Programme de colles n°12

Du 14 au 18 décembre

L'ensemble du cours depuis le début d'année doit être connu. Les questions de cours suivantes, portant sur les chapitres récents, sont à travailler particulièrement. ***En gras, les questions rajoutées au programme de colles de la semaine***.

Questions de cours à préparer : sur 8 points

1) Énoncer (sans démonstration) le théorème donnant l'ensemble des solutions à <u>valeurs complexes</u> de $y'' + ay' + by = 0$ où $a, b \in \mathbb{C}$.
2) Énoncer (sans démonstration) le théorème donnant l'ensemble des solutions à <u>valeurs réelles</u> de $y'' + ay' + by = 0$ où $a, b \in \mathbb{R}$.
3) Résoudre une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants avec second membre de la forme De^{ct} (au choix du colleur).
4) Définition quantifiée de : $A \subset \mathbb{R}$ possède un majorant, possède un maximum. Définition (non quantifiée) de la borne supérieure d'une partie de $\mathbb{R}$. Énoncer la propriété de la borne supérieure.
5) Définition et propriétés de la partie entière d'un réel (sans démo).
6) Énoncer (sans démonstration) les théorèmes de densité de $\mathbb{D}$ dans $\mathbb{R}$, de $\mathbb{Q}$ dans $\mathbb{R}$. Démontrer l'une des quatre propriétés du lemme 8.12 (au choix du colleur).
7) Définitions, propriétés et sommes des termes consécutifs d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique. Factorisation de $x^n - y^n$.
8) Suites arithmético-géométriques : définition, théorème d'obtention d'une formule explicite (sans démonstration).
9) Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : définition, théorème d'obtention d'une formule explicite (sans démo) dans le cas complexe, adaptation au cas réel.
10) Montrer que la suite u définie par $u_0 \in [0; 1], u_{n+1} = \dfrac{u_n^2 + u_n}{2}$ est décroissante.
11) ***Définitions quantifiées de la limite finie/infinie d'une suite réelle. Montrer (à l'aide de cette définition) que*** $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n} = 0$.
12) ***Énoncer les trois théorèmes des gendarmes.***
En déduire que si $a > 1$, ***alors*** $a^n \underset{+\infty}{\to} +\infty$ ***et donner (sans démonstration) les autres limites possibles d'une suite géométrique.***
13) ***Énoncer les trois théorèmes de convergence/divergence monotone. Montrer (au choix du colleur) l'une des quatre assertions.***
14) ***Définition des suites adjacentes. Théorème les concernant (sans démonstration).***
15) ***Donner le*** $\mathrm{DL}_n(0)$ ***de*** $x \mapsto \dfrac{1}{1-x}$ ***et démontrer la formule.***

16) ***Donner le*** $\mathrm{DL}_n(0)$ ***de*** $x \mapsto \ln(1+x)$ ***et démontrer la formule.***

17) ***Donner le*** $\mathrm{DL}_{2n+1}(0)$ ***de*** $x \mapsto \mathrm{Arctan}(x)$ ***et démontrer la formule.***

18) ***Énoncer sans démonstration la formule de Taylor-Young et le théorème de primitivation des DL.***

19) ***Donner le*** $\mathrm{DL}_n(0)$ ***de*** $x \mapsto \exp(x)$ ***et démontrer la formule.***

20) ***Calculer le*** $\mathrm{DL}_5(0)$ ***de*** $\tan(x)$***.***

Programme pour les exercices : sur 12 points

Partie entière, démonstration d'inégalités, d'encadrements.
Suites (notamment arithmético-géométriques et récurrentes linéaires). Sommes finies (révisions).
Démonstration par récurrence double.
Équations différentielles du second ordre à coefficients constants.
Suites récurrentes : monotonie, utilisation des théorèmes de convergence/divergence monotone. Suites adjacentes.
Pas encore d'exercice sur les développements limités.