Lecture 6: Bottom-up Analysis

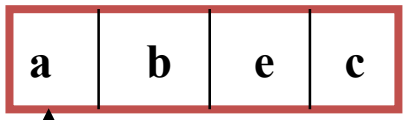
Xiaoyuan Xie 谢晓园
xxie@whu.edu.cn
计算机学院E301

6.1 Motivation Example

6.1 Motivation example

- **自顶向下分析回顾：**

P:
(1) Z → aBeA
(2) A → Bc
(3) B → d
(4) B → bB
(5) B → ε



读头 从左向右移动读头，读入字符串

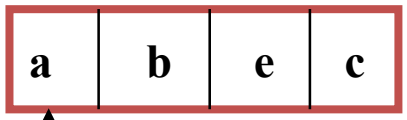
输入（读头所在）	栈内符号	分析	执行推导	匹配
abec	Z	Z的哪一个产生式以a开头？-(1)	aBeA	a
bec	BeA	B的哪一个产生式以b开头？-(4)	bBeA	b
ec	BeA	B的哪一个产生式能够以e开头？-(5)	εeA	e
c	A	A的哪一个产生式能够以c开头？-(2) (5)		

6.1 Motivation example

- **自顶向下分析回顾(续)：**

P:
(1) Z → aBeA
(2) A → Bc
(3) B → d
(4) B → bB
(5) B → ε

输入（读头所在）	栈内符号	分析	执行推导	匹配
c	A	A的哪一个产生式能够以c开头？-(2)	Bc	
c	Bc	A的哪一个产生式能够以c开头？-(5)	εc	c



读头　　从左向右移动读头，读入字符串

6.1 Motivation example

- 自底向上分析过程是从所给**输入串**出发，对其进行**最左归约**的过程。

P:

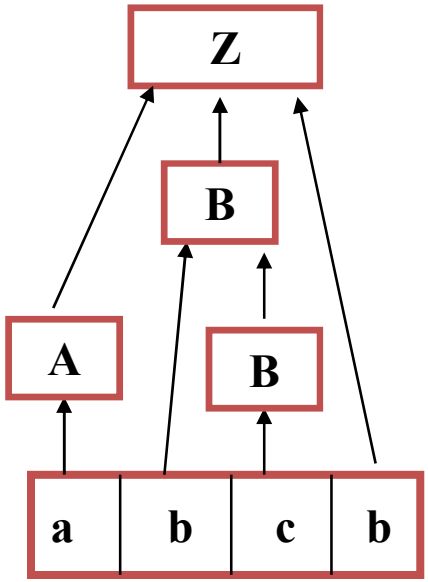
(1) $Z \rightarrow ABb$
(2) $A \rightarrow a$
(3) $A \rightarrow b$
(4) $B \rightarrow b$
(5) $B \rightarrow c$
(6) $B \rightarrow bB$

a	b	c	b

符号栈	输入	动作
	abcb	移入
a	bcb	归约(2)
A	bcb	移入
Ab	cb	移入
Abc	b	归约(5)
AbB	b	归约(6)
AB	b	移入
ABb		归约(1)
Z		成功

6.1 Motivation example

- 自底向上归约的过程也是自底向上构建语法树的过程



归约过程

自底向上分析中归约过程的逆过程就是该句子的最右推导;

abcb
---> Abcb
---> AbBb
---> ABb
---> Z

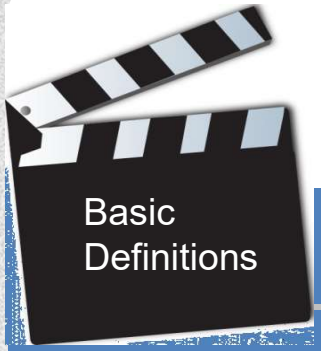
$Z \Rightarrow_{rm} A\underline{B}b$
$\Rightarrow_{rm} Ab\underline{B}b$
$\Rightarrow_{rm} \underline{A}bcb$
$\Rightarrow_{rm} abcb$

6.1 Motivation example

- **从推导的角度看，语法分析的任务是**
  - 接受一个终结符号串作为输入，找出从文法的开始符号推导出这个串的方法
  - 自顶向下分析
- **从规约的角度看，语法分析的任务是**
  - 自底向上分析

6.1 Motivation example

- 自底向上分析主要思想:
  - 从输入串出发;
  - 尽可能地找到可归约子串并将其归约成一个非终极符;
  - 直到归约成文法的开始符或发现语法错误;
- 分析动作:移入(shift),归约(reduce)
- 包含以下方法:
  - 简单优先法; 算符优先法; LR 类的方法;
- 关键问题:
  - 什么时候进行归约，按照哪条产生式进行归约;



6.2 基本概念

6.2 基本概念

- **短语**
  - 一个句型形如αβγ, 如果存在一个句型αAγ,而且 $A \Rightarrow^{+} \beta$, 则称β为句型αβγ的*短语*;
  - 例如句型AbBb，则bB,AbBb是它的短语，因为
    - 存在句型ABb，ABb ⇒ AbBb，α = A，γ = b；
    - 存在句型Z，Z ⇒ ABb ⇒ AbBb ， α = ε， γ = ε；

(1) Z → ABb
(2) A → a
(3) A → b
(4) B → d
(5) B → c
(6) B → bB

- **简单短语**
  - 一个句型形如αβγ, 如果存在一个句型αAγ,而且 $A \Rightarrow \beta$, 则称β为句型αβγ的*简单短语*;

例如句型AbBb，bB是它的简单短语，AbBb不是它的简单短语

6.2 基本概念

- 句柄:一个句型的简单短语可能有多个，称*最左简单短语*为*句柄*(handler);
  - 例如：句型abBb，简单短语有两个：a,bB
    - Z ⇒ ABb ⇒ aBb ⇒ abBb
  - 最左简单短语a是句柄
- 句柄的唯一性:
  - 如果一个CFG无二义性,则它的任意一个句型都有唯一的句柄;

6.2 基本概念

- 例子

P:
(1) E → T
(2) E → E + T
(3) T → F
(4) T → T * F
(5) F → (E)
(6) F → i
(7) F → n

句型:　　T+ (E+T)*i

句型的一个推导: (该句型没有最右推导)
E ⇒ E + T ⇒ E + T*F⇒E+T*i ⇒
E+F*i ⇒ E+(E)*i ⇒ E+(E+T)*i
⇒ T+(E+T)*i

短语: T +(E+T)*i, T, E+T, i,
(E+T),(E+T)*i

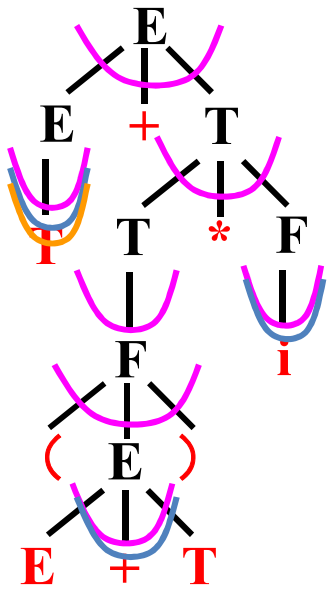
简单短语: T, E+T, i

句柄:　　T

通过为所给句型建立语法分析树，可以很容易地识别出该句型的所有短语、简单短语和句柄。

6.2 基本概念

■ 由语法分析树识别短语、简单短语和句柄



语法分析树的叶子节点构成句型：
T+ (E+T)*i

每棵子树的叶子节点构成短语：
T+ (E+T)*i 、T、(E+T)*i、(E+T)、E+T、i

每棵简单子树(只有一层的子树)的叶子节点构成简单短语：T、E+T、i

最左简单子树的叶子节点构成句柄： T

6.2 基本概念

- **自顶向下的语法分析方法中曾介绍过：**
- **推导：对句型中的非终极符用产生式右部替换**

  推导的逆过程称为归约

- **规范推导：一个句型的最右推导称为该句型的规范推导;**

  规范推导的逆过程称为规范归约（最左归约）

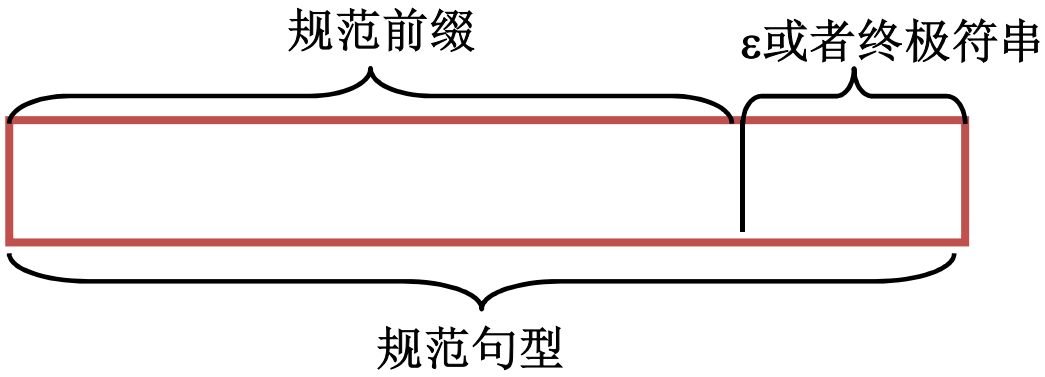
- **规范句型(右句型)：从开始符通过规范推导得到的句型;**

  规范归约过程中产生的句型仍是规范句型

  规范归约的过程也是对规范句型的最左简单短语（句柄）进行归约的过程

6.2 基本概念

- **规范前缀:一个规范句型的一个前缀称为*规范前缀*, 如果该前缀后面的符号串不包含非终极符;**
  - $Z \Rightarrow ABb$：规范前缀为 AB, Abb
  - $Z \Rightarrow^{+} Acb$：规范前缀为 A, Ac, Acb



6.2 基本概念

- **规范活前缀:满足如下条件之一的规范前缀称为规范活前缀:**
  - 该规范前缀不包含简单短语; 或者
  - 该规范前缀只包含一个简单短语,而且是在该规范前缀的最后(这个简单短语就是句柄);
- **换句话说，规范活前缀不含句柄之后的任何符号**

(1) $Z \rightarrow ABb$
(2) $A \rightarrow a$
(3) $A \rightarrow b$
(4) $B \rightarrow d$
(5) $B \rightarrow c$
(6) $B \rightarrow bB$

$Z \Rightarrow ABb$
规范前缀为 AB, ABb
规范活前缀: AB(不包含简单短语)
ABb(包含一个简单短语且在最后)

6.2 基本概念

- **规范活前缀例2：**

(1) $Z \rightarrow ABb$
(2) $A \rightarrow a$
(3) $A \rightarrow b$
(4) $B \rightarrow d$
(5) $B \rightarrow c$
(6) $B \rightarrow bB$

$Z \Rightarrow^+ abcb$

规范前缀为 a, ab, abc, abcb

规范活前缀：a (包含一个简单短语且在最后)

ab, abc, abcd都不是规范活前缀

6.2 基本概念

- **活前缀有两种类型**
  - 非归态(移入)活前缀：规范活前缀不包含简单短语，而且是在该规范活前缀的最后句柄尚未形成，需要继续移进若干符号后才能形成句柄
  - 归态活前缀：只包含一个简单短语，尾部正好是句柄之尾，此时可以进行规约。规约后又成为另一句型的活前缀

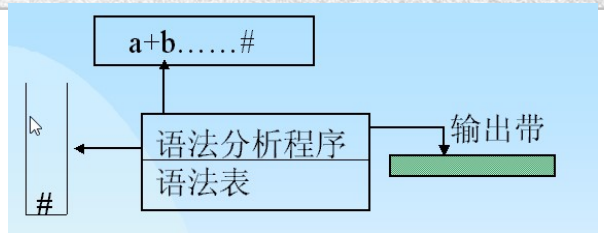
$Z \Rightarrow ABb$　　规范前缀为 AB, ABb

规范活前缀: AB(不包含简单短语) --- 移入型规范活前缀

ABb(包含一个简单短语) --- 归约规范活前缀

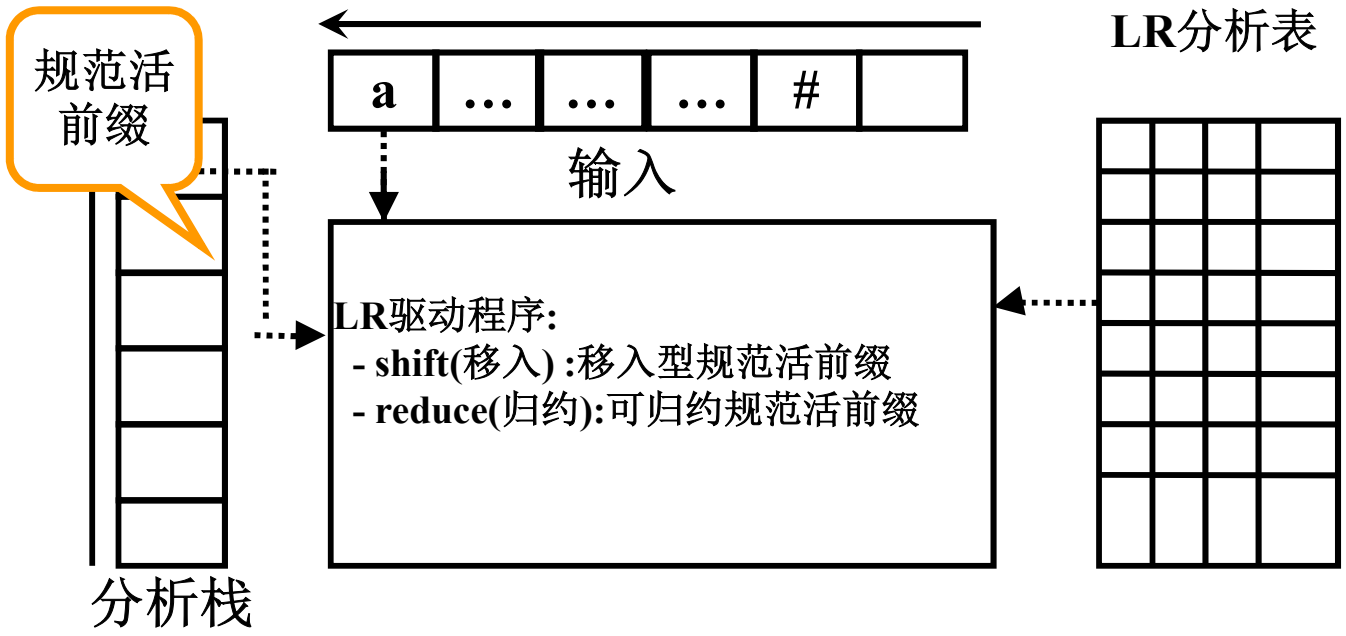
6.3 LR分析法概述

6.3 LR分析法概述



- **LR 方法**
  - 主要思想
    - L表示从左至右读入输入串;
    - R表示构造一个最右推导的逆过程，即每次找到句柄π (归约规范活前缀απ)来进行归约;
  - 工作方式：移进-规约
    - 自左至右将输入串符号一个个移进栈，移进过程中不断查看栈顶符号，一旦形成了某个句型的句柄，就将此句柄用相应产生式左部替换（规约）
    - 规约后若再形成句柄，则继续替换（规约）；直到栈顶不再形成句柄为止。然后继续移进符号，重复上面过程，直至栈顶只剩下文法的开始符号，输入串读完为止 --- 句子识别成功

6.3 LR分析法概述


规范活
前缀
a
…
…
…
#
输入
LR分析表
LR驱动程序:
- shift(移入) :移入型规范活前缀
- reduce(归约):可归约规范活前缀
分析栈

6.3 LR分析法概述

- **LR 文法：**
  - 某一CFG能够构造一张分析表，使得表中每一元素至多只有一种明确动作，则称改文法为LR文法
  - 注：并非所有CFG都是LR文法，但对于多数程序设计语言，一般都可以用LR文法描述；和LL(1)相比，LR分析适应的文法范围要广一些
- **不同的 LR 方法**
  - 不同的LR方法对CFG的要求不一样, 能够分析的CFG多少也不一样， $LR(0) \subseteq SLR(1) \subseteq LALR(1) \subseteq LR(1)$

6.3 LR分析法概述

- **LR 关键问题**
  - 如何判定规范活前缀?
  - 如何判定移入型规范活前缀?
  - 如何判定归约规范活前缀以及用哪一个产生式归约?
  - 如何判定分析结束?
- **构造一个判定归约规范活前缀的自动机 -- LR自动机**
- **由LR自动机构造LR分析表指导LR分析**

6.4 LR(0) 分析

6.4 LR(0) 分析法

- **构造LR(0)自动机识别活前缀**
  - LR(0) 项目: 为每个产生式添加圆点，圆点只能出现在产生式的右部符号串的任意位置
    - 产生式S→aAc，有4个LR(0)项目：
      - S→ •aAc
      - S → a • Ac
      - S → a A • c
      - S → a Ac •
    - 特别地，空产生式: S → ε, 对应LR(0)项目S → •
    - 右部长度为n的产生式有n+1个项目；

6.4 LR(0) 分析法

- **构造LR(0)自动机识别活前缀**

找句柄 →找归态活前缀,

  - 圆点理解为栈内栈外分界线
  - 例如：S→aAb, A→XYZ

aXYZb无法直接看出句柄，但是
如果加上dot, 就能立即发现句柄

例如，产生式A → XYZ对应四个项目

- A→•XYZ　预期要归约的句柄是XYZ，但都未进栈
- A→X•YZ　预期要归约的句柄是XYZ，仅X进栈
- A→XY•Z　预期要归约的句柄是XYZ，仅XY进栈
- A→X YZ•　已处于归态活前缀，XYZ可进行归约，这个项目是归约项目。

每个产生式都能获得n+1个项目
我们现在需要的是将所有项目串起来，形成
一个完整的，可以识别活前缀的LR(0)自动机

6.4 LR(0) 分析法

- **构造LR(0)自动机-Naïve方法**
  - 首先将文法进行拓广，增加产生式S'→ S, 令S'→•S作为初态项
  - 为什么要拓广: 保证文法开始符号不出现在任何产生式右部
    - CFG可能会导致S出现在右部，但是为了避免混淆，保证开始符号不出现在右部 →每当识别出S，就确定完成句子识别
    - 例如S → aSb, S →c, 给定abc，c可以规约为S，结束分析？

6.4 LR(0) 分析法

- **构造LR(0)自动机-Naïve方法**
  - 接着由项目集构造NFA

如果Xi是V_N，那么从i项目转到j项目，必须要识别一整个由Xi定义的范畴

（3）设项目i为$X \to X_1 \ldots X_{i-1} \bullet X_i \ldots X_n$，项目j为$X \to X_1 \ldots X_i \bullet X_{i+1} \ldots X_n$，则从项目i画一弧线射向j，标记为$X_i$，若$X_i$是终结符则项目i称为移进项目，$X_i$是非终结符则称项目i为待约项目；

（4）若项目i为$X \to \alpha \bullet A\beta$，其中A是非终结符，则从i项目画ε弧射向所有$A \to \bullet \gamma$的项目，$\gamma \in V^*$

  - 圆点在最右端的称为终态项目或规约项目，特别地，S'→S•称为接受项目

6.4 LR(0) 分析法

构造LR(0)自动机-Naïve方法

- 构造出的NFA是包含ε串的NFA，使用子集法使其确定化，成为一个以项目集为状态的DFA ---LR分析的基础
  - DFA每个状态是一个项目集，称为LR(0)项目集，整个状态集称为LR(0)项目集规范簇
  - DFA的一个状态对应的项目集内，每个项目是等价的（从期待规约的角度看是相同的）
- 有一个唯一的初态和唯一的接受态，但有若干规约态，表示有若干种活前缀的识别状态
- 状态反映了识别句柄的情况，即句柄多大部分已进栈 (历史情况已知)

6.4 LR(0) 分析法

构造LR(0)自动机-Naïve方法

- 示例

例如：有一已拓广的文法G6.1构造识别活前缀的NFA

S` →E　E →aA|bB　A →cA|d　B →cB|d

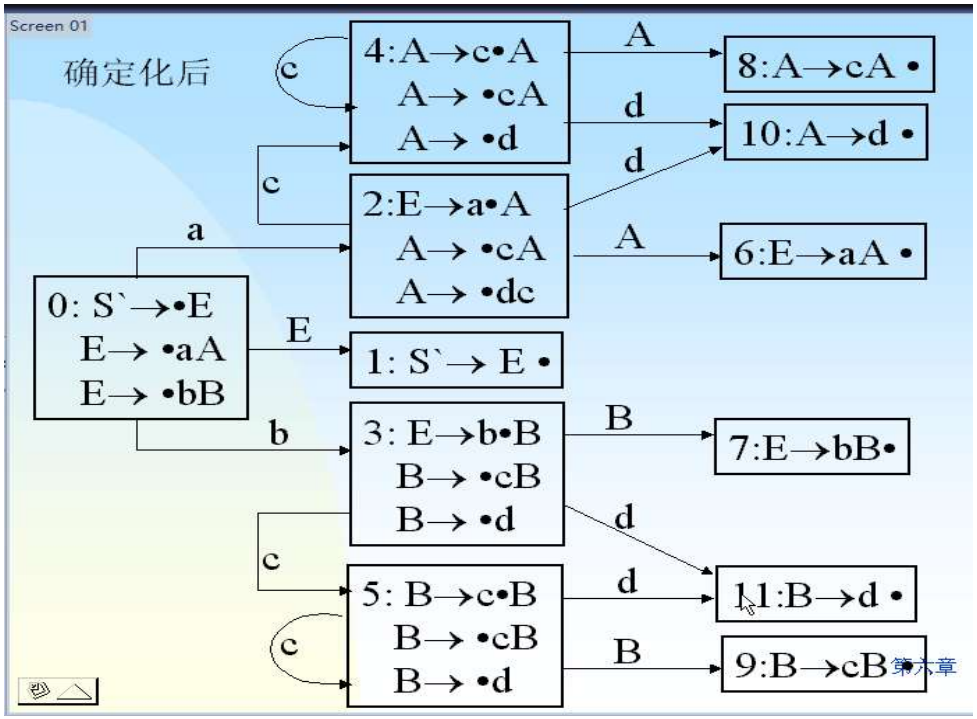
解：1、这个文法的项目有：

1. S` →•E	2. S` →E•	3. E → •aA
4. E → a•A	5. E → aA•	6. A → •cA
7. A → c•A	8. A → cA •	9. A → •d
10. A → d•	11. E → •bB	12. E → b•B
13. E → bB•	14. B → •cB	15. B → c•B
16.B → cB•	17. B → •d	18. B → d•

6.4 LR(0) 分析法

- **构造LR(0)自动机-Naïve方法**
  - 示例

太复杂 ，不用！



6.4 LR(0) 分析法

- **构造LR(0)自动机-方法2：**
  - IS 是一个LR(0)项目的集合;
  - X 是一个符号(终极符或非终极符);
  - $IS_{(X)}$表示项目集IS关于符号X的投影: $IS_{(X)} = \{S \rightarrow \alpha X \bullet \beta \mid S \rightarrow \alpha \bullet X\beta \in IS, X \in V_T \cup V_N\}$ ---IS(x)只对IS中圆点后面是X的项目起作用，所起的作用就是将圆点从X的前面移到X的后面

$$IS = \{A \rightarrow A\bullet Bb,\ B \rightarrow a\bullet,\ B \rightarrow b\bullet B,\ Z \rightarrow \bullet cB\}$$

$$X = B$$

$$IS_{(B)} = \{A \rightarrow AB\bullet b,\ B \rightarrow bB\bullet\}$$

6.4 LR(0) 分析法

- **构造LR(0)自动机-方法2：**
  - IS 是 LR(0)项目的集合; CLOSURE(IS)也是一个LR(0)项目集合，按照下面的步骤计算:

    [1] 初始, CLOSURE(IS) = IS

    [2] 对于CLOSURE(IS)中没有处理的LR(0)项目，

    如果该项目的圆点后面是一个非终极符A，

    而且A的全部产生式是{A→α1, …, A→αn}

    则增加如下LR(0)项目到CLOSURE(IS)

    {A→ •α1, …, A→ •αn}

    [3] 重复[2]直到 CLOSURE(IS)收敛;

6.4 LR(0) 分析法

- **构造LR(0)自动机-方法2：**
  - CLOSURE(IS)示例

$V_T = \{a, b, c\}$
$V_N = \{S, A, B\}$
$S = S$
P:
{ $S \rightarrow aAc$
$A \rightarrow ABb$
$A \rightarrow Ba$
$B \rightarrow b$
}

IS = {S→ •aAc}
CLOSURE(IS) = {S→ •aAc}

IS = {S→ a•Ac}
CLOSURE(IS)
= {S→ a•Ac,
A → •ABb, A → •Ba,
B → •b}

6.4 LR(0) 分析法

- **构造LR(0)自动机-方法2：**
  - goto函数（DFA中的弧，表示状态变迁）
    - IS 是 LR(0)项目集合;
    - X 是一个符号(V_T or V_N终极符或非终极符);
    - goto(IS, X) = CLOSURE($IS_{(x)}$)
  - 其含义是对任意项目集IS，由于IS中有A→α•Xβ项目，IS(x)中有A→αX•β项目，表示识别活前缀又移进了一个符号X

6.4 LR(0) 分析法

- **构造LR(0)自动机-方法2的完整算法**
  - CFG G={V_T, V_N, S, P} 的LR(0)自动机
  - (∑，SS，S0，TS， Φ)
    - 是否需要 增广产生式 Z → S ？
    - ∑ = V_T ∪V_N∪{#}
    - S0 = CLOSURE(Z → •S)
    - SS
    - TS
    - Φ

    } 构造 LR(0)自动机的过程中逐步生成的

6.4 LR(0) 分析法

构造LR(0)自动机-方法2的完整算法

[1] 增广产生式 $Z \rightarrow S$

[2] $\Sigma = V_T \cup V_N \cup \{\#\}$

[3] S0 = CLOSURE($Z \rightarrow \bullet S$)

[4] SS = {S0}

[5] 对于SS中的每一个项目IS, 和每个符号X$\in \Sigma$,

计算IS' = goto(IS, X),

如果IS'不为空, 则 建立 IS $\xrightarrow{X}$ IS',

如果IS'不为空且IS'不属于SS,则把IS'加入SS;

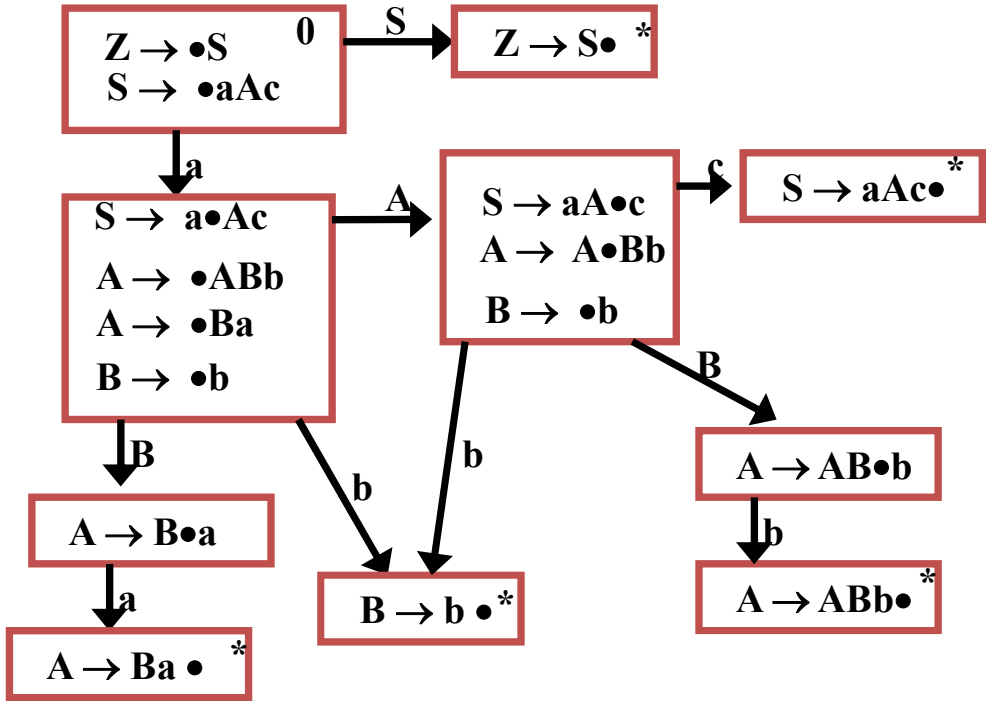
[6] 重复[5]直到SS收敛;

[7] 终止状态:包含形如A $\rightarrow \alpha\bullet$项目的项目集合;

6.4 LR(0) 分析法

- 构造LR(0)自动机-方法2，例1

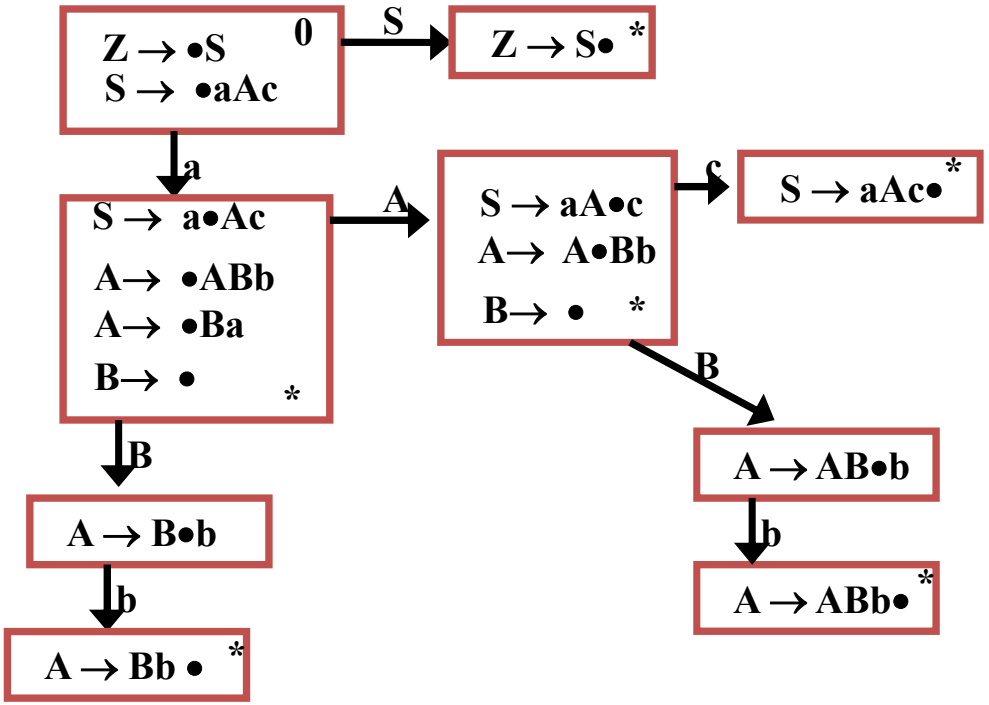
V_T = {a, b, c}
V_N = {S, A, B}
S = S
P:
{ S→ aAc
A → ABb
A → Ba
B → b
}



6.4 LR(0) 分析法

- **构造LR(0)自动机-方法2，例2**

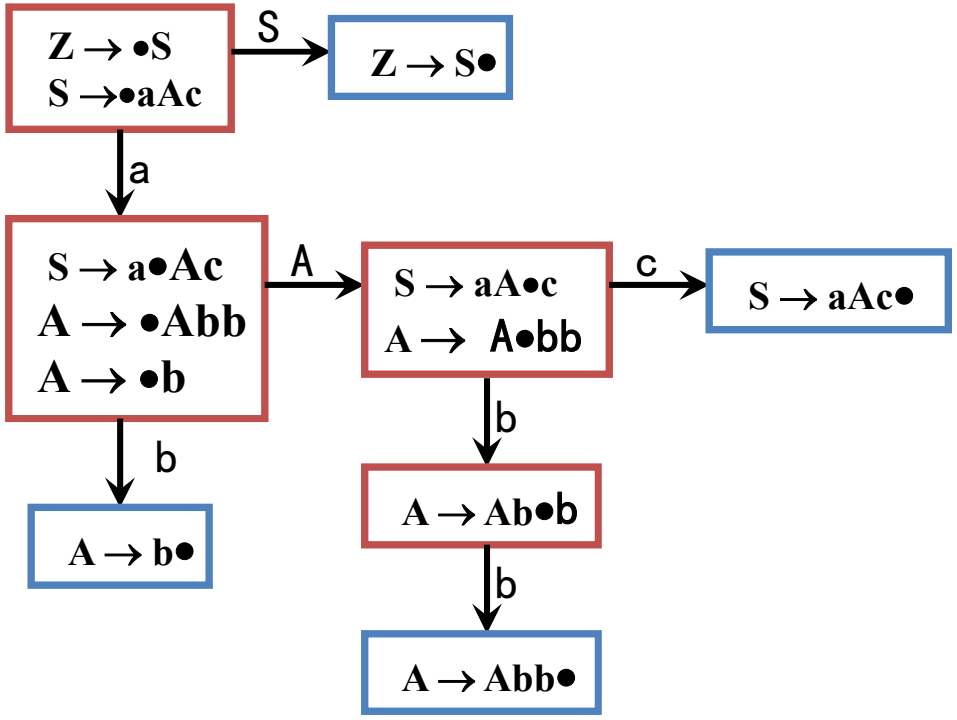
$V_T = \{a, b, c\}$
$V_N = \{S, A, B\}$
$S = S$
P:
{ $S \rightarrow aAc$
$A \rightarrow ABb$
$A \rightarrow Ba$
$B \rightarrow \varepsilon$
}



6.4 LR(0) 分析法

- 构造LR(0)自动机-方法2，例3

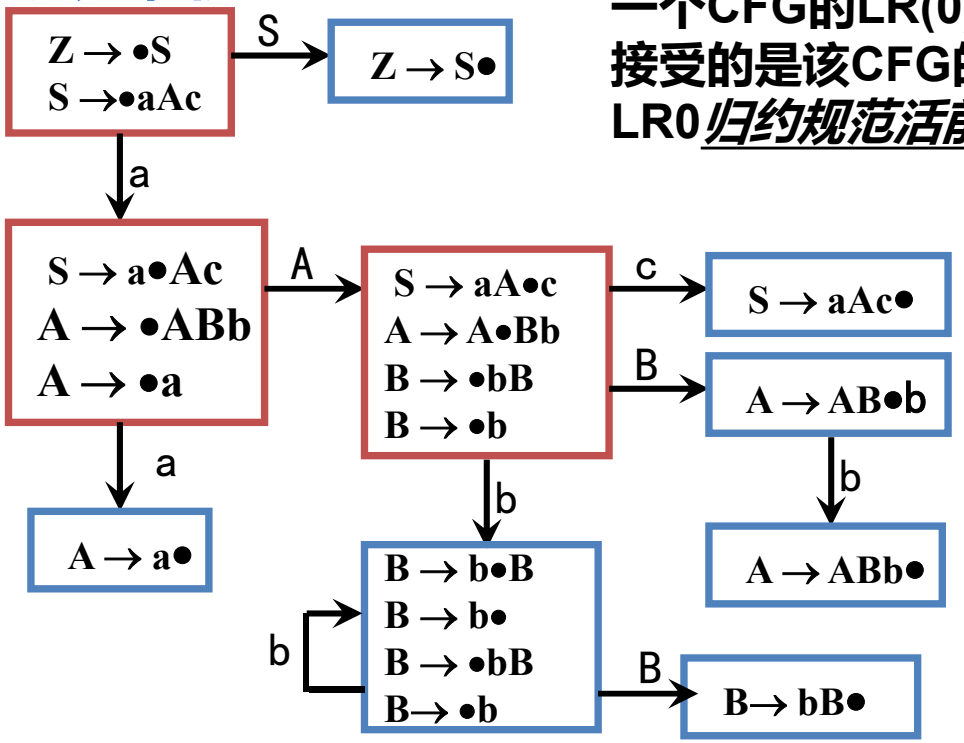
$V_T = \{a, b, c\}$
$V_N = \{S, A\}$
$S = S$
P:
{ $S \rightarrow aAc$
$A \rightarrow Abb$
$A \rightarrow b$
}



6.4 LR(0) 分析法

- **构造LR(0)自动机-方法2，例4**

V_T = {a, b, c}
V_N = {S, A, B}
S = S
P:
{ S→ aAc
A → ABb
A → a
B → bB
B → b
}



一个CFG的LR(0)自动机接受的是该CFG的所有LR0*归约规范活前缀*;

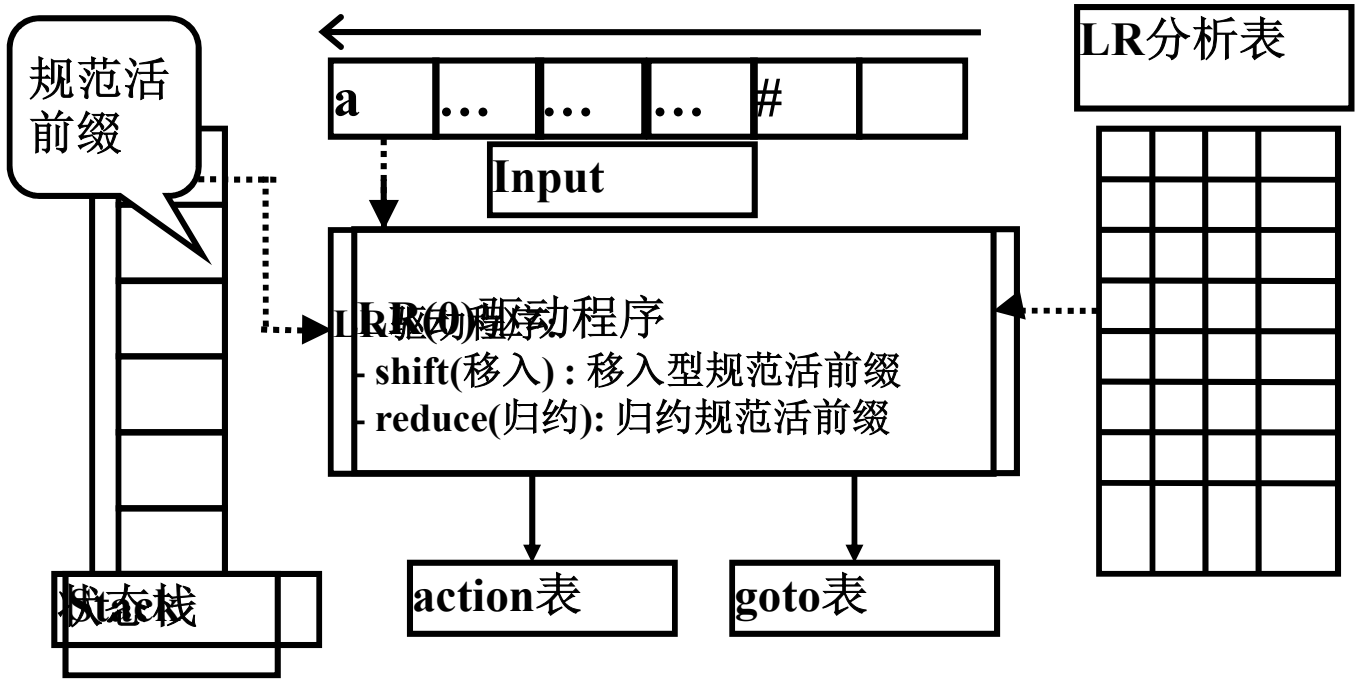
6.4 LR(0) 分析法

- **LR(0)分析法,相关概念**
  - 移入项目: $A \rightarrow \alpha \bullet a\beta$, $a \in V_T$
  - 归约项目: $A \rightarrow \alpha \bullet$,
  - 接受项目: $Z \rightarrow S \bullet$, ($Z \rightarrow S$是增广产生式)
  - 移入状态:包含移入项目的状态
  - 归约状态:包含归约项目的状态
  - 冲突状态(同一个状态中):
    - 包含不同的归约项目，则称该状态存在归约-归约冲突 ；
    - 既包含移入项目，又包含归约项目，则称该状态存在移入-归约冲突

6.4 LR(0) 分析法

- **给定一个上下文无关文法 G**
  - LR_0 是G的LR(0)自动机
  - 如果LR_0的任意一个状态都不存在冲突(归约-归约冲突、移入-归约冲突), 则G称为LR(0)文法;
  - 可以推知：在LR(0)文法中，
    - 任意状态或者是移入状态,或者是归约状态
    - 如果是归约状态,一定存在一个唯一的归约项目,该归约项目对应一个产生式p,因此, 该归约状态称为*p-归约状态*

6.4 LR(0) 分析法


规范活
前缀
a … … … # #
Input
LR(0)驱动程序
- shift(移入) : 移入型规范活前缀
- reduce(归约): 归约规范活前缀
LR分析表
状态栈
action表
goto表

6.4 LR(0) 分析法

- **构造LR(0)分析表**
  - Action表

状 态 \ 终极符	a_1	…	#
S_1			
…			
S_n			

$action(S_i,a) = S_j$, 如果S_i到S_j有a输出边

$action(S_i,c) = R_p$, 如果S_i是p-归约状态,$c \in Vt \cup \{\#\}$

$action(S_i,\#) = accept$, 如果S_i是接受状态

$action(S_i,a) = error$, 其他情形

6.4 LR(0) 分析法

- **构造LR(0)分析表**
  - GOTO表

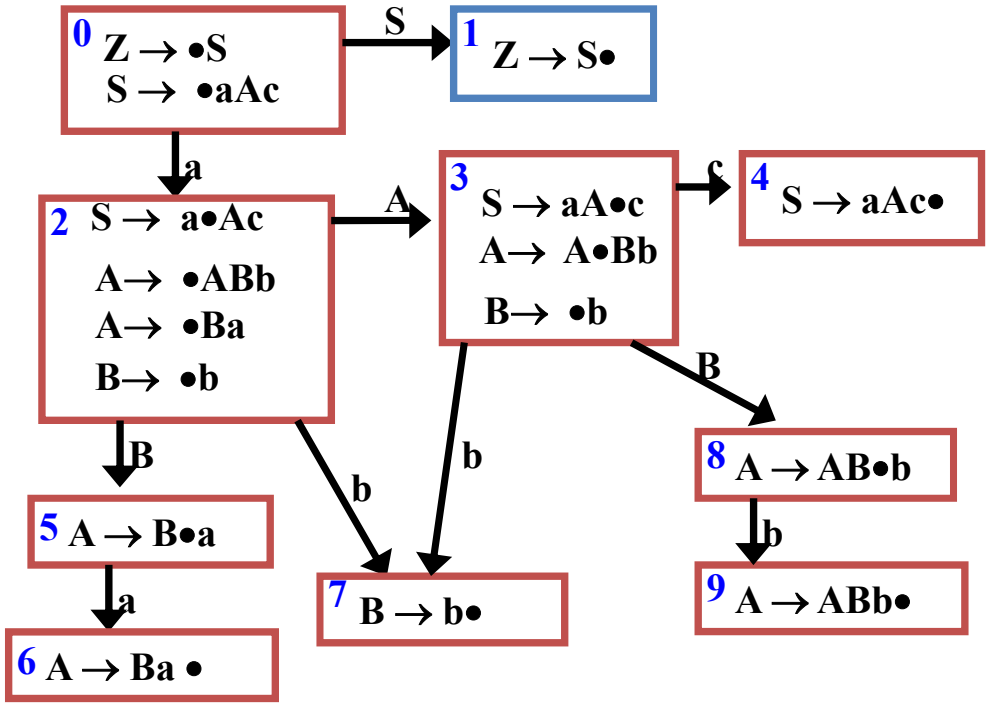
非终极符 / 状 态	A_1	…	#
S_1			
…			
S_n			

goto (S_i, A) = S_j, 如果S_i到S_j有A输出边
goto (S_i, A) = error,如果S_i没有A输出边

6.4 LR(0) 分析法

- 例子

$V_T = \{a, b, c\}$
$V_N = \{S, A, B\}$
$S = S$
P:
{ (1) S→ aAc
(2)A → ABb
(3)A → Ba
(4)B → b
}



6.4 LR(0) 分析法

先前做法

P:

(0) Z → S
(1) S→ aAc
(2)A → ABb
(3)A → Ba
(4)B → b

a	b	a	c

符号栈	输入流	分析动作
	abac#	移入
a	bac#	移入
ab	ac#	归约 (4)
aB	ac#	移入
aBa	c#	归约(3)
aA	c#	移入
aAc	#	归约(1)
S	#	归约(0)
Z	#	接受

6.4 LR(0) 分析法

action表						goto表		
	a	b	c	#		S	A	B
0	S2					1		
1				accept				
2		S7					3	5
3		S7	S4					8
4	R1	R1	R1	R1				
5	S6							
6	R3	R3	R3	R3				
7	R4	R4	R4	R4				
8		S9						
9	R2	R2	R2	R2				

6.4 LR(0) 分析法

LR(0)分析驱动程序

- 符号约定：
  - S0: 开始状态
  - Stack:状态栈
  - Stack(top):栈顶元素
  - P:产生式
  - | P |:产生式P右部符号个数;
  - P_A:产生式P左部非终极符;
  - Push(S):把状态S压入stack;
  - Pop(n):从stack弹出n个栈顶元素;

初始化: push(S0); a = readOne();
L: Switch *action*(stack(top), a)
Case error: error();
Case accept: return true;
Case Si: push(Si), a=readOne(); goto L;
Case R_P: pop(|P|);
push(*goto*(stack(top), P_A));
goto L;

6.4 LR(0) 分析法

完整过程

a	b	a	c

P: (0) Z → S; (1) S→ aAc; (2)A → ABb;
(3)A → Ba; (4)B → b

	action表					goto表		
	a	b	c	#		S	A	B
0	S2					1		
1				accept				
2		S7					3	5
3		S7	S4					8
4	R1	R1	R1	R1				
5	S6							
6	R3	R3	R3	R3				
7	R4	R4	R4	R4				
8		S9						
9	R2	R2	R2	R2				

状态栈	输入流	分析动作
0	abac#	S2
02	bac#	S7
027	ac#	R4,Goto(2, B)=5
025	ac#	S6
0256	c#	R3,Goto(2, A)=3
023	c#	S4
0234	#	R1, Goto(0, S)=1
01	#	Accept

Thank you!