Teste de hipóteses, Teste Z

Fabio Cop

Instituto de Ciências do Mar - UNIFESP

13 março, 2022

Conteúdo da Aula

1. Introdução ao teste de hipóteses, teste z

    1.1. Hipótese nula e alternativa

    1.2. Nível de significância

    1.3. Método do valor crítico: área de rejeição

    1.4. Método do valor de p

2. Testes bilaterais e unilaterais

3. Modificando o nível de significância: Erros de decisão

1. Introdução ao teste de hipóteses

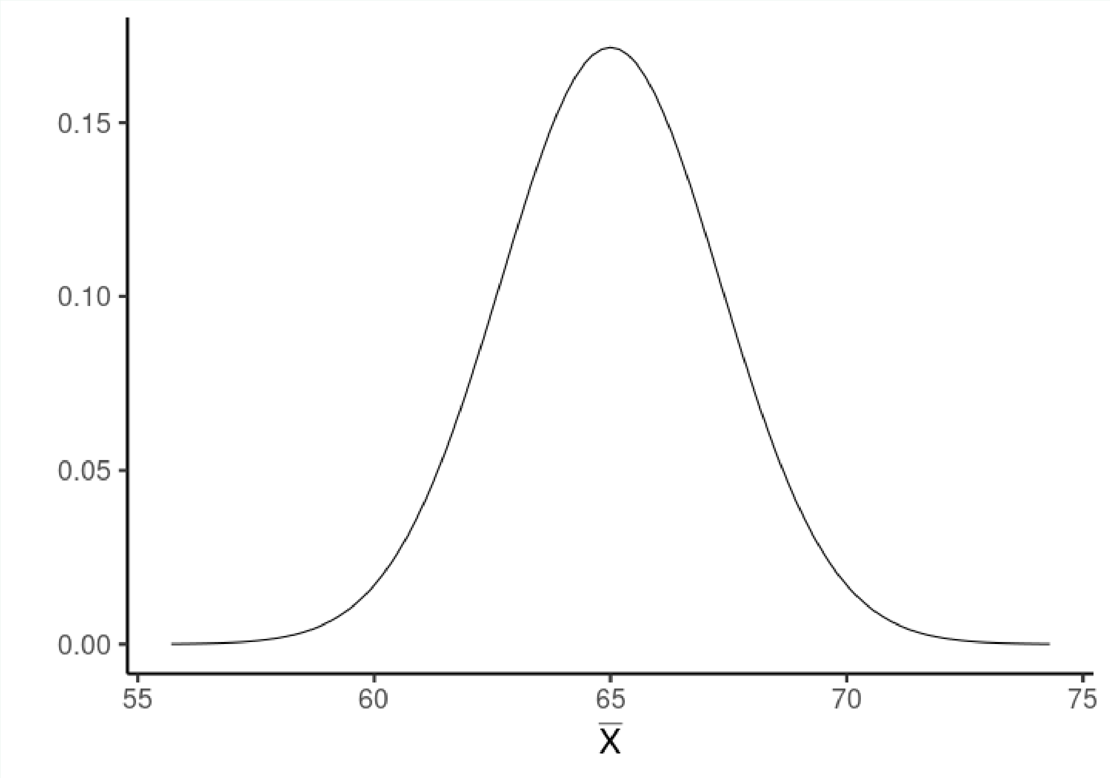
Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

$H_0 : \mu = 65$ batimentos por minuto

$H_a : \mu \neq 65$ batimentos por minuto (Teste bilateral)

$\alpha = 0,05$ nível de significância

A hipótese nula estabelece que:



1. Método do valor crítico: definindo a área de rejeição

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

$H_0 : \mu = 65$ batimentos por minuto

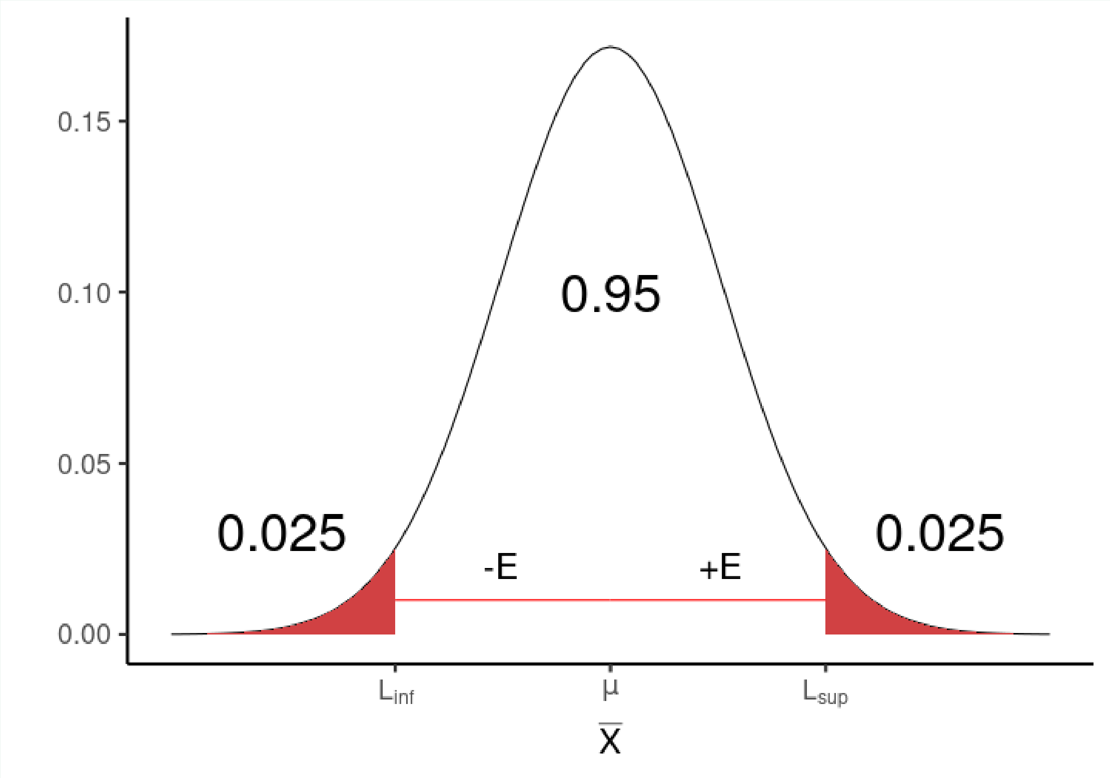
$H_a : \mu \neq 65$ batimentos por minuto (Teste bilateral)

$\alpha = 0,05$ nível de significância

Determinar $\overline{X}$ para que:

$$P(|E| \geq |\overline{X} - \mu|) = 0,05$$

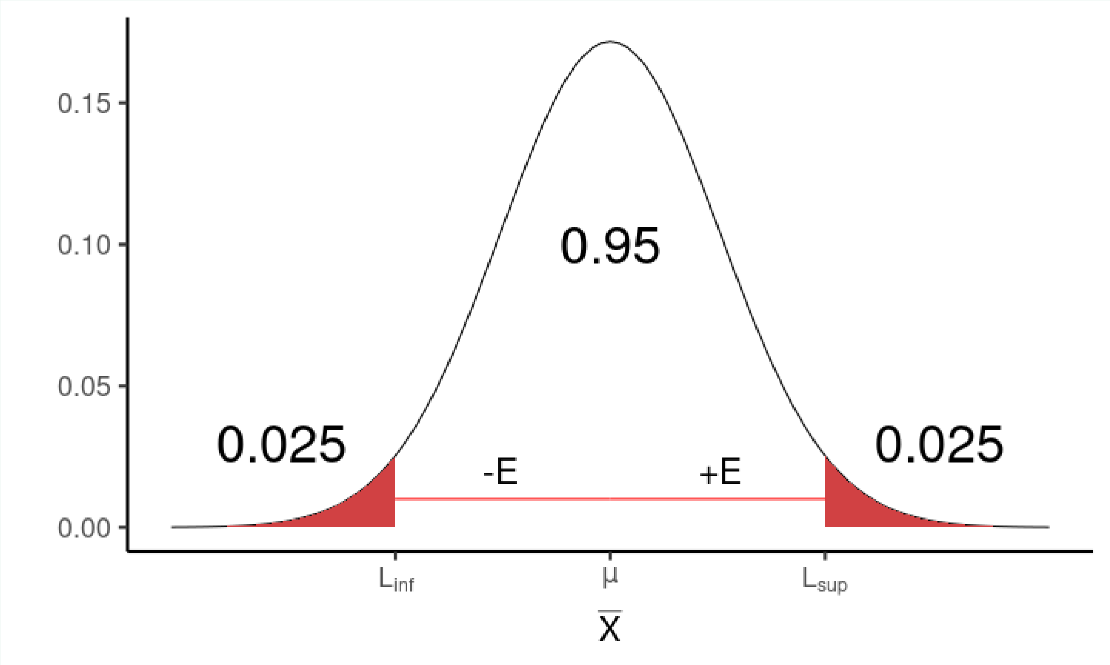
A hipótese nula estabelece que:



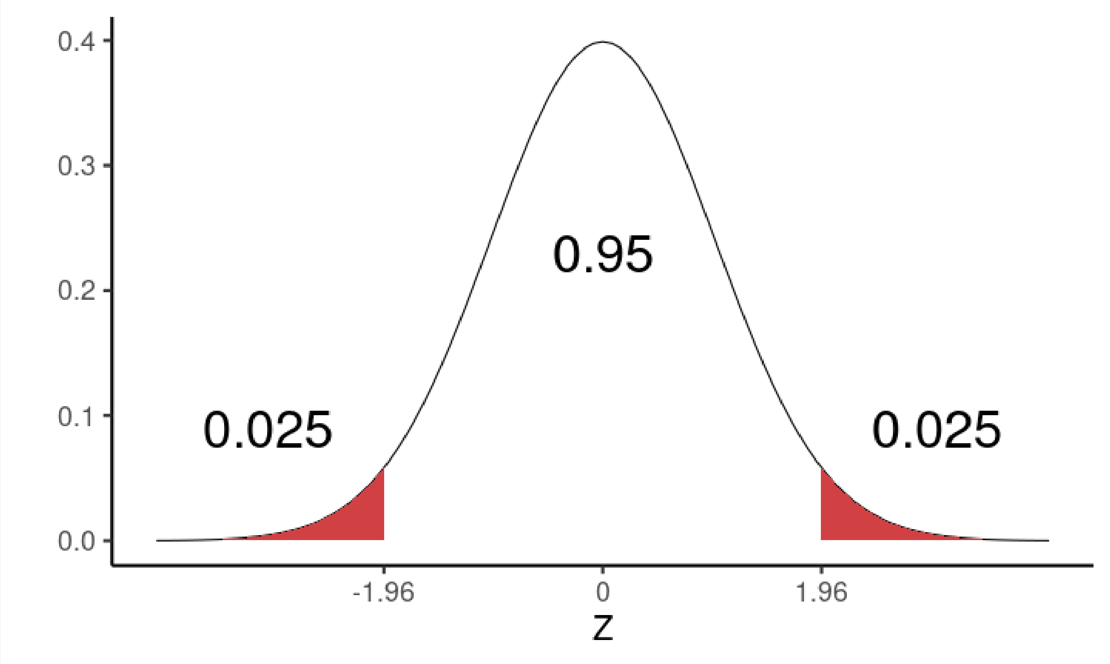
1. Método do valor crítico: definindo a área de rejeição

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

$P(|E| \geq |\overline{X} - \mu|) = 0,05$



$P(|Z| \geq |\frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_\mu}|) = 0,05$



1. Método do valor crítico: definindo a área de rejeição

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

$Z_{crítico} = 1.96$

Aceitamos H_0 se

$$|Z_{calculado}| < |Z_{crítico}|$$

e rejeitamos H_0 se

$$|Z_{calculado}| \geq |Z_{crítico}|$$

sendo:

$Z_{calculado} = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_\mu}$

Obtém-se a seguinda amostra *aleatória*:

Amostra: 65, 73, 56, 71, 69, 69, 68, 59, 73, 68, 69, 64, 67, 64, 66

que nos dá uma média amostral de:

$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{65+73+56+71+69+69+68+59+73+68+69+64+67+64+66}{15} = 66.73$ batimentos por minuto;

e um erro padrão de:

$\sigma_\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{9}{3.87} = 2.32$

Com estes resultados, encontramos o valor correspondente de:

$z_{calculado} = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_\mu} = \frac{66.73 - 65}{2.32} = 0.75$

1. Método do valor crítico: definindo a área de rejeição

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

$$z_{calculado} = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_\mu} = \frac{66.73 - 65}{2.32} = 0.75$$

$$P(|Z| \geq |\frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_\mu}|) = 0,05$$

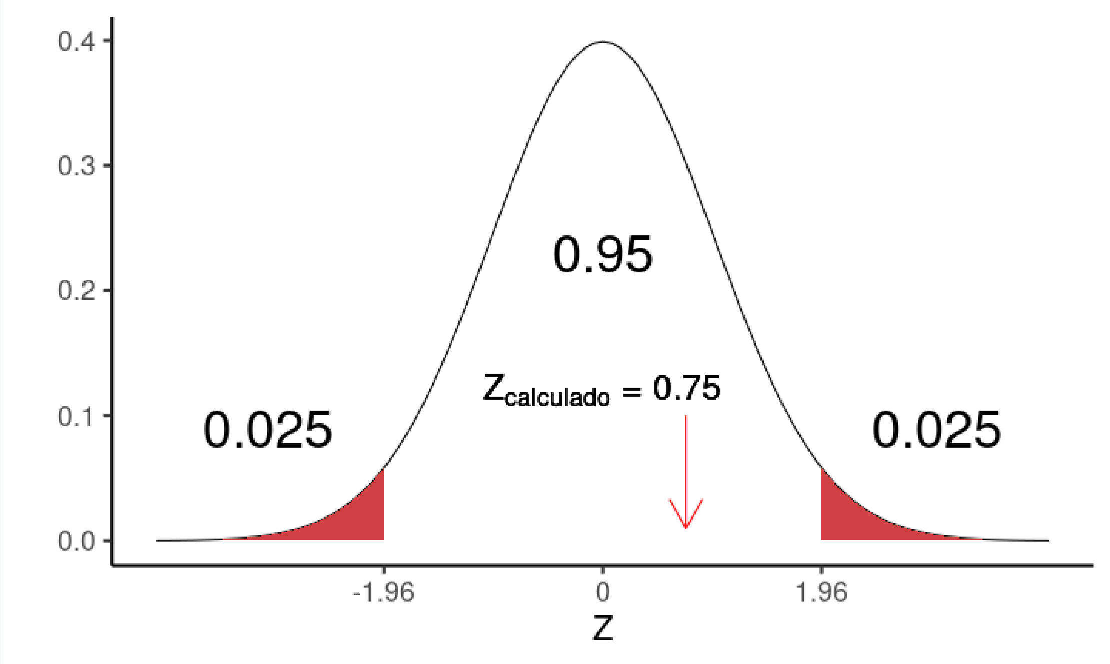
Como:

$|Z_{calculado}| < |Z_{crítico}|$

$|0.75| < |1,96|$

Aceitamos H_0 e dizemos que:

> não há evidências na amostra de que o batimento cardíaco de adultos sedentários seja diferente de 65.



1. Método do valor de p

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

O objetivo é encontrar o $Z_{calculado}$ e a probabilidade de termos um valor tão ou mais extremo.

Aceitamos H_0 se

$$P(Z \geq |Z_{calculado}|) > 0.05$$

e rejeitamos H_0 se

$$P(Z \geq |Z_{calculado}|) \leq 0.05$$

sendo:

$$Z_{calculado} = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_\mu}$$

Obtém-se a seguinda amostra *aleatória*:

Amostra: 65, 73, 56, 71, 69, 69, 68, 59, 73, 68, 69, 64, 67, 64, 66

que nos dá uma média amostral de:

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{65+73+56+71+69+69+68+59+73+68+69+64+67+64+66}{15} = 66.73$$

batimentos por minuto;

e um erro padrão de:

$$\sigma_\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{9}{3.87} = 2.32$$

Com estes resultados, encontramos o valor correspondente de:

$$z_{calculado} = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_\mu} = \frac{66.73 - 65}{2.32} = 0.75$$

1. Método do valor de p

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

Como:

$$z_{calculado} = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma_\mu} = \frac{66.73 - 65}{2.32} = 0.75$$

e

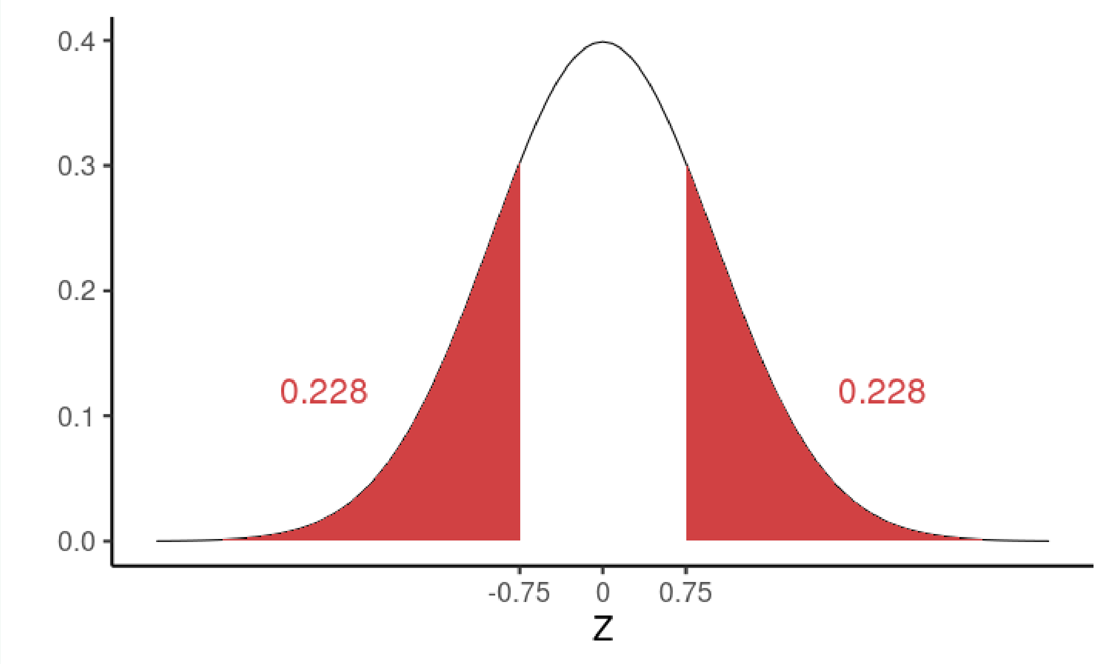
$$P(Z \geq |Z_{calculado}|) = 0.228 + 0.228 = 0.456$$

Portanto:

Valor de p = 0.456 que é $> 0,05$.

Consequentemente, aceitamos H_0 e dizemos que:

> não há evidências na amostra de que o batimento cardíaco de adultos sedentários seja diferente de 65.



2. Exemplo de um teste unilateral

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. A literatura sugere que o sedentarismo **aumenta** o batimento médio de um adulto.

As hipótese estatísticas ficam:

$H_0 : \mu = 65$ batimentos por minuto

$H_a : \mu > 65$ batimentos por minuto (Teste UNILATERAL)

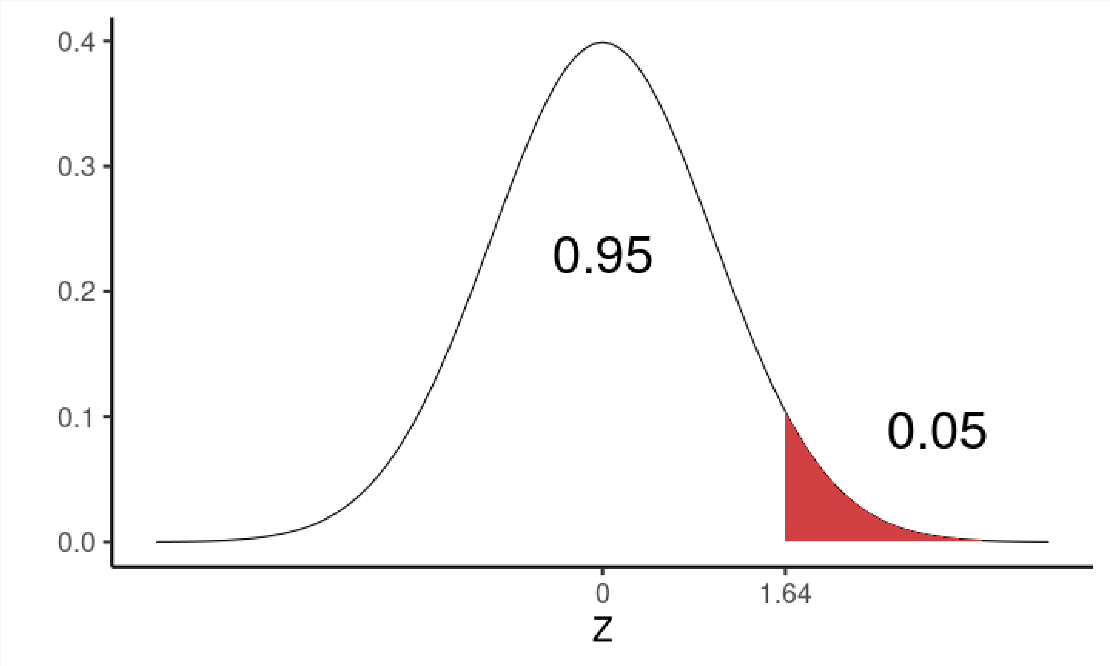
$\alpha = 0,05$ nível de significância

2. Exemplo de um teste unilateral

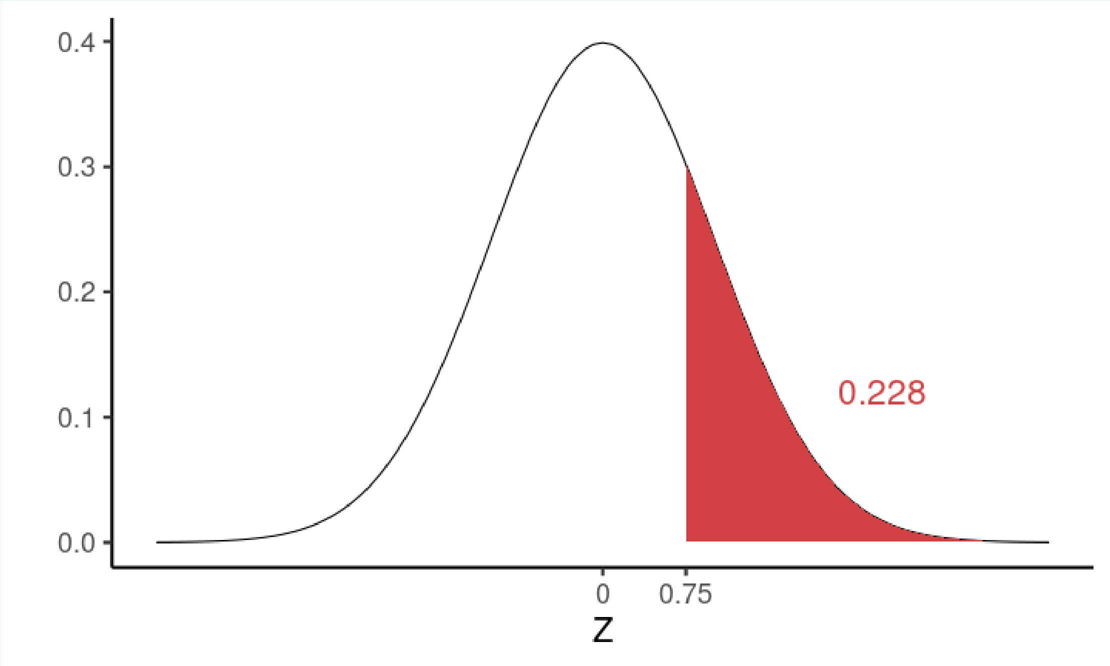
Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média $\mu = 65$ e desvio padrão $\sigma = 9$. A literatura sugere que o sedentarismo **aumenta** o batimento médio de um adulto.

Nos testes unilaterais, toda a área de rejeição deve estar à direita ou à esquerda, a depender da hipótese alternativa.

No caso de um $\alpha = 0,05$ o nível crítico de $Z = 1,64$.



Da mesma forma, quando utilizamos o valor de p, consideramos **somente** um dos lados da curva. Neste exemplo, o valor de p seria $p = 0.228$, que é metade do que obtivemos no teste bilateral, porém **ainda** $\geq 0,05$.



3. Modificando o nível de significância: Erros de decisão

A interpretação da probabilidade final esta associada à situação em que H_0 seja verdadeira. Neste caso, **o que esperar caso H_0 seja falsa**?

	H_0 Verdadeira	H_0 Falsa
H_0 é rejeitada	α (Erro Tipo I)	$1-\beta$ (Decisão correta)
H_0 é aceita	$1-\alpha$ (Decisão correta)	β (Erro Tipo II)