

Statistiques non paramétrique

Projet

Sujet 2

Juin 2024

Packages nécessaires

Pour tous les TP, il faudra installer et charger les packages suivant :

```
install.packages(c("tseries","nortest","lattice")
```

```
library("tseries")
```

```
library("nortest")
```

```
library("lattice"))
```

Ce projet est à rendre sous forme de compte rendu (word, pdf, latex...) par groupe de 2 ou 3.

Quand des figures sont demandées, mettez la figure obtenue dans le compte rendu.

Chaque résultat/réponse devra être commentée. Vous enverrez votre compte rendu sous la forme "TP-NomPrénomSujet2" à l'adresse "castelli@math.univ-lyon1.fr". Le NomPrénom sera celui du responsable du projet qui enverra le compte rendu, les noms des autres personnes intervenant dans le projet seront indiqués au début du compte rendu.

Exercice 1 : Minimum de lois exponentielles

1. Simulez une loi exponentielle de paramètre 1 avec $n = 20$. Afficher sa fonction de répartition empirique et la fonction de répartition théorique sur le même graphique.

On nommera cet échantillon "échantillon numéro 1".

2. Avec l'aide de la fonction density faites la même chose sur le même graphique avec la densité estimée et la densité théorique.

On considère maintenant l'échantillon suivant :

Valeurs	1.86	1.99	0.43	1.95	2.09	1.81	0.54	0.62	0.10	0.13
	0.79	1.89	0.13	0.79	0.04	0.04	0.82	2.00	0.34	1.10

3. Cet échantillon est-il gaussien ?

4. On s'intéresse à comparer cet échantillon avec l'échantillon numéro 1 créé à la question 1. Proposer un test permettant de vérifier cette assertion et appliquer le ici.

5. On propose une nouvelle alternative pour tester cette assertion, sous \mathcal{H}_0 si les échantillons sont iid de même loi que l'échantillon n°1 alors on sait que $Z = \min(X, Y)$ suit une certaine loi (à préciser). A l'aide de la commande "pmin(..., ...)" créer l'échantillon Z et comparer le avec cette loi. Que pouvez-vous en conclure ? (On proposera une méthode graphique et au moins un test).

6. Effectuer un test afin de déterminer si la première ligne et la seconde ligne du tableau suivent la même distribution.

Exercice 2 : Une densité approchée

On veut tester statistiquement la densité de cet échantillon. On reprend le tableau de l'exercice 1.

1. Sans effectuer de test donner une intuition de cette loi à l'aide d'une commande R (méthode graphique).

2. Afficher la densité obtenue à l'aide de la commande density avec le noyau 'epanechnikov' sans préciser le pas puis avec un pas bw=0.2. Interpréter ce graphique avec l'histogramme sur la même figure.

3. Même question avec un noyau gaussien et le même pas. Vous pourrez commenter la différence.

Exercice 3 : Densité

On considère l'échantillon suivant :

Valeurs	-2.26	2.08	-0.01	-2.04	-3.07	-4.52	0.65	-0.67	-0.86	-0.22
	0.52	0.63	2.69	0.27	-0.55	0.66	-0.06	-4.39	0.15	-0.84

1. Afficher un histogramme représentant bien l'échantillon (histogramme en fréquence relative). Donnez une intuition quant à la loi suivie.
2. Sur le même graphique afficher la densité calculée par la commande "density()".
3. On souhaite tester la normalité, que pouvez-vous en conclure ?
4. A l'aide d'estimations des paramètres on souhaite vérifier si cette loi est gaussienne en la sommant avec une autre loi gaussienne centrée. Coder Z la somme de cet échantillon avec 20 valeurs provenant d'une loi normale centrée réduite. Expliquer le raisonnement.
5. En la comparant à une loi bien choisie, interprétez le résultat. (La comparaison devra être testée et représentée graphiquement)