Estudio de estructuras de banda prohibida electromagnética (EBG) para la reducción de acoplamiento mutuo entre antenas *microstrip*

Federico Luna

Facultad de Ingeniería,
Universidad de Buenos Aires

fluna@fi.uba.ar

Tutores: Dr. Ing. W. Gustavo Fano y Mg. Ing. Silvina Boggi

Resumen

1. Presentación del problema
2. Conceptos básicos de electromagnetismo
3. Fundamentos de EBGs
4. Modelado numérico de estructuras EBG
5. Aplicación a conjuntos de antenas
6. Conclusiones y propuestas

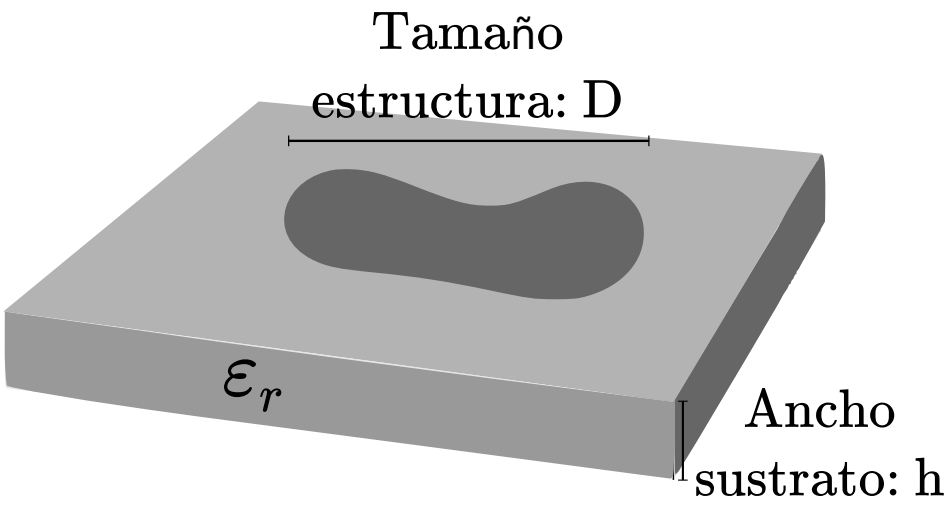
Objetivo

- Propagación de ondas de superficie.
- Estructuras periódicas.
- Comportamiento de EBGs uniplanares.
- Modelo circuital equivalente de una celda unitaria.
- Programa de simulación en el dominio del tiempo.
- Introducción al uso de EBGs en conjuntos de antenas.

Reseña histórica

- 1873: **Maxwell**. Bases de teoría electromagnética clásica.
- 1885-1887: **Heaviside**. Simplificación de expresiones: Notación vectorial.
- 1886-1891: **Hertz**. Validación de teoría de ondas electromagnéticas. Primer antena dipolo y parabólica.
- 1897: **Rayleigh**. Propagación de ondas en guías metálicas.
- 1926: **Yagi-Uda**. Conjunto de antenas, fase fija.
- 1938-1945: Antenas de fase variable.
- 1953: **Deschamps**. Antenas *microstrip*.
- 1970': Uso en aplicaciones prácticas. Solución a problemas de dispersión y modos indeseados.

Ventajas de las estructuras *microstrip*



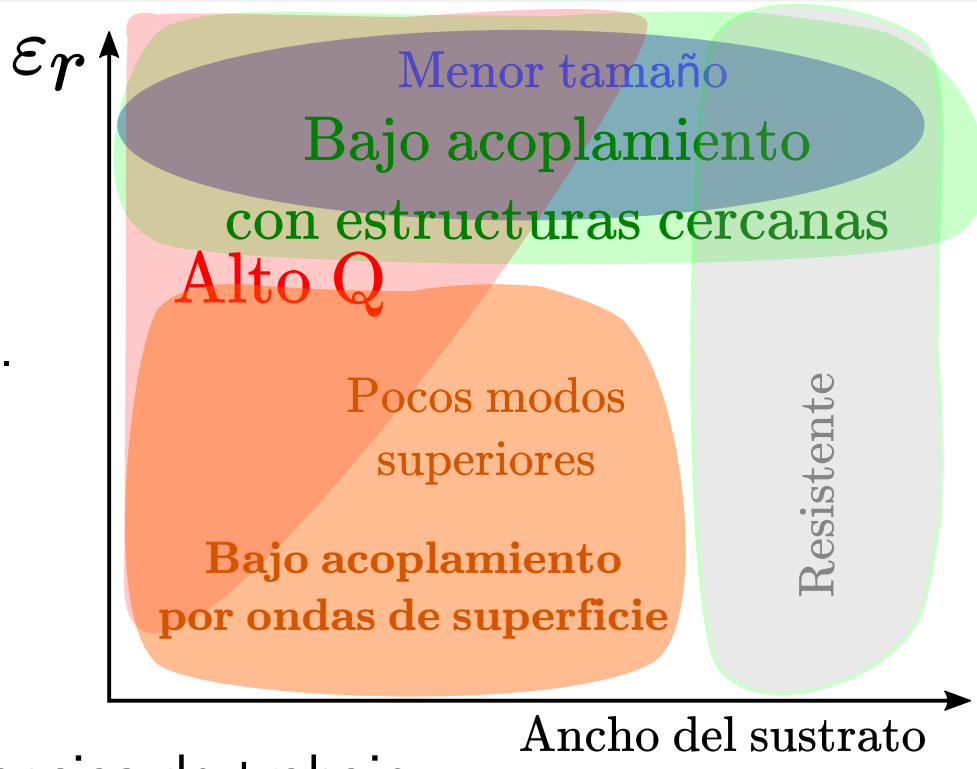
- Bajo **costo**.
- Bajo **peso**.
- **Construcción** sencilla (fotolitografía).
- Cómodas para implantación de **componentes discretos**.
- Alto **Q** (resonantes).

Aplicaciones: filtros microondas, acopladores direccionales, transformadores de impedancia, planos de tierra y redes de distribución de circuitos impresos.

Problemas de las estructuras *microstrip*

- Alto **Q**.
- Difícil **estudio analítico**.
  - Modos superiores.
  - Lóbulos secundarios en antenas.
  - Efectos de borde.
- Baja **eficiencia**.
- Polarización impura.
- **Fragilidad**.
- **Tamaño** proporcional a las frecuencias de trabajo.
- **Acoplamiento mutuo** con estructuras cercanas.
  - Acoplamiento por campo cercano.
  - Acoplamiento por red de alimentación compartida.
  - Acoplamiento por **ondas de superficie** con otras estructuras con las que comparte plano de tierra.

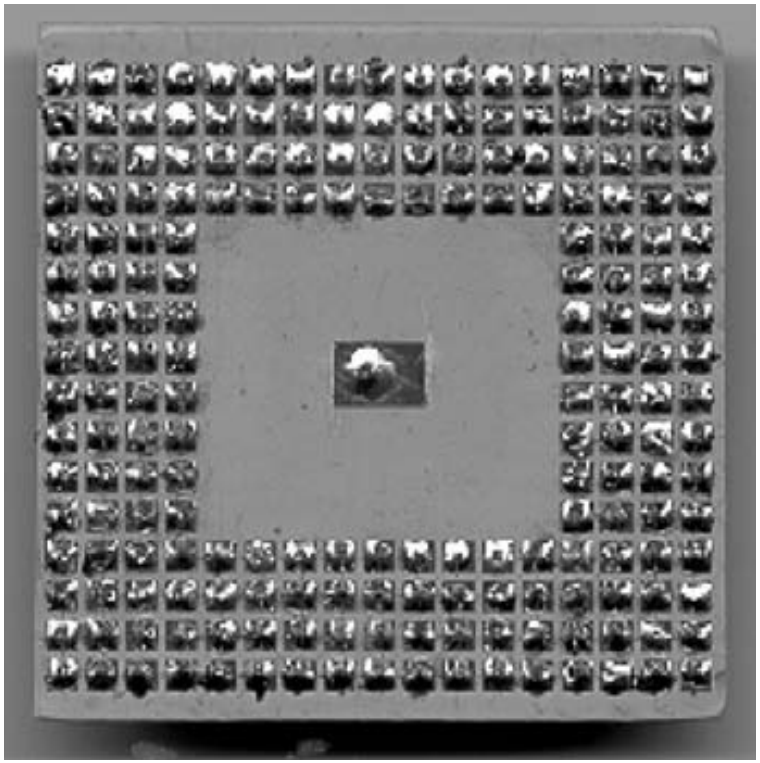
Problemas de las estructuras *microstrip*

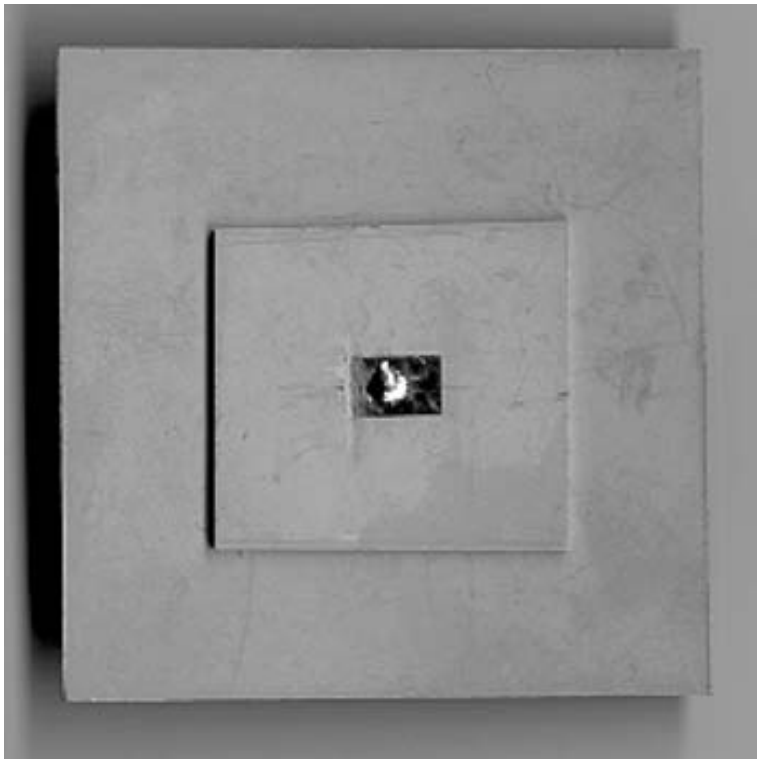


- Alto **Q**.
- Difícil **estudio analítico**.
  - Modos superiores.
  - Lóbulos secundarios en antenas.
  - Efectos de borde.
- Baja **eficiencia**.
- Polarización impura.
- **Fragilidad**.
- **Tamaño** proporcional a las frecuencias de trabajo.
- **Acoplamiento mutuo** con estructuras cercanas.
  - Acoplamiento por campo cercano.
  - Acoplamiento por red de alimentación compartida.
  - Acoplamiento por **ondas de superficie** con otras estructuras con las que comparte plano de tierra.

Soluciones propuestas en la literatura

- **Separación del plano de tierra** de las estructuras.
- **Modificar la altura** o la permitividad del sustrato a corta distancia.
- **Estructuras periódicas**: EBG, DGS.





F. Yang e Y. Rahmat-Samii, Electromagnetic Band Gap Structures in Antenna Engineering, Cambridge University Press, 2009.

Conceptos básicos de electromagnetismo

1. Presentación del problema
2. Conceptos básicos de electromagnetismo
   - Ecuaciones de Maxwell y ondas electromagnéticas
   - Antenas
   - Ondas de superficie
   - Antenas *microstrip*
3. Fundamentos de EBGs
4. Modelado numérico de estructuras EBG
5. Aplicación a conjuntos de antenas

Ecuaciones de Maxwell

$$\left.\begin{array}{rl} \text{Faraday} & \nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} - \boldsymbol{M} \\ \text{Ampère} & \nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{J} \\ \text{Gauss} & \nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho \\ \text{Gauss} & \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \end{array}\right\} \xRightarrow[\text{régimen perm.}]{\text{Sin dispersión, isotrópico, armónico,}} \left\{\begin{array}{r} \nabla \times \boldsymbol{E} = -j\omega \boldsymbol{B} - \boldsymbol{M} \\ \nabla \times \boldsymbol{H} = j\omega \boldsymbol{D} + \boldsymbol{J} \\ \nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho \\ \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \end{array}\right.$$

$$\boldsymbol{D} = \epsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}_e = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \boldsymbol{E} = \epsilon \boldsymbol{E} = (\epsilon' - j\epsilon'') \boldsymbol{E}$$

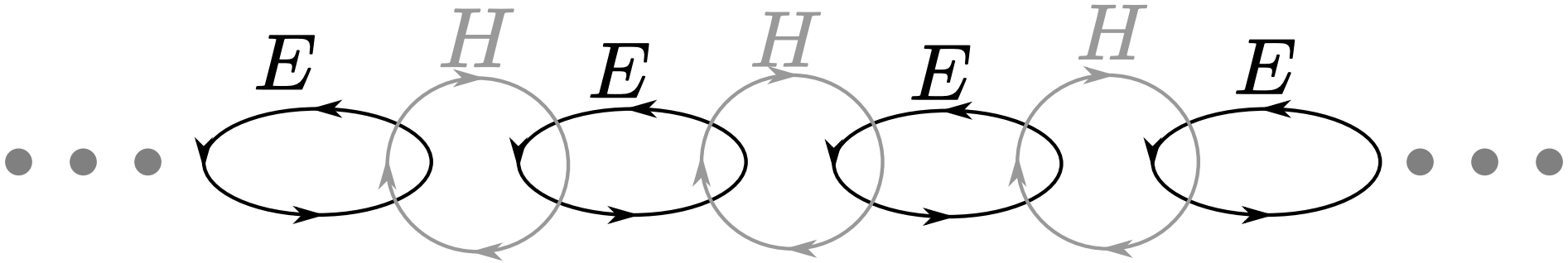
$$\boldsymbol{B} = \mu_0 (\boldsymbol{H} + \boldsymbol{P}_m) = \mu_0 (1 + \chi_m) \boldsymbol{H} = \mu \boldsymbol{H} = (\mu' - j\mu'') \boldsymbol{H}.$$

Medio lineal, isotrópico homogéneo.

σ indep. del campo aplicado: **Ohm**.

$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E} \Rightarrow \boldsymbol{D} = \left(\epsilon' - j\epsilon'' - j\frac{\sigma}{\omega}\right) \boldsymbol{E}.$$

Ondas electromagnéticas (I)



Ecuaciones de Helmholtz

$$\left.\begin{aligned} \nabla^2 \boldsymbol{E} + \gamma^2 \boldsymbol{E} &= 0 \\ \nabla^2 \boldsymbol{H} + \gamma^2 \boldsymbol{H} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \Longrightarrow \quad \left\{\begin{aligned} \boldsymbol{E}(x,y,z) &= \boldsymbol{E}_0 e^{\pm j\boldsymbol{\gamma}\cdot\boldsymbol{r}}. \\ \boldsymbol{H}(x,y,z) &= \boldsymbol{H}_0 e^{\pm j\boldsymbol{\gamma}\cdot\boldsymbol{r}}. \end{aligned}\right.$$

$$\gamma = -j\alpha + \beta = j\omega\sqrt{\mu(\epsilon' - j\epsilon'') - j\sigma\epsilon/\omega}$$

$$\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\gamma}_x + \boldsymbol{\gamma}_y + \boldsymbol{\gamma}_z$$

$$E_i(z) = E_i\, e^{-j\gamma z} = E_i\, e^{-\alpha z}\, e^{-j\beta z}, \quad i = x, y.$$

Ondas electromagnéticas (II)

Para las ondas planas,

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t) = \pm\frac{\hat{\beta}\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)}{\eta}.$$

Impedancia de onda

$$\eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma}.$$

Prof. penetración

$$\delta_s = -1/\alpha = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}.$$

Velocidad de fase

$$v_p = \omega/\beta = c/\sqrt{\mu_r\epsilon_r}.$$

Velocidad de grupo

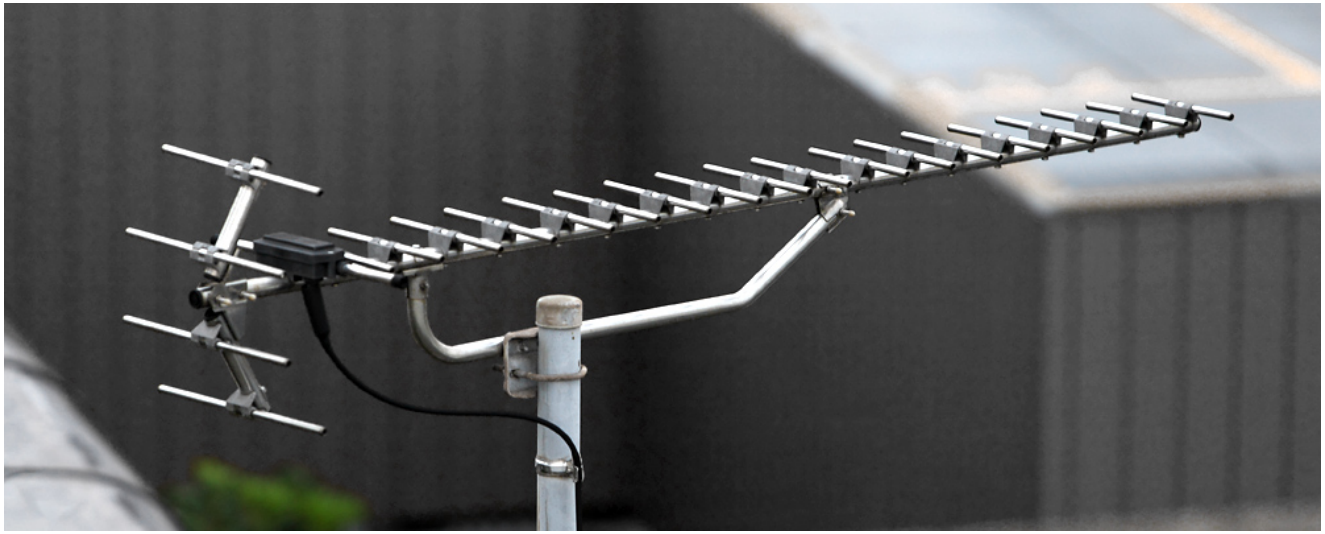
$$v_g = d\omega/d\beta.$$

Fuentes de ondas electromagnéticas: Antenas

Antena

Interfaz para las ondas electromagnéticas entre el espacio libre y un dispositivo de guía, generalmente metálico.
Objetivo: Recibir y transmitir energía eficientemente.

Se suelen utilizar en conjuntos radiantes, dispuestas geométricamente.

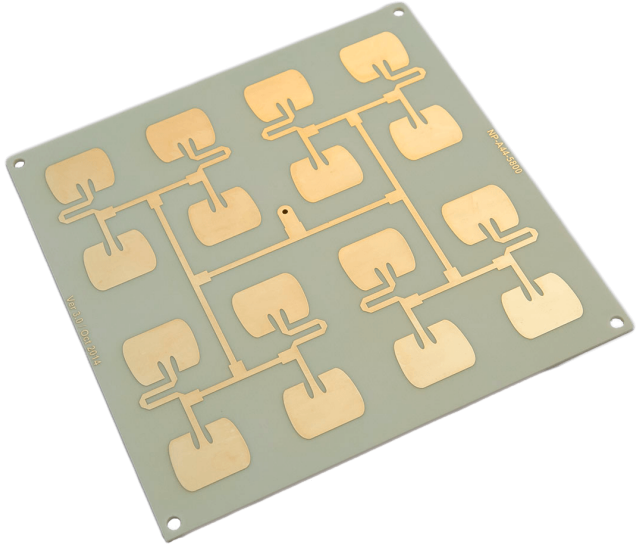


Acoplamiento entre antenas *microstrip*

Responsables

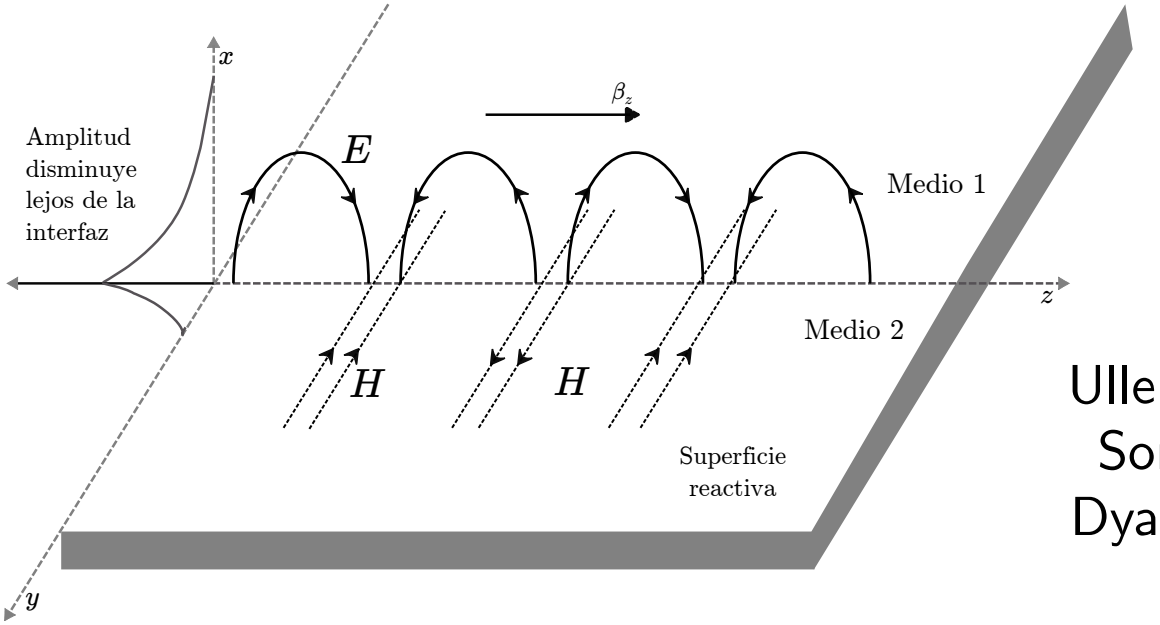
- Acoplamiento espacial entre elementos por **onda espacial** ($\downarrow \propto 1/\rho$).
  - Acoplamiento espacial por **onda de superficie** ($\downarrow \propto 1/\sqrt{\rho}$).
  - Acoplamiento por **red de alimentación** (alimentación no independiente).

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{12} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Z_{1N} & Z_{2N} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix}}_{Z} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix}$$



Ondas de superficie

Se propagan en un plano.
Comportamiento evanescente en la dirección normal.



Uller, Zenneck, Sommerfeld, Dyakonov, etc.

- Planos conductores.
- Planos conductores recubiertos de dieléctrico.
- Planos corrugados.
- Interfaz entre dos medios distintos.

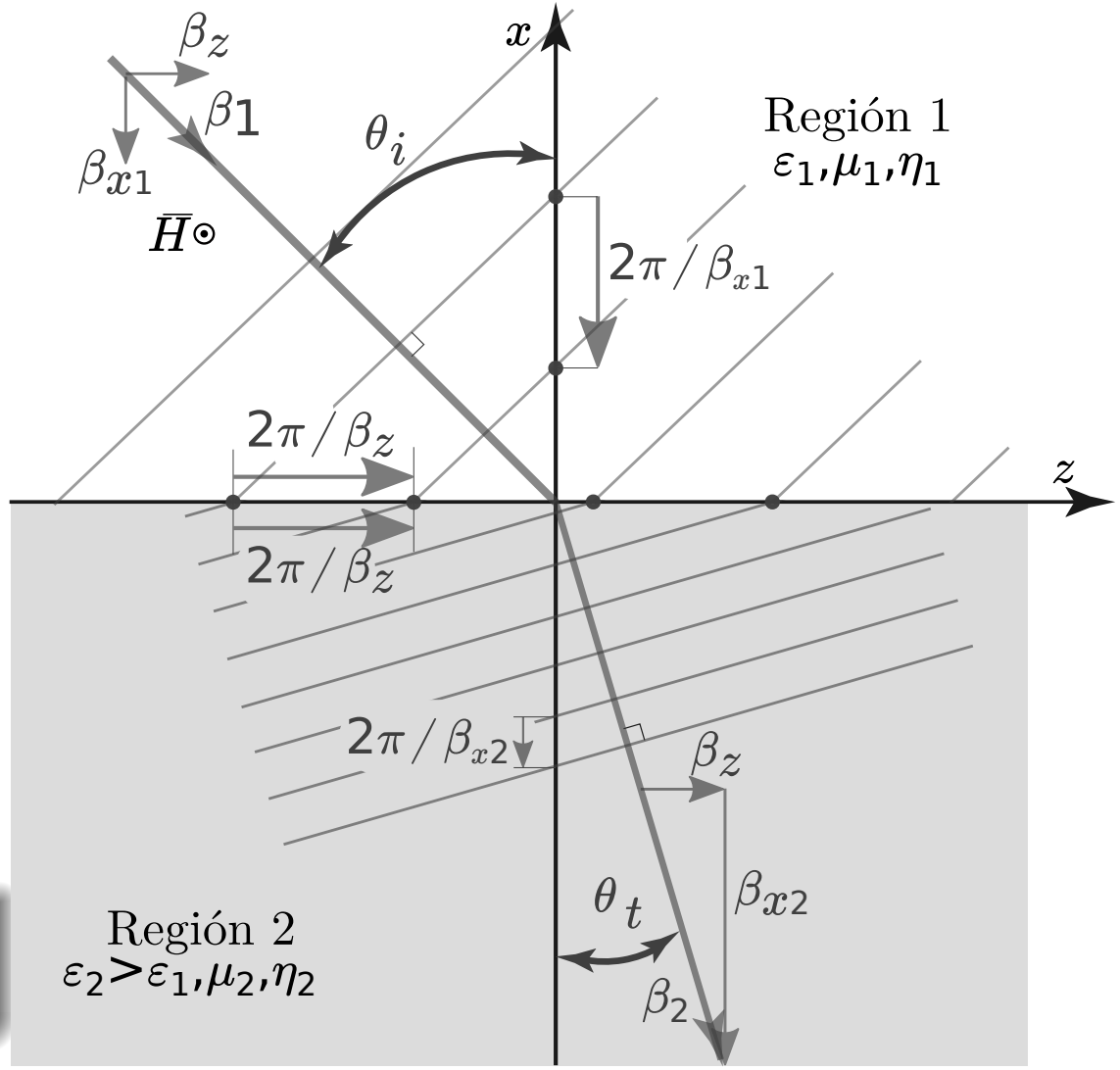
Ondas de Zenneck

- TM.
- Bajas pérdidas.
- Ángulo de Brewster: $Z_1 = Z_2$

$$Z_1 = \frac{E_{z1}}{H_{y1}} = \eta_0 \cos\ \theta_i = \frac{\gamma_{x_1}}{\gamma_1}\eta_0$$

$$Z_2 = \frac{E_{z2}}{H_{y2}} = \eta_2 \cos\ \theta_t = \frac{\gamma_{x_2}}{\gamma_2}\eta_2$$

γ a uno y otro lado de la interfaz es complejo.



Impedancia de superficie y constante de propagación (TM)

Si se asume una impedancia de superficie $Z_s = R_s + jX_s$, al igualar la impedancia de onda a la de superficie:

TM

$$\gamma_{x_1} = \gamma_1 \frac{Z_1}{\eta_0} = \gamma_1 Z_s = \gamma_1 R_s + j\gamma_1 X_s,$$

$$\gamma_z = \beta_z - j\alpha_z = \sqrt{(\gamma_1^2 - \gamma_{x_1}^2)} = \gamma_1 \sqrt{1 + X_s^2 - R_s^2 - 2jR_sX_s}.$$

- $X_s > 0$: Reactancia inductiva:
  - $\uparrow \alpha_x$: Decrecimiento exponencial en x.
  - $\alpha_z > 0$: Decrecimiento exponencial en z.
  - $\uparrow \beta_z$, $\downarrow v_p$.

- Si R_sX_s es pequeño: Baja atenuación en z.

Para ondas de superficie TM:

$$\uparrow X_s \qquad \downarrow R_s.$$

Impedancia de superficie y constante de propagación (TM)

Si se asume una impedancia de superficie $Z_s = R_s + jX_s$, al igualar la impedancia de onda a la de superficie:

TM

$$\gamma_{x_1} = \gamma_1 \frac{Z_1}{\eta_0} = \gamma_1 Z_s = \gamma_1 R_s + j\gamma_1 X_s,$$

$$\gamma_z = \beta_z - j\alpha_z = \sqrt{(\gamma_1^2 - \gamma_{x_1}^2)} = \gamma_1 \sqrt{1 + X_s^2 - R_s^2 - 2jR_sX_s}.$$

- $X_s > 0$: Reactancia inductiva:
  - $\uparrow \alpha_x$: Decrecimiento exponencial en x.
  - $\alpha_z > 0$: Decrecimiento exponencial en z.
  - $\uparrow \beta_z$, $\downarrow v_p$.

- Si R_sX_s es pequeño: Baja atenuación en z.

Para ondas de superficie TM:

$$\uparrow X_s \qquad \downarrow R_s.$$

Impedancia de superficie y constante de propagación (TM)

Si se asume una impedancia de superficie $Z_s = R_s + jX_s$, al igualar la impedancia de onda a la de superficie:

TM

$$\gamma_{x_1} = \gamma_1 \frac{Z_1}{\eta_0} = \gamma_1 Z_s = \gamma_1 R_s + j\gamma_1 X_s,$$

$$\gamma_z = \beta_z - j\alpha_z = \sqrt{(\gamma_1^2 - \gamma_{x_1}^2)} = \gamma_1 \sqrt{1 + X_s^2 - R_s^2 - 2jR_sX_s}.$$

- $X_s > 0$: Reactancia inductiva:
  - $\uparrow \alpha_x$: Decrecimiento exponencial en x.
  - $\alpha_z > 0$: Decrecimiento exponencial en z.
  - $\uparrow \beta_z$, $\downarrow v_p$.

- Si R_sX_s es pequeño: Baja atenuación en z.

Para ondas de superficie TM:

$$\uparrow X_s \qquad \downarrow R_s.$$

Impedancia de superficie y constante de propagación (TM)

Si se asume una impedancia de superficie $Z_s = R_s + jX_s$, al igualar la impedancia de onda a la de superficie:

TM

$$\gamma_{x_1} = \gamma_1 \frac{Z_1}{\eta_0} = \gamma_1 Z_s = \gamma_1 R_s + j\gamma_1 X_s,$$

$$\gamma_z = \beta_z - j\alpha_z = \sqrt{(\gamma_1^2 - \gamma_{x_1}^2)} = \gamma_1 \sqrt{1 + X_s^2 - R_s^2 - 2jR_sX_s}.$$

- $X_s > 0$: Reactancia inductiva:
  - $\uparrow \alpha_x$: Decrecimiento exponencial en x.
  - $\alpha_z > 0$: Decrecimiento exponencial en z.
  - $\uparrow \beta_z$, $\downarrow v_p$.

- Si R_sX_s es pequeño: Baja atenuación en z.

Para ondas de superficie TM:

$$\uparrow X_s \qquad \downarrow R_s.$$

Impedancia de superficie y constante de propagación (TM)

Si se asume una impedancia de superficie $Z_s = R_s + jX_s$, al igualar la impedancia de onda a la de superficie:

TM

$$\gamma_{x_1} = \gamma_1 \frac{Z_1}{\eta_0} = \gamma_1 Z_s = \gamma_1 R_s + j\gamma_1 X_s,$$

$$\gamma_z = \beta_z - j\alpha_z = \sqrt{(\gamma_1^2 - \gamma_{x_1}^2)} = \gamma_1 \sqrt{1 + X_s^2 - R_s^2 - 2jR_sX_s}.$$

Condiciones TM

$\uparrow X_s \qquad \downarrow R_s.$

TE

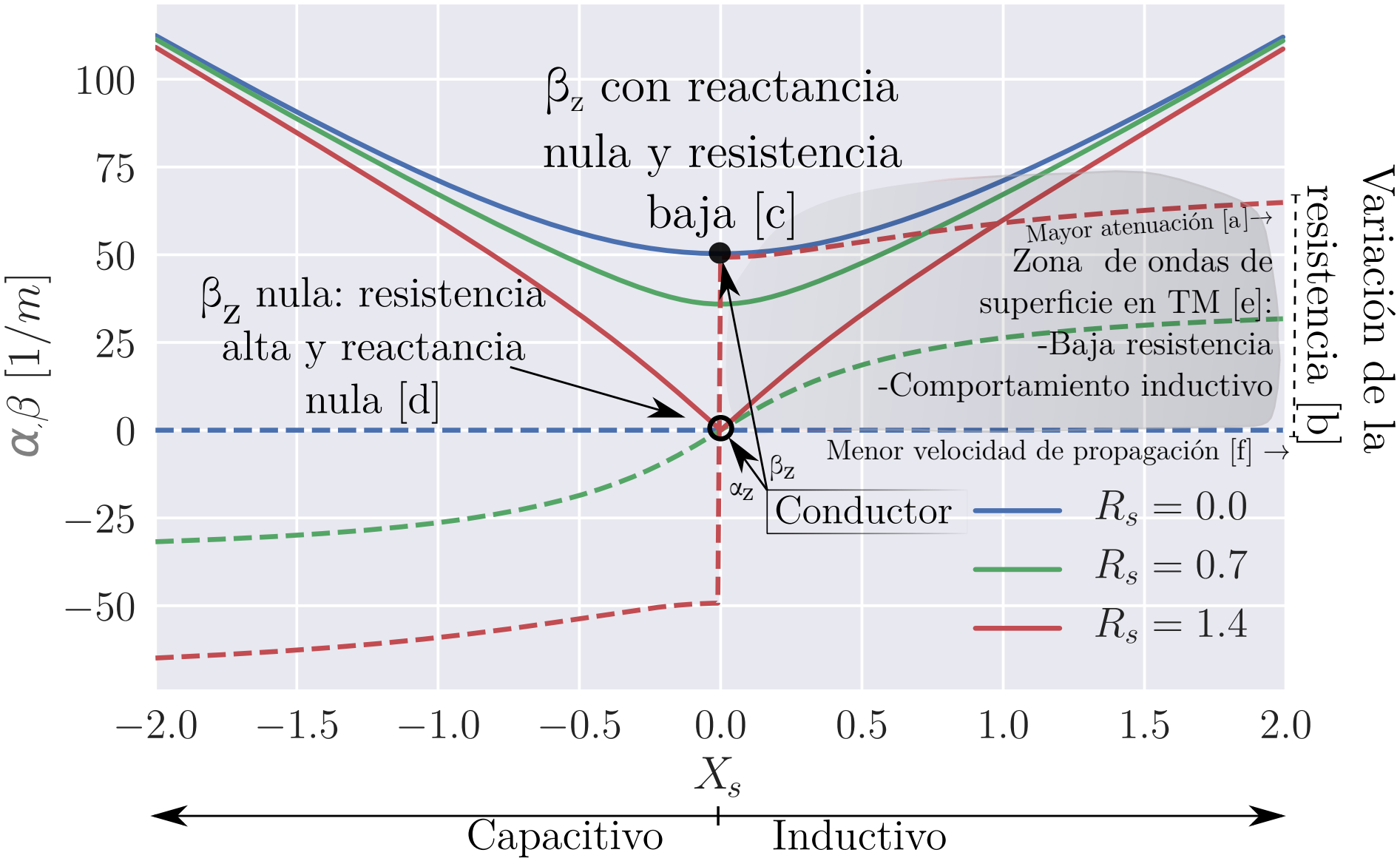
$$\gamma_{x_1} = -\frac{\gamma_1}{Z_s} = -\gamma_1 \frac{R_s}{R_s^2 + X_s^2} - j\frac{X_s}{R_s^2 + X_s^2},$$

$$\gamma_z = \beta_z - j\alpha_z = \sqrt{(\gamma_1^2 - \gamma_{x_1}^2)} = \frac{\gamma_1}{R_s^2 + X_s^2}\sqrt{1 + X_s^2 - R_s^2 + 2jR_sX_s}.$$

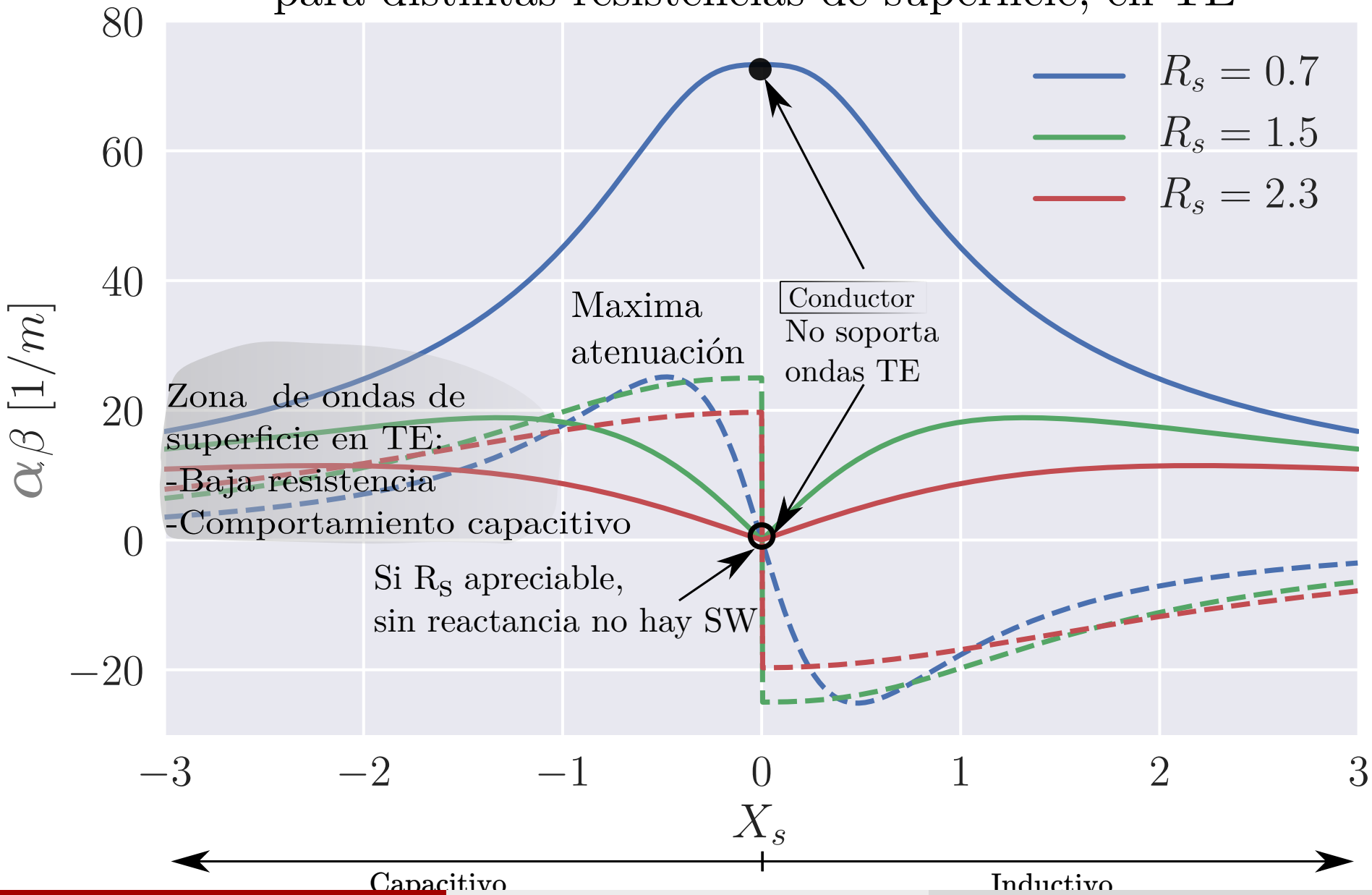
Condiciones TE

$\downarrow X_s \qquad \downarrow R_s.$

Valor de $\gamma_z = \beta_z - j a_z$ en función de la reactancia de superficie para distintas resistencias de superficie, en TM



Valor de $\gamma_z = \beta_z - j\alpha_z$ en función de la reactancia de superficie para distintas resistencias de superficie, en TE



Condiciones para la propagación sobre un plano conductor

Polarización TM

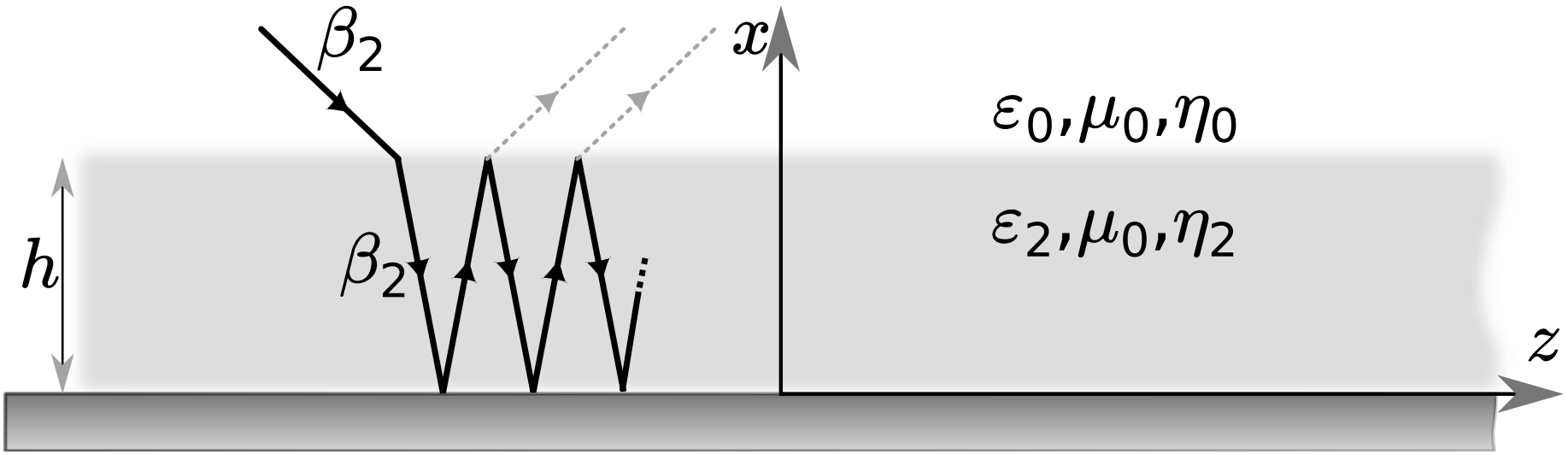
- Comportamiento inductivo.
  - Resistividad baja.

Polarización TE

- Comportamiento capacitivo.
  - Resistividad baja.

Para volver más inductiva a la superficie, se puede recubrir al plano conductor con un dieléctrico.

Comportamiento para plano de tierra cubierto por un dieléctrico fino

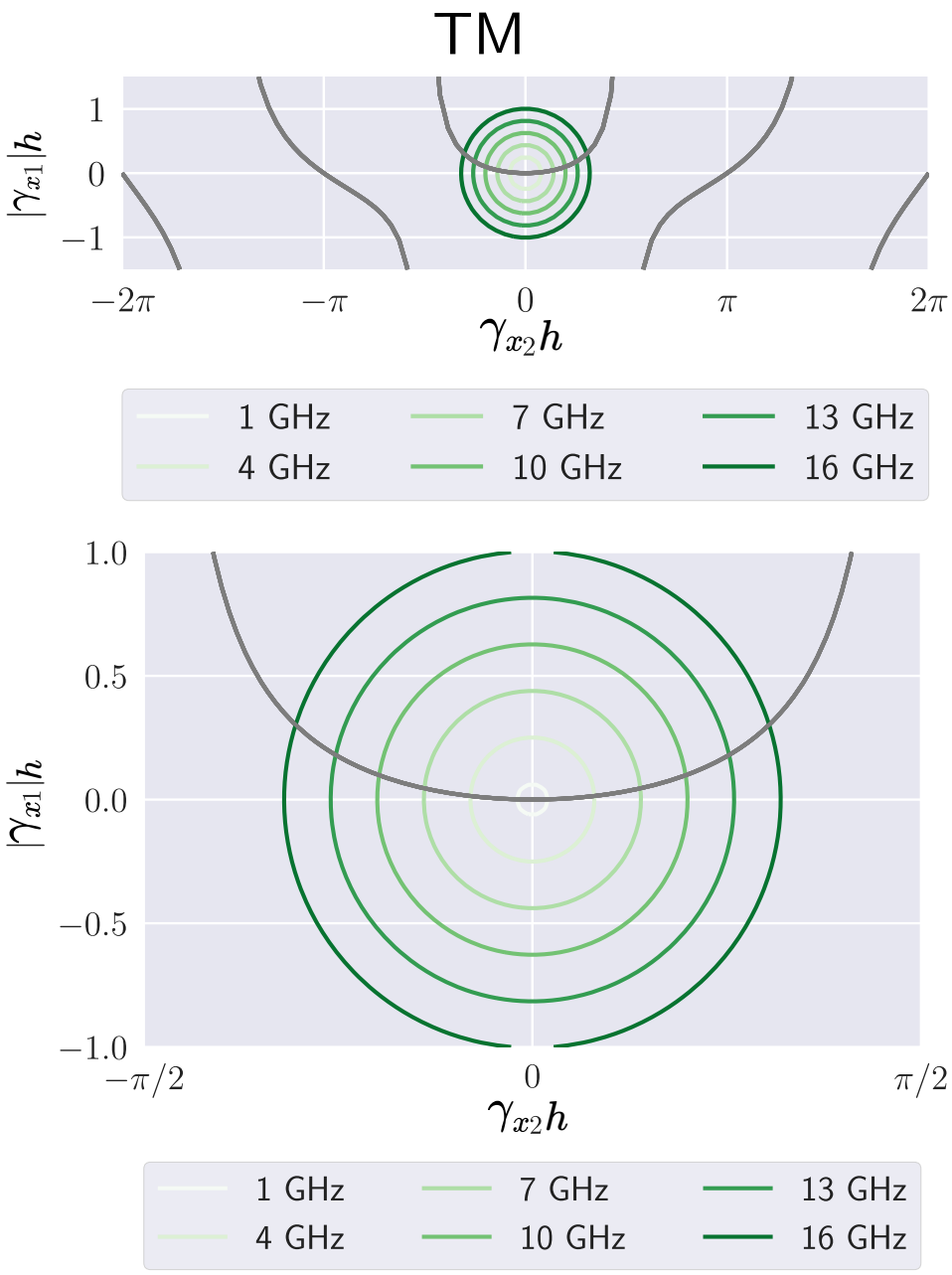


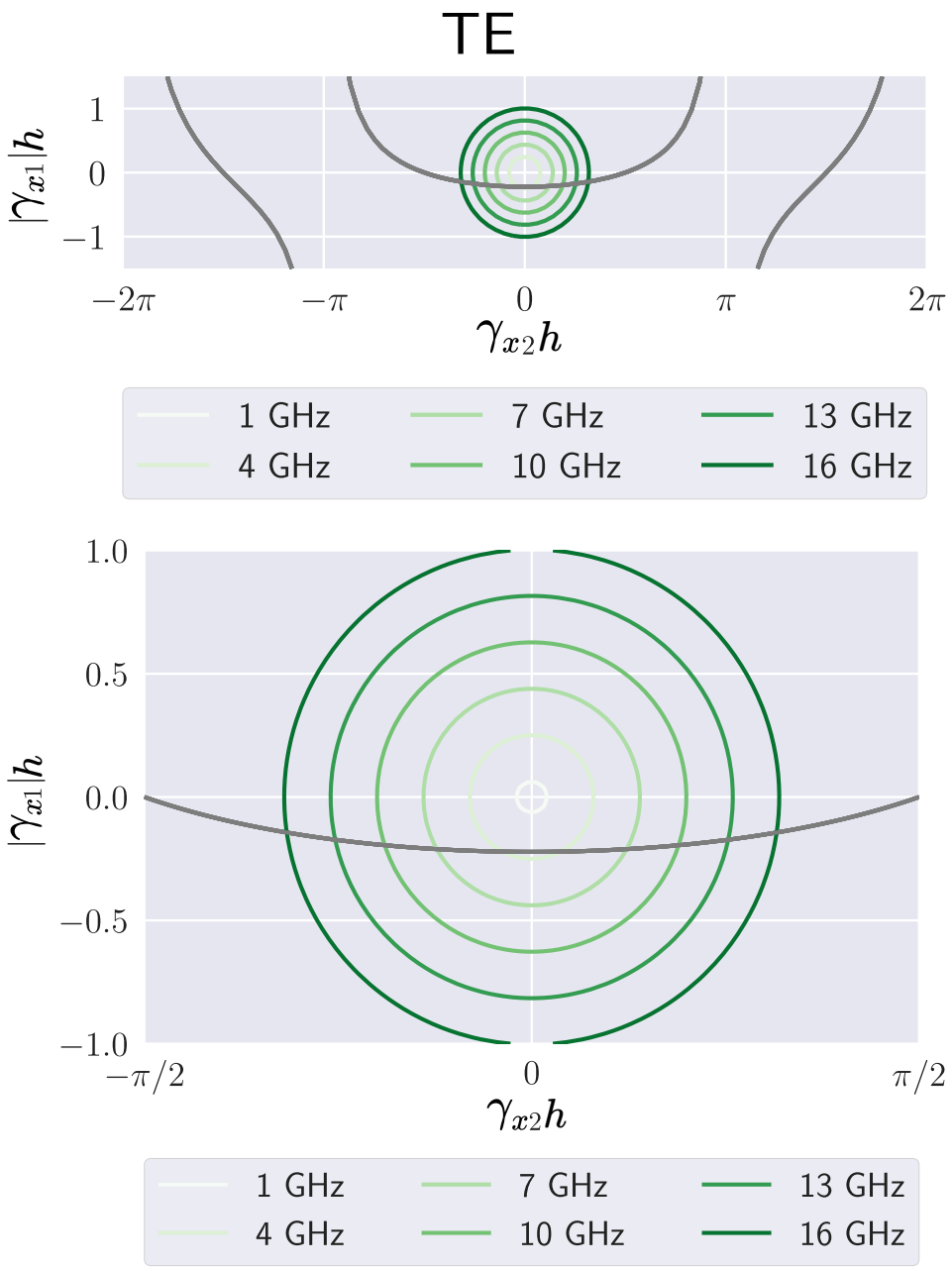
Caso TM:

$$\begin{cases} (\gamma_{x_2} h)^2 + (\alpha_{x_1} h)^2 = (\epsilon_{r_2} - 1)(\gamma_1 h)^2 \\ \gamma_{x_2} h \tan(\gamma_{x_2} h) = |\alpha_{x_1}| \epsilon_{r_2} h. \end{cases}$$

Caso TE:

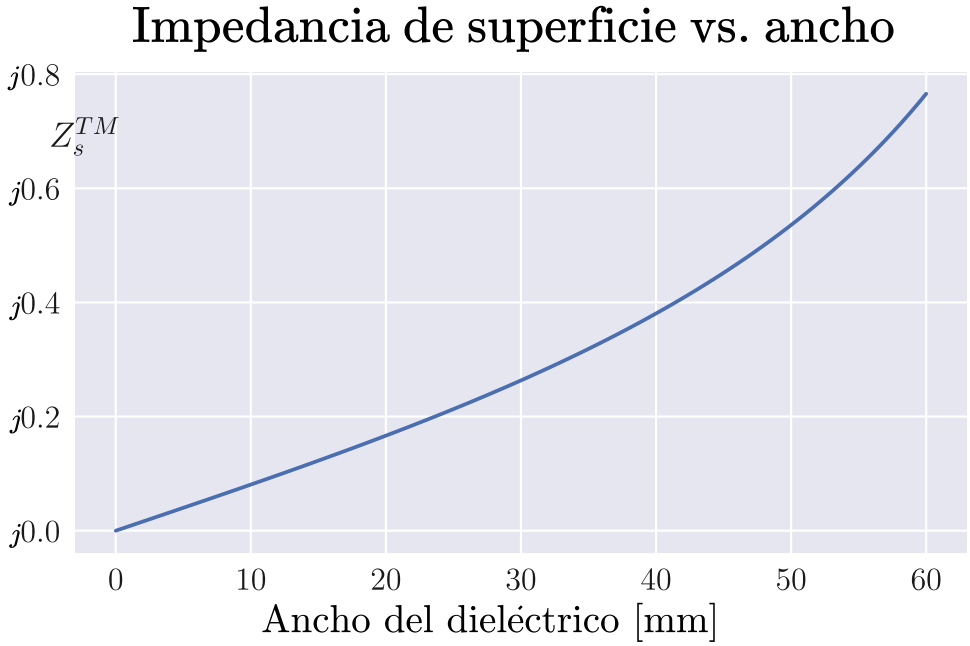
$$\begin{cases} (\gamma_{x_2} h)^2 + (\alpha_{x_1} h)^2 = (\epsilon_{r_2} - 1)(\gamma_1 h)^2 \\ \gamma_{x_2} h \cot(\gamma_{x_2} h) = -|\alpha_{x_1}| \epsilon_{r_2} h. \end{cases}$$

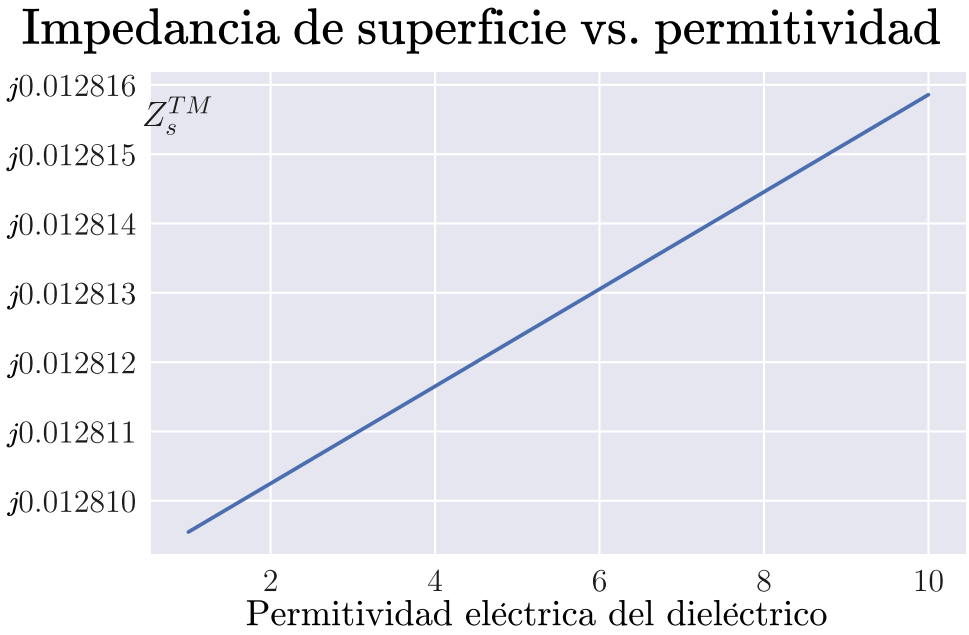

TM
$|\gamma_{x1}|h$
1
0
−1
−2π
−π
0
π
2π
$\gamma_{x2}h$
1 GHz
4 GHz
7 GHz
10 GHz
13 GHz
16 GHz
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−π/2
0
π/2
$\gamma_{x2}h$
1 GHz
4 GHz
7 GHz
10 GHz
13 GHz
16 GHz


TE
$|\gamma_{x1}|h$
1
0
−1
−2π
−π
0
π
2π
$\gamma_{x2}h$
1 GHz
4 GHz
7 GHz
10 GHz
13 GHz
16 GHz
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−π/2
0
π/2
$\gamma_{x2}h$
1 GHz
4 GHz
7 GHz
10 GHz
13 GHz
16 GHz

Impedancia de superficie: GND+FR4

$$Z_s^{TM} = j\frac{\cos\theta_t}{\sqrt{\epsilon_{r_2}}}\tan(\gamma_2 h\cos\theta_t) = j\frac{\cos\theta_t}{\sqrt{\epsilon_{r_2}}}\tan(\omega\sqrt{\epsilon_{r_2}\mu_0\epsilon_0}h\cos\theta_t)$$





A más alta la impedancia de superficie, mayor incidencia de ondas de superficie.

En resúmen

No existirán ondas de superficie de polarización TE en el plano de tierra recubierto por 1.6 mm de espesor de FR4, hasta los 25 GHz.

$\uparrow$ ancho del sustrato $\Rightarrow \uparrow$ ondas de superficie (TM)

$\uparrow$ permitividad eléctrica del sustrato $\Rightarrow \uparrow$ ondas de superficie (TM)

Antenas *microstrip*

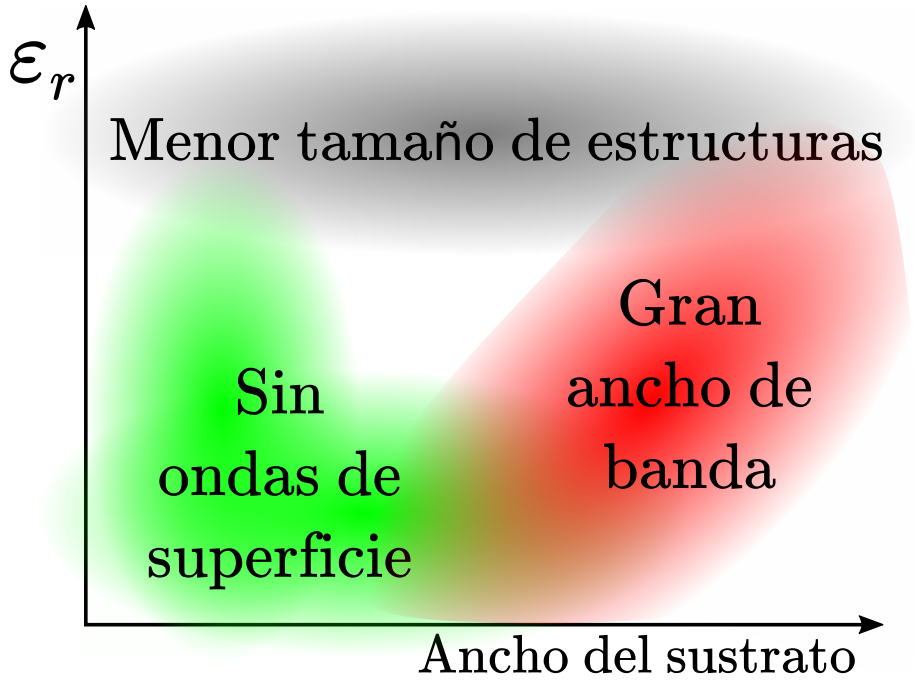
Alto acoplamiento con elementos ubicados sobre la superficie.

$\uparrow \epsilon_r \Rightarrow$
$\uparrow$ acoplamiento,
$\downarrow$ pot. radiada,
$\uparrow$ lóbulos secundarios.

Bajo acoplamiento con elementos cercanos. Campos contenidos en el sustrato.

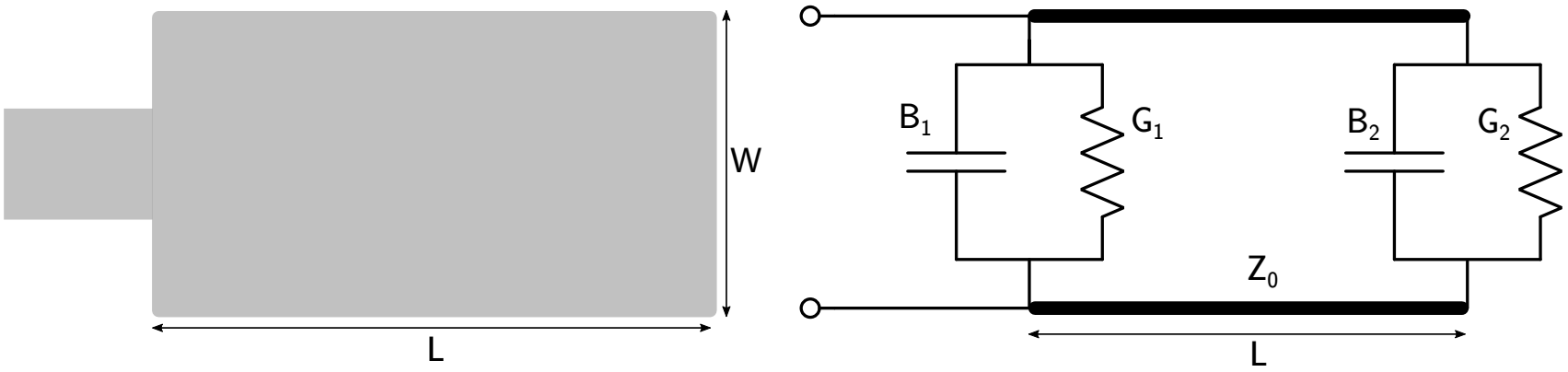
$\uparrow \epsilon_r \Rightarrow \downarrow$ acoplamiento.

- $\downarrow D \Rightarrow \uparrow \epsilon_r$, $\uparrow$ SW.
- $\uparrow \epsilon_r \Rightarrow \uparrow Q, \downarrow$ BW.
- $\downarrow Q \Rightarrow \uparrow h$.
- $\uparrow h \Rightarrow \uparrow$ SW, $\uparrow$ modos.



Modelo de líneas de transmisión

Antena rectangular: Dos aperturas radiantes de ancho W y altura h, sepadas una distancia L por una línea de trasmisión de impedancia característica conocida Z_0.

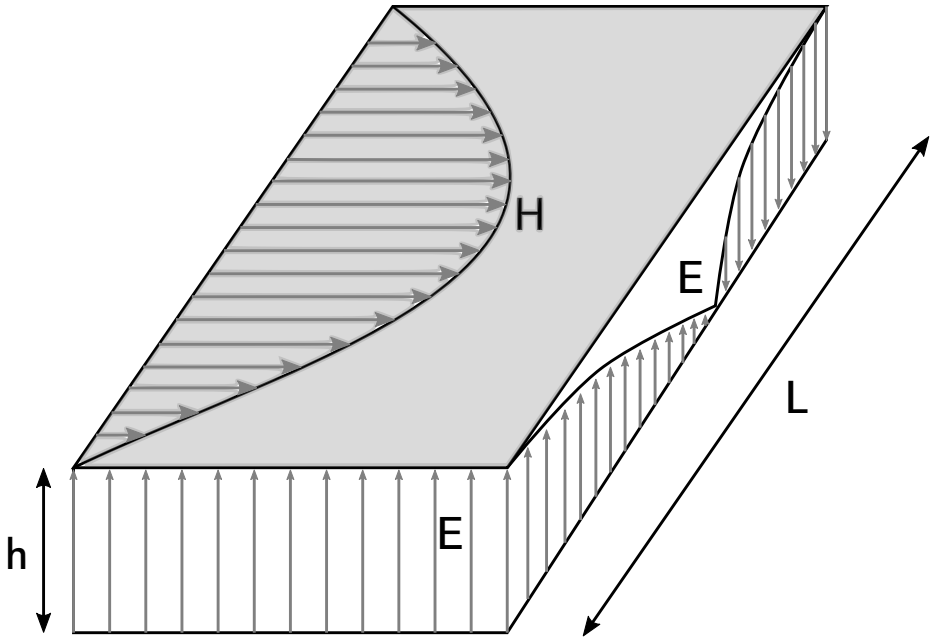


Fringing: Considerado mediante el uso de una $L_{eff} = L + 2\Delta L$.

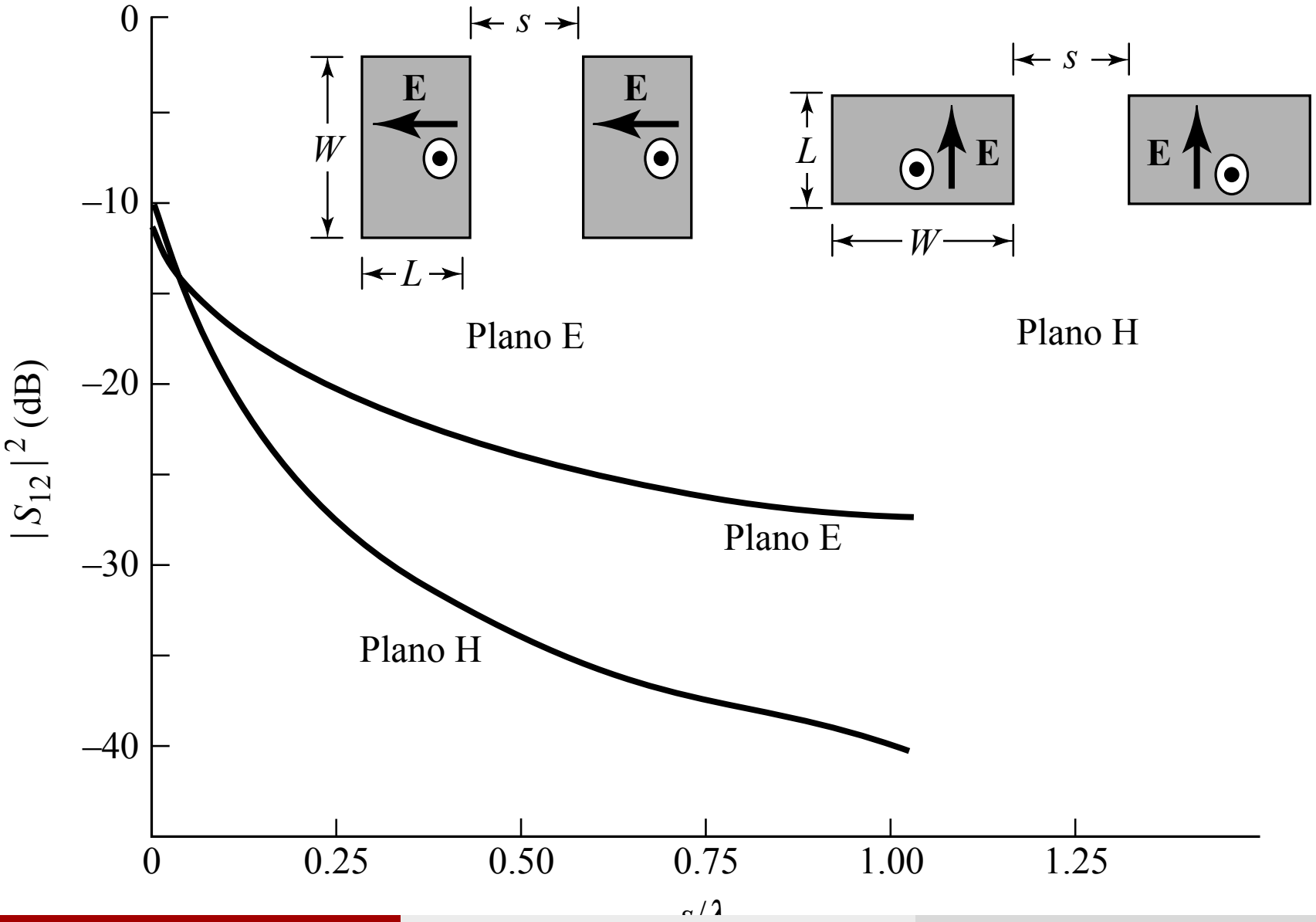
Modelo de cavidades multimodo

Antena rectangular: Cavidad cargada dieléctricamente, limitada por conductores eléctricos en sus caras superior e inferior, y por conductores magnéticos en sus caras laterales.

$$(f_r)_{nmp} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{h}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{W}\right)^2}$$



Acoplamiento mutuo en antenas *microstrip*



Fundamentos básicos de EBGs

1. Presentación del problema
2. Conceptos básicos de electromagnetismo
3. Fundamentos de EBGs
   - Definiciones básicas
   - Bragg, Bloch-Floquet y espacio recíproco
   - Teorema de Bloch-Floquet
   - Diagrama de dispersión de una estructura periódica
   - Red de Bravais y red recíproca
4. Modelado numérico de estructuras EBG
5. Aplicación a conjuntos de antenas

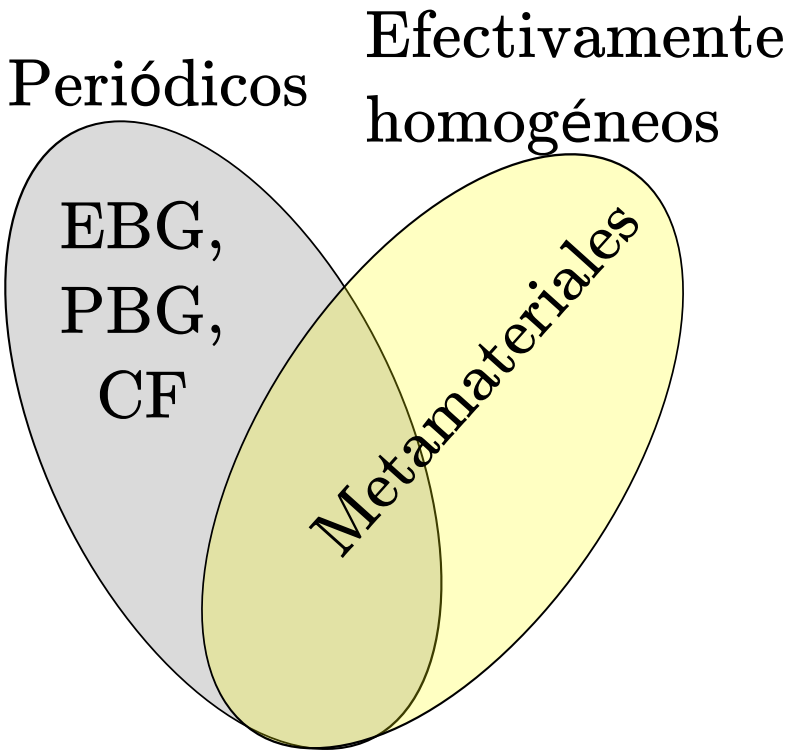
Metamateriales y EBGs

Metamateriales

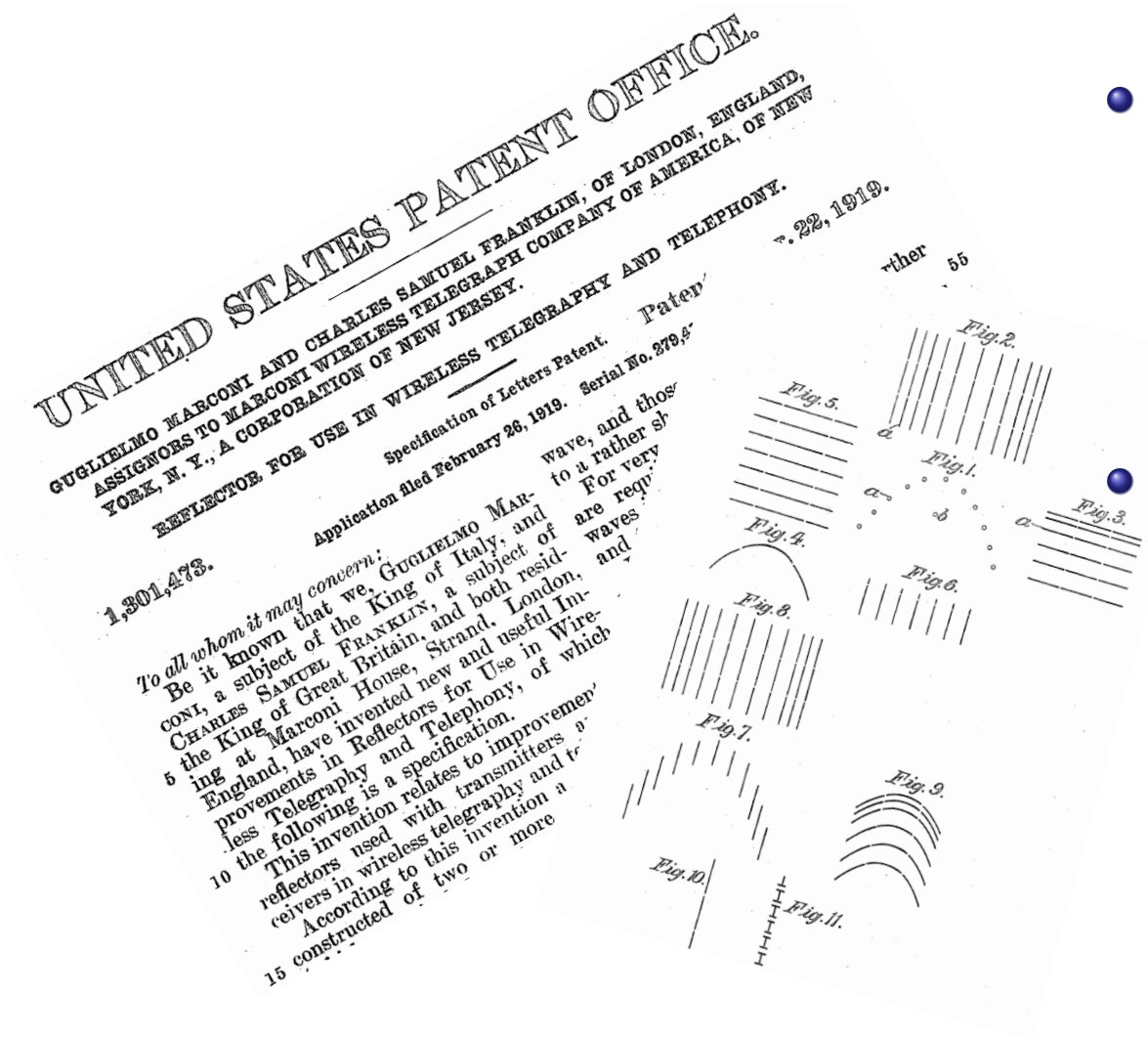
Estructuras artificiales **efectivamente homogéneas** para la longitud de onda de interés, que presentan **propiedades electromagnéticas que no se encuentran en la naturaleza**.

EBGs, PBGs, cristales fotónicos

Estructuras articiales con capacidades para controlar (en general, atenuar) ondas electromagnéticas en un **rango de frecuencias** a partir de la **variación periódica** en el espacio de las propiedades del medio respecto de la propagación electromagnética.



Reseña histórica


UNITED STATES PATENT OFFICE.

GUGLIELMO MARCONI AND CHARLES SAMUEL FRANKLIN, OF LONDON, ENGLAND, ASSIGNORS TO MARCONI WIRELESS TELEGRAPH COMPANY OF AMERICA, OF NEW YORK, N. Y., A CORPORATION OF NEW JERSEY.

REFLECTOR FOR USE IN WIRELESS TELEGRAPHY AND TELEPHONY.

1,301,473.

Specification of Letters Patent.

Application filed February 26, 1919. Serial No. 279,4

To all whom it may concern:

Be it known that we, GUGLIELMO MARCONI, a subject of the King of Italy, and CHARLES SAMUEL FRANKLIN, a subject of the King of Great Britain, and both residing at Marconi House, Strand, London, England, have invented new and useful Improvements in Reflectors for Use in Wireless Telegraphy and Telephony, of which the following is a specification.

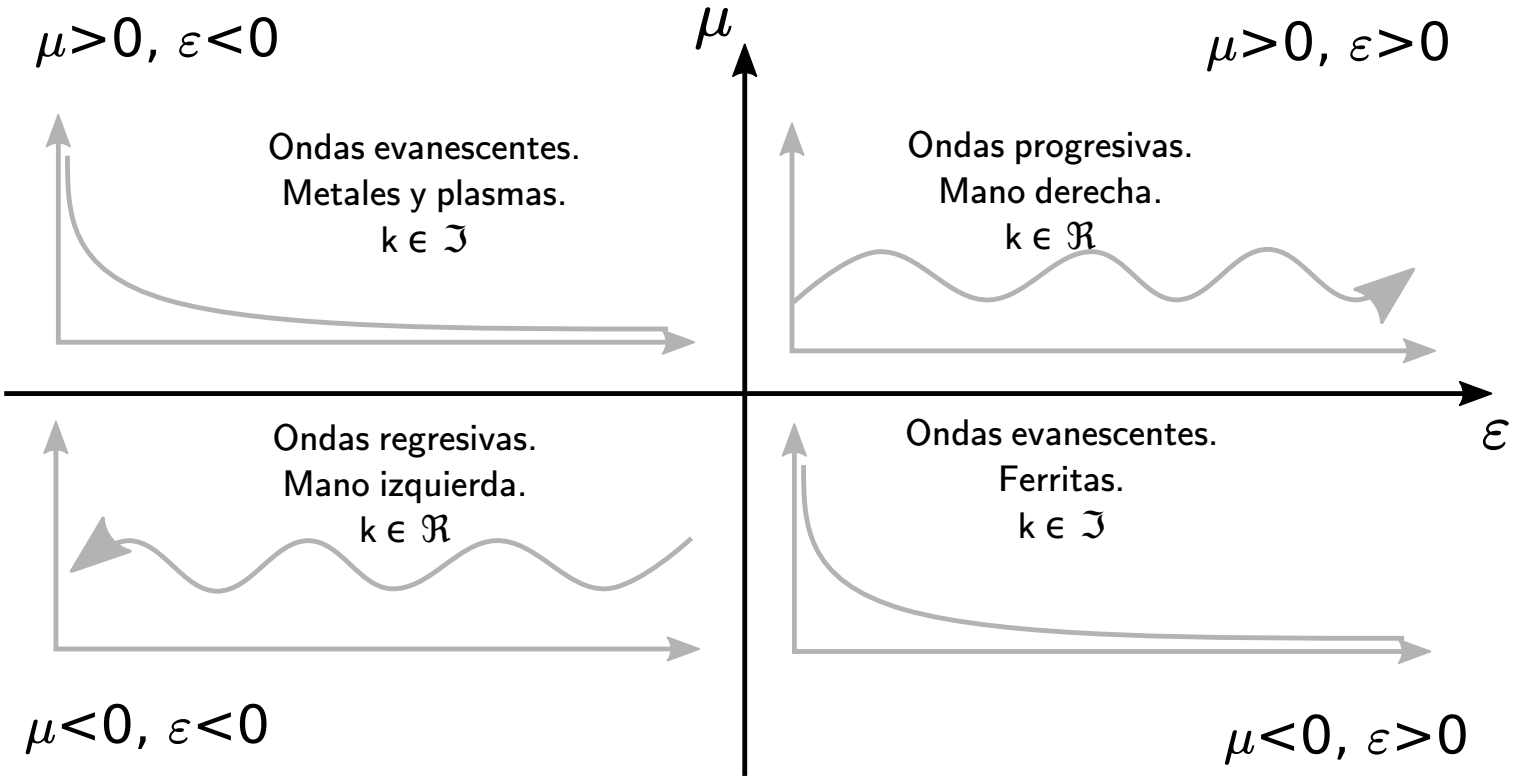
This invention relates to improvemen reflectors used with transmitters a ceivers in wireless telegraphy and t

According to this invention a constructed of two or more

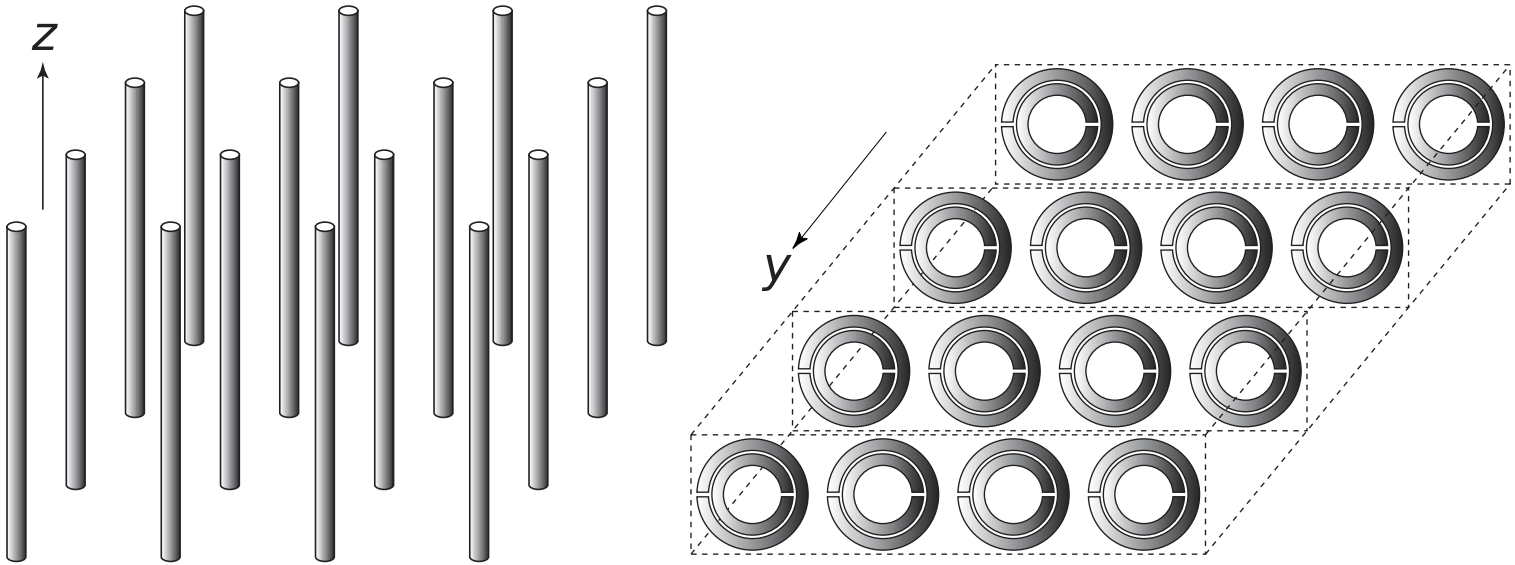
- Fines del siglo XVIII: **Rittenhouse** observó que algunos colores desaparecían cuando se veía luz a través de un pañuelo.
- 1919: Guglielmo **Marconi**, Charles Samuel **Franklin**: Conductores horizontales como superficie reflectiva para cierta frecuencia (¿Primer FSS?)

Reseña histórica

- 1946: Louis **Brillouin**: *Wave propagacion in periodic structures: Electric filters and crystal lattices*. Restricciones a los vectores de onda γ en un medio periódico.
- 1968: Viktor **Veselago**: Descripción teórica de LHS, velocidad de grupo antiparalela a la velocidad de fase.

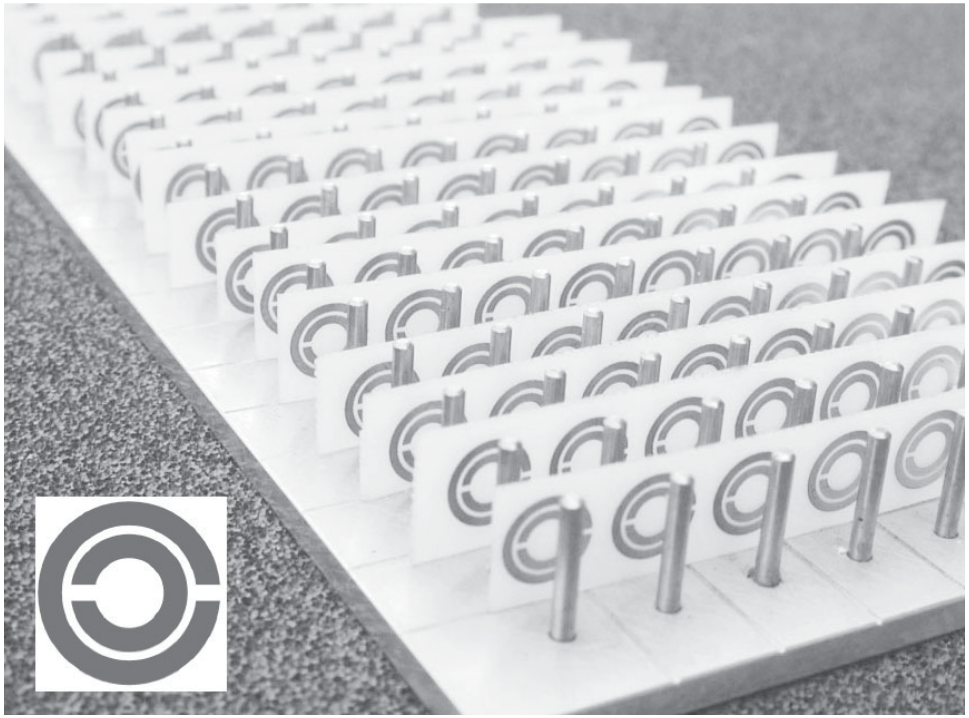


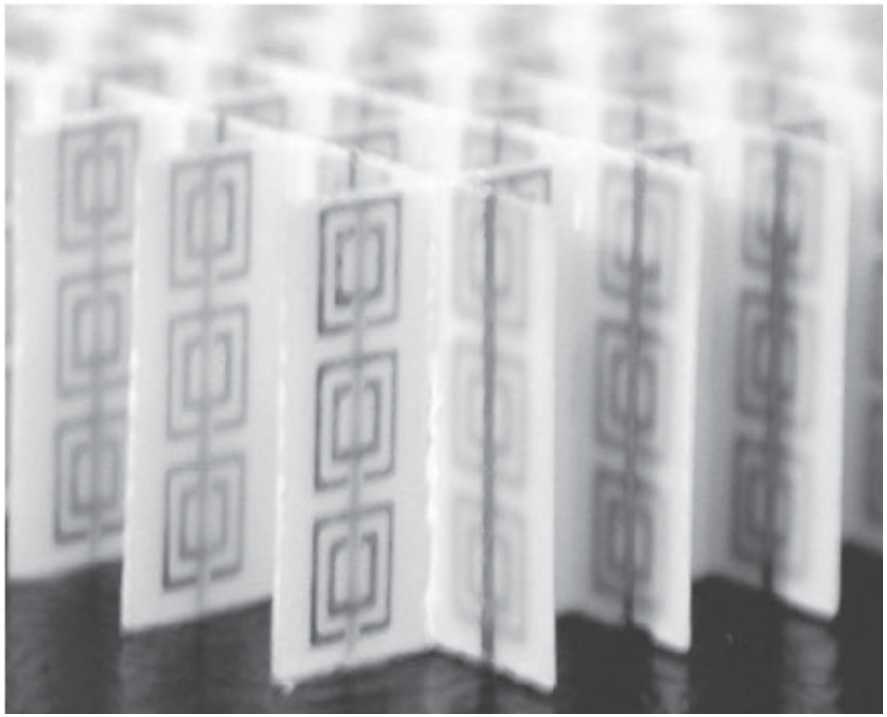
Reseña histórica



- 1990: **Smith**: Split Ring Resonators en base a los trabajos de Pendry. Se construyó en 2000.
- 1990: **Ho, Chan, Soukulis**: Conjunto periódico de esferas dieléctricas. Banda prohibida.
- 1990: **Yablonovitch**. Estructura cristalina. Agujeros cilíndricos.

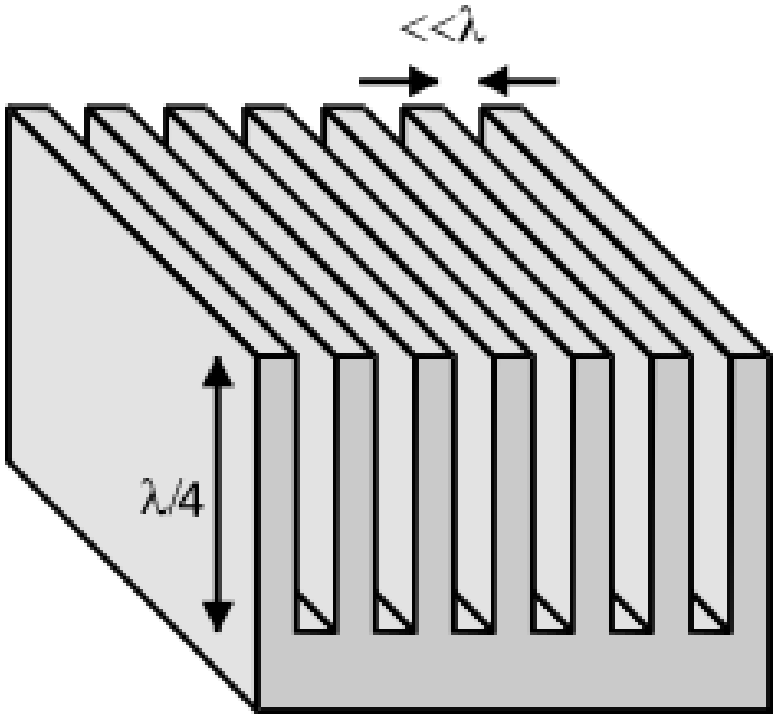
Reseña histórica

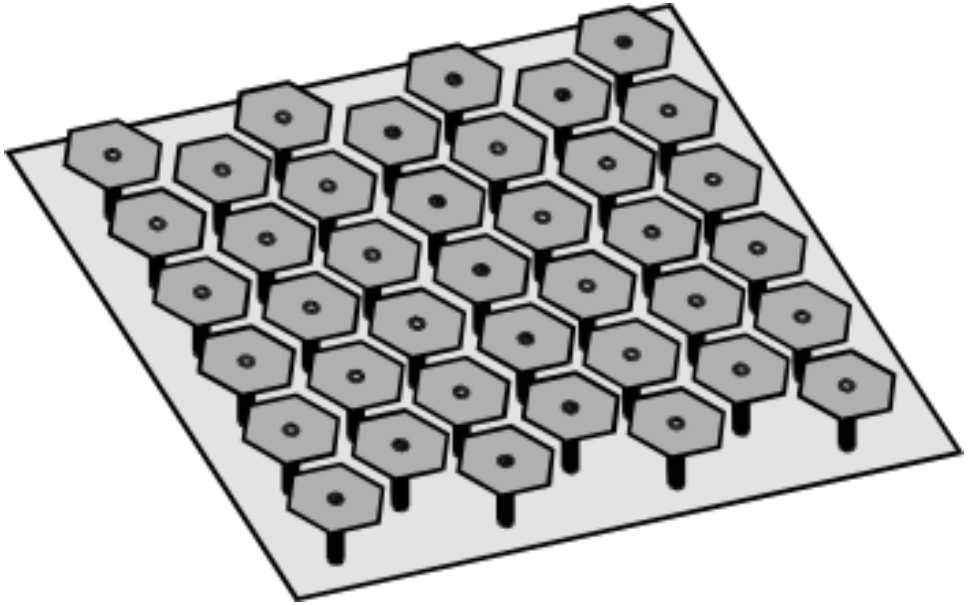




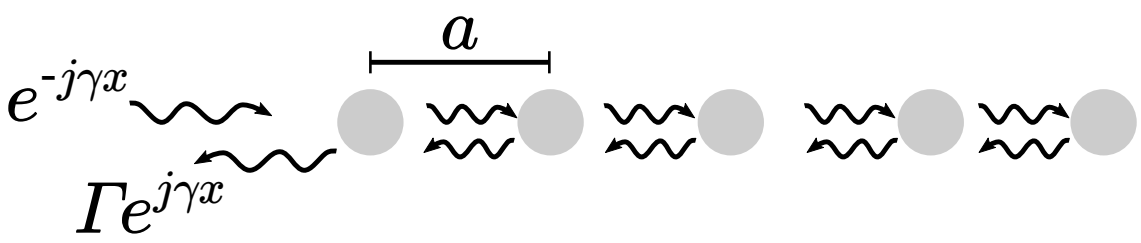
Reseña histórica

- 1999: **Sievenpiper**: HIS. Mushrooms. AMC + EBG.
- 2001: **Yang**: Uniplanar EBG (¿FSS o EBG?)





Difracción de Bragg



$$\Gamma_t = \Gamma e^{-j\gamma x} + \Gamma e^{-2j\gamma a} e^{-j\gamma x} + \Gamma e^{-4j\gamma a} e^{-j\gamma x} + ... = \Gamma e^{-j\gamma x} \frac{1}{1 - e^{-2j\gamma a}}$$

Si $e^{-2j\gamma a} = 1$, la expresión diverge.

Condición de Bragg

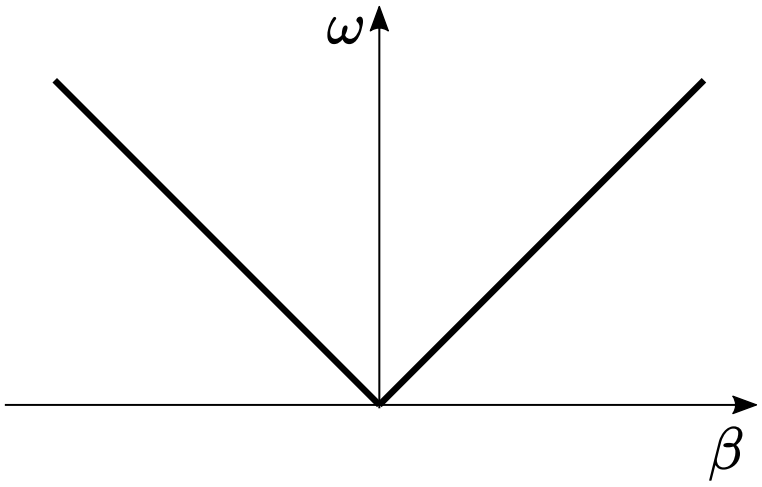
$$\gamma = \frac{n\pi}{a}$$

Y γ está relacionado a la frecuencia, según el material.

Relación entre γ y ω en el vacío: Diagrama de dispersión

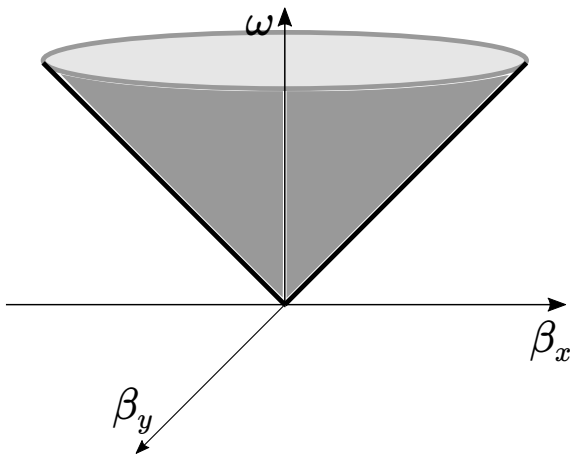
1D

$$\omega = c\beta$$



2D

$$\omega = c\sqrt{\beta_x^2 + \beta_y^2}$$



Si hay números de onda prohibidos, ¿podría haber frecuencias prohibidas?

Problema de autovalores

Desacoplando las dos ecuaciones del rotor, se obtiene

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\epsilon_r} \nabla \times \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}).$$

Se puede considerar un operador Θ:

$$\hat{\Theta} = \nabla \times \frac{1}{\epsilon_r} \nabla \times$$

De forma que

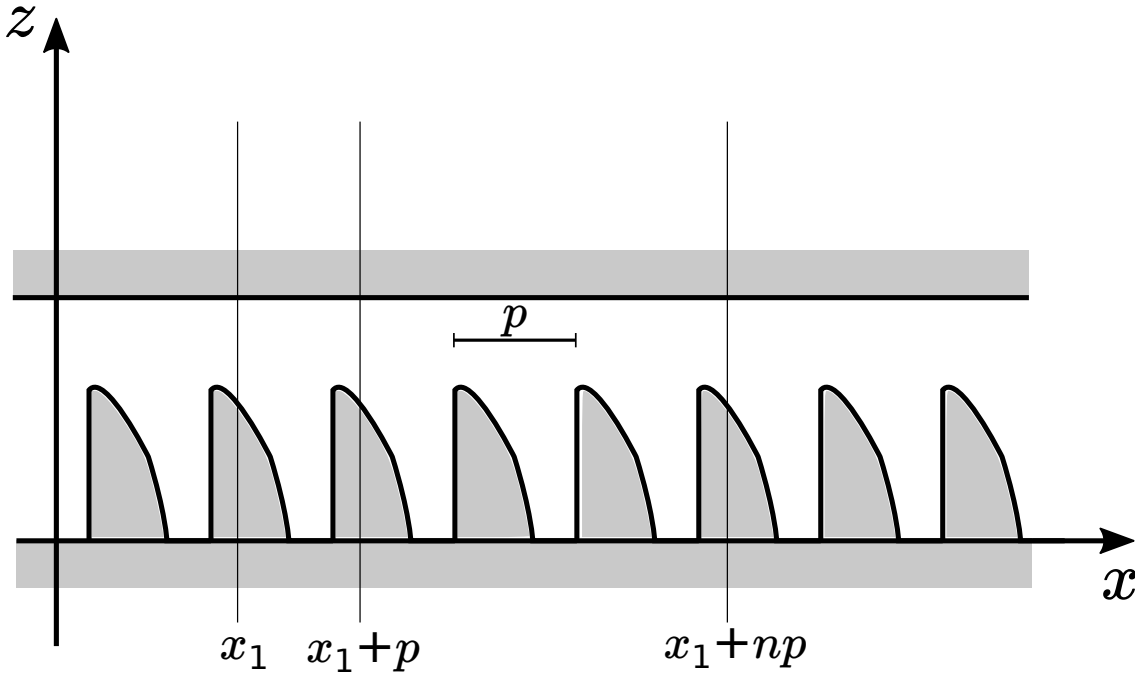
$$\hat{\Theta} \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$$

Problema de autovalores: Física cuántica

	Cuántica	**Electromagnetismo**
Campo	$\Psi(\boldsymbol{r},t) = \Psi(\boldsymbol{r})e^{j\omega t}$	$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})e^{i\omega t}$
Problema de autovalores	$\hat{H}\Psi(\boldsymbol{r}) = E\Psi(\boldsymbol{r})$	$\hat{\Theta}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$
Operador	$\hat{H} = \frac{-\hbar^2\nabla^2}{2m} + V(\boldsymbol{r})$	$\hat{\Theta} = \nabla \times \frac{1}{\epsilon_r}\nabla\times$

Además, al igual que el Hamiltoniano, el operador Θ es hermítico.

Teorema de Bloch-Floquet



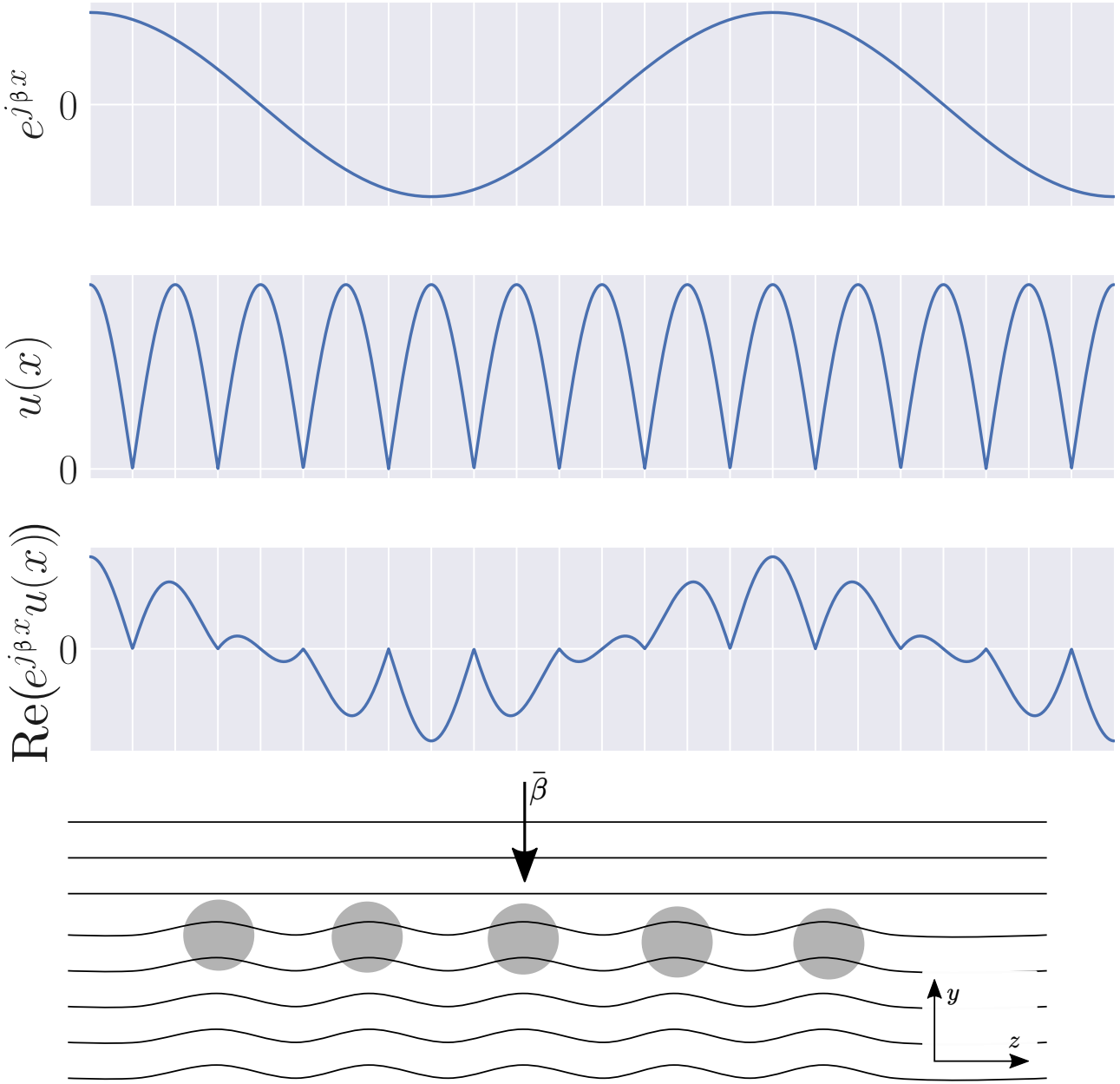
Gaston Floquet, 1883.

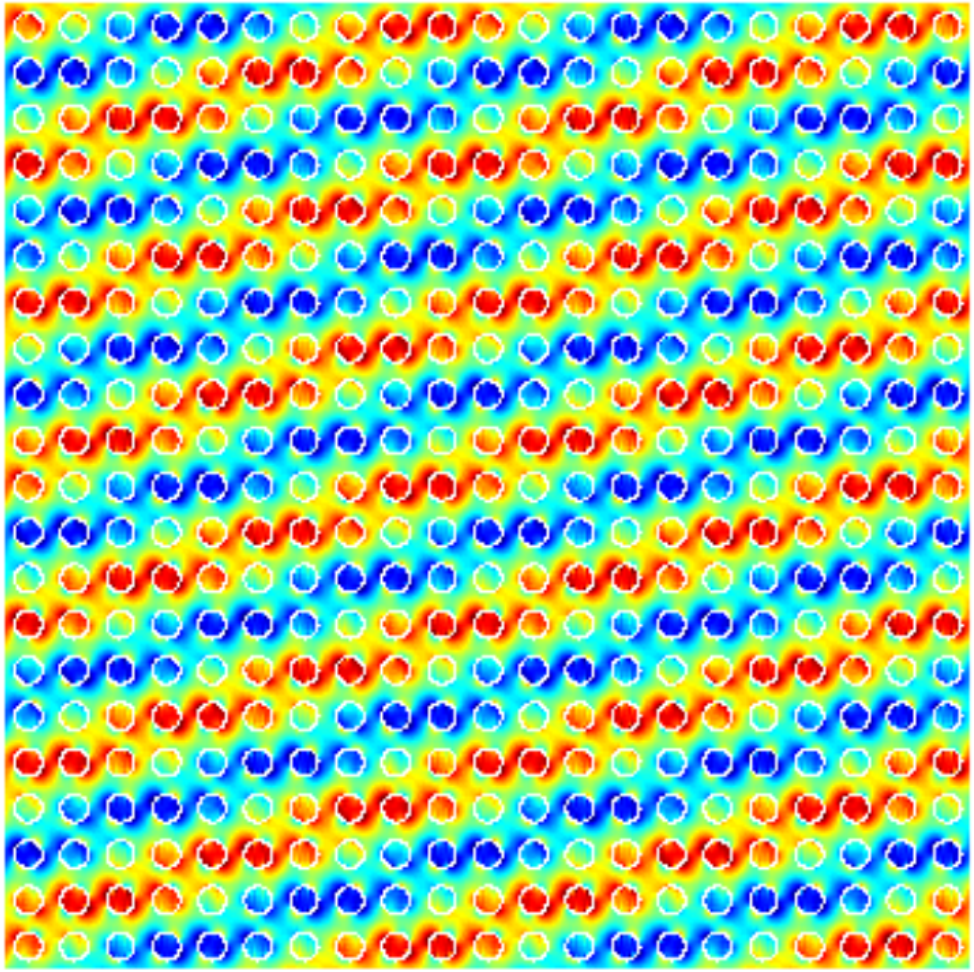
Teorema de Bloch: Soluciones a la función de onda de un electrón en un cristal.

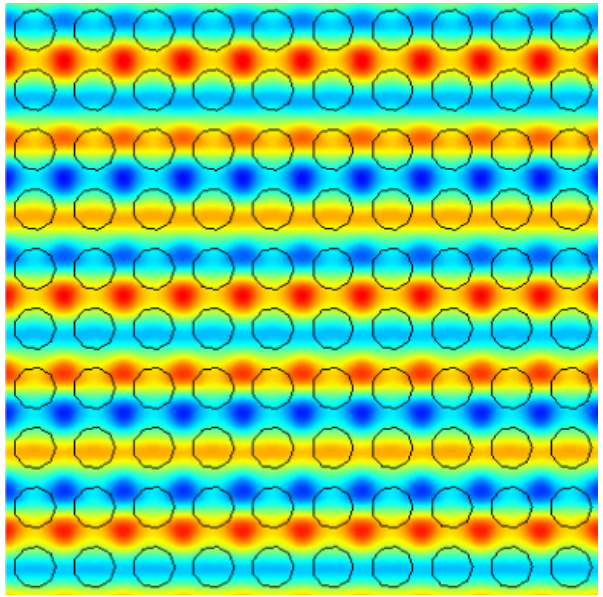
$$\phi(\boldsymbol{r}) = e^{j\boldsymbol{\gamma}\cdot\boldsymbol{r}} u(\boldsymbol{r})$$

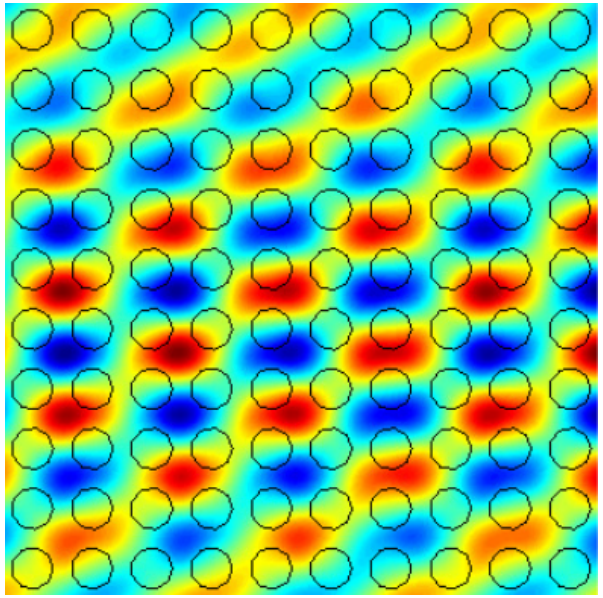
$$E(x+d, y, z) = e^{-j\beta d} E(x, y, z),$$

Efecto del teorema de Bloch-Floquet









Armónicos espaciales y Celda de Brillouin

Para una periodicidad en una dirección (x) en que el espacio tiene comportamiento periódico, se puede desarrollar la Transformada de Fourier:

$$F(x,y,z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n(y,z) e^{-jn\frac{2\pi}{p}x}$$

Tras aplicar las condiciones de Bloch:

$$E(x,y,z,t) = e^{j\omega t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n(y,z) e^{-j\gamma_n x},$$

$$\gamma_n = \gamma_0 + n\frac{2\pi}{p}.$$

Campo en un medio periódico:
Suma de **infinitas armónicas**.

Cada término: armónica espacial asociada a un γ_n.

Armónicos espaciales y Celda de Brillouin

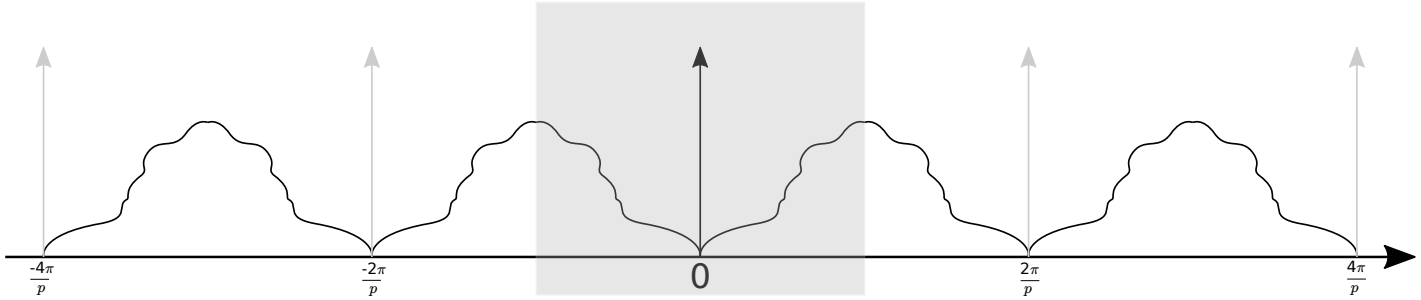
$$\gamma_n = \gamma_0 + n\frac{2\pi}{p}$$

La **velocidad de fase** es distinta para cada modo.

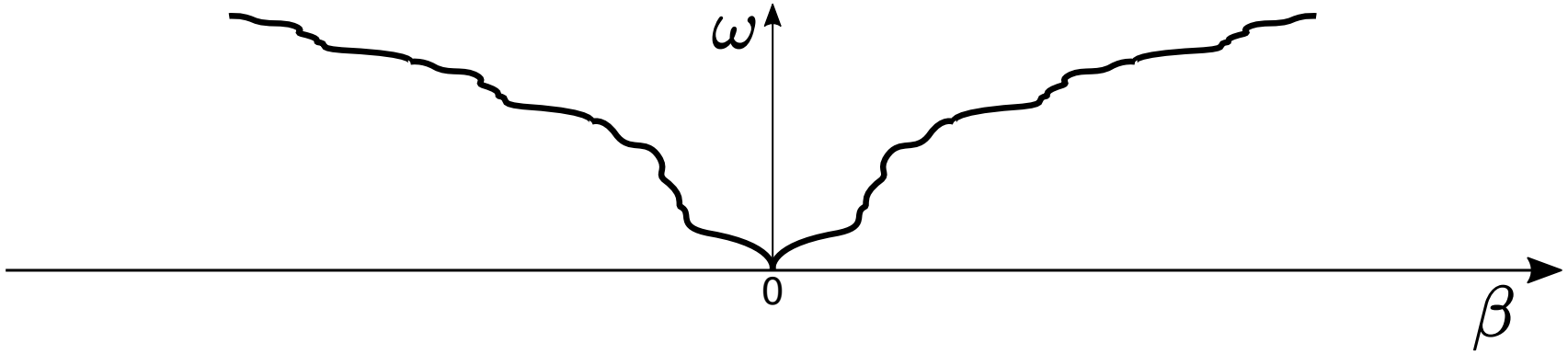
$$v_p^n = \frac{\omega}{\beta_n} = \frac{\omega}{\beta_0 + 2\pi n/p}$$

La **velocidad de grupo** es la misma para todas las armónicas.

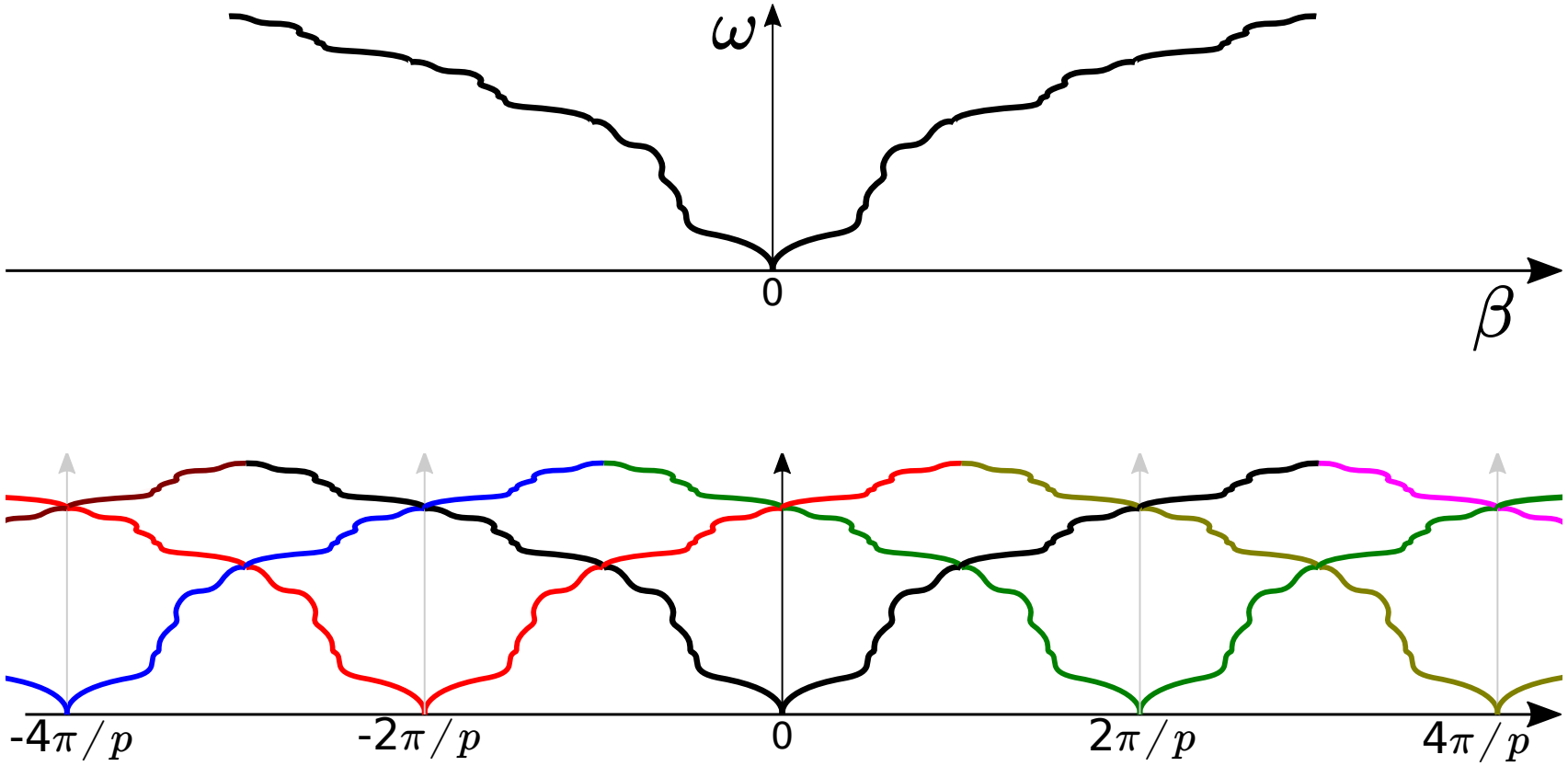
$$v_g^n = \frac{d\omega}{d\beta_n} = \frac{d\omega}{d(\beta_0 + 2\pi n/p)} = \frac{d\omega}{d\beta_0} = v_g^0.$$



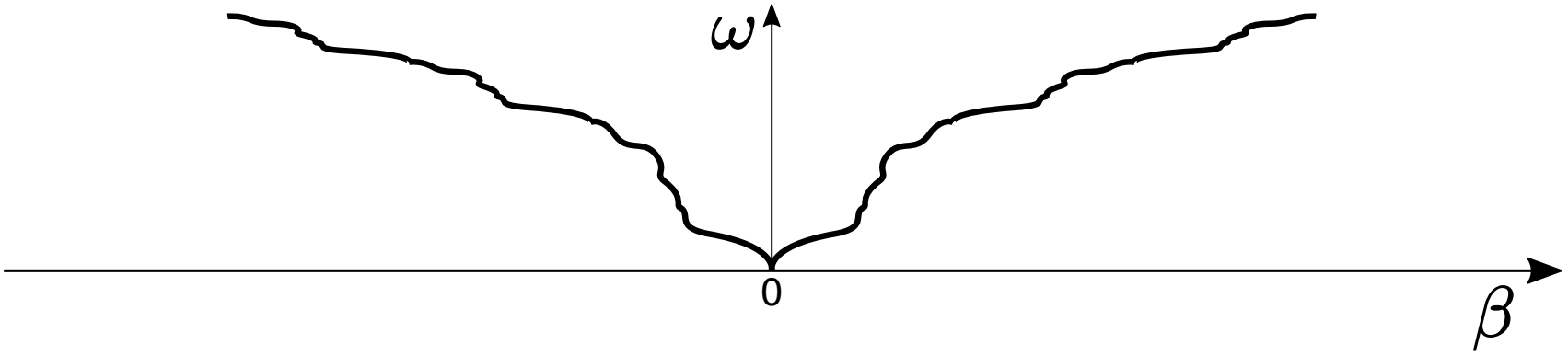
Armónicos espaciales y Celda de Brillouin

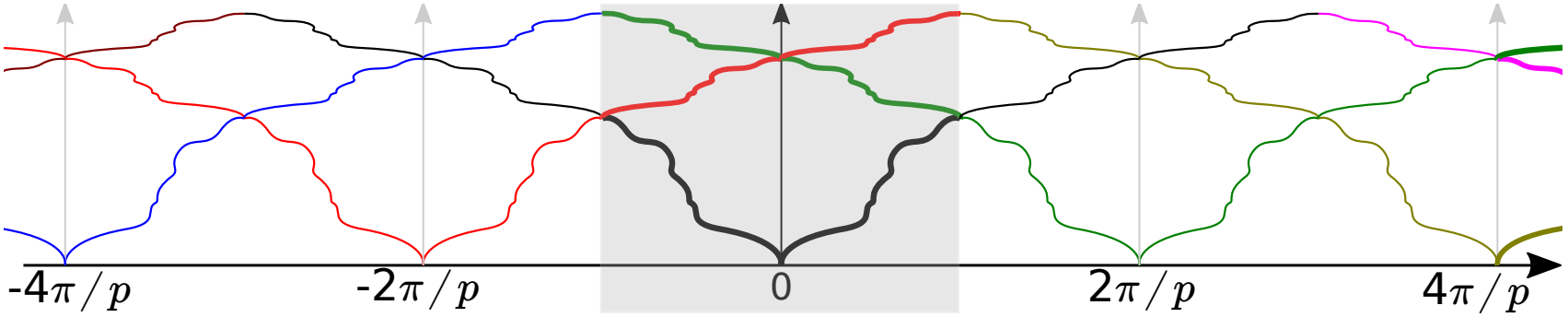


Armónicos espaciales y Celda de Brillouin

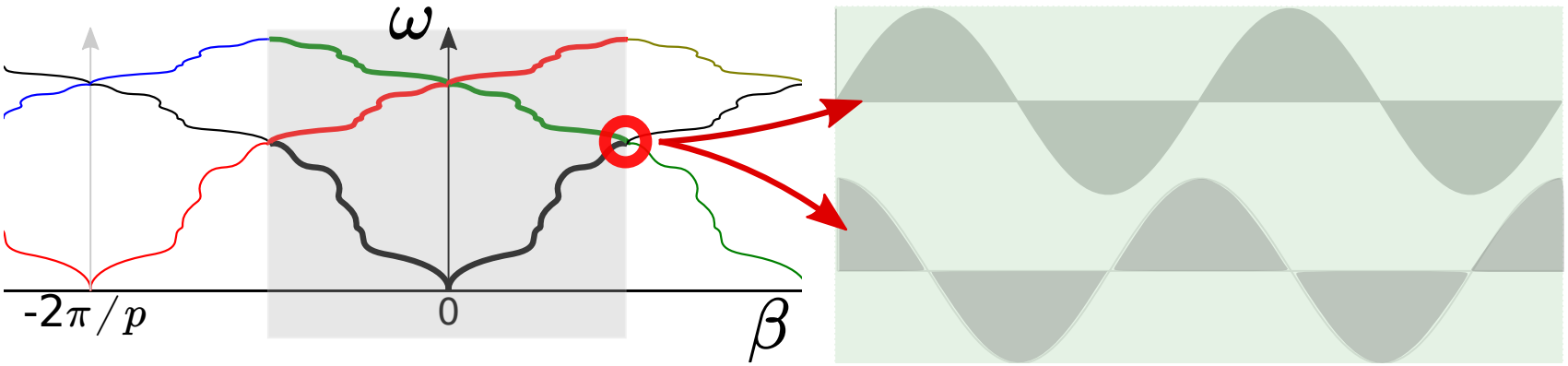


Armónicos espaciales y Celda de Brillouin

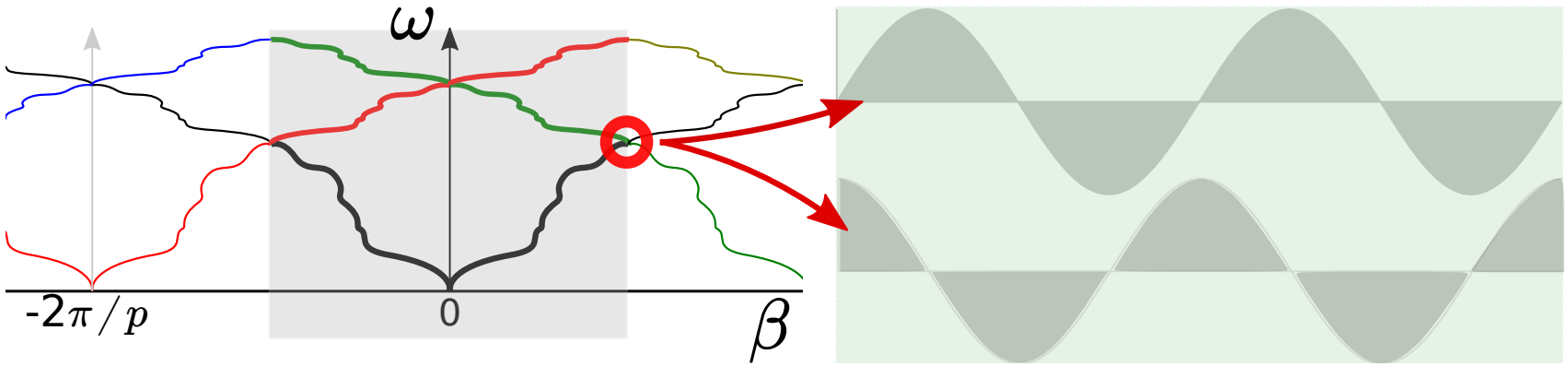




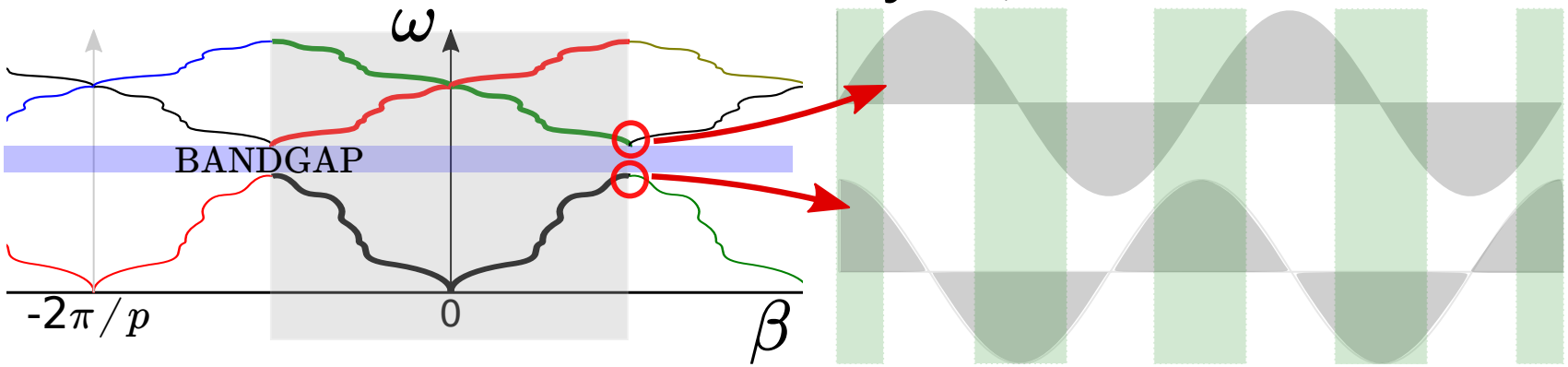
Armónicos espaciales y Celda de Brillouin



Armónicos espaciales y Celda de Brillouin

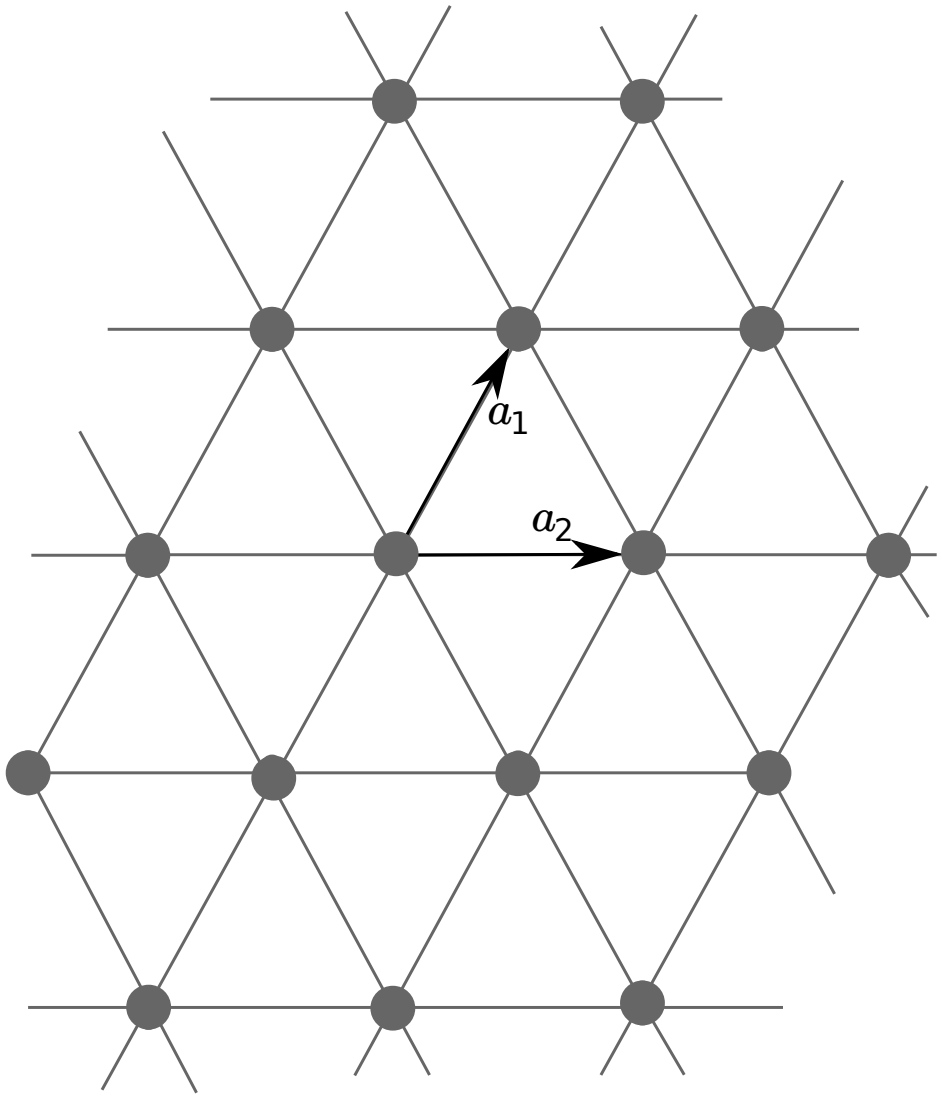


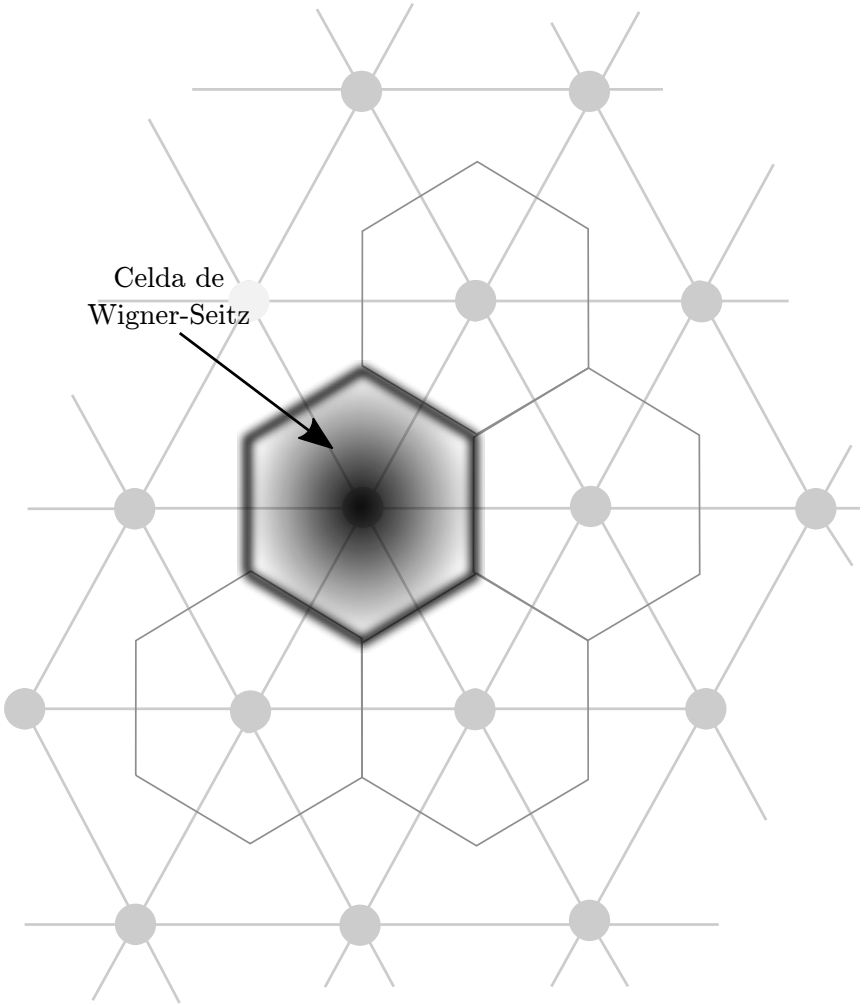
Principio variacional: Los estados de menor energía la concentran en la zona de mayor ϵ_r.



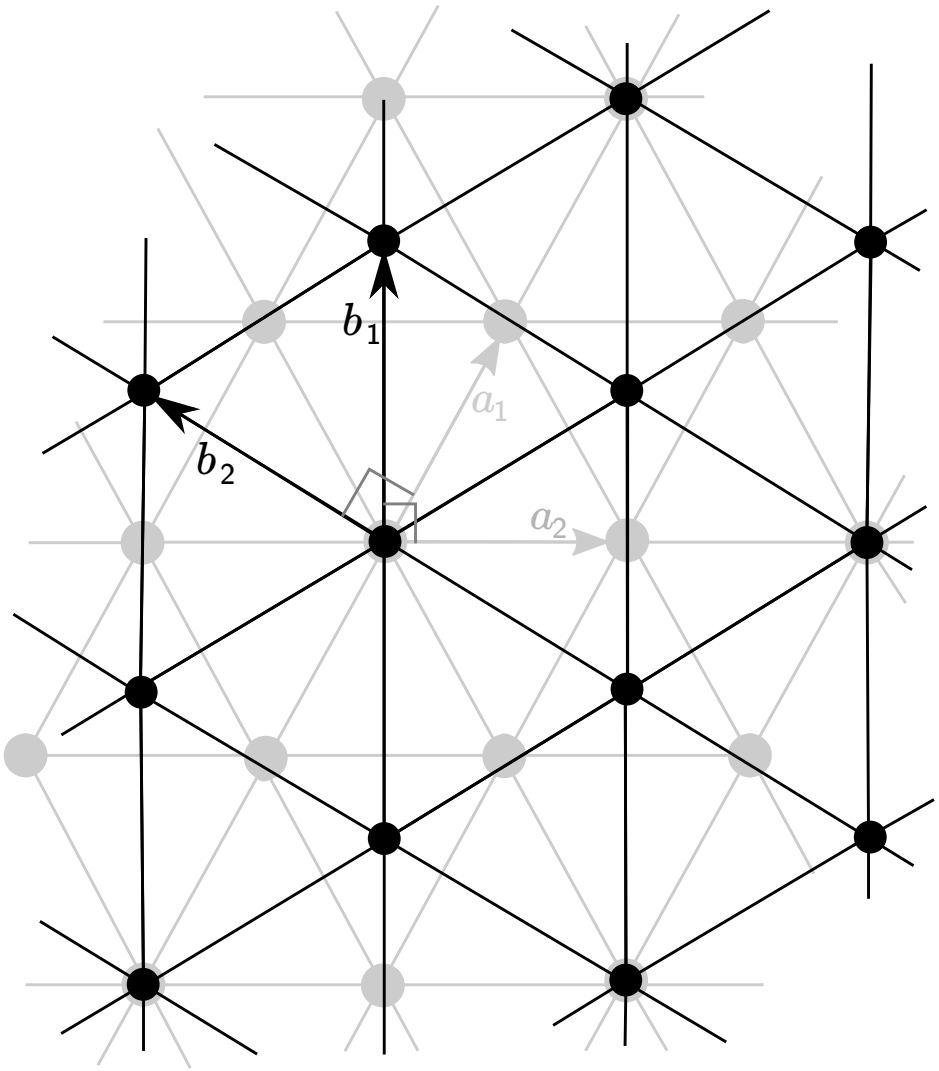
Debido a la ortogonalidad de los autoestados asociados al operador, existen estados, de mayor energía, donde la misma se concentra en el menor ϵ_r para el mismo β.

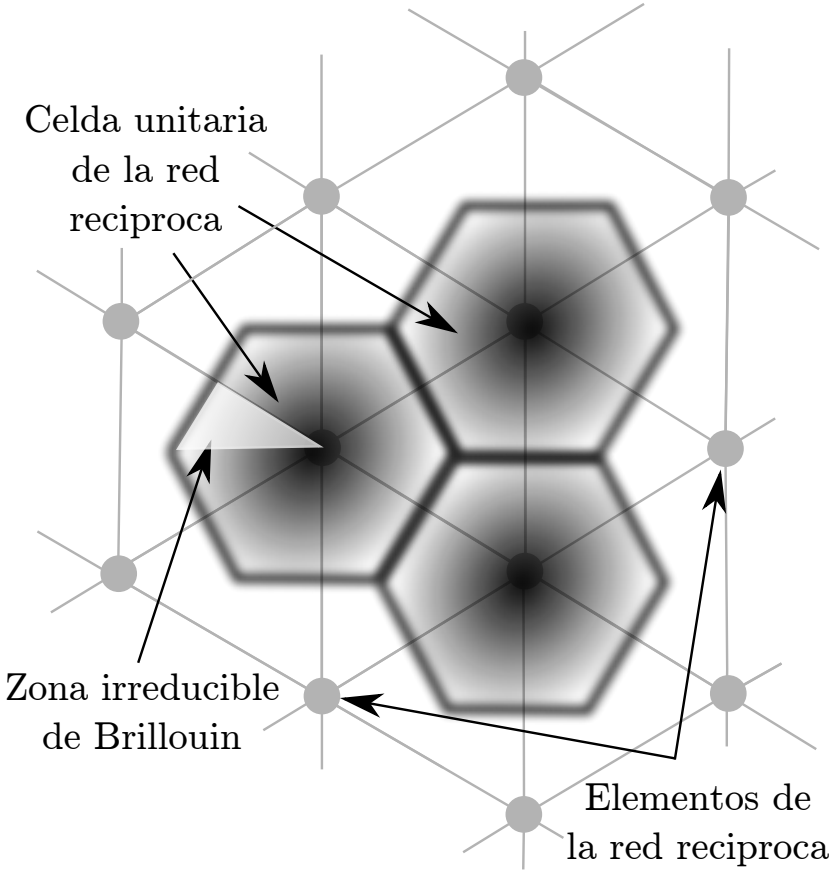
Red de Bravais y Celda de Wigner-Seitz



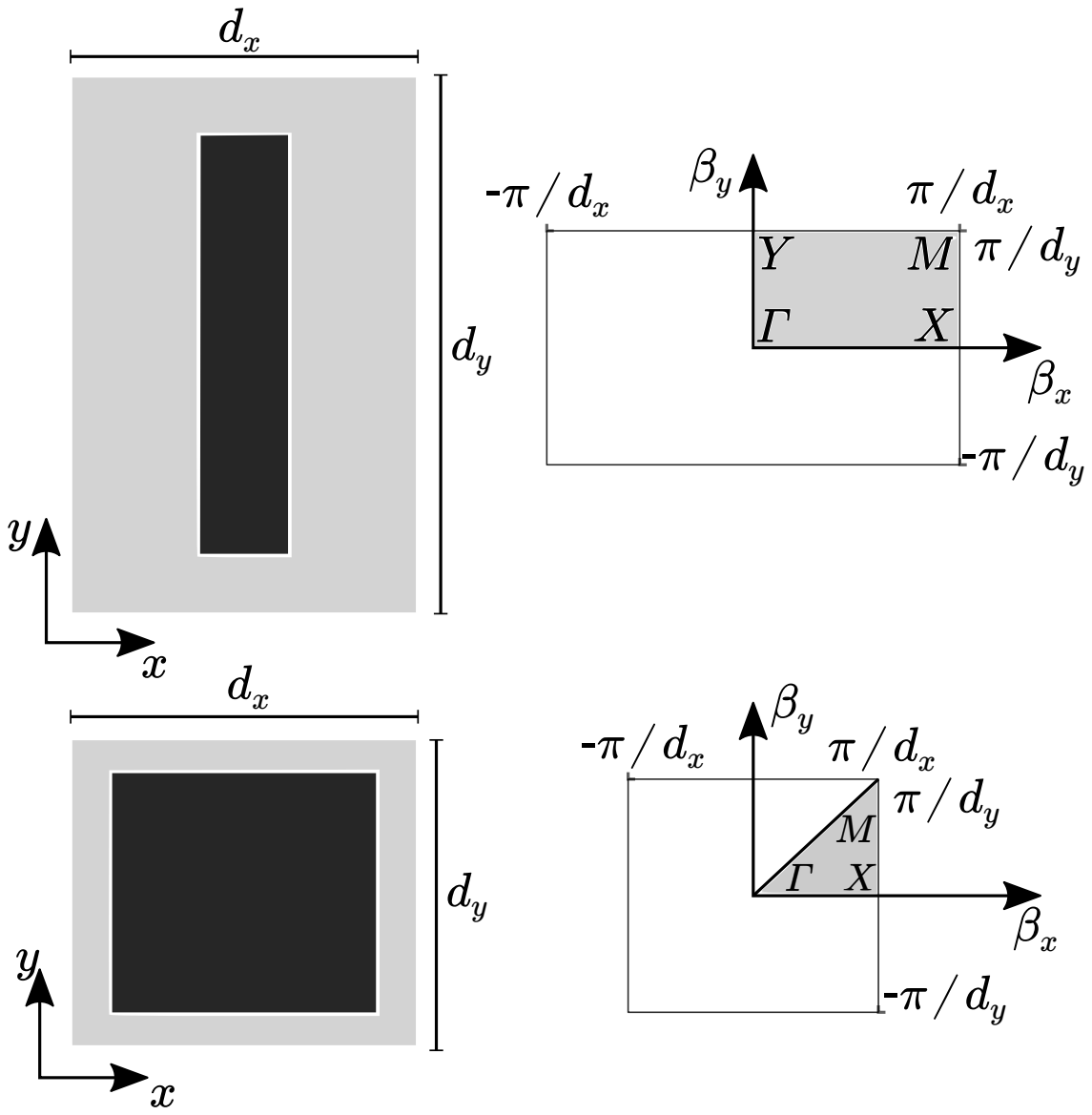


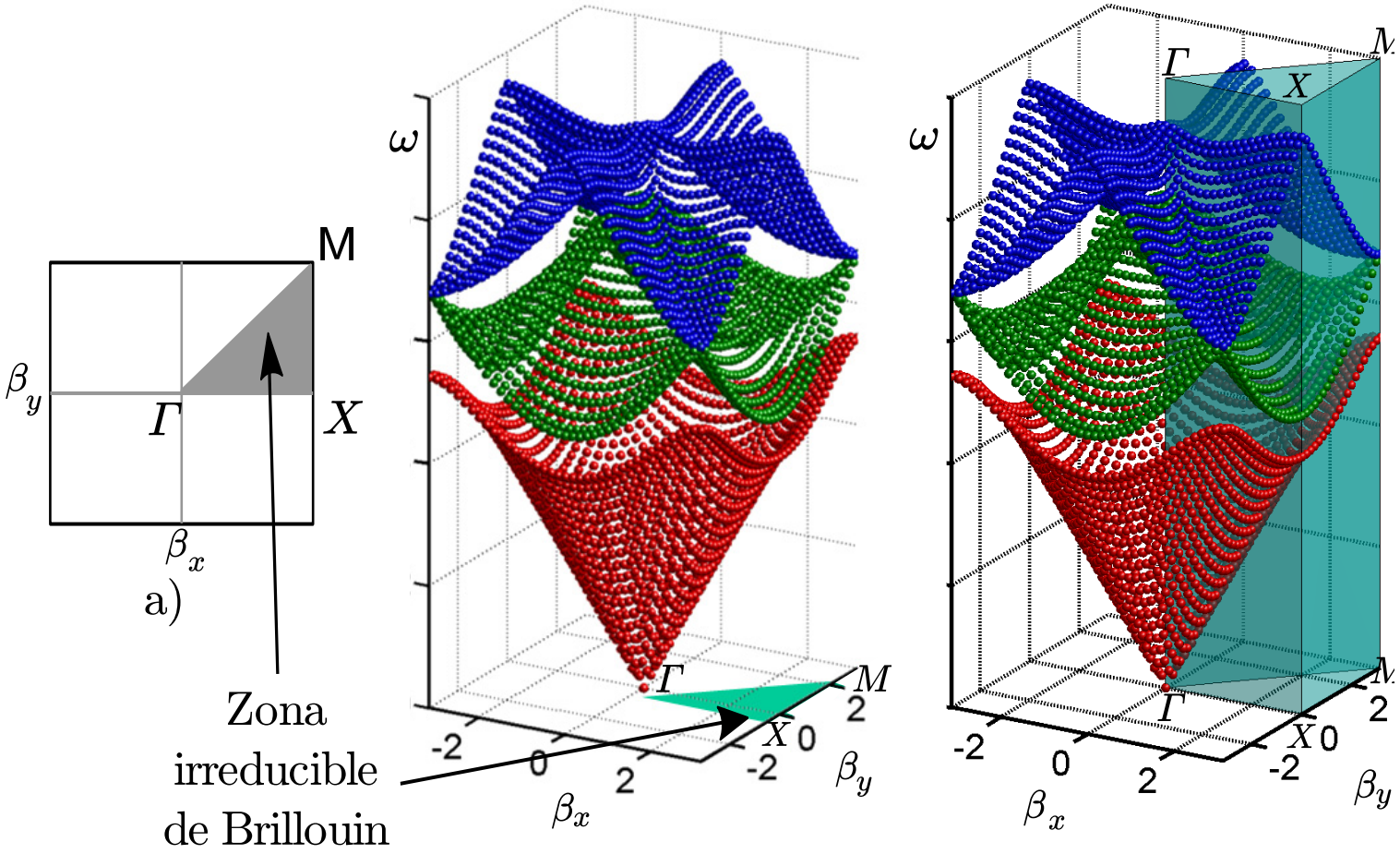
Red recíproca y Celda de Brillouin

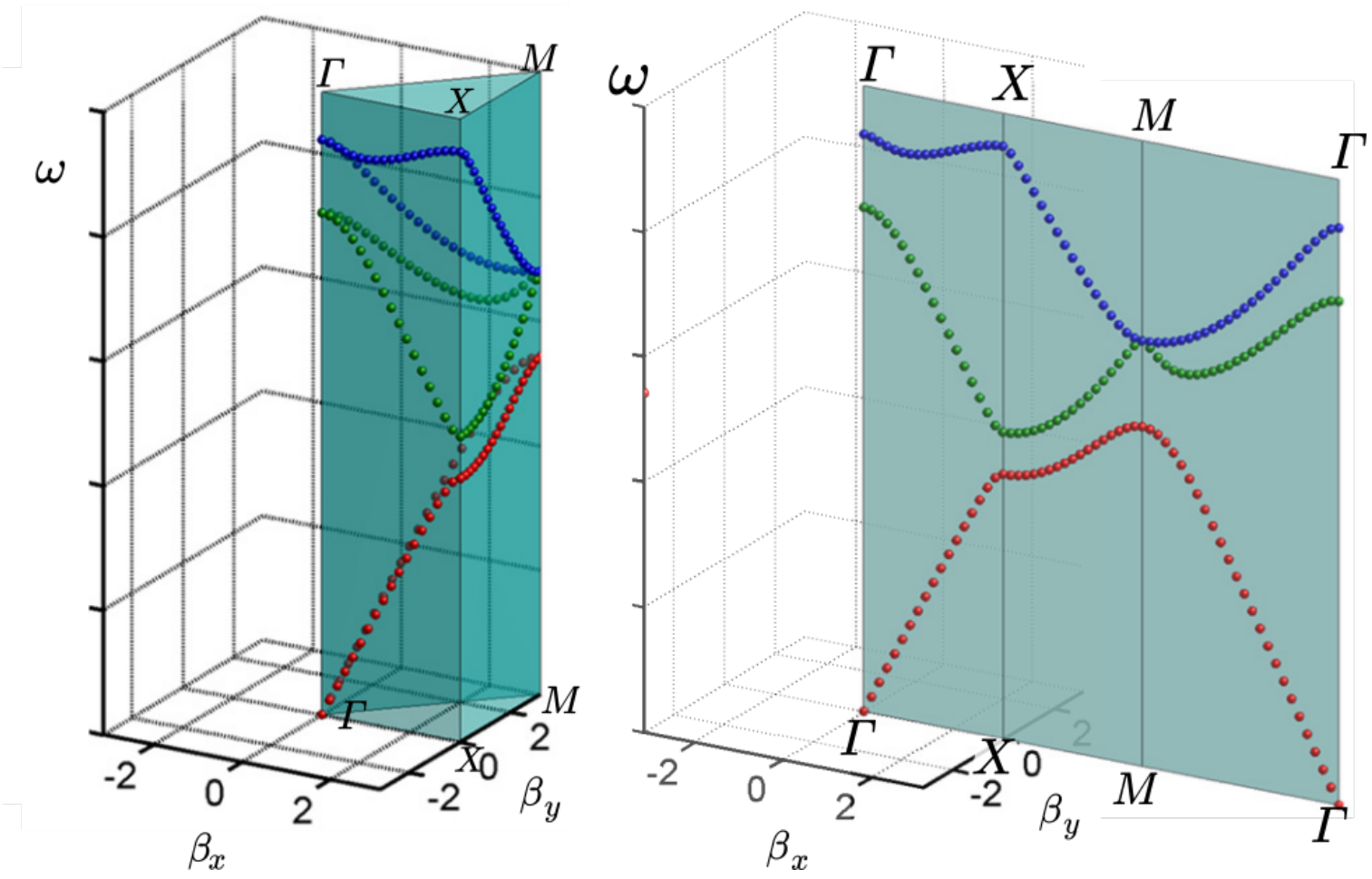


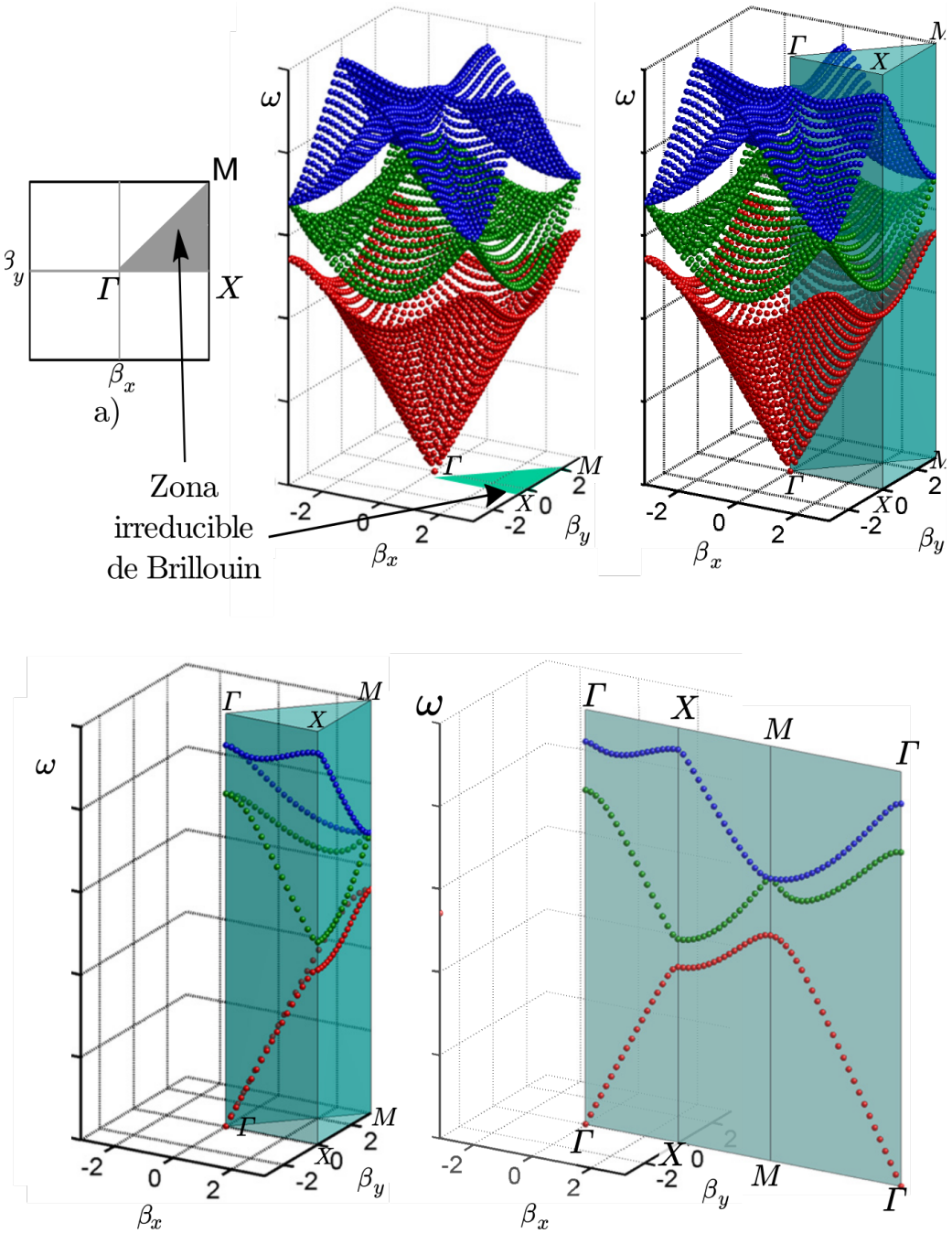


Red de Bravais y red recíproca para celdas rectangulares




M
β_y
Γ
X
β_x
a)
Zona
irreducible
de Brillouin
ω
Γ
M
X
-2
0
2
β_x
β_y
ω
Γ
X
M
Γ
X
M
-2
0
2
β_x
β_y


ω
Γ
X
M
Γ
M
X
Γ
-2
0
2
-2
0
2
β_x
β_y
ω
Γ
X
M
Γ
Γ
X
M
Γ
-2
0
2
-2
0
2
β_x
β_y


M
β_y
Γ
X
β_x
a)
Zona
irreducible
de Brillouin
ω
Γ
M
X
β_x
β_y
-2
0
2

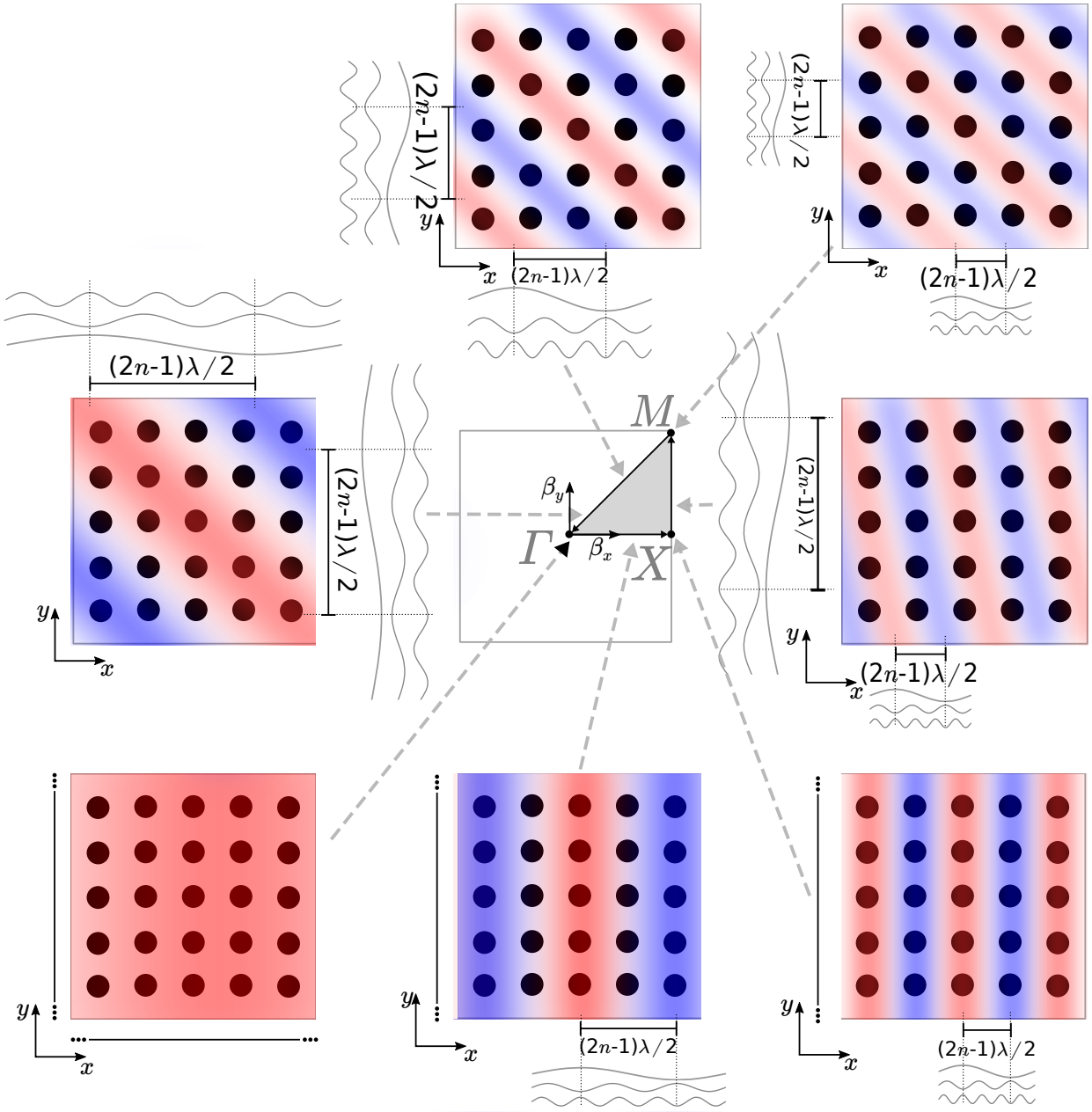
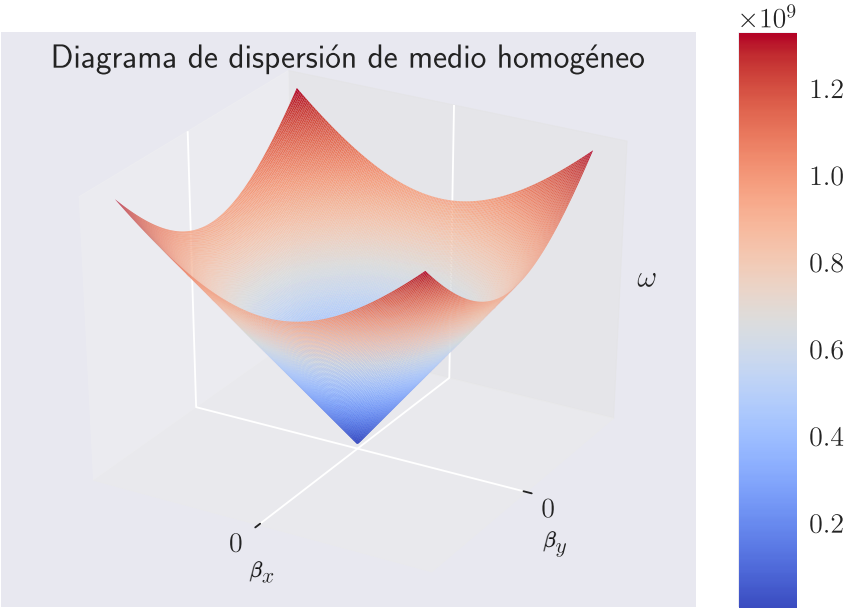
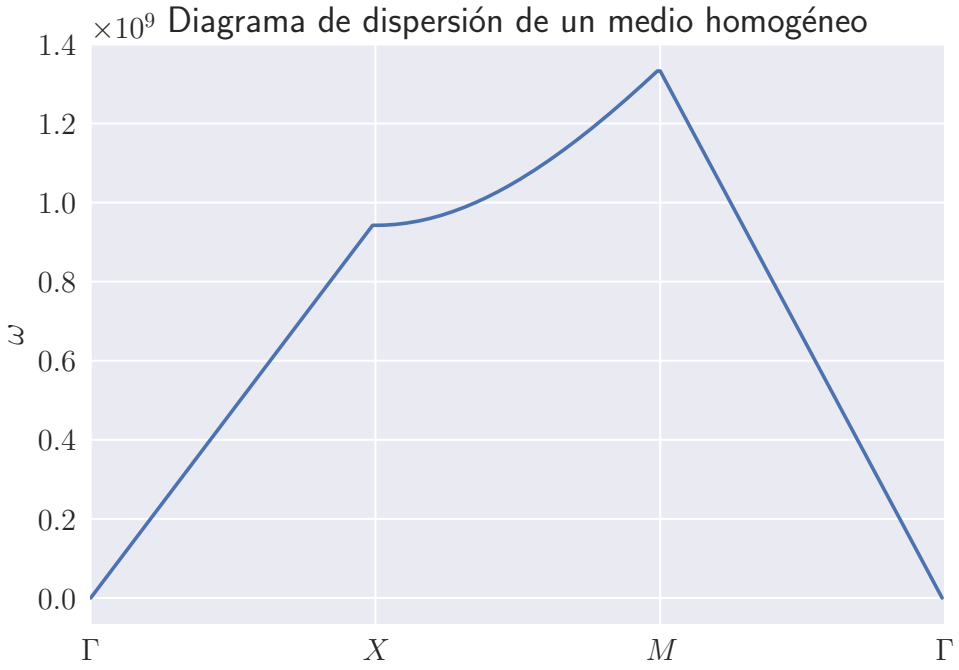

(2n-1)λ/2
M
Γ
X
β_y
β_x
x
y

Diagrama de dispersión bidimensional en medio homogéneo





Modelado numérico de estructuras EBG

1. Presentación del problema
2. Conceptos básicos de electromagnetismo
3. Fundamentos de EBGs
4. Modelado numérico de estructuras EBG
   - Parches unidos por trazas *microstrip*
   - Celda de Yang: Modelo circuital
   - Algoritmo propuesto
5. Aplicación a conjuntos de antenas
6. Conclusiones y propuestas

Modelado de estructuras EBG

Método	Dom	Tipo de problema	Software
FEM	f	Pequeños y complejos (incógnitas $\propto$ volumen).	*HFSS*
FDTD	t	Banda ancha. Resonantes (autovalores).	*CST*
MOM	f	Recintos abiertos.	*NEC-2, ADS, FEKO*

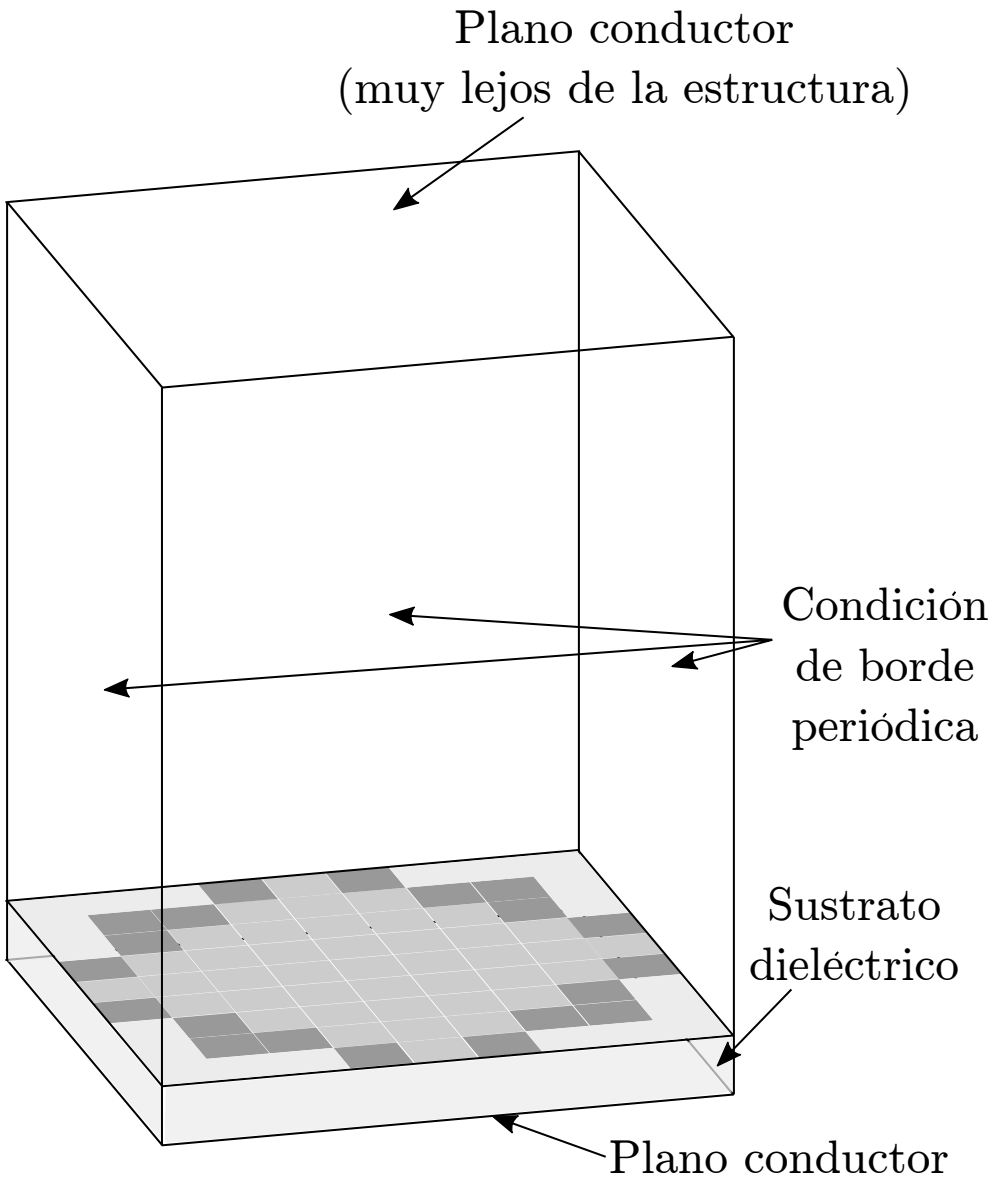
Modelado de estructuras EBG

Métodos semianalíticos:

- **TMM**: Método de matrices de transmisión (2D).
- **TLM**: Método de matrices de líneas de transmisión (2D, 3D).
- **Circuitos equivalentes** (primer modo, bajas frecuencias, 2D).

El modelo de circuitos equivalentes no es capaz, por sí mismo, de predecir diagramas de dispersión.

Problema de autovalores con métodos de onda completa



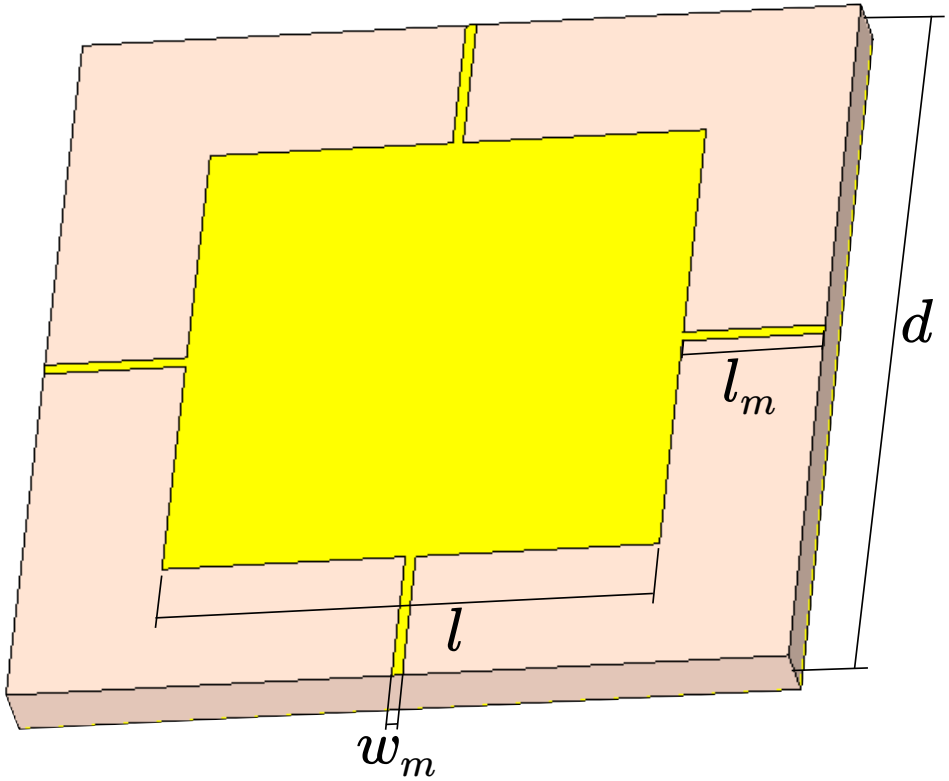
Simulación de una única celda unitaria describe la estructura infinita.

PBC

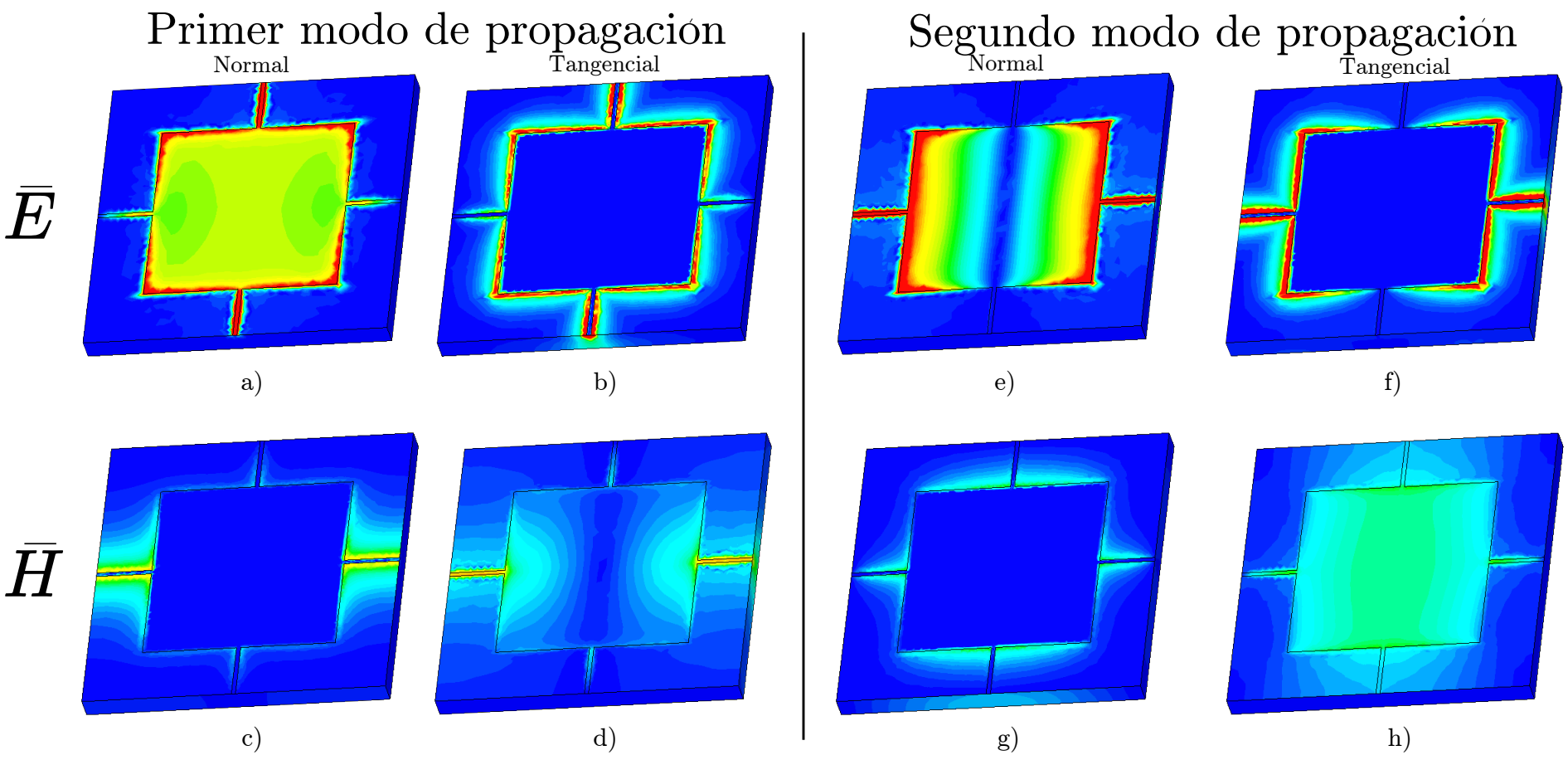
Bloch: Campo periódico con igual periodicidad que el material, a excepción de un factor de fase.

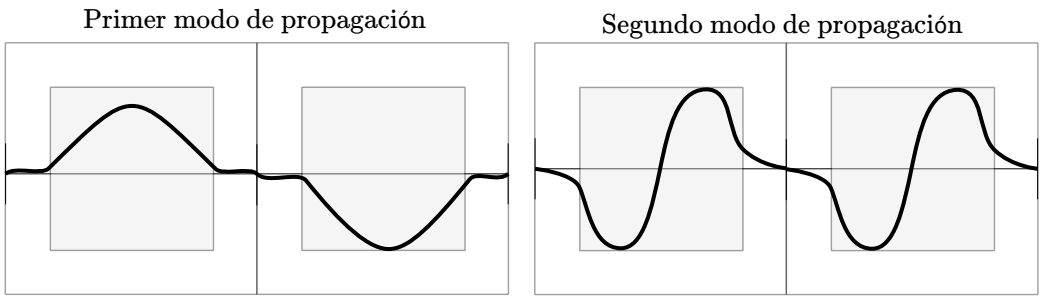
Condición de borde: Diferencia de fase entre paredes enfrentadas.

Parches cuadrados unidos por trazas *microstrip*



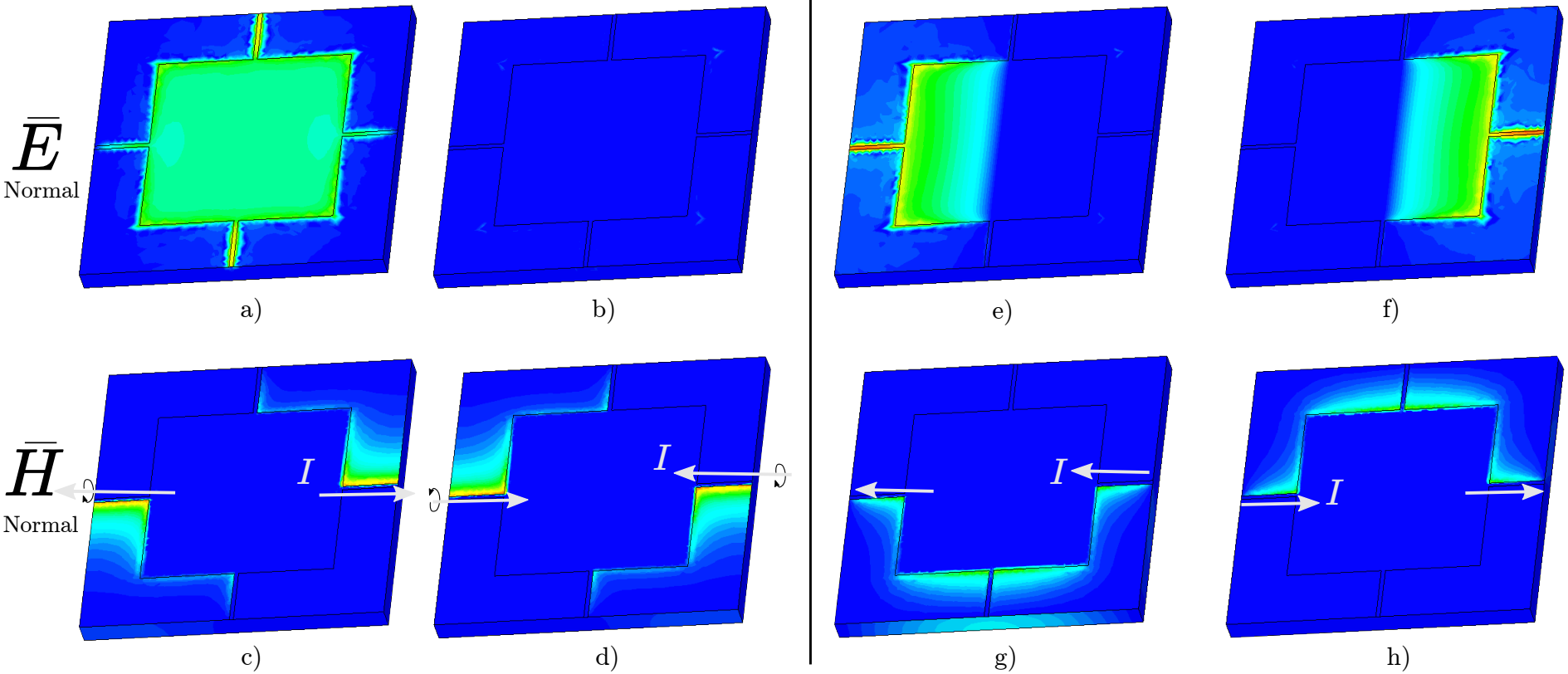
Zona de Brillouin triangular.


Primer modo de propagación
Segundo modo de propagación
Normal
Tangencial
Normal
Tangencial
$\bar{E}$
$\bar{H}$
a)
b)
e)
f)
c)
d)
g)
h)


Primer modo de propagación
Segundo modo de propagación

Primer modo de propagación

Segundo modo de propagación



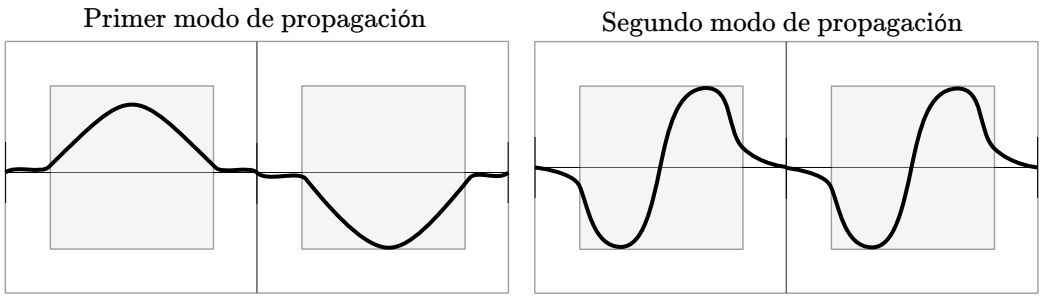


Diagrama de dispersión por método de onda completa

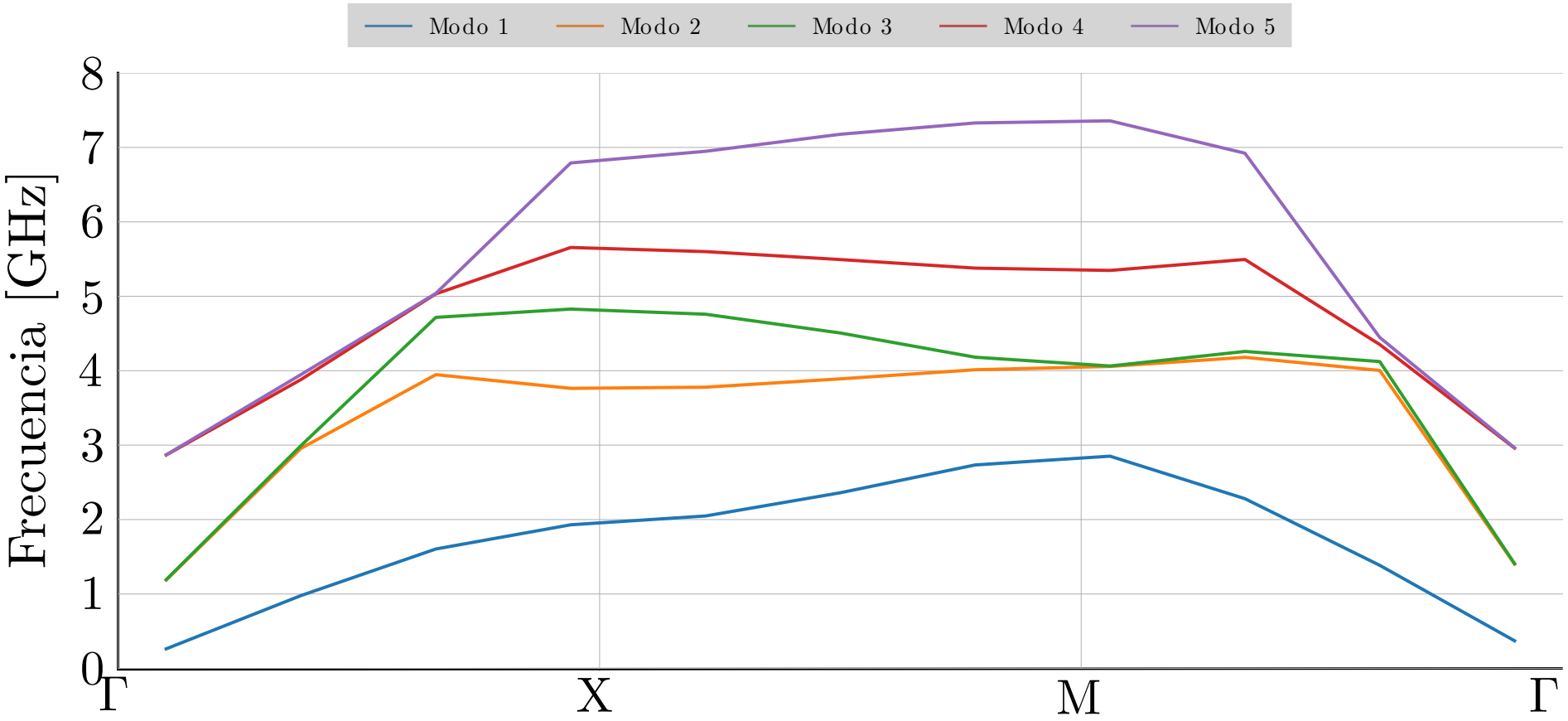


Diagrama de dispersión por método de onda completa

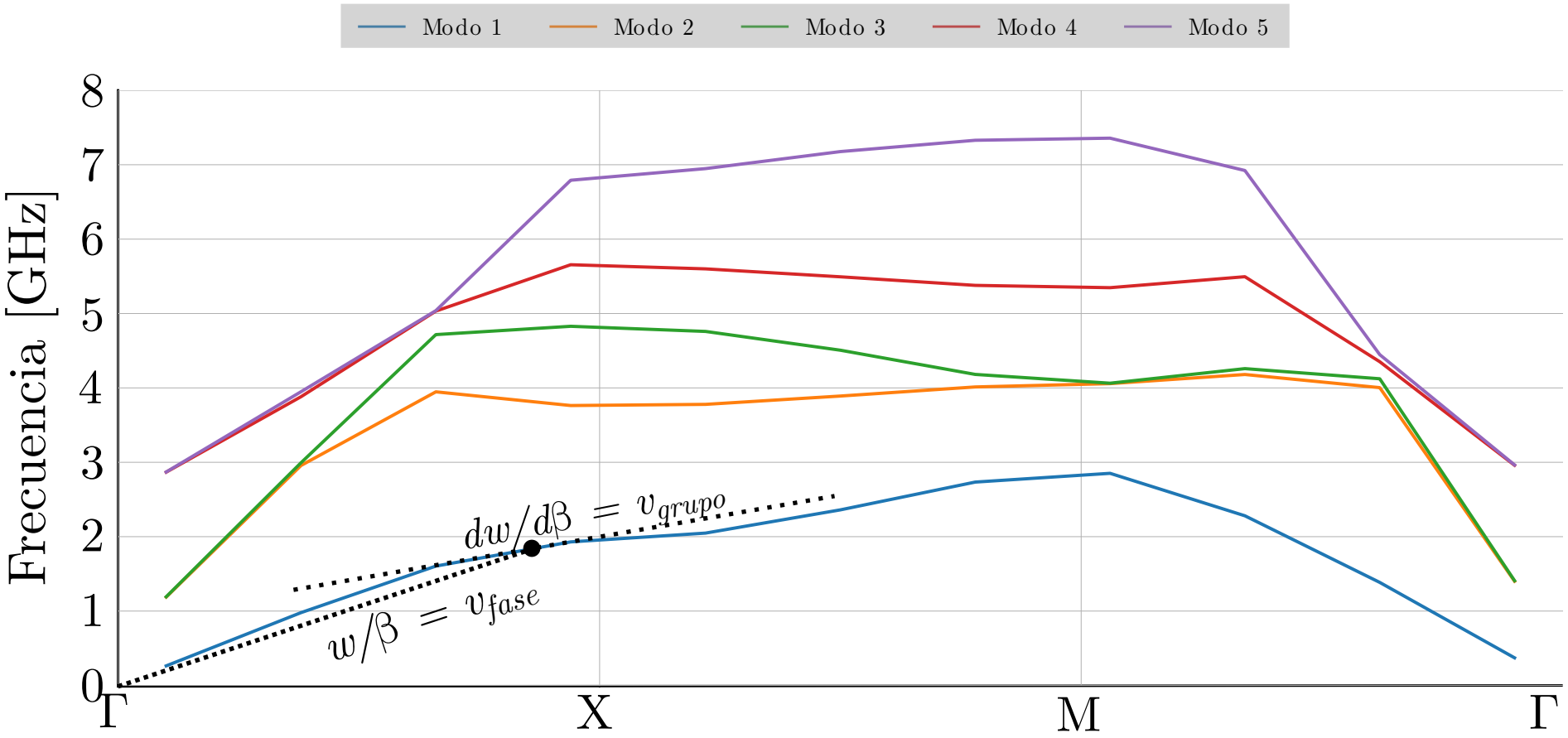
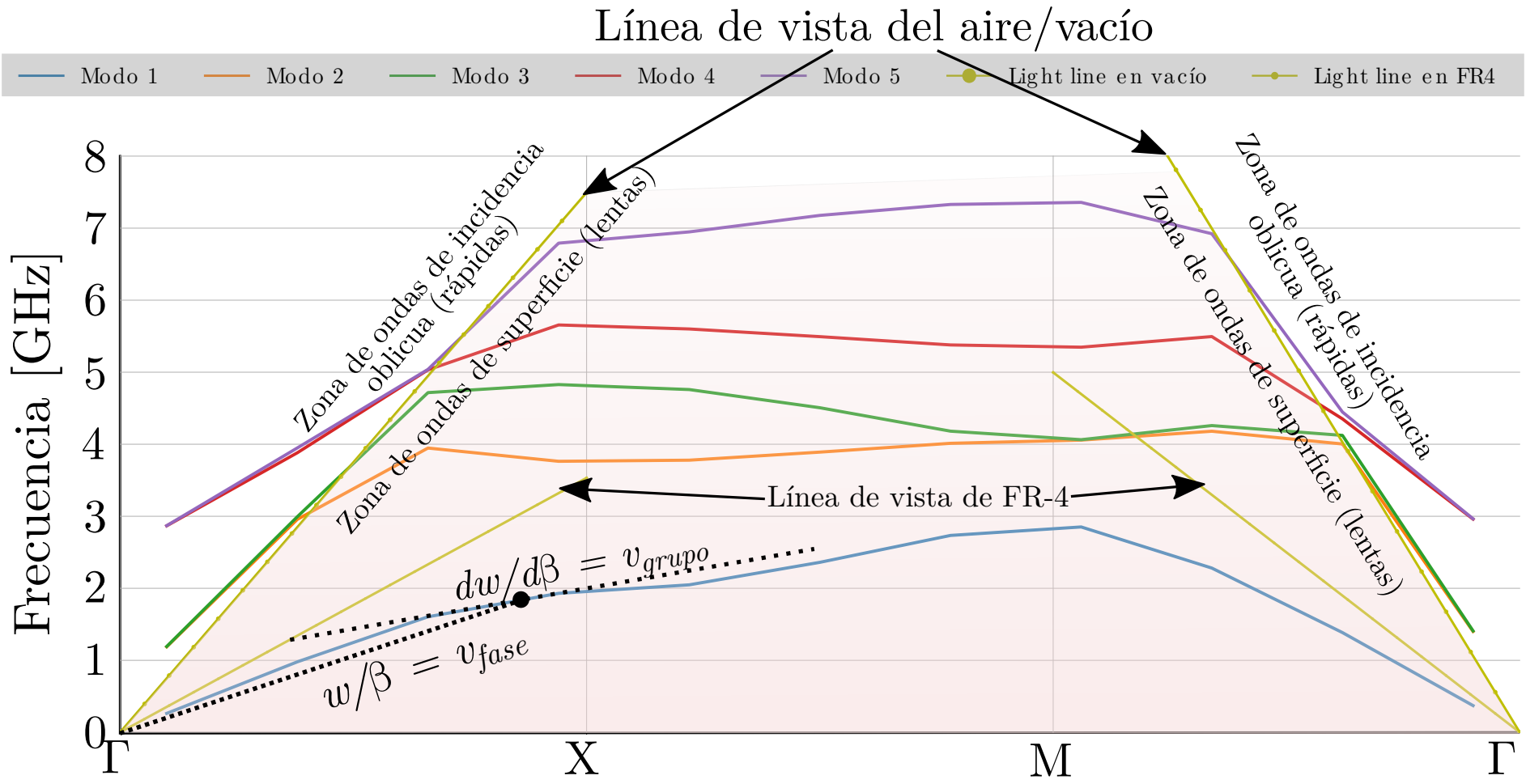
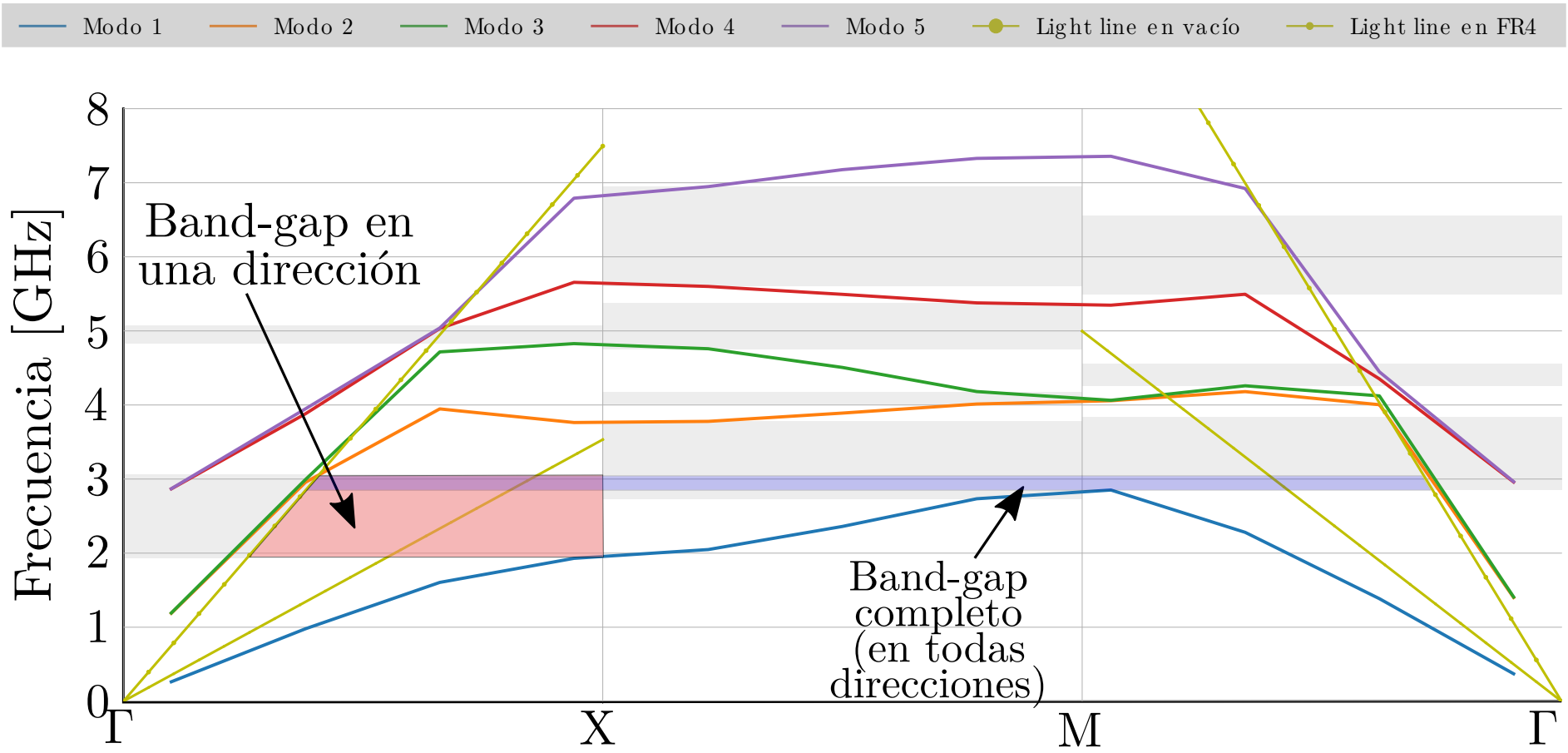


Diagrama de dispersión por método de onda completa



Línea de vista: Comportamiento de onda plana que circula por un medio homogéneo de ese material.

Diagrama de dispersión por método de onda completa

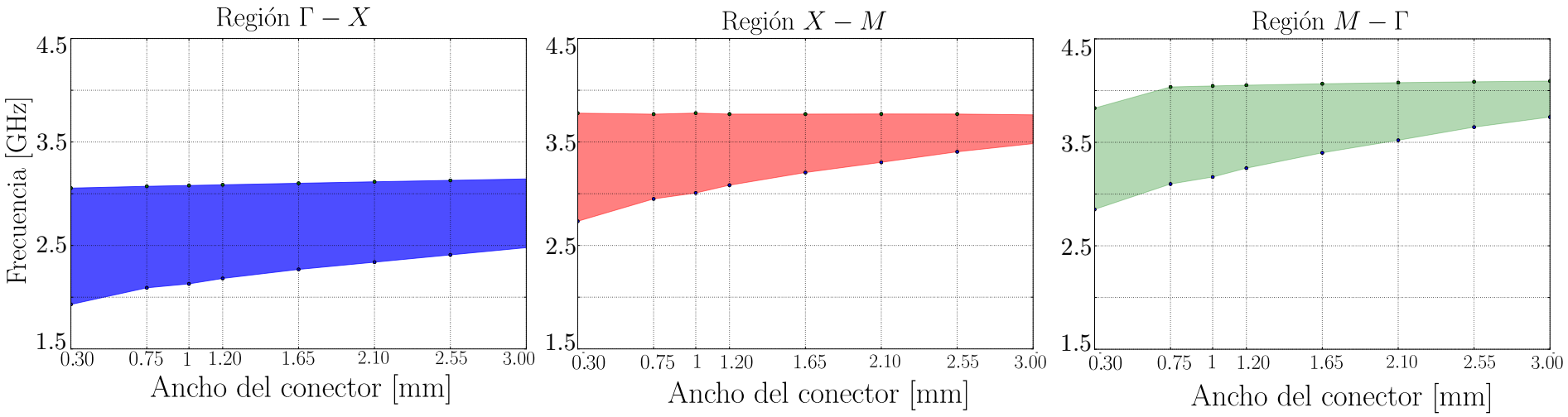


Bandgaps: Se calculan para las tres direcciones en forma separada, por debajo de la línea de vista del vacío.

Análisis paramétrico de la celda

Variación del ancho del puente

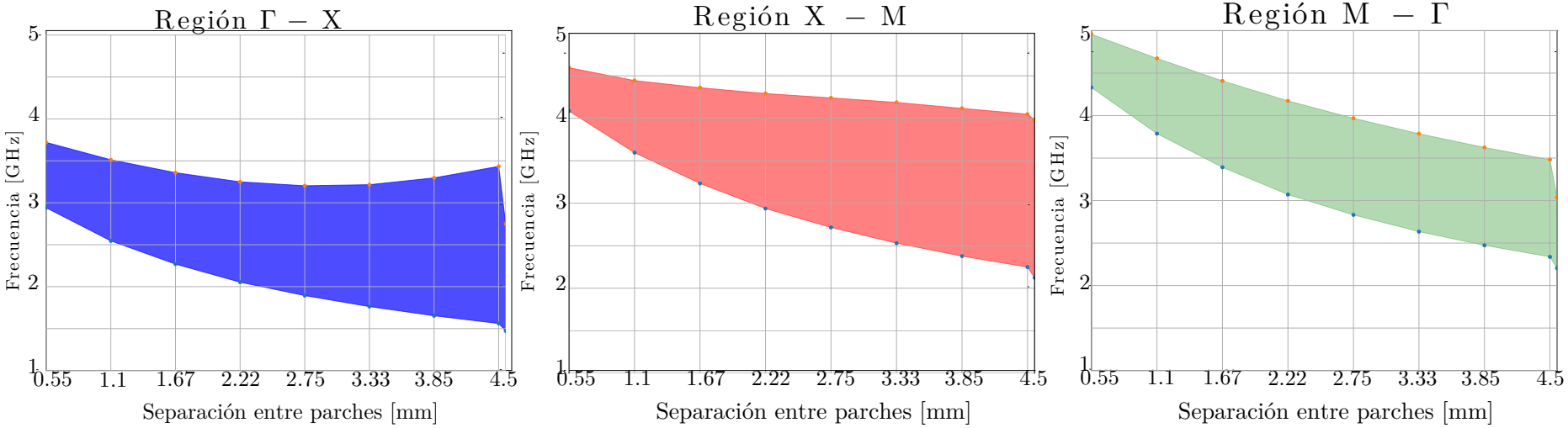
Variación, según región, del primer bandgap en función de la variación de ancho del conector
Lado de celda: 20 mm. Lado de parche 18 mm. ϵ_r: 4.5. Ancho FR4: 1.6 mm



Análisis paramétrico de la celda

Variación del largo del puente

Variación, según región, del primer bandgap en función de la variación del largo de los puentes
Lado del parche: 15 mm. Ancho del puente: 1 mm. εr: 4.5. Ancho de FR4: 1.6 mm.

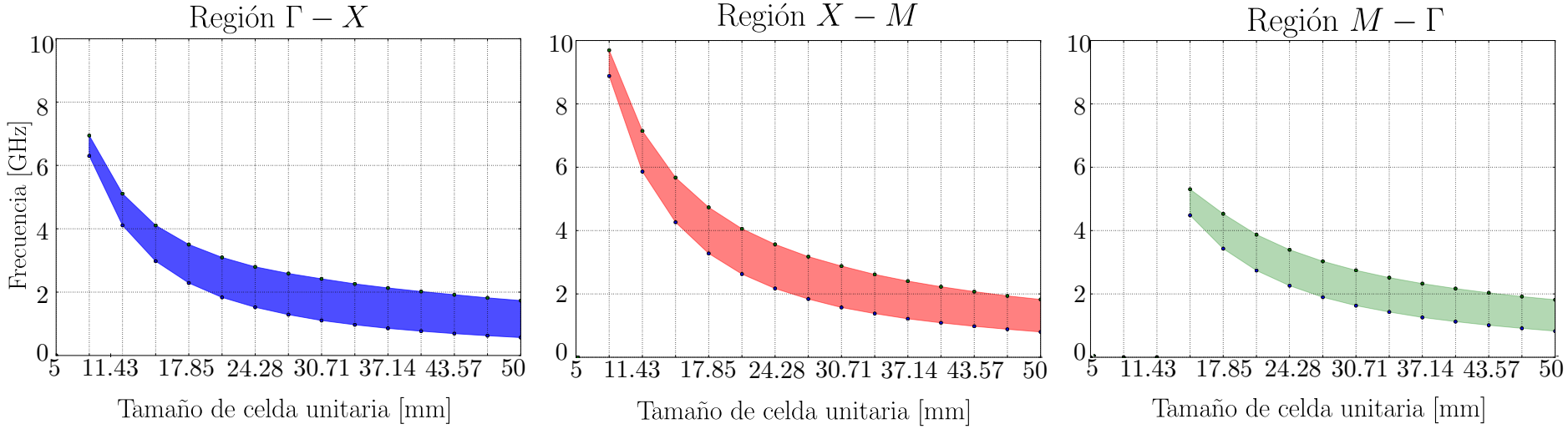


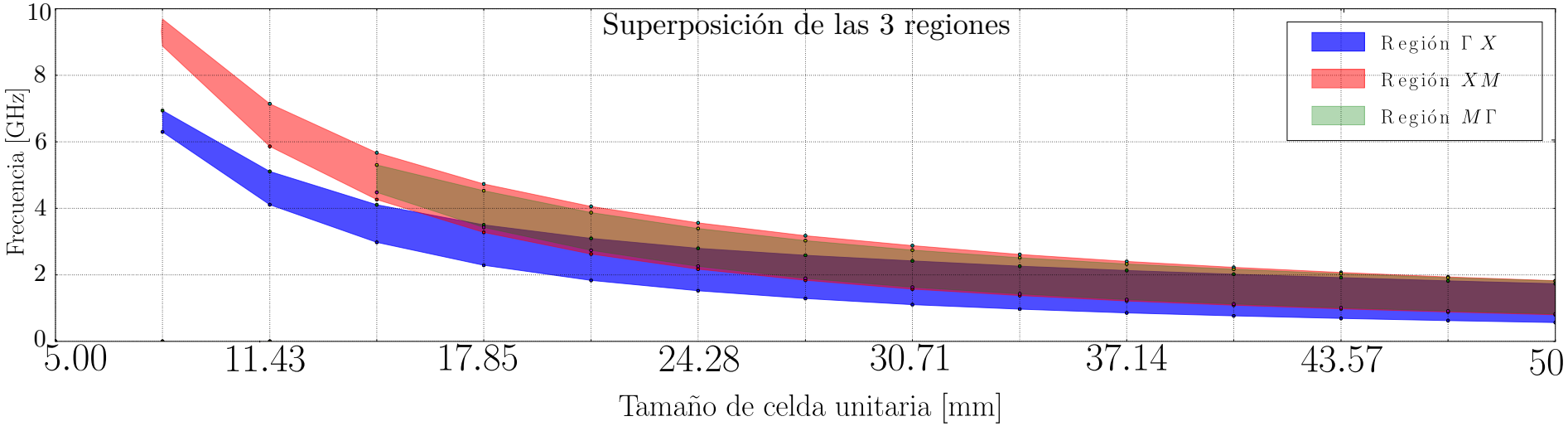
Análisis paramétrico de la celda

Variación del tamaño de celda

Variación, según región, del primer bandgap en función de la variación de tamaño de celda unitaria

Lado de parche 3/4 (LadoCelda). ϵ_r: 4.5. Ancho del puente: 1 mm. Ancho de FR4: 1.6 mm (a tamaño de mushroom fijo)

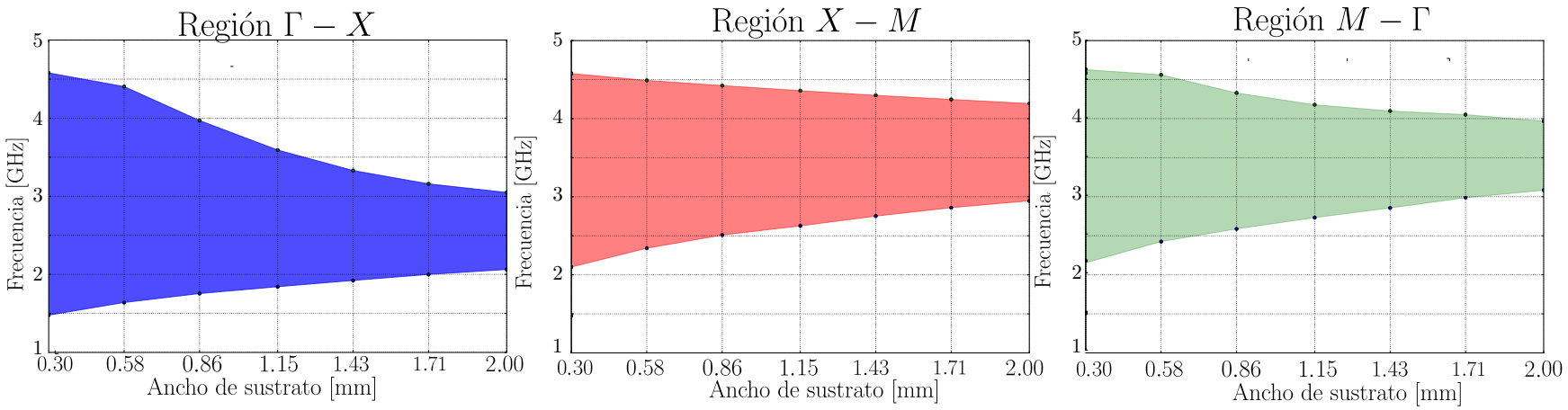


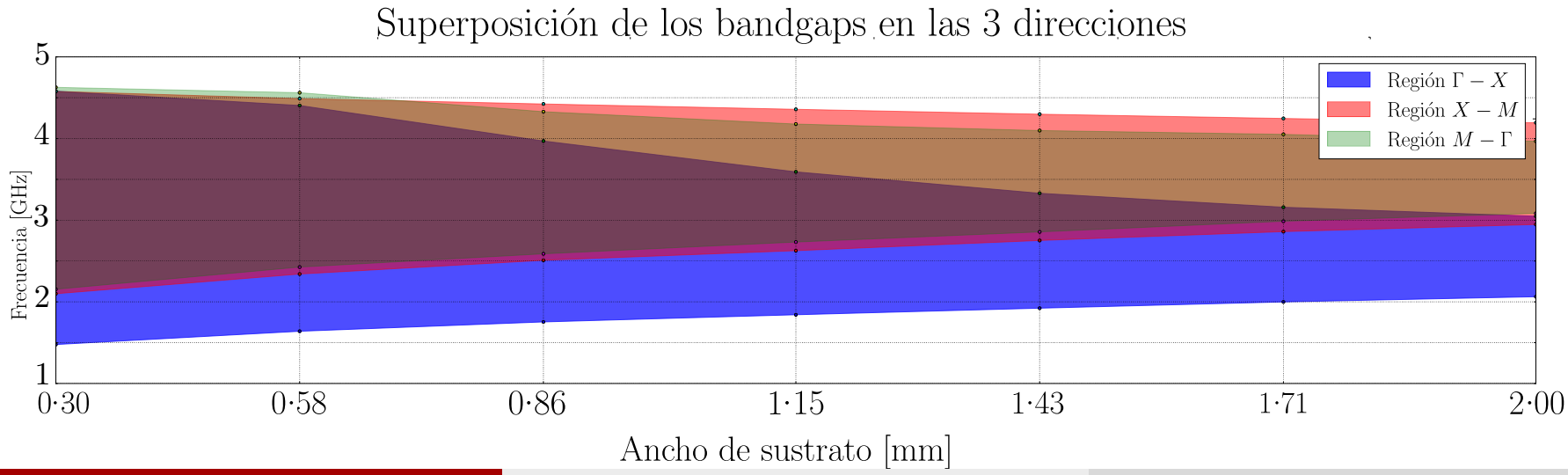


Análisis paramétrico de la celda

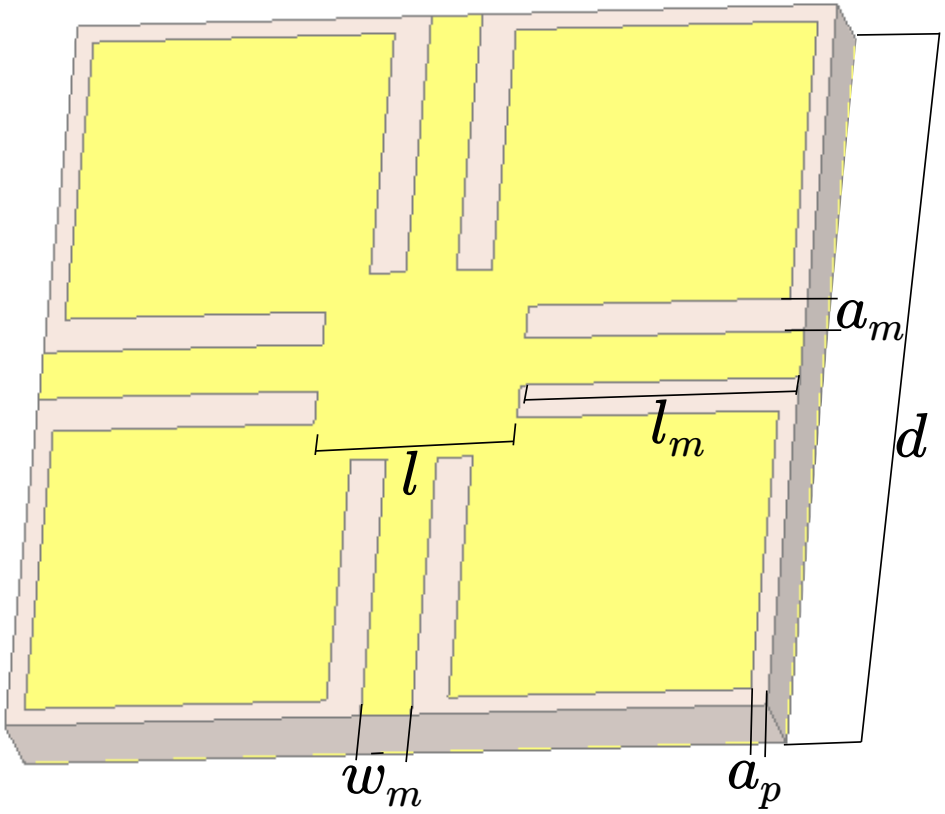
Variación del ancho del sustrato

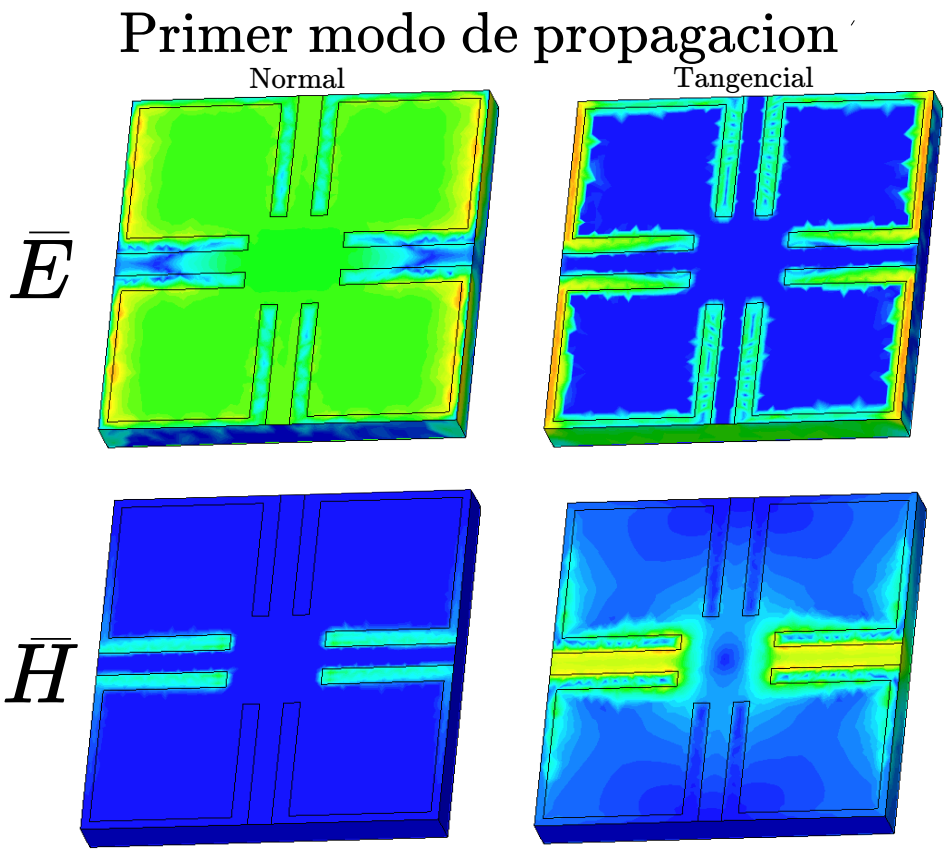
Variación, según región, del primer bandgap en función de la variación de ancho de sustrato
Lado de celda: 20 mm. Lado de mushroom: 15 mm. ϵ_r: 4.5. Ancho del puente: 1 mm.





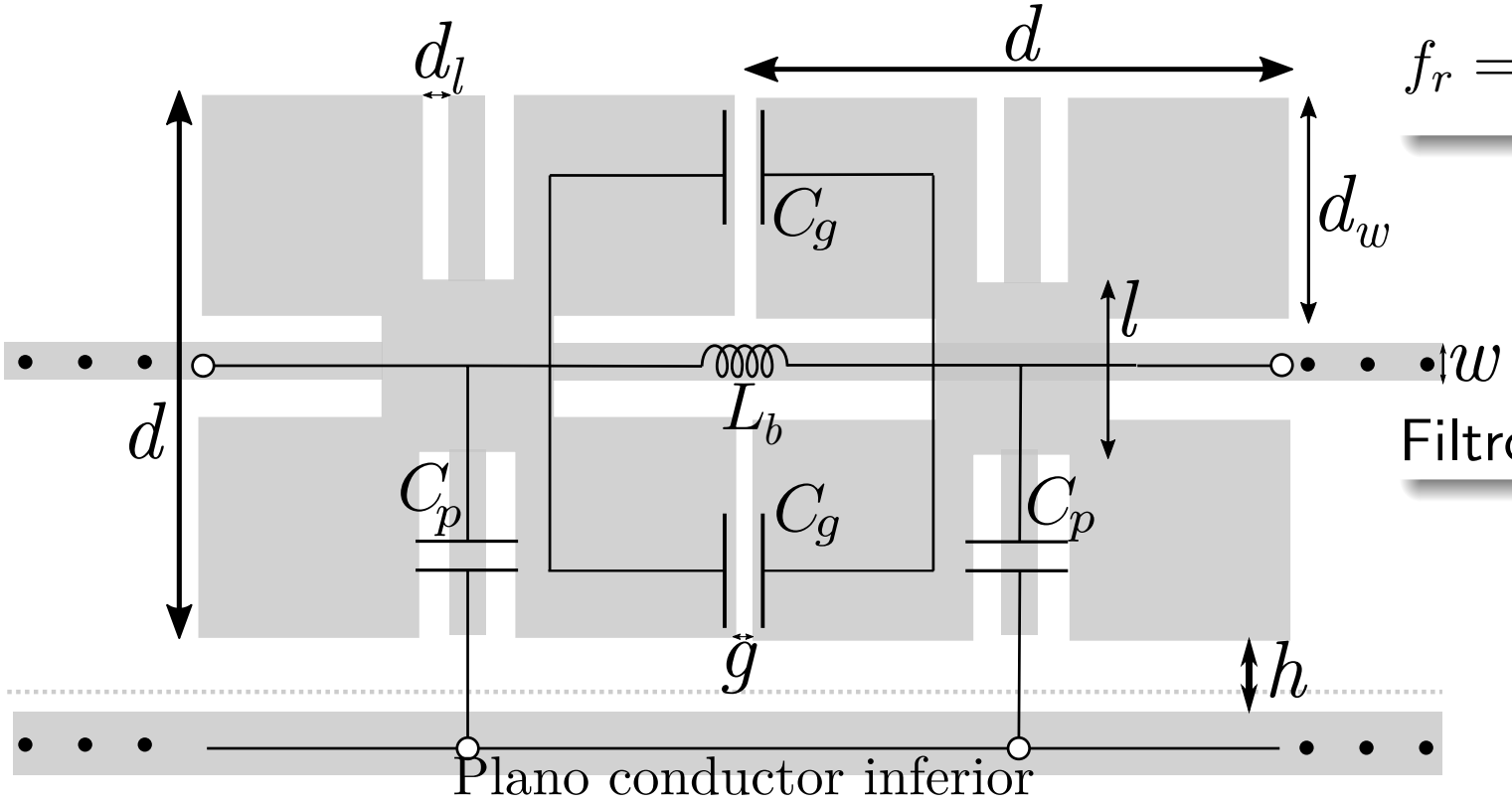
Celda de Yang, Ma, Qian e Itoh





Modelo circuital I

No se tendrán en cuenta efectos de alta frecuencia.



$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Filtro *notch*.

d	l	w	d_l	g	h	d_w
22,6 mm	6 mm	1,1 mm	0,8 mm	0,8 mm	1,6 mm	16,6 mm

Modelo circuital I

Inductancia de puente, L_b

Tres acercamientos distintos:

- Kim, Schutt-Ainé (2008)):

$$L_b = 0{,}2 \text{ nH/mm} \cdot \ln\left(2\pi \frac{h}{w}\right)$$

- C. Paul (2010):

$$L_b = \begin{cases} \frac{60l}{c} \ln\left(\frac{8h}{w} + \frac{w}{4h}\right) & \text{para } \frac{w}{h} \leq 1 \\ \frac{120\pi l}{c} \frac{1}{w/h + 1{,}393 + 0{,}667 \ln(w/h + 1{,}444)} & \text{para } \frac{w}{h} > 1 \end{cases}$$

- Ansys Q3D Extractor, usando BEM (*Boundary Element Method*).

Kim, Shutt-Ainé	C. Paul	*Ansys Q3D Extractor*
$7{,}34\ nH$	$8{,}2\ nH$	$7{,}7\ nH$

Modelo circuital I

Capacidad entre celdas vecinas, C_g, y con plano de tierra, C_p

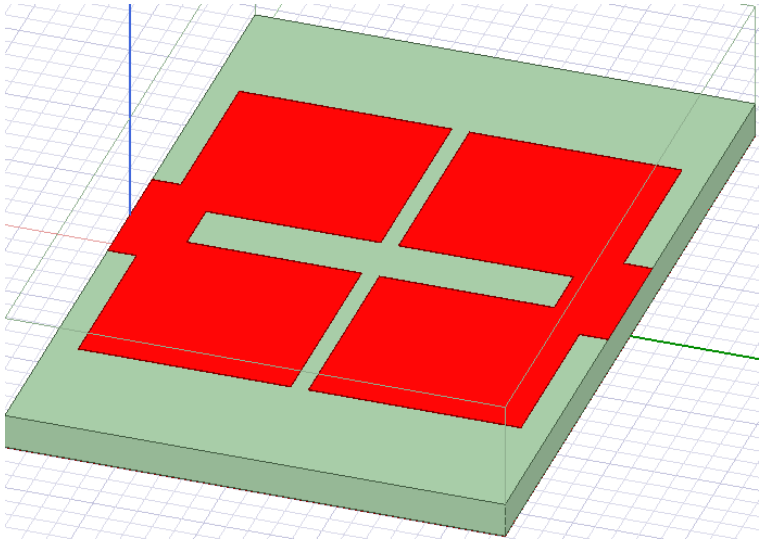
Dos acercamientos distintos:

- C. Paul (2010):

$$C_g = \frac{d_w \epsilon_0 (1+\epsilon_r)}{\pi} \cosh^{-1}\left(\frac{2d_w + g}{g}\right)$$

- *Ansys Q3D Extractor*.

C. Paul	*Ansys Q3D Extractor*
$475\ fF$	$130\ fF$



- Placas planas paralelas:

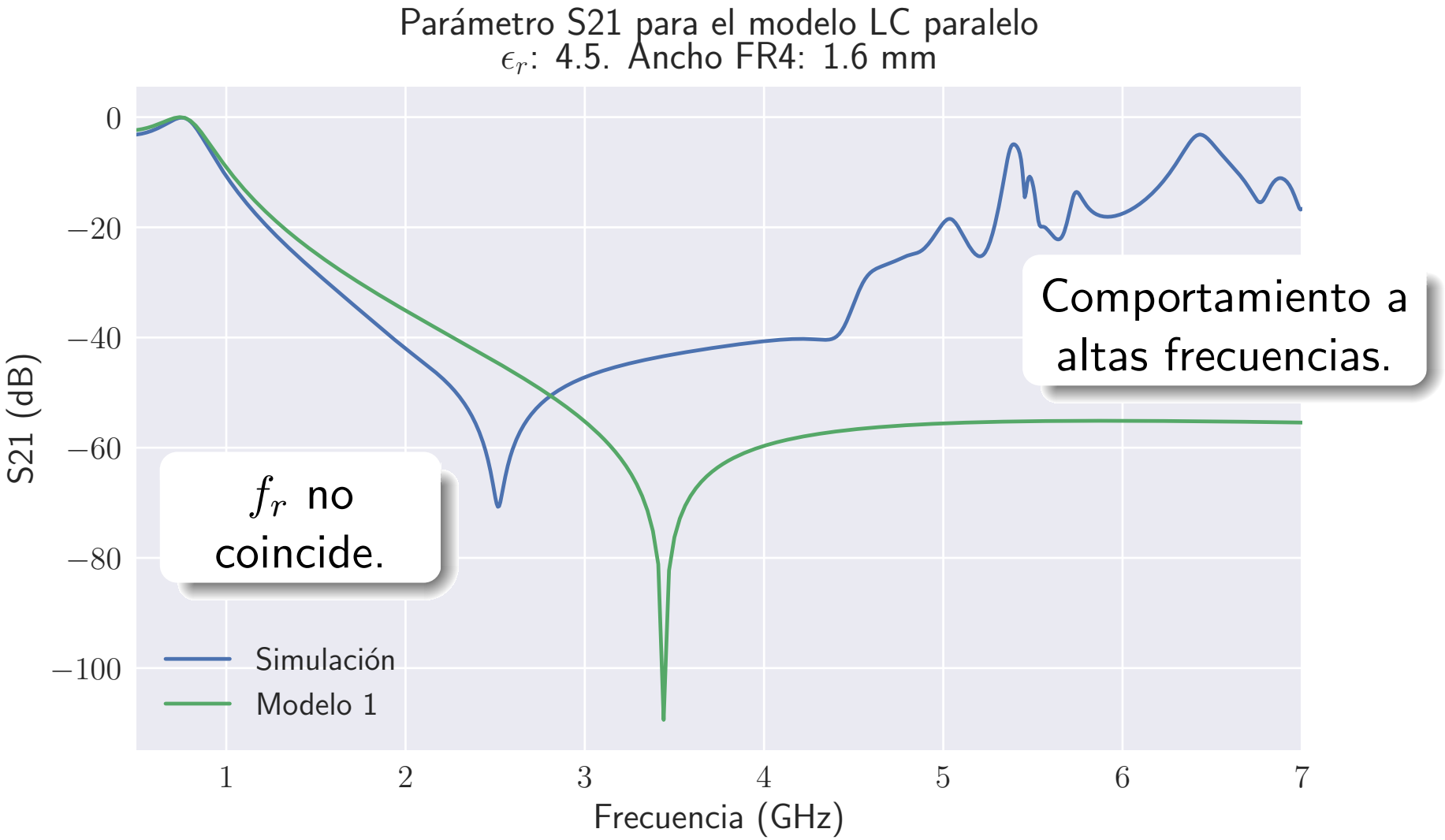
$$C_p = A\frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{h}$$

Placas planas	*Ansys Q3D Extractor*
$11{,}14\ pF$	$12{,}26\ pF$

- *Ansys Q3D Extractor*.

Modelo circuital I

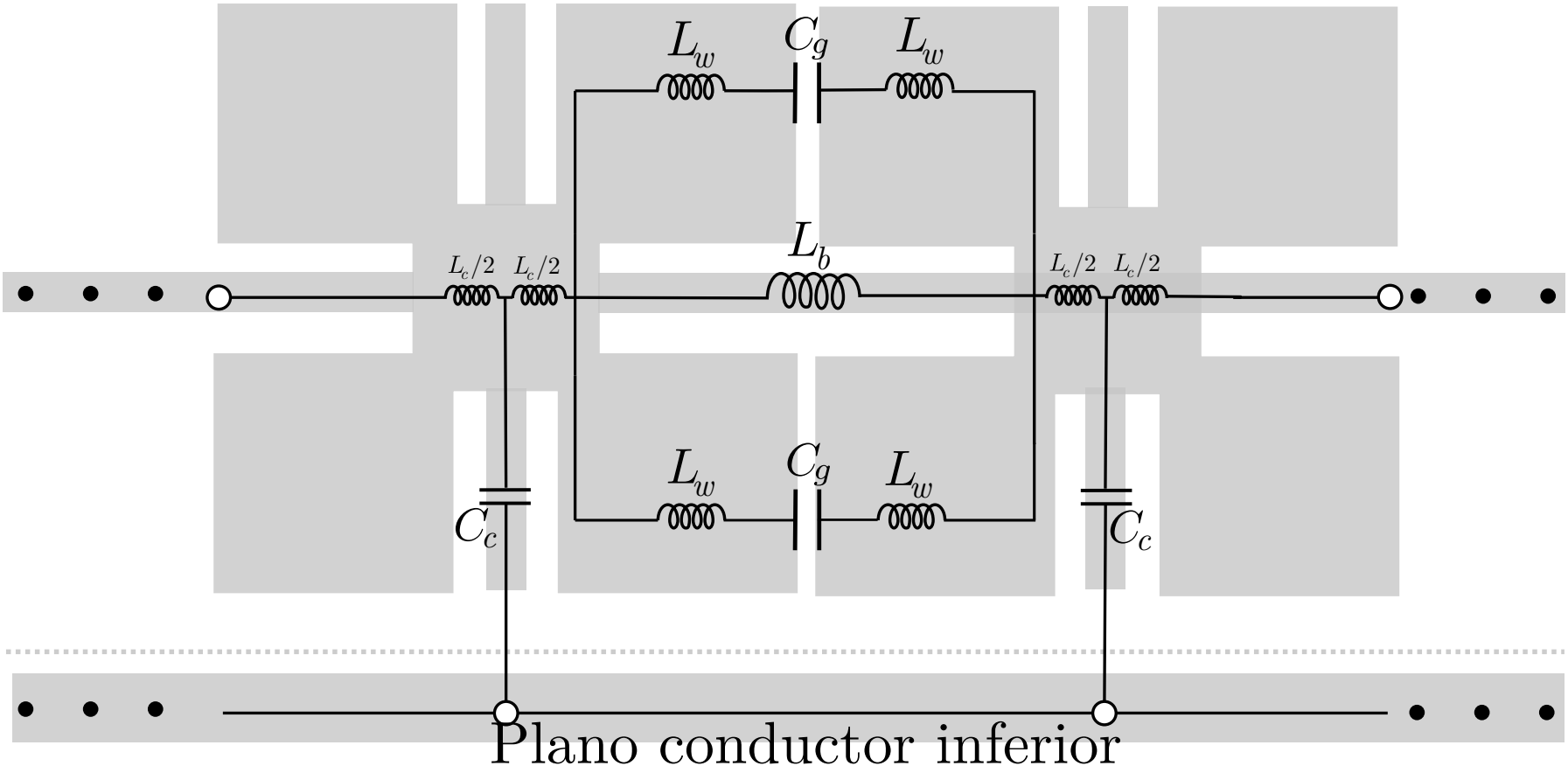
Resultado de la simulación



Modelo circuital II

Las **esquinas** presentan **inductancia** no despreciable:

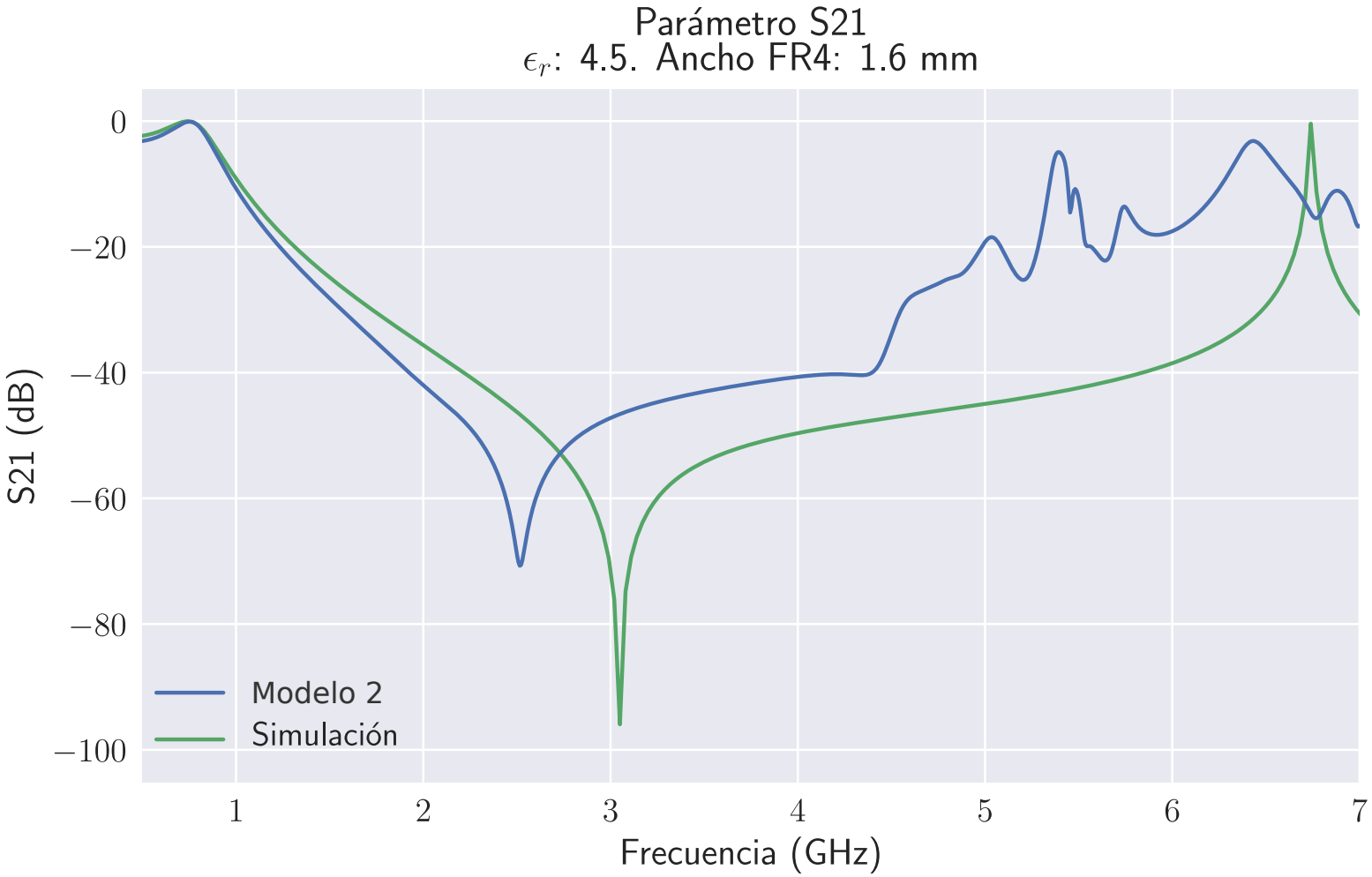
- Resonancia serie, un camino de menor impedancia, ↓ BW del *bandgap*.
  - ↓ f_r^p: C_g resuena con una inductancia mayor.



Modelo circuital II

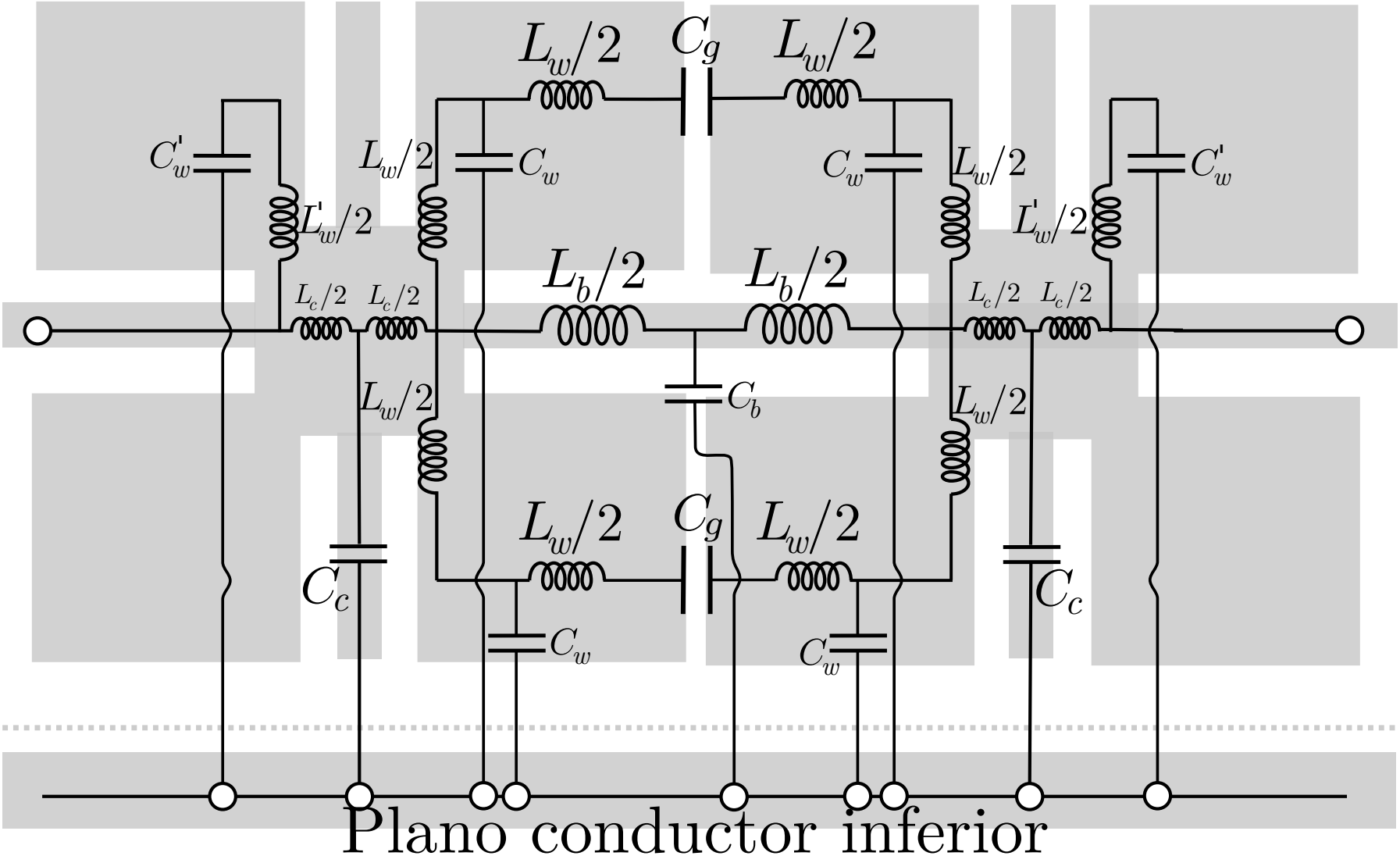
L_w.

Kim, Shutt-Ainé	C. Paul	*Ansys Q3D Extractor*
$2\ nH$	$1{,}55\ nH$	$4\ nH$

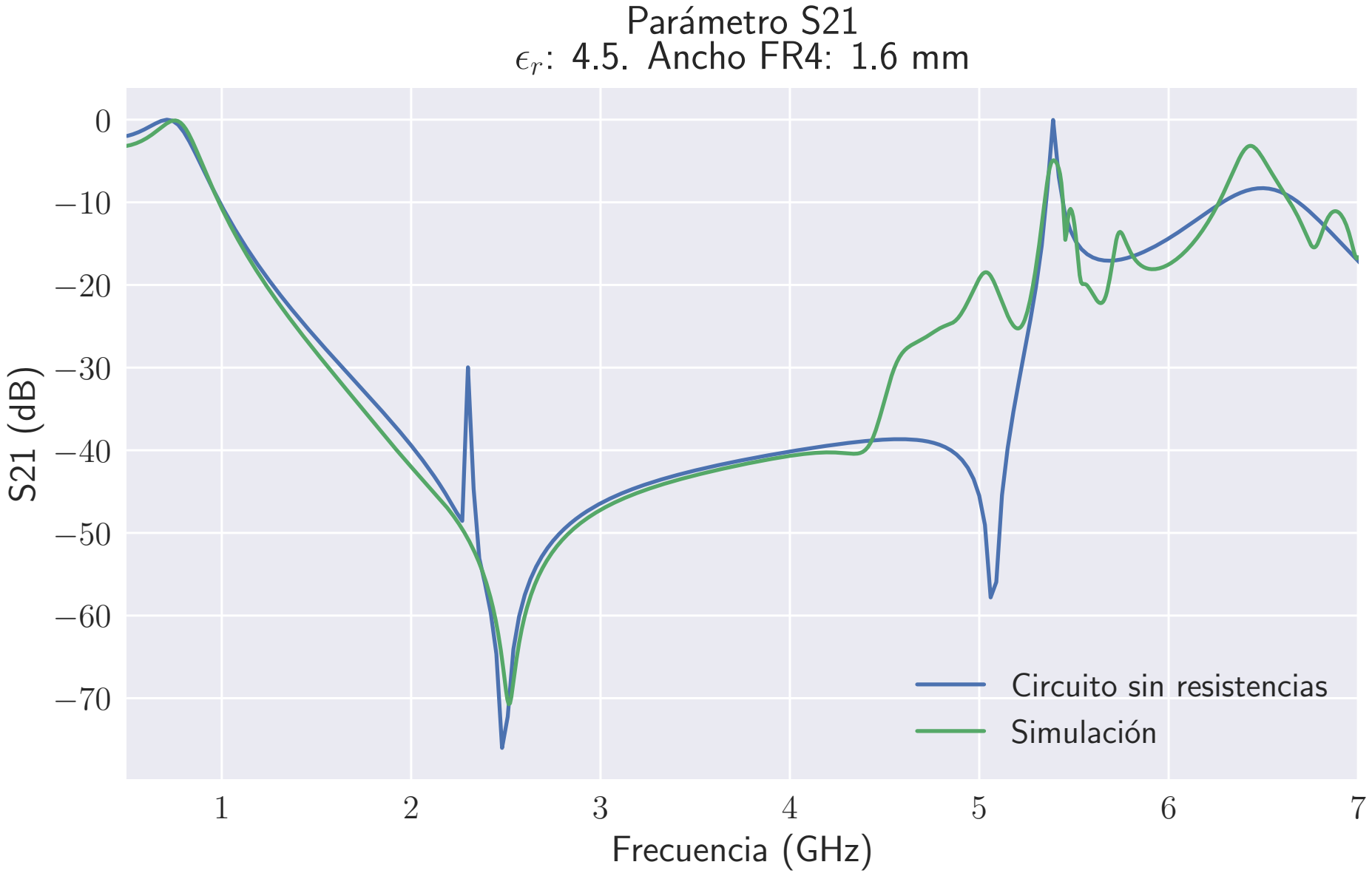


Modelo circuital III

Las esquinas presentan capacidad contra el plano de tierra aparte.

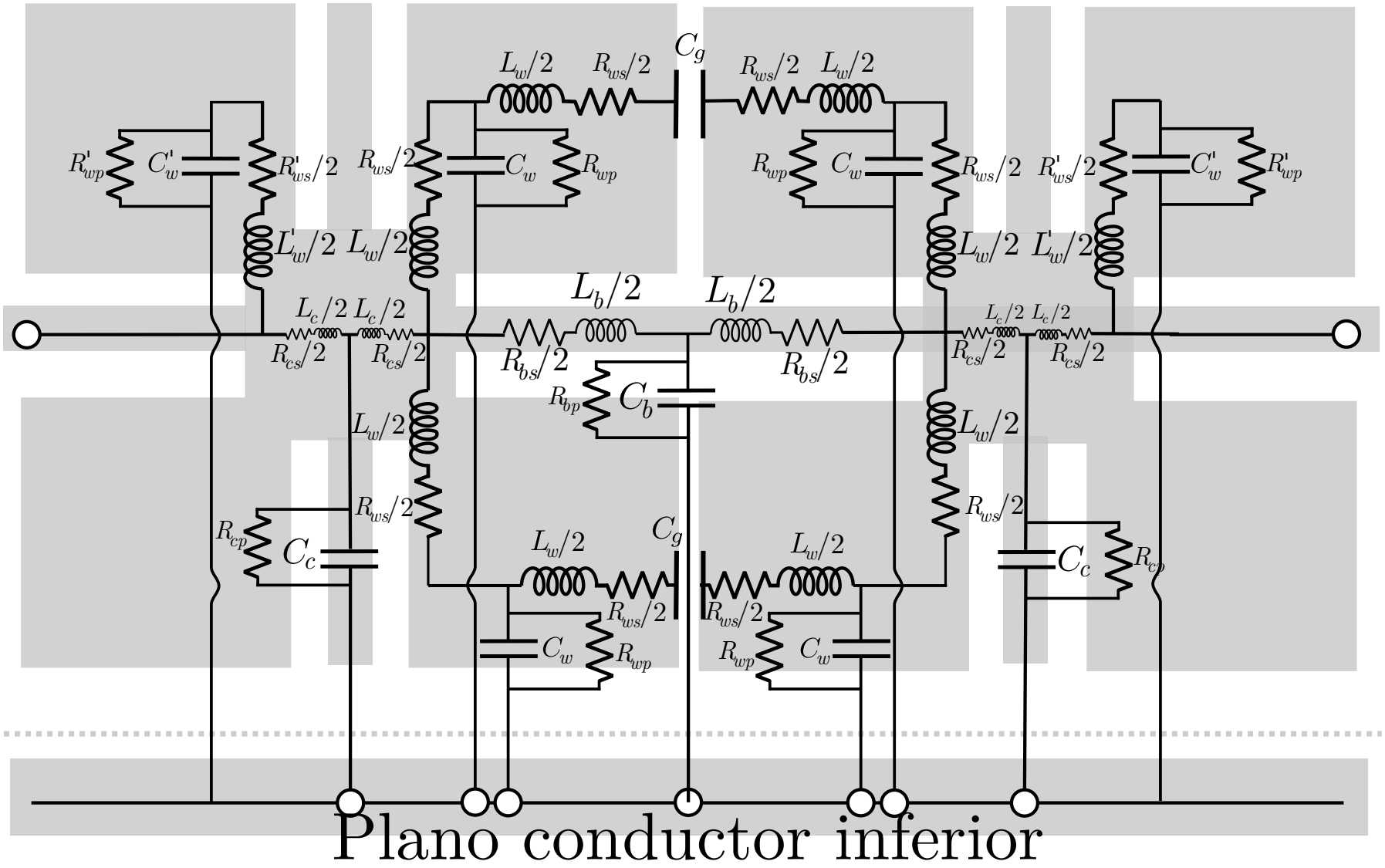


Modelo circuital III

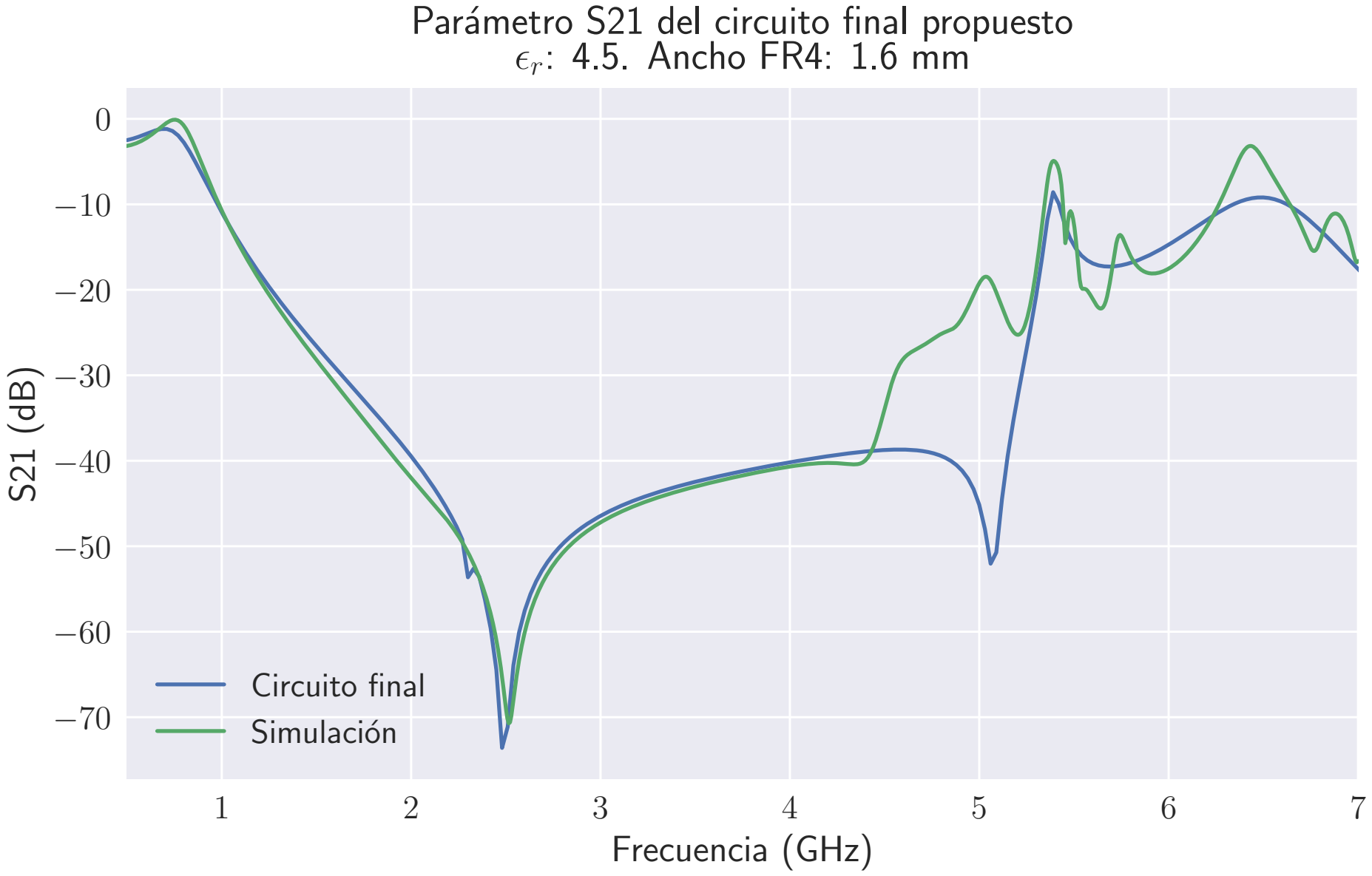


Modelo circuital III

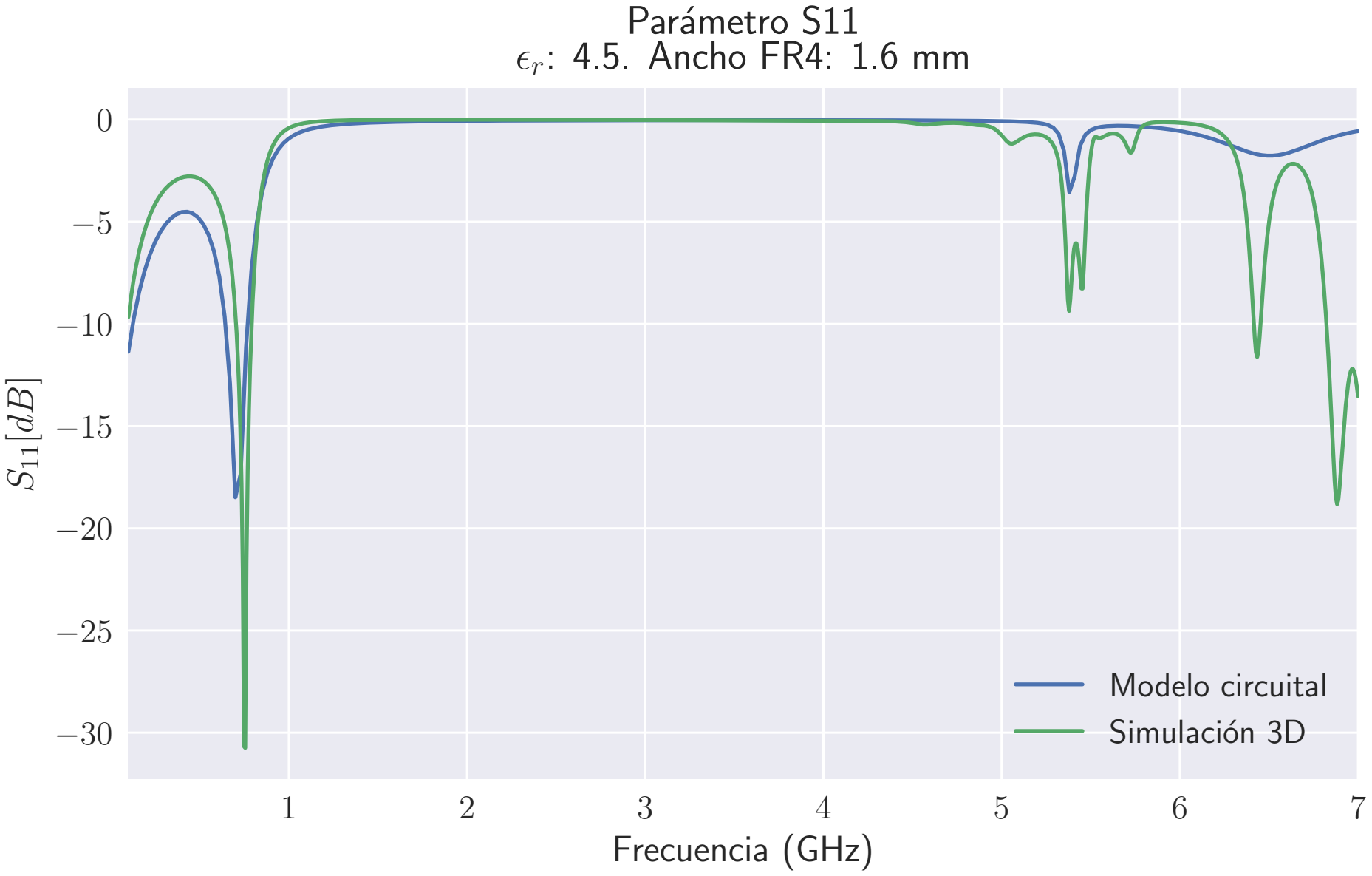
Considerando pérdidas:



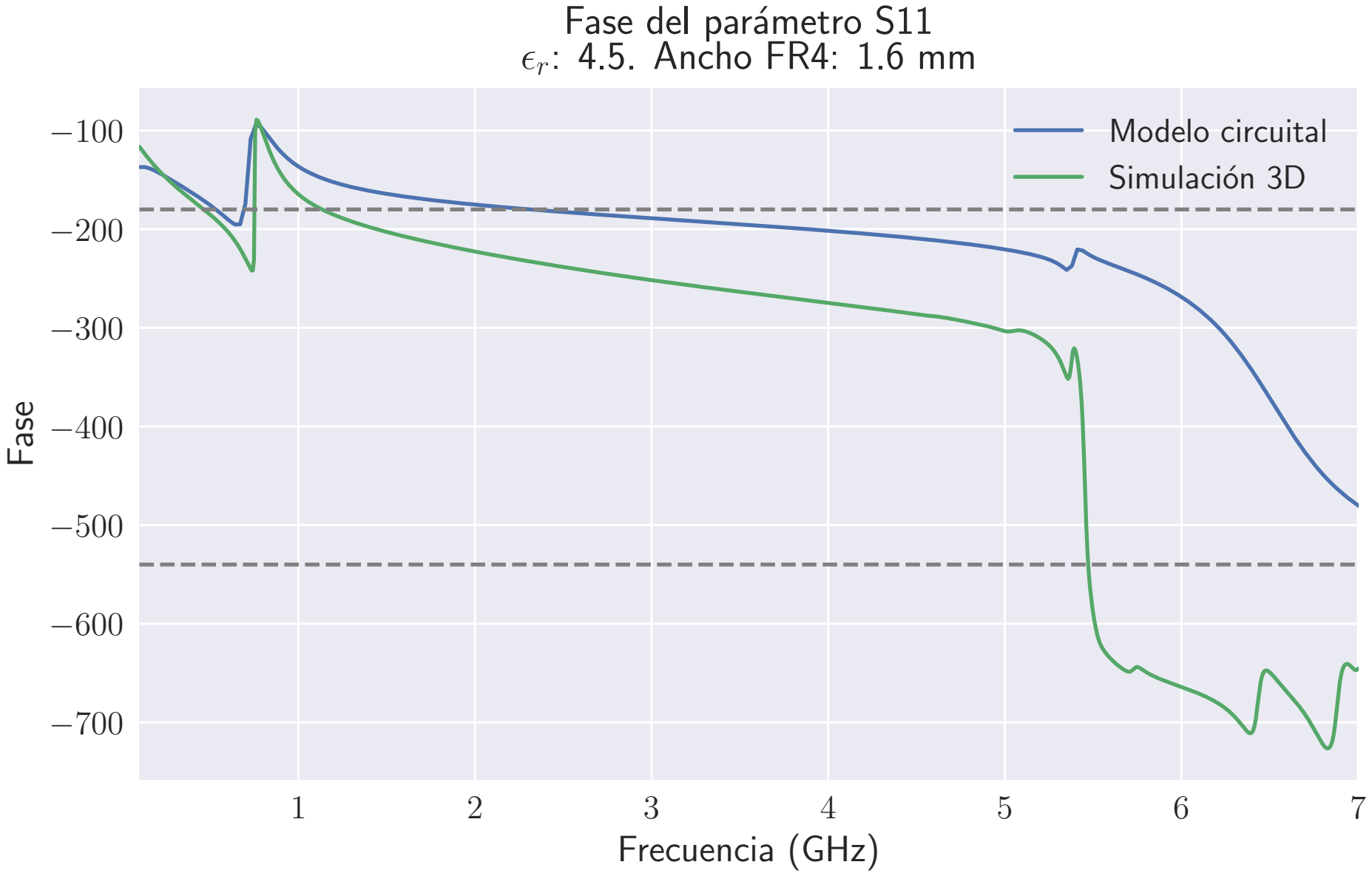
Modelo circuital III



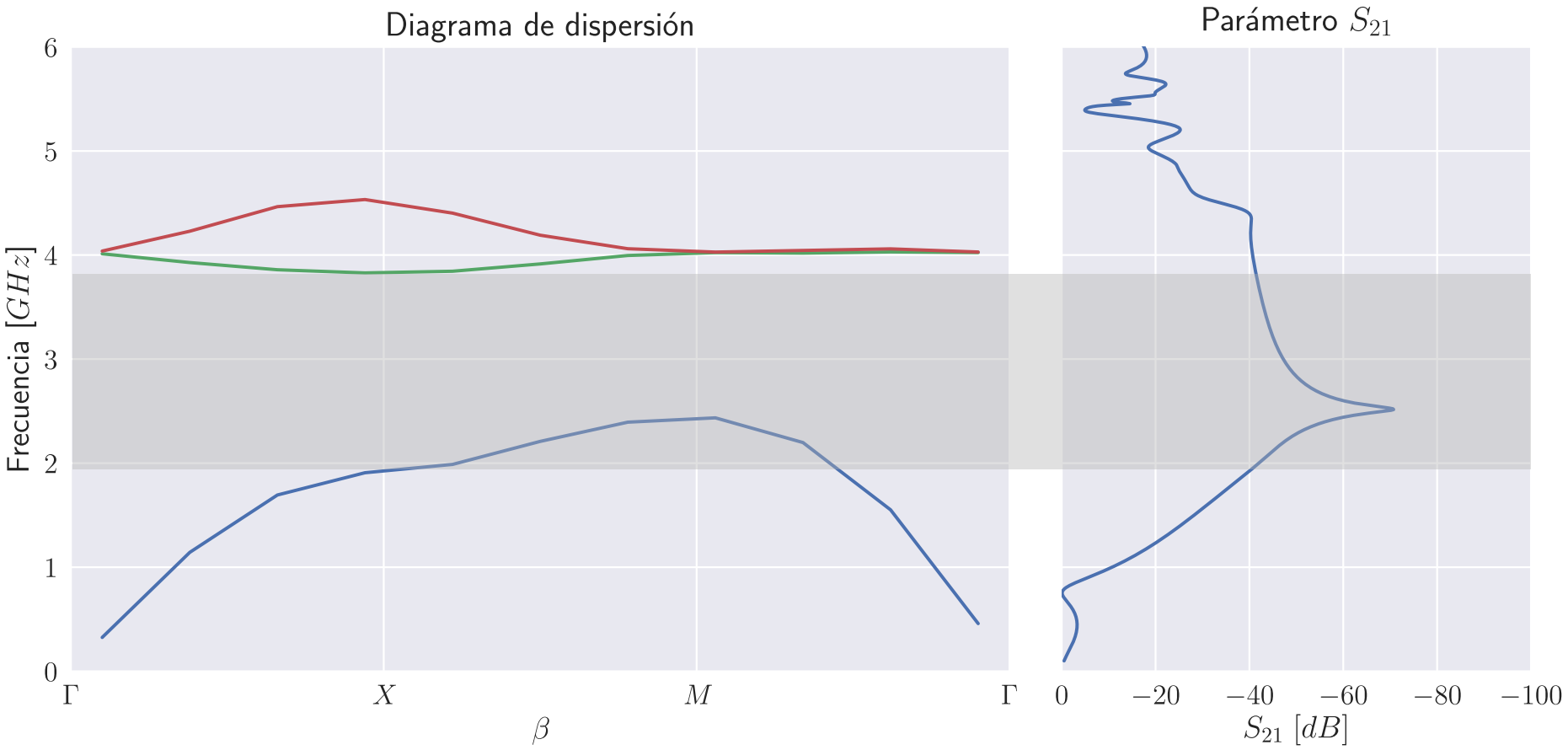
Modelo circuital III



Modelo circuital III

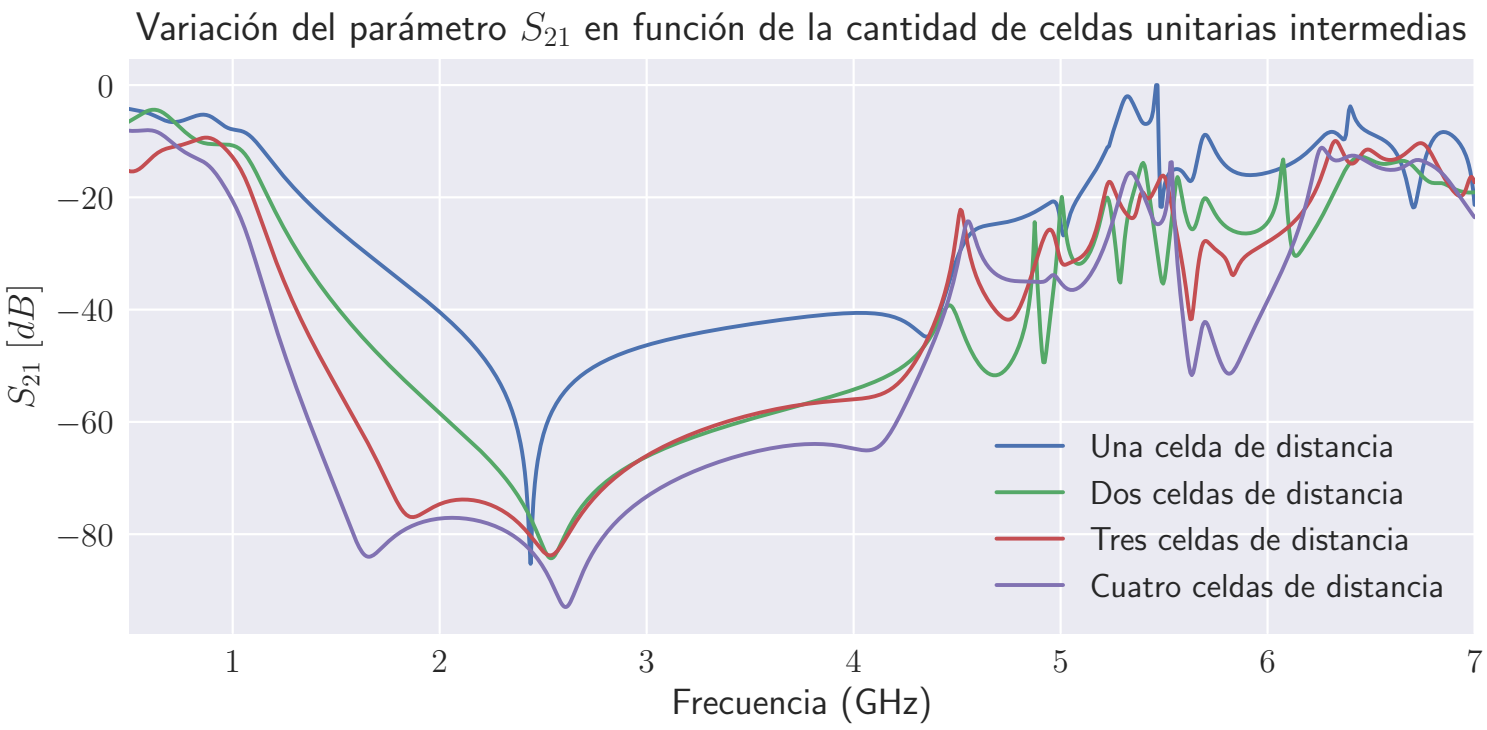


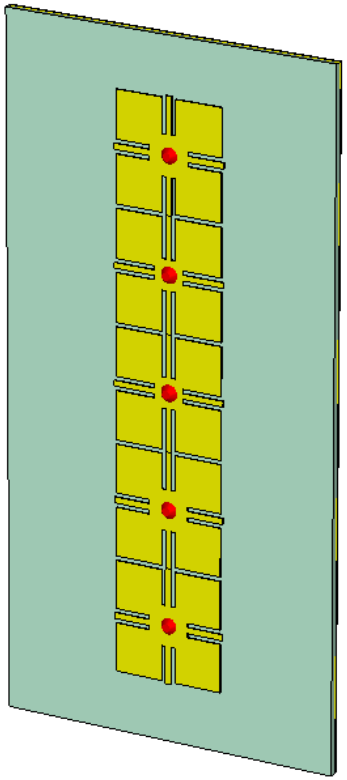
Modelo circuital III



La zona demarcada corresponde al *bandgap* de la primer región.

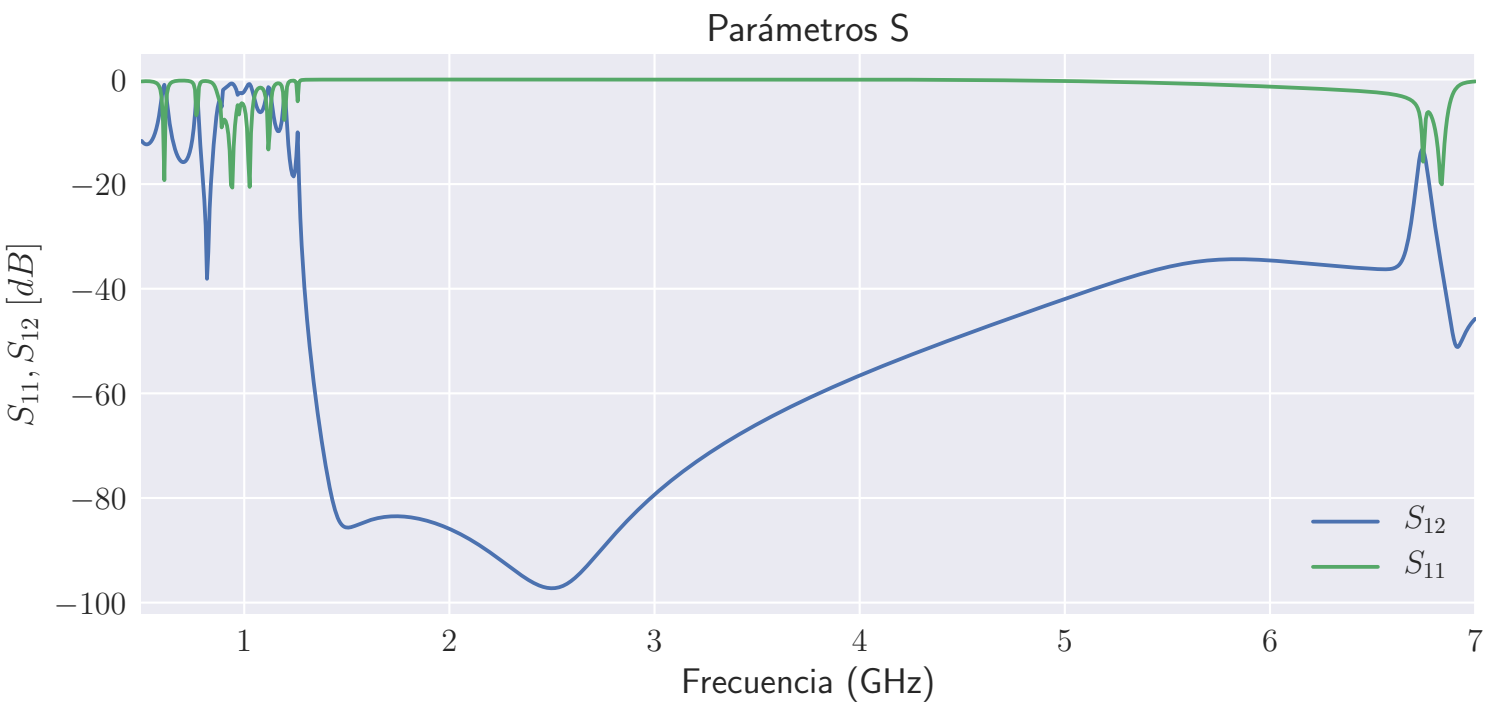
Comportamiento de una fila de celdas unitarias

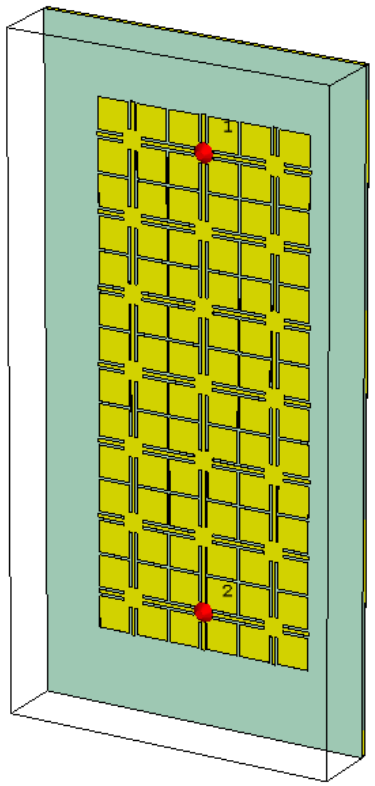




A mayor cantidad de celdas, mayor es el ancho de banda del *bandgap*, y más notorios los efectos de orden superior.

Comportamiento de una estructura bidimensional





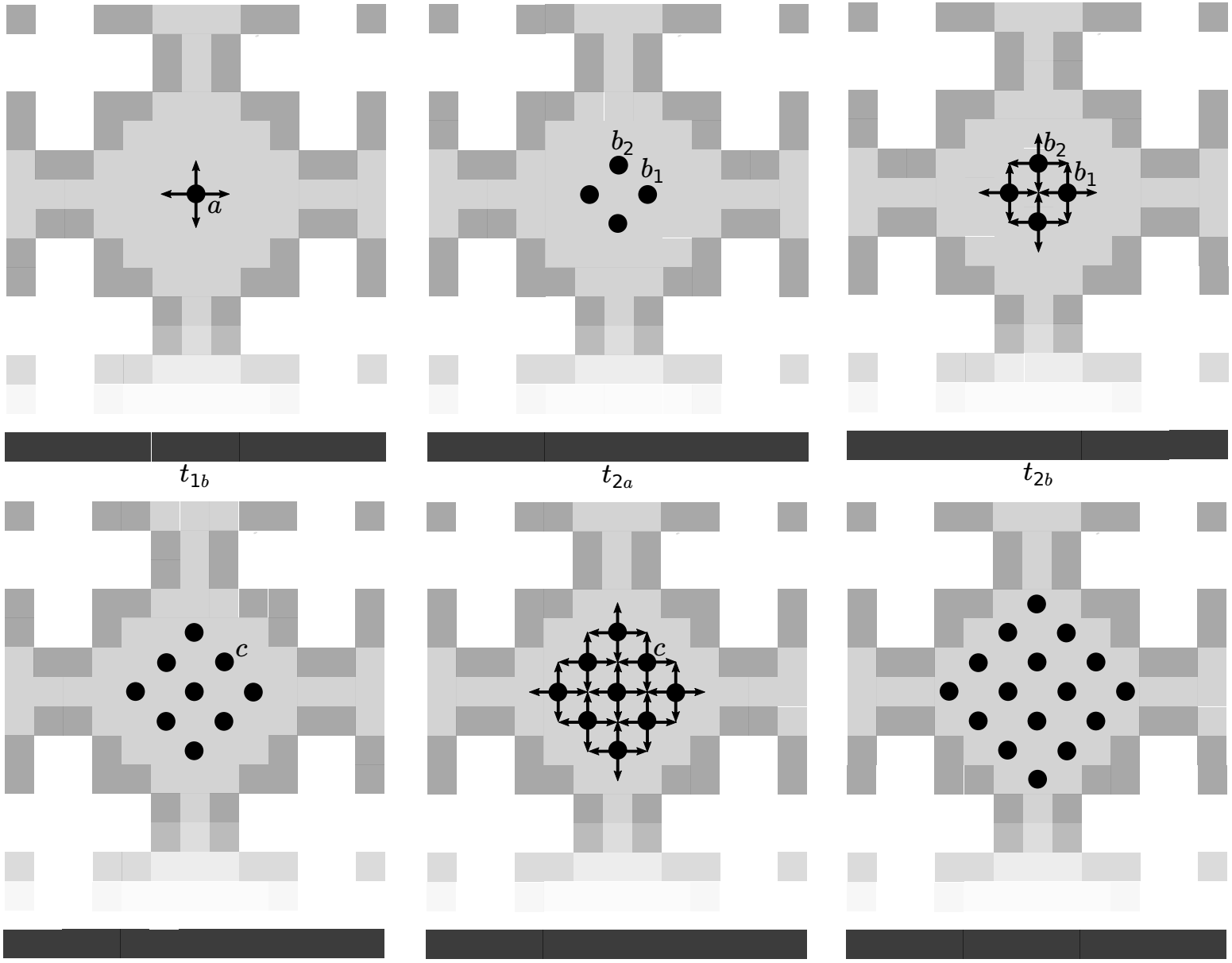
Algoritmo propuesto para simulación

- **Python**: prototipado. No tipado.
- Programación **orientada a objetos**.
- Sólo válido para geometrías **bidimensionales**.
- Archivo de configuración.
- **Geometría en un archivo de imag**en de tipo PGM: Matríz de "Pixeles", escala de grises, según la función:
  - Pixeles **internos** al conductor.
  - Pixeles **interfaz**, con capacidad de *fringe*.
  - Pixeles **dieléctricos**.
  - Pixeles de **contorno** (superficies adaptadas, conductoras eléctricas y magnéticas, etc).

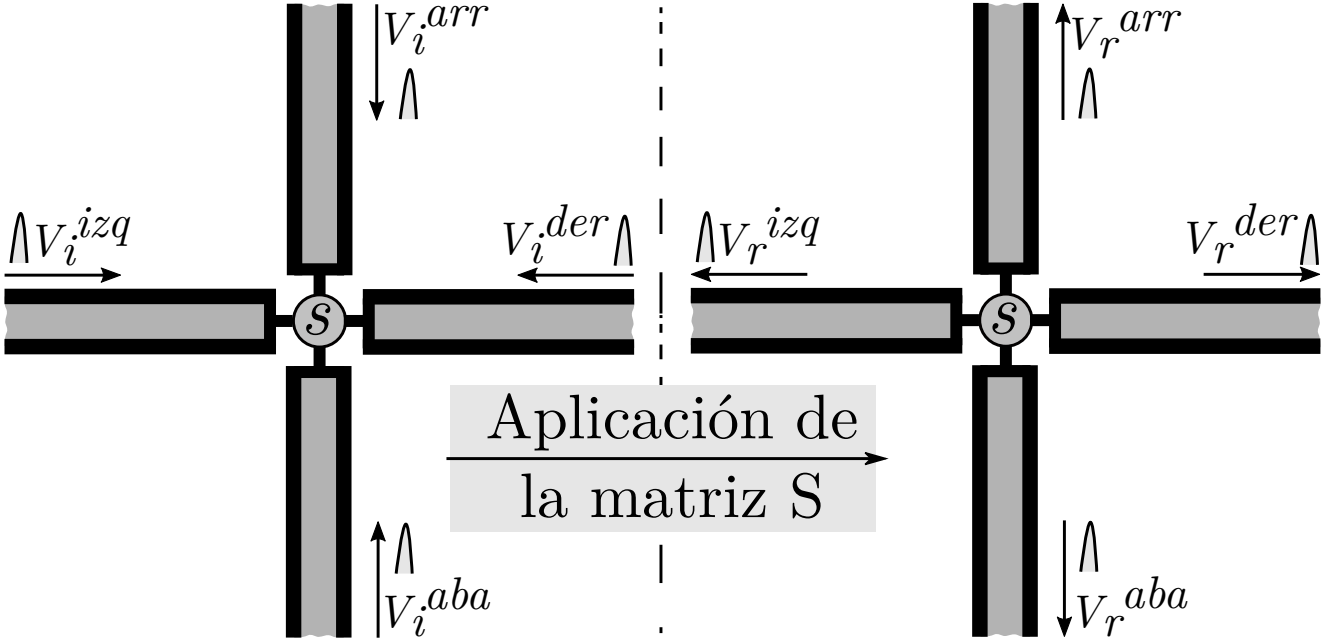
Discretización espacial $\propto$ discretización temporal. Nyquist.

$$\Delta l = \frac{v_p}{2f}$$

Proceso de cálculo

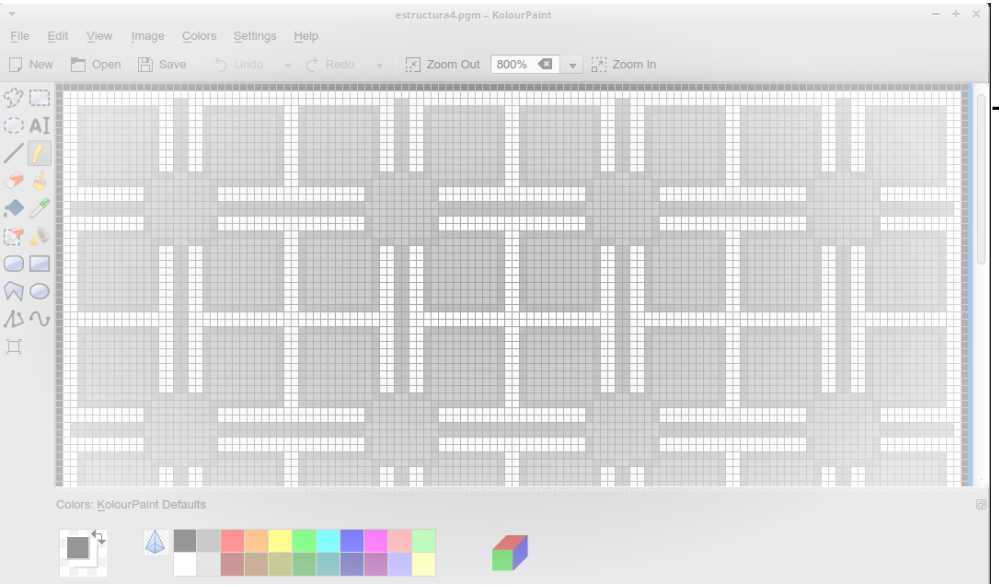


Matrices de nodos

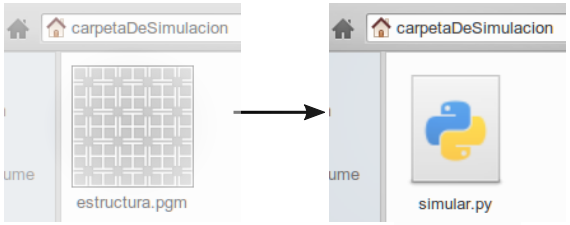


$$\begin{bmatrix} V_r^{izq} \\ V_r^{der} \\ V_r^{arr} \\ V_r^{aba} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{izq-izq} & s_{der-izq} & \cdots & \cdots \\ s_{izq-der} & s_{der-der} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ s_{izq-aba} & \cdots & \cdots & s_{aba-aba} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i^{izq} \\ V_i^{der} \\ V_i^{arr} \\ V_i^{aba} \end{bmatrix}$$

Entradas del algoritmo

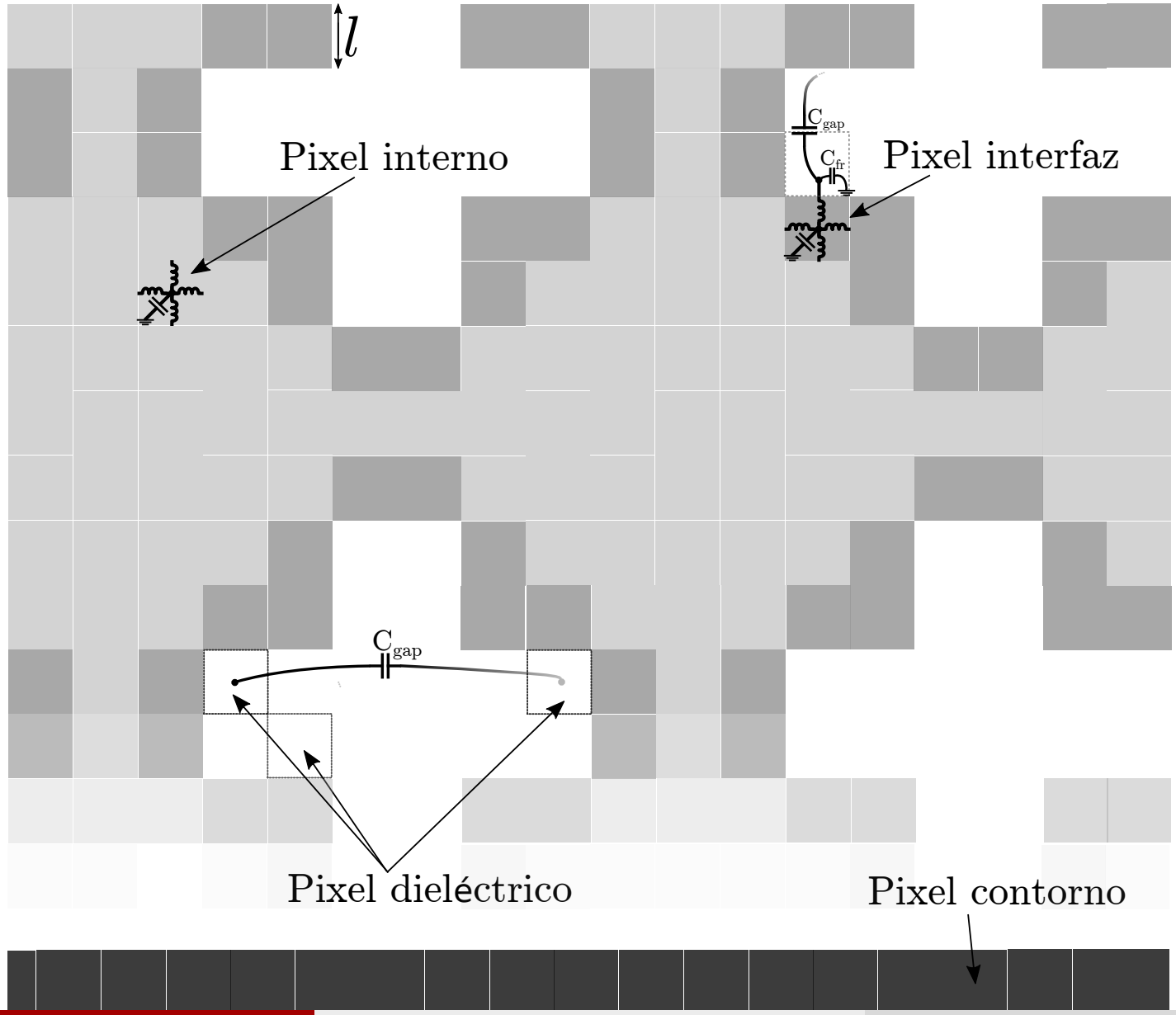


Creación de la estructura en un programa de dibujo

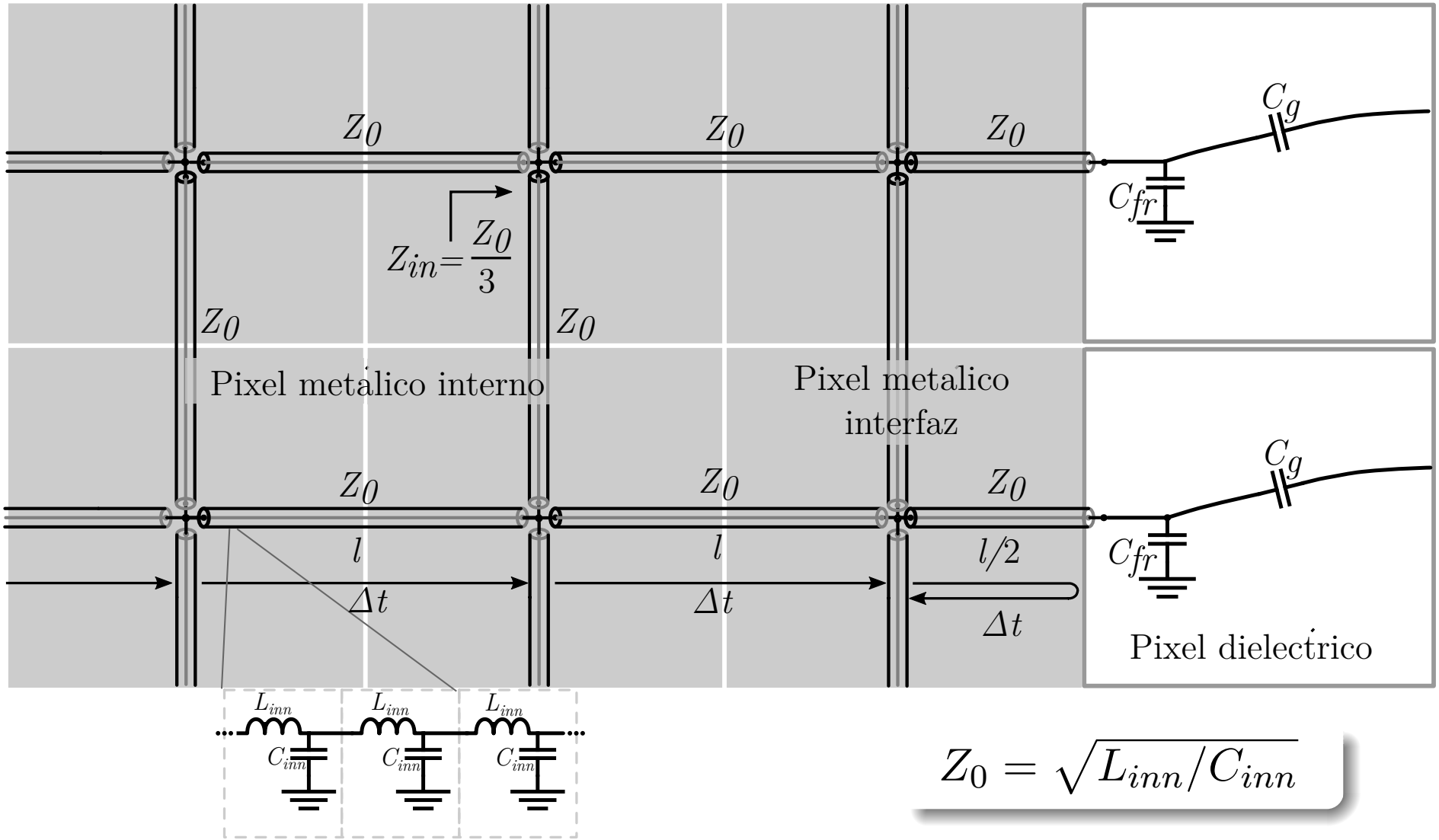


Establecimiento de variables de simulación:
- cantidad de mm representados por pixel.
- Tipo y amplitud de señal de entrada.

Tipos de Pixel



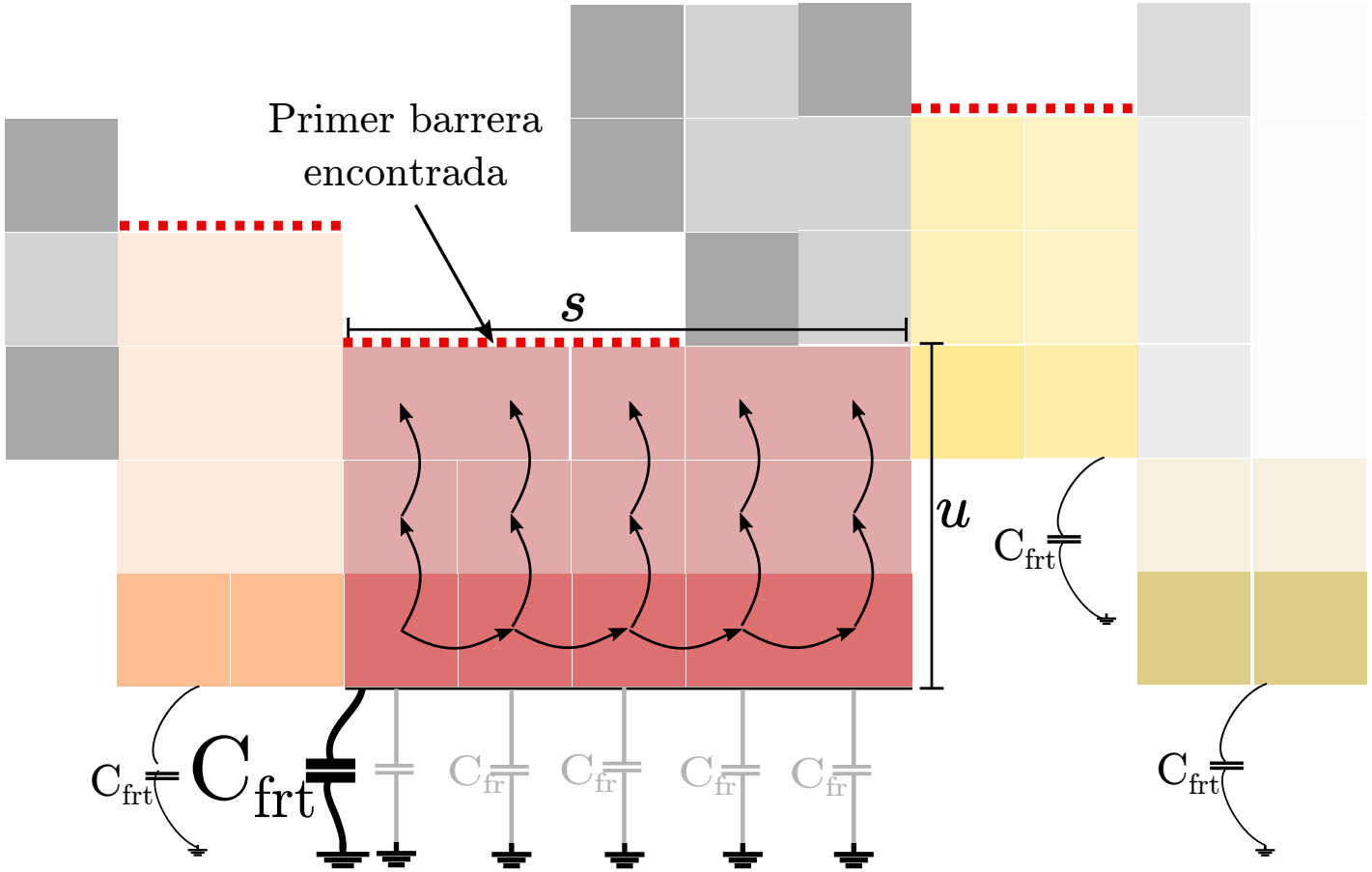
Nodos unidos por líneas de transmisión



$$Z_0 = \sqrt{L_{inn}/C_{inn}}$$

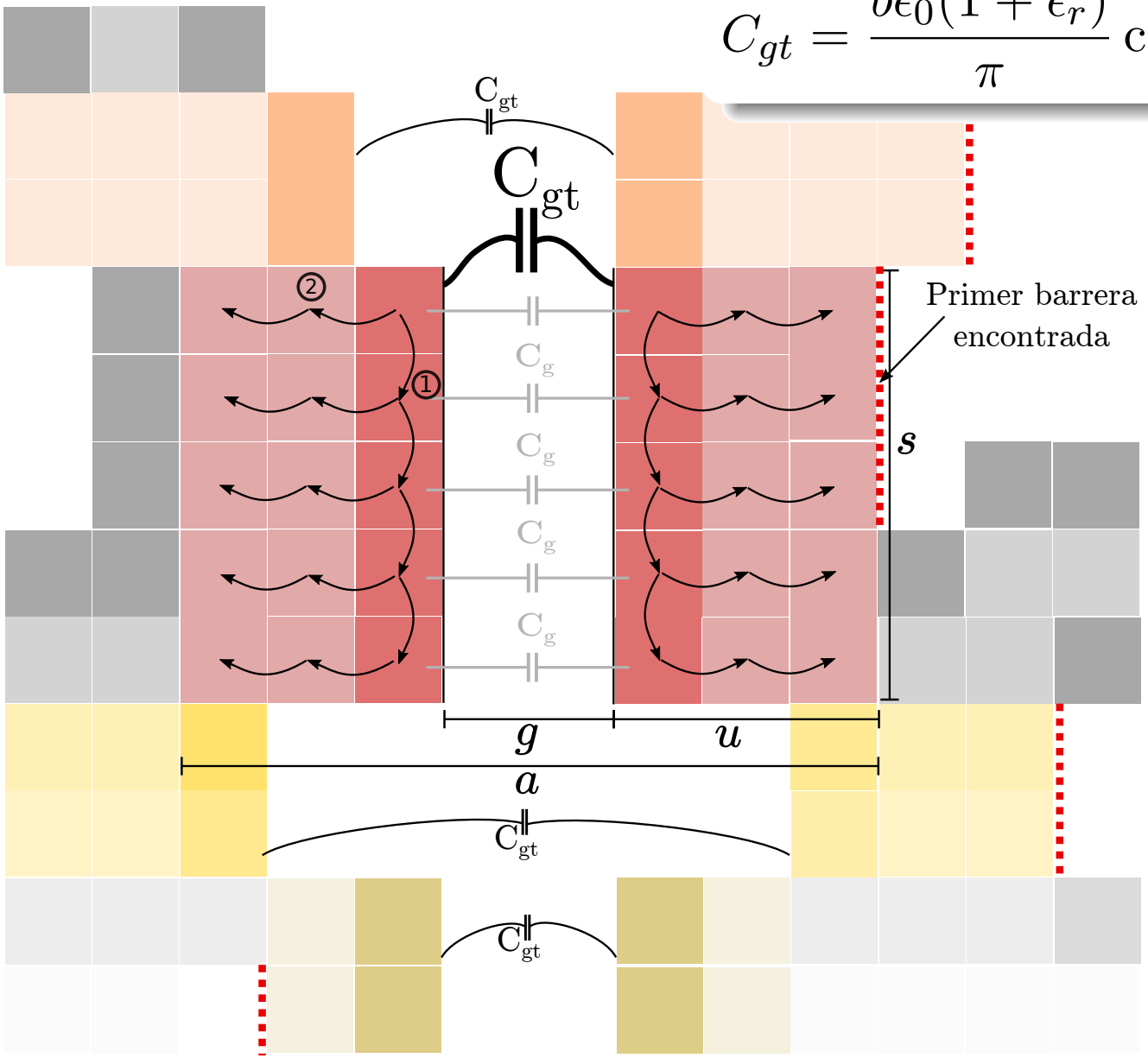
Capacidad de *fringe*

$$C_{fr} = C'h0{,}102\frac{s/h + 0{,}106}{s/h + 0{,}264}\left(1{,}166 + \frac{\epsilon_r + 1}{\epsilon_r}(0{,}9 + \ln(s/h + 2{,}475))\right)$$

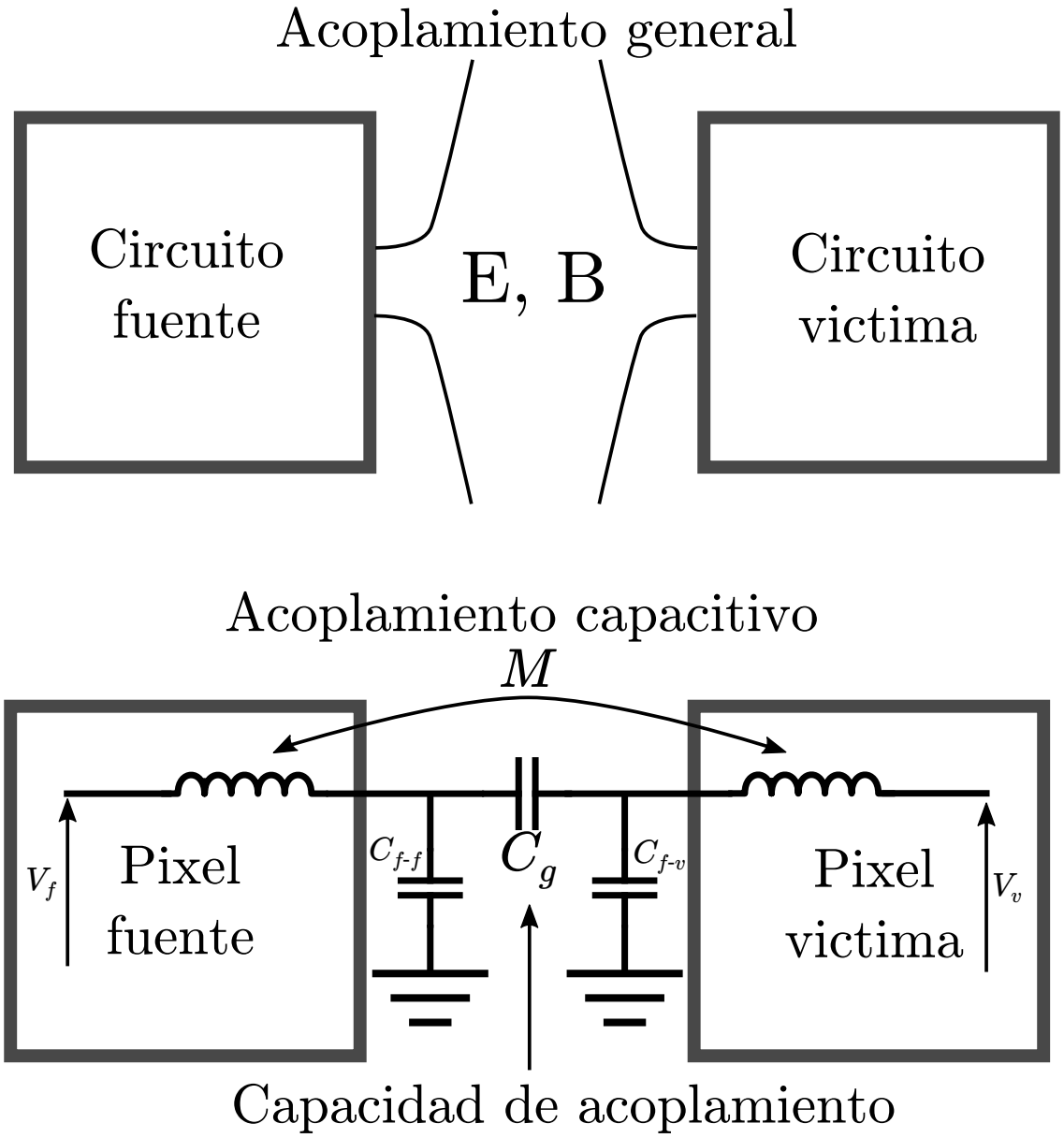


Acoplamiento capacitivo

$$C_{gt} = \frac{b\epsilon_0(1+\epsilon_r)}{\pi}\cosh^{-1}(a/g)$$

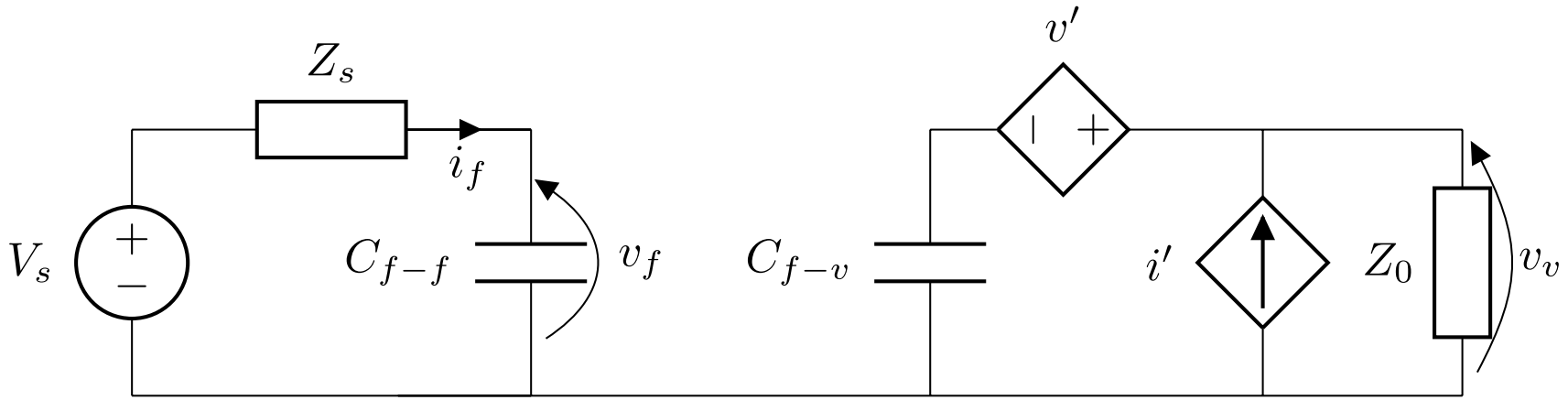


Acoplamiento capacitivo



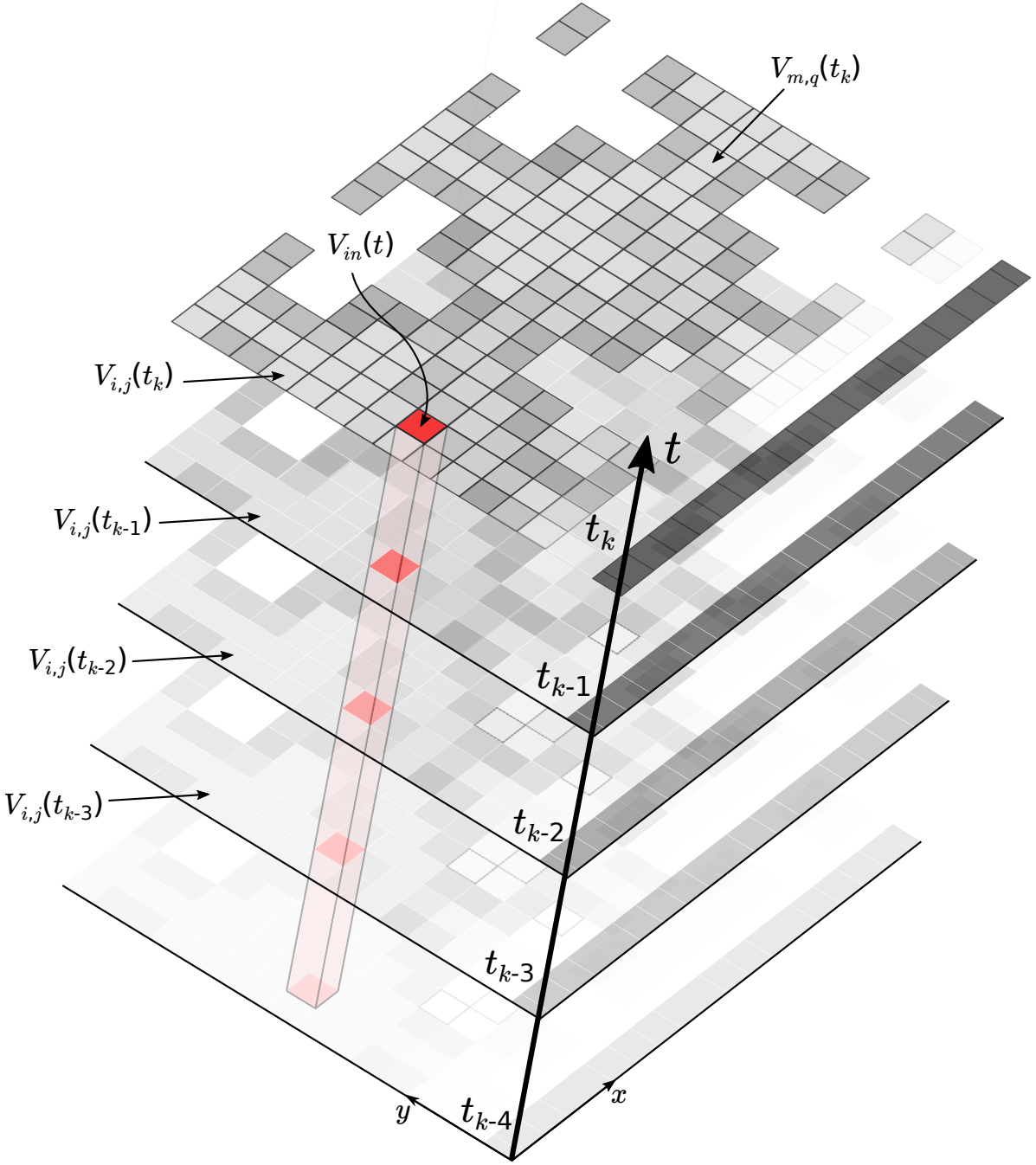
Acoplamiento capacitivo

$$i' = j\omega C_g v_f \qquad v' = j\omega M i_f \approx 0$$



$$v_v = v_{th}\frac{Z_0}{Z_0 + \frac{1}{j\omega C_{f-v}}} = v_f \frac{C_g}{C_{f-v}} \frac{Z_0}{Z_0 + \frac{1}{j\omega C_{f-v}}}$$

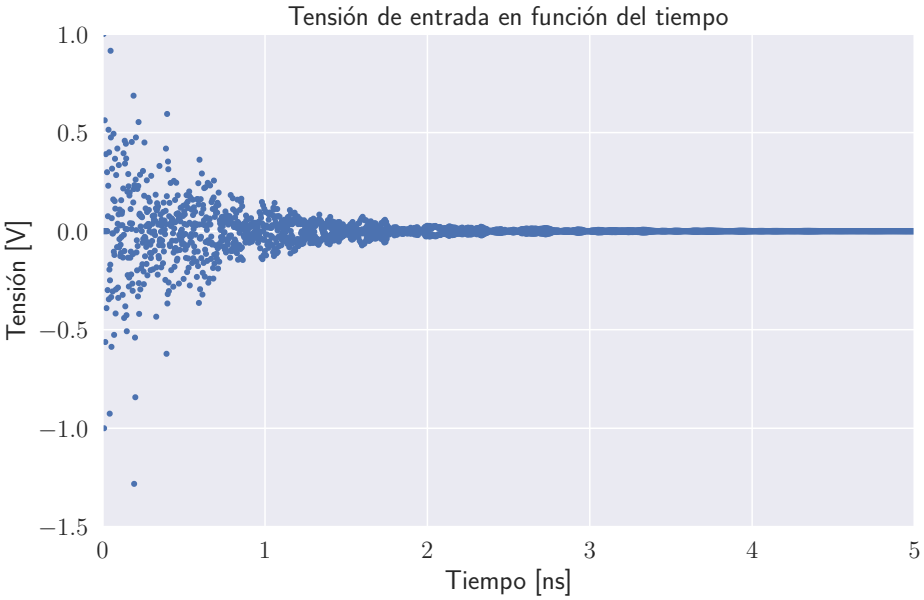
$$\rho = \frac{|1/(j\omega C_{f-f})| - Z_0}{|1/(j\omega C_{f-f})| + Z_0}$$

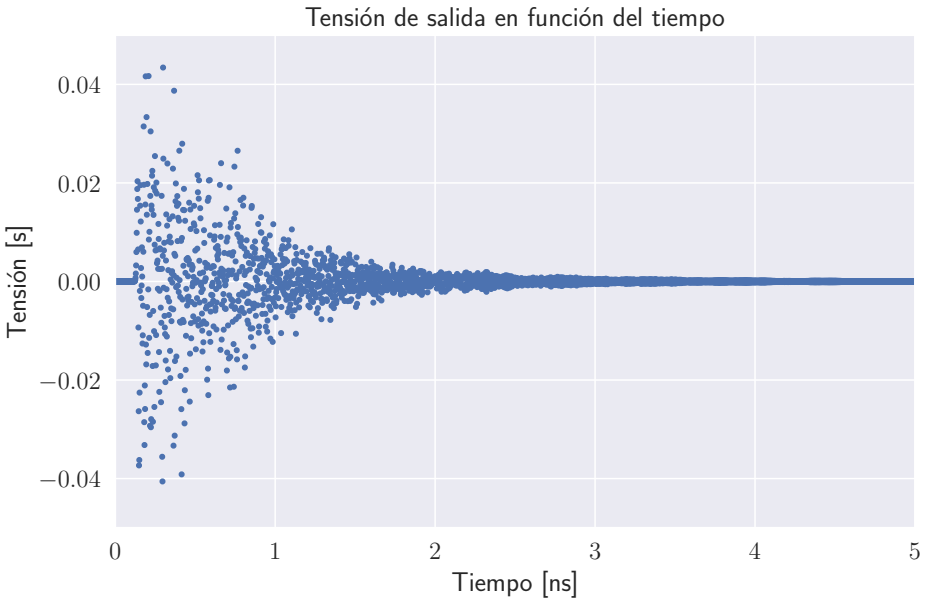


Salida: Matriz tridimensional.

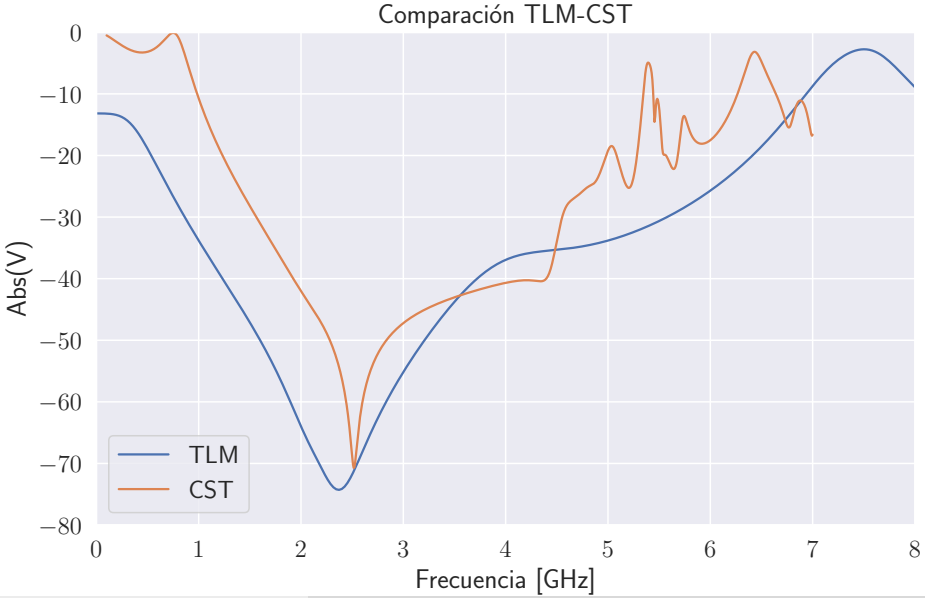
Análisis en frecuencia a partir de FFT.

Resultado para la celda de Yang

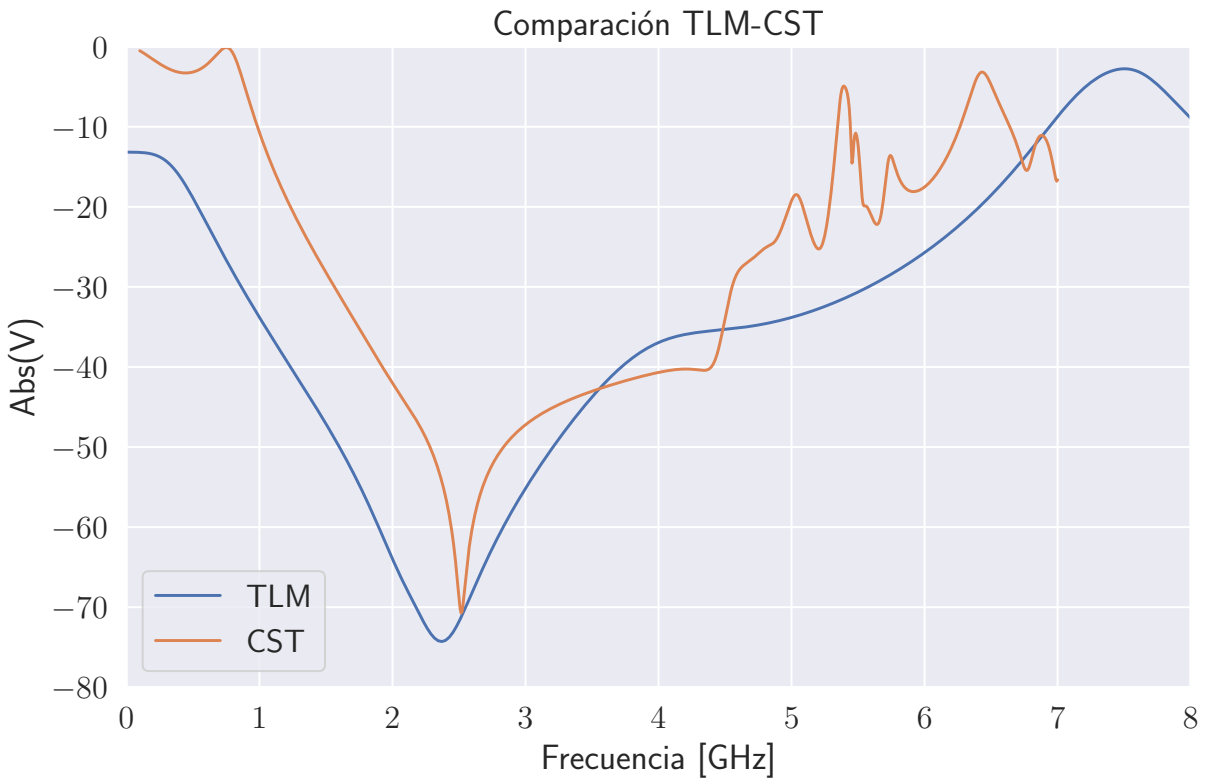




Entrada: δ_k en tiempo $t = 0$.
Tiempos subsiguientes: nodo libre.



Posibles causas de error



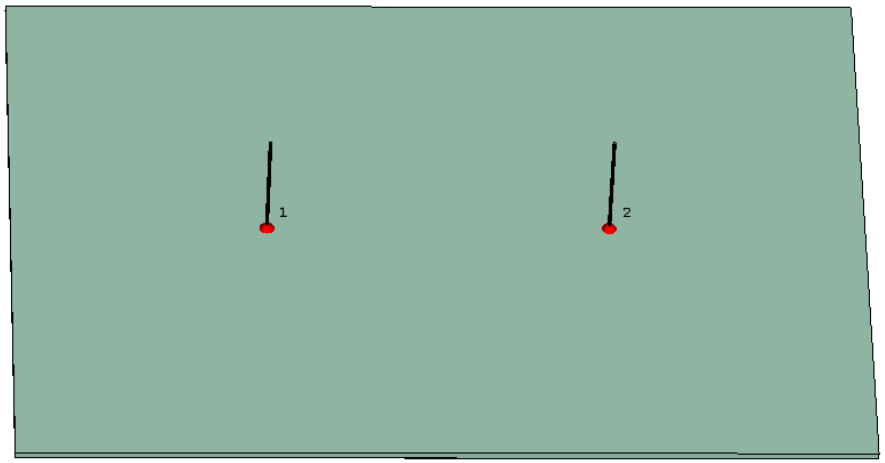
- La **impedancia** adoptada en cada nodo es válida sólo para una frecuencia.
- **Mallado** (1): Sólo rectangular y equiespaciado. **Efectos de borde** no tenidos en cuenta.

- Error propio del uso de **fórmulas** empíricas.
- No se consideró la **fase** de ρ. Modelo de C_f incompleto.
- **Mallado** (2): Frente de ondas plano. Celdas en **diagonal**.

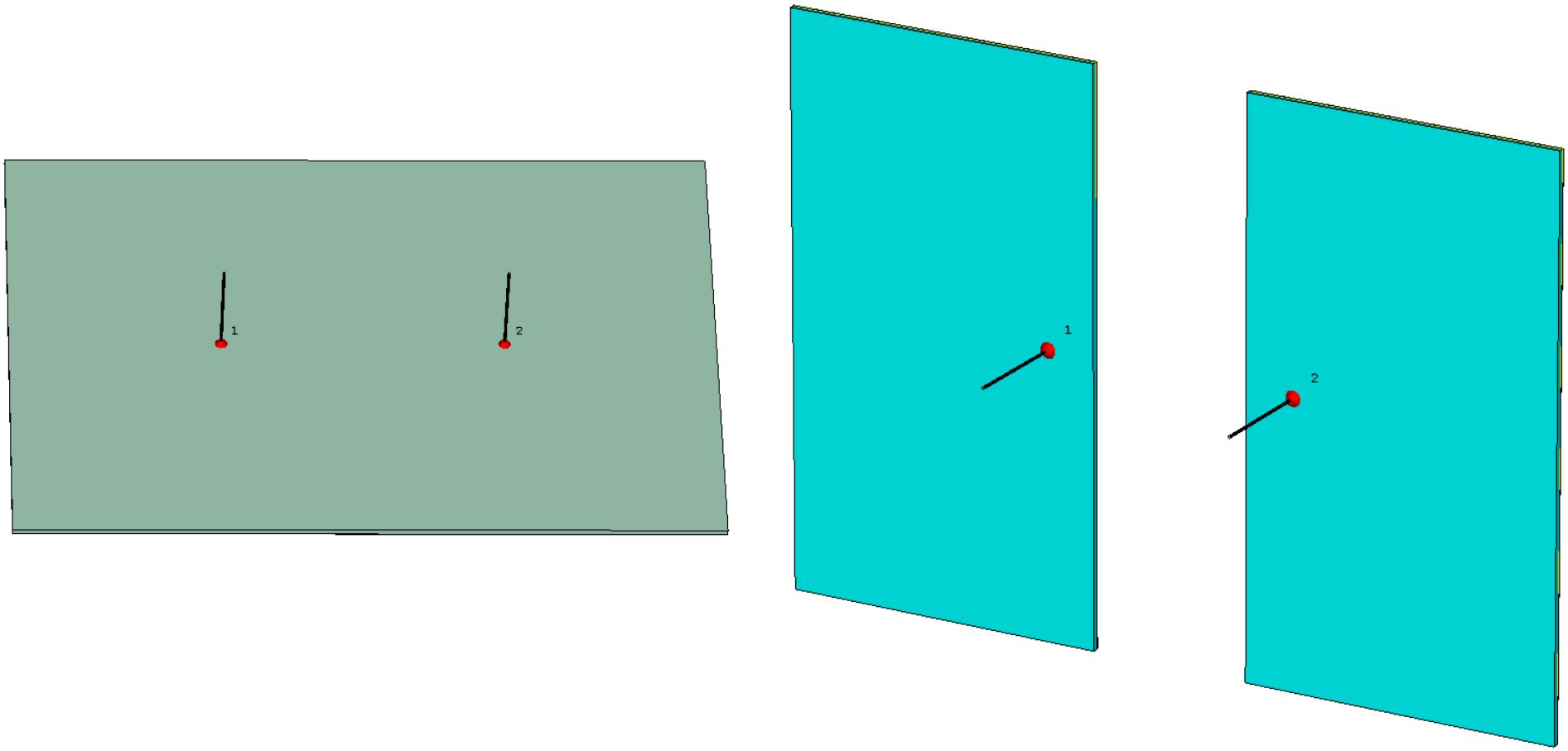
Aplicación a conjuntos de antenas

1. Presentación del problema
2. Conceptos básicos de electromagnetismo
3. Fundamentos de EBGs
4. Modelado numérico de estructuras EBG
5. Aplicación a conjuntos de antenas
   - Monopolos
   - Microstrip
6. Conclusiones y propuestas

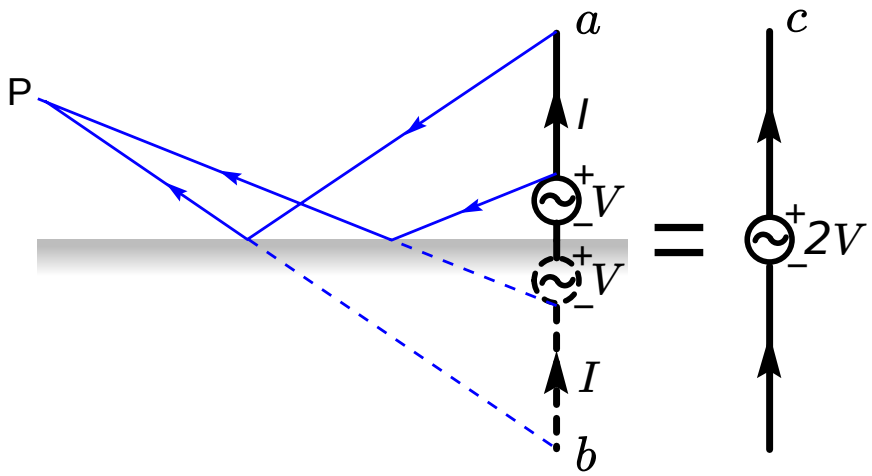
Comportamiento de conjuntos de monopolos

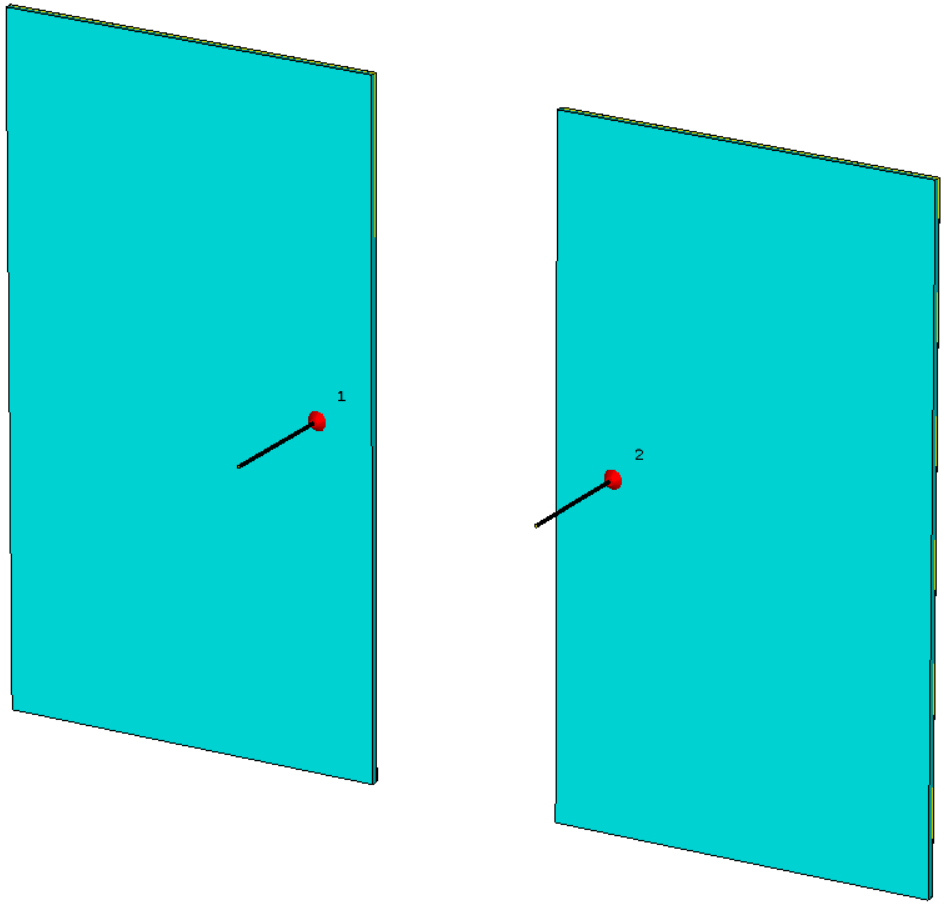


Comportamiento de conjuntos de monopolos

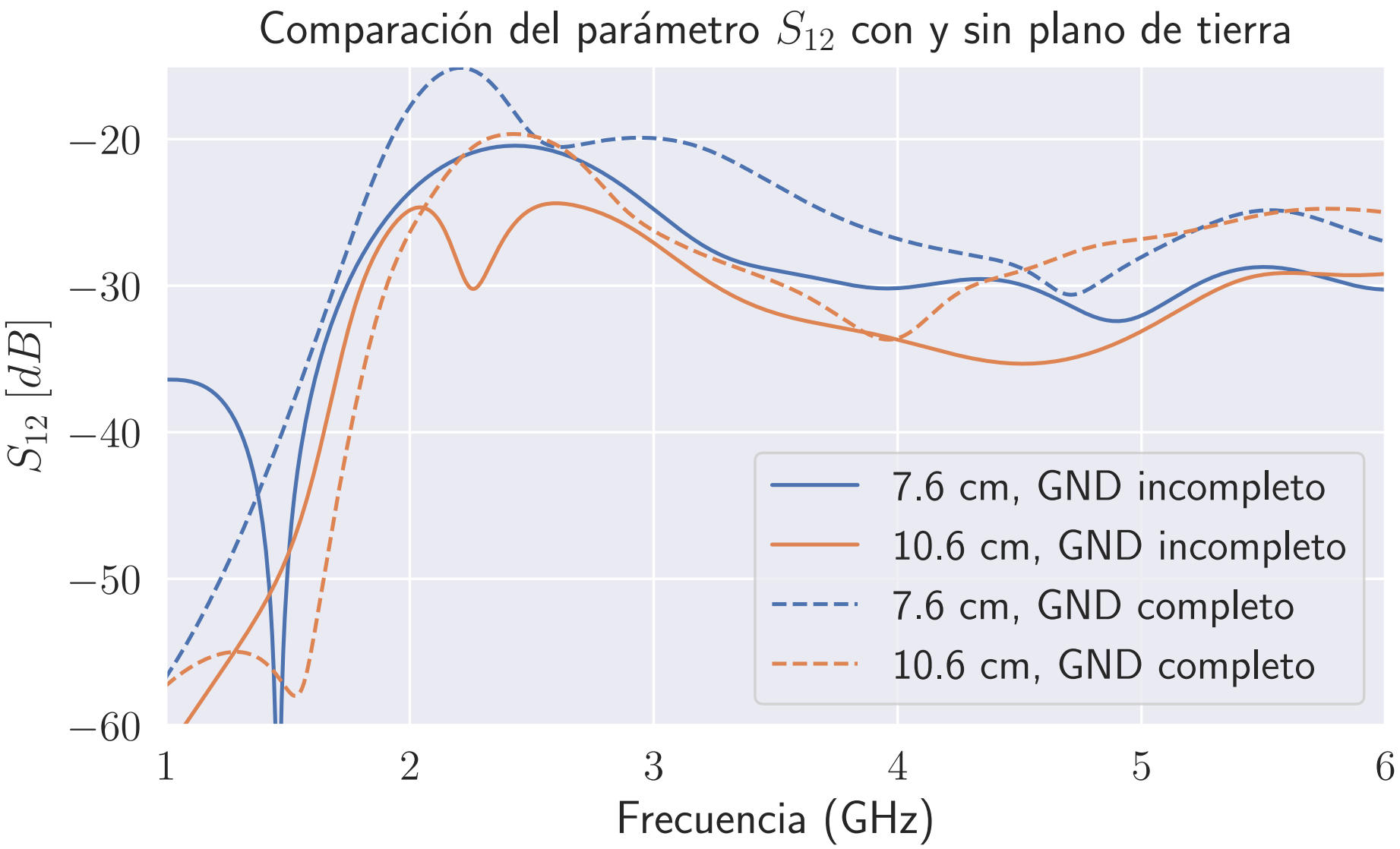


Comportamiento de conjuntos de monopolos

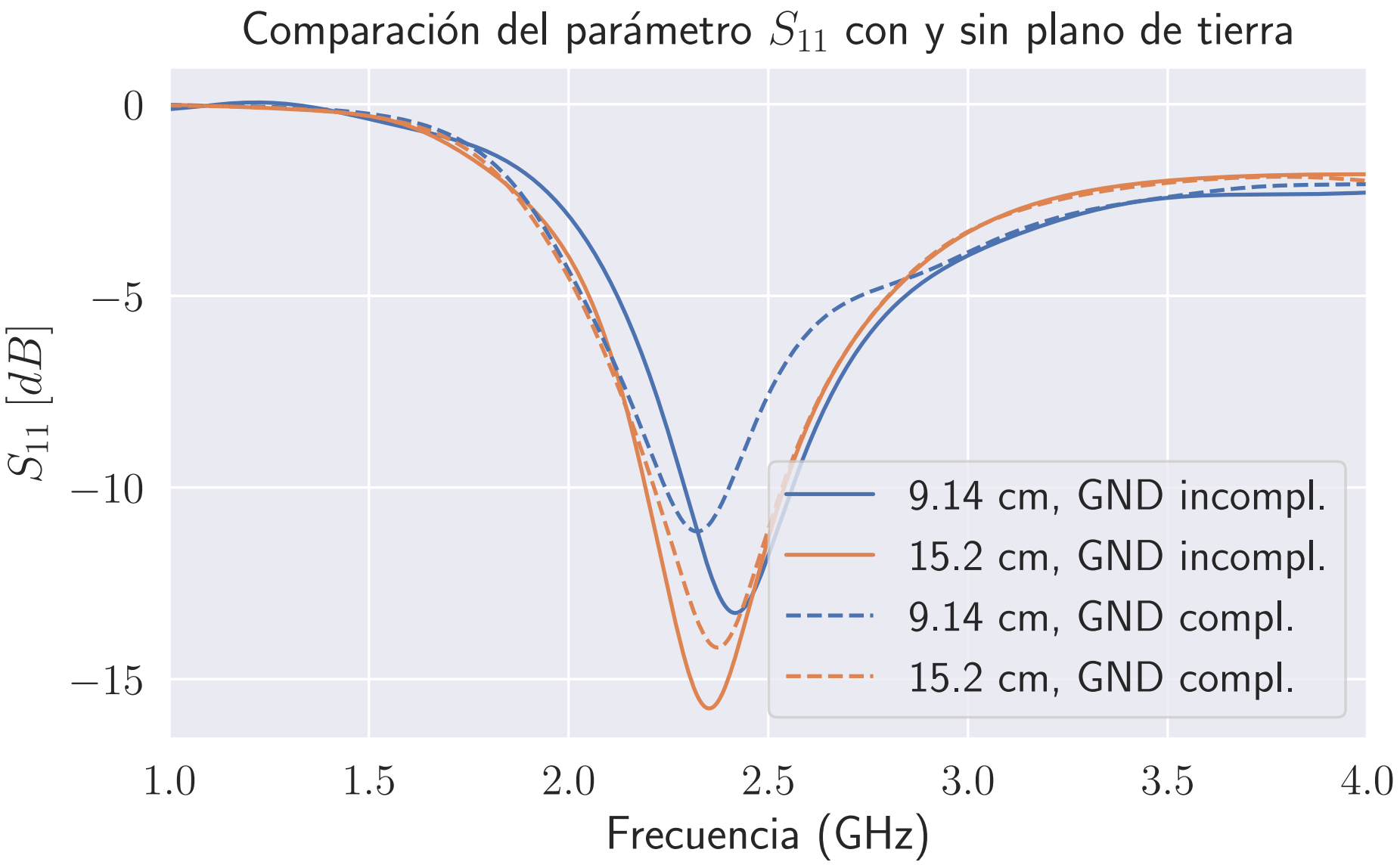




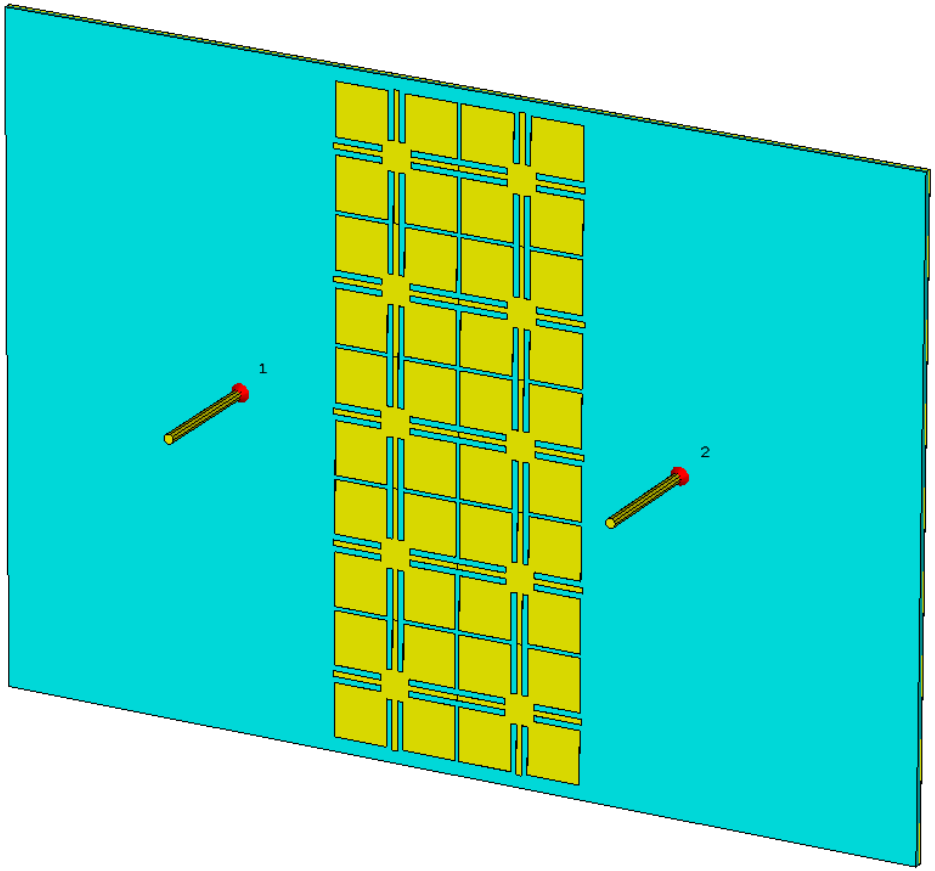
Comportamiento de conjuntos de monopolos

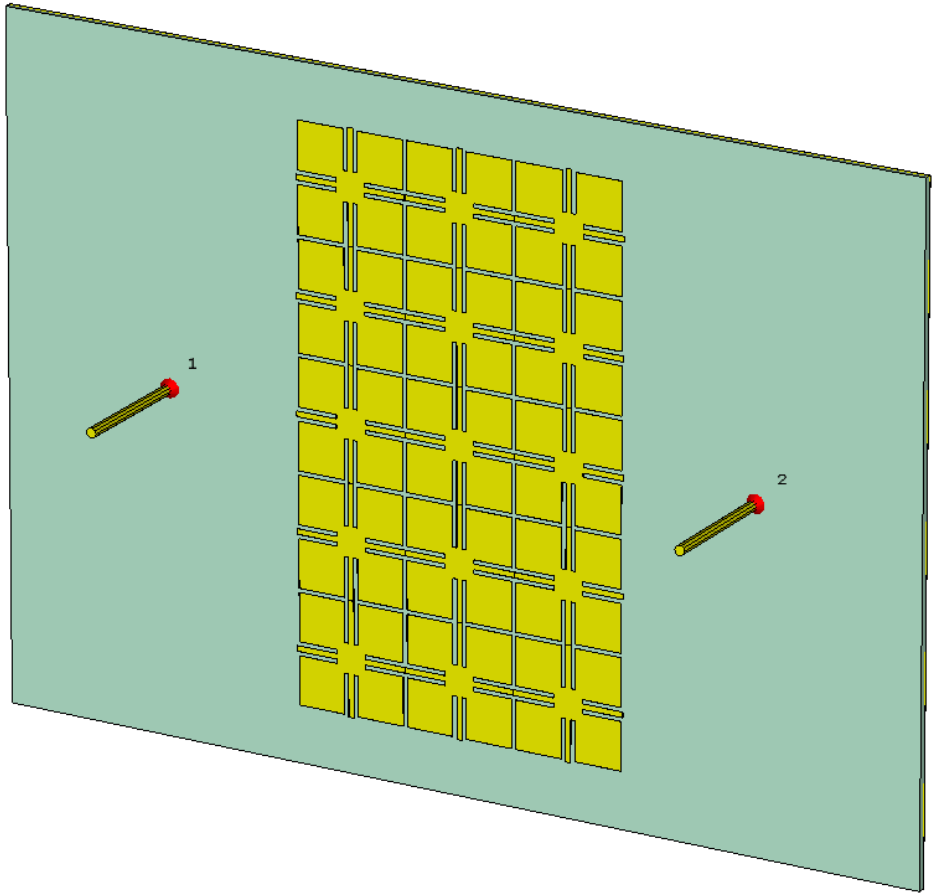


Comportamiento de conjuntos de monopolos

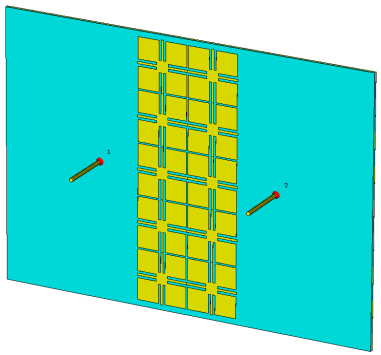


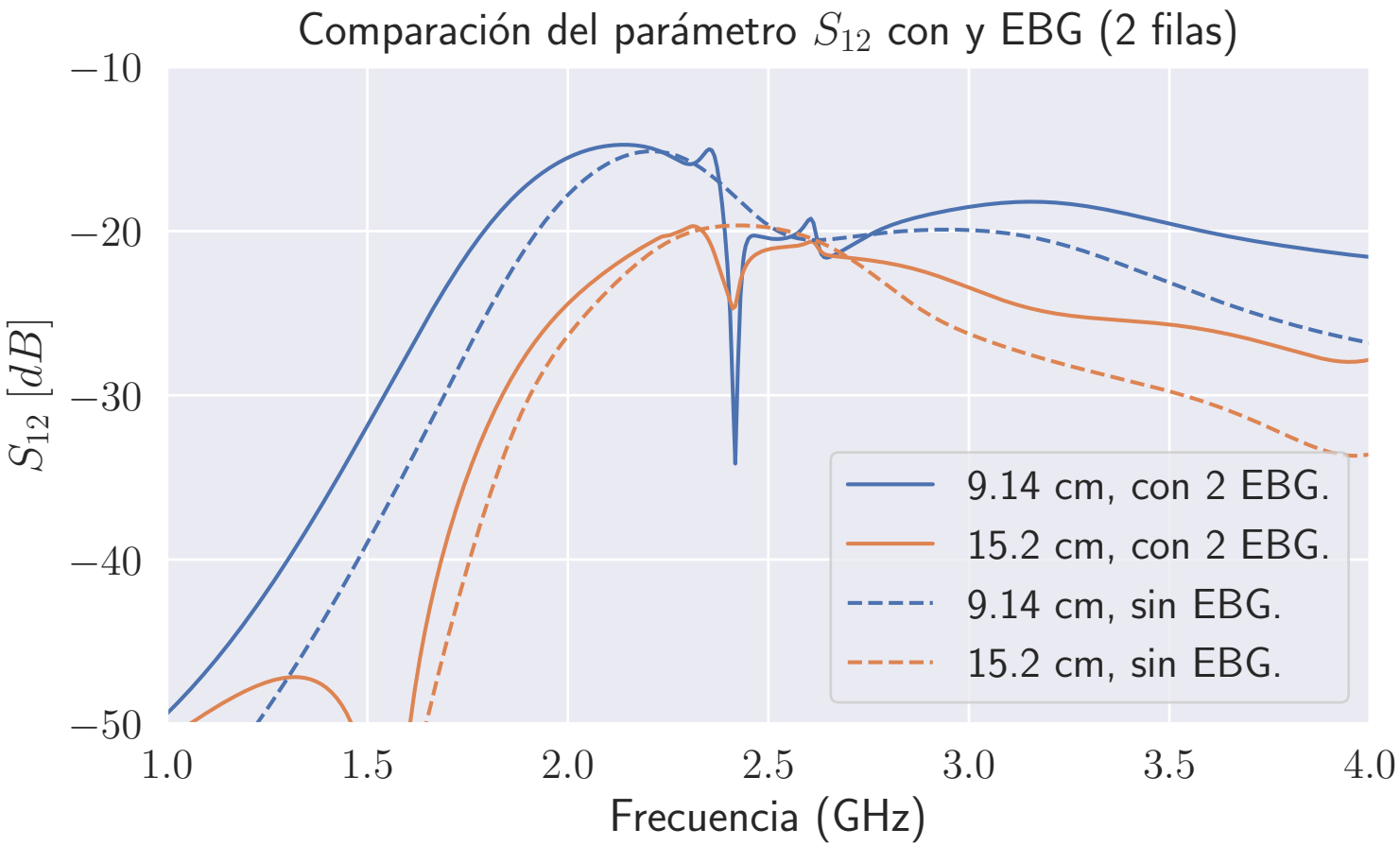
Comportamiento de conjuntos de monopolos con EBG



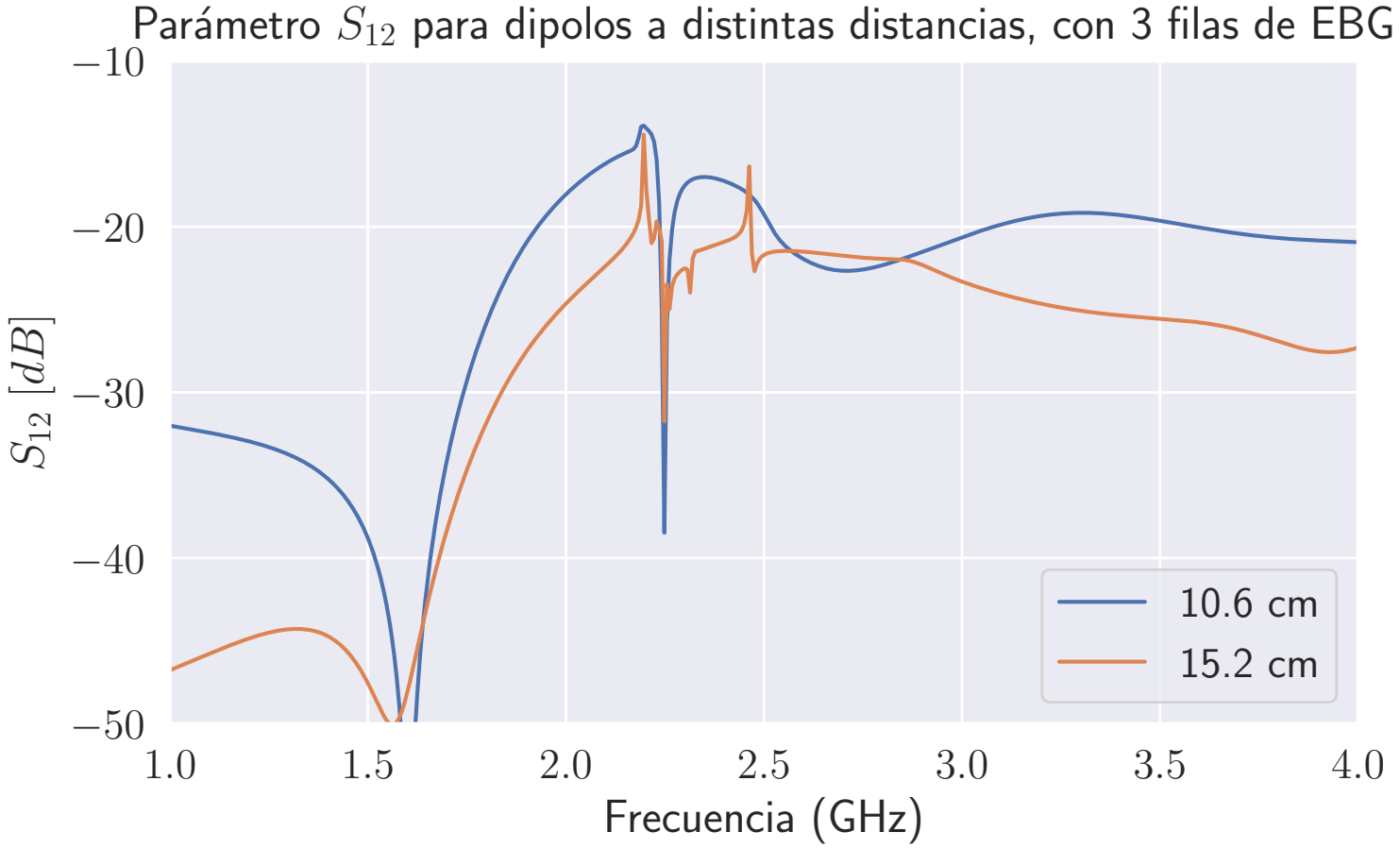


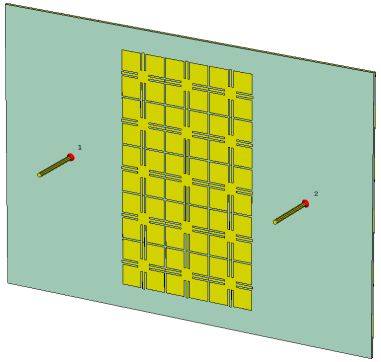
Comportamiento de conjuntos de monopolos con EBG



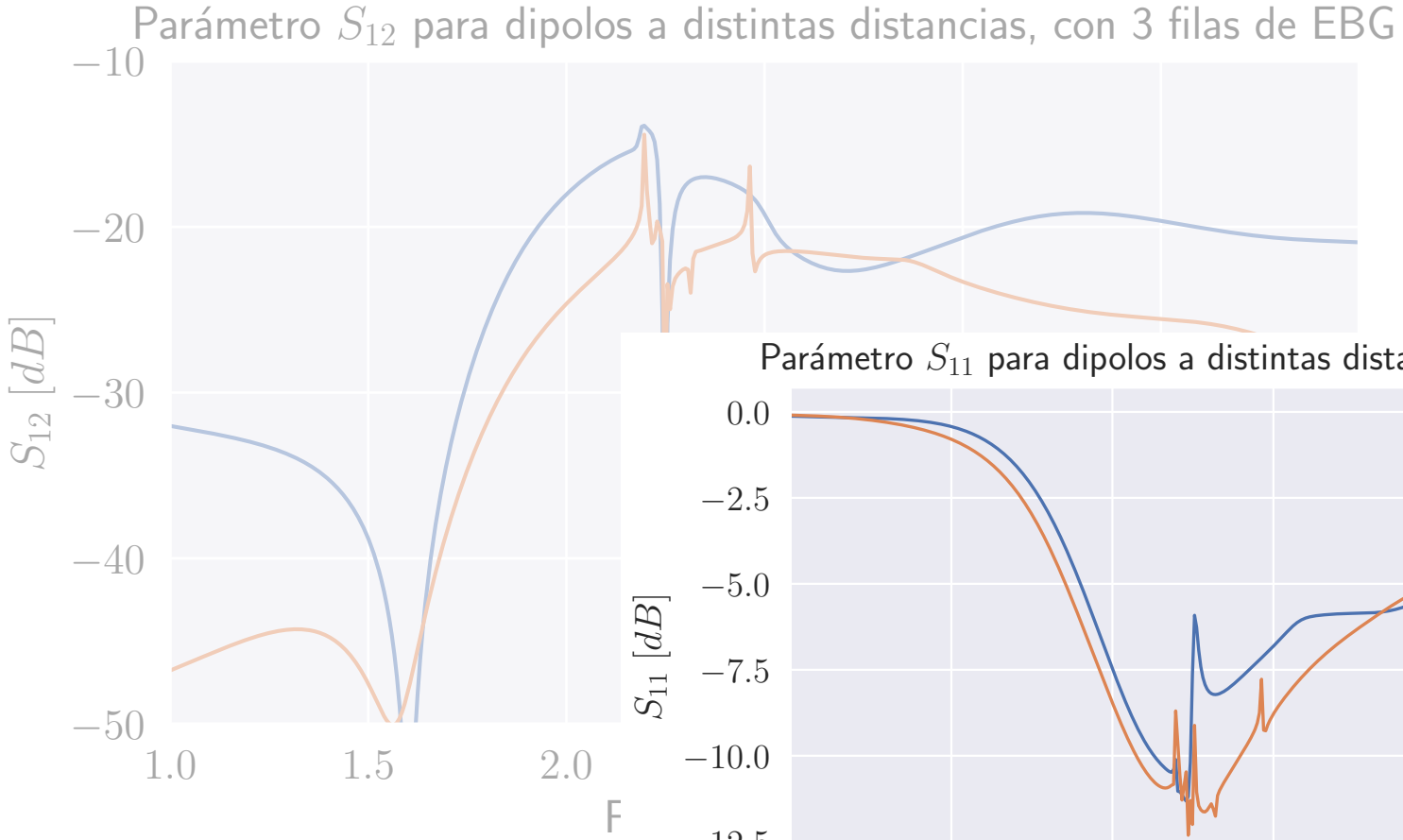


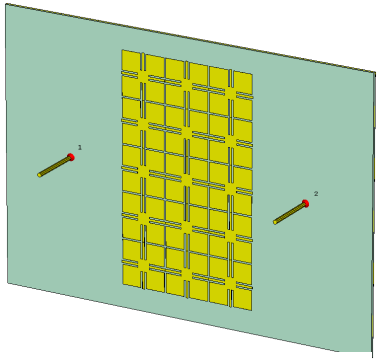
Comportamiento de conjuntos de monopolos con EBG

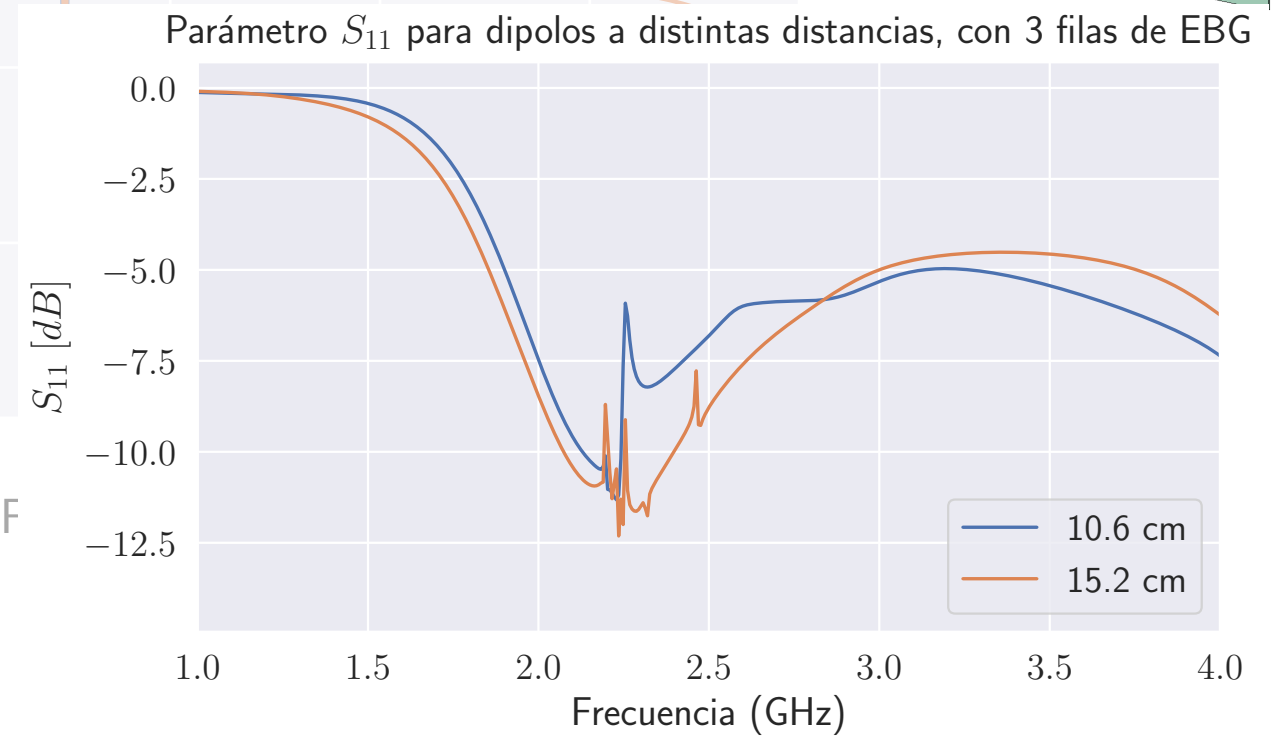




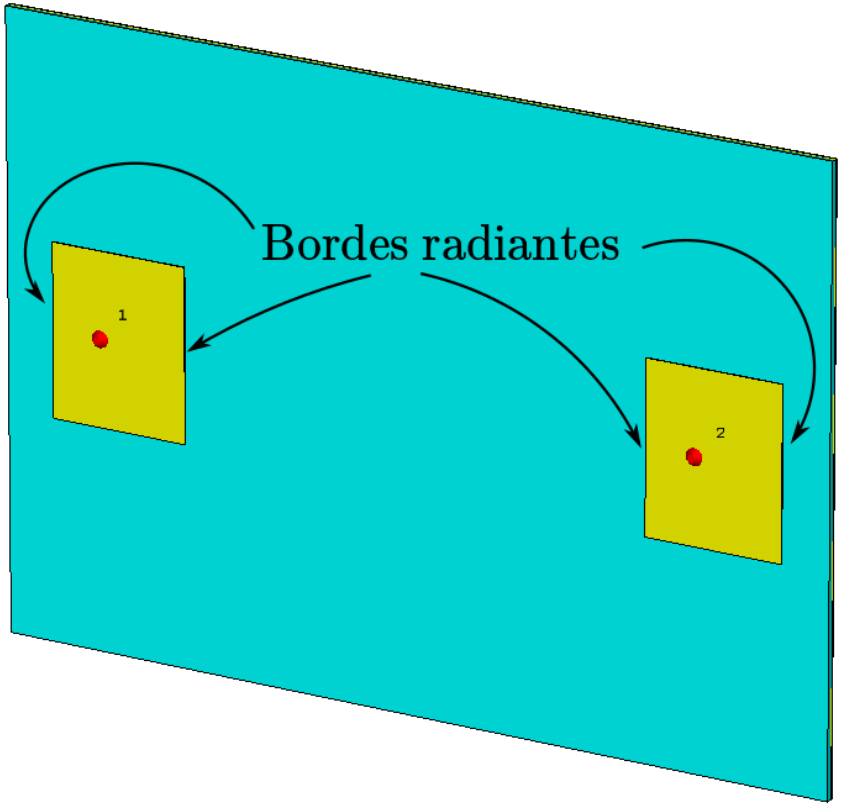
Comportamiento de conjuntos de monopolos con EBG



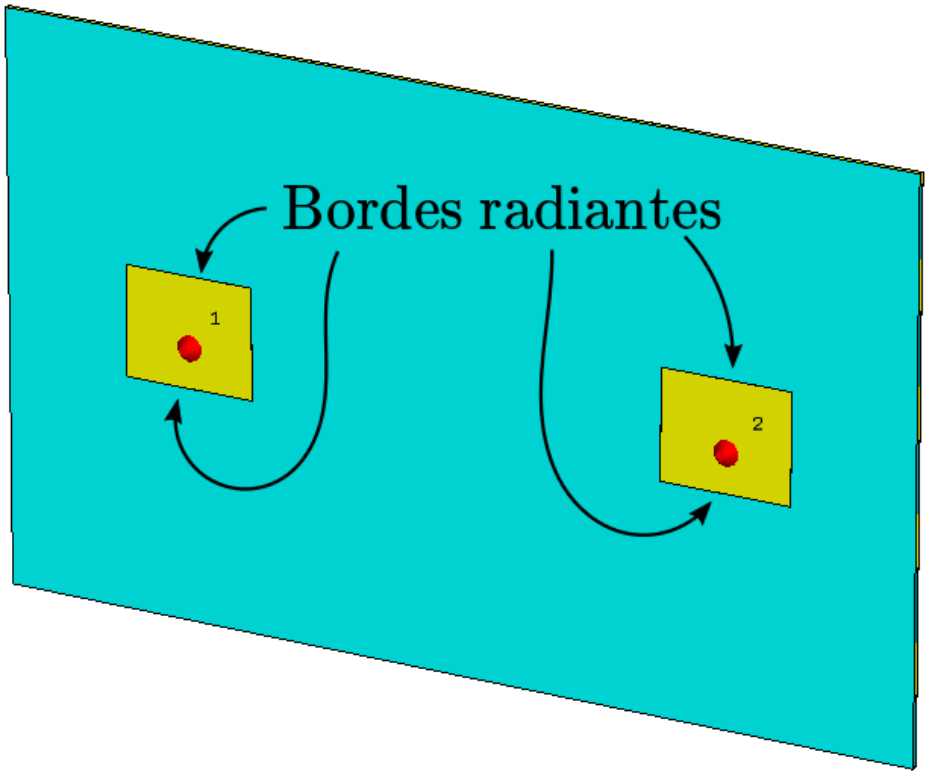




EBGs en conjuntos de antenas *microstrip*

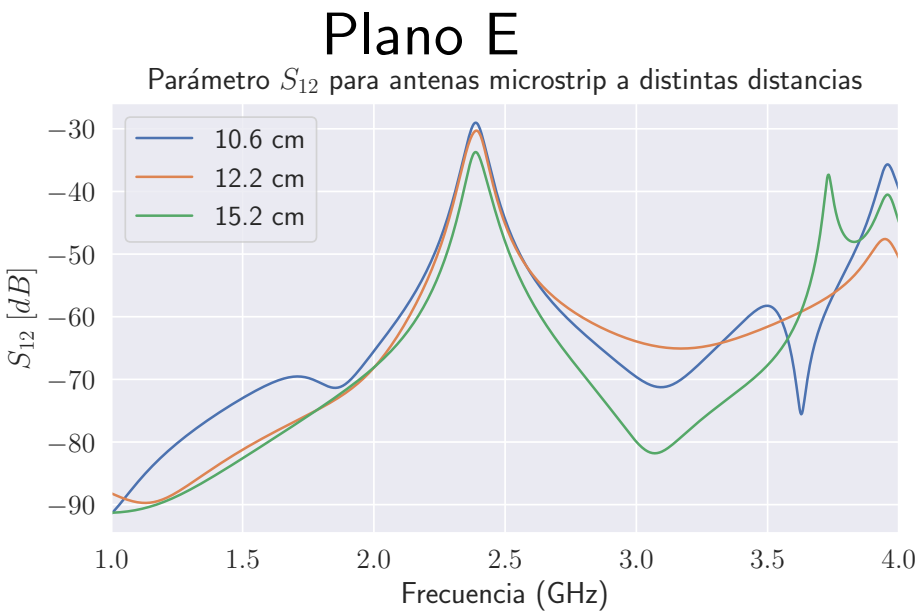


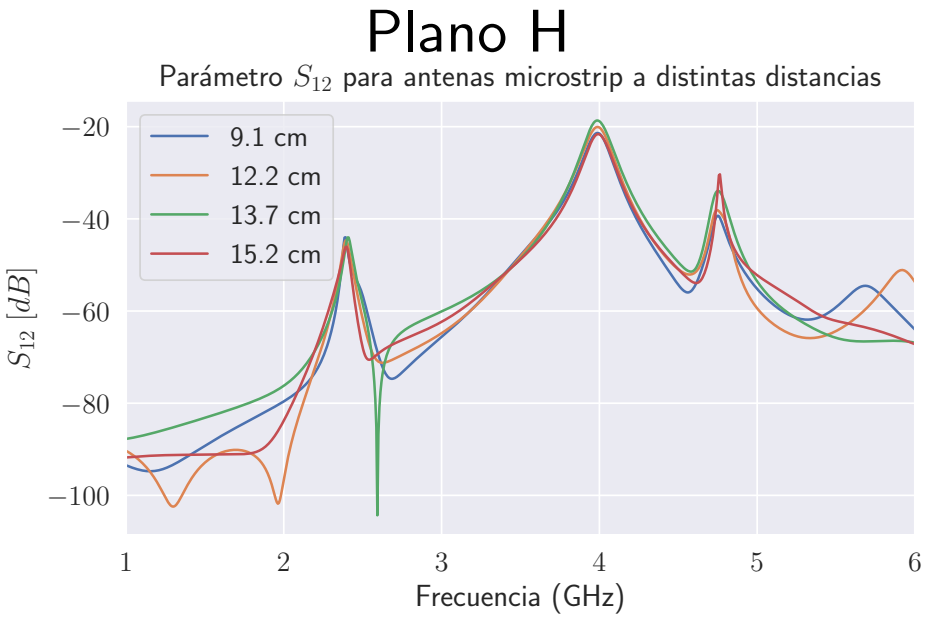
Plano H



EBGs en conjuntos de antenas *microstrip*

Sin EBG

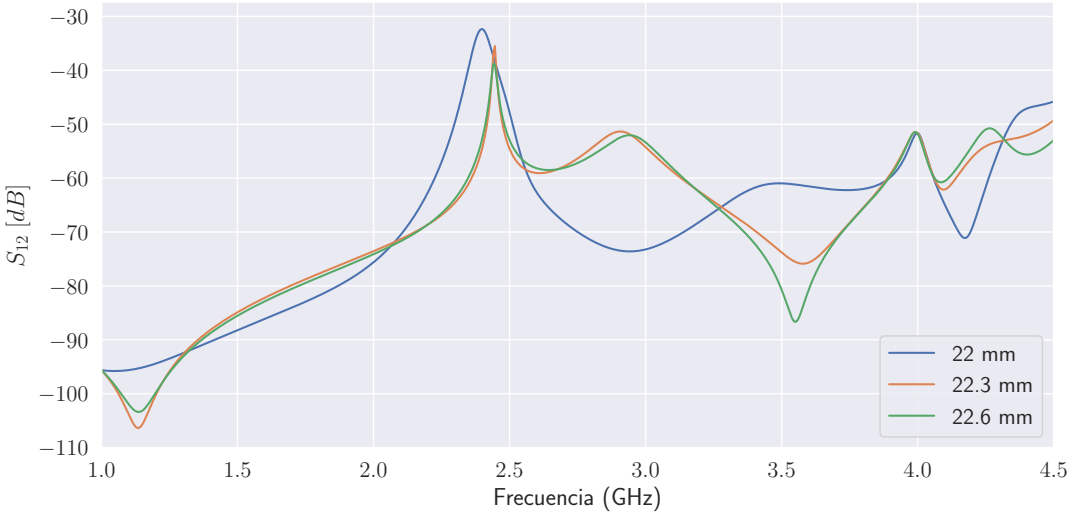




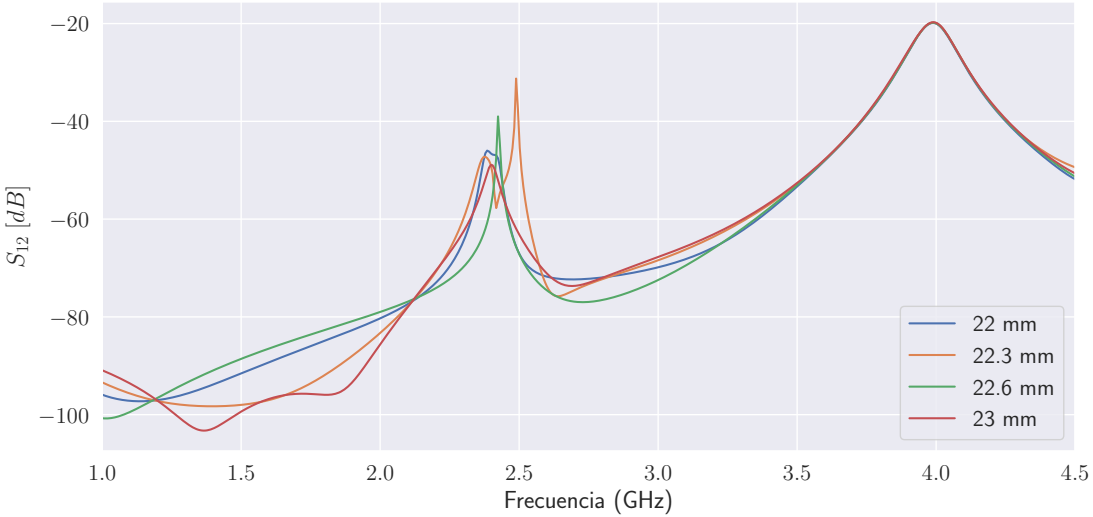
EBGs en conjuntos de antenas *microstrip*

Con 3 filas de EBG

Parámetro S_{12} para antenas microstrip en plano E para distintos tamaños de celda unitaria (distancia: 15.2 cm)



Parámetro S_{12} para antenas microstrip en plano H en función del tamaño de celda para 12.2 cm de distancia



Conclusiones

- Las estructuras *microstrip* producen ondas de superficie con polarización TM.
- Existen diversas técnicas para controlarlas: División del plano de tierra, estructuras DGS, escalones de permitividad, EBGs.
- La aplicación de EBGs no consiste únicamente en el agregado post-diseño de una estructura. Debe diseñarse la antena y la estructura al mismo tiempo.
- La obtención de resultados analíticos en el análisis de estructuras EBG de tecnología *microstrip* es casi imposible. Se utilizan técnicas numéricas, simulaciones de onda completa, que requieren mucho tiempo. Se presentaron dos alternativas:
  - Modelado circuital, cuyas sucesivas mejoras deriva en un modelo de líneas de transmisión.
  - Modelado con variación de TLM bidimensional. Bajo costo computacional. Implementación compleja.
- El acoplamiento por ondas de superficie no es único tipo de acoplamiento.

Trabajos futuros

- Medición de estructuras EBG, con y sin antenas.
- Implementar el algoritmo de TLM, aplicando soluciones a los problemas descriptos, y en un lenguaje eficiente.
- Estudio de estructuras multibanda.
- Miniaturización (Peano, Hilbert, etc).

Muchas gracias.

¿Preguntas?