## Du 2 au 6 novembre

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine.

## Questions de cours à préparer : sur 8 points

- 1) Énoncer les deux inégalités triangulaires pour le module, démontrer la première.
- 2) Expressions de  $\Re(z)$ ,  $\Im(z)$  et |z| à l'aide de  $z \in \mathbb{C}$  et  $\overline{z}$ . Étant donnés  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  de module 1 tels que  $z_1 z_2 \neq -1$ , montrer que

$$Z = \frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2} \in \mathbb{R}$$

- 3) Expression pour  $z \in \mathbb{C}^*$  de  $\frac{1}{z}$  à l'aide de  $\bar{z}$  et |z|.

  Donner une condition nécessaire et suffisante portant sur z et  $\bar{z}$  pour que  $z \in \mathbb{R}$ , ou pour que  $z \in i\mathbb{R}$ .
- 4) Forme trigonométrique d'un nombre complexe. Définitions de  $e^{i\theta}$  et de  $e^z$  pour  $\theta \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{C}$ . Propriétés de l'exponentielle d'un nombre imaginaire.
- 5) Écrire sous forme trigonométrique  $1 + e^{i\theta}$ .
- 6) Énoncer les formules d'Euler et de Moivre. Au choix du colleur : développer  $\cos(nx)$  ou  $\sin(nx)$  (pour  $n \leq 5$ ) ou linéariser un produit de fonctions trigonométriques  $\cos^p(x)\sin^q(x)$   $(p+q \leq 5)$ .
- 7) Au choix du colleur : simplifier  $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \sin(kx)$  ou  $\sum_{k=0}^{n} \cos(kx)$  ou factoriser  $\cos(p) + \cos(q)$ .
- 8) Définition de  $\ln$ , propriétés opératoires. Montrer que  $\forall x \in ]-1; +\infty[, \ln(1+x) \leqslant x$ .
- 9) Définition de exp, propriétés opératoires.

  On admet que  $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geqslant 1 + x$ . Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}^*, \sum_{k=0}^{n-1} \frac{e^{k/n}}{n} \geqslant \frac{3}{2} \frac{1}{2n}$ .
- 10) Définition des fonctions puissance, propriétés opératoires, limites, représentations graphiques suivant la valeur de l'exposant. Croissances comparées.
- 11) Formulaire de trigonométrie de C.Baillaud (quelques formules au choix du colleur) sauf cotan (hors-programme) et formules en  $\tan(t/2)$  (pas encore vues).
- 12) Définition de tan, parité, périodicité, limites, représentation graphique. Propriétés et représentation graphique de sin et cos.

Tout depuis le début d'année.