

# Avaliação 1 – Introdução à Inferência Bayesiana

5290 - PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Curso de Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia do Mar - BICT Mar

AUTOR

Fabio Cop

- **Nome:** \_\_\_\_\_
- **RA:** \_\_\_\_\_
- **Turno:** \_\_\_\_\_
- **Data:** 08/05/2025
- **Tempo máximo:** 2 horas

## Instruções

1. Preencha a folha de resposta com cuidado, revisando cada item para garantir que reflete **seu próprio entendimento**.
2. A prova é **individual**, mas você pode discutir conceitos com colegas desde que isso promova **sua compreensão crítica** do conteúdo.
3. Utilize a **internet** ou **outras ferramentas computacionais** de forma estratégica para aprofundar sua interpretação dos problemas, não apenas buscar respostas prontas. Cada consulta deve fortalecer **sua autonomia na resolução de desafios analíticos**.

**Lembre-se:** Uma prova bem resolvida é uma ferramenta de **autoavaliação e aprendizado ativo**. Utilize este momento para exercitar sua capacidade de análise e interpretação de problemas – competências essenciais para o domínio da Inferência Bayesiana. 🎯

## 1 Parte A – Questões conceituais (2,0 pontos)

### 1.1 (0,5 ponto) Em uma análise bayesiana, a *verossimilhança* de uma hipótese:

- A. Mede a plausibilidade da hipótese antes de observarmos os dados.
- B. Mede a proporção relativa de modos pelos quais a hipótese pode produzir os dados observados.
- C. É a distribuição de probabilidade resultante após combinarmos os dados e a *priori*.
- D. Corresponde à área sob a curva posterior para todos os valores possíveis do parâmetro.

Resposta: \_\_\_\_\_

### 1.2 (0,5 ponto) Ao assumir uma distribuição *a priori* uniforme sobre cinco hipóteses discretas, o peso inicial atribuído a cada hipótese é:

- A. 0,05
- B. 0,20
- C. 0,50
- D. 1,00

Resposta: \_\_\_\_\_

### 1.3 (0,5 ponto) Indique a alternativa que não altera a distribuição *a posteriori*:

- A. Mudar a distribuição *a priori*.
- B. Acrescentar novas observações de dados.
- C. Alterar a função de verossimilhança.
- D. Multiplicar todas as probabilidades posteriores por uma constante comum.

Resposta: \_\_\_\_\_

1.4 (0,5 ponto) Quando a distribuição *a priori* é informativa e favorece valores altos de um parâmetro, o impacto esperado sobre a distribuição *a posteriori* é:

- A. Torná-la uniforme.
- B. Deslocá-la na direção dos valores altos, a depender dos dados.
- C. Torná-la idêntica à verossimilhança.
- D. Impedir a atualização pelos dados.

Resposta: \_\_\_\_\_

2 Parte B – Problemas quantitativos (8,0 pontos)

Uma caixa contém **quatro** bolinhas que podem ser azuis (●) ou brancas (○). As hipóteses sobre a composição da caixa são:

Hipótese	Composição
$H_1$	○ ○ ○ ○
$H_2$	○ ○ ○ ●
$H_3$	○ ○ ● ●
$H_4$	○ ● ● ●
$H_5$	● ● ● ●

Você faz **três** observações, com reposição, e obtém a sequência:

● ○ ●

2.1 (1,0 ponto) Para cada hipótese conte o número de caminhos ( $n$ ) consistentes com a sequência observada.

2.2 (1,0 ponto) Calcule a *verossimilhança* para cada hipótese assumindo um modelo binomial. (Arredonde para 3 CASAS DECIMAIS).

2.3 (1,0 ponto) Utilizando o valor da verossimilhança, calcule a probabilidade *a posteriori* de cada hipótese, assumindo uma distribuição *a priori* uniforme. (Arredonde para 3 CASAS DECIMAIS).

Hipótese	Composição	$n$	$\mathcal{L}$	Probabilidade <i>a posteriori</i>
$H_1$	○ ○ ○ ○			
$H_2$	○ ○ ○ ●			
$H_3$	○ ○ ● ●			
$H_4$	○ ● ● ●			
$H_5$	● ● ● ●			

2.4 (0,5 ponto) Assinale a hipótese mais plausível com base nos resultados da questão anterior (priori uniforme).

- A. ☐  $H_1$
- B. ☐  $H_2$
- C. ☐  $H_3$
- D. ☐  $H_4$
- E. ☐  $H_5$

2.5 (2,0 pontos) Utilizando o valor da verossimilhança, recalcule a probabilidade *a posteriori* de cada hipótese, assumindo uma distribuição *a priori* informativa conforme a tabela abaixo:

Hipótese	Composição	Probabilidade <i>a priori</i>	Probabilidade <i>a posteriori</i>
$H_1$	○ ○ ○ ○	0.05	
$H_2$	○ ○ ○ ●	0.10	
$H_3$	○ ○ ● ●	0.60	
$H_4$	○ ● ● ●	0.15	
$H_5$	● ● ● ●	0.10	

**2.6 (0,5 ponto)** Assinale a hipótese mais plausível com base nos resultados da questão anterior (priori informativa).

- A. ☐  $H_1$   
 B. ☐  $H_2$   
 C. ☐  $H_3$   
 D. ☐  $H_4$   
 E. ☐  $H_5$

### 3 Parte C – Problemas de interpretação e uso (2,0 pontos)

Considere o experimento do globo, no qual se deseja inferir a **proporção de água** na superfície da Terra, representada pelo parâmetro  $p$ , a partir de observações e de uma distribuição *a priori*. Para cada item abaixo, calcule a **probabilidade a posteriori** de  $p$  estar entre **0,65** e **0,75**. Use a distribuição Beta adequada a cada cenário.

**Obs:** Você pode usar o app **Inferência Bayesiana Binomial** <https://fcopf-binomial-bayesiana.share.connect.posit.cloud/> ou outra ferramenta de sua escolha.

**3.1 (0,5 ponto)** Suponha que, em  $n = 4$  lançamentos, foram observados  $y = 3$  pontos sobre a água. Use uma distribuição *a priori*  $Beta(1, 1)$  (uniforme). (Arredonde para 3 CASAS DECIMAIS).

Resposta: \_\_\_\_

**3.2 (0,5 ponto)** Com os mesmos dados do item anterior ( $n = 4, y = 3$ ), utilize uma distribuição *a priori*  $Beta(9, 4)$ . (Arredonde para 3 CASAS DECIMAIS).

Resposta: \_\_\_\_

**3.3 (0,5 ponto)** Suponha um número maior de observações:  $n = 40$  lançamentos, com  $y = 30$  observações sobre a água. Utilize a *a priori*  $Beta(1, 1)$ . (Arredonde para 3 CASAS DECIMAIS).

Resposta: \_\_\_\_

**3.4 (0,5 ponto)** Com os mesmos dados do item anterior ( $n = 40, y = 30$ ), utilize a *a priori*  $Beta(9, 4)$ . (Arredonde para 3 CASAS DECIMAIS).

Resposta: \_\_\_\_