

# Inferência Estatística e Teste de Hipóteses

## Introdução ao teste de hipóteses

---

Fabio Cop ([fabiocopf@gmail.com](mailto:fabiocopf@gmail.com))

Instituto do Mar - UNIFESP

Última atualização em 09 de junho de 2022



# Introdução ao teste de hipóteses

---

1. Introdução ao teste de hipóteses: o teste  $z$ 
    - 1.1. Hipótese nula e alternativa
    - 1.2. Nível de significância
    - 1.3. Método do valor crítico: área de rejeição
    - 1.4. Método do valor de  $p$
  2. Testes bilaterais e unilaterais
  3. Considerações sobre o nível de significância: erros de decisão
-

# 1. Introdução ao teste de hipóteses: o teste $z$

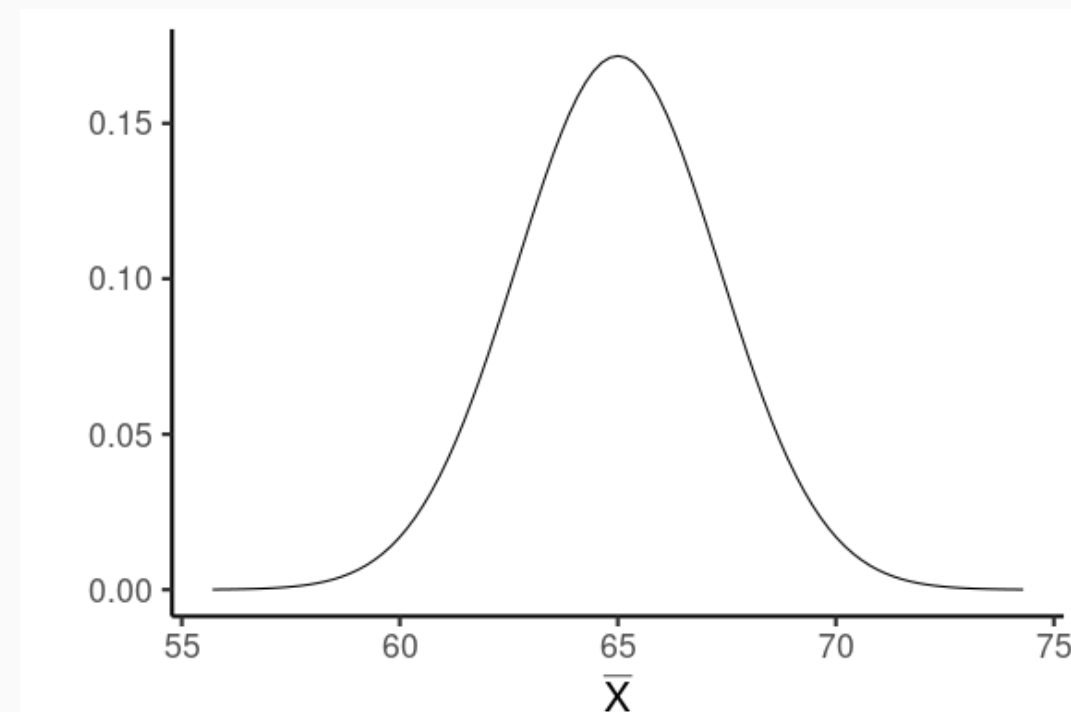
Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média  $\mu = 65$  e desvio padrão  $\sigma = 9$ . Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

$H_0 : \mu = 65$  batimentos por minuto (Hipótese Nula)

$H_a : \mu \neq 65$  batimentos por minuto (Hipótese Alternativa  
- teste BILATERAL)

$\alpha = 0,05$  nível de significância

A hipótese nula estabelece que:



# 1. Método do valor crítico: definindo a área de rejeição

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média  $\mu = 65$  e desvio padrão  $\sigma = 9$ . Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

$H_0 : \mu = 65$  batimentos por minuto (Hipótese Nula)

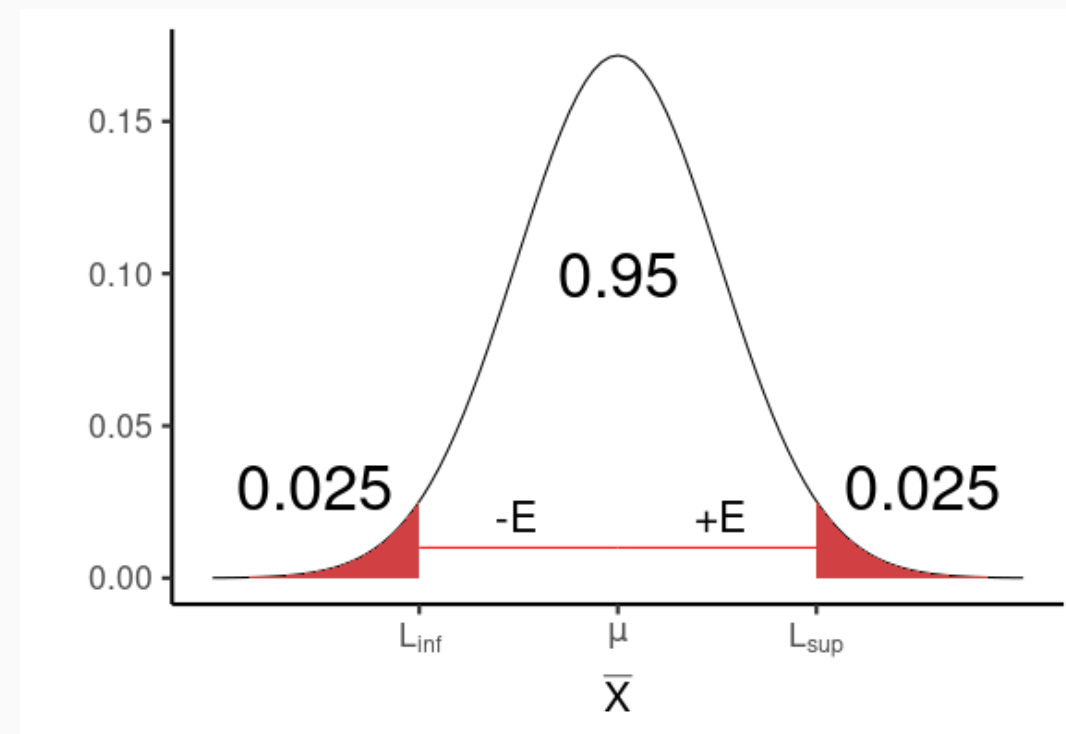
$H_a : \mu \neq 65$  batimentos por minuto (Hipótese Alternativa  
- teste BILATERAL)

$\alpha = 0,05$  nível de significância

Determinar  $\bar{X}$  para que:

$$P(|E| \geq |\bar{X} - \mu|) = 0,05$$

A hipótese nula estabelece que:

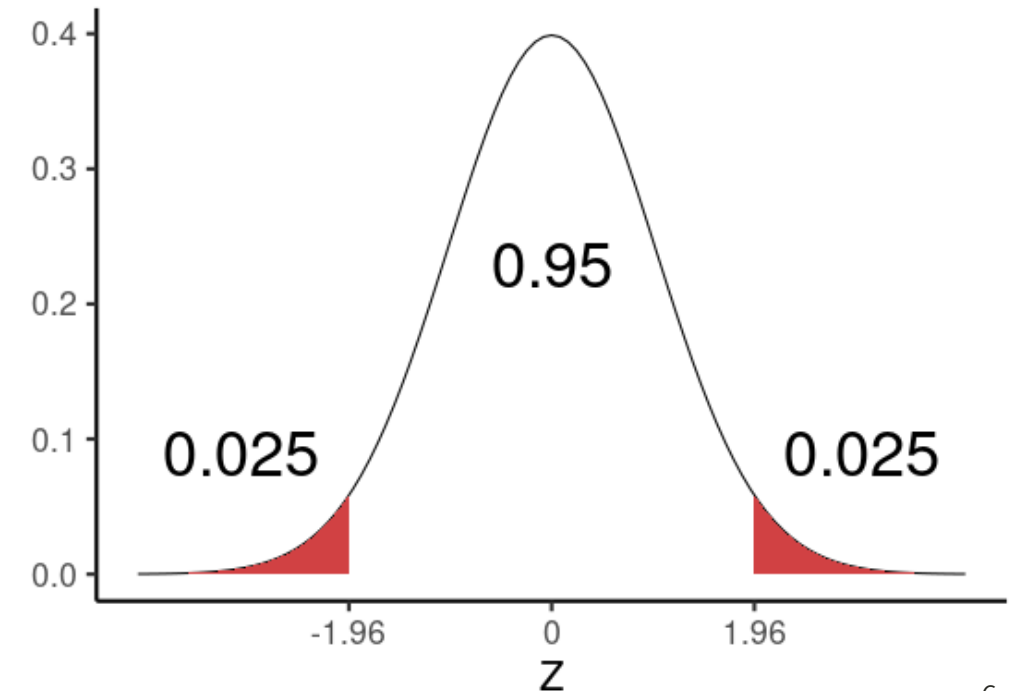


# 1. Método do valor crítico: definindo a área de rejeição

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média  $\mu = 65$  e desvio padrão  $\sigma = 9$ . Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

$$P(|E| \geq |\bar{X} - \mu|) = 0,05$$

$$P(|Z| \geq |\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\mu}}|) = 0,05$$



# 1. Método do valor crítico: definindo a área de rejeição

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média  $\mu = 65$  e desvio padrão  $\sigma = 9$ . Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

$$Z_{\text{crítico}} = 1.96$$

Aceitamos  $H_0$  se

$$|Z_{\text{calculado}}| < |Z_{\text{crítico}}|$$

e rejeitamos  $H_0$  se

$$|Z_{\text{calculado}}| \geq |Z_{\text{crítico}}|$$

sendo:

$$Z_{\text{calculado}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\mu}}$$

Obtém-se em seguida uma amostra *aleatória*:

Amostra: 65, 73, 56, 71, 69, 69, 68, 59, 73, 68, 69, 64, 67, 64, 66

que nos dá uma média amostral de:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{65+73+56+71+69+69+68+59+73+68+69+64+67+64+66}{15} = 66.73$$

batimentos por minuto;

e um erro padrão de:

$$\sigma_{\mu} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{9}{3.87} = 2.32$$

# 1. Método do valor crítico: definindo a área de rejeição

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média  $\mu = 65$  e desvio padrão  $\sigma = 9$ . Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

Com estes resultados encontramos:

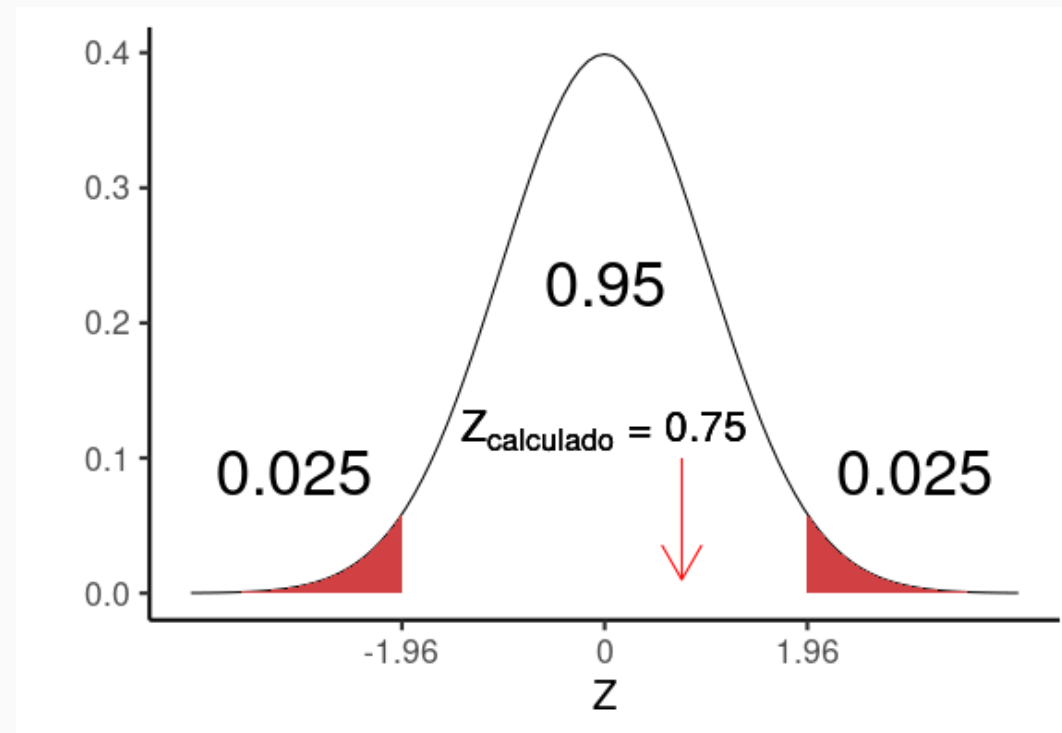
$$Z_{\text{calculado}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\mu}} = \frac{66.73 - 65}{2.32} = 0.75$$

Como:

$$|Z_{\text{calculado}}| < |Z_{\text{crítico}}| \text{ pois } |0.75| < |1.96|$$

Aceitamos  $H_0$  e dizemos que:

**não há evidências na amostra de que o batimento cardíaco de adultos sedentários seja diferente de 65.**





# 1. Método do valor de p

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média  $\mu = 65$  e desvio padrão  $\sigma = 9$ . Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

O objetivo é encontrar o  $Z_{calculado}$  e a probabilidade de termos um valor tão ou mais extremo.

Obtém-se em seguida amostra *aleatória*:

Amostra: 65, 73, 56, 71, 69, 69, 68, 59, 73, 68, 69, 64, 67, 64, 66

Aceitamos  $H_0$  se

$$P(Z \geq |Z_{calculado}|) > 0.05$$

que nos dá uma média amostral de:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{65+73+56+71+69+69+68+59+73+68+69+64+67+64+66}{15} = 66.73$$

batimentos por minuto;

e rejeitamos  $H_0$  se

$$P(Z \geq |Z_{calculado}|) \leq 0.05$$

e um erro padrão de:

$$\sigma_{\mu} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{9}{3.87} = 2.32$$

sendo:

$$Z_{calculado} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\mu}}$$

# 1. Método do valor de p

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média  $\mu = 65$  e desvio padrão  $\sigma = 9$ . Você imagina que o sedentarismo altera o batimento médio de um adulto.

Com estes resultados encontramos:

$$Z_{calculado} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\mu}} = \frac{66.73 - 65}{2.32} = 0.75$$

e

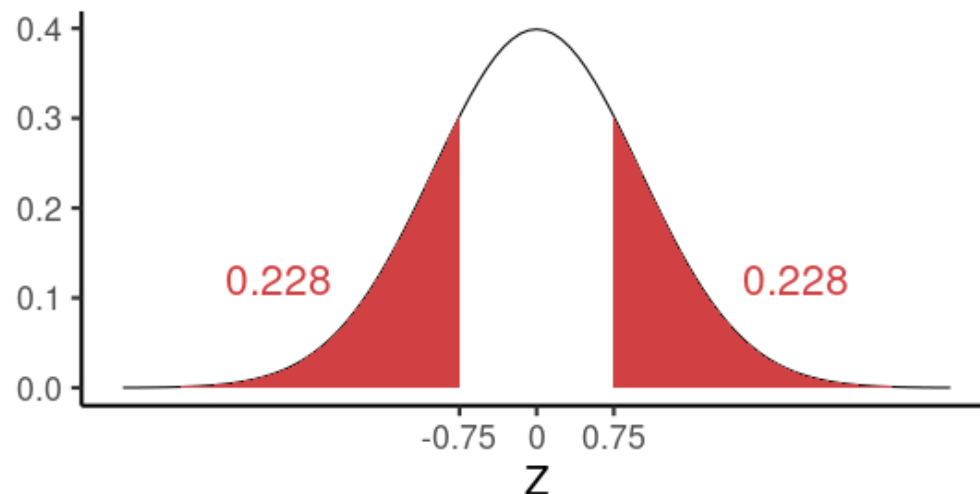
$$P(Z \geq |Z_{calculado}|) = 0.228 + 0.228 = 0.456$$

Portanto:

Valor de p = **0.456** que é  $> 0,05$ .

Consequentemente, aceitamos  $H_0$  e dizemos que:

**não há evidências na amostra de que o batimento cardíaco de adultos sedentários seja diferente de 65.**



## 2. Exemplo de um teste unilateral

---

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média  $\mu = 65$  e desvio padrão  $\sigma = 9$ . A literatura sugere que o sedentarismo **aumenta** o batimento médio de um adulto.

---

As hipóteses estatísticas ficam:

$H_0 : \mu = 65$  batimentos por minuto

$H_a : \mu > 65$  batimentos por minuto (Teste UNILATERAL)

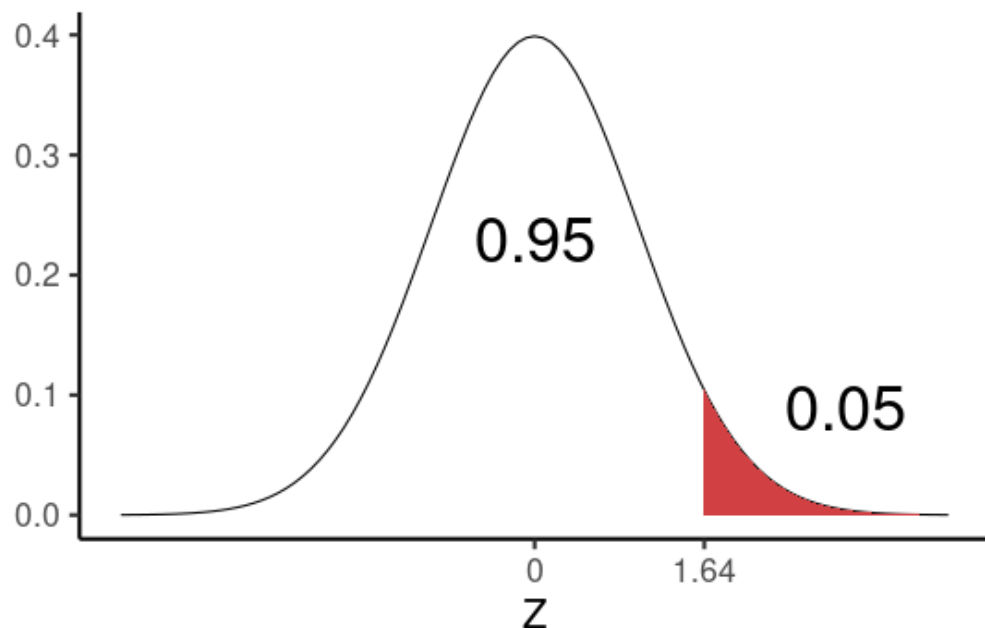
$\alpha = 0,05$  nível de significância

---

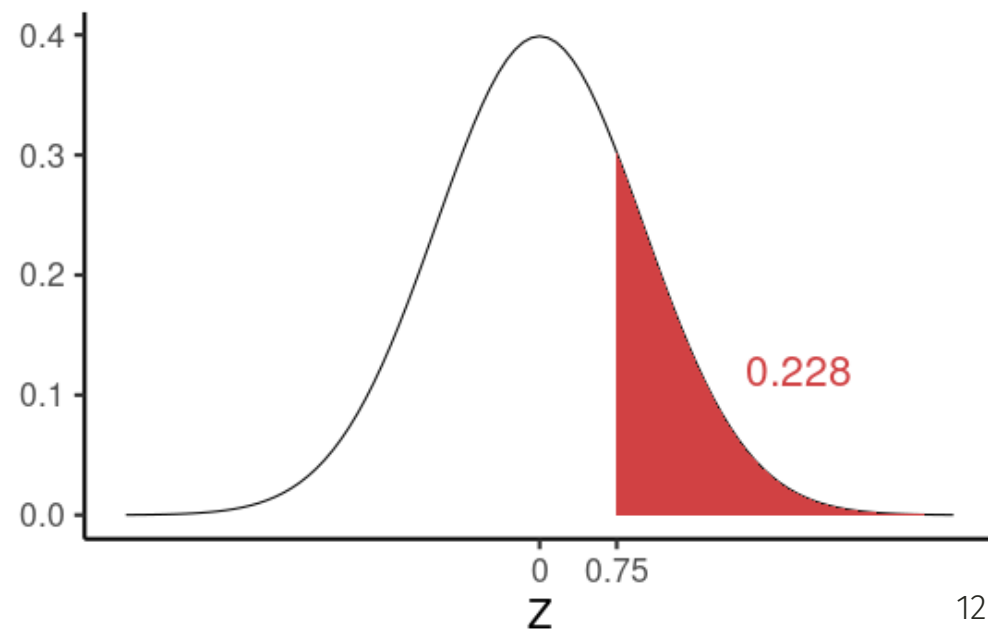
## 2. Exemplo de um teste unilateral

Digamos que o número de batimentos cardíacos por minuto de um adulto em repouso tenha distribuição normal com média  $\mu = 65$  e desvio padrão  $\sigma = 9$ . A literatura sugere que o sedentarismo **umenta** o batimento médio de um adulto.

Nos testes unilaterais, toda a área de rejeição deve estar à direita ou à esquerda, a depender da hipótese alternativa. No caso de um  $\alpha = 0,05$  o nível crítico de  $Z = 1,64$ .



Da mesma forma, quando utilizamos o valor de  $p$ , consideramos somente um dos lados da curva. Neste exemplo, o valor de  $p$  seria  $p = 0.228$ , que é metade do que obtivemos no teste bilateral, porém ainda  $\geq 0,05$ .



### 3. Considerações sobre o nível de significância: erros de decisão

A interpretação da probabilidade final esta associada à situação em que  $H_0$  seja verdadeira. Neste caso, **o que esperar caso  $H_0$  seja falsa?**

	$H_0$ Verdadeira	$H_0$ Falsa
$H_0$ é rejeitada	$\alpha$ ( <b>Erro Tipo I</b> )	$1 - \beta$ (Decisão correta)
$H_0$ é aceita	$1 - \alpha$ (Decisão correta)	$\beta$ ( <b>Erro Tipo II</b> )

