

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine.***

Questions de cours à préparer : sur 8 points

- 1) Énoncer (sans démonstration) le théorème donnant l'ensemble des solutions à valeurs complexes de $y'' + ay' + by = 0$ où $a, b \in \mathbb{C}$.
- 2) Énoncer (sans démonstration) le théorème donnant l'ensemble des solutions à valeurs réelles de $y'' + ay' + by = 0$ où $a, b \in \mathbb{R}$.
- 3) Résoudre une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants avec second membre de la forme De^{ct} (au choix du colleur).
- 4) Définition quantifiée de : $A \subset \mathbb{R}$ possède un majorant, possède un maximum. Définition (non quantifiée) de la borne supérieure d'une partie de \mathbb{R} . Énoncer la propriété de la borne supérieure.
- 5) Définition et propriétés de la partie entière d'un réel (sans démo).
- 6) Énoncer (sans démonstration) les théorèmes de densité de \mathbb{D} dans \mathbb{R} , de \mathbb{Q} dans \mathbb{R} . Démontrer l'une des quatre propriétés du lemme 8.12 (au choix du colleur).
- 7) Définitions, propriétés et sommes des termes consécutifs d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique. Factorisation de $x^n - y^n$.
- 8) Suites arithmético-géométriques : définition, théorème d'obtention d'une formule explicite (sans démonstration).
- 9) Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : définition, théorème d'obtention d'une formule explicite (sans démo) dans le cas complexe, adaptation au cas réel.
- 10) Montrer que la suite u définie par $u_0 \in [0; 1]$, $u_{n+1} = \frac{u_n^2 + u_n}{2}$ est décroissante.
- 11) ***Définitions quantifiées de la limite finie/infinie d'une suite réelle. Montrer (à l'aide de cette définition) que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$.***
- 12) ***Énoncer les trois théorèmes des gendarmes. En déduire que si $a > 1$, alors $a^n \xrightarrow{+\infty} +\infty$ et donner (sans démonstration) les autres limites possibles d'une suite géométrique.***
- 13) ***Énoncer les trois théorèmes de convergence/divergence monotone. ~~Montrer (au choix du colleur) l'une des quatre assertions.~~***
- 14) ***Définition des suites adjacentes. Théorème les concernant (sans démonstration).***
- 15) ***Donner le $DL_n(0)$ de $x \mapsto \frac{1}{1-x}$ ~~et démontrer la formule.~~***

- 16) *Donner le $DL_n(0)$ de $x \mapsto \ln(1+x)$ ~~et démontrer la formule.~~*
- 17) *Donner le $DL_{2n+1}(0)$ de $x \mapsto \text{Arctan}(x)$ ~~et démontrer la formule.~~*
- 18) *Énoncer sans démonstration la formule de Taylor-Young et le théorème de primitivation des DL.*
- 19) *Donner le $DL_n(0)$ de $x \mapsto \exp(x)$ ~~et démontrer la formule.~~*
- 20) *Calculer le $DL_5(0)$ de $\tan(x)$.*

Programme pour les exercices : sur 12 points

Partie entière, démonstration d'inégalités, d'encadrements.

Suites (notamment arithmético-géométriques et récurrentes linéaires). Sommes finies (révisions).

Démonstration par récurrence double.

Équations différentielles du second ordre à coefficients constants.

Suites récurrentes : monotonie, utilisation des théorèmes de convergence/divergence monotone. Suites adjacentes.

Pas encore d'exercice sur les développements limités.