Inferência Estatística

O teste t de *Student*

Fabio Cop (fabiocopf@gmail.com)
Instituto do Mar - UNIFESP
Última atualização em 18 de junho de 2021

Conteúdo da aula

1. Distribuição t de *Student*
2. Estatística t *versus* Estatística z: aumento dos graus de liberdade
3. Teste t para uma média amostral
4. Teste t para duas médias independentes
    - Teste t de Welch - variâncias heterogêneas
    - Comparando variâncias
    - Teste t variâncias homogêneas
5. Teste t pareado para duas médias dependentes

Distribuição *t* de Student: Biometrika. 1908, vol. 6, 1-15

THE PROBABLE ERROR OF A MEAN.

By STUDENT.

Introduction.

Any experiment may be regarded as forming an individual of a "population" of experiments which might be performed under the same conditions. A series of experiments is a sample drawn from this population.

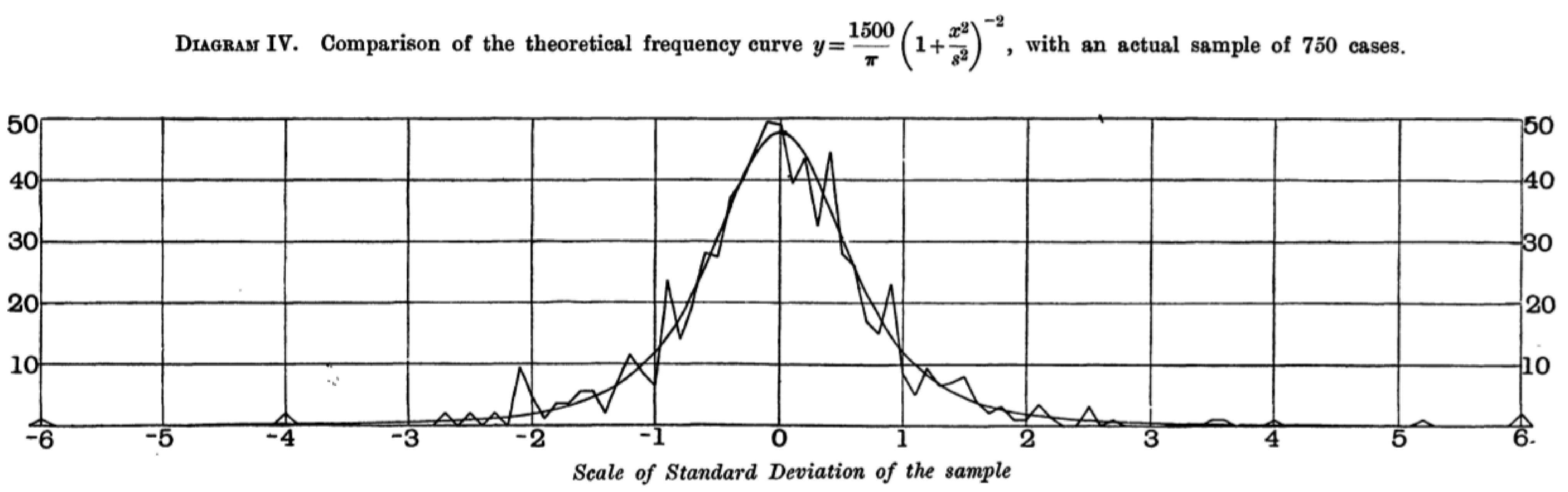
Now any series of experiments is only of value in so far as it enables us to form a judgment as to the statistical constants of the population to which the experiments belong. In a great number of cases the question finally turns on the value of a mean, either directly, or as the mean difference between the two quantities.

If the number of experiments be very large, we may have precise information as to the value of the mean, but if our sample be small, we have two sources of uncertainty:—(1) owing to the "error of random sampling" the mean of our series of experiments deviates more or less widely from the mean of the population, and (2) the sample is not sufficiently large to determine what is the law of distribution of individuals. It is usual, however, to assume a normal distribution, because, in a very large number of cases, this gives an approximation so close that a small sample will give no real information as to the manner in which the population deviates from normality: since some law of distribution must be assumed it is

William Sealy Gosset (1876 - 1937)

Distribuição t de Student: Biometrika. 1908, vol. 6, 1-15

> O Teorema Central do Limite garante que a distribuição de $\overline{X}$ tende à normalidade à medida que n aumenta.
>
> No entanto, para amostras pequenas a distribuição t de Student fornece uma aproximação melhor para a distribuição das médias amostrais.

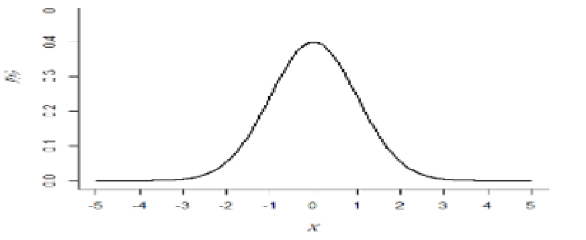


Distribuição *t* de Student: Biometrika. 1908, vol. 6, 1-15

Estatística Z

$$z = \frac{\overline{X} - \mu}{s / \sqrt{n}} \longrightarrow$$

Dist. Normal Padronizada



$$\longrightarrow P(-z \leq Z \geq +z)$$

Estatística T

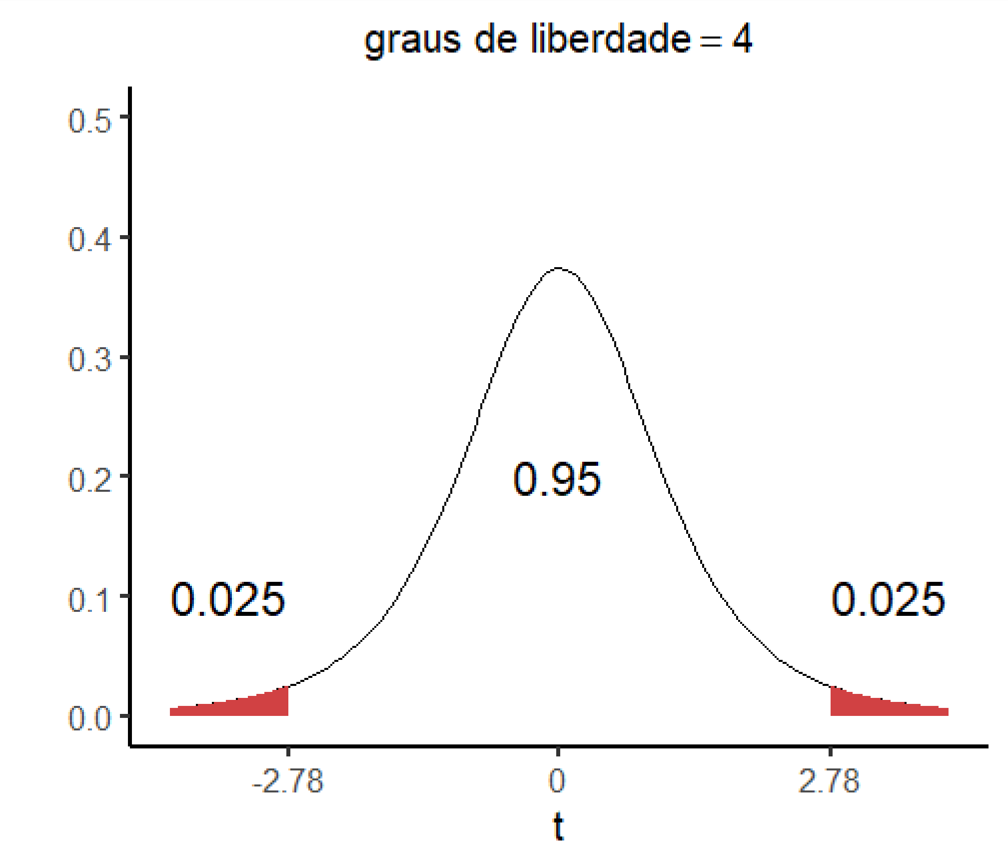
$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{s / \sqrt{n}} \longrightarrow$$

Distribuição t de Student

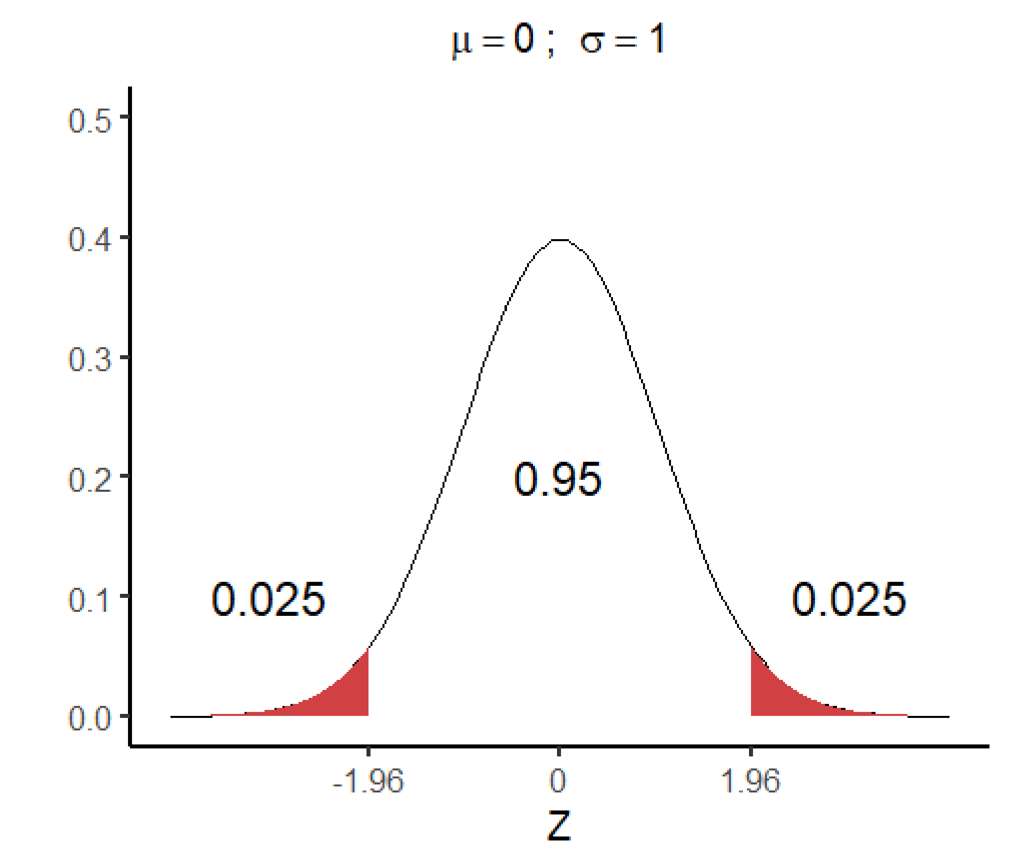
$$\longrightarrow P(-t \leq T \geq +t)$$

Distribuição *t* de Student: Biometrika. 1908, vol. 6, 1-15

Distribuição t

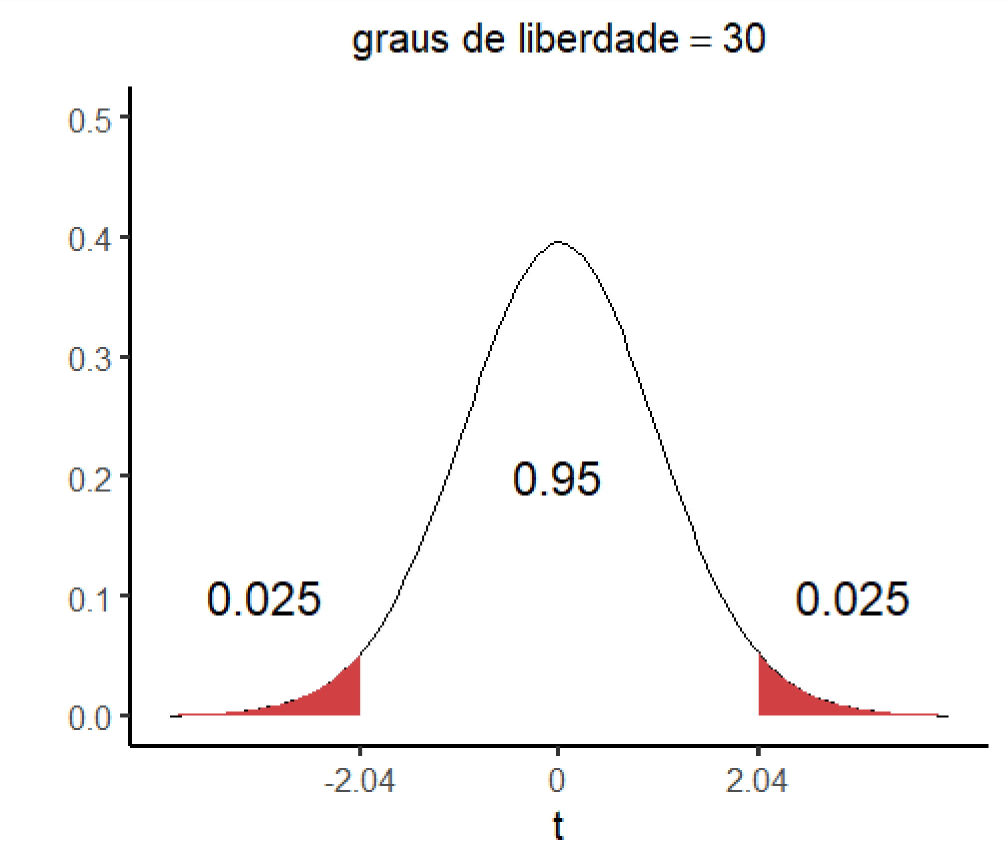


Distribuição Normal Padronizada

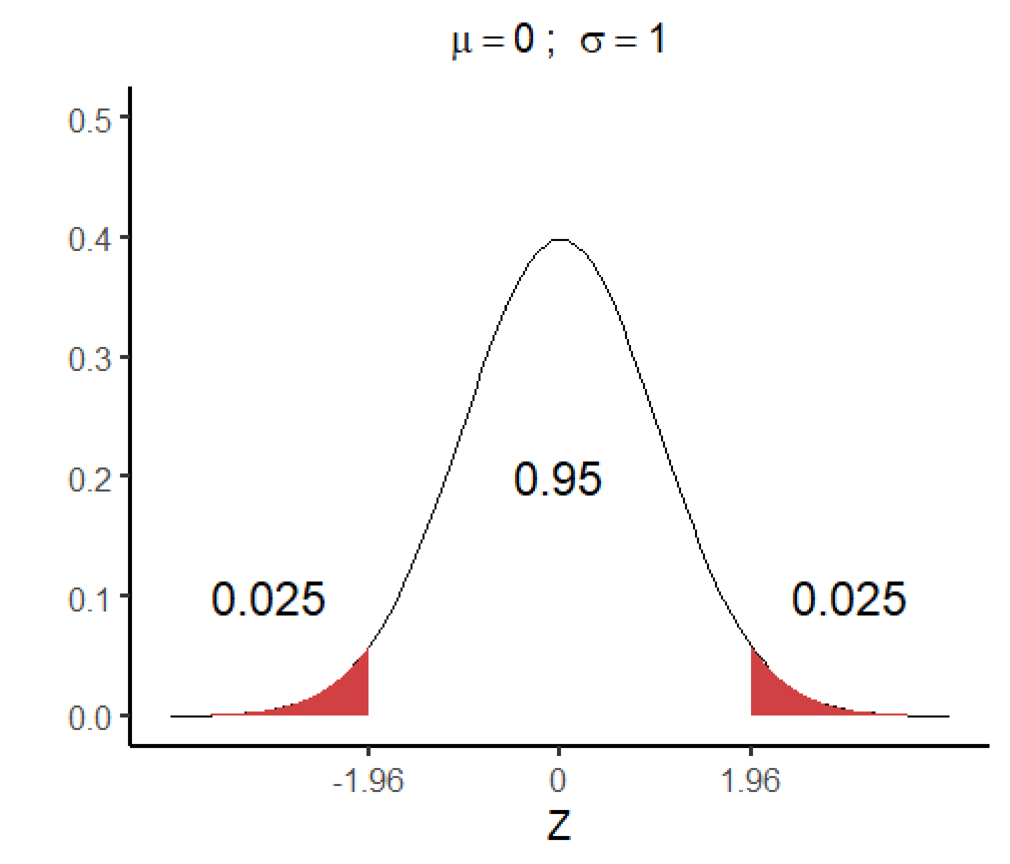


Distribuição *t* de Student: Biometrika. 1908, vol. 6, 1-15

Distribuição t

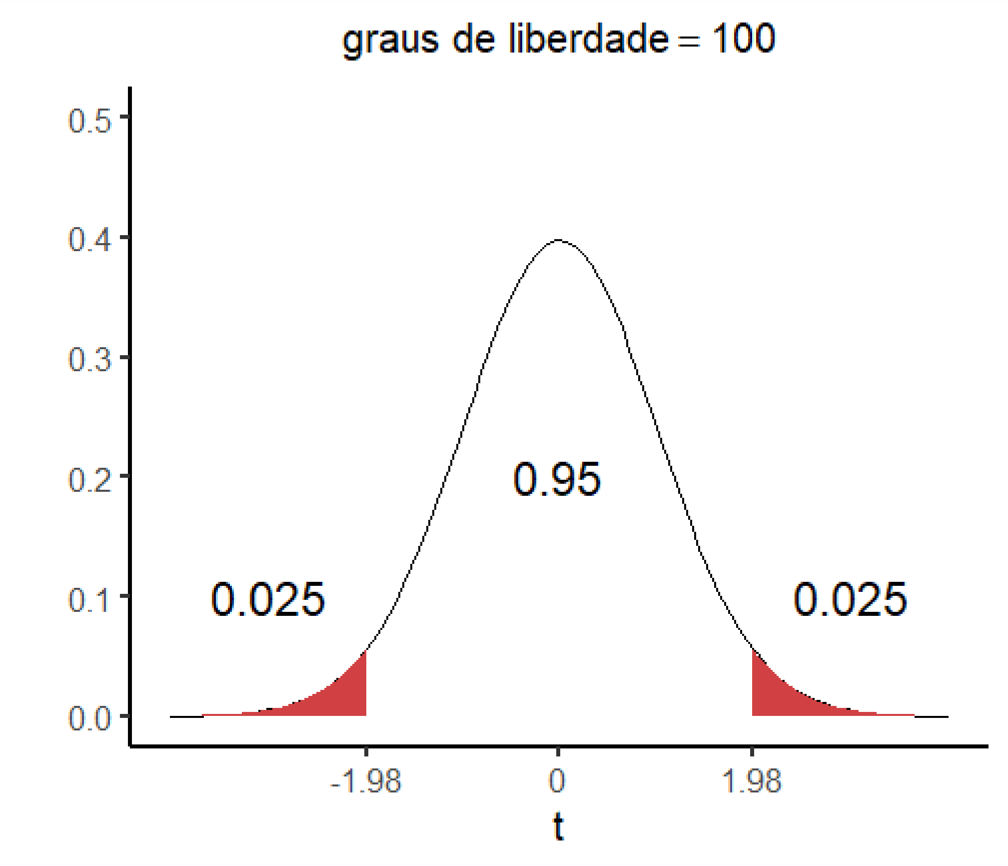


Distribuição Normal Padronizada

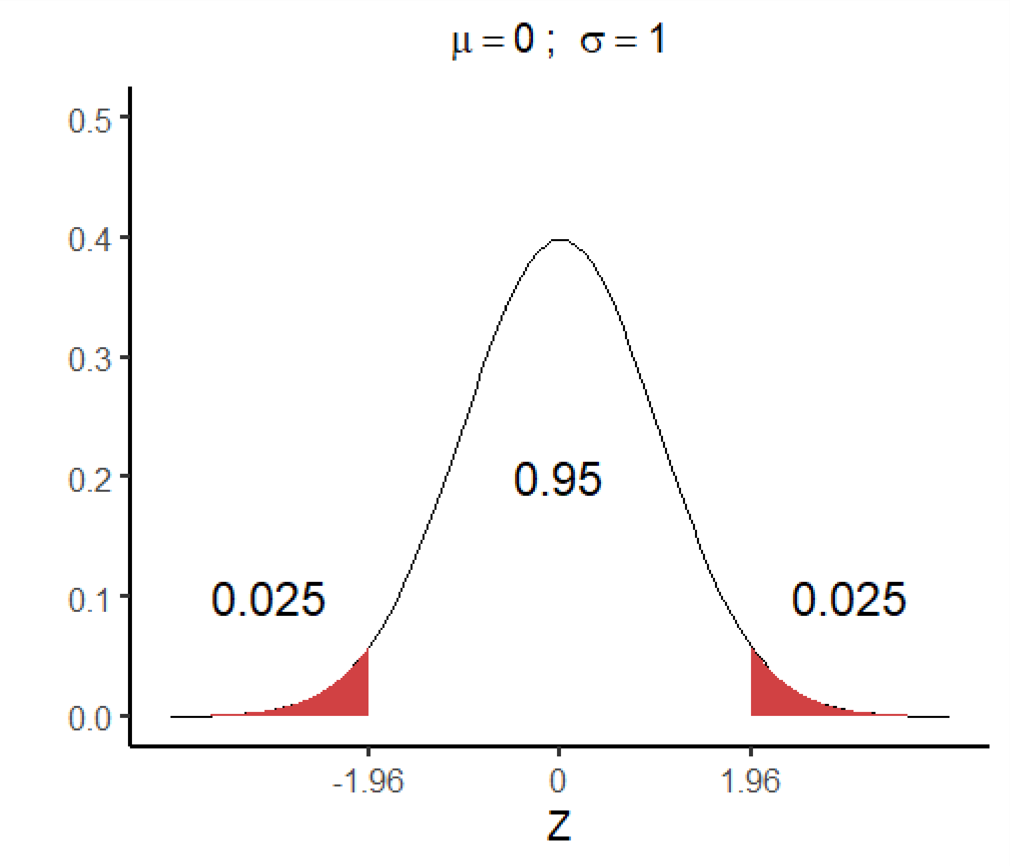


Distribuição *t* de Student: Biometrika. 1908, vol. 6, 1-15

Distribuição t



Distribuição Normal Padronizada



Teste t para uma média amostral

A diversidade média de peixes em riachos costeiros de Mata Atlântica tem distribuição normal com $\mu = 2.65$. Você dispõe de amostras para 10 riachos que obtidas na década de 70. Com estas amostras, deseja testar se houve mudança na diversidade média ao longo dos últimos 50 anos.

Hipóteses estatísticas

$H_0 : \mu = 2.65$ (Hipótese nula)

$H_a : \mu \neq 2.65$ (Hipótese alternativa)

$\alpha = 0.05$ (nível de significância)

Diversidade nos riachos

2.92	2.99	2.83	2.53	2.67
2.69	3.60	2.64	2.99	2.55

A média amostral nos 10 riachos:

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n} = 2.84$$

com erro padrão de:

$$s_{\overline{X}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.32}{3.16} = 0.1$$

e um valor de $t_{calculado}$:

$$t_c = \frac{\overline{X} - \mu}{s_{\overline{X}}} = \frac{2.84 - 2.65}{0.1} = 1.91$$

Teste t para uma média amostral

A diversidade média de peixes em riachos costeiros de Mata Atlântica tem distribuição normal com $\mu = 2.65$. Você dispõe de amostras para 10 riachos que obtidas na década de 70. Com estas amostras, deseja testar se houve mudança na diversidade média ao longo dos últimos 50 anos.

Hipóteses estatísticas

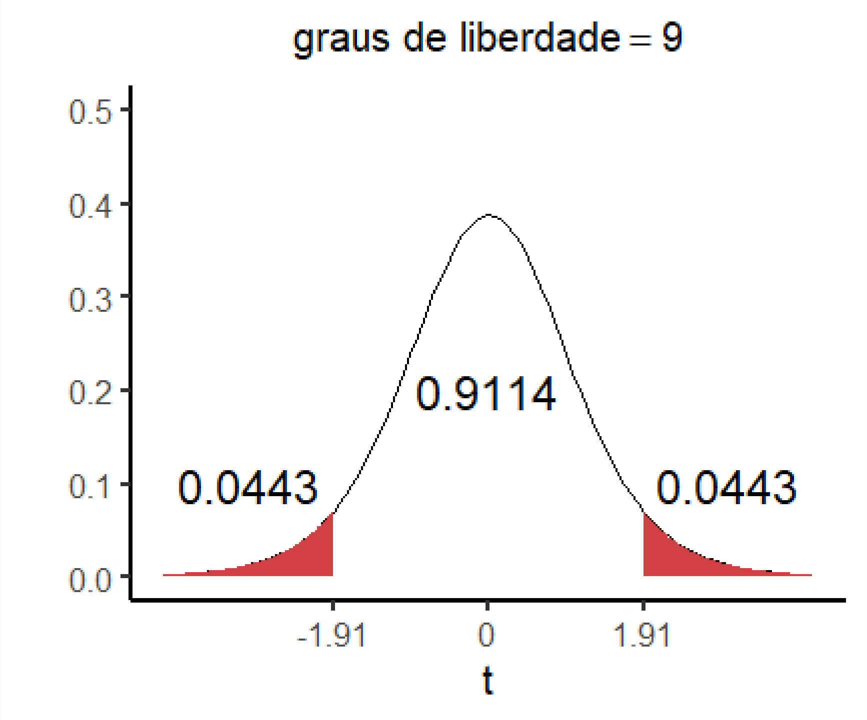
$H_0 : \mu = 2.65$ (Hipótese nula)

$H_a : \mu \neq 2.65$ (Hipótese alternativa)

$\alpha = 0.05$ (nível de significância)

Utilizando a Tabela t, encontramos a probabilidade de obtermos valores tão ou mais extremos que -1.91 e $+1.91$.

Segundo H_0



Teste t para uma média amostral

A diversidade média de peixes em riachos costeiros de Mata Atlântica tem distribuição normal com $\mu = 2.65$. Você dispõe de amostras para 10 riachos que obtidas na década de 70. Com estas amostras, deseja testar se houve mudança na diversidade média ao longo dos últimos 50 anos.

Hipóteses estatísticas

$H_0 : \mu = 2.65$ (Hipótese nula)

$H_a : \mu \neq 2.65$ (Hipótese alternativa)

$\alpha = 0.05$ (nível de significância)

Média da amostra

$$\overline{X} = 2.84$$

Resultado do teste

$$p = 0.0443 + 0.0443 = 0.0886$$

Como 0.0886 > 0.05

Aceito H_0 e concluo que:

> Não há evidências na amostra que me permita dizer que a diversidade há 50 anos fosse diferente da diversidade atual.

Teste t para uma média amostral

A diversidade média de peixes em riachos costeiros de Mata Atlântica tem distribuição normal com $\mu = 2.65$. Você dispõe de amostras para 10 riachos que obtidas na década de 70. Com estas amostras, deseja testar se houve mudança na diversidade média ao longo dos últimos 50 anos.

Os comandos em R

amostra: 2.92, 2.69, 2.99, 3.6, 2.83, 2.64, 2.53, 2.99, 2.67, 2.55

```
t.test(amostra, mu = 2.65, alternative = "two.sided")
```

```
## 
##     One Sample t-test
## 
## data:  amostra
## t = 1.9093, df = 9, p-value = 0.08857
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 2.65
## 95 percent confidence interval:
##  2.614698 3.067302
## sample estimates:
## mean of x 
##     2.841
```

Pressupostos

1. Amostras independentes;
2. A população de origem tem distribuição Normal;

Teste t para uma média amostral

(TESTE **UNICAUDAL**) A diversidade média de peixes em riachos costeiros de Mata Atlântica tem distribuição normal com $\mu = 2.65$. Você supõe que na década de 70 a diversidade fosse **maior** que atualmente devido a fatores como desmatamento e aumento na ocupação urbana ao longo dos últimos 50 anos.

Hipóteses estatísticas

$H_0 : \mu = 2.65$ (Hipótese nula)

$H_a : \mu > 2.65$ (Hipótese alternativa)

$\alpha = 0.05$ (nível de significância)

Diversidade nos riachos

2.92	2.99	2.83	2.53	2.67
2.69	3.60	2.64	2.99	2.55

A média amostral nos 10 riachos:

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n} = 2.84$$

com erro padrão de:

$$s_{\overline{X}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.32}{3.16} = 0.1$$

e um valor de $t_{calculado}$:

$$t_c = \frac{\overline{X} - \mu}{s_{\overline{X}}} = \frac{2.84 - 2.65}{0.1} = 1.91$$

Teste t para uma média amostral

(TESTE **UNICAUDAL**) A diversidade média de peixes em riachos costeiros de Mata Atlântica tem distribuição normal com $\mu = 2.65$. Você supõe que na década de 70 a diversidade fosse **maior** que atualmente devido a fatores como desmatamento e aumento na ocupação urbana ao longo dos últimos 50 anos.

Hipóteses estatísticas

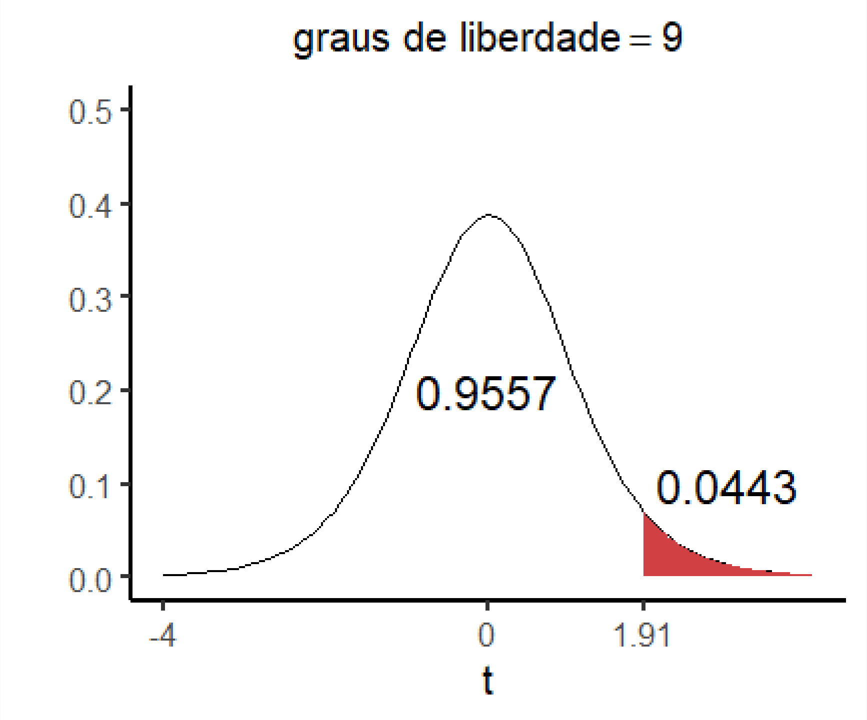
$H_0 : \mu = 2.65$ (Hipótese nula)

$H_a : \mu > 2.65$ (Hipótese alternativa)

$\alpha = 0.05$ (nível de significância)

Utilizando a Tabela t, encontramos a probabilidade de obtermos valores tão ou mais extremos que $+1.91$.

Segundo H_0



Teste t para uma média amostral

(TESTE **UNICAUDAL**) A diversidade média de peixes em riachos costeiros de Mata Atlântica tem distribuição normal com $\mu = 2.65$. Você supõe que na década de 70 a diversidade fosse **maior** que atualmente devido a fatores como desmatamento e aumento na ocupação urbana ao longo dos últimos 50 anos.

Hipóteses estatísticas

$H_0 : \mu = 2.65$ (Hipótese nula)

$H_a : \mu > 2.65$ (Hipótese alternativa)

$\alpha = 0.05$ (nível de significância)

Média da amostra

$$\overline{X} = 2.84$$

Resultado do teste

$$p = 0.0443$$

Como $0.0443 \leq 0.05$

Rejeito H_0 e concluo que:

> Há evidências na amostra para dizer que a diversidade há 50 anos era **maior** que diversidade atual.

Teste t para uma média amostral

(TESTE **UNICAUDAL**) A diversidade média de peixes em riachos costeiros de Mata Atlântica tem distribuição normal com $\mu = 2.65$. Você supõe que na década de 70 a diversidade fosse **maior** que atualmente devido a fatores como desmatamento e aumento na ocupação urbana ao longo dos últimos 50 anos.

Os comandos em R

amostra: 2.92, 2.69, 2.99, 3.6, 2.83, 2.64, 2.53, 2.99, 2.67, 2.55

```
t.test(amostra, mu = 2.65, alternative = "greater")
```

```
##
##      One Sample t-test
##
## data:  amostra
## t = 1.9093, df = 9, p-value = 0.04428
## alternative hypothesis: true mean is greater than 2.65
## 95 percent confidence interval:
##  2.657618      Inf
## sample estimates:
## mean of x
##     2.841
```

Pressupostos

1. Amostras independentes;
2. A população de origem tem distribuição Normal;

Existe evidência de que o tamanho das mandíbulas de Chacais dourados seja diferente em machos e fêmeas?

Hipóteses estatísticas

$H_0 : \mu_{macho} = \mu_{fêmea}$

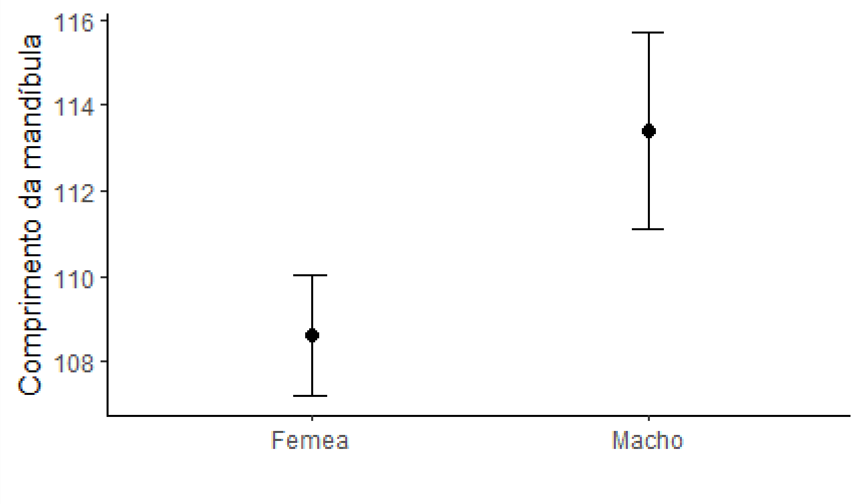
$H_a : \mu_{macho} \neq \mu_{fêmea}$

$\alpha = 0.05$

ID	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Femea	110	111	107	108	110	105	107	106	111	111
Macho	120	107	110	116	114	111	113	117	114	112

$\overline{X}_{fêmea} = 108.6$; $s_{fêmea} = 2.27$; $n_{fêmea} = 10$

$\overline{X}_{macho} = 113.4$; $s_{macho} = 3.72$; $n_{macho} = 10$



Existe evidência de que o tamanho das mandíbulas de Chacais dourados seja diferente em machos e fêmeas?

Hipóteses estatísticas

$H_0 : \mu_{macho} = \mu_{\text{fêmea}}$

$H_a : \mu_{macho} \neq \mu_{\text{fêmea}}$

$\alpha = 0.05$

1. Erro padrão da diferença de médias

$$s_{\overline{X}_f - \overline{X}_m} = \sqrt{\frac{s_f^2}{n_f} + \frac{s_m^2}{n_m}}$$

2. Graus de liberdade

$$gl = \frac{\left(\frac{s_f^2}{n_f} + \frac{s_m^2}{n_m}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_f^2}{n_f}\right)^2}{n_f - 1} + \frac{\left(\frac{s_m^2}{n_m}\right)^2}{n_m - 1}}; \text{ ou } gl = min(n_f - 1, n_m - 1)$$

3. Estatística t

$$t_c = \frac{\overline{X}_f - \overline{X}_m}{s_{\overline{X}_f - \overline{X}_m}}$$

Existe evidência de que o tamanho das mandíbulas de Chacais dourados seja diferente em machos e fêmeas?

Hipóteses estatísticas

$H_0 : \mu_{macho} = \mu_{fêmea}$

$H_a : \mu_{macho} \neq \mu_{fêmea}$

$\alpha = 0.05$

$\overline{X}_{fêmea} = 108.6$; $s_{fêmea} = 2.27$; $n_{fêmea} = 10$

$\overline{X}_{macho} = 113.4$; $s_{macho} = 3.72$; $n_{macho} = 10$

1. Erro padrão da diferença de médias

$$s_{\overline{X}_f - \overline{X}_m} = \sqrt{\frac{5.15}{10} + \frac{13.84}{10}} = 1.38$$

2. Graus de liberdade

$gl = 14.89$, ou $gl = 9$ (método simplificado)

3. Estatística t

$$t_c = \frac{108.6 - 113.4}{1.38} = -3.48$$

Teste t de Welch - variâncias heterogêneas

Existe evidência de que o tamanho das mandíbulas de Chacais dourados seja diferente em machos e fêmeas?

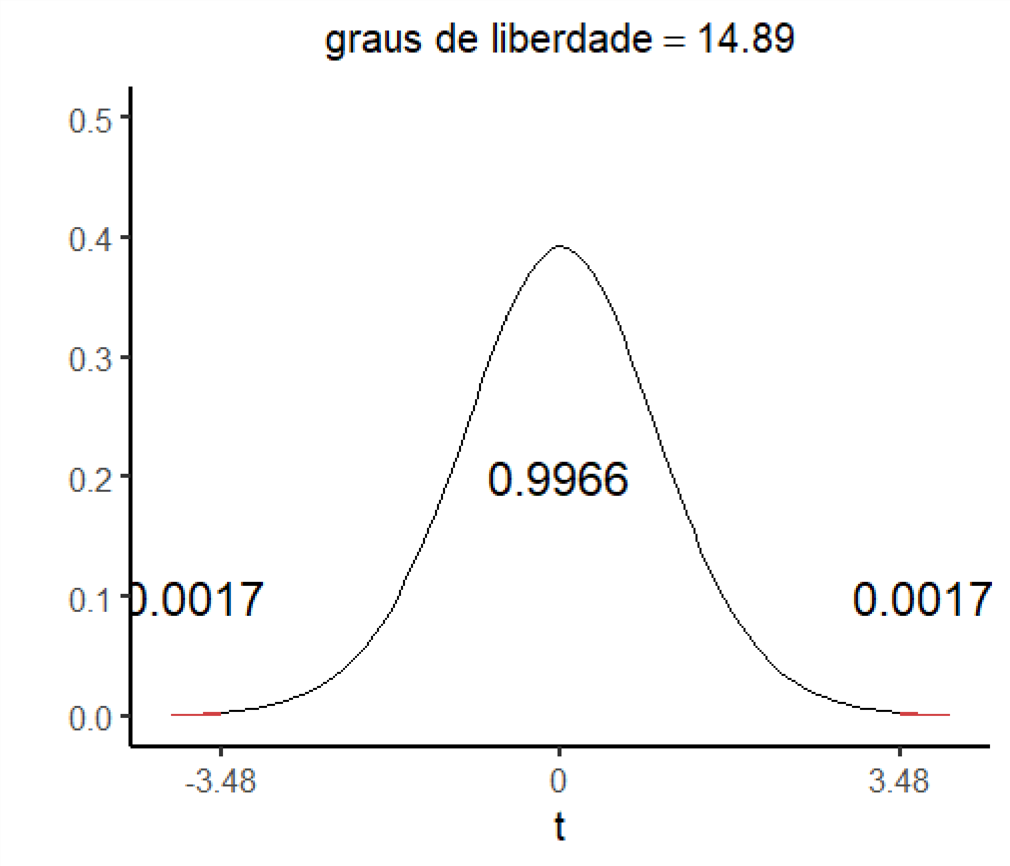
$\overline{X}_{fêmea} = 108.6$; $\overline{X}_{macho} = 113.4$

Resultado do teste

$p = 0.0017 + 0.0017 = 0.0034$

Rejeito H_0 e concluo que:

> **Há evidências** na amostra para assumir que existem diferenças no comprimento médio entre machos e fêmeas. O comprimento da mandíbula das fêmeas é, em média, 4.8 mm menor.



Teste t de Welch - variâncias heterogêneas

Os comandos em R

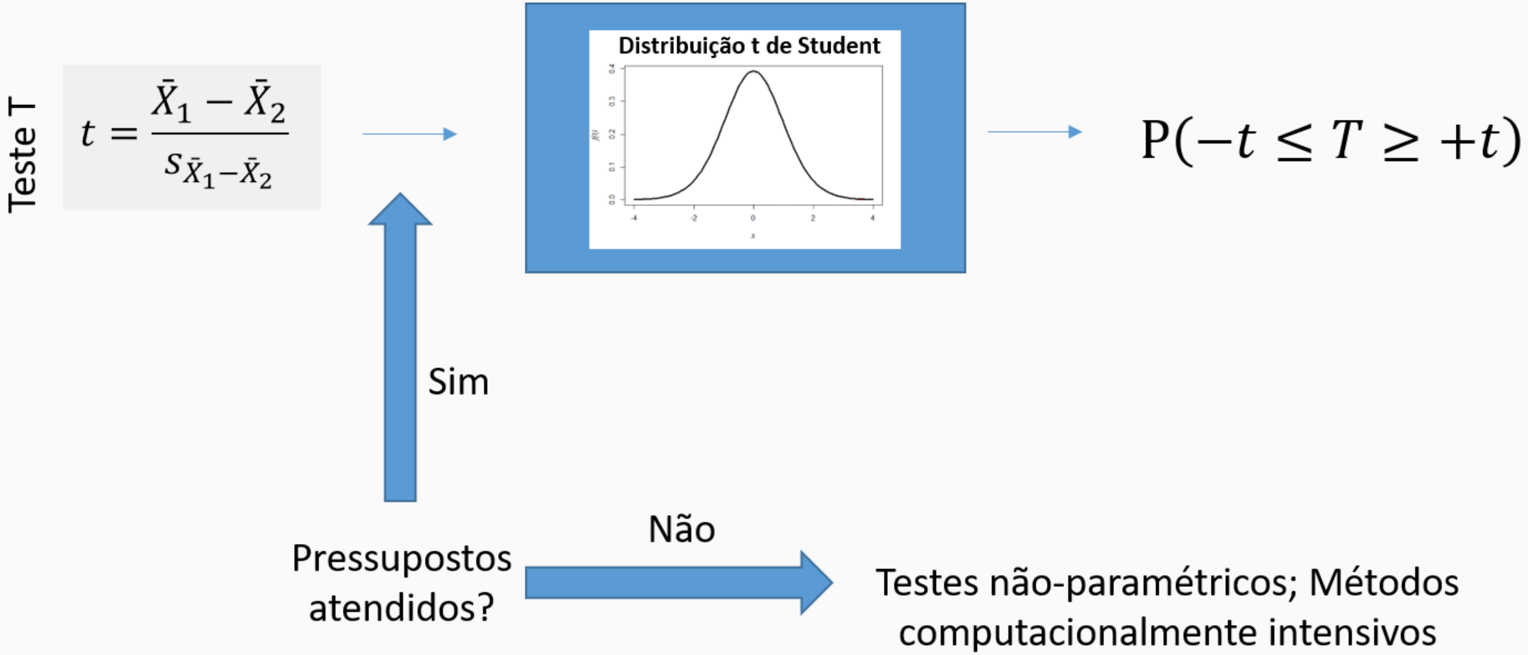
```
t.test(Comprimento ~ Sexo, data = jackal,
                       alternative = 'two.sided',
                       var.equal = FALSE)
```

```
##
##      Welch Two Sample t-test
##
## data:  Comprimento by Sexo
## t = -3.4843, df = 14.894, p-value = 0.00336
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -7.738105 -1.861895
## sample estimates:
## mean in group Femea mean in group Macho
##               108.6               113.4
```

Comprimento	Sexo
120	Macho
107	Macho
110	Macho
116	Macho
114	Macho
111	Macho
113	Macho
117	Macho
114	Macho
112	Macho
110	Femea
111	Femea
107	Femea
108	Femea
110	Femea
105	Femea
107	Femea
106	Femea

Pressupostos

1. Amostras independentes;
2. A população de origem tem distribuição Normal;



Existe evidência de que a variância no tamanho das mandíbulas de Chacais dourados seja diferente em machos e fêmeas?

ID	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Femea	110	111	107	108	110	105	107	106	111	111
Macho	120	107	110	116	114	111	113	117	114	112

Hipóteses estatísticas

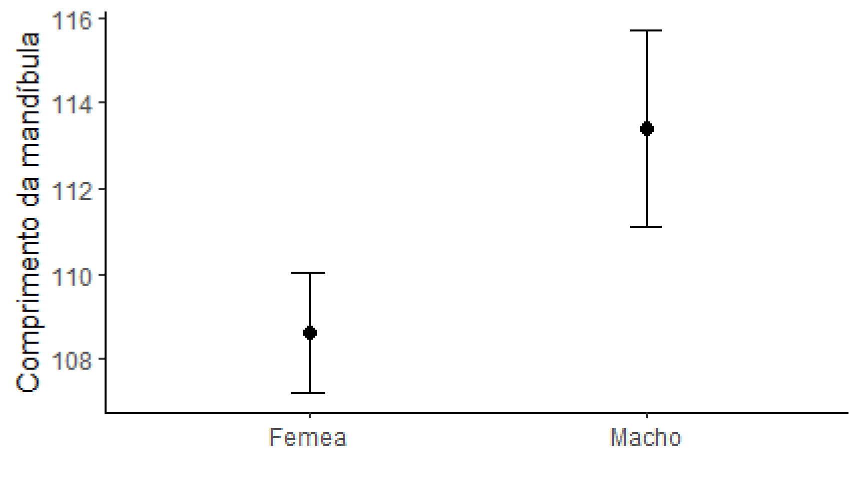
$H_0 : \sigma^2_{macho} = \sigma^2_{fêmea}$

$H_a : \sigma^2_{macho} \neq \sigma^2_{fêmea}$

$\alpha = 0.05$

$s^2_{fêmea} = 5.153$; $n_{fêmea} = 10$

$s^2_{macho} = 13.838$; $n_{macho} = 10$



Existe evidência de que a variância no tamanho das mandíbulas de Chacais dourados seja diferente em machos e fêmeas?

Hipóteses estatísticas

$$H_0 : \sigma^2_{macho} = \sigma^2_{fêmea}$$

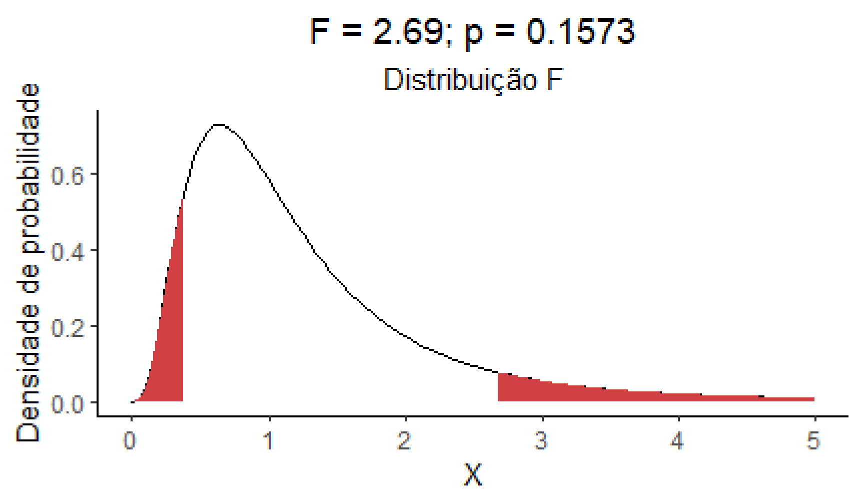
$$H_a : \sigma^2_{macho} \neq \sigma^2_{fêmea}$$

$$\alpha = 0.05$$

$$s^2_{fêmea} = 5.153; n_{fêmea} = 10$$

$$s^2_{macho} = 13.838; n_{macho} = 10$$

$$F = \frac{s^2_{maior}}{s^2_{menor}} = \frac{13.838}{5.153} = 2.69$$



Os comandos em R

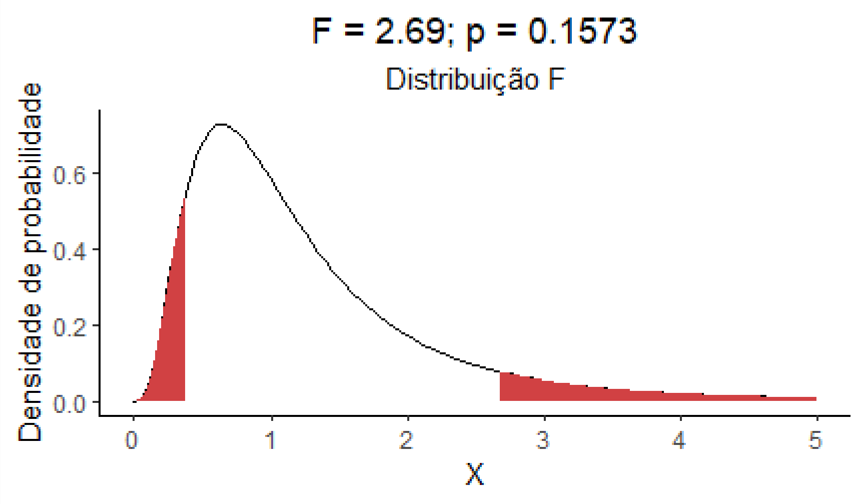
```
vmaior = jackal$Comprimento[jackal$Sexo == "Macho"]
vmenor = jackal$Comprimento[jackal$Sexo == "Femea"]
var.test(x = vmaior, y = vmenor, data = jackal)
```

```
##
##      F test to compare two variances
##
## data:  vmaior and vmenor
## F = 2.681, num df = 9, denom df = 9, p-value =
## 0.1579
## alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
## 95 percent confidence interval:
##   0.665931 10.793829
## sample estimates:
## ratio of variances
##           2.681034
```

$$s^2_{fêmea} = 5.153;\, n_{fêmea} = 10$$

$$s^2_{macho} = 13.838;\, n_{macho} = 10$$

$$F = \frac{s^2_{maior}}{s^2_{menor}} = \frac{13.838}{5.153} = 2.69$$



Existe evidência de que a variância no tamanho das mandíbulas de Chacais dourados seja diferente em machos e fêmeas?

Hipóteses estatísticas

$H_0 : \sigma^2_{macho} = \sigma^2_{fêmea}$

$H_a : \sigma^2_{macho} \neq \sigma^2_{fêmea}$

$\alpha = 0.05$

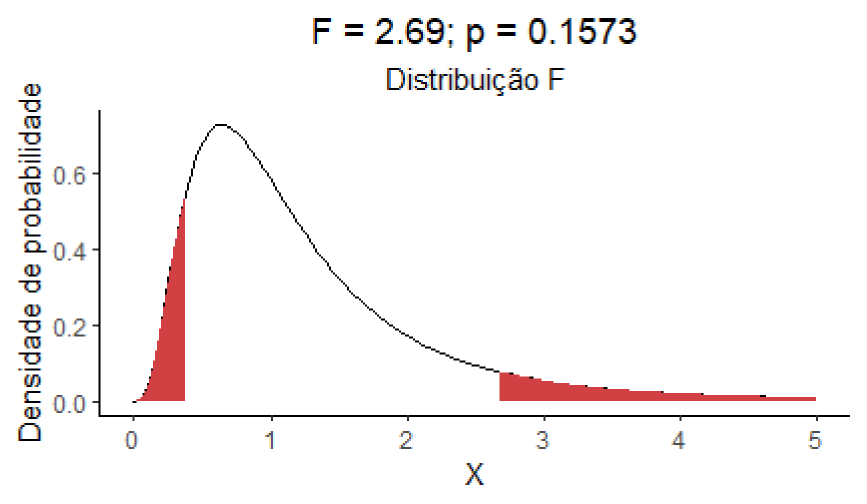
Aceito H_0 e concluo que:

> Ainda que a variância amostral em machos seja 2.69 vezes maior que em fêmeas, a diferença é **não significativa**. Portanto posso assumir variâncias **homogêneas**, isto é, $\sigma^2_{fêmea} = \sigma^2_{macho}$.

$s^2_{fêmea} = 5.153; n_{fêmea} = 10$

$s^2_{macho} = 13.838; n_{macho} = 10$

$$F = \frac{s^2_{maior}}{s^2_{menor}} = \frac{13.838}{5.153} = 2.69$$



Teste t - Variâncias homogêneas

Existe evidência de que o tamanho das mandíbulas de Chacais dourados seja diferente em machos e fêmeas?

Hipóteses estatísticas

$H_0 : \mu_{macho} = \mu_{fêmea}$

$H_a : \mu_{macho} \neq \mu_{fêmea}$

$\alpha = 0.05$

ID	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Femea	110	111	107	108	110	105	107	106	111	111
Macho	120	107	110	116	114	111	113	117	114	112

$\overline{X}_{fêmea} = 108.6; \overline{X}_{macho} = 113.4$

$s_{fêmea} = 2.27; s_{macho} = 3.72$

$n_{fêmea} = n_{macho} = 10$

Existe evidência de que o tamanho das mandíbulas de Chacais dourados seja diferente em machos e fêmeas?

Hipóteses estatísticas

$H_0 : \mu_{macho} = \mu_{fêmea}$

$H_a : \mu_{macho} \neq \mu_{fêmea}$

$\alpha = 0.05$

1. Variância conjunta

$$s_p^2 = \frac{\sum (X_{i,f} - \overline{X}_f)^2 + \sum (X_{i,m} - \overline{X}_m)^2}{(n_f - 1) + (n_m - 1)}$$

2. Erro padrão da diferença de médias

$$s_{\overline{X}_f - \overline{X}_m} = \sqrt{\frac{s_p^2}{n_f} + \frac{s_p^2}{n_m}}$$

3. Estatística t

$$t_c = \frac{\overline{X}_f - \overline{X}_m}{s_{\overline{X}_f - \overline{X}_m}}$$

Existe evidência de que o tamanho das mandíbulas de Chacais dourados seja diferente em machos e fêmeas?

Hipóteses estatísticas

$H_0 : \mu_{macho} = \mu_{fêmea}$

$H_a : \mu_{macho} \neq \mu_{fêmea}$

$\alpha = 0.05$

ID	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Femea	110	111	107	108	110	105	107	106	111	111
Macho	120	107	110	116	114	111	113	117	114	112

1. Variância conjunta

$$s_p^2 = \frac{46.4+124.4}{9+9} = 9.49$$

2. Erro padrão da diferença de médias

$$s_{\overline{X}_f - \overline{X}_m} = \sqrt{\frac{9.49}{10} + \frac{9.49}{10}} = 1.38$$

3. Estatística t

$$t_c = \frac{108.6-113.4}{1.38} = -3.48$$

Existe evidência de que o tamanho das mandíbulas de Chacais dourados seja diferente em machos e fêmeas?

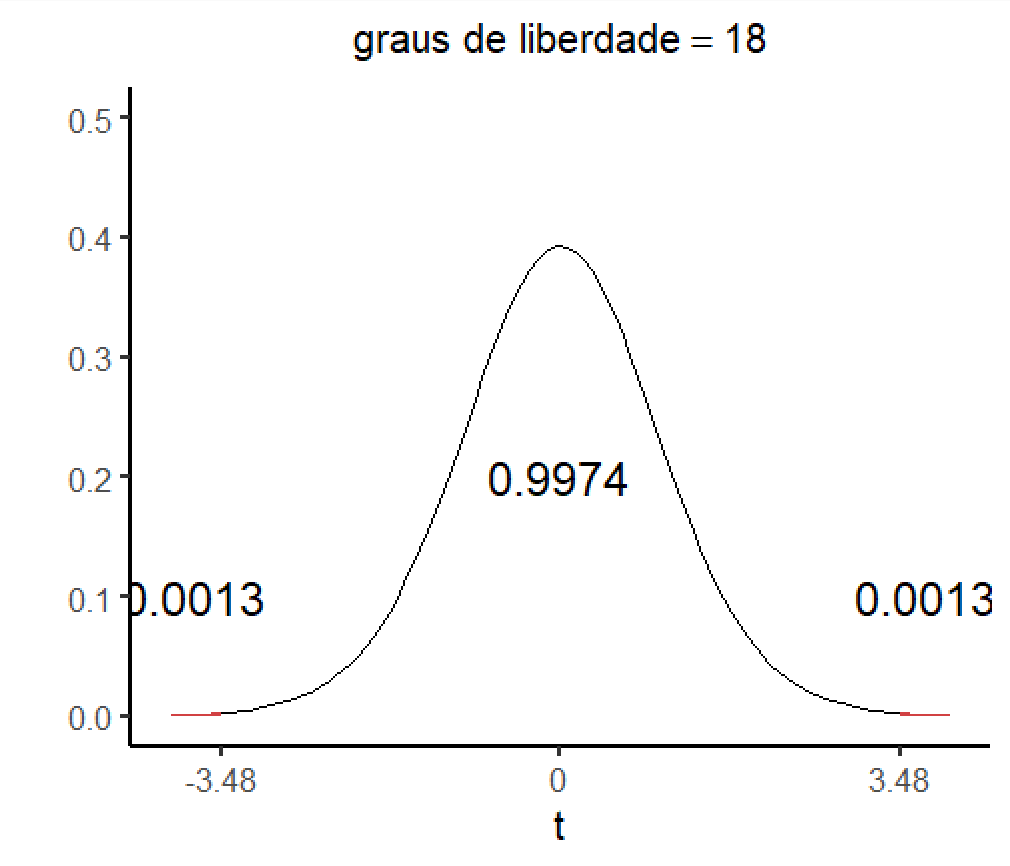
$\overline{X}_{fêmea} = 108.6$; $\overline{X}_{macho} = 113.4$

Resultado do teste

$$p = 0.0013 + 0.0013 = 0.0026$$

Rejeito H_0 e concluo que:

> **Há evidências** na amostra para assumir que existem diferenças no comprimento médio entre machos e fêmeas. O comprimento da mandíbula das fêmeas é, em média, 4.8 mm menor.



Os comandos em R

```
t.test(Comprimento ~ Sexo, data = jackal,
                       alternative = 'two.sided',
                       var.equal = TRUE)
```

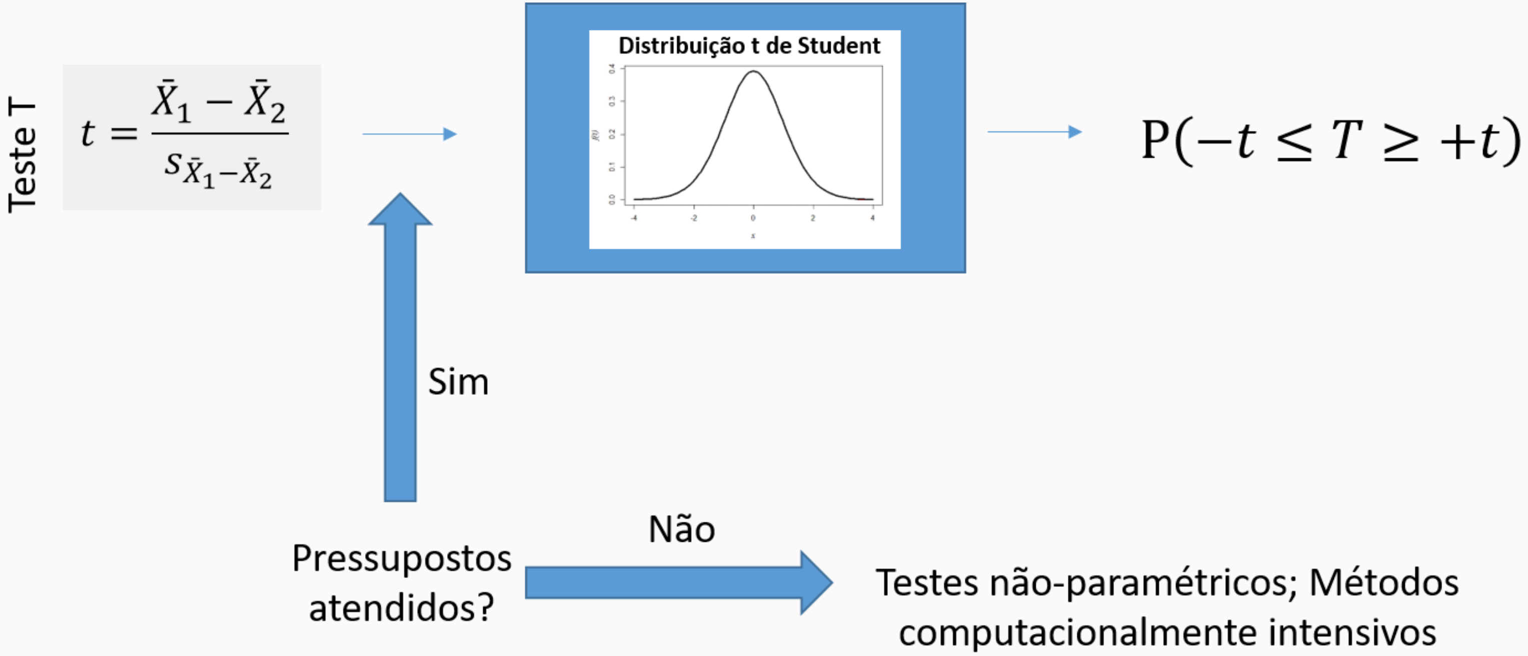
```
##
##      Two Sample t-test
##
## data:  Comprimento by Sexo
## t = -3.4843, df = 18, p-value = 0.002647
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -7.694227 -1.905773
## sample estimates:
## mean in group Femea mean in group Macho
##               108.6               113.4
```

Comprimento	Sexo
120	Macho
107	Macho
110	Macho
116	Macho
114	Macho
111	Macho
113	Macho
117	Macho
114	Macho
112	Macho
110	Femea
111	Femea
107	Femea
108	Femea
110	Femea
105	Femea
107	Femea
106	Femea

Teste t para duas amostras independentes

Pressupostos

1. Amostras independentes;
2. A população de origem tem distribuição Normal;
3. As variâncias populacionais de fêmeas e machos são **homogêneas**, $\sigma^2_{fêmea} = \sigma^2_{macho}$.

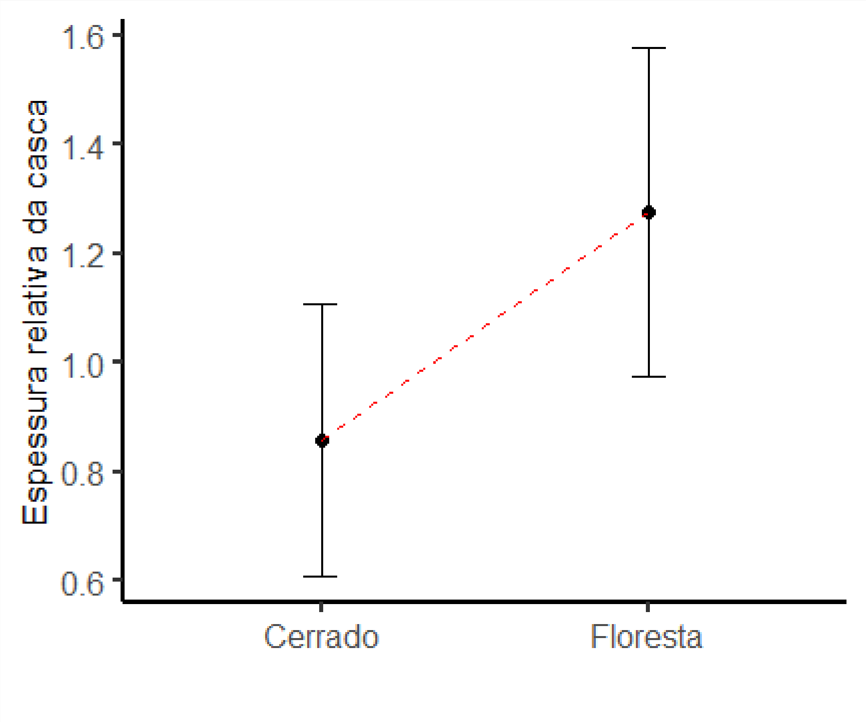


Teste t pareado para duas médias dependentes

"O fogo é importante na dinâmica das fronteiras cerrado-floresta, geralmente mantendo um equilíbrio entre o avanço e o recuo da floresta." - retirado de Hoffman et. al. (2003)

> Hoffmann, William A., Birgit Orthen, and Paula Kielse Vargas do Nascimento. Comparative fire ecology of tropical savanna and forest trees. *Functional Ecology* 17.6 (2003): 720-726.

Gênero	Cerrado	Floresta
Aspidosperma	0.82	1.28
Byrsonima	0.52	1.10
Didymopanax	0.43	1.36
Guapira	0.74	0.65
Hymenaea	1.38	1.30
Miconia	0.49	1.09
Myrsine	0.69	1.97
Ouratea	1.66	1.62
Salacia	0.77	0.47
Vochysia	1.09	1.92

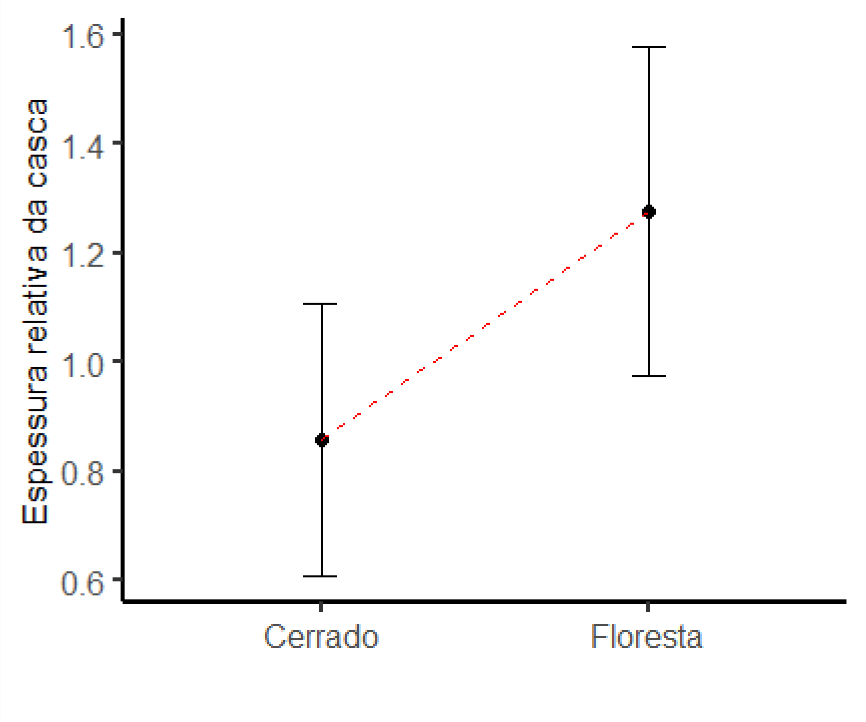


Teste t pareado para duas médias dependentes

$\overline{X}_{cerrado} = 0.859$; $s_{cerrado} = 0.4$

$\overline{X}_{floresta} = 1.276$; $s_{floresta} = 1.28$

Gênero	Cerrado	Floresta
Aspidosperma	0.82	1.28
Byrsonima	0.52	1.10
Didymopanax	0.43	1.36
Guapira	0.74	0.65
Hymenaea	1.38	1.30
Miconia	0.49	1.09
Myrsine	0.69	1.97
Ouratea	1.66	1.62
Salacia	0.77	0.47
Vochysia	1.09	1.92

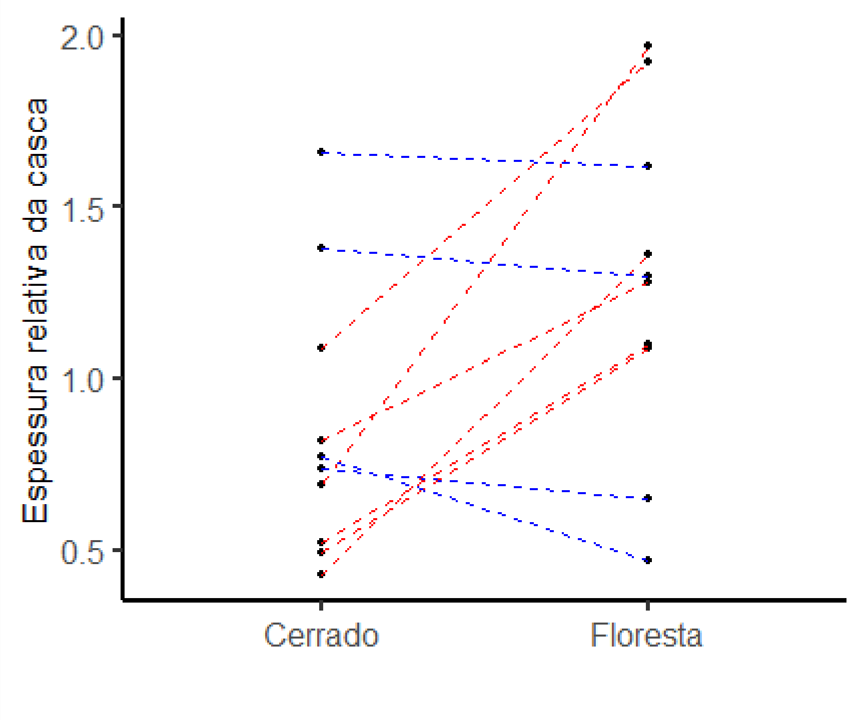


Teste t pareado para duas médias dependentes

Buscando as diferenças médias entre os pares de unidades amostrais

$$\overline{X}_{dif} = -0.42;\ s_{dif} = 0.52;\ n = 10$$

Gênero	Cerrado	Floresta	Dif
Aspidosperma	0.82	1.28	-0.46
Byrsonima	0.52	1.10	-0.58
Didymopanax	0.43	1.36	-0.93
Guapira	0.74	0.65	0.09
Hymenaea	1.38	1.30	0.08
Miconia	0.49	1.09	-0.60
Myrsine	0.69	1.97	-1.28
Ouratea	1.66	1.62	0.04
Salacia	0.77	0.47	0.30
Vochysia	1.09	1.92	-0.83



Teste t pareado para duas médias dependentes

Buscando as diferenças médias entre os pares de unidades amostrais

$\overline{X}_{dif} = -0.42$; $s_{dif} = 0.52$; $n = 10$

As Hipóteses estatísticas

$H_0 : \mu_{dif} = 0$

$H_a : \mu_{dif} \neq 0$

$\alpha = 0.05$

O testes de hipótese

1. Erro padrão da diferença

$$s_{\overline{X}_{dif}} = \frac{s_{dif}}{\sqrt{n}}$$

2. Graus de liberdade

$$gl = n - 1$$

3. Estatística t

$$t_c = \frac{\overline{X}_{dif}}{s_{\overline{X}_{dif}}}$$

Teste t pareado para duas médias dependentes

Buscando as diferenças médias entre os pares de unidades amostrais

$\overline{X}_{dif} = -0.42$; $s_{dif} = 0.52$; $n = 10$

As Hipóteses estatísticas

$H_0 : \mu_{dif} = 0$

$H_a : \mu_{dif} \neq 0$

$\alpha = 0.05$

O testes de hipótese

1. Erro padrão da diferença

$$s_{\overline{X}_{dif}} = \frac{s_{dif}}{\sqrt{n}} = \frac{0.52}{\sqrt{10}} = 0.17$$

2. Graus de liberdade

$$gl = n - 1 = 9$$

3. Estatística t

$$t_c = \frac{\overline{X}_{dif}}{s_{\overline{X}_{dif}}} = \frac{-0.42}{0.17} = -2.52$$

As Hipóteses estatísticas

$H_0 : \mu_{dif} = 0$

$H_a : \mu_{dif} \neq 0$

$\alpha = 0.05$

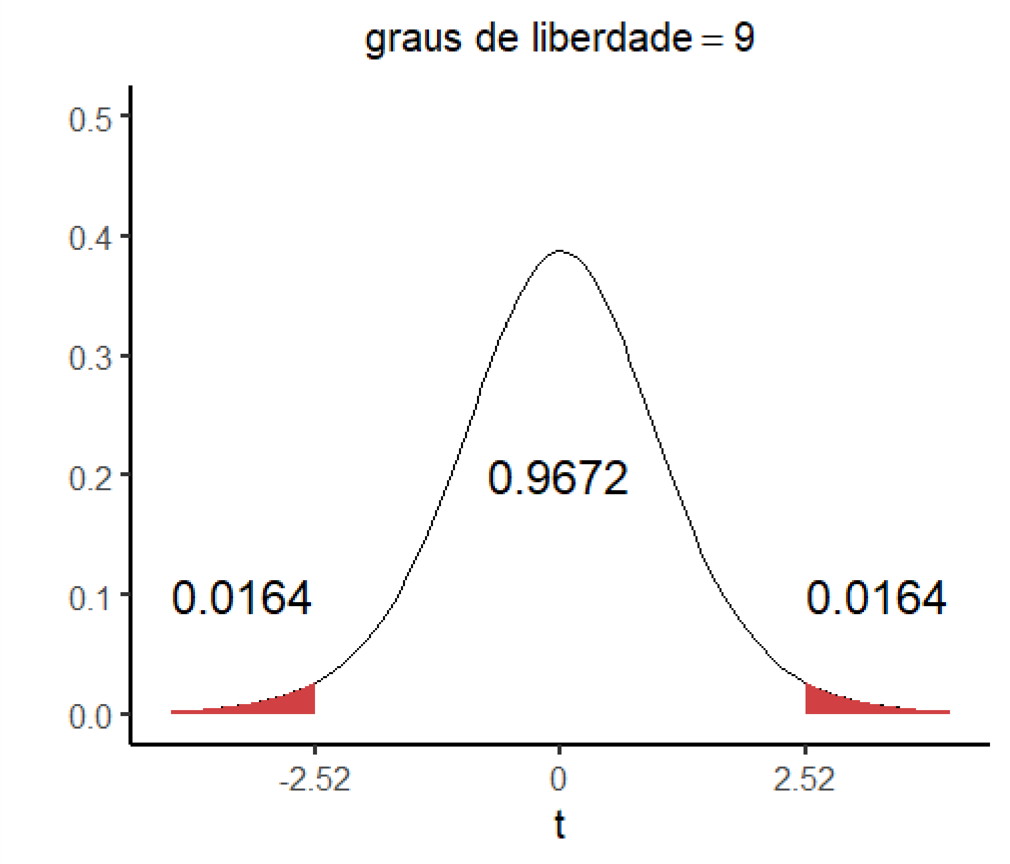
$\overline{X}_{dif} = -0.42; s_{dif} = 0.52; n = 10$

Resultado do teste

$p = 0.0164 + 0.0164 = 0.0328$

Rejeito H_0 e concluo que:

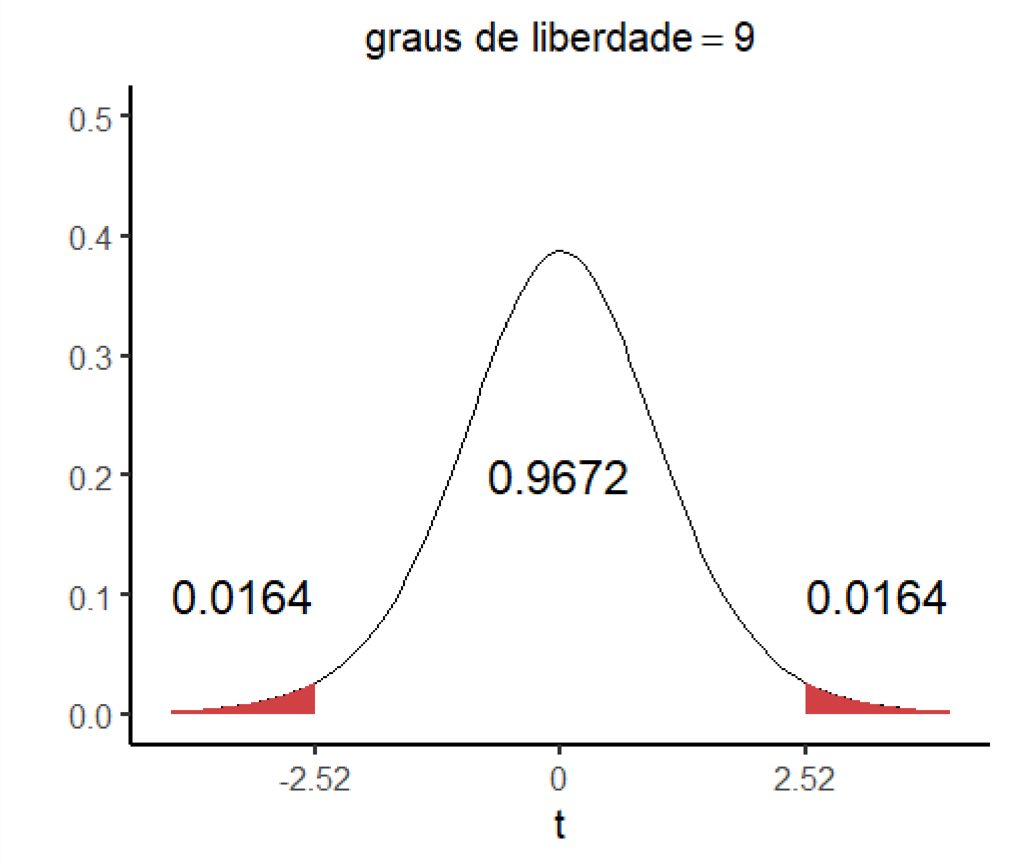
> **Há evidências** na amostra para assumir que existem diferenças na expessura relativa da casca entre áreas de Cerrado e Floresta.



Os comandos em R

```
t.test(x = hof$Cerrado, y = hof$Floresta,
       alternative = 'two.sided',
       paired = TRUE)
```

```
##
##      Paired t-test
##
## data:  hof$Cerrado and hof$Floresta
## t = -2.5185, df = 9, p-value = 0.03285
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -0.79156068 -0.04243932
## sample estimates:
## mean of the differences
##                  -0.417
```



Pressupostos

1. As unidades amostrais (os pares de observações) são independentes;
2. A população de diferença de médias tem distribuição Normal;

Unidade amostral	Gênero	Cerrado	Floresta	Dif
1	Aspidosperma	0.82	1.28	-0.46
2	Byrsonima	0.52	1.10	-0.58
3	Didymopanax	0.43	1.36	-0.93
4	Guapira	0.74	0.65	0.09
5	Hymenaea	1.38	1.30	0.08
6	Miconia	0.49	1.09	-0.60
7	Myrsine	0.69	1.97	-1.28
8	Ouratea	1.66	1.62	0.04
9	Salacia	0.77	0.47	0.30
10	Vochysia	1.09	1.92	-0.83