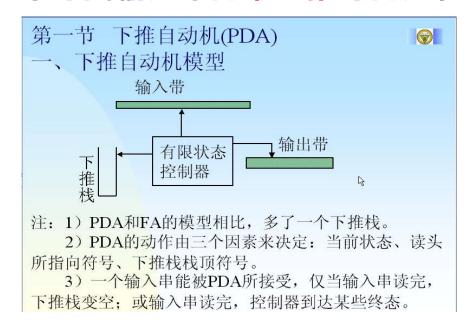
Lecture 4: Top-Down Parsing

Xiaoyuan Xie 谢晓园 xxie@whu.edu.cn 计算机学院E301



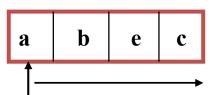
- 自顶向下分析可以被看作是为输入串构造语法分析树的问题,也可以看作一个寻找输入串的最左推导的过程
 - 下推自动机PDA



- 自顶向下分析可以被看作是为输入串构造语法分析树的问题, 也可以看作一个寻找输入串的最左推导的过程
 - Q2:在推导的每一步,对非终结符号A,应用哪个产生式,以可能产生于输入串相匹配的终结符号串

■ 例子: 最左推导

P:
$(1) Z \rightarrow aBeA$
$(2) A \rightarrow Bc$
$(3) B \to d$
$(4) B \rightarrow bB$
$(5) B \rightarrow \epsilon$



	输入	栈内			
P:	(读头所在)	符号	<u>分析</u>	丸行推导	匹配
$(1) Z \rightarrow aBeA$ $(2) A \rightarrow Bc$	<u>a</u> bec	Z	Z的哪一个产生式 以a开头?-(1)	aBeA	a
(3) $B \rightarrow d$ (4) $B \rightarrow bB$ (5) $B \rightarrow \epsilon$	bec	BeA	B的哪一个产生式 以b开头?-(4)	b BeA	b
a b e c	ec	BeA	B的哪一个产生式 能够 以e开头? -(5		e
读头 从左向右移动读头	c 上,读入字符	A 纡串	A的哪一个产生式 <mark>能够</mark> 以c开头?		

-(2)(5)

■ 例子: 最左推导

P:

读头

- (1) $Z \rightarrow aBeA$
- $(2) A \rightarrow Bc$
- $(3) B \rightarrow d$
- $(4) B \rightarrow bB$
- $(5) B \rightarrow \epsilon$

输入 栈内

С

C

(读头所在) 符号 分析

执行推导

Bc

匹配

A A的哪一个产生式

能够以c开头?

-(2)

-(5)

Bc A的哪一个产生式 能够以c开头?

23

C

a b e c

从左向右移动读头,读入字符串

■ Q2如何解决?

- 在推导的每一步,对非终结符号A,应用哪个产生式,以可能产生于输入串相匹配的终结符号串
 - E.g. 有E→ aT|abT|acT, 先推导至 E+a, 下一步该用aT, bT, 还是cT去替换T? --- 取决于读头下的字符

■ Q2解决的关键

- 对句型中的*非终极符*选择*合适的产生式*进行下一步推导;
- 选择产生式时,参考输入的token序列信息更有效,否则有可能产生回溯
- 向前看几个输入符号?对一般的程序设计语言而言,向前看1个输入符号,即只看当前token (向前看一个token)就足够了

Q1: 选择最左非终极符进行替换更合适, 便于处理;

■ Q2解决的关键-预测分析技术:

- 以开始符号作为初始的当前句型
 - => 每次为最左边的非终结符号选择适当的产生式(Q1)
 - ⇒ 通过查看下面k个输入符号(token)来对句型中的<u>非终极符</u>选择<u>合适的产</u> 生式进行下一步推导
 - ⇒ 试图从开始符号推导出输入符号串,
- 对一般的程序设计语言而言,向前看1个token就足够(k=1)

■ 怎么实现向前看一个token?

- Predict($A \rightarrow \alpha$)
 - 面向产生式定义的,对产生式可能推导出的串进行预测,作为对非终极符替换时选择产生式的依据; $\{a \mid S \Rightarrow^+ \alpha A \beta \Rightarrow \alpha \gamma \beta \Rightarrow^* \alpha a \beta' \}$, 其中 $\alpha \in V_T^*$, $S \in \mathcal{P}_T$
- First(α)
 - 面向符号串(产生式的右部)定义的, 当 $\varepsilon \notin First(\alpha)$ 时, 直接作为产生式(A $\to \alpha$)的预测符;
- Follow(A)
 - 面向非终极符(产生式的左部)定义的,当 $\varepsilon \in First(\alpha)$ 时,构成产生式($A \to \alpha$)的预测符集的一部分

■ First(α)

- 输入α: 由任意文法符号(V_T or V_N)组成的符号串(即产生式的右部)
- 返回:可从α推导得到的串的首符号集合
- Formal Definition: First(α) = {a | $\alpha \Rightarrow *a\beta$, a∈V_T}, 特别地,如果 $\alpha \Rightarrow *\epsilon$ 则 First(α)= First(α) \cup { ϵ }

■ First(α)

■ 计算方法

[1] 如果 $\alpha = \varepsilon$, 则有,First(α) = { ε }

[2] 如果 α = a, a \in V_T, 则有,First(α) = {a}

[3] 如果 α = A, A ∈ V_N, A \rightarrow β1 | β2 |..... | βn, 则有, First(α) = = \cup First(β i) 1≤i ≤n

- First(α)
 - 计算方法

[4] 如果 $\alpha = X_1 X_2 \dots X_{i-1} X_i \dots X_n$ 其中 $X_i \in V_T \cup V_N$

- (1) 先使用下列算法,为每个X计算每个First(X)
 - (a) 若X∈V_T,则FIRST(X)={X}
 - (b) 若 X ∈ V_N,且有产生式 X→a…,a ∈ V₇则 a ∈ FIRST(X)。
 - (c) 若X∈V_N,X→ε,则ε∈FIRST(X)。

(d)若 $X \in V_N, Y_1, Y_2 \cdots Y_i$ 都 $\in V_N$,而有产生式 $X \rightarrow Y_1 Y_2 \cdots Y_n$,当 $Y_1, Y_2 \cdots , Y_{i-1}$ 都 $\stackrel{*}{\Rightarrow} \varepsilon$ 时,(其中 $1 \leq i \leq n$),则 $FIRST(Y_1) - \{\varepsilon\}$, $FIRST(Y_2) - \{\varepsilon\}$, \cdots $FIRST(Y_{i-1}) - \{\varepsilon\}$, $FIRST(Y_i)$ 都包含在 FIRST(X)中。

(e)当(d)中所有 Y, ⇒ε, (i=1,2,···n)

则 $FIRST(X) = FIRST(Y_1) \cup FIRST(Y_2) \cup \cdots \cup FIRST(Y_n) \cup \{\epsilon\}$ 。

反复使用上述(a)~(e)步直到每个符号的 FIRST 集合不再增大为止。

- **■** First(α)
 - 计算方法

```
[4] 如果 α = X<sub>1</sub> X<sub>2</sub> ..... X<sub>i-1</sub> X<sub>i</sub> ..... X<sub>n</sub> 其中X<sub>i</sub> ∈ V<sub>T</sub> ∪ V<sub>N</sub>

(2) 根据First(X<sub>i</sub>)计算Frist(α)

当 X<sub>1</sub> 不能 → ε,则置 FIRST(α) = FIRST(X<sub>1</sub>)。

若对任何 j

(1≤j≤i-1,2≤i≤n),ε∈FIRST(X<sub>j</sub>)

则 FIRST(α) = Ü (FIRST(X<sub>j</sub>) - {ε}) UFIRST(X<sub>i</sub>)

当所有 FIRST(X<sub>j</sub>)(1≤j≤n)都含有ε时,则 FIRST(α) = Ü (FIRST(X<sub>j</sub>)) U {ε}
```

■ First(α)例子

P:

(1)
$$E \rightarrow TE'$$

(2)
$$E' \rightarrow + TE'$$

(3)
$$E' \rightarrow \varepsilon$$

$$(4) T \rightarrow FT'$$

(5)
$$T' \rightarrow *FT'$$

(6)
$$T' \rightarrow \epsilon$$

$$(7) \quad \mathbf{F} \to (\mathbf{E})$$

(8)
$$F \rightarrow i$$

(9)
$$F \rightarrow n$$

E	{i, n, (}
E'	{+,ε}
T	{ i, n, (}
T'	{ *, ε }
F	{ i,n,(}

$$S\varepsilon = \{E', T'\}$$

First(E'T'E) =
$$\{+,*,i,n,(\}$$

First(T'E') = $\{+,*,\epsilon\}$

Follow(A)

■ 输入A: 非终结符号

■ 返回:可能在某些句型中紧跟在A右边的终结符号集合

■ 例如 S=>*αAaβ, 终结符a就在Follow(A)中, c就在First(A)中

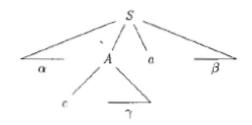


图 4-15 终结符号 c 在 FIRST(A) 中且 a 在 FOLLOW(A)中

Follow(A)

Formal Definition:

```
FOLLOW(A)=\{a \mid S \stackrel{*}{\Rightarrow} \mu A \beta \coprod a \in V_T, a \in FIRST(\beta), \mu \in V_T^*, \beta \in V^+\} 若 S \stackrel{*}{\Rightarrow} \mu A \beta, \coprod \beta \stackrel{*}{\Rightarrow} \varepsilon, \text{则} \# \in FOLLOW(A)。 # \in Follow(S) 也可定义为:FOLLOW(A) = \{a \mid S \stackrel{*}{\Rightarrow} \cdots A a \cdots, a \in V_T\} 若有 S \stackrel{*}{\Rightarrow} \cdots A,则规定 \# \in FOLLOW(A) 这里我们用'#'作为输入串的结束符,或称为句子括号,如: \# 输入串 \#。
```

Follow(A)

■ 计算方法

```
[1] 对于每个A∈ V<sub>N</sub>: 令Follow(A):={ };
```

```
[2] 对于开始符S: 令Follow(S):= {#};
```

- [3] 对于A的每个产生式A→ α E β (E \in V_N):
 - (i) 如果ε∉First(β), 则Follow(E):=Follow(E)∪First(β);
 - (ii) 如果 $\varepsilon \in First(\beta)$, 则Follow(E):=Follow(E) \cup Follow(A) \cup (First(β)-{ ε });
- [4] 重复[3], 直至每个Follow集合收敛。

■ Follow(A)例子

P:

- (1) $E \rightarrow TE'$
- (2) $E' \rightarrow + TE'$
- (3) $E' \rightarrow \epsilon$
- $(4) T \rightarrow FT'$
- (5) $T' \rightarrow * F T'$
- (6) $T' \rightarrow \epsilon$
- $(7) \ \mathbf{F} \to (\mathbf{E})$
- (8) $F \rightarrow i$
- (9) $F \rightarrow n$

First(X)

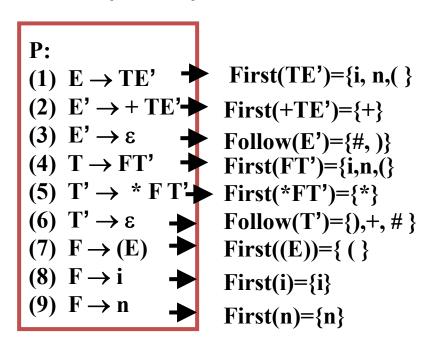
E	{i, n, (}	
E'	{+, e}	
T	{ i, n, (}	
T'	{ *, ε }	
F	{ i, n, (}	

Follow(X)

E	{#,)}
Ε'	{#,)}
Т	{+,), #}
T'	{+,), #}
F	{*,+,),#}

- Predict(A $\rightarrow \alpha$)
 - 輸入A → α: 产生式
 - Predict(A \rightarrow α) = First(α), if ε \notin First(α);
 - Predict(A $\rightarrow \alpha$) = First(α)- { ϵ } \cup Follow(A), if $\epsilon \in \text{First}(\alpha)$;

■ Predict(A $\rightarrow \alpha$)例子



first集

E	{i, n, (}
E'	{+,ε}
Т	{ i, n, (}
T'	{ *,ε}
F	{ i, n, (}

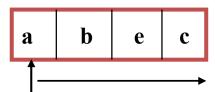
Follow集

E	{#,)}
E'	{#,)}
T	{+,), #}
T'	{+,), #}
F	{*,+,),#}

- Predict(A → α)作用: 实现了向前看一个token
- 回顾例子

■ 例子: 最左推导

P:
$(1) Z \rightarrow aBeA$
$(2) A \rightarrow Bc$
$(3) B \to d$
$(4) B \rightarrow bB$
(5) $B \rightarrow \epsilon$



每次看栈内首个	、非终结符所有产	*生式的Predict
---------	----------	-------------

桧	44			• • • •
输入 <u>(读头所在)</u>	栈内 符号	分析	执行推导	匹配
a bec	Z	Z的哪一个产生式以a开头?-(1)	aBeA	a
bec	BeA	B的哪一个产生式以b开头?-(4)	bBeA	b
ec	BeA	B的哪一个产生式 能够以e开头?-	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	e
С	A	A的哪一个产生式	7	

读头 从左向右移动读头,读入字符串

能够以c开头? -(2)(5)

例子: 最左推导

P:

读头

- (1) $Z \rightarrow aBeA$
- $(2) A \rightarrow Bc$
- $(3) B \rightarrow d$
- $(4) B \rightarrow bB$
- $(5) B \rightarrow \epsilon$

输入	栈内	
(读头所在)	符号	分析

执行推导

匹配

A A的哪一个产生式 Bc

能够以c开头?

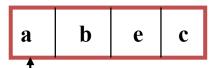
-(2)(5)

Bc A的哪一个产生式 能够以c开头?

EC

C

-(2)(5)



从左向右移动读头,读入字符串

С

- 预测分析技术不是万能的
 - 目的: 一种确定性的、无回溯的分析技术, 在每一步都能够选择正确的产生式
 - 不是所有二型文法都能满足这个要求
 - 有多个可能的产生式时预测分析法无能为力 --- 可能需要回溯

注意:不同Parsing技术只能分析CFG的一个子集



- 不带回溯的自顶向下语法分析条件
 - 对任意非终极符A,
 - 对A的任意两条产生式,predict($A \rightarrow \beta_k$) \cap predict($A \rightarrow \beta_j$)= \emptyset , $\exists k \neq j$
 - 即同一个非终极符的任意两个产生式的predict集合互不相交
- 这个条件保证:针对当前的符号和当前的非终极符,可以选择唯一的产生式来进行推导
- 当文法的产生式存在左递归或公共前缀时,一定不会满足上述条件, 需要对其进行变换,使之可以应用自顶向下的语法分析方法进行分析

■ 消除左递归

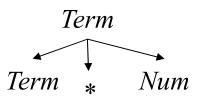
- 左递归的定义
 - 文法中一个非终结符号A使得对某个串 α ,存在一个推导 $A \stackrel{+}{\Rightarrow} A\alpha$ 则 称这个文法是左递归的
 - 如果存在A→ Aα,则称为直接左递归; 否则为间接左递归
 - 其实不是导致回溯的原因, 而是导致死循环的原因

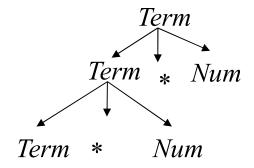
■ 消除左递归

■ 为什么要消除左递归? - 左递归+top-down parsing = infinite loop

■ 例如: Term → Term*Num

Term





....

- 消除直接左递归
 - 假设非终结符A存在直接左递归的情形:

$$A \rightarrow A\alpha_1 \mid A\alpha_2 \mid \cdots \mid A\alpha_m \mid \beta_1 \mid \beta_2 \mid \cdots \mid \beta_n$$

 $\beta_i \alpha_i^*$

- 首先对A产生式分组:
 - 所有α_i不等于ε,β_i不以A开头 可以替换为

$$A \rightarrow \beta_1 A' \mid \beta_2 A' \mid \cdots \mid \beta_n A'$$

$$A' \rightarrow \alpha_1 A' \mid \alpha_2 A' \mid \cdots \mid \alpha_m A' \mid \epsilon$$

■ 即由A生成的串总是以某个β;开头,然后跟上零个或者多个α;的重复

■ 消除直接左递归示例

$$A \rightarrow A\alpha_1 \mid A\alpha_2 \mid \cdots \mid A\alpha_m \mid \beta_1 \mid \beta_2 \mid \cdots \mid \beta_n$$

$$A \rightarrow \beta_1 A' \mid \beta_2 A' \mid \cdots \mid \beta_n A'$$

$$A' \rightarrow \alpha_1 A' \mid \alpha_2 A' \mid \cdots \mid \alpha_m A' \mid \epsilon$$

$$E \rightarrow E + T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid F$$

$$F \rightarrow (E) \mid \mathbf{id}$$

$$E \rightarrow TE'$$

$$E' \rightarrow + TE' \mid \epsilon$$

$$T \rightarrow FT'$$

$$T' \rightarrow * FT' \mid \epsilon$$

$$F \rightarrow (E) \mid \mathbf{id}$$

■ 消除直接左递归示例

■ 文法G: P→ PaPb|BaP

■ 分析: α = aPb, β=BaP

■ 改写: P→ βP′

 $P' \rightarrow \alpha P' \mid \epsilon$

■ 改写后: P→ BaPP'

 $P' \rightarrow aPbP' \mid \epsilon$

$$A \rightarrow A\alpha_1 \mid A\alpha_2 \mid \cdots \mid A\alpha_m \mid \beta_1 \mid \beta_2 \mid \cdots \mid \beta_n$$

$$A \rightarrow \beta_1 A' \mid \beta_2 A' \mid \cdots \mid \beta_n A'$$

$$A' \rightarrow \alpha_1 A' \mid \alpha_2 A' \mid \cdots \mid \alpha_m A' \mid \epsilon$$

多个P怎么办?只看引起左递归的那个P

■ 消除间接左递归

- 消除立即左递归的方法并不能消除因为两步或多步推导而产生的 左递归
 - 左递归: S ⁺ → Sa
 - 直接左递归: S → Sa
 - 间接左递归: $S \to Aa$, $A \stackrel{+}{\to} Sb$ ($A \stackrel{+}{\to} Aab$)
 - 例如文法: S → Aa | b, A → Sd | ε

■ 消除间接左递归

- 所谓间接左递归,就是经过多步替换,会出现直接左递归
 - 按照某种顺序替换,使得直接左递归出现,消除
- 分析: 把A排个序, $A_1 \rightarrow A_2$ a, $A_2 \rightarrow A_3$ b, ... $A_k \rightarrow A_m$ C
 - 如果存在产生式右部m=产生式左部k,则出现直接左递归
 - 如果所有产生式右部m全部>产生式左部k,则既没有直接左递归也 没有间接左递归
 - 如果存在 $A_i \to A_j a$, $A_j \stackrel{+}{\to} A_i b$, i<j, 则多步替换后会出现 A_i 的直接左递归,因为形成了回路闭环 $S \to Aa \mid b$, $A \to Sd \mid \varepsilon$ $S \Rightarrow Aa \Rightarrow Sda$

■ 消除间接左递归

- 再例如: S→Qc|c, Q→Rb|b, R→Sa|a
 - 经过若干次推导就显现出其左递归性了,这就是间接左递归文法。
- 解决思路 (消除所有左递归)
 - 首先消除可见的直接左递归
 - 然后按照 A_i 排序依次进行替换,直到出现闭环,则意味着显现出了直接左递归,=>消除,此时意味着包括 A_i 在内的所有所有 A_j (j<i)都不存在直接左递归,并且 $A_1 \rightarrow A_2$ a, ... $A_i \rightarrow A_j$ c中不存在任何m<k(即, A_i 之前不存在任何回路)
 - 扫描完所有Ai之后,实现了所有 $A_1 \rightarrow A_2$ a, $A_2 \rightarrow A_3$ b, ... $A_k \rightarrow A_m$ c, 不存在m<k, 意味着不可能会出现回路闭环,那么左递归消除完毕

■ 消除所有左递归 (通用算法)

输入:没有环或 ϵ 产生式的文法 G。

输出:一个等价的无左递归文法。

方法:对G应用图 4-11 中的算法。请注意,得到的非左递归文法可能具有 ϵ 产生式。 [

```
    按照某个顺序将非终结符号排序为 A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>,..., A<sub>n</sub>.
    for (从 1 到 n 的每个 i) {
    for (从 1 到 i − 1 的每个 j) {
    将每个形如 A<sub>i</sub> → A<sub>j</sub>γ 的产生式替换为产生式组 A<sub>i</sub> → δ<sub>1</sub>γ | δ<sub>2</sub>γ | ··· | δ<sub>k</sub>γ, 其中 A<sub>j</sub> → δ<sub>1</sub> | δ<sub>2</sub> | ··· | δ<sub>k</sub> 是所有的 A<sub>j</sub>产生式
    }
    消除 A<sub>i</sub> 产生式之间的立即左递归
```

图 4-11 消除文法中的左递归的算法

■ 消除所有左递归 (通用算法) 解释

- 把文法所有非终结符按某一顺序排序, 如A1, A2, ..., An
- 先看A1有没有直接左递归,如果有,则消除
- 然后从i=2开始,对每一个Ai, 看其产生式是否有Ai→Aj (i>j), 如果有,则用Aj所有产生式替换
 - 都替换完成后,对当前Ai,则只有Ai→At (i<=t),然后消除Ai的直接左递归,则当前Ai, 只剩下Ai→At (i<t)

消除 A; 产生式之间的立即左递归

将每个形如 $A_i \rightarrow A_j \gamma$ 的产生式替换为产生式组 $A_i \rightarrow \delta_1 \gamma \mid \delta_2 \gamma \mid \cdots \mid \delta_k \gamma$,

其中 $A_j \rightarrow \delta_1 \mid \delta_2 \mid \cdots \mid \delta_k$ 是所有的 A_j 产生式

- 注意此时因为j<i, 所以Aj已经处理完,即不存在Aj→Ak(j>=k),而只有j<k

■ 消除左递归示例:

$$S \rightarrow A b$$

$$A \rightarrow S a \mid b$$

1:S

2:A

 $A \rightarrow Aba \mid b$

 $A \rightarrow bA'$

 $A' \to baA' \mid \epsilon$

■ 消除左递归示例:

 $S \rightarrow Aa \mid b$, $A \rightarrow Ac \mid Sd \mid \epsilon$

1:S 2:A $S \rightarrow Aa \mid b$, $A \rightarrow Ac \mid Aad \mid bd \mid \epsilon$ $S \rightarrow Aa \mid b$, $A \rightarrow bdA' \mid A'$ $A' \rightarrow cA' \mid adA' \mid \epsilon$

■ 消除左递归示例

$$S \rightarrow Qc \mid c$$

$$Q \rightarrow Rb \mid b$$

$$R \rightarrow S \mid a \mid a$$

```
1:R

2:Q

3:S

R \rightarrow Sa \mid a

Q \rightarrow Rb \mid b \rightarrow Sab \mid ab \mid b

S \rightarrow Qc \mid c \rightarrow Sabc \mid abc \mid bc \mid c
```

$$S \rightarrow (abc \mid bc \mid c)S'$$

 $S' \rightarrow abcS' \mid \varepsilon$

■ 消除左递归示例

■ 变换非终结符顺序

排序不同,

变换后文法也不同

$$S \rightarrow Qc \mid c$$

$$Q \rightarrow Rb \mid b$$

$$R \rightarrow S \mid a \mid a$$

```
1:S

2:Q

3:R

S \rightarrow Qc \mid c

Q \rightarrow Rb \mid b

R \rightarrow Sa \mid a \rightarrow (Qc \mid c)a \mid a \rightarrow Qca \mid ca \mid a

\rightarrow (Rb \mid b)ca \mid ca \mid a

S \rightarrow Qc \mid c

Q \rightarrow Rb \mid b

R \rightarrow (bca \mid ca \mid a)R'

R' \rightarrow bcaR' \mid \epsilon
```

■ 消除左递归算法要求

- 没有环或e产生式的文法
 - 环: 形如 $A \stackrel{\downarrow}{\rightarrow} A$ 的推导
 - ε产生式: A → ε
- 需要文法的改造(等价)
 - 文法的简化
 - 构造无ε产生式的上下文无关文法

- 文法的简化:产生式个数越少越好
 - 产生式在推导过程中永远不会被用到 (无用产生式)- 删除
 - 形如A→A 的产生式 删除
 - 产生式在推导过程中不能生成终结符 删除

类似于FA中不能到达终结状态的状态

- 文法的简化:产生式个数越少越好
 - 删除无用产生式: $A \rightarrow \alpha$, A不出现在任何句型中
 - 生成会出现在句型中的非终极符集合SS
 - \blacksquare SS = {S}
 - $\forall S_i \in SS$,
 - $S_i \rightarrow \alpha 1$,...., $S_i \rightarrow \alpha n$
 - 把α1,....., αn中的所有非终极符加入SS中;
 - 重复直到没有新的非终极符加入;
 - 不属于SS的非终极符,它们的产生式是无用产生式,删除掉;

类似于FA中的S到A不可达

- 文法的简化:产生式个数越少越好
 - 删除无用产生式例子

$$S\rightarrow \varepsilon \mid A \ a \ BB$$

 $A\rightarrow B \ B \mid a$
 $B\rightarrow \varepsilon \mid b$
 $C\rightarrow c$

$$SS = \{S\}$$

$$SS = \{S, A, B\}$$

$$SS = \{S, A, B\}$$

C→c是无用产生式

- 文法的简化:产生式个数越少越好
 - 删除特型产生式 A → B
 - 对每个非终极符A,构造 S_A = {B| A⇒+B, B∈V_N}
 - 如果 $C \in S_A$,而且 $C \to \alpha$ 不是特型产生式,则增加 $A \to \alpha$;
 - 删除特型产生式
 - 删除无用产生式

类似于FA中的A接受ε到达B

■ 文法的简化:产生式个数越少越好

■ 删除特型产生式例子

$$S\rightarrow \varepsilon \mid A$$

 $A\rightarrow B\mid a$
 $B\rightarrow b$

$$S \rightarrow \varepsilon \mid a \mid b$$

 $A \rightarrow a \mid b$
 $B \rightarrow b$

$$\mathbf{S}_{\mathbf{S}} = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}\} \qquad \begin{array}{c} \mathbf{S} \to \mathbf{a} \\ \mathbf{S} \to \mathbf{b} \end{array}$$

$$S_A = \{B\}$$
 $A \rightarrow b$

$$S_B = \{\}$$

C→Cf D→f

- 文法的简化:产生式个数越少越好
 - 删除在推导过程中不能生成终结符的产生式 A不能到达终结状态

类似于FA中的 A不能到达终结状态

■ 例子

 $S \rightarrow Be$; $S \rightarrow Ec$; $A \rightarrow Ae$; $A \rightarrow e$ $A \rightarrow A$ $A \rightarrow Ae$ $A \rightarrow A$ $A \rightarrow e$ $A \rightarrow Ae$ $A \rightarrow Ae$ $A \rightarrow Ae$

- 构造无ε产生式的CFG:空产生式的存在常常给语法分析 带来困难
 - 定义: 无ε产生式的CFG满足: 要么P中不含有ε产生式, 要么只有 S→ε; 若存在S→ε, 则S不出现在任何产生式右部
 - **变换方法**: 找出所有可以推导出ε的非终极符,记为Sε; 对于所有产生式

A → X1 X2 Xi-1XiXi+1.....Xn Xi ∈Sε 增加A → X1 X2 Xi-1Xi+1.....Xn 直到没有新的产生式产生

删除对应空产生式,除了S→ε不可以删除

构造无ε产生式的CFG例子

 $S \rightarrow \epsilon \mid A \ a \ BB$

 $A \rightarrow BB|a$

 $B \rightarrow \epsilon \mid b$

 $S\varepsilon = \{S, B, A\}$

 $S \rightarrow A a BB$

 $S \rightarrow a BB$

 $S \rightarrow A a B$

 $S \rightarrow aB$

 $S \rightarrow Aa$

 $B \rightarrow b$

 $S \rightarrow a$

变换后得到的文法:

 $A \rightarrow BB$

 $A \rightarrow B$

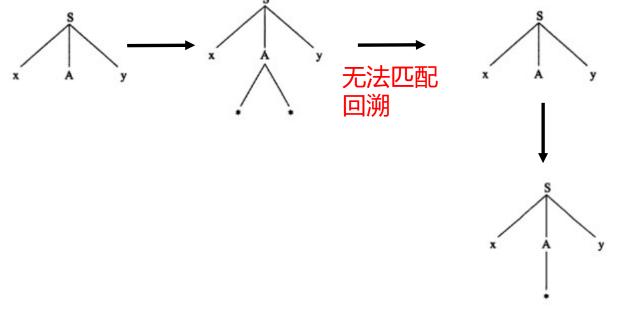
 $S\rightarrow \varepsilon | A a BB | aBB$ | AaB | aB | Aa | a $A \rightarrow B B | B | a$

■ 左因子

- 若文法中含有形如A→ α β $|\alpha$ γ的产生式,则导致Predict(A→ α β)Ω Predict(A→ α γ)≠ \emptyset ,不满足LL(1)文法的充分必要条件,导致回溯
- 在推导的时候,不知道该如何选择

 $stmt \rightarrow if \ expr \ then \ stmt \ else \ stmt$ $\mid if \ expr \ then \ stmt$

■ 回溯示例: S→xAy, A→**|*, 输入x*y



把A第一个产生的 子树注销掉 还要把读头退回 至进入A时的状态, 即x*y中的*符号

■ 左因子

- 若文法中含有形如A→ α β $|\alpha$ γ的产生式,则导致Predict(A→ α β)Ω Predict(A→ α γ)≠ \emptyset ,不满足LL(1)文法的充分必要条件,导致回溯
- 在推导的时候,不知道该如何选择

 $stmt \rightarrow if \ expr \ then \ stmt \ else \ stmt$ $\mid if \ expr \ then \ stmt$

■ 提取左公因子算法

 $A \rightarrow \alpha A'$ $A \rightarrow \alpha \beta_1 \mid \alpha \beta_2$ $A' \rightarrow \beta_1 | \beta_2$

■ 输入: 文法G

■ 输出:一个等价的提取了左公因子的文法

■ 方法: 对于每个非终结符号A, 找出它的两个或多个可选项之间的最长公 共前缀 α , 且 $\alpha \neq \varepsilon$, 那么将A所有的产生式

$$A \rightarrow \alpha \beta_1 | \alpha \beta_2 | \dots | \alpha \beta_n | \gamma$$
 替换为

$$A \rightarrow \alpha A' \mid \gamma$$

$$A' \rightarrow \beta_1 |\beta_2| \dots |\beta_n|$$

若在βi、βj、βk ... (其中1 \le i,j,k \le n)中仍含有左公共因 子,这时可再次提取,这样反复进行提取直到引进新非

■ 提取左公因子,例1:

- $S \rightarrow iEtS \mid iEtSeS \mid a$ $E \rightarrow b$
- 对于S而言,最长前缀是iEtS,因此

S **→***iEtSS*'| *a*

 $S' \rightarrow eS| \varepsilon$

 $E \rightarrow b$

■ 提取左公因子, 例2

文法G的产生式为: 对产生式(1)、(2)提取左公因子后得:

 $(1) S \rightarrow aSb$

 $S \rightarrow aS(b|\epsilon)$

 $(2) S \rightarrow aS$

 $S \rightarrow \epsilon$

(3) $S \rightarrow \varepsilon$

进一步变换为文法G':

 $S\rightarrow aSA$

 $A \rightarrow b$

 $A \rightarrow \varepsilon$

 $S \rightarrow \epsilon$

变换为无ε产生式文法G'':

 $S \rightarrow aSA$

 $S \rightarrow aS$

 $A \rightarrow b$

 $S{\to}\epsilon$

■ 提取左公因子, 例3

若文法G的产生式为:

- $(1) A \rightarrow ad$
- $(2) A \rightarrow Bc$
- $(3) B \rightarrow aA$
- $(4) B \rightarrow bB$

产生式(2)的右部以非终结符开始,因此左公共因子可能是隐式的。这种情况下对右部以非终结符开始的产生式,用其相同左部而右部以终结符开始的产生式进行相应替换,即分别用(3)、(4)的右部替换(2)中的B,可得:

(1) $A \rightarrow ad$; (2) $A \rightarrow aAc$; (3) $A \rightarrow bBc$; (4) $B \rightarrow aA$; (5) $B \rightarrow bB$

提取产生式(1)、(2)的左公共因子得: $A \rightarrow a(d|Ac); A \rightarrow bBc; B \rightarrow aA; B \rightarrow bB$

引进新非终结符A', 去掉'(', ')'后得G'为: (1) $A \rightarrow aA'$; (2) $A \rightarrow bBc$; (3) $A' \rightarrow d$; (4) $A' \rightarrow Ac$; (5) $B \rightarrow aA$; (6) $B \rightarrow bB$

- 提取左公因子, 注意1
 - 变换后有时会使某些产生式变成无用产生式, 在这种情况下必须 对文法重新压缩(或化简)

文法G的产生式为:

用产生式(3)、(4)中右部替换产生式(2)中右部的A,文 法变为:

(1) $S \rightarrow aSd$

 $(2) S \rightarrow Ac$

(1) $S \rightarrow aSd$; (2) $S \rightarrow aSc$; (3) $S \rightarrow bc$; (4) $A \rightarrow aS$; (5) $A \rightarrow b$

 $(3) A \rightarrow aS$

 $(4) A \rightarrow b$

对(1)、(2)提取左公共因子得: $S \rightarrow aS(d|c)$

引入新非终结符A'后变为:

(1) $S \rightarrow aSA'$; (2) $S \rightarrow bc$; (3) $A' \rightarrow d|c$;

(4) A \rightarrow aS; (5) A \rightarrow b A变成不可到达的符号,

- 提取左公因子, 注意2
 - 存在某些文法不能在有限步骤内提取完左公共因子。

文法G的产生式为:

- (1) $S \rightarrow Ap|Bq$
- (2) $A \rightarrow aAp|d$
- (3) $B \rightarrow aBq|e$
- 用(2)、(3)产生式的右部替换(1)中产生式的A、B使文法变为:
- (1) $S \rightarrow aApp|aBqq$; (2) $S \rightarrow dp|eq$; (3) $A \rightarrow aAp|d$; (4) $B \rightarrow aBq|e$

对(1)提取左公共因子则得: S→a(App|Bqq)

再引入新非终符S'结果得等价文法为:

(1) $S \rightarrow aS'$; (2) $S \rightarrow dp|eq$; (3) $S' \rightarrow App|Bqq$; (4) $A \rightarrow aAp|d$; (5) $B \rightarrow aBq|e$

- 提取左公因子, 注意2(cont.)
 - 存在某些文法不能在有限步骤内提取完左公共因子。

文法G的产生式为:

- (1) $S \rightarrow Ap|Bq$
- (2) $A \rightarrow aAp|d$
- (3) $B \rightarrow aBq|e$

同样分别用(4)、(5)产生式的右部替换(3)中右部的A、B再提取 左公共因子最后结果得:

(1) $S \rightarrow aS'$; (2) $S \rightarrow dp|eq$; (3) $S' \rightarrow aS''$; (4) $S' \rightarrow dpp|eqq$; (5)

 $S'' \rightarrow Appp|Bqqq; (6) A \rightarrow aAp|d; (7) B \rightarrow aBq|e$

可以看出若对(5)中产生式A、B继续用(6)、(7)产生式的右部替换,只能使文法的产生式愈来愈多无限增加下去,但不能得到提取左公共因子的预期结果。

- 两种实现自顶向下语法分析的方法
 - 递归下降法
 - 非递归预测分析: LL(1)法
- 使用条件:文法能够适用于top-down分析,也称为LL(1) 文法

作业

- 文法化简
 - 教材P137: 4.3.1, 4.3.2 (1)(2)



- 两种实现自顶向下语法分析的方法
 - 递归下降法
 - 非递归预测分析: LL(1)法
- 使用条件:文法能够适用于top-down分析,也称为LL(1) 文法

- LL(1)语法充分必要条件
 - 一个文法G是LL(1)的, 当且仅当G中对A的任意两条产生式, $A \rightarrow \alpha | \beta$ 满足下面条件:
 - 不存在终结符号a使得α和β都可以推导出以a开头的串
 - α和β中最多只有一个可以推导出空串
 - 如果β=>*ε, 那么α不能推导出任何以Follow(A)中某个终结符开头的串; 类似地, 如果α=>*ε, 那么β不能推导出任何以Follow(A)中某个终结符开头的串
 - 显然, LL(1)一定是无二义, 无左递归, 无ε产生式

- LL(1)语法充分必要条件
 - 解释: 前两个条件等价于First(α) ∩ First(β) = ∅; 第三个条件等价于 如果ε∈First(β), 那么First(α) ∩ Follow(A) = ∅, 如果ε∈First(α), 那么First(β) ∩ Follow(A) = ∅
 - 其实就是: predict(A→ α)∩ predict(A→ β)=∅
- 不符合要求时,可以尝试文法变换
 - 消除二义性,消除左递归,提左因子
 - 去除空产生式,消除无用产生式,消除特型产生式

```
例: 判断下面文法是不是LL(1)文法:
         S \rightarrow if E then S else S
            | if E then S
            | other
        E \rightarrow b
解: 首先对文法进行改造, 提取左公共因子; 文法改写为:
      [1] S \rightarrow if E then S S'
            | other
      [2]
      [3] S' \rightarrow \text{else } S
      [4] | ε
      [5] E \rightarrow b
```

第2步: 求预测符集

```
First(S)={ if, other }, First(S`)={ else, ε }
First(E)={ b }
Follow(S)= Follow(S`)={ else,# }
Follow(E)={ then }
Predict([1])={ if } Predict([2])={ other }
Predict([3])={ else } Predict([4])={ else,# }
Predict([5])={ b }
```

第3步: 判定文法是不是LL(1)文法。

因为: 1) Predict([1]) ∩ Predict([2])= Φ

但是: 2) Predict([3]) N Predict([4])={else}不为空集, 故此文法不是LL(1)文法

- 两种实现自顶向下语法分析的方法
 - 递归下降法
 - LL(1)法

■ 递归下降法

■ 一个递归下降语法分析程序由一组过程组成,每个非终结符号对应一个过程,程序的执行从开始符号对应的过程开始,如果这个过程的过程体扫描了整个输入串,它就停止并宣布语法分析成功。

```
G = (V_T, V_N, S, P) 对于每个非终极符 A , A \rightarrow \alpha_1 | \dots | \alpha_n 和递归定义保持一致 void match(a: V_T) { case token of Predict(A \rightarrow \alpha_1): SubR(\alpha_1) ; break; …… 全局变量: token: V_T Predict(A \rightarrow \alpha_n): SubR(\alpha_n) ; break; default: error; }
```

■ 递归下降法

■ 例子

```
P:

(1) Z \to aBd {a}

(2) B \to d {d}

(3) B \to c {c}

(4) B \to bB {b}
```

a b c d

```
Z()
{
    if (token == a)
        { match(a);
            B();
            match(d);
        }
    else error();
}
```

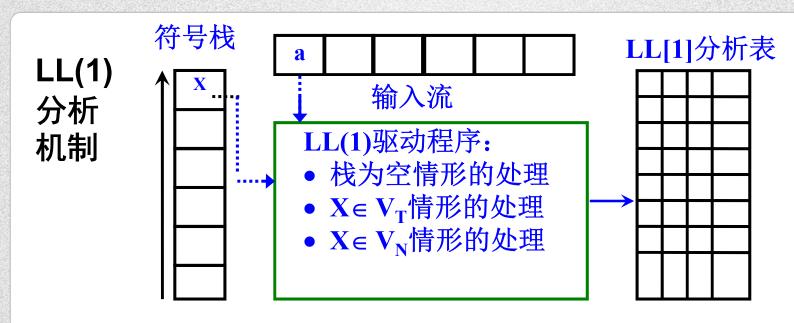
```
B()
{
  case token of
  d: match(d);break;
  c: match(c); break;
  b:{ match(b);
    B(); break;}
  other: error();
}
```

```
void main()
{read();
   Z(); }
```

- 两种实现自顶向下语法分析的方法
 - 递归下降法
 - LL(1)分析法

■ LL(1)分析

- 非递归思想
 - 采用LL(1)分析表记录每个产生式的预测符
 - 采用LL(1)分析驱动程序控制分析过程
 - 采用符号栈记录需要推导的句型



- 符号栈:保存LL(1)分析的中间结果,当输入流和符号 栈同时为空,则接受否则拒绝输入串
- LL(1)分析表: T(A,a),指引选择哪条产生式

■ LL(1)分析表

如果当前非终极符是X,当前输入符号是a,当且仅当 $a \in \text{predict}(X \to \alpha)$ 时,用产生式 $X \to \alpha$ 对X进行替换

	a_1	• • •	a_n	#
A_1				
•••	• • • •	••••	• • •	
Am				

对于任意的一个LL(1)文法
$$G = (V_N, V_T, S, P)$$

$$V_T = \{a1, ..., an\}, V_N = \{A1, ..., Am\}$$

$$LL(Ai, aj) = Ai \rightarrow \alpha$$
, 如果 $aj \in predict(Ai \rightarrow \alpha)$

LL(Ai, aj) = error(上), 如果aj 不属于Ai的任何一条产生式的预测符集

LL分析表的作用是对当前非终极符和输入符号确定应该选择用哪个产生式进行推导

■ LL(1)分析表,例1:

P:

 $(1) Z \rightarrow aBd$

 $(2) B \rightarrow d$

 $(3) B \rightarrow c$

(4) $B \rightarrow bB$

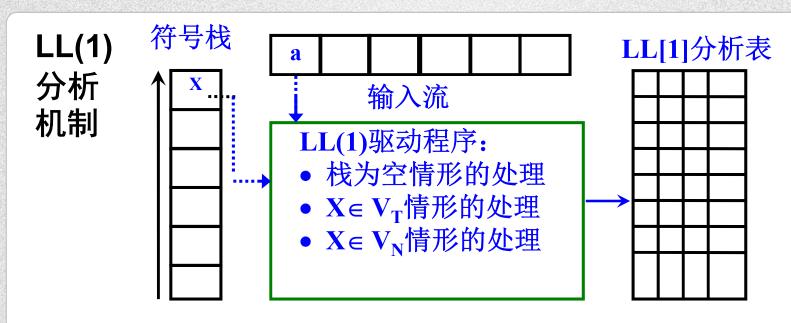
产生式	Predict集
(1)	{a}
(2)	{d}
(3)	{c}
(4)	{b}

	a	b	С	d	#
Z	(1)				
В		(4)	(3)	(2)	

■ LL(1)分析表,例2:

$(1) E \to TE'$	{ i, n, (}
$(2) E' \rightarrow + TE'$	{+}
(3) E' $\rightarrow \varepsilon$	{#,)}
$(4) T \rightarrow FT'$	{i,n,(}
$(5) T' \rightarrow *FT'$	{* }
(6) T' $\rightarrow \varepsilon$	{),+,#}
$(7) \ \mathbf{F} \to (\mathbf{E})$	{(}
$(8) F \rightarrow i$	{i}
$(9) \ \mathbf{F} \to \mathbf{n}$	{n}

	+	*	()	i	n	#
Е			(1)		(1)	(1)	
E'	(2)			(3)			(3)
Т			(4)		(4)	(4)	
T'	(6)	(5)		(6)			(6)
F			(7)		(8)	(9)	



- 符号栈:保存LL(1)分析的中间结果,当输入流和符号 栈同时为空,则接受否则拒绝输入串
- LL(1)分析表: T(A,a),指引选择哪条产生式

■ LL(1)分析驱动程序

```
分析格局: <符号栈Stack, 输入串inp>
X = top(Stack),则格局的可能情形有:
X = ε情形的处理,
< , #>: 成功
< , a>:出错
```

X∈ V⊤情形的处理:

X = a, <a, a>, 匹配 X = a, <a, b>, 出错

X ∈ V_N情形的处理:

<X, a>, 如果LL [X,a] = i,则将X替换成第i条产生式的右部(替换时产生式右部符号逆序压栈)
<X, a>, 如果LL [X, a] = ⊥, 出错

■ LL(1)分析例子

```
Stmt ::= (1) if expr then Stmt else Stmt (2) while Expr do Stmt | (3) begin Stmts end Stmts ::= (4) Stmt; Stmts | (5) \epsilon Expr ::= (6) id
```

	if	then	else	while	do	begin	end	id	;	\$
Stmt	1			2		3				
Stmts	4			4		4	5			
Expr								6		

empty = error

完整算法

```
push S$ /* S is start symbol */
while Stack not empty
X := pop(Stack)
a := peek at next input "token" /* EOF => $ */
if X is terminal or $
If X==a, read token a else abort;
else look at PREDICT(X, a) /* X is nonterminal*/
<math display="block">Empty : abort
rule X \rightarrow \alpha : push \alpha
If not at end of input, Abort else Accept
```

- LL(1)分析-示例
 - 见<u>LL1-example.pdf</u>

- 递归下降法 v.s. LL(1)法
 - 相同点:
 - > 同属于自顶向下分析法,分析条件相同
 - 不同点:
 - 》 递归下降法对每个非终极符产生子程序,而LL(1)方法则产生LL分析表;
 - 》 递归下降法能判断每个产生式的结束,而LL(1)方法则不能;
 - 》 递归下降分析法不用符号栈,而LL(1)方法则用符号栈。

- 延伸阅读: 预测分析中的错误恢复
 - 例如, Panic mode: if LL(A, a) = error, 哪些字符可以放在A的同步集中? 一些 heuristics:
 - 语句开头的符号
 - Follow(A), First(A)
 - **....**

作业

■ 教材P147: 4.4.1(4)(6)

Thank you!