Lecture 6: Bottom-up Analysis

Xiaoyuan Xie 谢晓园 xxie@whu.edu.cn 计算机学院E301



■ 自顶向下分析回顾: 输入

(1) $Z \rightarrow aBeA$ (2) $A \rightarrow Bc$ (3) $B \rightarrow d$ (4) $B \rightarrow bB$ (5) $B \rightarrow \varepsilon$	P:
$(3) B \rightarrow d$ $(4) B \rightarrow bB$	$(1) \mathbf{Z} \to \mathbf{aBeA}$
(4) B \rightarrow bB	$(2) A \rightarrow Bc$
	$(3) B \to d$
$(5) R \rightarrow \epsilon$	$(4) B \rightarrow bB$
(3) B / C	$(5) B \to \epsilon$

	a		b	e	c	_		
	1	`			<u> </u>		C	A
读头 从左向右移动读头,读入字符					字符串			

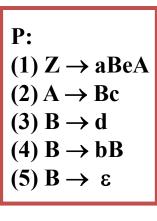
<u>(读头所在)</u>	<u>符号</u>	<u>分析</u>	<u> </u>	<u> </u>
<mark>a</mark> bec	Z	Z的哪一个产生式 以a开头? -(1)	à <mark>a</mark> BeA	a
bec	BeA	B的哪一个产生式以b开头? -(4)	bBeA	b
ec	BeA	B的哪一个产生;	t ce A	e

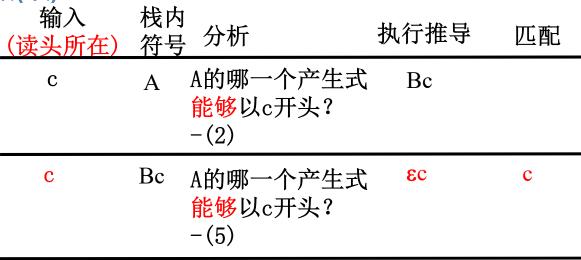
能够以e开头? -(5)

A A的哪一个产生式 te <mark>能够以c开头?</mark>

-(2)(5)

■ 自顶向下分析回顾(续):





a b e c

读头

从左向右移动读头,读入字符串

■ 自底向上分析过程是从所给输入串出发,对其进行最左归约的过程。

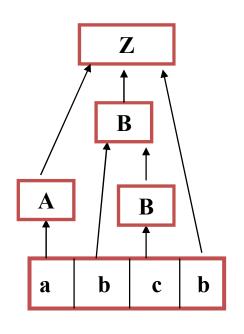
P:

- $(1) \quad Z \to ABb$
- $(2) A \rightarrow a$
- $(3) A \rightarrow b$
- $(4) B \rightarrow b$
- $(5) B \rightarrow c$
- (6) $B \rightarrow bB$

a	b	c	b
---	---	---	---

符号栈	输入	动作
	abcb	移入
a	bcb	归约(2)
A	bcb	移入
Ab	cb	移入
Abc	b	归约(5)
AbB	b	归约(6)
AB	b	移入
ABb		归约(1)
Z		成功

■ 自底向上归约的过程也是自底向上构建语法树的过程



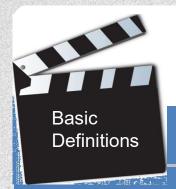
自底向上分析中归约过 程的逆过程就是该句子 的最右推导;

归约 约 ——> Abcb ——> AbBb ——> Z

 $Z \Rightarrow_{rm} A\underline{B}b$ $\Rightarrow_{rm} Ab\underline{B}b$ $\Rightarrow_{rm} \underline{A}bcb$ $\Rightarrow_{rm} abcb$

- 从推导的角度看, 语法分析的任务是
 - 接受一个终结符号串作为输入,找出从文法的开始符号推导出这个串的方法
 - 自顶向下分析
- 从规约的角度看,语法分析的任务是
 - 自底向上分析

- 自底向上分析主要思想:
 - 从输入串出发;
 - 尽可能地找到可归约子串并将其归约成一个非终极符;
 - 直到归约成文法的开始符或发现语法错误;
- 分析动作:移入(shift),归约(reduce)
- 包含以下方法:
 - 简单优先法; 算符优先法; LR 类的方法;
- 关键问题:
 - 什么时候进行归约,按照哪条产生式进行归约;



短语

- 一个句型形如 $\alpha\beta\gamma$, 如果存在一个句型 $\alpha A\gamma$,而且 $A \Rightarrow \beta$, 则称 β 为句 型αβγ的*短语*;
- 例如句型AbBb,则bB,AbBb是它的短语,因为
 - 存在句型ABb, ABb \Rightarrow AbBb, $\alpha = A$, $\gamma = b$;
 - 存在句型Z, $Z \Rightarrow ABb \Rightarrow AbBb$, $\alpha = \epsilon$, $\gamma = \epsilon$;

■ 简单短语

■ 一个句型形如 $\alpha\beta\gamma$, 如果存在一个句型 $\alpha A\gamma$,而且 $A \rightarrow \beta$, 则称β为句型αβγ的*简单短语*; 例如句型AbBb, bB是它的简单短语, AbBb不是它的简单短语

 $(1) Z \rightarrow ABb$

 $(2) A \rightarrow a$

 $(3) A \rightarrow b$

(4) $B \rightarrow d$

 $(5) B \rightarrow c$

(6) $B \rightarrow bB$

- 句柄:一个句型的简单短语可能有多个,称*最左简单短语*为 *句柄*(handler);
 - 例如:句型abBb , 简单短语有两个:a,bB
 - $Z \Rightarrow ABb \Rightarrow aBb \Rightarrow abBb$
 - 最左简单短语a是句柄
- 句柄的唯一性:
 - 如果一个CFG无二义性,则它的任意一个句型都有唯一的句柄;

■ 例子

P:

(1)
$$E \rightarrow T$$

$$(2) \to E + T$$

(3)
$$T \rightarrow F$$

$$(4) T \rightarrow T * F$$

$$(5) \text{ F} \rightarrow (\text{E})$$

(6)
$$F \rightarrow i$$

(7)
$$F \rightarrow n$$

句型: T+(E+T)*i

句型的一个推导:(该句型没有最右推导)

$$E \Rightarrow E + T \Rightarrow E + T^*F \Rightarrow E + T^*i \Rightarrow$$

$$E+F*i \Rightarrow E+(E)*i \Rightarrow E+(E+T)*i$$

$$\Rightarrow$$
 T+(E+T)*i

短语: T+(E+T)*i, T, E+T, i,

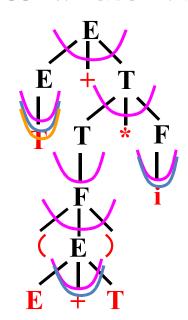
(E+T),(E+T)*i

简单短语: T, E+T, i

句柄: T

通过为所给句型建立语法分析树,可以很容易地识别出该句型的所有短语、简单短语和句柄。

■ 由语法分析树识别短语、简单短语和句柄



<u>语法分析树</u>的叶子节点构成<u>句型</u>: T+(E+T)*i

每棵<u>子树</u>的叶子节点构成<u>短语</u>: T+(E+T)*i、T、(E+T)*i、(E+T)、E+T、i

每棵<u>简单子树(</u>只有一层的子树)的叶子节 点构成<u>简单短语</u>: T、E+T、i

最左简单子树的叶子节点构成<u>句柄</u>: T

- 自顶向下的语法分析方法中曾介绍过:
- 推导:对句型中的非终极符用产生式右部替换 推导的逆过程称为归约
- 规范推导:一个句型的最右推导称为该句型的规范推导;

规范推导的逆过程称为规范归约(最左归约)

■ 规范句型(右句型):从开始符通过规范推导得到的句型;

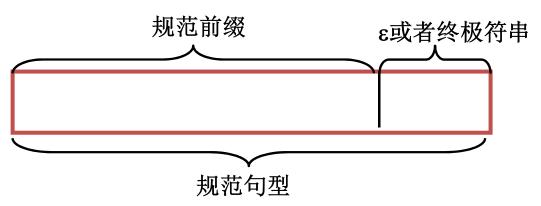
规范归约过程中产生的句型仍是规范句型

规范归约的过程也是对规范句型的最左简单短语(句柄)进行归约的过程

规范前缀:一个规范句型的一个前缀称为规范前缀,如果该前缀后面的符号串不包含非终极符;

■ Z ⇒ ABb: 规范前缀为 AB, ABb

■ Z ⇒ + Acb: 规范前缀为 A, Ac, Acb



- 规范活前缀:满足如下条件之一的规范前缀称为规范活前缀:
 - 该规范前缀不包含简单短语;或者
 - 该规范前缀只包含一个简单短语,而且是在该规范前缀的最后(这个简单短语就是句柄);
- 换句话说,规范活前缀不含句柄之后的任何符号

 $(1) Z \rightarrow ABb$

 $(2) A \rightarrow a$

 $(3) A \rightarrow b$

(4) $B \rightarrow d$

(5) $B \rightarrow c$

(6) $B \rightarrow bB$

 $Z \Rightarrow ABb$

规范前缀为 AB, ABb

规范活前缀: AB(不包含简单短语)

ABb(包含一个简单短语且在最后)

■ 规范活前缀例2:

$$(1) Z \rightarrow ABb$$

$$(2) A \rightarrow a$$

$$(3) A \rightarrow b$$

(4)
$$B \rightarrow d$$

$$(5) B \rightarrow c$$

(6)
$$B \rightarrow bB$$

Z ⇒+ abcb

规范前缀为 a, ab, abc, abcb

规范活前缀: a (包含一个简单短语且在最后)

ab, abc, abcd都不是规范活前缀

■ 活前缀有两种类型

- 非归态(移入)活前缀:规范活前缀不包含简单短语,而且是在该规范活前缀的最后句柄尚未形成,需要继续移进若干符号后才能形成句柄
- 归态活前缀:只包含一个简单短语,尾部正好是句柄之尾,此时可以进行规约。规约后又成为另一句型的活前缀

Z⇒ABb 规范前缀为AB,ABb

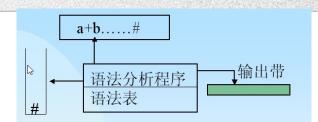
规范活前缀: AB(不包含简单短语) --- 移入型规范活前缀

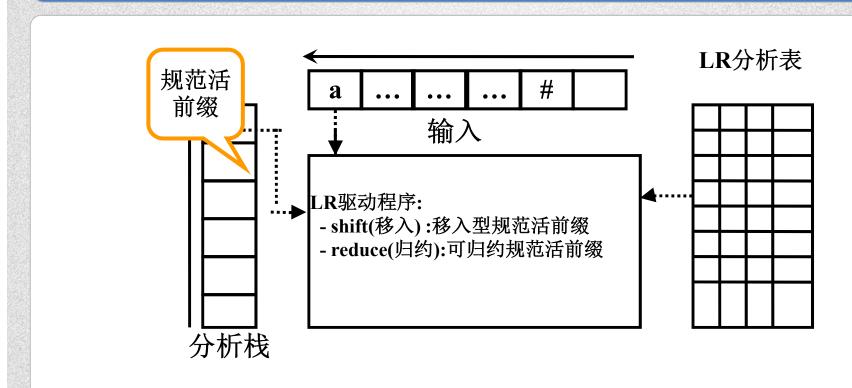
ABb(包含一个简单短语) --- 归约规范活前缀



■ LR 方法

- 主要思想
 - L表示从左至右读入输入串;
 - R表示构造一个最右推导的逆过程,即每次找到句柄π (归约规范活前缀απ)来进行归约;
- 工作方式:移进-规约
 - 自左至右将输入串符号一个个移进栈,移进过程中不断查看栈顶符号,一旦 形成了某个句型的句柄,就将此句柄用相应产生式左部替换(规约)
 - 规约后若再形成句柄,则继续替换(规约);直到栈顶不再形成句柄为止。 然后继续移进符号,重复上面过程,直至栈顶只剩下文法的开始符号,输入 串读完为止 --- 句子识别成功





■ LR 文法:

- 某一CFG能够构造一张分析表,使得表中每一元素至多只有一种明确动作,则称改文法为LR文法
- 注:并非所有CFG都是LR文法,但对于多数程序设计语言,一般都可以用LR文法描述;和LL(1)相比,LR分析适应的文法范围要广一些

■ 不同的 LR 方法

■ 不同的LR方法对CFG的要求不一样, 能够分析的CFG多少也不一样, LR(0) \subseteq SLR(1) \subseteq LALR(1) \subseteq LR(1)

- LR 关键问题
 - 如何判定规范活前缀?
 - 如何判定移入型规范活前缀?
 - 如何判定归约规范活前缀以及用哪一个产生式归约?
 - 如何判定分析结束?
- 构造一个判定归约规范活前缀的自动机 -- LR自动机
- 由LR自动机构造LR分析表指导LR分析



- 构造LR(0)自动机识别活前缀
 - LR(0) 项目: 为每个产生式添加圆点,圆点只能出现在产生式的右部符号串的任意位置
 - 产生式S→aAc , 有4个LR(0)项目:
 - S→ •aAc
 - \blacksquare S \rightarrow a \bullet Ac
 - \blacksquare S \rightarrow a A \bullet c
 - $S \rightarrow a Ac$ •
 - 特别地,空产生式: S → ε, 对应LR(0)项目S → •
 - 右部长度为n的产生式有n+1个项目;

- 构造LR(0)自动机识别活前缀
- 找句柄 →找归态活前缀,
- 圆点理解为栈内栈外分界线
- 例如:S→aAb, A→XYZ

aXYZb无法直接看出句柄,但是如果加上dot,就能立即发现句柄

例如,产生式 $A \rightarrow XXZ$ 对应四个项目

- A→•XYZ 预期要归约的句柄是XYZ, 但都未进栈
- $-A \rightarrow X \bullet YZ$ 预期要归约的句柄是XYZ,仅X进栈
- A→XY•Z 预期要归约的句柄是XYZ, 仅XY进栈
- -A→X YZ• 已处于归态活前缀,XYZ可进行归约, 这个项目是归约项目。

每个产生式都能获得n+1个项目 我们现在需要的是将所有项目串起来,形成 一个完整的,可以识别活前缀的LR(0)自动机

■ 构造LR(0)自动机-Naïve方法

- 首先将文法进行拓广,增加产生式S'→S, 令S'→•S作为初态项
- 为什么要拓广: 保证文法开始符号不出现在任何产生式右部
 - CFG可能会导致S出现在右部,但是为了避免混淆,保证开始符号不出现在右部 →每当识别出S,就确定完成句子识别
 - 例如S → aSb, S →c, 给定abc, c可以规约为S, 结束分析?

- 构造LR(0)自动机-Naïve方法
 - 接着由项目集构造NFA

如果Xi是V_N,那么从i项目转到j项目, 必须要识别一整个由Xi定义的范畴

- (3) 设项目i为 $X \to X_1 ... X_{i-1} \bullet X_i ... X_i$ 项目j为 $X \to X_1 ... X_i \bullet X_{i+1} ... X_n$,则从项目i画一弧线射向j,标记为 X_i ,若 X_i 是终结符则项目i称为移进项目, X_i 是 非终结符则称项目i为待约项目;
- 圆点在最右端的称为终态项目或规约项目,特别地 , S'→S•称为 接受项目

■ 构造LR(0)自动机-Naïve方法

- 构造出的NFA是包含ε串的NFA,使用子集法使其确定化,成为一个以项目集为状态的DFA ---LR分析的基础
 - DFA每个状态是一个项目集,称为LR(0)项目集,整个状态集称为LR(0)项目集规范簇
 - DFA的一个状态对应的项目集内,每个项目是等价的(从期待规约的角度看是相同的)
- 有一个唯一的初态和唯一的接受态,但有若干规约态,表示有若干种活前缀的识别状态
- 状态反映了识别句柄的情况,即句柄多大部分已进栈(历史情况已知)

■ 构造LR(0)自动机-Naïve方法

■示例

例如:有一已拓广的文法G6.1构造识别活前缀的NFA

$$S \rightarrow E \quad E \rightarrow aA|bB \quad A \rightarrow cA|d \quad B \rightarrow cB|d$$

解: 1、这个文法的项目有:

1.
$$S' \rightarrow \bullet E$$
 2. $S' \rightarrow E \bullet$ 3. $E \rightarrow \bullet aA$

4.
$$E \rightarrow a \cdot A$$
 5. $E \rightarrow aA \cdot 6$ 6. $A \rightarrow \cdot cA$

7.
$$A \rightarrow c \cdot A$$
 8. $A \rightarrow cA \cdot$ 9. $A \rightarrow \cdot d$

10. A
$$\rightarrow$$
 d• 11. E \rightarrow •bB 12. E \rightarrow b•B

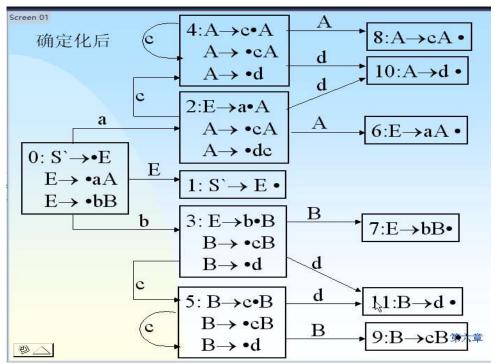
13.
$$E \rightarrow bB^{\bullet}$$
 14. $B \rightarrow {}^{\bullet}cB$ 15. $B \rightarrow c^{\bullet}B$

16.B
$$\rightarrow$$
 cB• 17. B \rightarrow •d 18. B \rightarrow d•

■ 构造LR(0)自动机-Naïve方法

太复杂,不用!

■示例



- 构造LR(0)自动机-方法2:
 - IS 是一个LR(0)项目的集合;
 - X 是一个符号(终极符或非终极符);
 - $IS_{(X)}$ 表示项目集IS关于符号X的投影: $IS_{(X)} = \{S \rightarrow \alpha X \bullet \beta \mid S \rightarrow \alpha \bullet X \beta \in IS, X \in V_T \cup V_N\}$ ----IS(x)只对IS中圆点后面是X的项目起作用,所起的作用就是将圆点从X的前面移到X的后面

$$IS = \{A \rightarrow A \bullet Bb, B \rightarrow a \bullet, B \rightarrow b \bullet B, Z \rightarrow \bullet cB\}$$

$$X = B$$

$$IS_{(B)} = \{A \rightarrow AB \bullet b, B \rightarrow bB \bullet\}$$

- 构造LR(0)自动机-方法2:
 - IS 是 LR(0)项目的集合; CLOSURE(IS)也是一个LR(0)项目集合, 按照下面的步骤计算:
 - [1] 初始, CLOSURE(IS) = IS
 - [2] 对于CLOSURE(IS)中没有处理的LR(0)项目,

如果该项目的圆点后面是一个非终极符A,

而且A的全部产生式是 $\{A\rightarrow \alpha 1, ..., A\rightarrow \alpha n\}$

则增加如下LR(0)项目到CLOSURE(IS)

$$\{A \rightarrow \bullet \alpha 1, ..., A \rightarrow \bullet \alpha n\}$$

[3] 重复[2]直到 CLOSURE(IS)收敛;

■ 构造LR(0)自动机-方法2:

■ CLOSURE(IS)示例

$$V_{T} = \{a, b, c\}$$

$$V_{N} = \{S, A, B\}$$

$$S = S$$

$$P:$$

$$\{S \rightarrow aAc$$

$$A \rightarrow ABb$$

$$A \rightarrow Ba$$

$$B \rightarrow b$$

$$\}$$

$$IS = \{S \rightarrow \bullet aAc\}$$

$$CLOSURE(IS) = \{S \rightarrow \bullet aAc\}$$

```
IS = \{S \rightarrow a \bullet Ac\}
CLOSURE(IS)
= \{S \rightarrow a \bullet Ac,
A \rightarrow \bullet ABb, A \rightarrow \bullet Ba,
B \rightarrow \bullet b\}
```

- 构造LR(0)自动机-方法2:
 - goto函数 (DFA中的弧 ,表示状态变迁)
 - IS 是 LR(0)项目集合;
 - X 是一个符号(V_T or V_N终极符或非终极符);
 - goto(IS, X) = CLOSURE(IS_(x))
 - 其含义是对任意项目集IS,由于IS中有A→α•Xβ项目,IS(x)中有A→αX•β项目,表示识别活前缀又移进了一个符号X

■ 构造LR(0)自动机-方法2的完整算法

- CFG G={V_T, V_N, S, P} 的LR(0)自动机
- \blacksquare (Σ , SS, S0, TS, Φ)
 - 是否需要 增广产生式 Z → S ?

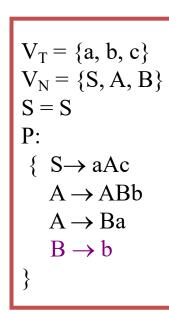
 - S0 = CLOSURE($Z \rightarrow \bullet S$)
 - SS)
 - TS 〉 构造 LR(0)自动机的过程中逐步生成的
 - **■** Φ

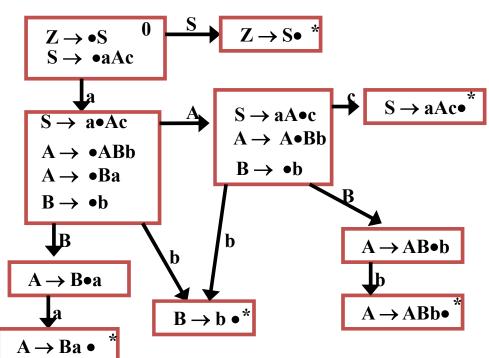
■ 构造LR(0)自动机-方法2的完整算法

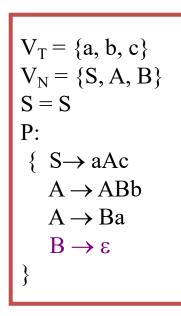
- [1] 增广产生式 Z → S
- $[2] \sum = V_T \cup V_N \cup \{\#\}$
- [3] S0 = CLOSURE($Z \rightarrow \bullet S$)
- $[4] SS = {S0}$

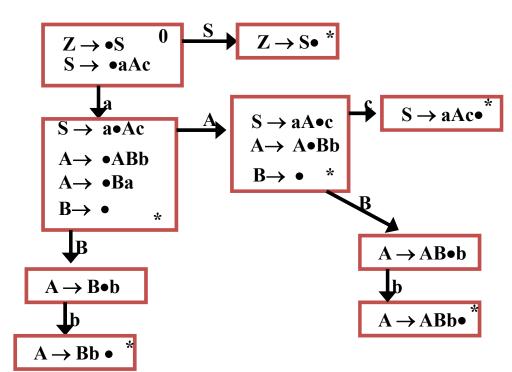
如果IS'不为空且IS'不属于SS,则把IS'加入SS;

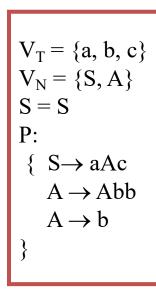
- [6] 重复[5]直到SS收敛;
- [7] 终止状态:包含形如A $\rightarrow \alpha \bullet$ 项目的项目集合;

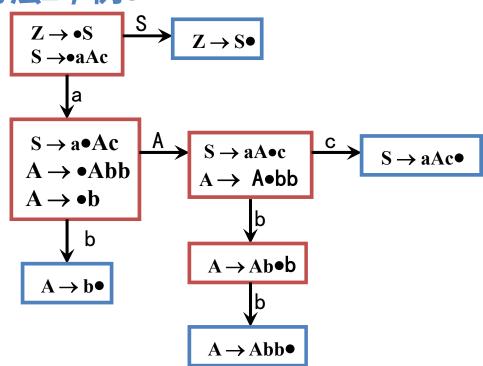


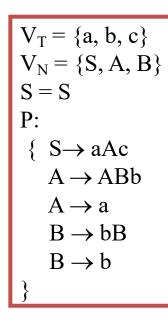


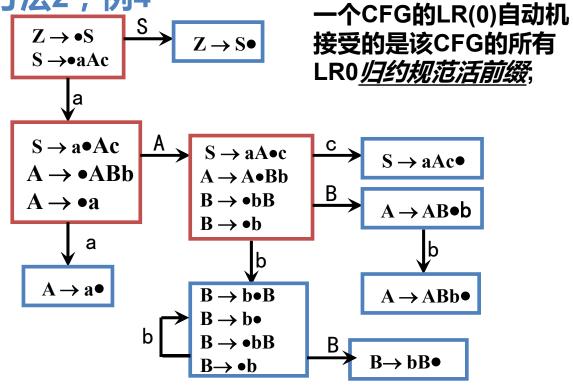










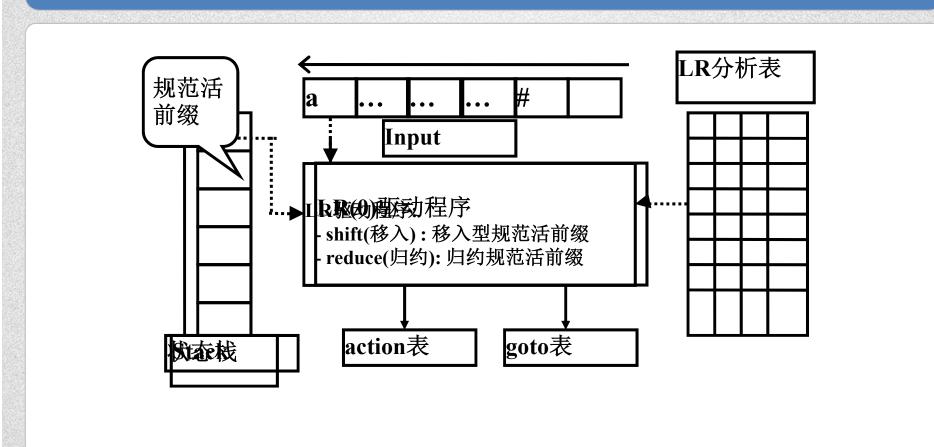


■ LR(0)分析法,相关概念

- 移入项目: A →α•aβ, a∈V_T
- 归约项目: A →α•,
- 接受项目: Z → S•, (Z → S是增广产生式)
- 移入状态:包含移入项目的状态
- 归约状态:包含归约项目的状态
- 冲突状态(同一个状态中):
 - 包含不同的归约项目,则称该状态存在归约-归约冲突;
 - 既包含移入项目,又包含归约项目,则称该状态存在移入-归约冲突

■ 给定一个上下文无关文法 G

- LR₀ 是G的LR(0)自动机
- 如果LR₀的任意一个状态都不存在冲突(归约-归约冲突、移入-归约冲突),则G称为LR(0)文法;
- 可以推知:在LR(0)文法中,
 - 任意状态或者是移入状态,或者是归约状态
 - 如果是归约状态,一定存在一个唯一的归约项目,该归约项目对应一个 产生式p,因此,该归约状态称为*p-归约状态*



■ 构造LR(0)分析表

■ Action表

终极符 状 态	a_1	•••	#
S_1			
•••			
S_n			

```
action(S_i,a) = S_j, 如果S_i到S_j有a输出边 action(S_i,c) = R_p, 如果S_i是p-归约状态,c\inVt \cup{#} action(S_i,#) = accept, 如果S_i是接受状态 action(S_i,a) = error, 其他情形
```

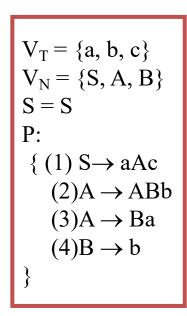
■ 构造LR(0)分析表

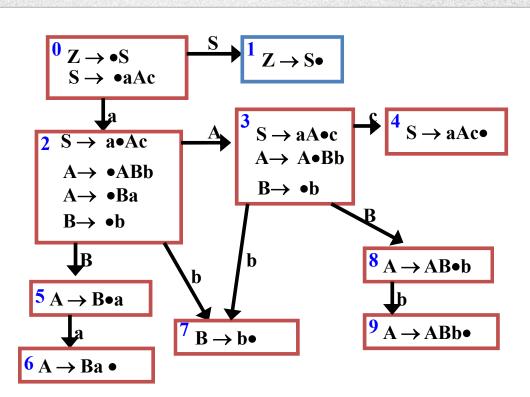
■ GOTO表

非终极符 状 态	A_1	•••	#
S_1			
S_n			

goto $(S_i, A) = S_j$, 如果 S_i 到 S_j 有A输出边 goto $(S_i, A) = error$,如果 S_i 没有A输出边

■ 例子





先前做法

P:

 $(0) Z \to S$

 $(1) S \rightarrow aAc$

 $(2)A \rightarrow ABb$

 $(3)A \rightarrow Ba$

 $(4)B \rightarrow b$

a b a c

符号栈	输入流	分析动作
	abac#	移入
a	bac#	移入
ab	ac#	归约 (4)
aB	ac#	移入
aBa	c#	归约(3)
aA	c#	移入
aAc	#	归约(1)
S	#	归约(0)
Z	#	接受

	action表				goto表			
	a	ь	С	#	1	S	A	В
0	S2					1		
1				accept				
2		S7					3	5
3		S7	S4					8
4	R1	R1	R1	R1				
5	S6							
6	R3	R3	R3	R3				
7	R4	R4	R4	R4				
8		S9						
9	R2	R2	R2	R2				

■ LR(0)分析驱动程序

- 符号约定:
 - S0: 开始状态
 - Stack:状态栈
 - Stack(top):栈顶元素
 - P:产生式
 - | P |:产生式P右部符号个数;
 - P_A:产生式P左部非终极符;
 - Push(S):把状态S压入stack;
 - Pop(n):从stack弹出n个栈顶元素;

```
初始化: push(S0); a = readOne();
L: Switch action(stack(top), a)
Case error: error();
Case accept: return true;
Case Si: push(Si), a=readOne(); goto L;
Case R<sub>P</sub>: pop(|P|);
push(goto(stack(top), P<sub>A</sub>));
goto L;
```

完整过程

a b a c

P: (0) Z \rightarrow S; (1) S \rightarrow aAc; (2)A \rightarrow ABb; (3)A \rightarrow Ba; (4)B \rightarrow b

	action表			goto表			
	a	b	c	#	S	A	В
0	S2				1		
1				accept			
2		S7				3	5
3		S7	S4				8
4	R1	R1	R1	R1			
5	S6						
6	R3	R3	R3	R3			
7	R4	R4	R4	R4			
8		S9					
9	R2	R2	R2	R2			

状态栈	输入流	分析动作
0	abac#	S2
02	bac#	S7
027	ac#	R4,Goto(2, B)=5
025	ac#	S6
0256	c#	R3,Goto(2, A)=3
023	c#	S4
0234	#	R1, Goto(0, S)=1
01	#	Accept

作业

■ 教材P153: 4.5.2, 4.5.3

Thank you!