

Les ordinateurs ne font pas les calculs avec les chiffres décimaux de 0 à 9. En effet, ce sont des appareils électroniques avec deux états privilégiés : soit il y a du courant, soit il n'y a en a pas. L'ordinateur travaille donc avec seulement deux chiffres 1 et 0.

Activité 1.

1. Puissances de 10.

On note 10^n pour $10 \times 10 \times \dots \times 10$ (avec n facteurs). Par exemple, $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$.

Complète le tableau suivant :

10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
...	10	1

2. Base 10.

L'écriture habituelle des entiers se fait dans le système décimal (en base 10). Par exemple, 365 c'est $3 \times 100 + 6 \times 10 + 5 \times 1$:

3	6	5
100	10	1

(on voit bien que 3 est le chiffre des centaines, 6 celui des dizaines et 5 celui des unités).

Autre exemple : $1203 = 1 \times 1000 + 2 \times 100 + 0 \times 10 + 3 \times 1$.

1	2	0	3
1000	100	10	1

Décompose 24834 et 129071 en base 10 comme ci-dessus.

3. Puissances de 2.

On note 2^n pour $2 \times 2 \times \dots \times 2$ (avec n facteurs). Par exemple, $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

Complète le tableau suivant :

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
...	2	1

4. Base 2.

Tout entier admet une écriture en base 2. Par exemple, 1.1.0.0.1 (prononce 1, 1, 0, 0, 1) est l'écriture binaire de l'entier 25. Comment fait-on ce calcul à partir de son écriture en base

2 ? C'est comme pour la base 10, mais en utilisant les puissances de 2 !

1	1	0	0	1
16	8	4	2	1

Donc l'écriture **1.1.0.0.1** en base 2 représente l'entier :

$$1 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 8 + 1 = 25.$$

Calcule l'entier dont l'écriture binaire est :

- 1.0.1
- 1.0.1.1
- 1.1.0.0.0
- 1.0.1.0.1.1
- 1.1.1.0.1.0.1

Activité 2.

1. Trouve l'écriture binaire des entiers de 1 à 20. Par exemple, l'écriture binaire de 13 est 1.1.0.1.
2. Comment reconnais-tu à partir de son écriture binaire qu'un entier est pair ?
3. Explique la blague favorite des informaticiens : « Il y a 10 catégories de personnes, celle qui connaît le binaire et celle qui ne le connaît pas ! ».

Voici une méthode générale pour calculer l'écriture binaire d'un entier :

- On part de l'entier dont on veut l'écriture binaire.
- On effectue une suite de divisions euclidiennes par 2 :
 - à chaque division, on obtient un reste qui vaut 0 ou 1 ;
 - on obtient un quotient que l'on divise de nouveau par 2, on s'arrête quand ce quotient est nul.
- On lit l'écriture binaire comme la suite des restes, mais en partant du dernier reste.

Exemple.

Calcul de l'écriture binaire de 13.

- On divise 13 par 2, le quotient est 6, le reste est 1.
- On divise 6 (le quotient précédent) par 2 : le nouveau quotient est 3, le nouveau reste est 0.
- On divise 3 par 2 : quotient 1, reste 1.
- On divise 1 par 2 : quotient 0, reste 1.
- C'est terminé (le dernier quotient est nul).
- Les restes successifs sont 1, 0, 1, 1. On lit l'écriture binaire à l'envers c'est 1.1.0.1.

13	2	6	2	3	2	1	2
(1)	6	(0)	3	(1)	1	(1)	0

←

Exemple.

Écriture binaire de 57.

57	2	28	2	14	2	7	2	3	2	1	2
(1)	28	(0)	14	(0)	7	(1)	3	(1)	1	(1)	0

Les restes successifs sont 1, 0, 0, 1, 1, 1, donc l'écriture binaire de 57 est 1.1.1.0.0.1.

Activité 3.

Calcule l'écriture binaire des entiers suivants :

- 28
- 39
- 99
- 175
- 255
- 256