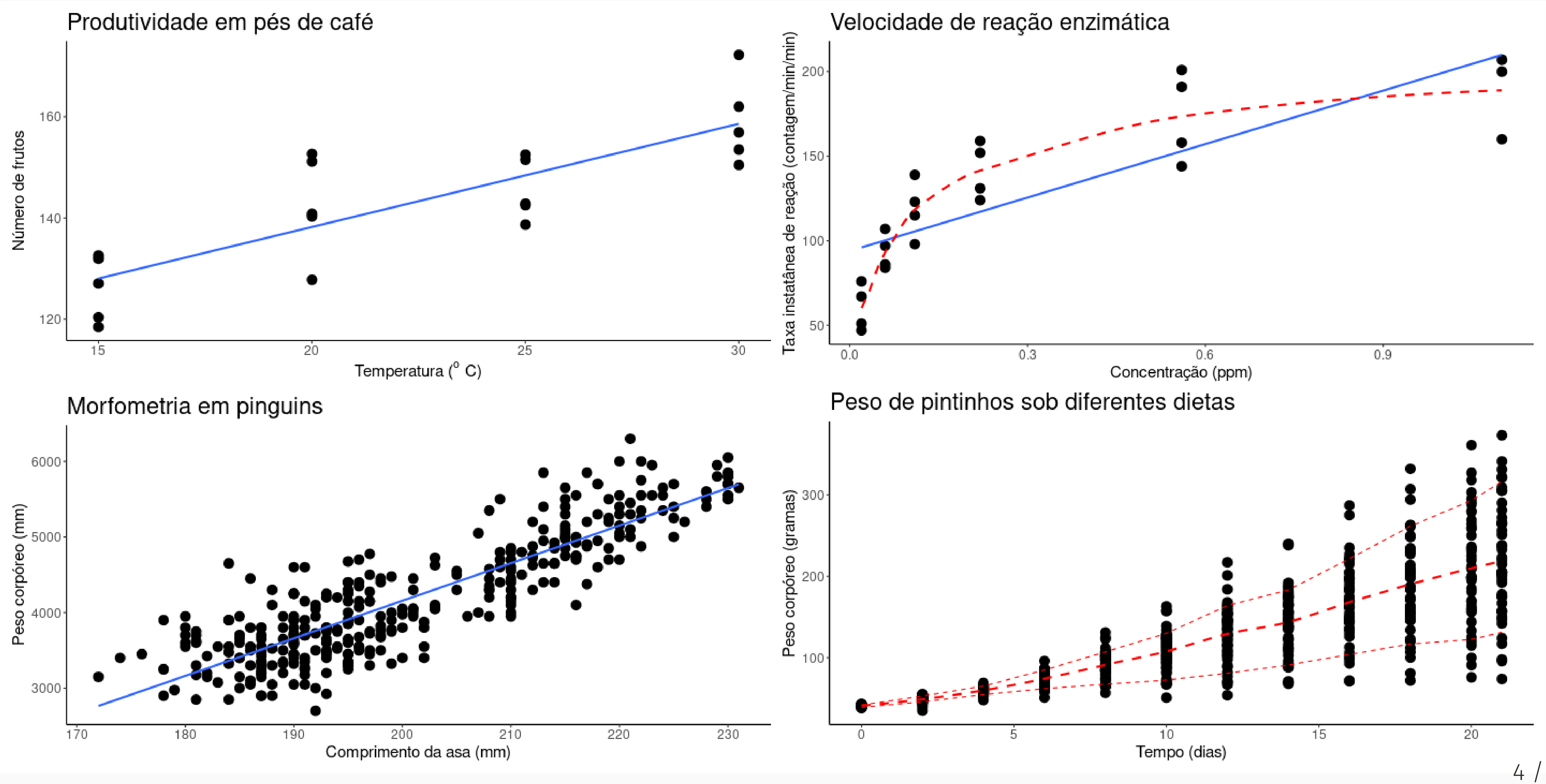
Estatística descritiva

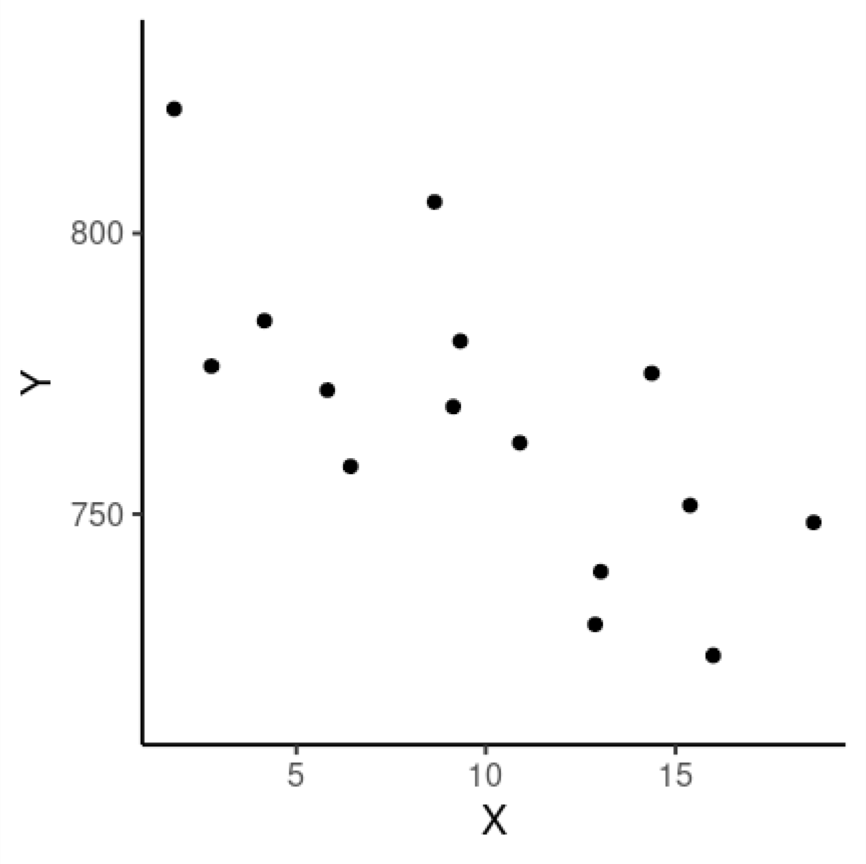
Covariância e Correlação Linear

Fabio Cop (fabiocopf@gmail.com)
Instituto do Mar - UNIFESP
Última atualização em 13 de março de 2022

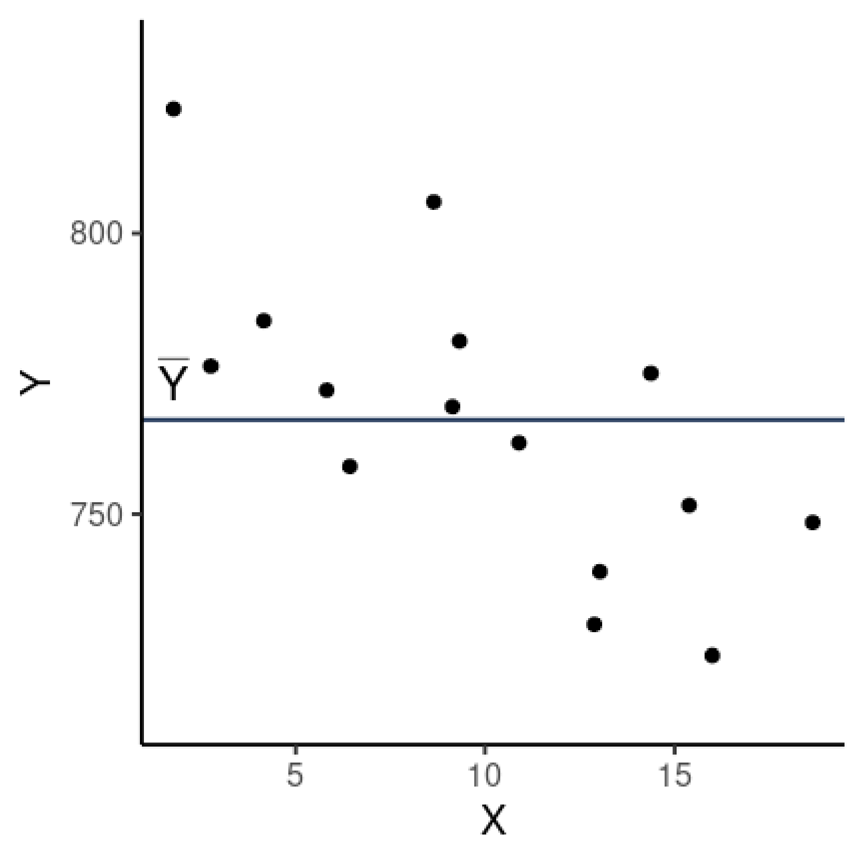
Conteúdo da aula


Produtividade em pés de café
Número de frutos
120
140
160
15
20
25
30
Temperatura (° C)
Velocidade de reação enzimática
Taxa instatânea de reação (contagem/min/min)
50
100
150
200
0.0
0.3
0.6
0.9
Concentração (ppm)
Morfometria em pinguins
Peso corpóreo (mm)
3000
4000
5000
6000
170
180
190
200
210
220
230
Comprimento da asa (mm)
Peso de pintinhos sob diferentes dietas
Peso corpóreo (gramas)
100
200
300
0
5
10
15
20
Tempo (dias)

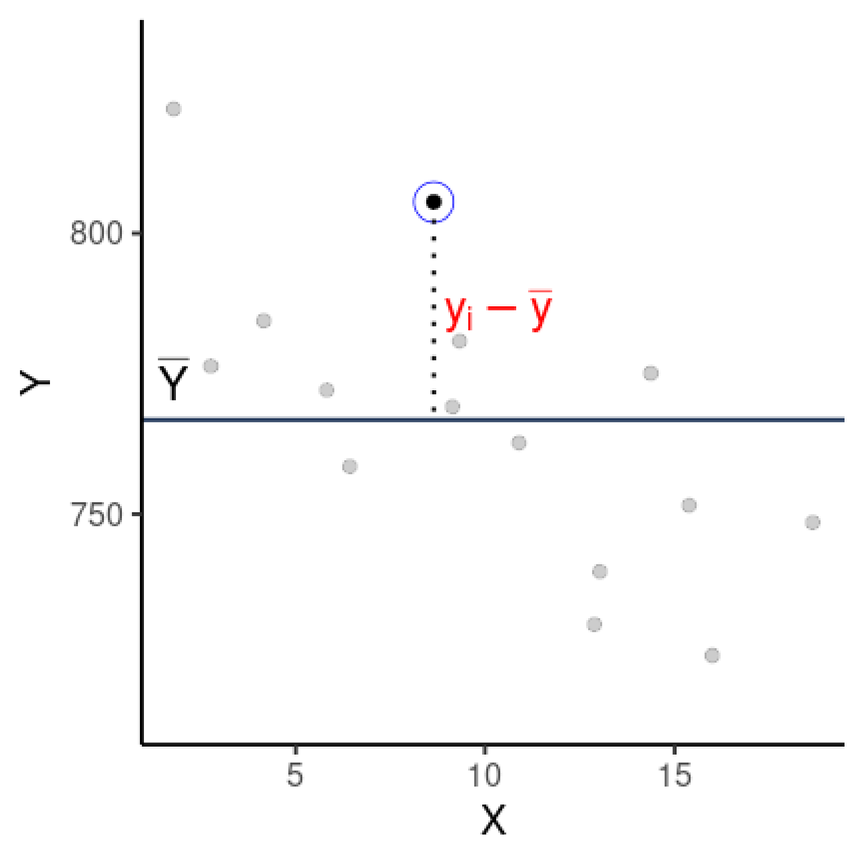
2. Soma dos Quadrados e Variância Amostral



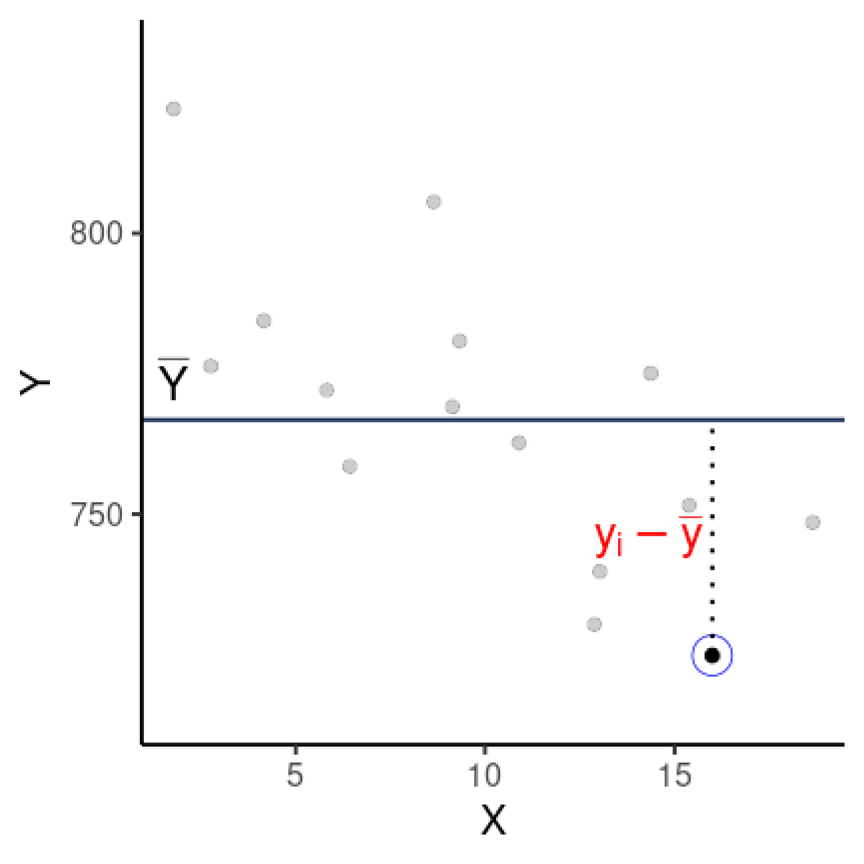
2. Soma dos Quadrados e Variância Amostral

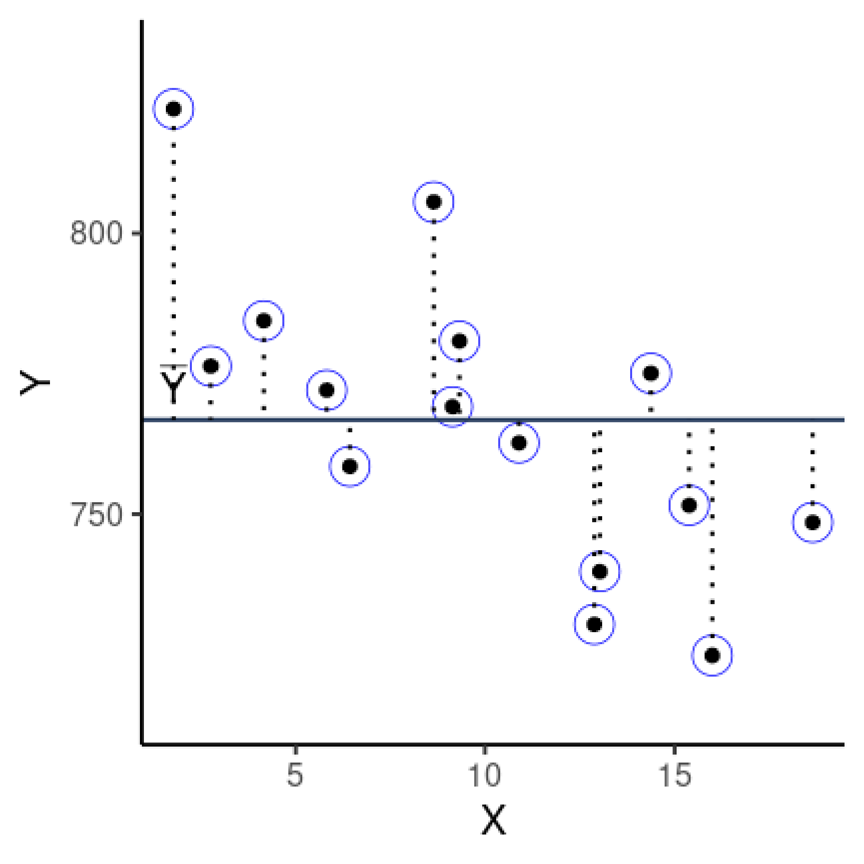


2. Soma dos Quadrados e Variância Amostral



2. Soma dos Quadrados e Variância Amostral



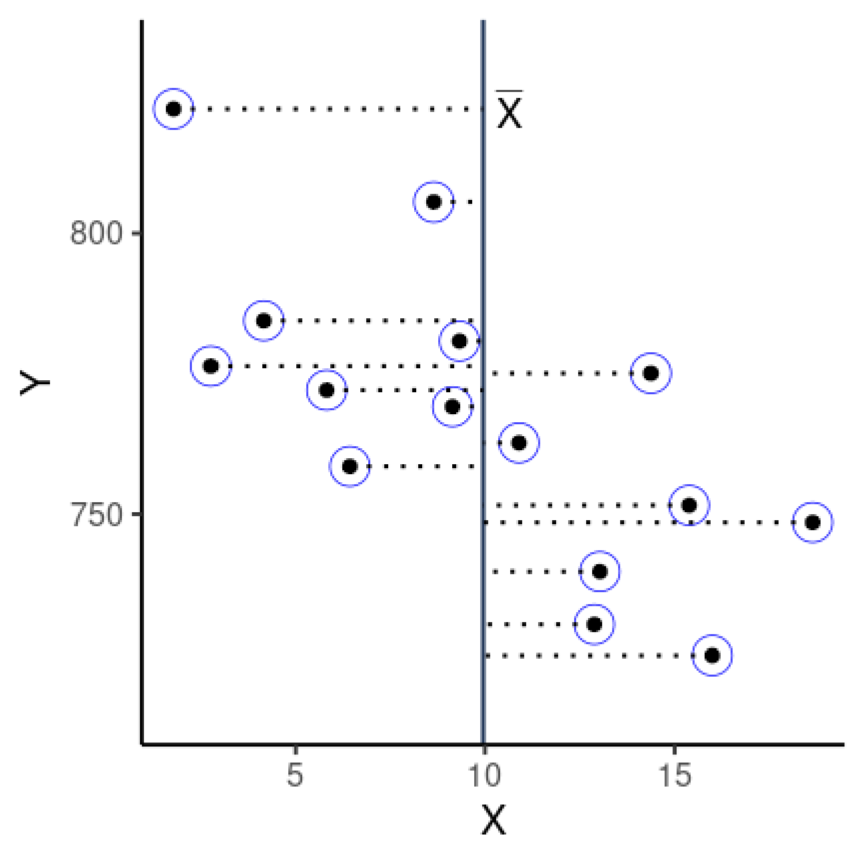


Soma dos Quadrados de Y

$$SQ_Y = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})(y_i - \bar{y})$$

Variância amostral de Y

$$s_Y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}{n - 1}$$

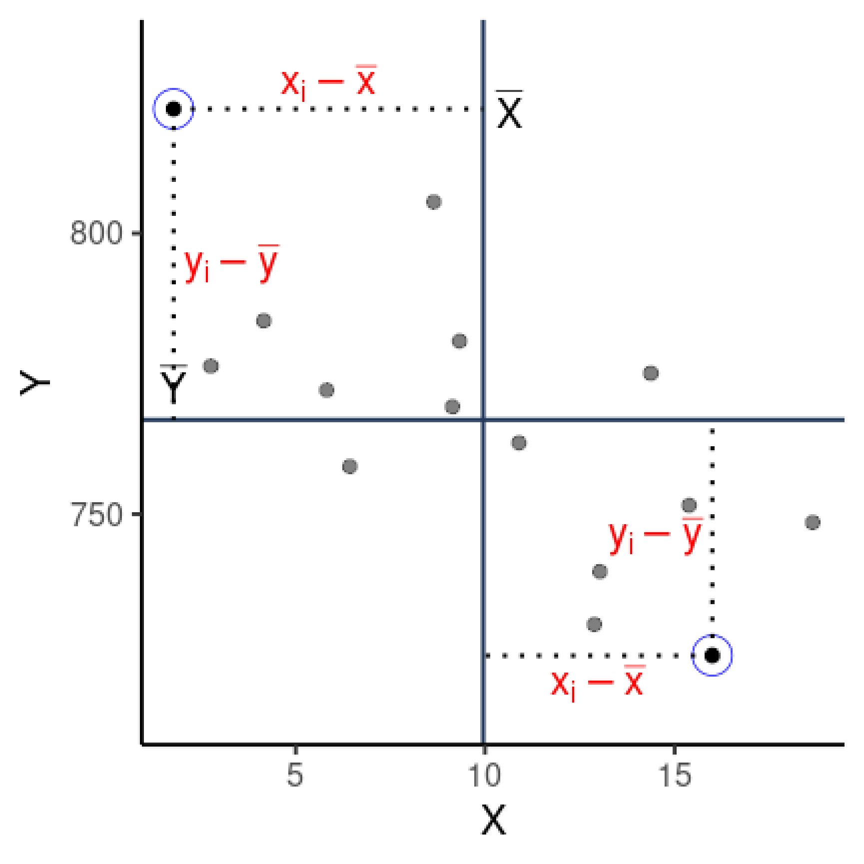


Soma dos Quadrados de X

$$SQ_X = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(x_i - \overline{x})$$

Variância amostral de X

$$s_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}$$

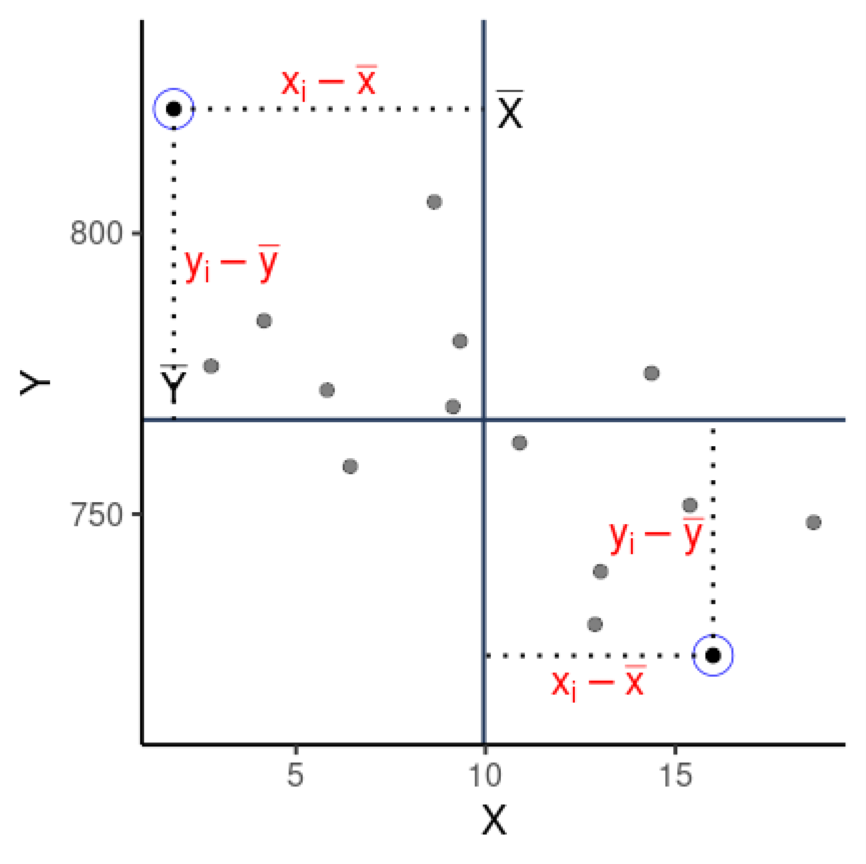


Soma dos produtos cruzados de Y e X

$$SQ_{YX} = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})$$

Covariância amostral entre Y e X

$$s_{YX} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{n-1}$$



Se

$(y_i - \bar{y}) > 0$; $(x_i - \bar{x}) < 0$

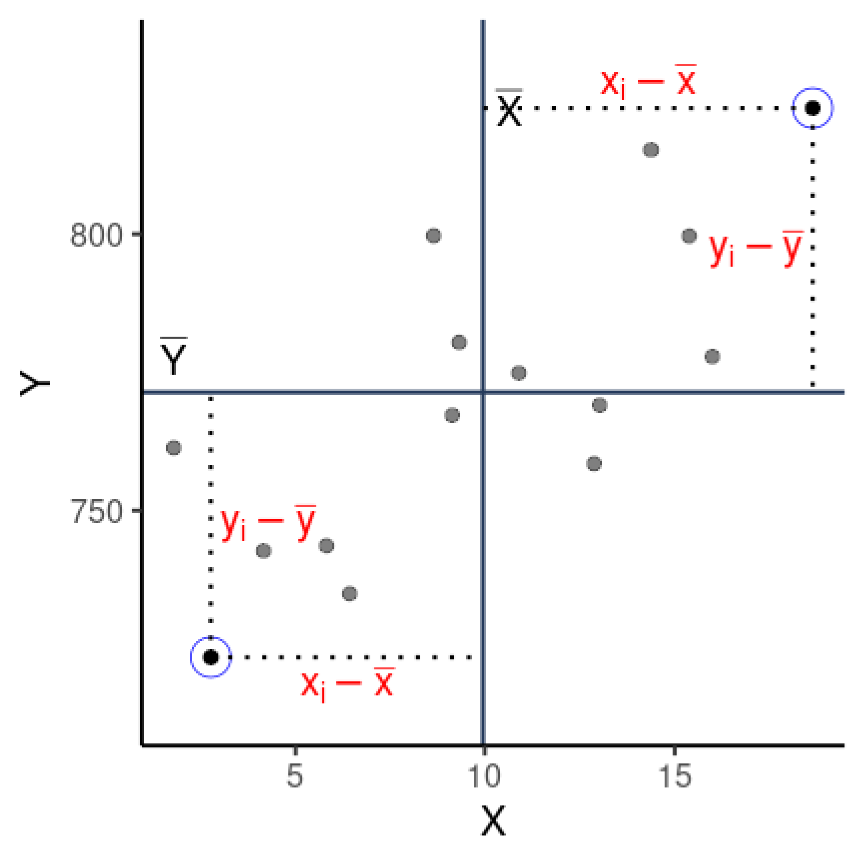
ou

$(y_i - \bar{y}) < 0$; $(x_i - \bar{x}) > 0$

temos

$$s_{YX} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{n-1} < 0$$

A covariância pode ser **NEGATIVA**



Se

$$(y_i - \bar{y}) > 0; (x_i - \bar{x}) > 0$$

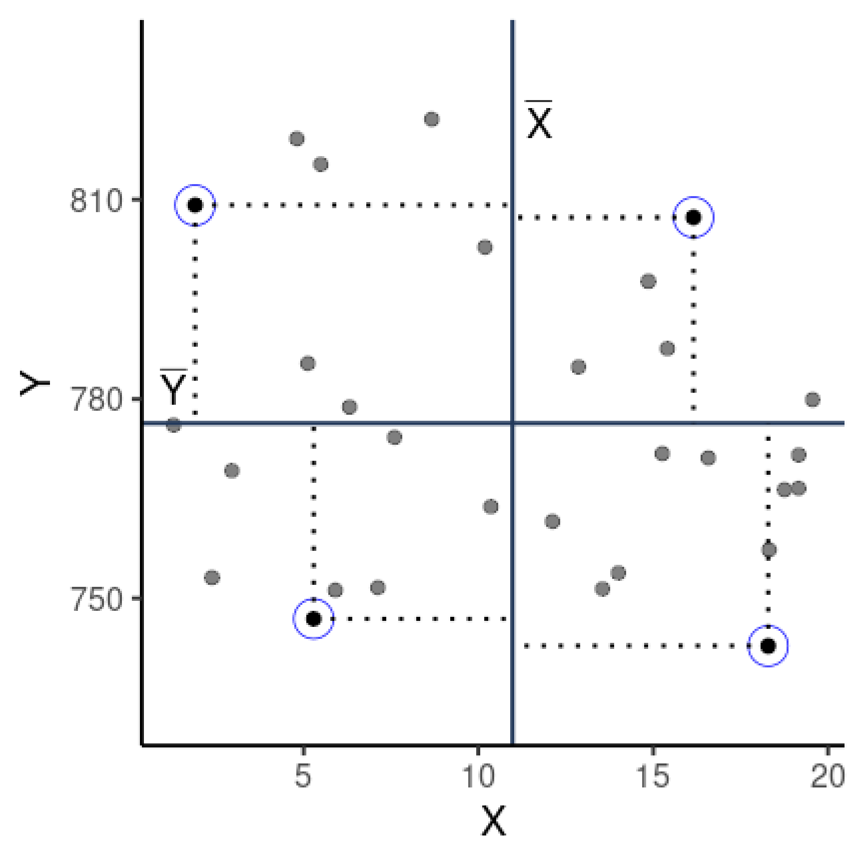
ou

$$(y_i - \bar{y}) < 0; (x_i - \bar{x}) < 0$$

temos

$$s_{YX} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{n-1} > 0$$

A covariância pode ser **POSITIVA**



Se

$(y_i - \overline{y}) \approx 0; (x_i - \overline{x}) \approx 0$

ou

$(y_i - \overline{y}) \approx 0; (x_i - \overline{x}) \approx 0$

Temos

$s_{YX} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})(x_i - \overline{x})}{n-1} \approx 0$

A covariância pode ser **NULA**

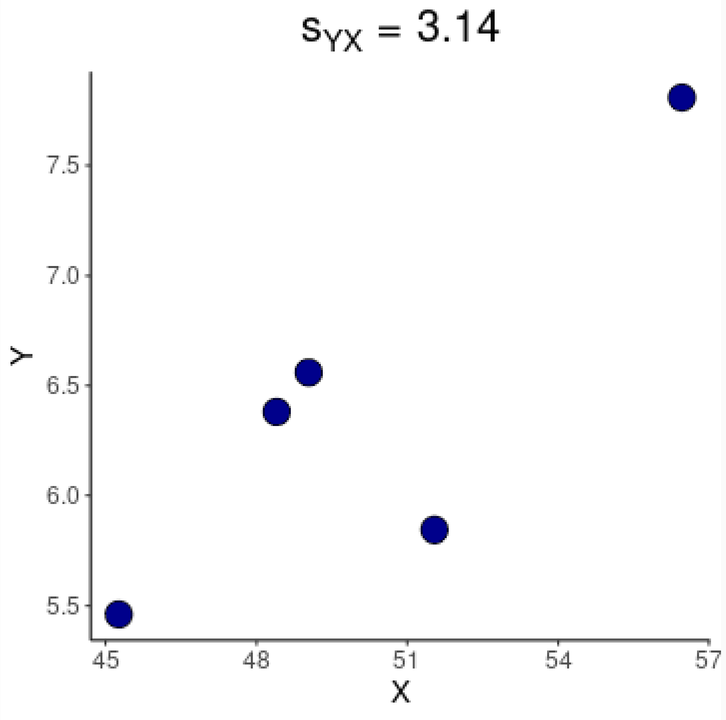
3. Soma dos Produtos Cruzados e Covariância

Cálculo da covariância entre Y e X

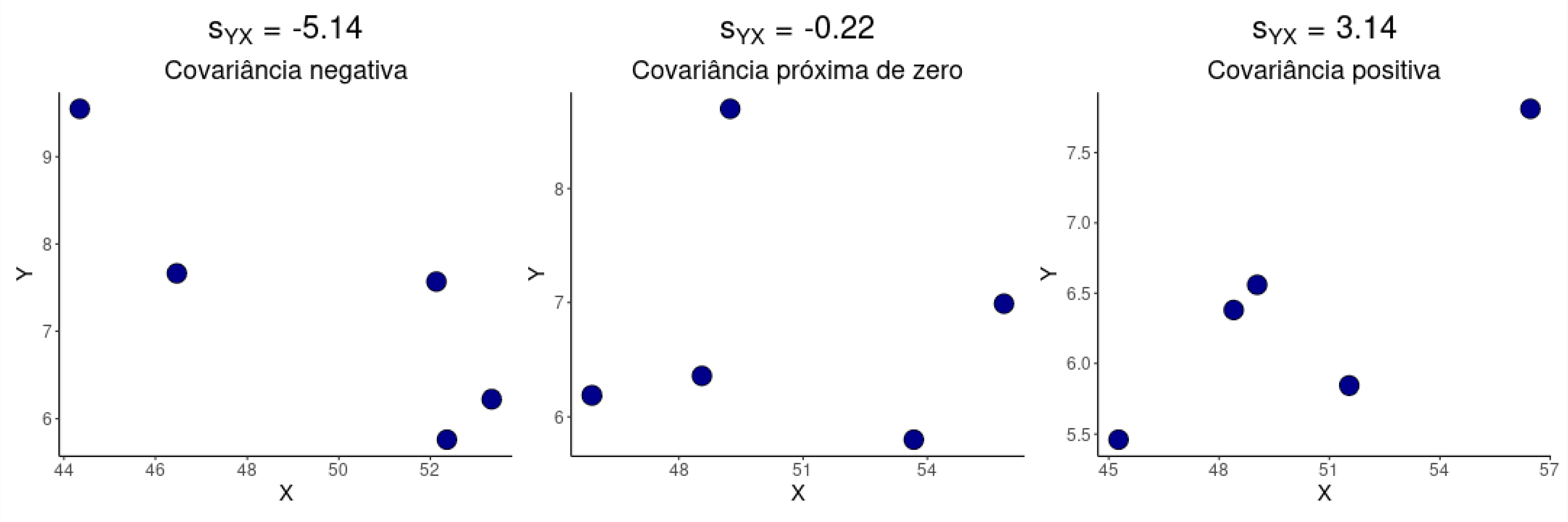
	Y	X	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})$
1	45.26	5.46	-4.88	-0.95	4.63
2	49.04	6.56	-1.10	0.15	-0.16
3	51.54	5.84	1.40	-0.57	-0.79
4	56.46	7.81	6.32	1.40	8.84
5	48.40	6.38	-1.74	-0.03	0.05
$\sum$	**50.14**	**6.41**	**0.00**	**0.00**	**12.57**

$$s_{YX} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{n-1}$$

$$s_{YX} = \frac{12.57}{5-1} = 3.14$$



Cenários possíeis



O coeficiente de correlação de Pearson

Um pouco de história

Na década de 1890, Karl Pearson foi apresentado a Francis Galton pelo zoólogo Walter Weldon. Juntos fundaram a revista Biometrika, com o objetivo de desenvolver teoria em estatística. Galton (primo de Charles Darwin) e Pearson trabalharam juntos em vários problemas relacionados à teoria da evolução, genética, biometria e estatística. Galton trouxe as primeiras ideias sobre a medida de associação entre duas variáveis quantitativas no contexto da hereditariedade e propôs o coeficiente de correlação linear para medir esta associação. Suas idéias foram estendidas por Karl Pearson e Udny Yule para um contexto estatístico mais geral. Pearson trouxe ainda muitas outras contribuições á estatística como o coeficiente de χ^2 e a ideia de *graus de liberdade*. O termo distribuição normal para variáveis com dustribuição Gaussiana também surgiu como fruto e seu trabalho (veja em: Karl Pearson).

4. O coeficiente de correlaçao linear de Pearson

Covariância amostral entre Y e X

$$s_{YX} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{n-1}$$

Variância amostral de Y

$$s_Y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

Variância amostral de X

$$s_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

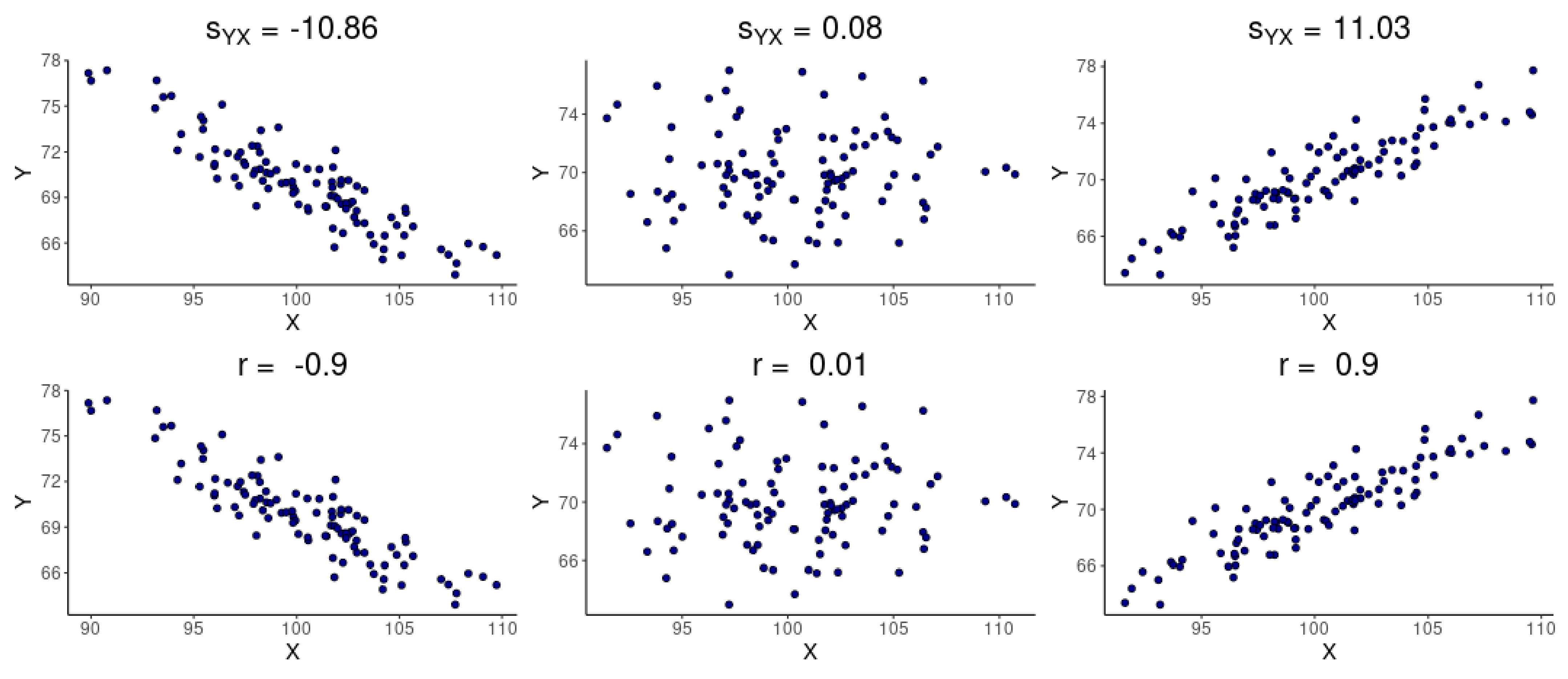
O coeficiente de correlaçao linear de Pearson r

$$r = \frac{s_{YX}}{\sqrt{s_Y^2} \times \sqrt{s_X^2}}$$

O r de Pearson é a covariância **padronizada** pelos desvios padrões de Y e X

4. O coeficiente de correlaçao linear de Pearson

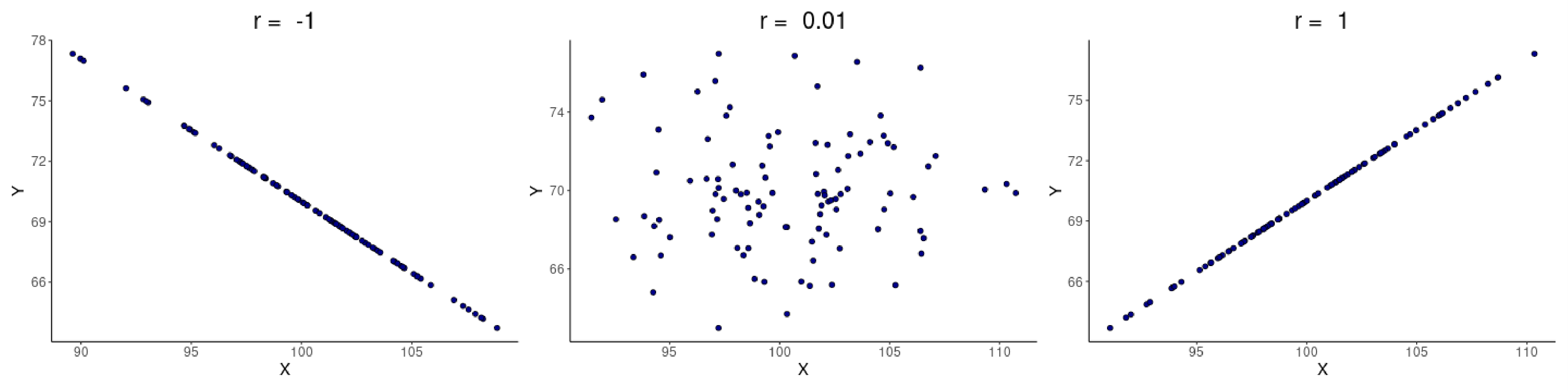
A covariância não tem limites negativos ou positivos. A escala depende das magnitudes de Y e de X.



O r de Pearson varia entre -1 e $+1$.

4. O coeficiente de correlaçao linear de Pearson

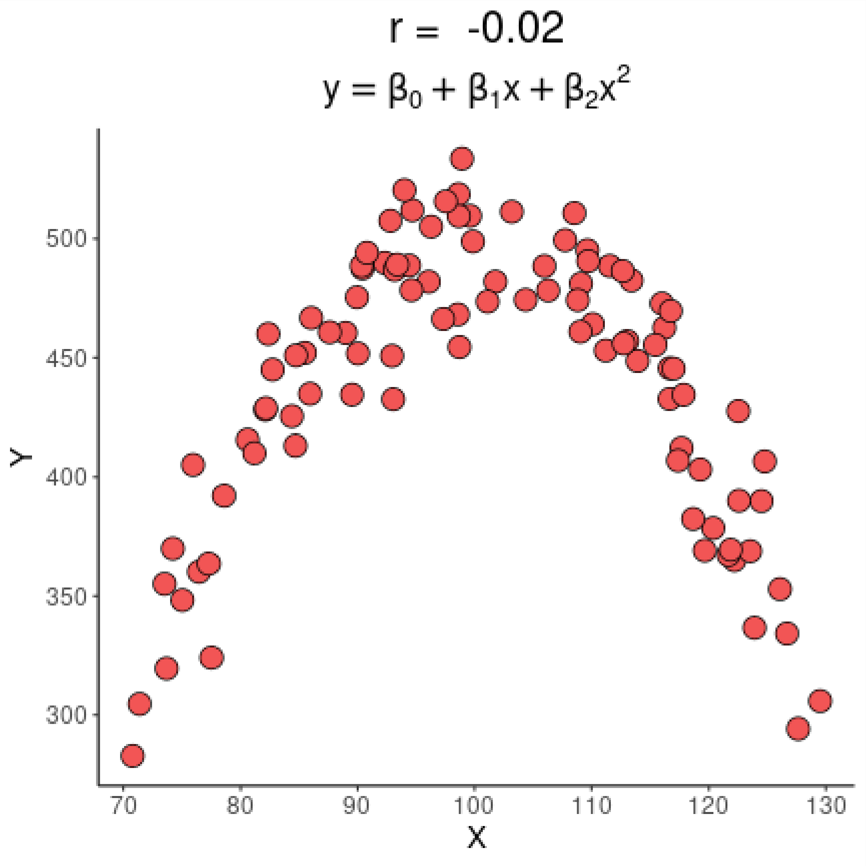
$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}$$



- $r = -1$ (Associção linear perfeitamente **negativa**)
- $r = 0$ (Associção linear inexistente)
- $r = 1$ (Associção linear perfeitamente **positiva**)

5. Associações Lineares e Causalidade

O r mede associações **lineares**



Correlação **não implica** causalidade