

Amostragem e Delineamento


Amostrando uma população estatística

Fabio Cop (fabiocopf@gmail.com)

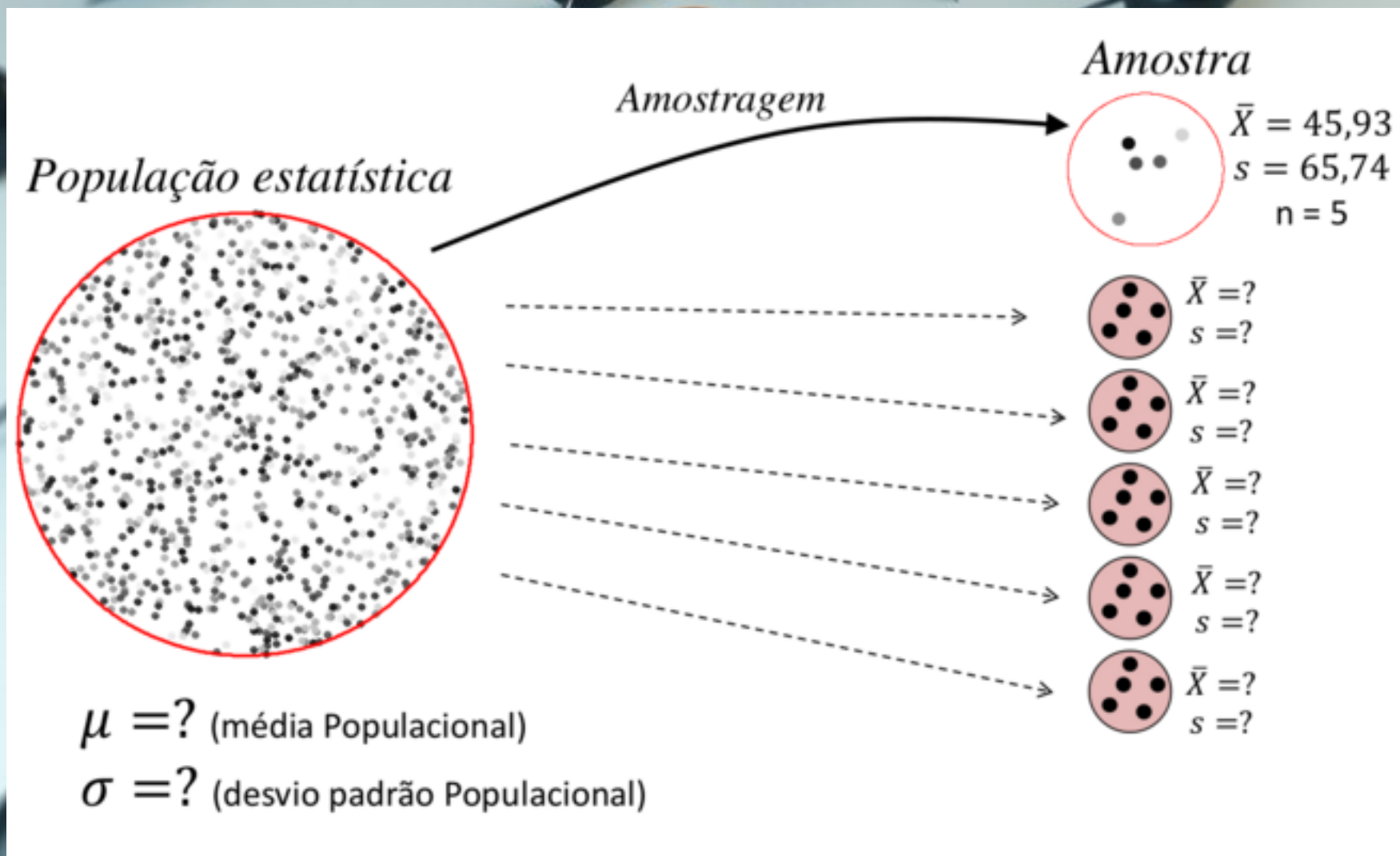
Instituto do Mar - UNIFESP

Última atualização em 18 de março de 2022

Conteúdo da aula

- 
- The background of the slide is a close-up photograph of several pushpins with black and orange heads pinned to a white surface. The pushpins are scattered across the frame, with some in sharp focus and others blurred in the background.
1. Amostragem aleatória simples
 2. Amostragem aleatória estratificada
 3. Amostragem sistemática
 4. Erro amostral, acurácia e precisão

O processo de amostragem e inferência sobre uma população estatística



1. Amostragem aleatória simples

Suponha uma população hipotética de somente **10** elementos:

População: 3, 10, 14, 19, 27, 28, 29, 41, 42, 43

Exemplos de amostras aleatórias simples

Tamanho amostral: $n = 10$

Amostra 1: 42, 19, 29, 3, 10

Amostra 2: 27, 28, 42, 3, 43

Se nos dois casos, os elementos foram *sorteados* a partir da população estatística, a amostra **1** é tão aleatória e válida do ponto de vista estatístico quanto a amostra **2**.

Na amostragem aleatória simples, cada elemento da população tem a **mesma probabilidade** de compor uma amostra. Se a população tem N elementos, cada um tem probabilidade $\frac{1}{N}$ de ser selecionado.

1. Amostragem aleatória simples

Suponha uma população hipotética de somente **10** elementos:

População: 3, 10, 14, 19, 27, 28, 29, 41, 42, 43

Exemplos de amostras aleatórias simples

Tamanho amostral: $n = 10$

Amostra 3: 3, 10, 14, 19, 27

Amostra 4: 43, 42, 41, 29, 28

Ainda que nos dois casos acima tenhamos conduzido um *sorteio aleatório*, as amostras **3** e **4** resultaram respectivamente, nos **5 menores** ou nos **5 maiores** valores da população estatística.

Um resultado de uma amostragem aleatória simples pode ser válido do ponto de vista estatístico, mas ainda assim **não representativo** da população estatística.

2. Amostragem aleatória estratificada

Ocorrência de **estratos populacionais**

Cada estrato é representado na amostra.



2. Amostragem aleatória estratificada

Ocorrência de **estratos populacionais**

Cada estrato é representado na amostra.

Após a divisão em estratos, é realizada uma amostra aleatória simples **dentro** de cada estrato.

2. Amostragem aleatória estratificada

Suponha uma população de **10** elementos composta de dois estratos (A ou B).

X	Estrato
7.3	A
10.6	A
14.8	A
6.6	A
9.8	A
14.4	B
16.1	B
13.3	B
20.0	B
13.6	B

Amostras estratificadas com $n = 4$ seriam.

Amostra_1	Amostra_2	Amostra_3	Amostra_4
14.8	7.3	7.3	14.8
9.8	6.6	10.6	7.3
14.4	20.0	13.6	13.6
16.1	13.3	16.1	14.4

Ainda que dentro dos blocos ocorra um sorteio aleatório, sempre são sorteados **exatamente 2** elementos de cada estrato.

3. Amostragem sistemática

Em uma amostragem sistemática as unidades amostrais são **ordenadas** seguindo determinado critério e os elementos amostrados em intervalos regulares.

3. Amostragem sistemática

Implicações da amostragem sistemática na estimativa dos parâmetros populacionais.



Quando a variável de interesse **não tem relação** com a sequência escolhida, a amostragem sistemática tende a gerar **os mesmos** resultados da amostragem aleatória.

3. Amostragem sistemática

Implicações da amostragem sistemática na estimativa dos parâmetros populacionais.



Se houver um gradiente justamente na direção do transecto, a variância amostral s^2 irá **superestimar** a variância populacional σ^2 .

3. Amostragem sistemática

Implicações da amostragem sistemática na estimativa dos parâmetros populacionais.

POPULAÇÃO



Se houver uma periodicidade que coincida com o intervalo escolhido, a variância amostral s^2 irá **subsetimar** a variância populacional σ^2 .

4. Erro amostral, acurácia e precisão

- **Erro amostral (E):** diferença entre uma estimativa em particular e a média populacional.

$$E = \bar{X} - \mu$$

- **Acurácia:** se refere à proximidade entre o parâmetro e o estimador. Um estimador acurado é, em média, igual ao parâmetro populacional.

$$\mu_{\bar{X}} - \mu$$

- **Precisão:** tem relação com a variabilidade do estimador. Estimadores que geram estimativas similares entre si são mais precisos. A precisão é medida pelo **erro padrão da média**.

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

4. Erro amostral

Voltemos à nossa população fictícia com $N = 10$ elementos:

População: 3, 10, 14, 19, 27, 28, 29, 41, 42, 43

A amostra aleatória de tamanho $n = 5$:

Amostra 1: 41, 14, 42, 29, 19

Tem média:

$$\overline{X}_1 = \frac{41+14+42+29+19}{5} = 29$$

E **erro amostral**:

$$E_1 = 29 - 25.6 = 3.4$$

Outra amostra aleatória de tamanho $n = 5$:

Amostra 2: 27, 29, 19, 10, 14

Tem média:

$$\overline{X}_2 = 19.8$$

E **erro amostral**:

$$E_2 = 19.8 - 25.6 = -5.8$$

O erro amostral mede diferença entre a estimativa obtida de uma amostra *particular* e a média populacional.

4. Acurácia

Existem:

$$\binom{10}{5} = \frac{10!}{(10-5)! \times 5!} = 252$$

formas diferentes de tomarmos uma amostra de tamanho $n = 5$ de nossa população de tamanho $N = 10$.

Se tomadas 8 destas amostras veremos que as médias amostrais \bar{X} diferem entre si.

	A 1	A 2	A 3	A 4	A 5	A 6	A 7	A 8
	19.0	29	10.0	19.0	42.0	29.0	28	43.0
	29.0	43	14.0	41.0	29.0	10.0	42	28.0
	10.0	28	42.0	43.0	41.0	27.0	10	42.0
	42.0	3	28.0	28.0	14.0	42.0	43	27.0
	43.0	27	29.0	3.0	28.0	43.0	27	19.0
Medias	28.6	26	24.6	26.8	30.8	30.2	30	31.8

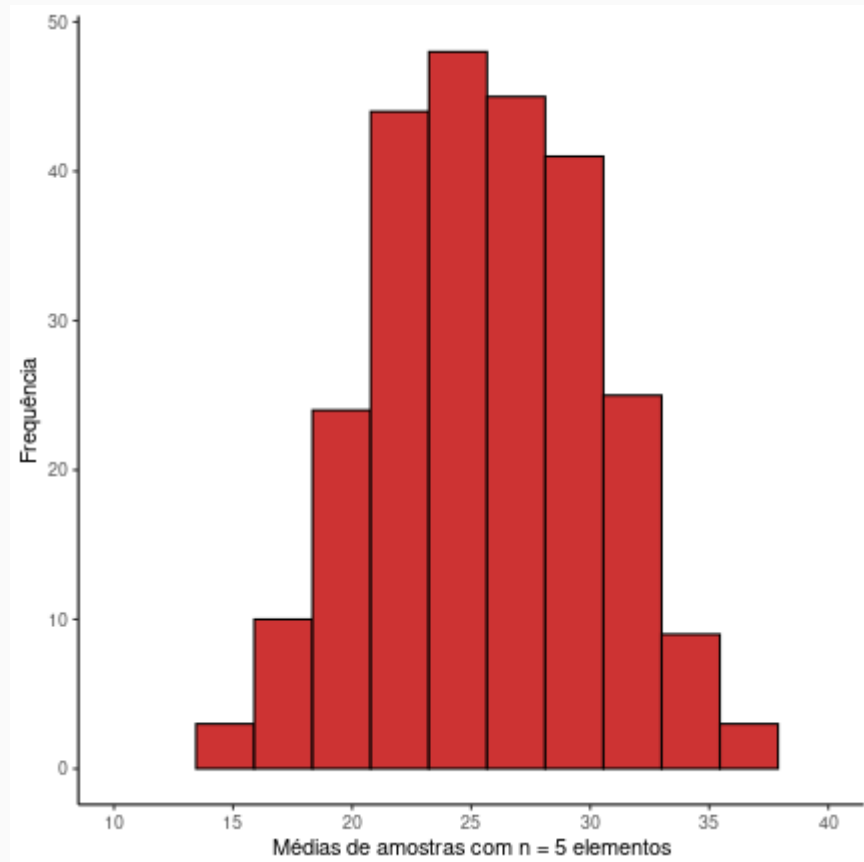
4. Acurácia

Se tomarmos TODAS as **252** amostras possíveis e calcularmos as respectivas médias teremos:

14.6	14.8	15.0	17.4	17.6	17.8	16.4	16.6	19.0	19.2	19.4	16.8	19.2	19.4	19.6	19.4	19.6	19.8	22.0	22.2	22.4
17.4	17.6	20.0	20.2	20.4	17.8	20.2	20.4	20.6	20.4	20.6	20.8	23.0	23.2	23.4	19.4	21.8	22.0	22.2	22.0	22.2
22.4	24.6	24.8	25.0	22.2	22.4	22.6	24.8	25.0	25.2	25.0	25.2	25.4	27.8	18.2	18.4	20.8	21.0	21.2	18.6	21.0
21.2	21.4	21.2	21.4	21.6	23.8	24.0	24.2	20.2	22.6	22.8	23.0	22.8	23.0	23.2	25.4	25.6	25.8	23.0	23.2	23.4
25.6	25.8	26.0	25.8	26.0	26.2	28.6	21.2	23.6	23.8	24.0	23.8	24.0	24.2	26.4	26.6	26.8	24.0	24.2	24.4	26.6
26.8	27.0	26.8	27.0	27.2	29.6	25.6	25.8	26.0	28.2	28.4	28.6	28.4	28.6	28.8	31.2	28.6	28.8	29.0	31.4	31.6
19.6	19.8	22.2	22.4	22.6	20.0	22.4	22.6	22.8	22.6	22.8	23.0	25.2	25.4	25.6	21.6	24.0	24.2	24.4	24.2	24.4
24.6	26.8	27.0	27.2	24.4	24.6	24.8	27.0	27.2	27.4	27.2	27.4	27.6	30.0	22.6	25.0	25.2	25.4	25.2	25.4	25.6
27.8	28.0	28.2	25.4	25.6	25.8	28.0	28.2	28.4	28.2	28.4	28.6	31.0	27.0	27.2	27.4	29.6	29.8	30.0	29.8	30.0
30.2	32.6	30.0	30.2	30.4	32.8	33.0	23.4	25.8	26.0	26.2	26.0	26.2	26.4	28.6	28.8	29.0	26.2	26.4	26.6	28.8
29.0	29.2	29.0	29.2	29.4	31.8	27.8	28.0	28.2	30.4	30.6	30.8	30.6	30.8	31.0	33.4	30.8	31.0	31.2	33.6	33.8
28.8	29.0	29.2	31.4	31.6	31.8	31.6	31.8	32.0	34.4	31.8	32.0	32.2	34.6	34.8	33.4	33.6	33.8	36.2	36.4	36.6

4. Acurácia

Que descrevem o seguinte padrão:



- Média populacional

$$\mu = \sum_{i=1}^{10} \frac{3, 10, 14, 19, 27, 28, 29, 41, 42, 43}{10} = 25.6$$

- Média das $N = 252$ médias amostrais com $n = 5$

$$\mu_{\bar{X}} = \sum_{i=1}^N \frac{\bar{X}_i}{252} = 25.6$$

Verificamos que o estimador é acurado pois:

$$\mu_{\bar{X}} - \mu = 25.6 - 25.6 = 0$$

4. Precisão: o erro padrão da média - $\sigma_{\bar{X}}$

População: 3, 10, 14, 19, 27, 28, 29, 41, 42, 43

Suponha agora que tomemos ao acaso amostras com $n = 7$ desta mesma população.

Existem ao todo:

$$\binom{10}{7} = \frac{10!}{(10-7)! \times 7!} = 120$$

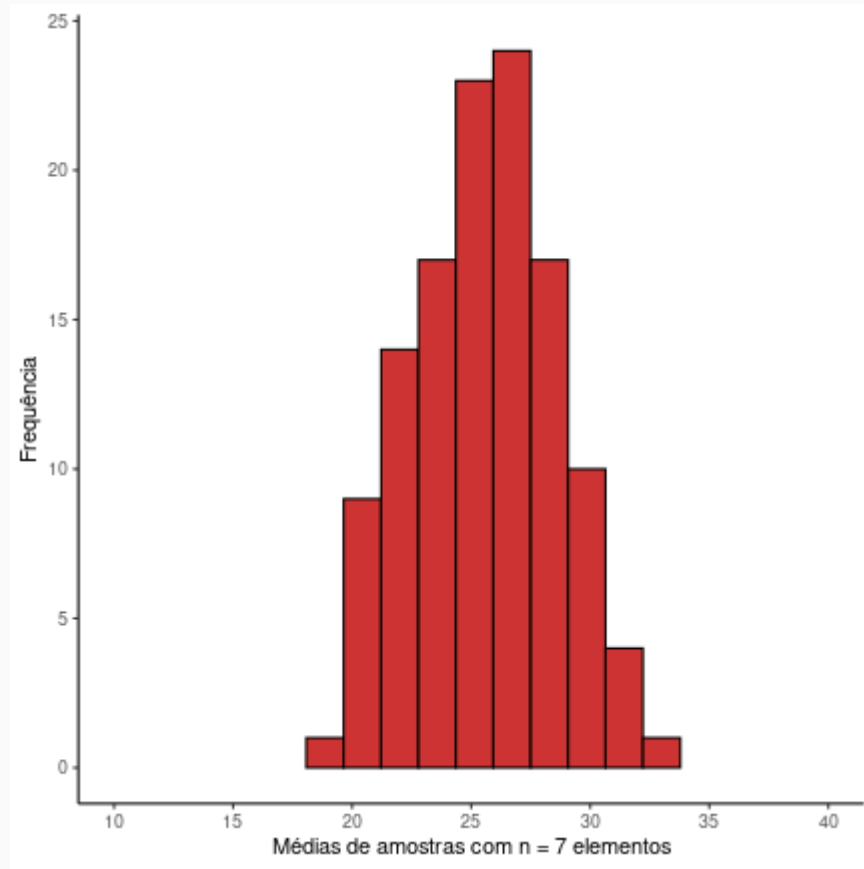
amostras diferentes de tamanho $n = 7$ que podem ser retiradas de uma população de tamanho $N = 10$.

4. Precisão: o erro padrão da média - $\sigma_{\bar{X}}$

Se tomarmos estas **120** amostras e calcularmos suas respectivas médias amostrais, teremos:

18.6	20.3	20.4	20.6	20.4	20.6	20.7	22.3	22.4	22.6	20.6	20.7
20.9	22.4	22.6	22.7	22.6	22.7	22.9	24.6	21.7	21.9	22.0	23.6
23.7	23.9	23.7	23.9	24.0	25.7	23.9	24.0	24.1	25.9	26.0	22.4
22.6	22.7	24.3	24.4	24.6	24.4	24.6	24.7	26.4	24.6	24.7	24.9
26.6	26.7	25.7	25.9	26.0	27.7	27.9	28.0	23.0	23.1	23.3	24.9
25.0	25.1	25.0	25.1	25.3	27.0	25.1	25.3	25.4	27.1	27.3	26.3
26.4	26.6	28.3	28.4	28.6	27.0	27.1	27.3	29.0	29.1	29.3	30.4
24.0	24.1	24.3	25.9	26.0	26.1	26.0	26.1	26.3	28.0	26.1	26.3
26.4	28.1	28.3	27.3	27.4	27.6	29.3	29.4	29.6	28.0	28.1	28.3
30.0	30.1	30.3	31.4	28.6	28.7	28.9	30.6	30.7	30.9	32.0	32.7

4. Precisão: o erro padrão da média - $\sigma_{\bar{X}}$



- Média populacional

$$\mu = \sum_{i=1}^{10} \frac{3, 10, 14, 19, 27, 28, 29, 41, 42, 43}{10} = 25.6$$

- Média das 120 médias amostrais com $n = 7$

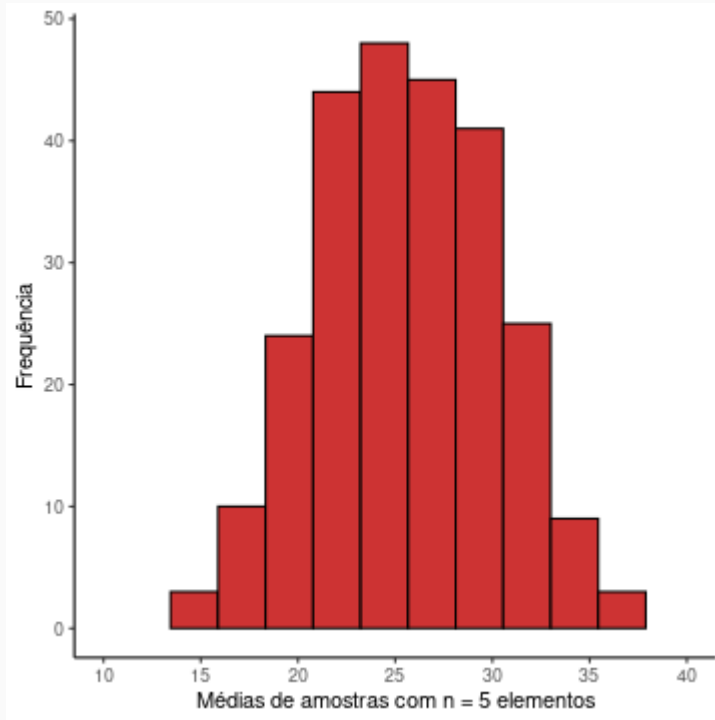
$$\mu_{\bar{X}} = \sum_{i=1}^N \frac{\bar{X}_i}{120} = 25.6$$

Como no exemplo anterior, verificamos que o estimador é acurado pois:

$$\mu_{\bar{X}} - \mu = 25.6 - 25.6 = 0$$

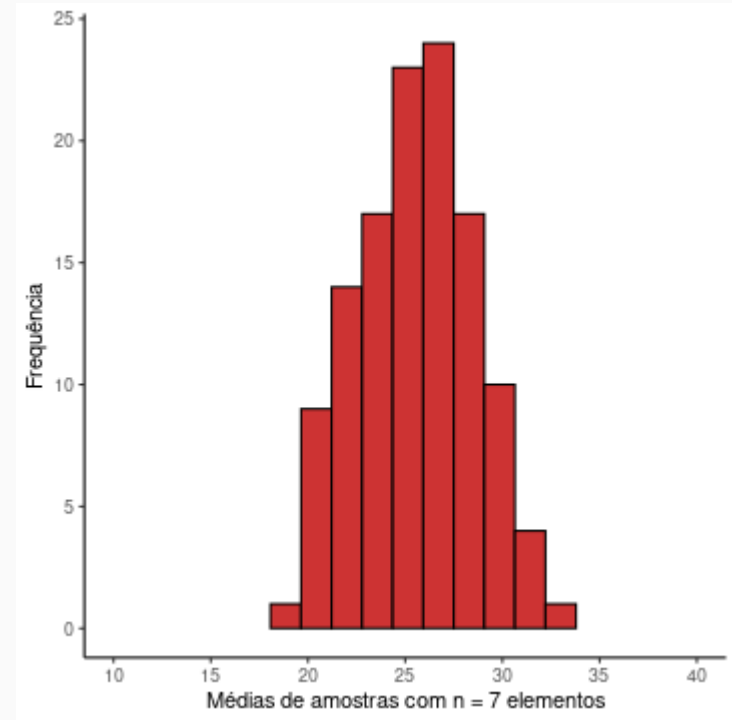
4. Precisão: o erro padrão da média - $\sigma_{\bar{X}}$

Distribuição das médias amostrais para n = 5



$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{13.27}{\sqrt{5}} = 5.934$$

Distribuição das médias amostrais para n = 7



$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{13.27}{\sqrt{7}} = 5.015$$

4. Precisão: o erro padrão da média - $\sigma_{\bar{X}}$

Na prática científica não conhecemos o desvio padrão populacional σ e, conseqüentemente, não temos obter o erro padrão populacional $\sigma_{\bar{X}}$. No entanto, dado que temos uma amostra particular, podemos **estimá-lo** a partir do desvio padrão amostral s pela expressão:

$$s_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

em que $s_{\bar{X}}$ é denominado de **erro padrão amostral**