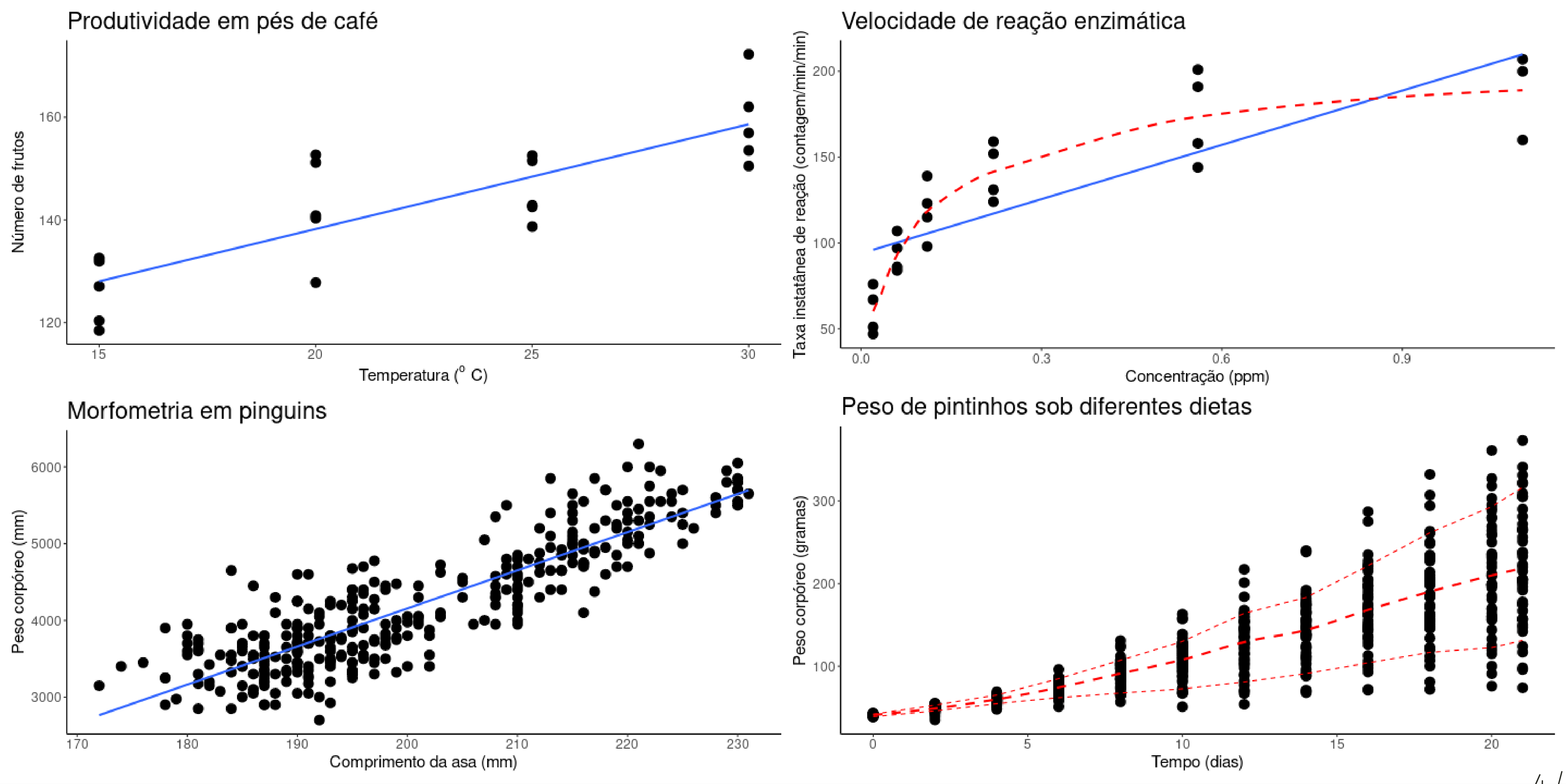
Estatística descritiva

Covariância e Correlação Linear

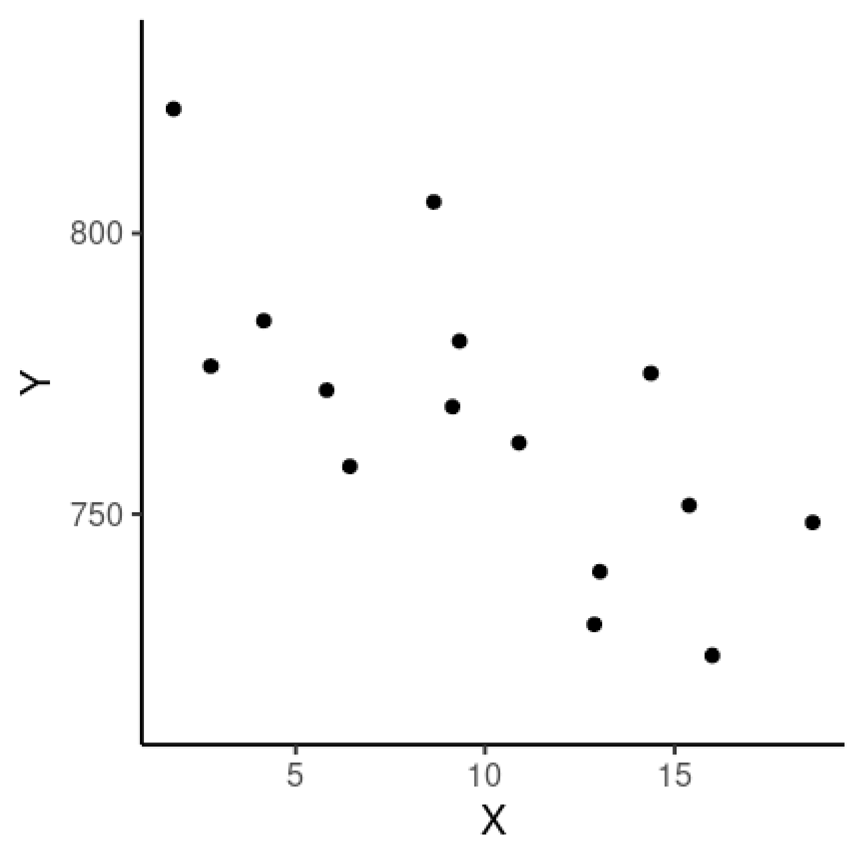
Fabio Cop (fabiocopf@gmail.com)
Instituto do Mar - UNIFESP
Última atualização em 06 de janeiro de 2022

Conteúdo da aula

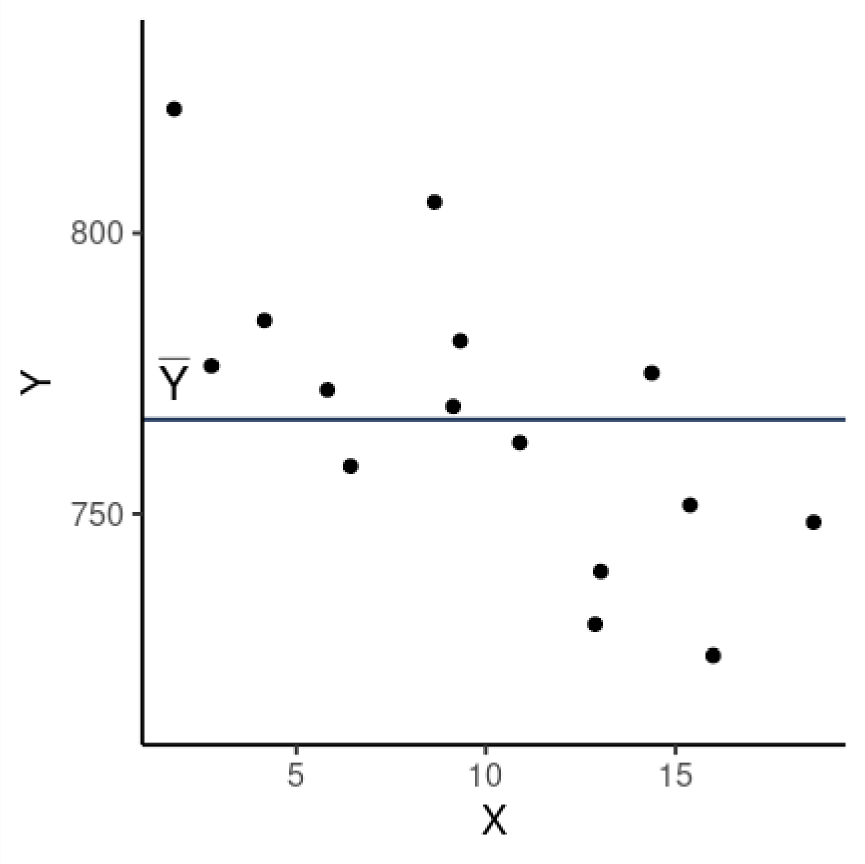
1. Medindo a intensidade de associações lineares



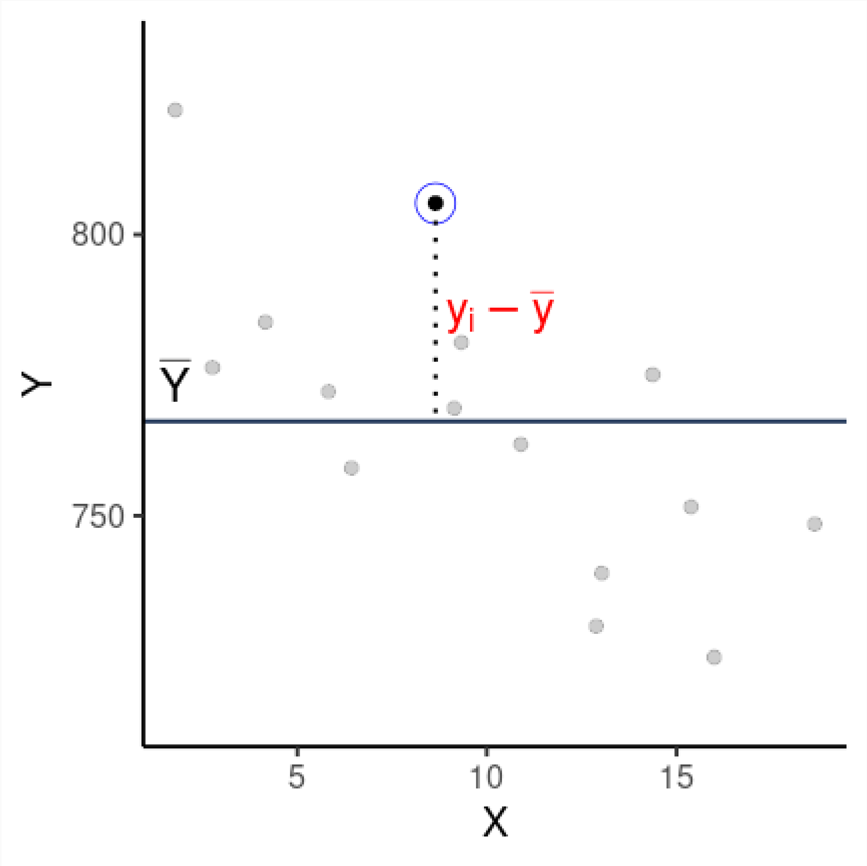
2. Soma dos Quadrados e Variância Amostral



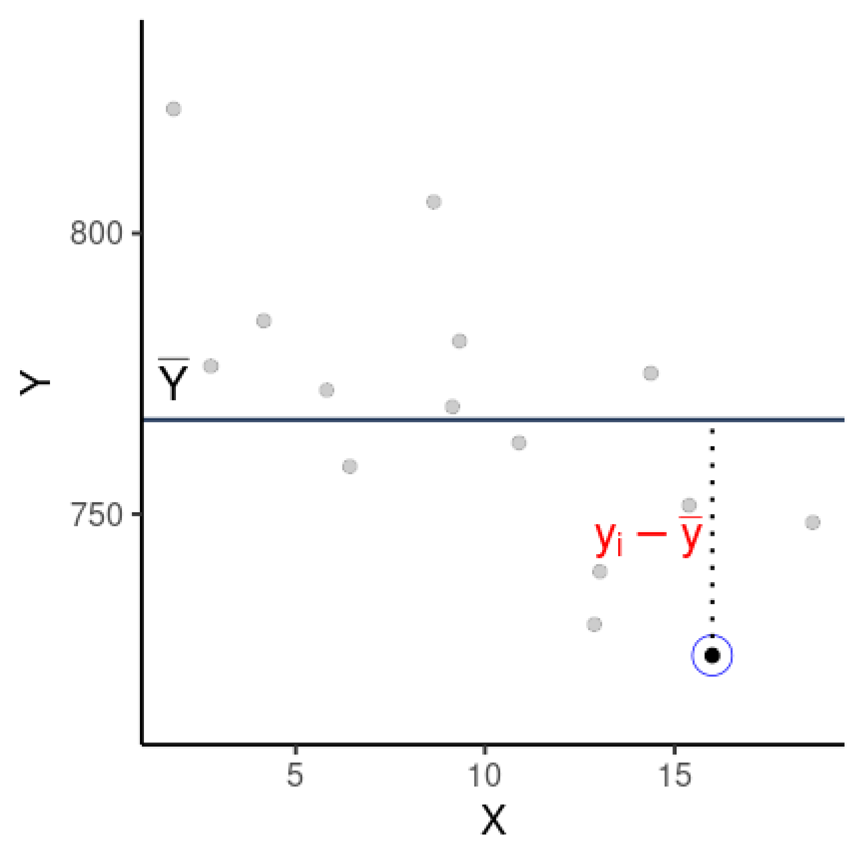
2. Soma dos Quadrados e Variância Amostral

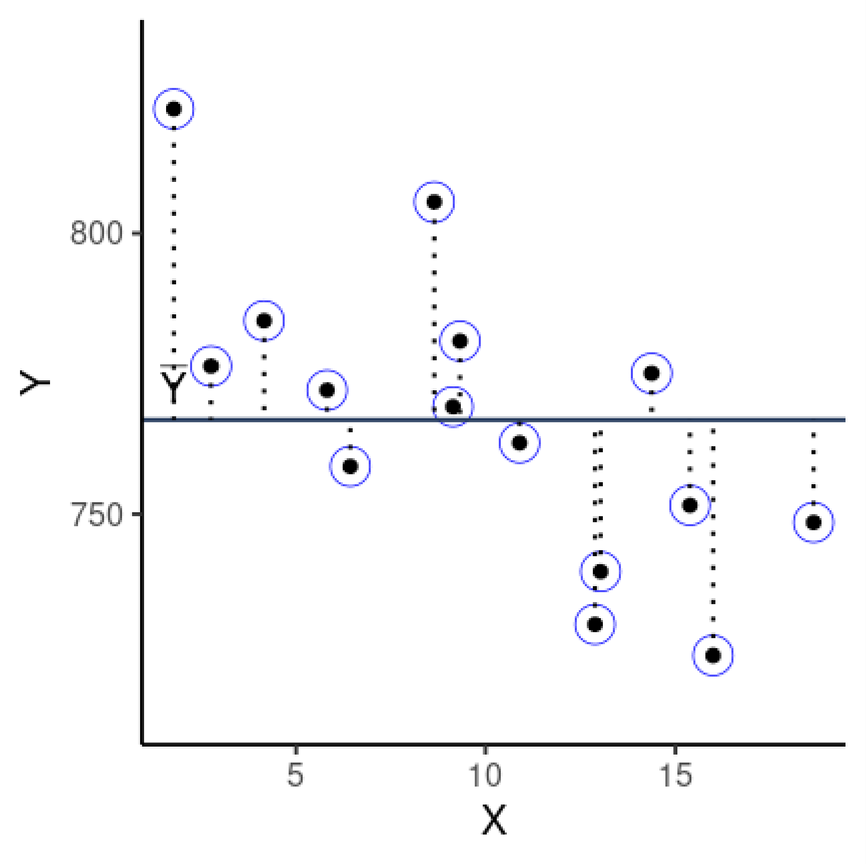


2. Soma dos Quadrados e Variância Amostral



2. Soma dos Quadrados e Variância Amostral



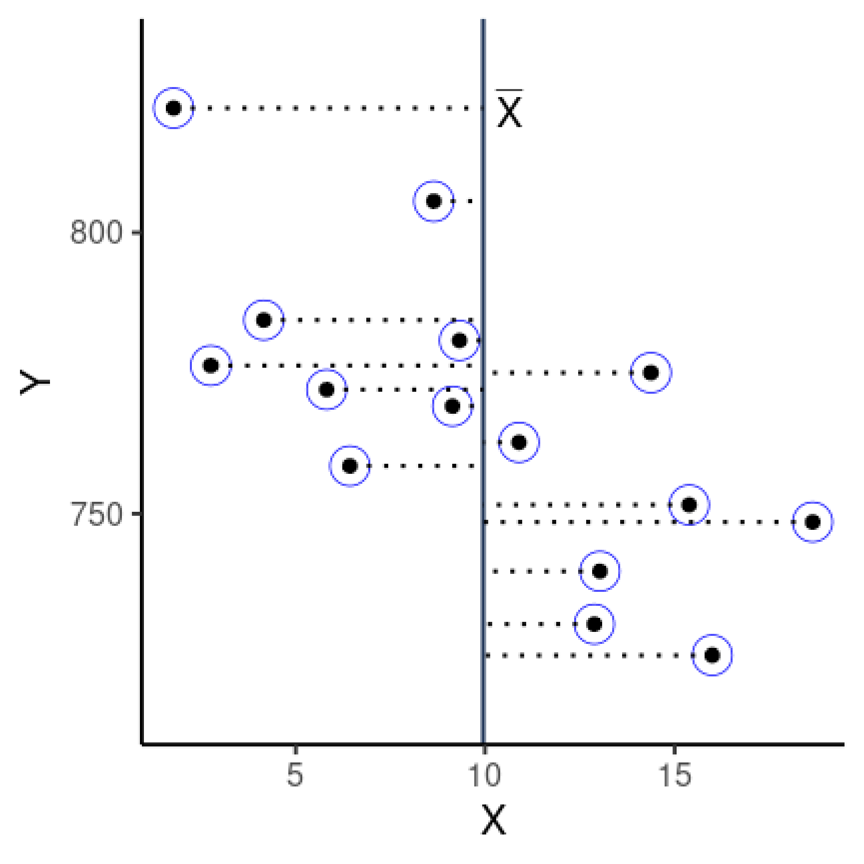


Soma dos Quadrados de Y

$$SQ_Y = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(y_i - \bar{y})$$

Variância amostral de Y

$$s_Y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

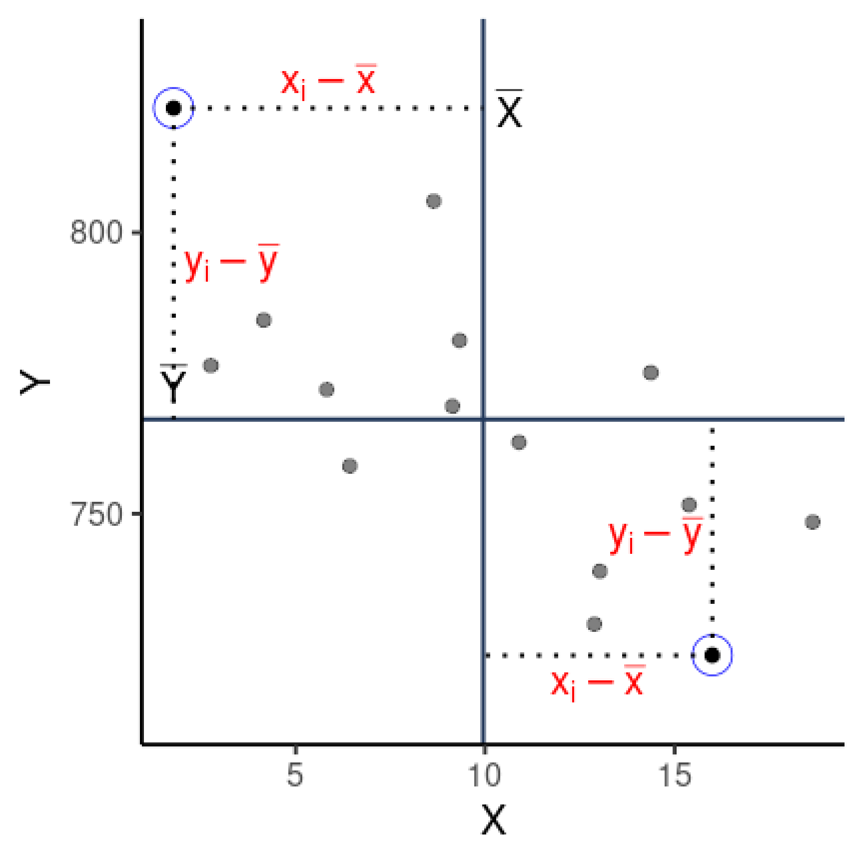


Soma dos Quadrados de X

$$SQ_X = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(x_i - \overline{x})$$

Variância amostral de X

$$s_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}$$



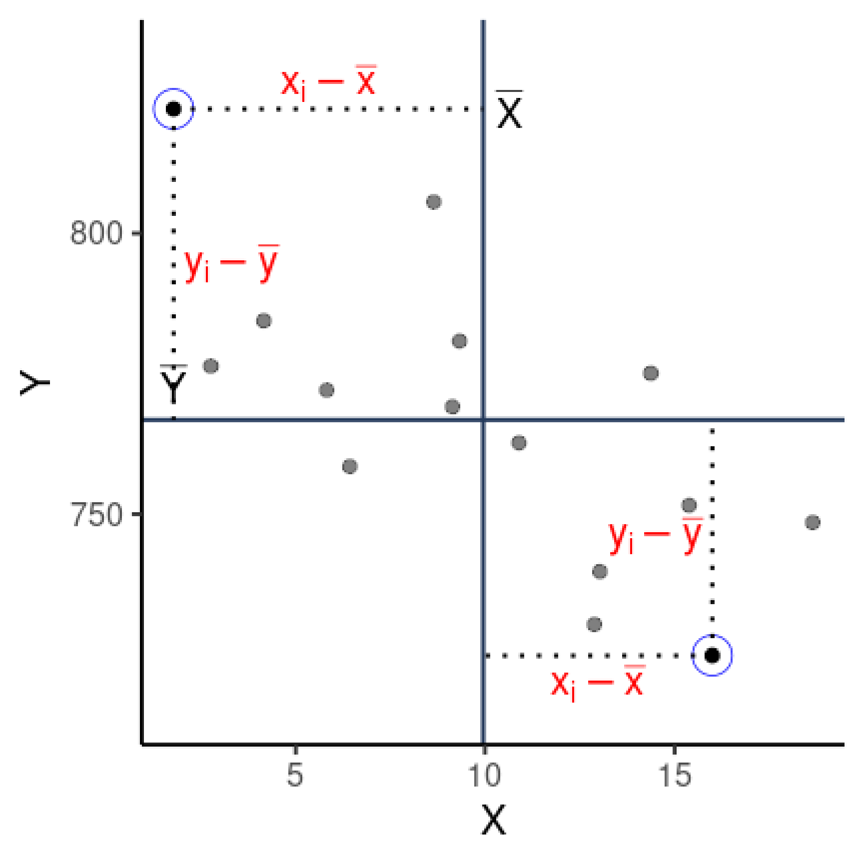
Soma dos produtos cruzados de Y e X

$$SQ_{YX} = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})$$

Covariância amostral entre Y e X

$$s_{YX} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{n-1}$$

3. Soma dos Produtos Cruzados e Covariância



Se

$$(y_i - \bar{y}) > 0; (x_i - \bar{x}) < 0$$

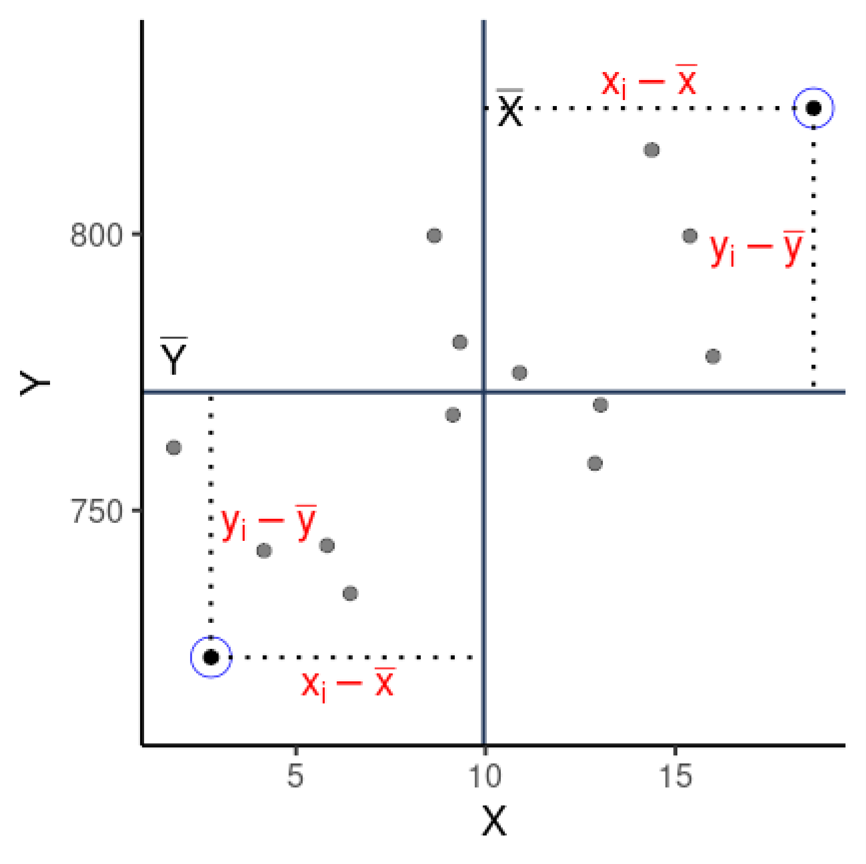
ou

$$(y_i - \bar{y}) < 0; (x_i - \bar{x}) > 0$$

temos

$$s_{YX} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{n-1} < 0$$

A covariância pode ser **NEGATIVA**



Se

$(y_i - \overline{y}) > 0; (x_i - \overline{x}) > 0$

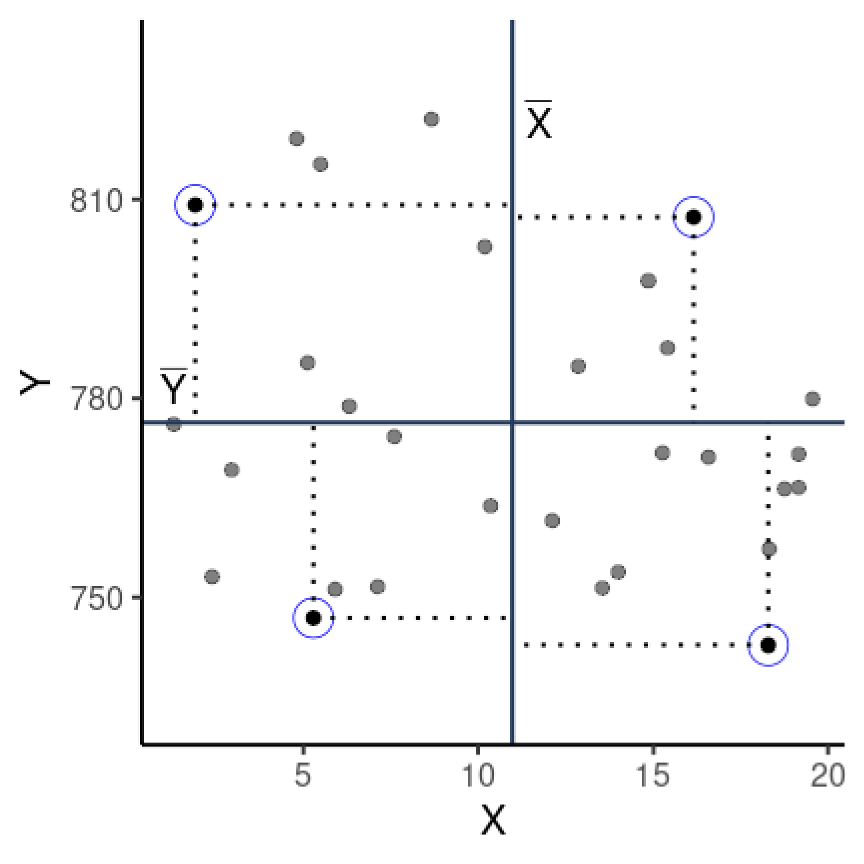
ou

$(y_i - \overline{y}) < 0; (x_i - \overline{x}) < 0$

temos

$$s_{YX} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})(x_i - \overline{x})}{n-1} > 0$$

A covariância pode ser **POSITIVA**



Se

$$(y_i - \overline{y}) \approx 0; (x_i - \overline{x}) \approx 0$$

ou

$$(y_i - \overline{y}) \approx 0; (x_i - \overline{x}) \approx 0$$

Temos

$$s_{YX} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})(x_i - \overline{x})}{n-1} \approx 0$$

A covariância pode ser **NULA**

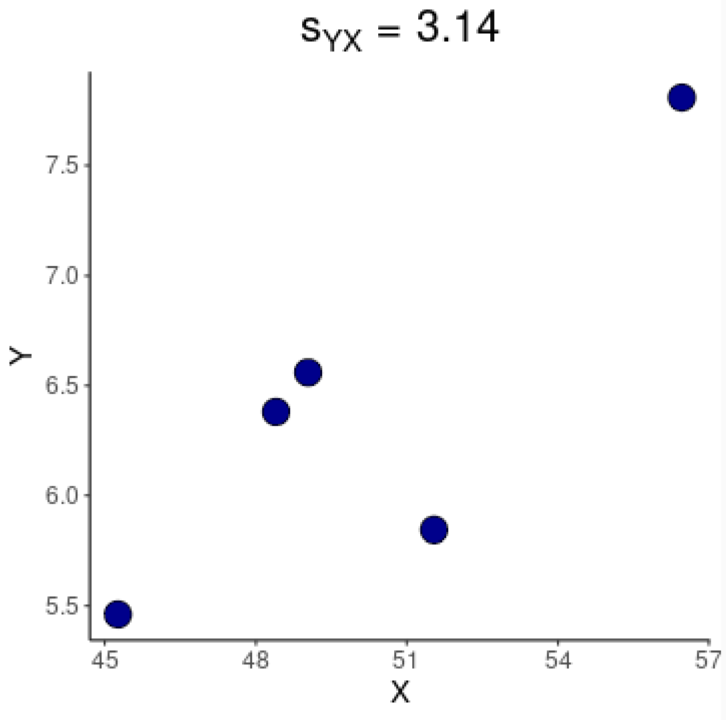
3. Soma dos Produtos Cruzados e Covariância

Cálculo da covariância entre Y e X

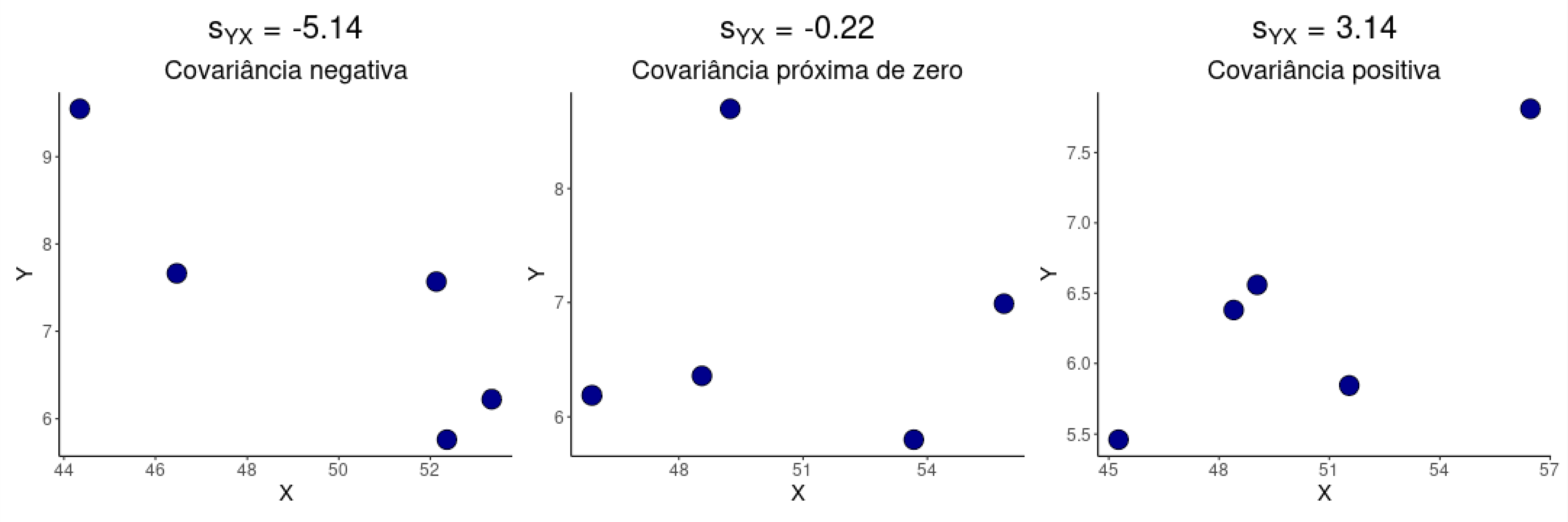
	Y	X	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})$
1	45.26	5.46	-4.88	-0.95	4.63
2	49.04	6.56	-1.10	0.15	-0.16
3	51.54	5.84	1.40	-0.57	-0.79
4	56.46	7.81	6.32	1.40	8.84
5	48.40	6.38	-1.74	-0.03	0.05
$\sum$	**50.14**	**6.41**	**0.00**	**0.00**	**12.57**

$$s_{YX} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{n-1}$$

$$s_{YX} = \frac{12.57}{5-1} = 3.14$$



Cenários possíeis



Um pouco de história

Na década de 1890, Karl Pearson foi apresentado a Francis Galton pelo zoólogo Walter Weldon. Juntos fundaram a revista Biometrika, com o objetivo de desenvolver teoria em estatística. Galton (primo de Charles Darwin) e Pearson trabalharam juntos em vários problemas relacionados à teoria da evolução, genética, biometria e estatística. Galton trouxe as primeiras ideias sobre a medida de associação entre duas variáveis quantitativas no contexto da hereditariedade e propôs o coeficiente de correlação linear para medir esta associação. Suas idéias foram estendidas por Karl Pearson e Udny Yule para um contexto estatístico mais geral. Pearson trouxe ainda muitas outras contribuições á estatística como o coeficiente de χ^2 e a ideia de *graus de liberdade*. O termo distribuição normal para variáveis com dustribuição Gaussiana também surgiu como fruto e seu trabalho (veja em: Karl Pearson).

4. O coeficiente de correlaçao linear de Pearson

Covariância amostral entre Y e X

$$s_{YX} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{n-1}$$

Variância amostral de Y

$$s_Y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

Variância amostral de X

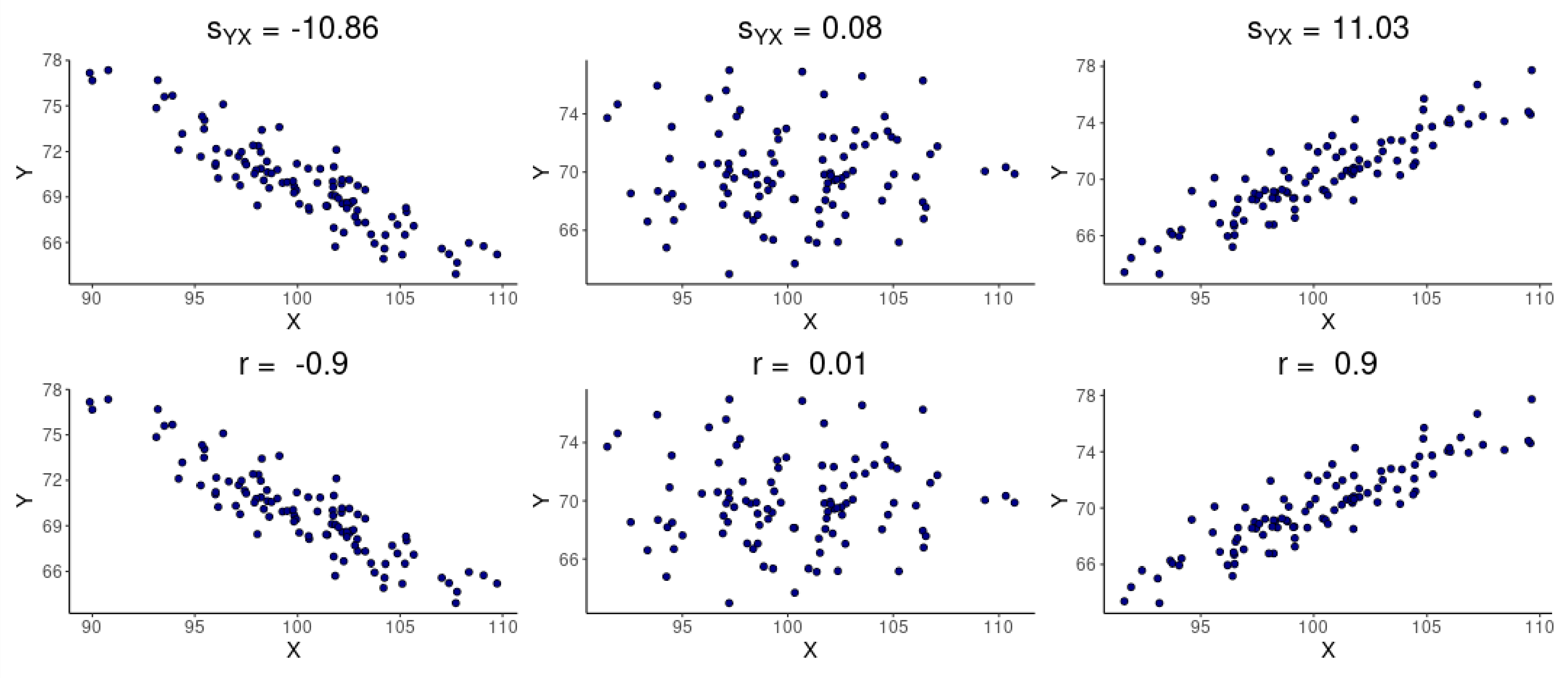
$$s_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

O coeficiente de correlaçao linear de Pearson r

$$r = \frac{s_{YX}}{\sqrt{s_Y^2} \times \sqrt{s_X^2}}$$

O r de Pearson é a covariância **padronizada** pelos desvios padrões de Y e X

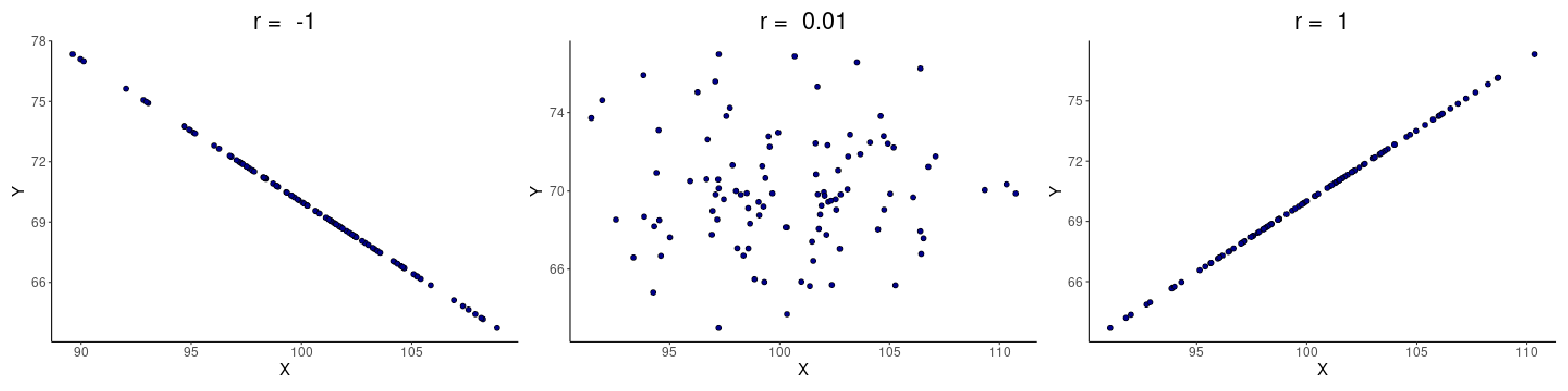
A covariância não tem limites negativos ou positivos. A escala depende das magnitudes de Y e de X.



O r de Pearson varia entre -1 e $+1$.

4. O coeficiente de correlaçao linear de Pearson

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}$$

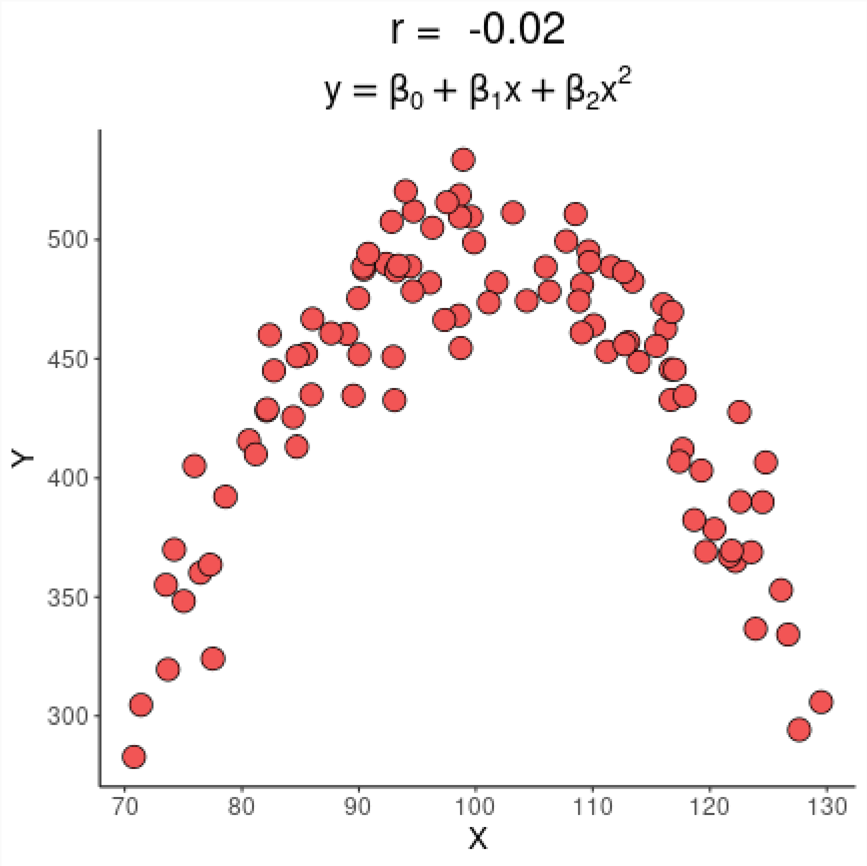


- $r = -1$ (Associção linear perfeitamente **negativa**)
- $r = 0$ (Associção linear inexistente)
- $r = 1$ (Associção linear perfeitamente **positiva**)

FIM

class: h1_small

O r mede associações **lineares**



Correlação **não implica** causalidade