



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

**Estudio de estructuras de banda  
prohibida electromagnética (EBG) para  
la reducción de acoplamiento mutuo  
entre antenas microstrip**

Tesista:

**Federico Luna**

federicoluna@protonmail.com

Director:

**Dr. Ing. Walter Gustavo Fano**

gustavo.gf2005@gmail.com

Co-directora:

**Ing. Silvina Boggi**

silvinaboggi@gmail.com

**TESIS DE GRADO DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA**

Facultad de Ingeniería

Departamento de Electrónica



**FACULTAD  
DE INGENIERIA**

Universidad de Buenos Aires

11 de diciembre de 2017



*“Study hard what interests you the most in the most undisciplined, irreverent and original manner possible.”*

Richard Feynman



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Facultad de Ingeniería  
Departamento de Electrónica

por Federico Luna

## *Resumen*

En este trabajo se han estudiado distintos tipos de alimentadores para antenas parabólicas empleando modelos teóricos y simulaciones computacionales. El diseño del alimentador fue realizado a partir de las dimensiones del reflector parabólico construido anteriormente por el autor de la presente tesis. Dicho diseño consiste en una solución de compromiso, la cual establece que la diferencia entre las potencias incidentes en el perímetro y en el vértice del reflector sea aproximadamente -11 dB.

Se han utilizado como alimentador las siguientes antenas: aberturas rectangulares y circulares, guías de onda rectangulares y cilíndricas, y bocinas rectangulares y cónicas.

La construcción del alimentador se realizó a partir de un cilindro de latón que se mecanizó para llegar a las dimensiones que fueron calculadas teóricamente y mediante simulación numérica. La adaptación del alimentador se realizó ajustando la distancia entre el excitador y el cortocircuito de la guía de onda para optimizar la relación de onda estacionaria (ROE).

Respecto a los resultados experimentales, en este trabajo de tesis se han obtenido mejoras en las características del alimentador, particularmente en la radiación posterior (back-scattering) y en el lóbulo principal, en comparación con los alimentadores tradicionales fabricados con guías de onda cilíndricas.

No se registran antecedentes en nuestro país de diseños de estos alimentadores, por lo tanto se estima que va a ser una contribución interesante para la industria local.

**Palabras clave:** Alimentador, abertura, guía de onda, bocina, reflector parabólico, eficiencia de abertura.

# *Abstract*

The purpose of this investigation was to study different parabolic reflector feeders, using theoretical models and computer simulations. The design of the feeder was made from the dimensions of a parabolic reflector which was previously built by the author of this thesis. Its design is a compromise solution, which establishes that the difference between the incident powers on the reflector's edge and vertex (edge illumination) is about - 11 dB.

The following antennas have been used as feeders: rectangular and circular apertures, rectangular and cylindrical waveguides, and rectangular and conical horns.

The construction of the feeder was made from a brass cylinder that was turned to obtain the dimensions that were calculated theoretically and then by numeric simulation. The feeder matching was made by adjusting the distance between the exciter and the waveguide short to optimize the voltage standing wave ratio (VSWR).

As regards the experimental results in this thesis, improvements have been obtained in the feeder features, specially in the back-scattering radiation and in the main lobe, in comparison with traditional feeders built with cylindrical waveguides.

In our country, there aren't any precedents of these feeders designs', therefore it is estimated that this design will be an interesting contribution to the local industry.

**Keywords:** Feeder, aperture, waveguide, horn, parabolic reflector, aperture efficiency.

# *Agradecimientos*

A mi director de tesis, el Dr. Ing. Walter Gustavo Fano, por toda la dedicación a lo largo del desarrollo de la presente tesis.

Al Ing. Aldo Peruggia, por las licencias del software de simulación FEKO.

Al Ing. Nicolás Tempone, por la ayuda brindada al momento de comenzar y redactar la tesis.

A Rodrigo Carballedo, Omar Fernandez, Ramiro Alonso, Hector Andon y Marcela Luberto, por la buena predisposición, la mano de obra y la ayuda al momento de implementar y medir el alimentador.





# Índice general

Resumen	V
Abstract	VI
Agradecimientos	VII
Índice general	VIII

<b>1. Introducción: Fundamentos de electromagnetismo</b>	<b>1</b>
1.1. Reseña histórica . . . . .	1
1.2. Ecuaciones de Maxwell . . . . .	2
1.2.1. Campos en medios materiales . . . . .	3
1.2.2. Condiciones de borde . . . . .	4
1.2.2.1. Campos sobre una superficie dieléctrica . . . . .	5
1.2.2.2. Campos sobre una superficie conductora eléctrica . . . . .	5
1.2.2.3. Campos sobre una superficie conductora magnética . . . . .	5
1.3. Ecuación de onda . . . . .	5
1.3.1. Incidencia de una onda plana sobre una interfaz . . . . .	9
1.3.2. Ángulo de Brewster y ángulo crítico . . . . .	11
1.4. Guías de ondas . . . . .	12
1.4.1. Guía de ondas dieléctricas con plano de tierra . . . . .	12
1.5. Líneas de transmisión . . . . .	12
1.6. Antenas . . . . .	12
1.6.1. Regiones de campo . . . . .	12
1.6.2. Diagramas de radiación . . . . .	12
1.6.3. Potencia total radiada e intensidad de radiación . . . . .	12
1.6.4. Directividad, eficiencia y ganancia . . . . .	12
1.6.5. Polarización . . . . .	13
1.6.6. Impedancia de entrada . . . . .	13
1.6.7. Acoplamiento mutuo . . . . .	13
1.6.8. Dieléctricos y pérdidas dieléctricas . . . . .	13
1.6.9. Parámetros S . . . . .	13
1.6.10. Antenas Microstrip . . . . .	13
1.6.10.1. Modelo de líneas de transmisión . . . . .	13
1.6.10.2. Modelo de cavidades multimodo . . . . .	13
1.6.11. Acoplamiento mutuo en antenas Microstrip . . . . .	13

1.6.11.1. Ondas de superficie . . . . .	14
<b>2. Fundamentos de estructuras de EBG</b>	<b>15</b>
2.1. Reseña histórica: Metamateriales, materiales periódicos y EBGs . . . . .	16
2.2. Difracción de Bragg . . . . .	16
2.3. Bloch-Floquet . . . . .	16
2.4. Impedancia de onda y de superficie . . . . .	16
2.5. Metamateriales ópticos: Cristales fotónicos . . . . .	16
2.6. Tipos de EBG . . . . .	16
2.6.1. EBGs de mano izquierda . . . . .	16
2.6.2. EBGs uniplanares . . . . .	16
2.7. Modelado y simulación de metamateriales . . . . .	16
2.7.1. Métodos de cavidades periódicas . . . . .	16
2.7.2. Modelado por líneas de transmisión . . . . .	16
2.7.2.1. TMM . . . . .	16
2.7.2.2. TLM . . . . .	16
<b>3. Estudio y diseño de estructuras de banda prohibida electromagnética</b>	<b>17</b>
3.1. Análisis de estructuras periódicas . . . . .	17
3.2. Análisis de estructuras planares propuestas . . . . .	17
3.3. Estudio de estructuras mediante TLM . . . . .	17
3.3.1. Algoritmo utilizando programación orientada a objetos . . . . .	17
<b>4. Aplicación de EBGs en estructuras microstrip</b>	<b>19</b>
4.1. Introducción . . . . .	19
4.2. Técnicas de aumento del ancho de banda para el análisis . . . . .	19
4.3. Diseño de la antena microstrip . . . . .	19
4.4. Elección del metamaterial . . . . .	19
4.5. Estudio del efecto sobre el acoplamiento mutuo . . . . .	19
4.6. Estudio del efecto de la distancia sobre el ancho de banda . . . . .	19
<b>5. Resultados experimentales</b>	<b>21</b>
5.1. Construcción del prototipo . . . . .	21
5.2. Banco de medición . . . . .	21
5.3. Resultados . . . . .	21
<b>6. Conclusiones</b>	<b>23</b>
<b>Apéndices</b>	<b>27</b>
<b>A. Distribución de los campos en una cinta microstrip</b>	<b>29</b>
<b>B. Cálculo del diagrama de dispersión</b>	<b>31</b>
<b>C. Algoritmo de TLM modificado</b>	<b>33</b>
<b>D. Cálculo de capacidad entre celdas vecinas</b>	<b>35</b>
D.1. Expresión del versor $\hat{e}_i$ . . . . .	35
D.2. Expresión del vector $\mathbf{u}$ . . . . .	37

<b>E. Incertezas en la instrumentación</b>	<b>41</b>
E.1. Analizador vectorial de redes . . . . .	41
E.2. Analizador de espectros . . . . .	45
<b>F. Código de Python</b>	<b>47</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>49</b>



*A mi padre, de quien heredé la vocación por la profesión y que ha sido fundamental a lo largo de estos años para que nunca baje los brazos ante las adversidades, contratiempos y frustraciones.*

*A mi madre y a mis hermanos, por la confianza, el ánimo y porque han sido pilares fundamentales a lo largo de toda mi carrera.*

*A Claudia, mi compañera, por la incondicionalidad, su gran paciencia y, sobre todo, por la virtud de poder sacarme una sonrisa hasta en los momentos más difíciles.*



# Capítulo 1

## Introducción: Fundamentos de electromagnetismo

### 1.1. Reseña histórica

Las bases de la teoría electromagnética clásica para el dominio macroscópico fueron formuladas por James Clerk Maxwell en 1873, en base al conocimiento previo desarrollado por Gauss, Ampère y Faraday, entre otros. Entre 1885 y 1887, Oliver Heaviside simplificó las expresiones e introdujo la notación vectorial actual, facilitando así el modelado de guías de ondas y líneas de transmisión [10].

En base a estos trabajos, Heinrich Hertz diseñó, entre 1887 y 1891, una serie de experimentos que validaron la teoría de ondas electromagnéticas propuesta por Maxwell. En 1886, Hertz construyó la primer antena dipolo, y en 1888, la primer antena parabólica, alimentada por un dipolo de 450 MHz, dando el puntapié inicial para el desarrollo de la radio durante la primera mitad del siglo XX.

El primer análisis de la propagación de ondas electromagnéticas en guías de ondas metálicas, publicado por Lord Rayleigh en 1897, y el posterior estudio teórico del comportamiento de ondas en guías dieléctricas por Debye y Hondros, en 1910, sentaron los cimientos para que durante la década del '30 comenzaran trabajos experimentales en transporte de ondas electromagnéticas en los laboratorios Bell [13].

Los conjuntos de antenas se popularizaron a partir de la aparición de la antena de Yagui-Uda en 1926, formada por elementos lineales que dan lugar a una fase fija. Recién durante la Segunda Guerra Mundial surgieron los conjuntos de antena de fase variable [15], y las guías de ondas y las antenas tomaron un lugar prioritario entre los ingenieros,

matemáticos y físicos de la época, lo que permitió el desarrollo de métodos de análisis para facilitar la formulación de problemas con condiciones de borde complejas.

Recién finalizada la Segunda Guerra Mundial se comenzaron a fabricar circuitos *microstrip*. En 1953, G. A. Deschamps presentó el primer trabajo sobre antenas con la misma tecnología, y la primer patente en ese sentido se registró en 1955 [3]. Aún así, recién en la década del '70 comenzaron a utilizarse en aplicaciones prácticas, principalmente debido a la aparición de sustratos con bajas tangentes de pérdida, la mejora en técnicas de fotolitografía, y la optimización de modelos teóricos [1]. Sin embargo, la simplificación constructiva trajo aparejados problemas de acoplamiento mutuo, que debieron ser abordados por técnicas de filtrado y blindaje.

## 1.2. Ecuaciones de Maxwell

La teoría electromagnética propuesta por Maxwell, y simplificada por Heaviside, se reduce a cuatro ecuaciones diferenciales lineales vectoriales e interdependientes que, en notación diferencial, quedan expresadas como se observa a la izquierda de la ecuación 1-1 [10]:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Faraday} \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{M} \\ \text{Ampère} \quad \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \\ \text{Gauss} \quad \nabla \cdot \vec{D} = \rho \\ \quad \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} - \vec{M} \\ \nabla \times \vec{H} = j\omega \vec{D} + \vec{J} \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \end{array} \right. \quad (1-1)$$

donde  $\vec{E}$  es el campo eléctrico, en  $(V/m)$ ;  $\vec{H}$  es el campo magnético, en  $(A/m)$ ;  $\vec{D}$  es la densidad de flujo eléctrico, en  $(C/m^2)$ ;  $\vec{B}$  es la densidad de flujo magnético, en  $(Wb/m)$ ;  $\vec{M}$  es la densidad de corriente magnética, en  $(V/m)$ , y se considera por completitud y simetría;  $\vec{J}$  es la densidad de corriente eléctrica, en  $(A/m^2)$ ; y  $\rho$  es la densidad de carga eléctrica, en  $(C/m^2)$ .

De las ecuaciones 1-1 se deduce que las fuentes de campo electromagnético son las corrientes  $\vec{M}$  y  $\vec{J}$ , y la densidad de carga eléctrica  $\rho$ .

Aplicando la divergencia a la ecuación de Ampere, y recordando que  $\nabla \cdot (\nabla \times F) = 0$ , se obtiene la ecuación de continuidad, que representa la conservación de la carga, o la continuidad de la corriente.



$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1-2)$$

Dado que la mayor parte del análisis se realiza sobre campos de comportamiento armónico y en régimen permanente, la dependencia del tiempo de la ecuaciones de Maxwell se suele simplificar, y se puede utilizar notación fasorial. Para esto, todos los campos se consideran complejos, y la dependencia temporal,  $e^{j\omega t}$ , se suele dejar implícita, dado que resulta común para todos los términos. Considerando que cualquier variación en el tiempo físicamente realizable puede ser descompuesta según la transformada de Fourier, no hay pérdida de generalidad al tratar a las ecuaciones de Maxwell de esta manera. Así, las derivadas respecto del tiempo resultan más sencillas, y los vectores de campos se vuelven funciones vectoriales complejas dependientes sólo de coordenadas espaciales [13]. El resultado de esta simplificación se observa en el lado derecho de la ecuación 1-1.

### 1.2.1. Campos en medios materiales

Un campo eléctrico aplicado sobre cualquier material dieléctrico genera una polarización de sus átomos y/o moléculas, creando momentos dipolares eléctricos (o alineándolos, si en el material existían previamente), y dando lugar a un vector de polarización adicional,  $\vec{P}_e$ , que genera un decrecimiento en el campo eléctrico presente en el material. En el mismo sentido, un campo magnético aplicado sobre un medio material podría ser capaz de alinear los momentos dipolares magnéticos en un material magnético, produciendo un vector de polarización magnética  $\vec{P}_m$ . Si el medio es, además, lineal e isotrópico, dichas polarizaciones son proporcionales al campo aplicado, de forma que  $\vec{P}_e = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$  y  $\vec{P}_m = \chi_m \vec{H}$ , con  $\chi_e$  y  $\chi_m$  las susceptibilidades eléctrica y magnética, respectivamente. Dado que las susceptibilidades toman valores complejos, los medios materiales poseen permitividades eléctricas y permeabilidades magnéticas también complejas, asociadas a las pérdidas debidas al amortiguamiento causado por los momentos dipolares respectivos [11]. Las relaciones constitutivas resultan, entonces:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_e = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \epsilon \vec{E} = \epsilon' - j\epsilon'' \vec{E} \quad (1-3a)$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{P}_m) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu \vec{H} = \mu' - j\mu'' \vec{H} \quad (1-3b)$$

Si, además, el material posee una conductividad  $\sigma$ , la aplicación de un campo eléctrico da lugar a la aparición de una densidad de corriente  $\vec{J}$ , que en algunos casos, cuando  $\sigma$  es independiente del campo eléctrico aplicado, de la dirección del mismo y de la posición, se puede expresar según la ley de Ohm:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (1-4)$$

La ecuación de Ampère de 1-1 queda, entonces, expresada como

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega \vec{D} + \vec{J} = j\omega \epsilon \vec{E} + \sigma \vec{E} = j\omega \epsilon' \vec{E} + (\omega \epsilon'' + \sigma) \vec{E} \quad (1-5a)$$

$$= j\omega \left( \epsilon' - j\epsilon'' - j\frac{\sigma}{\omega} \right) \vec{E} \quad (1-5b)$$

La relación entre la parte imaginaria y la parte real de la corriente total de desplazamiento se conoce como tangente de pérdidas [10]:

$$\tan \delta = \frac{\omega \epsilon'' + \sigma}{\omega \epsilon'} \quad (1-6)$$

Cuando el material no es homogéneo, los coeficientes  $\epsilon$  y  $\mu$  dependen de la posición. Si, además, el material es anisotrópico, como en el caso de los cristales y gases ionizados, la relaciones expresadas antes entre los vectores de polarización ( $\vec{P}_e$  y  $\vec{P}_m$ ) y los campos no se cumplen, sino que deben ser expresadas como tensores de rango 2 (diadas), como se muestra en la ecuación 1-7, explicitando así su dependencia de la dirección [13]. Si, además, el material no es lineal, los coeficientes  $\epsilon_{ij}$  y  $\mu_{ij}$  pueden ser funciones de  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  respectivamente.

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} \quad (1-7)$$

### 1.2.2. Condiciones de borde

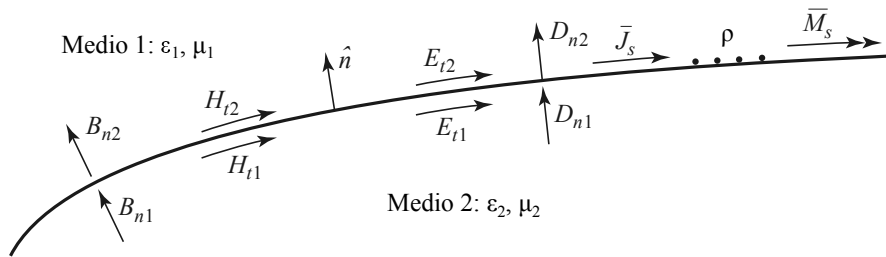


FIGURA 1.1: Corrientes, campos y carga superficial en una interfaz general entre dos medios [10]

Si se considera una interfaz entre dos medios, como la que se muestra en la figura 1.1, a partir de las ecuaciones de Maxwell y los teoremas integrales, se pueden deducir las

siguientes condiciones de borde:

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_s \quad (1-8a)$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (1-8b)$$

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = -\vec{M}_s \quad (1-8c)$$

$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}_s \quad (1-8d)$$

### 1.2.2.1. Campos sobre una superficie dieléctrica

Dado que en una interfaz entre dos dieléctricos no hay carga eléctrica ni densidades de corriente, las ecuaciones 1-8 establecen que las componentes normales de los vectores  $\vec{D}$  y  $\vec{B}$  se conservan, y que las componentes tangenciales de  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  también lo hacen.

### 1.2.2.2. Campos sobre una superficie conductora eléctrica

Si el conductor no tiene pérdidas ( $\sigma \rightarrow \infty$ ), todos los campos deben ser cero en su interior, dado que la profundidad de penetración se anula. Considerando, además, que  $\vec{M}_s = 0$ , la componente tangencial del campo eléctrico,  $E_t$  desaparece sobre la superficie del conductor. Dado que la diferencia entre las componentes normales del campo magnético está dada por  $\vec{J}_s$ , y el campo magnético debe anularse en el conductor, la densidad de corriente superficial está dada únicamente por el campo magnético externo al conductor. En el mismo sentido, la densidad de carga superficial  $\rho_s$  es la expresión, sobre la superficie del conductor, de la componente normal de  $\vec{D}$ .

### 1.2.2.3. Campos sobre una superficie conductora magnética

Dado que la superficie conductora magnética representa el caso dual al de la superficie conductora eléctrica, en este caso se espera que la componente tangencial de  $\vec{H}$  se anule sobre la superficie, mientras que la componente tangencial del campo eléctrico dé lugar a corrientes magnéticas sobre la misma.

## 1.3. Ecuación de onda

Al considerar una región del espacio lineal, isotrópica y homogénea, se puede calcular el rotor de la primera ecuación de Maxwell, aplicar la segunda ecuación y, recordando que  $\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla \nabla \cdot \vec{E} - \nabla^2 \vec{E}$ , donde  $\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon$ , se puede deducir que:

$$\begin{aligned}
\nabla \times \nabla \times \vec{E} &= -j\omega\mu\nabla \times \vec{H} - \nabla \times \vec{M} \\
\nabla \nabla \cdot \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} &= -j\omega\mu\nabla \times \vec{H} - \nabla \times \vec{M} \\
\frac{\nabla \rho}{\epsilon} - \nabla^2 \vec{E} &= \omega^2\mu\epsilon\vec{E} - j\omega\mu\vec{J} - \nabla \times \vec{M} \\
\nabla^2 \vec{E} + \omega^2\mu\epsilon\vec{E} &= j\omega\mu\vec{J} + \frac{\nabla \rho}{\epsilon} + \nabla \times \vec{M}
\end{aligned} \tag{1-9}$$

en el mismo sentido, para el campo magnético:

$$\begin{aligned}
\nabla \times \nabla \times \vec{H} &= j\omega\nabla \times \vec{D} + \nabla \times \vec{J} \\
\nabla \nabla \cdot \vec{H} - \nabla^2 \vec{H} &= j\omega\epsilon\nabla \times \vec{E} + \nabla \times \vec{J} \\
\frac{1}{\mu}\nabla(\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{H} &= j\omega\epsilon(-j\omega\vec{B} - \vec{M}) + \nabla \times \vec{J} \\
\nabla^2 \vec{H} + \omega^2\epsilon\mu\vec{H} &= j\omega\epsilon\vec{M} - \nabla \times \vec{J}
\end{aligned} \tag{1-10}$$

De las ecuaciones anteriores se observa que el campo magnético está determinado por la componente rotacional de la corriente eléctrica, mientras que el campo eléctrico está determinado por todas las componentes de la misma. De manera análoga, se cumple la relación inversa para el caso de la corriente magnética.

Si, además, la región del espacio es libre de fuentes, se deducen las ecuaciones de Helmholtz para ambos campos, donde  $k$  es la constante de propagación o número de onda, en unidades de  $(1/m)$ :

$$\nabla \times \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \tag{1-11a}$$

$$\nabla \times \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0 \tag{1-11b}$$

Para el caso sin pérdidas se puede expresar como  $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$ , mientras que si se considera que existen pérdidas óhmicas, las mismas pueden ser tenidas en cuenta si  $k$  asume el valor complejo  $-j\gamma$ , con  $\gamma = j\alpha + \beta = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{1 - j\sigma/(\omega\epsilon)}$ . Para el caso de un buen conductor,  $\gamma = j\alpha + \beta = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{\sigma/(\omega\epsilon)} = (1+j)\sqrt{\omega\mu\sigma/2}$ , lo que nos permite definir la profundidad de penetración como  $\delta_s = 1/\alpha = \sqrt{2/(\omega\mu\sigma)}$ , que decrece con la frecuencia.

En coordenadas cartesianas, la ecuación 1-11a se puede escribir como indica la ecuación 1-12, que además se cumple para todas las coordenadas en que se desarrolla el campo  $\vec{E}$ . Para cada una de estas coordenadas, resulta sencillo aplicar el método de separación

de variables, de forma que  $E_i = f(x)g(y)h(z)$  para  $i = x, y$ , ó  $z$ , donde las funciones  $f(x)$ ,  $g(y)$  y  $h(z)$  son independientes.

$$\nabla^2 \vec{E} + k_0^2 \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} + k_0^2 \vec{E} = 0 \quad (1-12)$$

Sustituyendo, para la ecuación de Helmholtz de cada coordenada, la expresión de  $E_i$ , se obtiene:

$$\frac{f''(x)}{f(x)} + \frac{g''(y)}{g(y)} + \frac{h''(z)}{h(z)} + k_0^2 = 0$$

Dado que las funciones propuestas son independientes, cada uno de los términos de la ecuación anterior deben dar lugar a una constante:

$$\frac{f''(x)}{f(x)} = -k_x^2; \quad \frac{g''(y)}{g(y)} = -k_y^2; \quad \frac{h''(z)}{h(z)} = -k_z^2$$

de manera que:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2 \quad (1-13)$$

Quedan, entonces, tres ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\frac{d^2 f}{dx^2} + k_x^2 f = 0; \quad \frac{d^2 g}{dy^2} + k_y^2 g = 0; \quad \frac{d^2 h}{dz^2} + k_z^2 h = 0;$$

cuyas soluciones son de la forma  $e^{\pm j k_i i}$ , con  $i = x, y$  o  $z$ , respectivamente. Las soluciones con un signo positivo en el exponente corresponden a ondas que viajan en la dirección negativa  $(-x, -y, -z)$ , mientras que las que tienen un signo negativo corresponden a ondas que viajan en la dirección positiva. Dado que ambas soluciones son válidas y posibles, en función de las condiciones de borde, en general la expresión de un campo  $E_i(x, y, z)$ ,  $i = x, y, z$  quedará establecida como la suma de ambas, afectadas por un factor de amplitud dependiente de la coordenada evaluada. Para el caso de ondas que viajan en la dirección positiva:

$$E_i(x, y, z) = A_i e^{-j(k_x x + k_y y + k_z z)}, \quad i = x, y, z$$

Si definimos como  $\hat{n}$  al versor en la dirección de propagación, podemos definir el vector de número de onda,  $\vec{k}$ , como:

$$\vec{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z} = k_o \hat{n}$$

De esta forma, se puede expresar, estableciendo  $\vec{E}_0 = A\hat{x} + B\hat{y} + C\hat{z}$ , y  $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ , el campo eléctrico como:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (1-14)$$

Para el caso con pérdidas, y considerando que la dirección de propagación es  $z$ , las componentes  $x$  e  $y$  se comportan como:

$$E_i(z) = E_i e^{-\gamma z} = E_i e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}, \quad i = x, y$$

Al expresar la divergencia del campo eléctrico de la ecuación 1-14, que en una región sin fuentes es nula, y recordando que  $\nabla \cdot (f\vec{A}) = \vec{A} \cdot \nabla f + f\nabla \cdot \vec{A}$ , se obtiene:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= \nabla \cdot \vec{E}_0 e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} = \vec{E}_0 \cdot \nabla e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} + e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} \cancel{\nabla \cdot \vec{E}_0} = 0 \\ &= -j\vec{k} \cdot \vec{E}_0 e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} = 0 \end{aligned} \quad (1-15)$$

De lo que se puede deducir que  $\vec{k} \cdot \vec{E}_0 = 0$ , de modo que el campo eléctrico, en una onda plana, es siempre perpendicular a la dirección de propagación.

De la ecuación de Faraday de 1-1, considerando espacio libre de cargas, se puede deducir que el campo magnético es siempre ortogonal al campo eléctrico y a la dirección de propagación, y que los campos están relacionados de forma que [11]:

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \pm \frac{\hat{n} \times \vec{E}(\vec{r}, t)}{\eta} \quad (1-16)$$

donde  $\eta$  es la impedancia de onda, que tiene la forma  $\eta = j\omega\mu/\gamma$ . Para el caso del vacío, la impedancia intrínseca se denota  $\eta_0$  y tiene un valor de  $377 \Omega$ , mientras que para otros materiales está determinada por su permitividad eléctrica y permeabilidad magnética, y puede ser compleja si hay pérdidas.

La velocidad de fase se define como  $v_p = \omega/\beta$ , que para el caso sin pérdidas queda como  $1/\sqrt{\mu\epsilon}$ , y que para el caso particular del vacío, se expresa como  $1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0} = c$ , donde  $c$  es

la velocidad de la luz en el vacío. Así, la velocidad de fase en cualquier medio material sin pérdidas resulta  $c/\sqrt{\epsilon_r\mu_r}$ .

La longitud de onda,  $\lambda$ , es la distancia espacial entre dos máximos sucesivos, por lo que se expresa como  $\lambda = 2\pi/k = v_p/f$ .

### 1.3.1. Incidencia de una onda plana sobre una interfaz

Una onda electromagnética incidente sobre una superficie en un ángulo arbitrario puede analizarse descomponiendo el problema en dos casos canónicos de polarización (dirección del campo eléctrico): perpendicular (TE, transversal eléctrico) o paralela (TM, transversal magnético) al plano de incidencia, que es el formado por el rayo incidente y la normal a la interfaz. El problema de la incidencia perpendicular a la interfaz combina ambos casos.

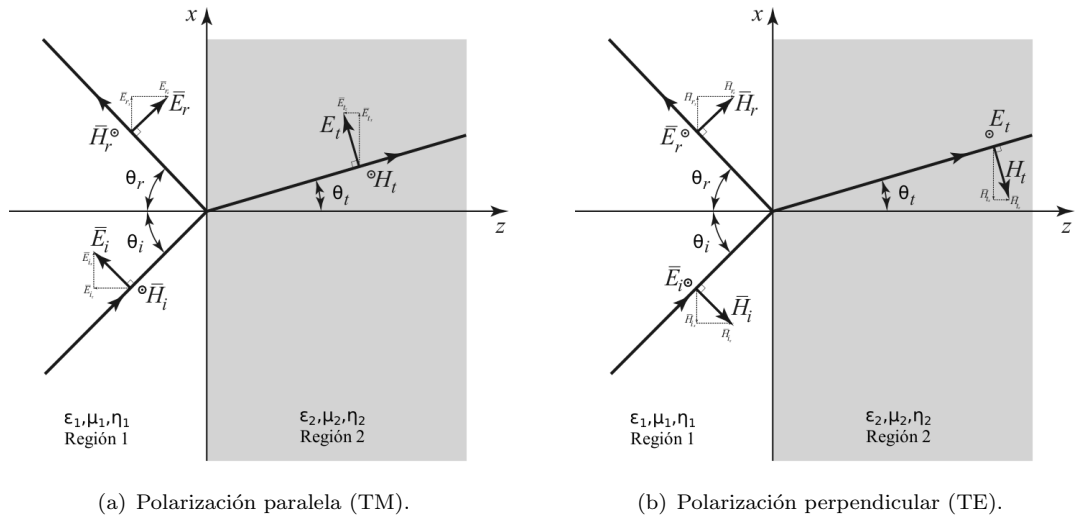


FIGURA 1.2: Incidencia oblicua para los dos casos de polarización analizados.

Los campos eléctrico y magnético incidentes, según el sistema de coordenadas definido en la figura 1.2, pueden ser expresados, en forma general, como indican las ecuaciones 1-17.

$$\vec{E}_i = \vec{E}_0 e^{-j\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} \quad (1-17a)$$

$$\vec{H}_i = \frac{\hat{k} \times \vec{E}_0}{\eta_1} e^{-j\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} \quad (1-17b)$$

	TM	TE
$\vec{E}_i$	$E_0 (\hat{x} \cos \theta_i - \hat{z} \sin \theta_i) e^{-jk_1(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)}$	$E_0 \hat{y} e^{-jk_1(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)}$
$\vec{H}_i$	$-\frac{E_0}{\eta_1} \hat{y} e^{-jk_1(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)}$	$\frac{E_0}{\eta_1} (-\hat{x} \cos \theta_i + \hat{z} \sin \theta_i) e^{-jk_1(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)}$
$\vec{E}_r$	$E_0 \Gamma (\hat{x} \cos \theta_r + \hat{z} \sin \theta_r) e^{-jk_1(x \sin \theta_r - z \cos \theta_r)}$	$E_0 \Gamma \hat{y} e^{-jk_1(x \sin \theta_r - z \cos \theta_r)}$
$\vec{H}_r$	$-\frac{E_0 \Gamma}{\eta_1} \hat{y} e^{-jk_1(x \sin \theta_r - z \cos \theta_r)}$	$\frac{E_0 \Gamma}{\eta_1} (\hat{x} \cos \theta_r + \hat{z} \sin \theta_r) e^{-jk_1(x \sin \theta_r - z \cos \theta_r)}$
$\vec{E}_t$	$E_0 T (\hat{x} \cos \theta_t - \hat{z} \sin \theta_t) e^{-jk_2(x \sin \theta_t + z \cos \theta_t)}$	$E_0 T \hat{y} e^{-jk_2(x \sin \theta_t + z \cos \theta_t)}$
$\vec{H}_t$	$\frac{E_0 T}{\eta_1} \hat{y} e^{-jk_2(x \sin \theta_t + z \cos \theta_t)}$	$\frac{E_0 T}{\eta_2} (-\hat{x} \cos \theta_t + \hat{z} \sin \theta_t) e^{-jk_2(x \sin \theta_t + z \cos \theta_t)}$
$\Gamma$	$\frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i}$	$\frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t}$
$T$	$\frac{2 \eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i}$	$\frac{2 \eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i}$

TABLA 1.1: Campos incidentes, transmitidos y reflejados, y coeficientes de reflexión y transmisión para incidencia oblicua de una onda plana sobre una interfaz dieléctrica

donde  $\vec{r} = (x, y, z)$ ,  $\vec{k}_1 = \hat{k}_1 \omega \sqrt{\mu_1 \epsilon_1}$ ,  $\hat{k}_1$  es la dirección de propagación de la onda plana, y  $\eta_1 = \sqrt{\mu_1 / \epsilon_1} = j\omega\mu / \gamma$  es la impedancia de onda de región de incidencia, que puede ser compleja si el medio posee pérdidas.

Se define al coeficiente de reflexión  $\Gamma$  como la relación entre la magnitud del campo reflejado y del campo incidente,  $E_r / E_i$ . De la misma manera, el coeficiente de transmisión  $T$  es la relación entre el módulo del campo transmitido al segundo medio y el campo incidente desde el primer medio,  $E_t / E_i$ , de manera que  $1 + \Gamma = T$  y que  $(1 - \Gamma) / \eta_1 = T / \eta_2$ .

Usando estos coeficientes, a partir de las ecuaciones 1-17, y teniendo en cuenta las condiciones de borde descritas en la sección 1.2.2, se pueden calcular los campos reflejados y transmitidos. Para los dos casos canónicos analizados, los campos incidentes, reflejados y transmitidos se resumen en la tabla 1.1, así como los coeficientes de reflexión y transmisión.

Si se fuerza la continuidad de las componentes tangenciales de los campos sobre la interfaz para ambos casos,  $\vec{E}_i^{tg} + \vec{E}_r^{tg} = \vec{E}_t^{tg}$  y  $\vec{H}_i^{tg} + \vec{H}_r^{tg} = \vec{H}_t^{tg}$ , se obtienen las expresiones 1-18 para el modo TM, y 1-19 para el modo TE.

$$\cos \theta_i e^{-jk_1 x \sin \theta_i} + \Gamma \cos \theta_r e^{-jk_1 x \sin \theta_r} = T \cos \theta_t e^{-jk_2 x \sin \theta_t} \quad (1-18a)$$

$$\frac{1}{\eta_1} e^{-jk_1 x \sin \theta_i} - \frac{\Gamma}{\eta_1} e^{-jk_1 x \sin \theta_r} = \frac{T}{\eta_2} e^{-jk_2 x \sin \theta_t} \quad (1-18b)$$



$$e^{-jk_1 x \sin \theta_i} + \Gamma e^{-jk_1 x \sin \theta_r} = T e^{-jk_2 x \sin \theta_t} \quad (1-19a)$$

$$-\frac{1}{\eta_1} \cos \theta_i e^{-jk_1 x \sin \theta_i} - \frac{\Gamma}{\eta_1} \cos \theta_r e^{-jk_1 x \sin \theta_r} = -\frac{T}{\eta_2} \cos \theta_t e^{-jk_2 x \sin \theta_t} \quad (1-19b)$$

En estas ecuaciones se observa que a ambos lados de las igualdades, las expresiones son funciones de la posición sobre la interfaz. Para que la condición de borde se cumpla en todos sus puntos, la variación en  $x$  debe ser la misma en todos los términos, de forma que el efecto de la variación sea anulado:  $k_1 \sin \theta_i = k_1 \sin \theta_r = k_2 \sin \theta_t$ . De esta consideración se deriva la Ley de Snell (asumiendo que  $\mu_1 = \mu_2$ ):

$$\theta_i = \theta_r \quad (1-20a)$$

$$k_1 \sin \theta_i = k_2 \sin \theta_t \xrightarrow{\eta = \frac{\omega \mu}{k}} \eta_2 \sin \theta_i = \eta_1 \sin \theta_t \quad (1-20b)$$

Utilizando estas expresiones, y a partir de las ecuaciones 1-18 y 1-19, se obtienen las expresiones para los coeficientes de reflexión y transmisión de la tabla 1.1. Resulta importante destacar que, para el caso de incidencia perpendicular ( $\theta_i = 0$ ), los coeficientes quedan simplificados a  $\Gamma = (\eta_2 - \eta_1)/(\eta_2 + \eta_1)$  y  $T = (2 \eta_2)/(\eta_2 + \eta_1)$ .

### 1.3.2. Ángulo de Brewster y ángulo crítico

Se conoce como ángulo de Brewster al  $\theta_i$  necesario para que se produzca reflexión nula ( $\Gamma = 0$ ) en una interfaz, cuando sobre ella incide una onda plana en forma oblicua. Este efecto se da únicamente para la polarización TM, es decir, cuando existe componente de campo eléctrico en la dirección normal a la interfaz, por lo que suele ser utilizado como mecanismo para lograr polarización de una onda electromagnética.

Si se anulan los coeficientes de reflexión mostrados en la tabla 1.1, y se utilizan las ecuaciones 1-20, se puede observar que en el caso TE se requiere que  $\sin \theta_i / \sin \theta_t = \cos \theta_i / \cos \theta_t = \eta_1 / \eta_2$ , lo cual es imposible. Para el caso TM, en cambio, el requisito es  $\sin \theta_i / \sin \theta_t = \cos \theta_t / \cos \theta_i = \eta_1 / \eta_2$ , lo cual no supone una contradicción. Multiplicando la ecuación 1-20b y el valor de  $\Gamma$  para polarización TM, se obtiene que  $\sin \theta_i \cos \theta_i = \sin \theta_t \cos \theta_t$ , ó  $\sin 2\theta_i = \sin 2\theta_t$ , que se satisface cuando  $2\theta_i = \pi - 2\theta_t$ , de modo que  $\theta_i + \theta_t = \pi/2$ . Aplicando esta condición en la Ley de Snell (ecuación 1-20b) se obtiene la expresión del ángulo de Brewster:

$$\tan \theta_i^{Brewster} = \frac{\eta_1}{\eta_2} \quad (1-21)$$

## 1.4. Guías de ondas

LOREM IPSUM

### 1.4.1. Guía de ondas dieléctricas con plano de tierra

## 1.5. Líneas de transmisión

LOREM IPSUM

## 1.6. Antenas

LOREM IPSUM

### 1.6.1. Regiones de campo

LOREM IPSUM

### 1.6.2. Diagramas de radiación

LOREM IPSUM

### 1.6.3. Potencia total radiada e intensidad de radiación

LOREM IPSUM

### 1.6.4. Directividad, eficiencia y ganancia

LOREM IPSUM

#### **1.6.5. Polarización**

LOREM IPSUM

#### **1.6.6. Impedancia de entrada**

LOREM IPSUM

#### **1.6.7. Acoplamiento mutuo**

LOREM IPSUM

#### **1.6.8. Dieléctricos y pérdidas dieléctricas**

LOREM IPSUM

#### **1.6.9. Parámetros S**

LOREM IPSUM

#### **1.6.10. Antenas Microstrip**

LOREM IPSUM

##### **1.6.10.1. Modelo de líneas de transmisión**

LOREM IPSUM

##### **1.6.10.2. Modelo de cavidades multimodo**

LOREM IPSUM

#### **1.6.11. Acoplamiento mutuo en antenas Microstrip**

LOREM IPSUM

#### **1.6.11.1. Ondas de superficie**

LOREM IPSUM



## Capítulo 2

# Fundamentos de estructuras de EBG

2.1. Reseña histórica: Metamateriales, materiales periódicos y EBGs

2.2. Difracción de Bragg

2.3. Bloch-Floquet

2.4. Impedancia de onda y de superficie

2.5. Metamateriales ópticos: Cristales fotónicos

2.6. Tipos de EBG

2.6.1. EBGs de mano izquierda

2.6.2. EBGs uniplanares

2.7. Modelado y simulación de metamateriales

2.7.1. Métodos de cavidades periódicas

2.7.2. Modelado por líneas de transmisión

2.7.2.1. TMM

2.7.2.2. TLM

## Capítulo 3

# Estudio y diseño de estructuras de banda prohibida electromagnética

### 3.1. Análisis de estructuras periódicas

### 3.2. Análisis de estructuras planares propuestas

### 3.3. Estudio de estructuras mediante TLM

#### 3.3.1. Algoritmo utilizando programación orientada a objetos





## Capítulo 4

# Aplicación de EBGs en estructuras microstrip

### 4.1. Introducción

### 4.2. Técnicas de aumento del ancho de banda para el análisis

### 4.3. Diseño de la antena microstrip

### 4.4. Elección del metamaterial

### 4.5. Estudio del efecto sobre el acoplamiento mutuo

### 4.6. Estudio del efecto de la distancia sobre el ancho de banda



## Capítulo 5

# Resultados experimentales

### 5.1. Construcción del prototipo

### 5.2. Banco de medición

### 5.3. Resultados



## Capítulo 6

# Conclusiones

- En este trabajo se han estudiado distintos tipos de alimentadores para antenas parabólicas: aberturas rectangulares y circulares, guías de onda rectangulares y cilíndricas, y bocinas rectangulares y cónicas, empleando modelos teóricos y simulaciones computacionales. Para el diseño del alimentador se contó con un reflector parabólico de diámetro 1,8 metros y una relación  $F/D = 0,353$ , el cual fue construido previamente por el autor de la presente tesis. El material empleado fue tejido de alambre de aluminio de aproximadamente 1 mm de paso, y la estructura fue realizada con varillas y perfiles de aluminio.
- A partir de las dimensiones del reflector parabólico construido, se procedió al diseño del alimentador. Un alimentador ideal es aquel que produce una iluminación uniforme sobre la superficie del reflector y además que toda la radiación sea captada por el reflector, logrando así una eficiencia de iluminación del 100 %. Sin embargo, en la práctica los diagramas de radiación distan del caso ideal, y siempre existen pérdidas por iluminación no uniforme y por radiación que se va por fuera de los límites del reflector. Con el fin de obtener la máxima eficiencia de iluminación, el problema del diseño del alimentador se reduce a una solución de compromiso, la cual establece que la diferencia entre las potencias incidentes en el borde y en el vértice del reflector sea aproximadamente -11 dB.
- Para hallar los campos radiados por las antenas de abertura estudiadas, se empleó un método basado en la óptica geométrica, que plantea las fuentes equivalentes sobre la abertura y se las integra, asumiendo que los campos eléctrico  $\mathbf{E}_a$  y magnético  $\mathbf{H}_a$  sobre la abertura constituyen una onda plana.
- A partir del modelo teórico explicado anteriormente, se obtuvieron los diagramas de radiación de las siguientes antenas: aberturas rectangulares y circulares, guías de

onda rectangulares y cilíndricas, y bocinas rectangulares y cónicas. Se estudiaron dichos diagramas de radiación variando las dimensiones para analizar cual es la antena que mejor responde a los parámetros de iluminación requeridos. Como resultado del estudio entre el modelo teórico y la simulación numérica, se obtuvo que la antena que mejor cumple con los requisitos establecidos es la guía de onda cilíndrica de 83 mm de diámetro. A diferencia de las bocinas, posee el centro de fase en el centro de la abertura, por lo que luego de reflejarse en la superficie metálica del reflector, la fase de las ondas electromagnéticas sobre el plano de abertura es constante. A la vez, debido a la geometría circular, genera una distribución espacial de campos con mayor simetría rotacional que las guías de onda rectangulares.

- Sobre la base de la guía de onda cilíndrica elegida, se agregó a la misma un choque, que consiste en una estructura anular ubicada en las proximidades de la abertura, que presenta una reactancia idealmente infinita a las ondas de superficie. Con el agregado del choque, se logró atenuar la radiación posterior (back-scattering) en 7,5 dB y además mejorar la forma del lóbulo principal.
- La construcción del alimentador se realizó a partir de un cilindro de latón que se mecanizó para llegar a las dimensiones que fueron calculadas teóricamente y mediante simulación numérica. La adaptación del alimentador se realizó ajustando la distancia entre el excitador y el cortocircuito de la guía de onda para minimizar la relación de onda estacionaria (ROE).
- La pérdidas óhmicas producidas en el alimentador son insignificantes, aún cuando la frecuencia de operación se encuentre cercana a la frecuencia de corte de la guía de onda y la conductividad del material conductor no sea tan elevada como la del cobre y la del aluminio, por lo que puede considerarse que la ganancia es prácticamente igual a la directividad.
- Los resultados obtenidos del alimentador con el agregado del choque fueron:
  - Diámetro de la guía de onda: 79,2 mm
  - Ganancia: 7,41 dBi
  - ROE: 1,06
  - Relación frente-espalda: 17,71 dB
  - Relación de polarización cruzada: 18,63 dB
  - Ancho de haz principal (Plano E): 82,37°
  - Ancho de haz principal (Plano H): 85,22°
  - Ganancia normalizada en el ángulo  $\theta_0$  (Plano E): -7,01 dB
  - Ganancia normalizada en el ángulo  $\theta_0$  (Plano H): -8,60 dB

- Los resultados obtenidos del conjunto formado por el reflector parabólico y el alimentador fueron:
  - Ganancia: 31,68 dBi
  - ROE: 1,06
  - Eficiencia de abertura: 71,93 %
  - Relación de polarización cruzada: 30,85 dB
  - Ancho de haz principal (Plano E):  $4,68^\circ$
  - Ancho de haz principal (Plano H):  $4,68^\circ$
  - Ángulo del primer lóbulo secundario (Plano E):  $7,17^\circ$
  - Ángulo del primer lóbulo secundario (Plano H):  $7,45^\circ$
  - Amplitud normalizada del primer lóbulo secundario (Plano E): -25,77 dB
  - Amplitud normalizada del primer lóbulo secundario (Plano H): -25,87 dB





# Apéndices



## Apéndice A

# Distribución de los campos en una cinta microstrip

LOREM



## Apéndice B

# Cálculo del diagrama de dispersión

LOREM



## Apéndice C

# Algoritmo de TLM modificado

LOREM





## Apéndice D

# Cálculo de capacidad entre celdas vecinas

### D.1. Expresión del versor $\hat{\mathbf{e}}_i$

Los versores  $\hat{\mathbf{e}}_i$  y  $\hat{\mathbf{r}}$  se expresan como:

$$\hat{\mathbf{e}}_i = e_{ix} \hat{\mathbf{x}} + e_{iy} \hat{\mathbf{y}} + e_{iz} \hat{\mathbf{z}} \quad (\text{D-1})$$

$$\hat{\mathbf{r}}' = r'_x \hat{\mathbf{x}} + r'_y \hat{\mathbf{y}} + r'_z \hat{\mathbf{z}} \quad (\text{D-2})$$

donde:

$$r'_x = \text{sen } \theta' \cos \phi' \quad (\text{D-3a})$$

$$r'_y = \text{sen } \theta' \text{sen } \phi' \quad (\text{D-3b})$$

$$r'_z = \cos \theta' \quad (\text{D-3c})$$

Como  $\hat{\mathbf{e}}_i$  es perpendicular a  $\hat{\mathbf{r}}$ , se obtiene la relación:

$$\hat{\mathbf{r}}' \cdot \hat{\mathbf{e}}_i = 0 \implies r'_x e_{ix} + r'_y e_{iy} + r'_z e_{iz} = 0 \quad (\text{D-4})$$

Como  $\hat{\mathbf{e}}_i$  está contenido en el plano formado por  $\hat{\mathbf{r}}'$  y  $\hat{\mathbf{y}}$ , es necesario hallar el vector normal a dicho plano, cuya expresión es:

$$\mathbf{N} = \hat{\mathbf{r}}' \times \hat{\mathbf{y}} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{x}} & \hat{\mathbf{y}} & \hat{\mathbf{z}} \\ r'_x & r'_y & r'_z \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -r'_z \hat{\mathbf{x}} + r'_x \hat{\mathbf{z}} \implies \mathbf{N} = (-r'_z, 0, r'_x) \quad (\text{D-5})$$

Como el punto  $(0, 0, 0)$  pertenece al plano formado por  $\hat{\mathbf{r}}'$  y  $\hat{\mathbf{y}}$ , su ecuación resultante es:

$$(-r'_z, 0, r'_x)(x, y, z) = 0 \implies -r'_z x + r'_x z = 0 \quad (\text{D-6})$$

Dado que  $\hat{\mathbf{e}}_i$  tiene norma unitaria y está contenido en el plano, se obtienen las relaciones:

$$e_{ix}^2 + e_{iy}^2 + e_{iz}^2 = 1 \quad (\text{D-7})$$

$$-r'_z e_{ix} + r'_x e_{iz} = 0 \quad (\text{D-8})$$

Empleando la expresión (D-8), se obtiene la relación:

$$e_{iz} = \frac{r'_z}{r'_x} e_{ix} \quad (\text{D-9})$$

y utilizando la relación (D-9), la expresión (D-4) se reduce a:

$$r'_x e_{ix} + r'_y e_{iy} + \frac{r_z'^2}{r'_x} e_{ix} = 0 \quad (\text{D-10})$$

Trabajando la expresión (D-10), se obtiene:

$$r'_x e_{ix} + r'_y e_{iy} + \frac{r_z'^2}{r'_x} e_{ix} = 0 \quad (\text{D-11})$$

Desarrollando la expresión (D-11), se llega a:

$$e_{iy} = - \left( \frac{r'_x}{r'_y} + \frac{r_z'^2}{r'_x r'_y} \right) e_{ix} \quad (\text{D-12})$$

La expresión (D-7) se reduce, empleando las expresiones (D-9) y (D-12), a:

$$e_{ix}^2 + \left( \frac{r'_x}{r'_y} + \frac{r_z'^2}{r'_x r'_y} \right)^2 e_{ix}^2 + \left( \frac{r'_z}{r'_x} \right)^2 e_{ix}^2 = 1 \quad (\text{D-13})$$

Trabajando la expresión (D-13), se llega a:

$$e_{ix}^2 = \frac{r_x'^2 r_y'^2}{(r_x'^2 + r_z'^2)(r_x'^2 + r_y'^2 + r_z'^2)} \quad (\text{D-14})$$

Como  $\hat{\mathbf{r}}'$  tiene norma unitaria, se cumple que:

$$r_x'^2 + r_y'^2 + r_z'^2 = 1 \quad (\text{D-15})$$

y la expresión (D-14) se reduce a:

$$e_{ix}^2 = \frac{r_x'^2 r_y'^2}{\underbrace{(r_x'^2 + r_y'^2 + r_z'^2)}_1 - r_y'^2} = \frac{r_x'^2 r_y'^2}{1 - r_y'^2} \quad (D-16)$$

Empleando las expresiones (D-3), la expresión resultante de  $e_{ix}$  es:

$$e_{ix} = \pm \frac{\sin^2 \theta' \sin \phi' \cos \phi'}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \quad (D-17)$$

Para determinar el signo de  $e_{ix}$ , se tiene como condición que:

$$\hat{\mathbf{e}}_i = \hat{\mathbf{y}} \text{ , si } \theta' = 0 \text{ y } \phi' = 0 \quad (D-18)$$

Tomando  $e_{ix}$  con signo negativo, las expresiones resultantes de las componentes del vector  $\hat{\mathbf{e}}_i$  son:

$$e_{ix} = - \frac{\sin^2 \theta' \sin \phi' \cos \phi'}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \quad (D-19a)$$

$$e_{iy} = \frac{\sin^2 \theta' \cos^2 \phi' + \cos^2 \theta'}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \quad (D-19b)$$

$$e_{iz} = - \frac{\sin \theta' \cos \theta' \sin \phi'}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \quad (D-19c)$$

y para  $\theta' = 0$  y  $\phi' = 0$ , las componentes de  $\hat{\mathbf{e}}_i$  se reducen a:

$$e_{ix} = 0 \quad e_{iy} = 1 \quad e_{iz} = 0$$

cumpléndose entonces la condición (D-18) y quedando  $\hat{\mathbf{e}}_i$  expresado como:

$$\hat{\mathbf{e}}_i = - \frac{\sin^2 \theta' \sin \phi' \cos \phi'}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \hat{\mathbf{x}} + \frac{\sin^2 \theta' \cos^2 \phi' + \cos^2 \theta'}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \hat{\mathbf{y}} - \frac{\sin \theta' \cos \theta' \sin \phi'}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \hat{\mathbf{z}} \quad (D-20)$$

## D.2. Expresión del vector $\mathbf{u}$

El vector  $\mathbf{u}$ , determinado en la Sección ??, se expresa como:

$$\mathbf{u} = (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_i) \hat{\mathbf{r}}' - (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{r}}') \hat{\mathbf{e}}_i \quad (D-21)$$

mientras que la expresión de  $\hat{\mathbf{n}}$  es:

$$\hat{\mathbf{n}} = -\cos\left(\frac{\theta'}{2}\right)\hat{\mathbf{r}}' + \sin\left(\frac{\theta'}{2}\right)\hat{\boldsymbol{\theta}}' \quad (\text{D-22})$$

Para determinar  $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_i$ , primero se expresa  $\hat{\mathbf{n}}$  en coordenadas cartesianas. Los versores  $\hat{\mathbf{r}}'$  y  $\hat{\boldsymbol{\theta}}'$  se expresan como:

$$\hat{\mathbf{r}}' = \sin\theta' \cos\phi' \hat{\mathbf{x}} + \sin\theta' \sin\phi' \hat{\mathbf{y}} + \cos\theta' \hat{\mathbf{z}} \quad (\text{D-23a})$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}' = \cos\theta' \cos\phi' \hat{\mathbf{x}} + \cos\theta' \sin\phi' \hat{\mathbf{y}} - \sin\theta' \hat{\mathbf{z}} \quad (\text{D-23b})$$

y, empleando las expresiones (D-23),  $\hat{\mathbf{n}}$  resulta:

$$\hat{\mathbf{n}} = -\sin\left(\frac{\theta'}{2}\right) \cos\phi' \hat{\mathbf{x}} - \sin\left(\frac{\theta'}{2}\right) \sin\phi' \hat{\mathbf{y}} - \cos\left(\frac{\theta'}{2}\right) \hat{\mathbf{z}} \quad (\text{D-24})$$

$\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_i$  queda expresado como:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_i = & \frac{\sin^2\theta' \sin\left(\frac{\theta'}{2}\right) \sin\phi' \cos^2\phi'}{\sqrt{1 - \sin^2\theta' \sin^2\phi'}} + \frac{\sin\theta' \cos\theta' \cos\left(\frac{\theta'}{2}\right) \sin\phi'}{\sqrt{1 - \sin^2\theta' \sin^2\phi'}} \\ & - \frac{\sin\left(\frac{\theta'}{2}\right) \sin\phi' [\sin^2\theta' \cos^2\phi' + \cos^2\theta']}{\sqrt{1 - \sin^2\theta' \sin^2\phi'}} \end{aligned} \quad (\text{D-25})$$

Desarrollando la expresión (D-25), se llega a:

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_i = \frac{\cos\theta' \sin\left(\frac{\theta'}{2}\right) \sin\phi'}{\sqrt{1 - \sin^2\theta' \sin^2\phi'}} \quad (\text{D-26})$$

y  $(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_i) \hat{\mathbf{r}}'$  resulta:

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_i) \hat{\mathbf{r}}' = & \frac{\sin\theta' \cos\theta' \sin\left(\frac{\theta'}{2}\right) \sin\phi' \cos\phi'}{\sqrt{1 - \sin^2\theta' \sin^2\phi'}} \hat{\mathbf{x}} + \frac{\sin\theta' \cos\theta' \sin\left(\frac{\theta'}{2}\right) \sin^2\phi'}{\sqrt{1 - \sin^2\theta' \sin^2\phi'}} \hat{\mathbf{y}} \\ & + \frac{\cos^2\theta' \sin\left(\frac{\theta'}{2}\right) \sin\phi'}{\sqrt{1 - \sin^2\theta' \sin^2\phi'}} \hat{\mathbf{z}} \end{aligned} \quad (\text{D-27})$$

$\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{r}}'$  queda expresado como:

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{r}}' = \left[ -\cos\left(\frac{\theta'}{2}\right) \hat{\mathbf{r}}' + \sin\left(\frac{\theta'}{2}\right) \hat{\boldsymbol{\theta}}' \right] \cdot \hat{\mathbf{r}}' = -\cos\left(\frac{\theta'}{2}\right) \quad (\text{D-28})$$

y  $(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{r}}') \hat{\mathbf{e}}_i$  resulta:

$$\begin{aligned}
(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{r}}') \hat{\mathbf{e}}'_i = & \frac{\sin^2 \theta' \cos \left( \frac{\theta'}{2} \right) \sin \phi' \cos \phi'}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \hat{\mathbf{x}} - \frac{\cos \left( \frac{\theta'}{2} \right) [\sin^2 \theta' \cos^2 \phi' + \cos^2 \theta']}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \hat{\mathbf{y}} \\
& + \frac{\sin \theta' \cos \theta' \cos \left( \frac{\theta'}{2} \right) \sin \phi'}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \hat{\mathbf{z}}
\end{aligned} \tag{D-29}$$

A partir de las expresiones (D-27) y (D-29) se determinan las componentes del vector  $\mathbf{u}$ , que resultan:

$$u_x = - \frac{\sin \theta' \sin \phi' \cos \phi' \left[ \sin \theta' \cos \left( \frac{\theta'}{2} \right) - \cos \theta' \sin \left( \frac{\theta'}{2} \right) \right]}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \tag{D-30a}$$

$$u_y = \frac{\sin \theta' \cos \theta' \sin \left( \frac{\theta'}{2} \right) \sin^2 \phi' - \cos \left( \frac{\theta'}{2} \right) [\sin^2 \theta' \cos^2 \phi' + \cos^2 \theta']}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \tag{D-30b}$$

$$u_z = - \frac{\cos \theta' \sin \phi' \left[ \sin \theta' \cos \left( \frac{\theta'}{2} \right) - \cos \theta' \sin \left( \frac{\theta'}{2} \right) \right]}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \tag{D-30c}$$

Trabajando las expresiones (D-30) se llega a la expresión de  $\mathbf{u}$ , que es:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u} = & - \frac{\sin \theta' \sin \left( \frac{\theta'}{2} \right) \sin \phi' \cos \phi'}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \hat{\mathbf{x}} + \frac{\cos \left( \frac{\theta'}{2} \right) (\cos \theta' \sin^2 \phi' + \cos^2 \phi')}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \hat{\mathbf{y}} \\
& - \frac{\cos \theta' \sin \left( \frac{\theta'}{2} \right) \sin \phi'}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta' \sin^2 \phi'}} \hat{\mathbf{z}}
\end{aligned} \tag{D-31}$$



## Apéndice E

# Incertezas en la instrumentación

El instrumental utilizado en las mediciones fue:

- Analizador vectorial de redes Agilent N9923A.
- Analizador de espectros LPT-6000.
- Generador de RF Agilent N9310A.

### E.1. Analizador vectorial de redes

Al realizar una medición del coeficiente de reflexión del alimentador con el analizador vectorial de redes, existen 3 tipos de errores sistemáticos que se producen [?]:

- $E_D$  = Error por directividad.
- $E_T$  = Error por seguimiento en reflexión.
- $E_M$  = Error por desadaptación en la fuente.

En la figura E.1 se muestra un diagrama de flujo de la medición del coeficiente de reflexión  $\Gamma$  en el que se incluyen los errores sistemáticos.

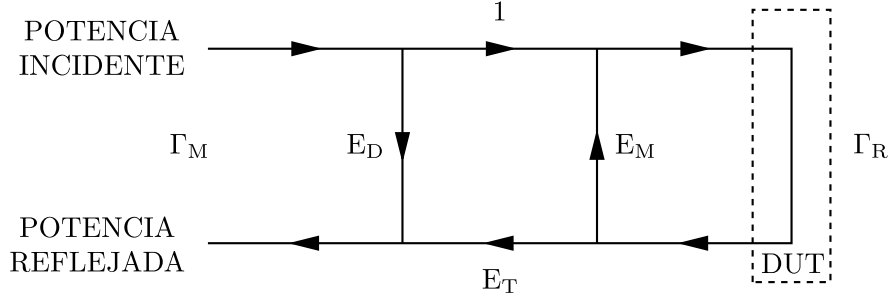


FIGURA E.1: Diagrama de flujo de la medición del coeficiente de reflexión  $\Gamma$  con los errores sistemáticos incluidos.

donde:

$\Gamma_M$  = Coeficiente de reflexión medido.

$\Gamma_R$  = Coeficiente de reflexión a determinar.

A partir de la figura E.1, se obtiene la expresión:

$$\Gamma_M = \frac{E_D - (E_D E_M - E_T) \Gamma_R}{1 - E_M \Gamma_R} \quad (E-1)$$

Para corregir los errores sistemáticos, es necesario realizar la calibración del analizador vectorial de redes, proceso que consiste en la medición del  $\Gamma$  en tres condiciones de carga: cortocircuito, circuito abierto y una carga de  $50 \Omega$ . De esta forma, se obtiene un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas a partir de las cuales pueden determinarse los errores sistemáticos, pudiendo así corregir la medición realizada.

A pesar de haber realizado correctamente la calibración del analizador vectorial de redes, no es posible eliminar completamente los errores sistemáticos producidos en la medición. Los errores remanentes luego de realizada la calibración se denominan *errores residuales*, y son:

- $\delta$  = Error residual por directividad.
- $\tau$  = Error residual por seguimiento en reflexión.
- $\mu$  = Error residual por desadaptación en la fuente.

Las incertezas producidas en la medición del módulo y de la fase del  $\Gamma$  dependen de los errores residuales, y pueden expresarse como [?]:

$$\Delta |\Gamma| = \delta + (1 - \tau) |\Gamma| + \mu |\Gamma|^2 + (1 - A) |\Gamma| \quad (E-2a)$$

$$\Delta \angle \Gamma = \arcsen \left( \frac{\Delta |\Gamma|}{\Gamma} \right) \quad (E-2b)$$



donde:

A = Error por precisión dinámica.

Los errores se determinan a partir de las especificaciones del instrumento de medición; dado que los errores se encuentran especificados en dB, es necesario convertirlos a valores lineales antes de calcular las incertezas. Para el analizador vectorial de redes utilizado, las especificaciones [?] y las conversiones a valores lineales se muestran en la tabla E.1.

Error	Especificación (dB)	Valor lineal
$\delta$	42	0,008
$\tau$	$\pm 0,06$	0,993
$\mu$	36	0,016
A	0,1	0,989

TABLA E.1: Especificaciones de los errores del analizador vectorial de redes Agilent N9923A y sus conversiones a valores lineales.

En la medición del alimentador realizada con el analizador vectorial de redes, los valores de magnitud y fase obtenidos son:

$$|\Gamma| = 0,03027143427466 \simeq 0,030$$

$$\angle \Gamma = 0,05388041135260 \text{ rad} \simeq 0,054 \text{ rad}$$

Empleando las expresiones (E-2), las incertezas producidas en la medición del módulo y de la fase del  $\Gamma$  del alimentador son:

$$|\Delta |\Gamma|| = 0,00851270700079 \simeq 0,009$$

$$|\Delta \angle \Gamma| = 0,28505740750033 \text{ rad} \simeq 0,285 \text{ rad}$$

A partir de la expresión de la relación de onda estacionaria:

$$\text{ROE} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (\text{E-3})$$

y aplicando propagación de errores [?], se determina la incerteza producida en la medición de la ROE como:

$$|\Delta \text{ROE}| = \frac{2}{(1 - |\Gamma|)^2} |\Delta |\Gamma|| \quad (\text{E-4})$$

Empleando la expresión (E-4), la incerteza producida en la medición de la ROE es:

$$|\Delta \text{ROE}| = 0,01810494889657 \simeq 0,02$$

Las partes real e imaginaria del  $\Gamma$  del alimentador se determinan a partir del módulo y de la fase a partir de las expresiones:

$$\Re(\Gamma) = |\Gamma| \cos(\angle \Gamma) \quad (\text{E-5a})$$

$$\Im(\Gamma) = |\Gamma| \sin(\angle \Gamma) \quad (\text{E-5b})$$

A partir de las expresiones (E-5) y aplicando propagación de errores, se determinan las incertezas producidas en las partes real e imaginaria del  $\Gamma$  del alimentador como:

$$|\Delta \Re(\Gamma)| = |\cos(\angle \Gamma)| |\Delta |\Gamma|| + |\Gamma| |\sin(\angle \Gamma)| |\Delta \angle \Gamma| \quad (\text{E-6a})$$

$$|\Delta \Im(\Gamma)| = |\sin(\angle \Gamma)| |\Delta |\Gamma|| + |\Gamma| |\cos(\angle \Gamma)| |\Delta \angle \Gamma| \quad (\text{E-6b})$$

Empleando las expresiones (E-6), las incertezas producidas en las partes real e imaginaria del  $\Gamma$  del alimentador son:

$$|\Delta \Re(\Gamma)| = 0,00896506772042 \simeq 0,009$$

$$|\Delta \Im(\Gamma)| = 0,00907502030661 \simeq 0,009$$

Las partes real e imaginaria de la impedancia del alimentador  $Z_L$  se determinan a partir del módulo y de la fase del  $\Gamma$ :

$$\Re(Z_L) = Z_O \frac{1 - \Re(\Gamma)^2 - \Im(\Gamma)^2}{[1 - \Re(\Gamma)]^2 + \Im(\Gamma)^2} \quad (\text{E-7a})$$

$$\Im(Z_L) = Z_O \frac{2\Im(\Gamma)}{[1 - \Re(\Gamma)]^2 + \Im(\Gamma)^2} \quad (\text{E-7b})$$

A partir de las expresiones (E-7) y aplicando propagación de errores, se determinan las incertezas producidas en las partes real e imaginaria de la impedancia del alimentador

como:

$$|\Delta \Re(Z_L)| = \left| \frac{2Z_0 \left\{ [1 - \Re(\Gamma)]^2 - \Im(\Gamma)^2 \right\}}{\left\{ [1 - \Re(\Gamma)]^2 + \Im(\Gamma)^2 \right\}^2} \right| |\Delta \Re(\Gamma)| + \left| \frac{4Z_0 [1 - \Re(\Gamma)] \Im(\Gamma)}{\left\{ [1 - \Re(\Gamma)]^2 + \Im(\Gamma)^2 \right\}^2} \right| |\Delta \Im(\Gamma)| \quad (\text{E-8a})$$

$$|\Delta \Im(Z_L)| = \left| \frac{4Z_0 [1 - \Re(\Gamma)] \Im(\Gamma)}{\left\{ [1 - \Re(\Gamma)]^2 + \Im(\Gamma)^2 \right\}^2} \right| |\Delta \Re(\Gamma)| + \left| \frac{2Z_0 \left\{ [1 - \Re(\Gamma)]^2 - \Im(\Gamma)^2 \right\}}{\left\{ [1 - \Re(\Gamma)]^2 + \Im(\Gamma)^2 \right\}^2} \right| |\Delta \Im(\Gamma)| \quad (\text{E-8b})$$

Empleando las expresiones (E-8), las incertezas producidas en la medición de las partes real e imaginaria de la impedancia del alimentador son:

$$\begin{aligned} |\Delta \Re(Z_L)| &= 0,84740126818922 \, \Omega \simeq 0,85 \, \Omega \\ |\Delta \Im(Z_L)| &= 0,85772757113368 \, \Omega \simeq 0,86 \, \Omega \end{aligned}$$

## E.2. Analizador de espectros

Las incertezas producidas al realizar una medición de amplitud con el analizador de espectros [?] se determinan a partir de sus especificaciones. Para el analizador de espectros utilizado, las especificaciones son [?]:

- Error por respuesta en frecuencia =  $\pm 1,5$  dB.
- Error por fidelidad de la escala de la pantalla =  $\pm 1,5$  dB (10 dB/div).

La incerteza total producida en mediciones de amplitud es:

$$|\Delta A| = 3 \text{ dB}$$

La incerteza producida en la medición del ancho de haz (??) depende solamente de la incerteza en el ángulo  $\theta$ :

$$|\Delta \theta| = 1,5^\circ$$

La incerteza resultante en la medición del ancho de haz se expresa como:

$$|\Delta \text{Ancho de haz}| = 2 |\Delta \theta| = 3^\circ$$

Para la medición de  $G_{fn}(\theta_0)$  (??), se toma el valor más cercano a  $\theta_0$ . Considerando que  $\theta_0 = 71,5^\circ$ , en la tabla E.2 se muestran las cotas de error resultantes.

Plano	Cota inferior (grados)	Ganancia en cota inferior (dB)	Cota superior (grados)	Ganancia en cota superior (dB)
E	70,17	-7,01	71,69	-7,33
H	70,53	-8,60	72,00	-8,91

TABLA E.2: Cotas de error en la medición de  $G_{fn}(\theta_0)$ .

Tomando los ángulos más cercanos a  $\theta_0$ , las mediciones de  $G_{fn}(\theta_0)$  son:

$$G_{fn}(\theta_0) = -7,33 \text{ dB (Plano E)}$$

$$G_{fn}(\theta_0) = -8,91 \text{ dB (Plano H)}$$

La incerteza en la medición de  $G_{fn}(\theta_0)$  depende de las incertezas  $|\Delta A|$  y  $|\Delta \theta|$ . Considerando que en los planos E y H la diferencia en la ganancia es de aproximadamente 0,3 dB, la incerteza de  $G_{fn}(\theta_0)$  queda expresada como:

$$|\Delta G_{fn}(\theta_0)| = |\Delta A| + \frac{0,3 \text{ dB}}{2} = 3,15 \text{ dB}$$

La incerteza en la medición de la relación frente-espalda se expresa como:

$$|\Delta \text{Relación frente-espalda}| = 2 |\Delta A| = 6 \text{ dB}$$

## Apéndice F

# Código de Python

LOREM



# Bibliografía

- [1] Garg, R., P. Bhartia, I. Bahl y A. Ittipiboon: *Microstrip Antenna Design Handbook*. Artech House, 2001.
- [2] Balanis, C. A.: *Antenna Theory: Analysis and design*. Wiley-Interscience, 2005.
- [3] Balanis, C. A.: *Modern Antenna Handbook*. Wiley, 2008.
- [4] Balanis, C. A.: *Advanced Engineering Electromagnetics*. Wiley, 2012.
- [5] Yang, F. y Y. Rahmat-Samii: *Electromagnetic Band Gap Structures in Antenna Engineering*. Cambridge University Press, 2009.
- [6] Joannopoulos, J. D. y S. G. Johnson: *Photonic Crystals: Molding the flow of light*. Princeton University Press, 2008.
- [7] Markos, P. y C. M. Soukoulis: *Wave Propagation: From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials*. Princeton University Press, 2008.
- [8] Brillouin, L.: *Wave Propagation in Periodic Structures: Electric Filters and Crystal Lattices*. Dover Publications, 1953.
- [9] Jiang, X.: *Metamaterial*. Intech: Open Science, 2012.
- [10] Pozar, David M.: *Microwave Engineering*. Wiley, 2011.
- [11] Fernández, Juan Carlos: *Apuntes de Electromagnetismo*. FIUBA, 2004.
- [12] Harrington, Roger F.: *Time Harmonic Electromagnetic Fields*. Wiley-IEEE Press, 2001.
- [13] Collin, Robert E.: *Field Theory of Guided Waves*. Wiley-IEEE Press, 2001.
- [14] Morin, David: *Waves*. Aún no publicado a Octubre 2016. <http://www.people.fas.harvard.edu/~djmorin/book.html>.
- [15] Stutzman, Warren L. y Gary A Thiele: *Antenna Theory and Design*. Wiley, 2012.

- [16] Burstein, E., C Weisbuch, Philip St. J. Russell, Timothy Birks y Dominic Lloyd-Lucas: *Confined Electrons and Photons: Photonic Bloch Waves and Photonic Band Gaps*. Plenum Press, 1995.
- [17] Allen, J. L.: *On Surface-Wave coupling between elements of Large Arrays*. 1965.
- [18] Amado, José y Gustavo Fano: *Antenna Coupling Model in Receiving Mode*. 2016.
- [19] Malkomes, M.: *Mutual coupling between microstrip patch antennas*. 1982.
- [20] Lil, E. H. Van y A. R. Van: *Transmission Line Model for Mutual Coupling Between Microstrip Antennas*. 1984.
- [21] Sievenpiper, D., L. Zhang, R. F. Jimenez, N. G. Alexopoulos y E. Yablonovitch: *High-Impedance Electromagnetic Surfaces with a Forbidden Frequency Band*. 1999.
- [22] Sievenpiper, D.: *High-Impedance Electromagnetic Surfaces (PHD Thesis)*. 1999.
- [23] Polo, J. A. y A Lakhtakia: *Surface Electromagnetic Waves: A review*. 2011.
- [24] Saikh, S. A., A. A. Desai y A. A. Deshmukh: *Electromagnetic Band Gap Structures in MSA*. 2014.
- [25] Dodov, Nicola I. y Peter Zh. Petkov: *The Surface Waves' impact on the Coupling Effect in Microstrip Antennas*. 2002.
- [26] Meade, R. M., A. M. Rappe, K. D. Brommer y J. D. Joannopoulos: *Nature of Photonic Band Gap: Some insights from a field analysis*. 1993.
- [27] Luberto, M. F.: *Diseño de una antena de microcintas para WIFI empleando estructuras EBG (Electromagnetic Band Gap)*. 2016.
- [28] Barlow, H. M. y A. L. Cullen: *Surface Waves*. 1953.
- [29] Penard, E. y J. P. Daniel: *Mutual Coupling between Microstrip Antennas*. 1982.
- [30] Gonzalo, Ramón, Peter de Maagt y Mario Sorolla: *Enhanced Patch-Antenna Performance by Suppressing Surface Waves Using Photonic-Bandgap Substrates*. 1999.
- [31] Dodov, Nicola I. y Peter Zh. Petkov: *The surface waves impact on the coupling effect in microstrip antennas*. 1982.
- [32] Hendry, Janice: *Surface Waves: What are they? Why are they interesting?* 2009.
- [33] Alexopoulos, Nicolaos G. y Inam E. Rana: *Mutual Impedance Computation Between Printed Dipoles*. 1981.