Programme de colles n°11

Du 7 au 11 décembre

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer

1) Équation du second degré à coef. complexes : théorème et résolution d'une équation (au choix du colleur).
2) Racine n-ième de l'unité : énoncé du théorème et résolution d'une équation du type $z^n = c$ (au choix du colleur).
3) Propriétés de l'exponentielle complexe (chapitre 4 page 71+chapitre 6 page 98). Résolution d'une équation du type $e^z = c$ (au choix du colleur).
4) Interprétation géométrique des nombres complexes (sans démonstration) : critères de colinéarité, d'orthogonalité de vecteurs, alignement de points.
5) Expressions (comme transformations du plan complexe) d'un translation de vecteur $c \in \mathbb{C}$, d'une rotation de centre $a \in \mathbb{C}$ d'angle $\theta \in \mathbb{R}$, d'une homothétie de centre $a \in \mathbb{C}$ de rapport $r \in \mathbb{R}^*$.
6) Rappel : énoncer le théorème fondamental du calcul intégral et son corollaire.
7) Énoncer le théorème d'intégration par partie dans une intégrale.
   Donner (avec démonstration) l'ensemble des primitives de ln sur $\mathbb{R}_+^*$.
8) Énoncer (sans démonstration) le théorème de changement de variable dans une intégrale.
   Calculer (avec démonstration) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\mathrm{d}t}{\cos(t)}$.
9) Donner quelques primitives usuelles (au choix du colleur).
10) Calculer (au choix du colleur) une primitive d'une fonction de la forme
    $x \mapsto \dfrac{1}{ax^2+bx+c}$ ou $x \mapsto e^{ax}\cos(bx)$ ou $x \mapsto \cos^a(x)\sin^b(x)$.
11) Définition d'une fonction de classe $\mathcal{C}^0$, de classe $\mathcal{C}^1$. Donner (sans démonstration) l'ensemble des solutions de $y' + a(t)y = 0$.
12) Résoudre une équation différentielle linéaire du premier ordre sous forme normale (au choix du colleur).
13) ***Énoncer (sans démonstration) le théorème donnant l'ensemble des solutions à valeurs complexes de*** $y'' + ay' + by = 0$ ***où*** $a, b \in \mathbb{C}$.
14) ***Énoncer (sans démonstration) le théorème donnant l'ensemble des solutions à valeurs réelles de*** $y'' + ay' + by = 0$ ***où*** $a, b \in \mathbb{R}$.
15) ***Résoudre une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants avec second membre de la forme*** De^{ct} ***(au choix du colleur).***

16) ***Définition quantifiée de : $A \subset \mathbb{R}$ possède un majorant, possède un maximum. Définition (non quantifiée) de la borne supérieure d'une partie de $\mathbb{R}$. Énoncer la propriété de la borne supérieure.***

17) ***Définition et propriétés de la partie entière d'un réel (sans démo).***

18) ***Énoncer (sans démonstration) les théorèmes de densité de $\mathbb{D}$ dans $\mathbb{R}$, de $\mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$.***
Démontrer l'une des quatre propriétés du lemme 8.12 (au choix du colleur).

19) ***Définitions, propriétés et sommes des termes consécutifs d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique. Factorisation de $x^n - y^n$.***

20) ***Suites arithmético-géométriques : définition, théorème d'obtention d'une formule explicite (sans démonstration).***

21) ***Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : définition, théorème d'obtention d'une formule explicite (sans démo) dans le cas complexe, adaptation au cas réel.***

22) ***Montrer que la suite u définie par $u_0 \in [0;1], u_{n+1} = \dfrac{u_n^2 + u_n}{2}$ est décroissante.***

Programme pour les exercices

Équations à inconnue complexe, interprétations géométriques des nombres complexes.
Calcul d'intégrales, de primitives (pour les changements de variable, ils doivent être donnés aux élèves).
Équations différentielles linéaires du premier ordre.
Partie entière, démonstration d'inégalités, d'encadrements.
Suites (notamment arithmético-géométriques et récurrentes linéaires). Sommes finies (révisions).
Démonstration par récurrence double.