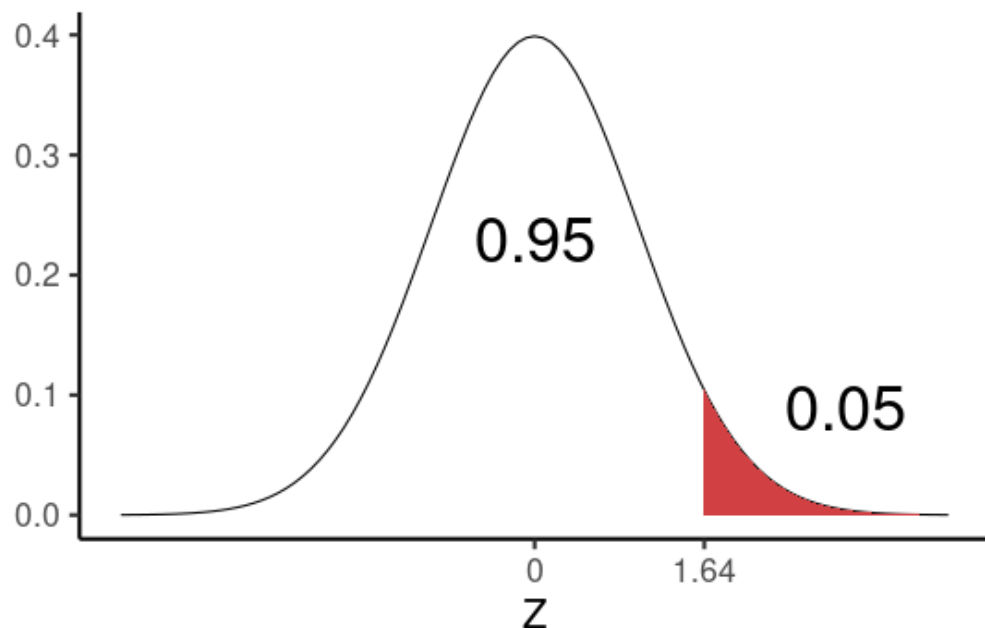
$H_a : \mu > 65$ batimentos por minuto (Teste UNILATERAL)

$\alpha = 0,05$ nível de significância

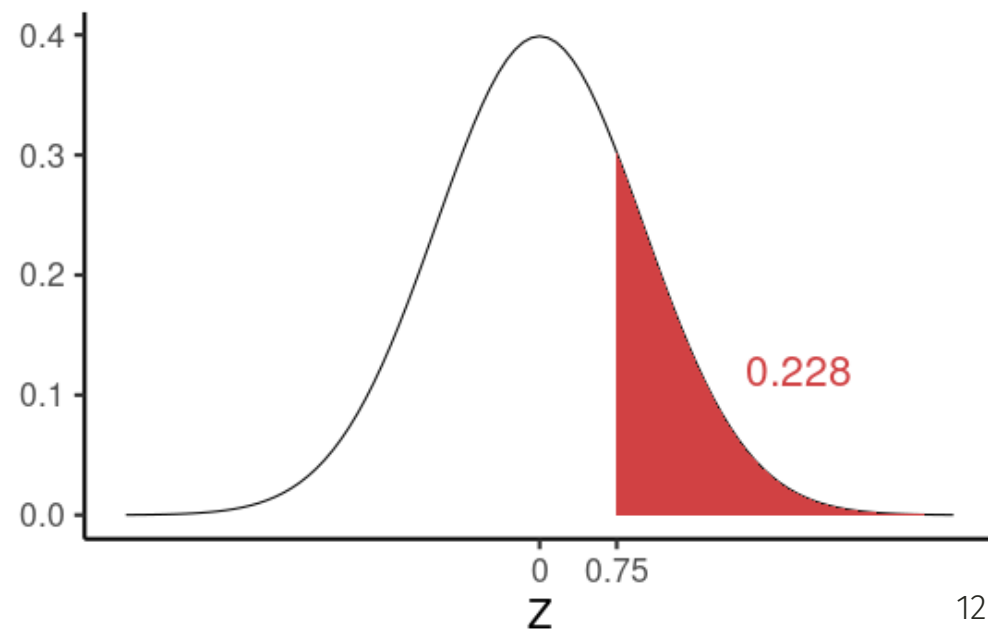
2. Exemplo de um teste unilateral

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. A literatura sugere que o sedentarismo **aumenta** o batimento médio de um adulto.

Nos testes unilaterais, toda a área de rejeição deve estar à direita ou à esquerda, a depender da hipótese alternativa. No caso de um $\alpha = 0,05$ o nível crítico de $Z = 1,64$.



Da mesma forma, quando utilizamos o valor de p , consideramos somente um dos lados da curva. Neste exemplo, o valor de p seria $p = 0.228$, que é metade do que obtivemos no teste bilateral, porém ainda $\geq 0,05$.



3. Considerações sobre o nível de significância: erros de decisão

A interpretação da probabilidade final esta associada à situação em que H_0 seja verdadeira. Neste caso, **o que esperar caso H_0 seja falsa?**

	H_0 Verdadeira	H_0 Falsa
H_0 é rejeitada	α (Erro Tipo I)	$1 - \beta$ (Decisão correta)
H_0 é aceita	$1 - \alpha$ (Decisão correta)	β (Erro Tipo II)

