

Variables et hasard

Énigme 1.

On lance deux dés un grand nombre de fois. On compte combien de fois la somme des deux dés fait 5 ou 9.

Question. J'ai effectué 10 000 lancers de mes deux dés. Combien de fois environ ai-je obtenu 5 ou 9 : 1000 fois, 2000 fois, 3000 fois, ..., 9000 fois ou 10 000 fois ?

Indications.

- Pour chaque lancer d'un dé, on tire au hasard un nombre entre 1 et 6.
- Le mode turbo permet d'aller plus vite !

Énigme 2.

Voici une façon de simuler le hasard par ordinateur.

- On part d'un entier x_0 , la « graine ».
- On calcule un entier x_1 en fonction de x_0 .
- On calcule x_2 en fonction de x_1 .
- ...

Si la fonction qui permet de faire les calculs est bien choisie alors les nombres $x_1, x_2, x_3...$ ont l'air d'être tirés au hasard.

Voici l'algorithme que j'utilise :

- $x \leftarrow 13$
- Répéter 10 fois :
 - $x \leftarrow 11 \times x + 3$
 - $x \leftarrow x \text{ modulo } 100$

La graine est 13. Le premier nombre généré est 46, le second est 9, le troisième est 2...

Question. Combien vaut le dixième nombre généré ?

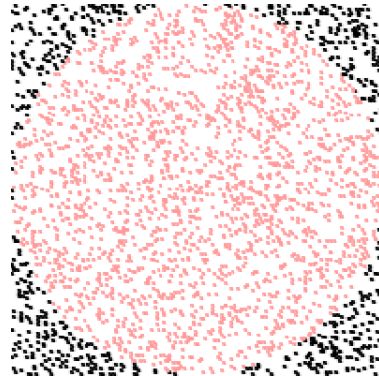
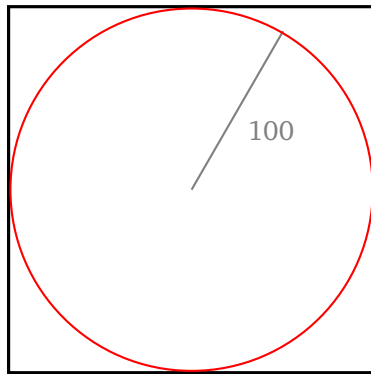
Indications.

- L'opération « $x \text{ modulo } 100$ » est une façon simple de garder seulement les deux derniers chiffres de l'entier x . Par exemple « $1234 \text{ modulo } 100$ » vaut 34.
- Une autre façon, plus mathématique, de définir l'opération « $x \text{ modulo } 100$ » est de dire que ce nombre est le reste de la division de x par 100.
- On l'obtient avec Scratch par le bloc :

x modulo 100

Énigme 3.

On lance au hasard des points dans un carré. On compte ceux qui tombent dans le disque délimité par le cercle en rouge (figure de gauche). Sur la figure de droite, on a lancé de nombreux points. En rouge ce sont les points qui sont tombés dans le disque, les autres sont en noir.



Comment tirer un point au hasard ?

- Tirer au hasard un nombre x entre -100 et $+100$.
- Tirer au hasard un nombre y entre -100 et $+100$.
- Le point au hasard est alors (x, y) .

Comment savoir si le point est bien dans le disque ? Le point (x, y) est dans le disque lorsque :

$$x \times x + y \times y \leq 10\,000.$$

Question. On tire beaucoup de points (au moins 5000). Combien vaut le nombre :

$$40 \times \frac{\text{nombre de points lancés figurant dans le disque}}{\text{nombre total de points lancés}} \quad ?$$

Pour la réponse, on arrondira à l'entier le plus proche.