



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

**Estudio de estructuras de banda  
prohibida electromagnética (EBG) para  
la reducción de acoplamiento mutuo  
entre antenas microstrip**

Tesista:

**Federico Luna**

federicoluna@protonmail.com

Director:

**Dr. Ing. Walter Gustavo Fano**

gustavo.gf2005@gmail.com

Co-directora:

**Ing. Silvina Boggi**

silvinaboggi@gmail.com

**TESIS DE GRADO DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA**

Facultad de Ingeniería

Departamento de Electrónica



**FACULTAD  
DE INGENIERIA**

Universidad de Buenos Aires

dia de mes de año



*“Study hard what interests you the most in the most undisciplined, irreverent and original manner possible.”*

Richard Feynman



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Facultad de Ingeniería  
Departamento de Electrónica

por Federico Luna

## *Resumen*

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consetetuer.

# *Abstract*

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetuer.

## *Agradecimientos*

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.





# Índice general

Resumen	V
Abstract	VI
Agradecimientos	VII
Índice general	VIII

<b>1. Introducción: Fundamentos de electromagnetismo</b>	<b>1</b>
1.1. Reseña histórica . . . . .	1
1.2. Ecuaciones de Maxwell . . . . .	2
1.2.1. Campos en medios materiales . . . . .	3
1.2.2. Condiciones de borde . . . . .	4
1.2.2.1. Campos sobre una superficie dieléctrica . . . . .	5
1.2.2.2. Campos sobre una superficie conductora eléctrica . . . . .	5
1.2.2.3. Campos sobre una superficie conductora magnética . . . . .	5
1.3. Ecuación de onda . . . . .	6
1.3.1. Incidencia de una onda plana sobre una interfaz . . . . .	9
1.3.2. Ángulo de Brewster y ángulo crítico . . . . .	12
1.4. Guías de ondas . . . . .	15
1.4.1. Guía de ondas dieléctricas con plano de tierra . . . . .	17
1.5. Ondas de superficie . . . . .	17
1.6. Líneas de transmisión . . . . .	28
1.6.1. Línea <i>microstrip</i> . . . . .	30
1.7. Antenas . . . . .	32
1.7.1. Regiones de campo . . . . .	32
1.7.2. Diagramas de radiación . . . . .	33
1.7.3. Impedancia de entrada . . . . .	33
1.7.4. Arreglos de antenas . . . . .	33
1.7.5. Acoplamiento mutuo . . . . .	35
1.7.6. Antenas Microstrip . . . . .	36
1.7.6.1. Modelo de líneas de transmisión . . . . .	37
1.7.6.2. Modelo de cavidades multimodo . . . . .	39
1.7.7. Acoplamiento mutuo en antenas Microstrip . . . . .	42
<b>2. Fundamentos de estructuras de EBG</b>	<b>45</b>

2.1. Introducción: Metamateriales, materiales periódicos y EBGs . . . . .	45
2.2. Teorema de Bloch-Floquet . . . . .	49
2.3. Relación de dispersión . . . . .	50
2.4. Impedancia de onda y de superficie . . . . .	52
2.5. Tipos de EBG . . . . .	55
2.5.1. EBGs uniplanares . . . . .	55
2.6. Modelado y simulación de metamateriales . . . . .	57
2.6.1. Métodos de cavidades periódicas . . . . .	59
2.6.2. Modelado por líneas de transmisión . . . . .	60
2.6.2.1. TMM . . . . .	62
2.6.2.2. TLM . . . . .	62
<b>3. Estudio y diseño de estructuras de banda prohibida electromagnética</b>	<b>65</b>
3.1. Análisis de estructuras periódicas . . . . .	65
3.2. Análisis de estructuras planares propuestas . . . . .	67
3.3. Estudio de estructuras mediante TLM . . . . .	70
3.3.1. Algoritmo utilizando programación orientada a objetos . . . . .	73
<b>4. Aplicación de EBGs en estructuras microstrip</b>	<b>77</b>
4.1. Introducción . . . . .	77
4.2. Técnicas de aumento del ancho de banda para el análisis . . . . .	77
4.3. Diseño de la antena microstrip . . . . .	79
4.4. Elección del metamaterial . . . . .	80
4.5. Estudio del efecto sobre el acoplamiento mutuo . . . . .	82
4.6. Estudio del efecto de la distancia sobre el ancho de banda . . . . .	84
<b>5. Resultados experimentales</b>	<b>87</b>
5.1. Construcción del prototipo . . . . .	87
5.2. Banco de medición . . . . .	89
5.3. Resultados . . . . .	90
<b>6. Conclusiones</b>	<b>93</b>
<b>Apéndices</b>	<b>96</b>
<b>A. Distribución de los campos en una cinta microstrip</b>	<b>99</b>
<b>B. Cálculo del diagrama de dispersión</b>	<b>101</b>
<b>C. Algoritmo de TLM modificado</b>	<b>103</b>
<b>D. Cálculo de capacidad entre celdas vecinas</b>	<b>105</b>
<b>E. Incertezas en la instrumentación</b>	<b>107</b>
E.1. Analizador vectorial de redes . . . . .	107
E.2. Analizador de espectros . . . . .	111
<b>F. Código de Python</b>	<b>113</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>115</b>





*Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi.  
Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at,  
lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed  
accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio  
metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut  
massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque  
penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus.  
Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis.  
Pellentesque cursus luctus mauris.*



# Capítulo 1

## Introducción: Fundamentos de electromagnetismo

### 1.1. Reseña histórica

Las bases de la teoría electromagnética clásica para el dominio macroscópico fueron formuladas por James Clerk Maxwell en 1873, en base al conocimiento previo desarrollado por Gauss, Ampère y Faraday, entre otros. Entre 1885 y 1887, Oliver Heaviside simplificó las expresiones e introdujo la notación vectorial actual, facilitando así el modelado de guías de ondas y líneas de transmisión [1].

En base a estos trabajos, Heinrich Hertz diseñó, entre 1887 y 1891, una serie de experimentos que validaron la teoría de ondas electromagnéticas propuesta por Maxwell. En 1886, Hertz construyó la primer antena dipolo, y en 1888, la primer antena parabólica, alimentada por un dipolo de 450 MHz, dando el puntapié inicial para el desarrollo de la radio durante la primera mitad del siglo XX [2].

El primer análisis de la propagación de ondas electromagnéticas en guías de ondas metálicas, publicado por Lord Rayleigh en 1897, y el posterior estudio teórico del comportamiento de ondas en guías dieléctricas por Debye y Hondros, en 1910, sentaron los cimientos para que durante la década de 1930 comenzaran trabajos experimentales en transporte de ondas electromagnéticas en los laboratorios Bell [2].

Los conjuntos de antenas se popularizaron a partir de la aparición de la antena de Yagui-Uda en 1926, formada por elementos lineales que dan lugar a una fase fija. Durante la Segunda Guerra Mundial surgieron los conjuntos de antena de fase variable [3], y las guías de ondas y las antenas tomaron un lugar prioritario entre los ingenieros, matemáticos y

físicos de la época, lo que permitió el desarrollo de métodos de análisis para facilitar la formulación de problemas con condiciones de borde complejas.

Recién finalizada la Segunda Guerra Mundial se comenzaron a fabricar circuitos *microstrip*. En 1953, G. A. Deschamps presentó el primer trabajo sobre antenas con la misma tecnología, y la primer patente en ese sentido se registró en 1955 [4]. Aún así, recién en la década del '70 comenzaron a utilizarse en aplicaciones prácticas, principalmente debido a la aparición de sustratos con bajas tangentes de pérdida, la mejora en técnicas de fotolitografía, y la optimización de modelos teóricos [5], que permitieron solucionar los problemas de dispersión y aparición de modos indeseados. Sin embargo, la simplificación constructiva trajo aparejados problemas de acoplamiento mutuo, que debieron ser abordados por técnicas de filtrado y blindaje.

## 1.2. Ecuaciones de Maxwell

La teoría electromagnética propuesta por Maxwell, y simplificada por Heaviside, se reduce a cuatro ecuaciones diferenciales lineales vectoriales e interdependientes que, en notación diferencial, quedan expresadas como se observa a la izquierda de la ecuación 1-1 [1]:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Faraday} & \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{M} \\ \text{Ampère} & \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \\ \text{Gauss} & \nabla \cdot \vec{D} = \rho \\ & \nabla \cdot \vec{B} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} - \vec{M} \\ \nabla \times \vec{H} = j\omega \vec{D} + \vec{J} \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \end{array} \right. \quad (1-1)$$

donde  $\vec{E}$  es el campo eléctrico, en (V/m);  $\vec{H}$  es el campo magnético, en (A/m);  $\vec{D}$  es la densidad de flujo eléctrico, en (C/m<sup>2</sup>);  $\vec{B}$  es la densidad de flujo magnético, en (Wb/m);  $\vec{M}$  es la densidad de corriente magnética, en (V/m), y se considera por completitud y simetría;  $\vec{J}$  es la densidad de corriente eléctrica, en (A/m<sup>2</sup>); y  $\rho$  es la densidad de carga eléctrica, en (C/m<sup>2</sup>).

De las ecuaciones 1-1 se deduce que las fuentes de campo electromagnético son las corrientes  $\vec{M}$  y  $\vec{J}$ , y la densidad de carga eléctrica  $\rho$ . Además, es posible deducir<sup>1</sup> la ecuación de continuidad:

<sup>1</sup>Para ello se debe aplicar la divergencia a la ecuación de Ampère, y recordar que  $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{F}) = 0$ .



$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{Ecuación de continuidad} \quad (1-2)$$

Dado que la mayor parte del análisis se realiza sobre campos de comportamiento armónico y en régimen permanente, la dependencia del tiempo de las ecuaciones de Maxwell se suele simplificar, y se puede utilizar notación fasorial. Para esto, todos los campos se consideran complejos, y la dependencia temporal,  $e^{j\omega t}$ , se suele dejar implícita, dado que resulta común para todos los términos. Considerando que cualquier variación en el tiempo físicamente realizable puede ser descompuesta según la transformada de Fourier, no hay pérdida de generalidad al tratar a las ecuaciones de Maxwell de esta manera. Así, las derivadas respecto del tiempo resultan más sencillas, y los vectores de campos se vuelven funciones vectoriales complejas dependientes sólo de coordenadas espaciales [2]. El resultado de esta simplificación se observa en el lado derecho de la ecuación 1-1.

### 1.2.1. Campos en medios materiales

Un campo eléctrico aplicado sobre cualquier material dieléctrico genera una polarización de sus átomos y/o moléculas, creando momentos dipolares eléctricos (o alineándolos, si en el material existían previamente), y dando lugar a un vector de polarización adicional,  $\vec{P}_e$ , que genera un decrecimiento en el campo eléctrico presente en el material. En el mismo sentido, un campo magnético aplicado sobre un medio material podría ser capaz de alinear los momentos dipolares magnéticos en un material magnético, produciendo un vector de polarización magnética  $\vec{P}_m$ . Si el medio es, además, lineal e isotrópico, dichas polarizaciones son proporcionales al campo aplicado, de forma que  $\vec{P}_e = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$  y  $\vec{P}_m = \chi_m \vec{H}$ , con  $\chi_e$  y  $\chi_m$  las susceptibilidades eléctrica y magnética, respectivamente. Dado que las susceptibilidades toman valores complejos, los medios materiales poseen permitividades eléctricas y permeabilidades magnéticas también complejas, asociadas a las pérdidas debidas al amortiguamiento causado por los momentos dipolares respectivos [6]. Las relaciones constitutivas resultan, entonces:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_e = \epsilon_0(1 + \chi_e) \vec{E} = \epsilon \vec{E} = (\epsilon' - j\epsilon'') \vec{E} \quad (1-3a)$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{P}_m) = \mu_0(1 + \chi_m) \vec{H} = \mu \vec{H} = (\mu' - j\mu'') \vec{H} \quad (1-3b)$$

Si, además, el material posee una conductividad  $\sigma$ , la aplicación de un campo eléctrico da lugar a la aparición de una densidad de corriente  $\vec{J}$ , que en algunos casos, cuando  $\sigma$  es independiente del campo eléctrico aplicado, de la dirección del mismo y de la posición, se puede expresar según la ley de Ohm:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad \text{Ley de Ohm} \quad (1-4)$$

La ecuación de Ampère de 1-1 queda, entonces, expresada como

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega \vec{D} + \vec{J} = j\omega \epsilon \vec{E} + \sigma \vec{E} = j\omega \epsilon' \vec{E} + (\omega \epsilon'' + \sigma) \vec{E} \quad (1-5a)$$

$$= j\omega \left( \epsilon' - j\epsilon'' - j\frac{\sigma}{\omega} \right) \vec{E} \quad (1-5b)$$

La relación entre la parte imaginaria y la parte real de la corriente total de desplazamiento se conoce como tangente de pérdidas [1]:

$$\tan \delta = \frac{\omega \epsilon'' + \sigma}{\omega \epsilon'} \quad \text{Tangente de pérdidas} \quad (1-6)$$

Cuando el material no es homogéneo, los coeficientes  $\epsilon$  y  $\mu$  dependen de la posición. Si, además, el material es anisotrópico, como en el caso de los cristales y gases ionizados, la relaciones expresadas antes entre los vectores de polarización ( $\vec{P}_e$  y  $\vec{P}_m$ ) y los campos no se cumplen, sino que deben ser expresadas como tensores de rango 2 (diadas), como se muestra en la ecuación 1-7, explicitando así su dependencia de la dirección [2]. Si, además, el material no es lineal, los coeficientes  $\epsilon_{ij}$  y  $\mu_{ij}$  pueden ser funciones de  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  respectivamente.

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} \quad (1-7)$$

### 1.2.2. Condiciones de borde

Si se considera una interfaz entre dos medios, como la que se muestra en la figura 1.1, a partir de las ecuaciones de Maxwell y los teoremas integrales, se pueden deducir las

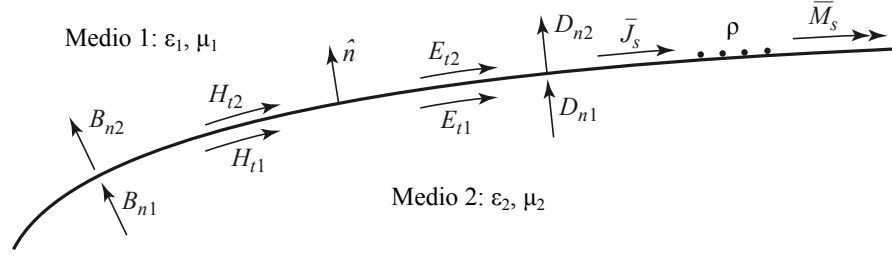


FIGURA 1.1: Corrientes, campos y carga superficial en una interfaz general entre dos medios [1].

siguientes condiciones de borde:

$$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_s \quad (1-8a)$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (1-8b)$$

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = -\vec{M}_s \quad (1-8c)$$

$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}_s \quad (1-8d)$$

#### 1.2.2.1. Campos sobre una superficie dieléctrica

Dado que en una interfaz entre dos dieléctricos no hay carga eléctrica ni densidades de corriente, las ecuaciones 1-8 establecen que las componentes normales de los vectores  $\vec{D}$  y  $\vec{B}$  se conservan, y que las componentes tangenciales de  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  también lo hacen.

#### 1.2.2.2. Campos sobre una superficie conductora eléctrica

Si el conductor no tiene pérdidas ( $\sigma \rightarrow \infty$ ), todos los campos deben ser cero en su interior, dado que la profundidad de penetración se anula. Considerando, además, que  $\vec{M}_s = 0$ , la componente tangencial del campo eléctrico,  $E_t$  desaparece sobre la superficie del conductor. Dado que la diferencia entre las componentes normales del campo magnético está dada por  $\vec{J}_s$ , y el campo magnético debe anularse en el conductor, la densidad de corriente superficial está dada únicamente por el campo magnético externo al conductor. En el mismo sentido, la densidad de carga superficial  $\rho_s$  es la expresión, sobre la superficie del conductor, de la componente normal de  $\vec{D}$ .

#### 1.2.2.3. Campos sobre una superficie conductora magnética

Dado que la superficie conductora magnética representa el caso dual al de la superficie conductora eléctrica, en este caso se espera que la componente tangencial de  $\vec{H}$  se anule

sobre la superficie, mientras que la componente tangencial del campo eléctrico dé lugar a corrientes magnéticas sobre la misma.

### 1.3. Ecuación de onda

Al considerar una región del espacio lineal, isotrópica y homogénea, se puede calcular el rotor de la primera ecuación de Maxwell y aplicar la segunda ecuación <sup>2</sup>:

$$\begin{aligned}
 \nabla \times \nabla \times \vec{E} &= -j\omega\mu\nabla \times \vec{H} - \nabla \times \vec{M} \\
 \nabla \nabla \cdot \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} &= -j\omega\mu\nabla \times \vec{H} - \nabla \times \vec{M} \\
 \frac{\nabla \rho}{\epsilon} - \nabla^2 \vec{E} &= \omega^2\mu\epsilon\vec{E} - j\omega\mu\vec{J} - \nabla \times \vec{M} \\
 \nabla^2 \vec{E} + \omega^2\mu\epsilon\vec{E} &= j\omega\mu\vec{J} + \frac{\nabla \rho}{\epsilon} + \nabla \times \vec{M}
 \end{aligned} \tag{1-9}$$

en el mismo sentido, para el campo magnético:

$$\begin{aligned}
 \nabla \times \nabla \times \vec{H} &= j\omega\nabla \times \vec{D} + \nabla \times \vec{J} \\
 \nabla \nabla \cdot \vec{H} - \nabla^2 \vec{H} &= j\omega\epsilon\nabla \times \vec{E} + \nabla \times \vec{J} \\
 \frac{1}{\mu} \nabla (\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{H} &= j\omega\epsilon(-j\omega\vec{B} - \vec{M}) + \nabla \times \vec{J} \\
 \nabla^2 \vec{H} + \omega^2\epsilon\mu\vec{H} &= j\omega\epsilon\vec{M} - \nabla \times \vec{J}
 \end{aligned} \tag{1-10}$$

De las ecuaciones anteriores se observa que el campo magnético está determinado por la componente rotacional de la corriente eléctrica, mientras que el campo eléctrico está determinado por todas las componentes de la misma. De manera análoga, se cumple la relación inversa para el caso de la corriente magnética.

Si, además, la región del espacio es libre de fuentes, se deducen las ecuaciones de Helmholtz para ambos campos, donde  $k$  es la constante de propagación o número de onda, en unidades de  $(1/m)$ :

$$\begin{aligned}
 \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} &= 0 \\
 \nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} &= 0
 \end{aligned} \quad \text{Helmholtz} \tag{1-11}$$

---

<sup>2</sup>Se deberá utilizar la identidad  $\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla \nabla \cdot \vec{E} - \nabla^2 \vec{E}$ , donde  $\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon$ .

Para el caso sin pérdidas se puede expresar como  $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$ , mientras que si se considera que existen pérdidas óhmicas, su efecto puede ser considerado si  $k$  asume el valor complejo  $-j\gamma$ , donde:

$$\gamma = j\alpha + \beta = j\omega\sqrt{\mu(\epsilon' - j\epsilon'') - j\sigma\epsilon/\omega} \quad \text{Cte. de propagación compleja} \quad (1-12)$$

Para el caso de un buen conductor:

$$\gamma = j\alpha + \beta = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{\sigma/(\omega\epsilon)} = (1 + j)\sqrt{\omega\mu\sigma/2} \quad (\text{buen conductor}) \quad (1-13)$$

lo que nos permite definir la profundidad de penetración como

$$\delta_s = 1/\alpha = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad \text{Profundidad de penetración} \quad (1-14)$$

En coordenadas cartesianas, para resolver las ecuaciones 1-11 resulta sencillo aplicar el método de separación de variables<sup>3</sup>, que da lugar a ecuaciones cuya solución es de la forma  $e^{\pm jk_i i}$ , con  $i = x, y$  o  $z$ , respectivamente. Las soluciones con un signo positivo en el exponente corresponden a ondas que viajan en la dirección negativa  $(-x, -y, -z)$ , mientras que las que tienen un signo negativo corresponden a ondas que viajan en la dirección positiva. Dado que ambas soluciones son válidas y posibles, en función de las condiciones de borde, en general la expresión de la propagación de los campos electromagnéticos quedará establecida como la suma de ambas, afectadas por un factor de amplitud dependiente de la coordenada evaluada.

Para el caso de ondas que viajan en la dirección positiva

$$\vec{E}(x, y, z) = \vec{E}_0 e^{-j(k_x x + k_y y + k_z z)} = \vec{E}_0 e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (1-15)$$

donde se consideró que  $\vec{E}_0 = A\hat{x} + B\hat{y} + C\hat{z}$ ,  $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$  y

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2 \quad (1-16)$$

---

<sup>3</sup>En coordenadas cartesianas,  $\nabla^2 E = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2}$ . Reemplazando las coordenadas  $E_i$  de  $\vec{E}$ ,  $i = x, y, z$  por funciones  $f(x), g(y), h(z)$  independientes entre sí, se obtiene que  $\frac{f''(x)}{f(x)} + \frac{g''(y)}{g(y)} + \frac{h''(z)}{h(z)} + k_0^2 = 0$ . Como las funciones  $f, g$  y  $h$  son independientes, se deduce que  $\frac{f''(x)}{f(x)} = -k_x^2$ ,  $\frac{g''(y)}{g(y)} = -k_y^2$  y  $\frac{h''(z)}{h(z)} = -k_z^2$ .

Al expresar la divergencia del campo eléctrico de la ecuación 1-15, se obtiene<sup>4</sup>:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \nabla \cdot \vec{E}_0 e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} = -j\vec{k} \cdot \vec{E}_0 e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} = 0 \quad (1-17)$$

De lo que se puede deducir que  $\vec{k} \cdot \vec{E}_0 = 0$ , de modo que el campo eléctrico, en una onda plana, es siempre perpendicular a la dirección de propagación.

De la ecuación de Faraday de 1-1, considerando espacio libre de cargas, se puede deducir que, para una onda plana, el campo magnético es siempre ortogonal al campo eléctrico y a la dirección de propagación, y que los campos están relacionados de forma que [6]:

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \pm \frac{\hat{n} \times \vec{E}(\vec{r}, t)}{\eta} \quad \text{Relación E y H en onda plana} \quad (1-18)$$

donde  $\eta$  es la impedancia de onda, que tiene la forma

$$\eta = \frac{j\omega\mu}{\gamma} \quad \text{Impedancia de onda} \quad (1-19)$$

Para el caso con pérdidas, y considerando que la dirección de propagación es  $z$ , las componentes  $x$  e  $y$  se comportan como:

$$E_i(z) = E_i e^{-\gamma z} = E_i e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}, \quad i = x, y$$

En el caso del vacío, la impedancia intrínseca se denota  $\eta_0$  y tiene un valor de  $377 \Omega$ , mientras que para otros materiales está determinada por su permitividad eléctrica y permeabilidad magnética, y puede ser compleja si hay pérdidas.

La velocidad de fase se define como  $v_p = \omega/\beta$ , que para el caso sin pérdidas queda como  $1/\sqrt{\mu\epsilon}$ , y que para el caso particular del vacío, se expresa como  $1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0} = c$ , donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío. Así, la velocidad de fase en cualquier medio material sin pérdidas resulta  $c/\sqrt{\epsilon_r\mu_r}$ .

La longitud de onda,  $\lambda$ , es la distancia espacial entre dos máximos sucesivos, por lo que se expresa como  $\lambda = 2\pi/k = v_p/f$ .

---

<sup>4</sup>Aplicando  $\nabla \cdot (f\vec{A}) = \vec{A} \cdot \nabla f + f\nabla \cdot \vec{A}$  a la expresión, resulta  $\nabla \cdot \vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \nabla e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} + e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} \nabla \cdot \vec{E}_0$ , donde  $\nabla \cdot \vec{E}_0 = 0$

### 1.3.1. Incidencia de una onda plana sobre una interfaz

Una onda electromagnética incidente sobre una superficie en un ángulo arbitrario puede analizarse descomponiendo el problema en dos casos canónicos de polarización (dirección del campo eléctrico): perpendicular (TE, transversal eléctrico) o paralela (TM, transversal magnético) al plano de incidencia, que es el formado por el rayo incidente y la normal a la interfaz. El problema de la incidencia perpendicular a la interfaz combina ambos casos.

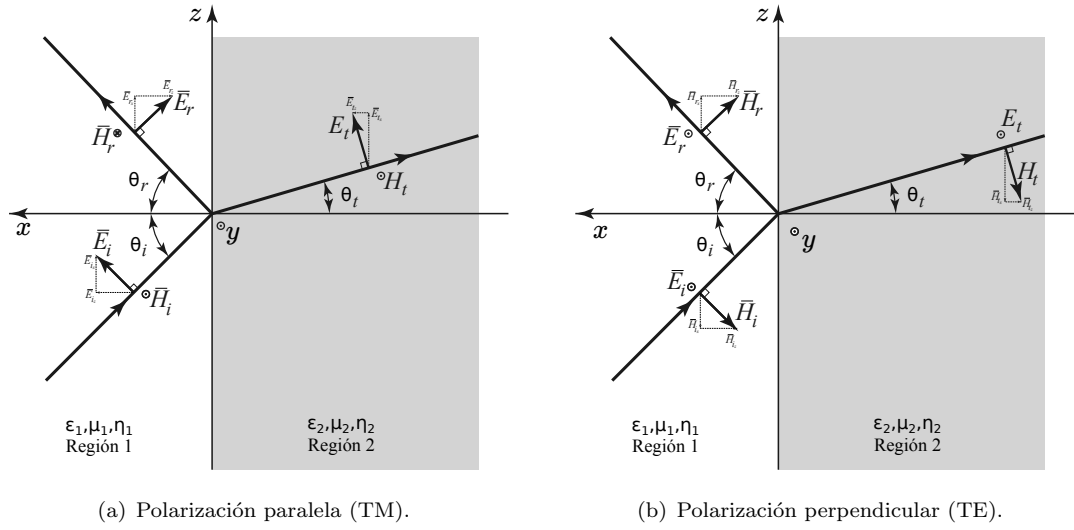


FIGURA 1.2: Incidencia oblicua para los dos casos de polarización analizados.

Los campos eléctrico y magnético incidentes, según el sistema de coordenadas definido en la figura 1.2, pueden ser expresados, en forma general, usando las expresiones 1-15 y 1-18, y considerando que no hay pérdidas, como indican las ecuaciones 1-20:

$$\vec{E}_i = \vec{E}_0 e^{-j\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} \quad \vec{H}_i = \frac{\hat{k}_1 \times \vec{E}_0}{\eta_1} e^{-j\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} \quad (1-20)$$

donde  $\vec{r} = (x, y, z)$ ,  $\vec{k}_1 = \hat{k}_1 \omega \sqrt{\mu_1 \epsilon_1}$ ,  $\hat{k}_1$  es la dirección de propagación de la onda plana, y  $\eta_1 = \sqrt{\mu_1 / \epsilon_1} = j\omega\mu / \gamma$  es la impedancia de onda de región de incidencia.

Se define al coeficiente de reflexión  $\Gamma$  como la relación entre la magnitud del campo reflejado y del campo incidente,  $E_r/E_i$ . De la misma manera, el coeficiente de transmisión  $T$  es la relación entre el módulo del campo transmitido al segundo medio y el campo incidente desde el primer medio,  $E_t/E_i$ , de manera que  $1 + \Gamma = T$  y que  $(1 - \Gamma)/\eta_1 = T/\eta_2$ .

	TM	TE
$\vec{E}_i$	$E_0 (\hat{z} \cos \theta_i + \hat{x} \sin \theta_i) e^{-jk_1(z \sin \theta_i - x \cos \theta_i)}$	$E_0 \hat{y} e^{-jk_1(z \sin \theta_i - x \cos \theta_i)}$
$\vec{H}_i$	$\frac{E_0}{\eta_1} \hat{y} e^{-jk_1(z \sin \theta_i - x \cos \theta_i)}$	$\frac{E_0}{\eta_1} (-\hat{z} \cos \theta_i - \hat{x} \sin \theta_i) e^{-jk_1(z \sin \theta_i - x \cos \theta_i)}$
$\vec{E}_r$	$E_0 \Gamma (\hat{z} \cos \theta_r - \hat{x} \cos \theta_r) e^{-jk_1(x \sin \theta_r + z \sin \theta_r)}$	$E_0 \Gamma \hat{y} e^{-jk_1(z \sin \theta_r + x \cos \theta_r)}$
$\vec{H}_r$	$-\frac{E_0 \Gamma}{\eta_1} \hat{y} e^{-jk_1(x \sin \theta_r + z \sin \theta_r)}$	$\frac{E_0 \Gamma}{\eta_1} (\hat{z} \cos \theta_r - \hat{x} \sin \theta_r) e^{-jk_1(z \sin \theta_r + x \cos \theta_r)}$
$\vec{E}_t$	$E_0 T (\hat{z} \cos \theta_t + \hat{x} \sin \theta_t) e^{-jk_2(z \sin \theta_t - x \cos \theta_t)}$	$E_0 T \hat{y} e^{-jk_2(z \sin \theta_t - x \cos \theta_t)}$
$\vec{H}_t$	$\frac{E_0 T}{\eta_1} \hat{y} e^{-jk_2(z \sin \theta_t - x \cos \theta_t)}$	$\frac{E_0 T}{\eta_2} (-\hat{z} \cos \theta_t - \hat{x} \sin \theta_t) e^{-jk_2(z \sin \theta_t - x \cos \theta_t)}$
$\Gamma$	$\frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i}$	$\frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t}$
$T$	$\frac{2 \eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i}$	$\frac{2 \eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t}$

TABLA 1.1: Campos incidentes, transmitidos y reflejados, y coeficientes de reflexión y transmisión para incidencia oblicua de una onda plana sobre una interfaz dieléctrica.

Usando estos coeficientes, a partir de las ecuaciones 1-20, y teniendo en cuenta las condiciones de borde descritas en la sección 1.2.2, se pueden calcular los campos reflejados y transmitidos. Para los dos casos canónicos analizados, los campos incidentes, reflejados y transmitidos se resumen en la tabla 1.1, así como los coeficientes de reflexión y transmisión.

Si se fuerza la continuidad de las componentes tangenciales de los campos sobre la interfaz para ambos casos,  $\vec{E}_i^{tg} + \vec{E}_r^{tg} = \vec{E}_t^{tg}$  y  $\vec{H}_i^{tg} + \vec{H}_r^{tg} = \vec{H}_t^{tg}$ , se obtienen las expresiones 1-21 para el modo TM, y 1-22 para el modo TE.

$$\begin{aligned} \cos \theta_i e^{-jk_1 z \sin \theta_i} + \Gamma \cos \theta_r e^{-jk_1 z \sin \theta_r} &= T \cos \theta_t e^{-jk_2 z \sin \theta_t} \\ \frac{1}{\eta_1} e^{-jk_1 z \sin \theta_i} - \frac{\Gamma}{\eta_1} e^{-jk_1 z \sin \theta_r} &= \frac{T}{\eta_2} e^{-jk_2 z \sin \theta_t} \end{aligned} \quad (1-21)$$

$$\begin{aligned} e^{-jk_1 z \sin \theta_i} + \Gamma e^{-jk_1 z \sin \theta_r} &= T e^{-jk_2 z \sin \theta_t} \\ -\frac{1}{\eta_1} \cos \theta_i e^{-jk_1 z \sin \theta_i} - \frac{\Gamma}{\eta_1} \cos \theta_r e^{-jk_1 z \sin \theta_r} &= -\frac{T}{\eta_2} \cos \theta_t e^{-jk_2 z \sin \theta_t} \end{aligned} \quad (1-22)$$

En estas ecuaciones se observa que a ambos lados de las igualdades, las expresiones son funciones de la posición sobre la interfaz. Para que la condición de borde se cumpla en todos sus puntos, la variación en  $z$  debe ser la misma en todos los términos, de forma que el efecto de la variación sea anulado:  $k_1 \sin \theta_i = k_1 \sin \theta_r = k_2 \sin \theta_t$ . De esta consideración se deriva la Ley de Snell (asumiendo que  $\mu_1 = \mu_2$ ), expresada en la ecuación 1-23. En la gráfica de la figura 1.3 se puede observar el comportamiento del



ángulo de refracción según en ángulo de incidencia la incidencia sobre una interfaz entre aire y FR4, en sentidos opuestos.

$$\theta_i = \theta_r \quad \text{Snell para reflexión} \quad (1-23a)$$

$$k_1 \sin \theta_i = k_2 \sin \theta_t \xrightarrow{\eta = \frac{\omega \mu}{k}} \eta_2 \sin \theta_i = \eta_1 \sin \theta_t \quad \text{Snell para refracción} \quad (1-23b)$$

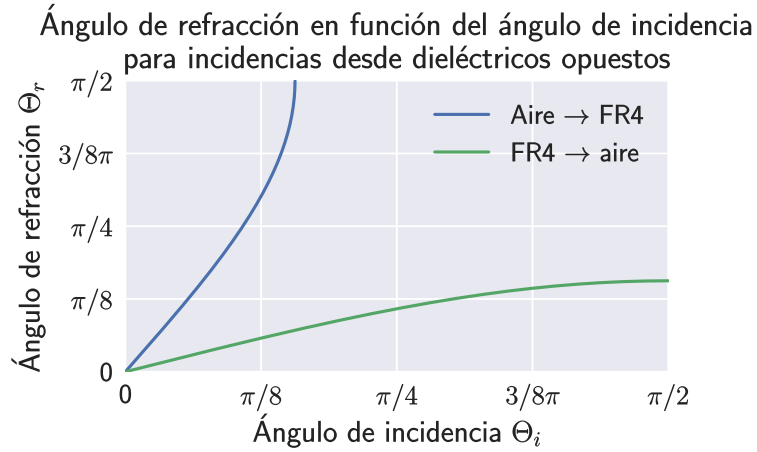


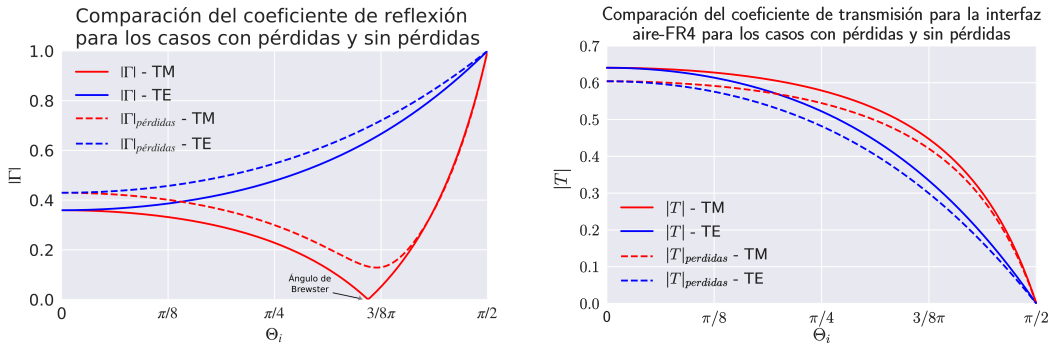
FIGURA 1.3: Ángulo de refracción en función del ángulo de incidencia, según la ley de Snell.

Utilizando estas expresiones, y a partir de las ecuaciones 1-21 y 1-22, se obtienen las expresiones para los coeficientes de reflexión y transmisión de la tabla 1.1. Resulta importante destacar que, para el caso de incidencia perpendicular ( $\theta_i = 0$ ), los coeficientes quedan simplificados a  $\Gamma = (\eta_2 - \eta_1)/(\eta_2 + \eta_1)$  y  $T = (2 \eta_2)/(\eta_2 + \eta_1)$ .

Los coeficientes de transmisión y reflexión para incidencia oblicua, en ambas polarizaciones, se pueden graficar en función del ángulo incidente, teniendo en cuenta las ecuaciones de Snell para expresar el ángulo de transmisión en función del ángulo de incidencia. Estas gráficas se muestran, para la interfaz aire-FR4, en la figura 1.4, donde, además, teniendo en cuenta la constante de propagación compleja de la ecuación 1-12, se graficó también el caso con pérdidas, donde se observa, en general, una mayor reflexión y, por tanto, menor transmisión. Para ángulos de incidencia rasantes, la transmisión es mínima y la reflexión es máxima.

Resulta ilustrativo, además, graficar el comportamiento según el ángulo de incidencia de la misma interfaz, pero en el sentido dieléctrico-aire. Este gráfico se observa en la figura 1.5, donde los coeficientes de transmisión pueden ser mayores a 1 porque el ángulo de

transmisión es menor al de incidencia, permitiendo conservar el flujo de energía por unidad de área.



(a) Coeficiente de reflexión entre aire y FR4 en función de  $\theta_i$ . (b) Coeficiente de transmisión entre aire y FR4 en función de  $\theta_i$ .

FIGURA 1.4: Coeficientes de transmisión y reflexión para el caso en que el medio de incidencia es aire, y el medio de transmisión es FR4.

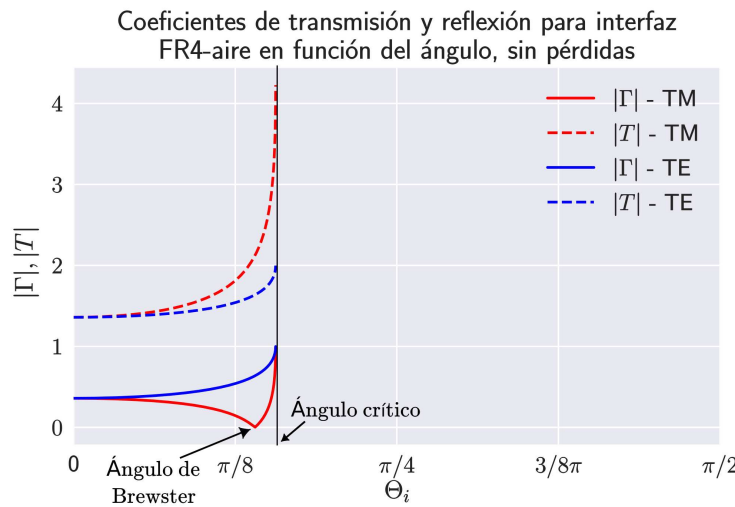


FIGURA 1.5: Comportamiento de los coeficientes de reflexión y transmisión para el caso de incidencia FR4-aire.

### 1.3.2. Ángulo de Brewster y ángulo crítico

Se conoce como ángulo de Brewster al ángulo de incidencia  $\theta_i$  necesario para que se produzca reflexión nula ( $\Gamma = 0$ ) en una interfaz, cuando sobre ella incide una onda plana en forma oblicua. Este efecto se da únicamente para la polarización TM, es decir, cuando existe componente de campo eléctrico en la dirección normal a la interfaz, por lo que suele ser utilizado como mecanismo para lograr polarización de una onda electromagnética.

Si se anulan los coeficientes de reflexión mostrados en la tabla 1.1, y se utilizan las ecuaciones 1-23, se puede la polarización TE no presenta ángulo de Brewster<sup>5</sup>, aunque sí lo hace la polarización TM<sup>6</sup>, de forma que  $\theta_i + \theta_t = \pi/2$ . Aplicando esta condición en la Ley de Snell (ecuación 1-23b) se obtiene la expresión del ángulo de Brewster:

$$\tan \theta_B = \frac{\eta_1}{\eta_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \quad \text{Relación del ángulo de Brewster} \quad (1-24)$$

Como se observa en la figura 1.6(a), el ángulo de Brewster tiende a  $90^\circ$  cuando la permeabilidad eléctrica del segundo medio es mucho mayor a la del primero, lo que significa que para evitar reflexiones, el ángulo de incidencia debe ser rasante. Cuando se da el caso contrario, en que la permeabilidad eléctrica del medio incidente es mayor a la del medio de transmisión, el ángulo de Brewster se vuelve menor a  $45^\circ$ , de lo que se deduce que una incidencia *casi* perpendicular a la interfaz, y en consecuencia con polarización *cercana* a TEM (aunque no exactamente TEM) lograría evitar la reflexión. El ángulo de  $45^\circ$  cuando las permeabilidades eléctricas de ambos medios son iguales es meramente anecdótico, ya que si no existen diferencias entre los dos medios que forman la interfaz, la misma no existe, y por lo tanto no hay onda reflejada para *ningún* ángulo de incidencia.

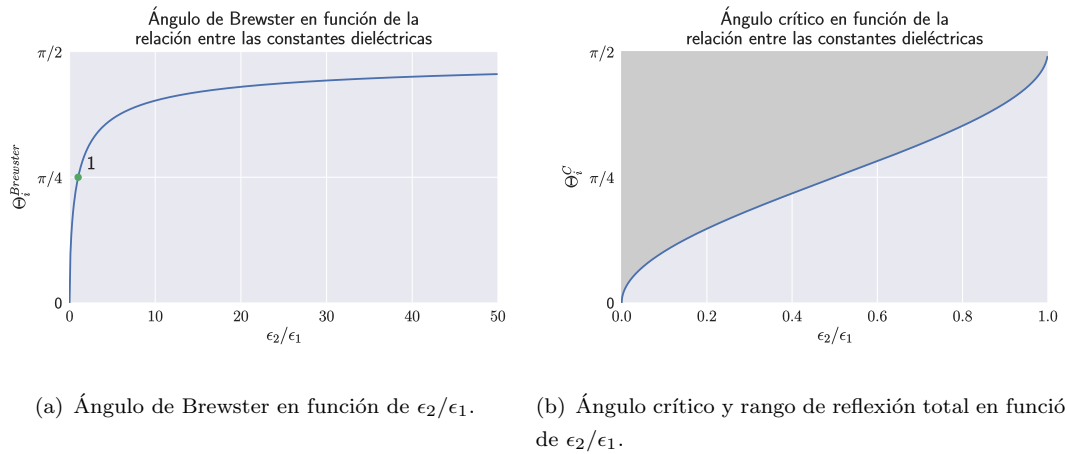


FIGURA 1.6

<sup>5</sup>Para lograr reflexión nula en TE se requiere que  $\sin \theta_i / \sin \theta_t = \cos \theta_i / \cos \theta_t = \eta_1 / \eta_2$ , lo cual es imposible.

<sup>6</sup>Para lograr reflexión nula en TE se requiere que  $\sin \theta_i / \sin \theta_t = \cos \theta_t / \cos \theta_i = \eta_1 / \eta_2$ , lo cual no supone una contradicción. Multiplicando la ecuación 1-23b y el valor de  $\Gamma$  para polarización TM, se obtiene que  $\sin \theta_i \cos \theta_i = \sin \theta_t \cos \theta_t$ , ó  $\sin 2\theta_i = \sin 2\theta_t$ , que se satisface cuando  $2\theta_i = \pi - 2\theta_t$ , de modo que  $\theta_i + \theta_t = \pi/2$ .

En la figura 1.4 se puede observar el comportamiento de los coeficientes de reflexión y transmisión alrededor del ángulo de Brewster para polarización TM, cuando no se consideran pérdidas. Para polarización TE, el ángulo de Brewster no existe, y una situación similar se da cuando existen pérdidas en los materiales, incluso para polarización TM. En la figura 1.5 también se puede observar el fenómeno de ángulo de Brewster, aunque debido a la dirección de la onda incidente, el mismo es mucho menor.

En ángulo crítico se define como el ángulo de incidencia para el cual la onda incidente es totalmente reflejada, y la onda transmitida no se propaga a la segunda región.

Si se observan las expresiones del coeficiente de transmisión de la tabla 1.1, el único valor de  $\theta_i$  para el cual la transmisión es nula es  $\pi/2$ , es decir, incidencia rasante. Sin embargo, a partir de la ecuación 1-23b, se obtiene que  $\sin \theta_t = \eta_2/\eta_1 \sin \theta_i$ . Se puede observar que en los casos en que  $\eta_2 > \eta_1$  es posible que el ángulo de transmisión alcance el valor  $\pi/2$  antes de que lo haga en ángulo de incidencia. El ángulo crítico, entonces, surge de la expresión 1-25, graficada en la figura 1.6. En la gráfica se puede observar que si  $\epsilon_2 = \epsilon_1$ , el único ángulo para el que hay reflexión completa es el rasante. A medida que disminuye la relación entre las permeabilidades dieléctricas, el valor del ángulo crítico disminuye, hasta que el caso en que el valor de la permitividad dieléctrica del segundo medio es mucho mayor a la del primero, lo que vuelve a las impedancias de onda muy disímiles, generando que haya reflexión total para cualquier ángulo de incidencia.

$$\sin \theta_i^c = \frac{\eta_1}{\eta_2} \sin \theta_t|_{\theta_t=\pi/2} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \implies \theta_c = \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} = \arcsin \frac{\eta_1}{\eta_2} \quad (1-25)$$

Para ángulos mayores a  $\theta_c$ , las expresiones del coeficiente de reflexión se vuelven complejas y de módulo 1, por lo que toda la energía electromagnética es reflejada, y la onda transmitida tiene un comportamiento evanescente, como se muestra en la figura 1.7. En la ecuación 1-25 se observa que si  $\theta_i > \theta_c$ , el ángulo  $\theta_t$  pierde significado físico, debido a que  $\sin \theta_t$  debería ser mayor a 1 para cumplir la ecuación.

Se debe notar que en el argumento anterior no se consideró la polarización de la onda incidente, por lo que la reflexión completa se puede dar tanto en modo TM como en modo TE, siempre y cuando la incidencia se produzca desde el medio ópticamente más denso al menos denso [6], como se muestra en la figura 1.5. Sin embargo, resulta útil expresar el comportamiento de los campos.

Para el caso de una onda incidente con una polarización lineal arbitraria como la expresada en la ecuación 1-20, se debe considerar que la componente longitudinal a la interfaz del vector de onda  $\vec{k}$  se mantendrá constante, de modo que  $k_{2x} = k_{1x} = k_1 \sin \theta_i$ . La componente transversal a la interfaz, en cambio, será  $k_{2z} = k_2 \cos \theta_t =$

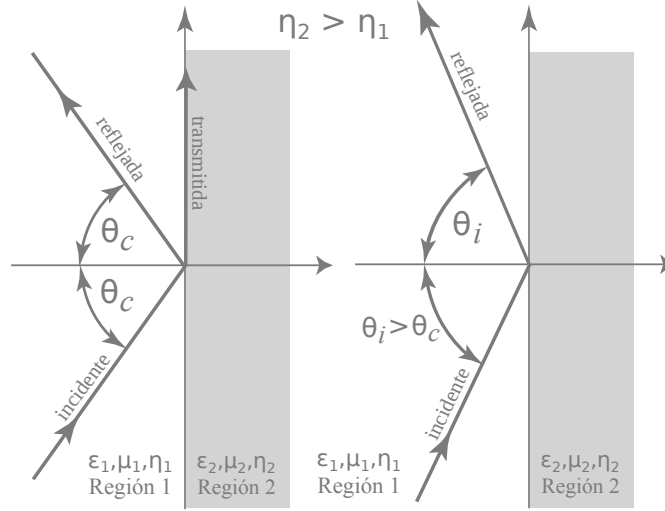


FIGURA 1.7: Ilustración del comportamiento de una onda plana durante la incidencia con ángulo crítico y con ángulo mayor al  $\theta_c$ .

$k_2 \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} = \beta$ . Dado que para el caso en que el ángulo incidente es mayor al ángulo crítico se requiere que  $\sin \theta_t > 1$ , el valor de  $k_{2z}$  será imaginario,  $-i\alpha$ <sup>7</sup>. De esta forma, para direcciones de campos arbitrarias, y teniendo en cuenta el hecho de que el vector  $\vec{k}$  se desarrolla sobre el plano de incidencia:

$$\vec{E}_t(\vec{r}, t) = \vec{E}_2 e^{-j\vec{k}_2 \cdot \vec{r}} = \vec{E}_2 e^{-j(k_{2x}x + k_{2z}z)} = \vec{E}_2 e^{-j(\beta x - j\alpha z)} = \vec{E}_2 e^{-j\beta x} e^{-\alpha z} \quad (1-26a)$$

$$\vec{H}_t(\vec{r}, t) = \vec{H}_2 e^{-j\vec{k}_2 \cdot \vec{r}} = \vec{H}_2 e^{-j(k_{2x}x + k_{2z}z)} = \vec{H}_2 e^{-j(\beta x - j\alpha z)} = \vec{H}_2 e^{-j\beta x} e^{-\alpha z} \quad (1-26b)$$

Se observa que en la dirección perpendicular a la interfaz hay un comportamiento evanescente o exponencial decreciente de la onda transmitida, mientras que existe propagación en la dirección paralela a la interfaz, dando lugar a lo que se conoce como onda de superficie.

La ecuación del módulo del vector de onda (1-16) resulta redefinida como  $\beta^2 - \alpha^2 = k_2^2$ , de donde se deduce que  $\alpha = \sqrt{k_1^2 \sin^2 \theta_i - k_2^2}$ .

## 1.4. Guías de ondas

Suponiendo una guía de ondas de forma arbitraria en la que la energía electromagnética se propaga en la dirección  $z$ , los campos eléctrico y magnético se pueden expresar como la suma de sus componentes longitudinales (en la dirección  $z$ ) y sus componentes

<sup>7</sup>El signo negativo se desprende de la imposibilidad física de un crecimiento exponencial del valor del campo, lo cual descarta la posibilidad de que el signo sea positivo

transversales (en el plano  $xy$ ), ambas con una constante de propagación  $\gamma$  y dependientes sólo de la posición en el plano transversal, de manera que:

$$\vec{E}(x, y, z) = [\vec{e}_{xy}(x, y) + \hat{z}e_z(x, y)] e^{-j\beta z} \quad (1-27)$$

Aplicando las ecuaciones rotacionales de Maxwell (Faraday y Ampère en la ecuación 1-1), considerando una región libre de cargas y un comportamiento armónico de los campos, se puede deducir que las componentes transversales quedan en términos de las componentes longitudinales [6]:

$$\begin{aligned} H_x &= \frac{j}{k_c^2} \left( \omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial y} - \gamma \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) & H_y &= \frac{-j}{k_c^2} \left( \omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial x} + \gamma \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \\ E_x &= \frac{-j}{k_c^2} \left( \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial y} + \gamma \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) & E_y &= \frac{j}{k_c^2} \left( \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial x} - \gamma \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (1-28)$$

donde se definió  $k_c^2 = k^2 - \beta^2$  como el número de onda de corte, siendo  $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = 2\pi/\lambda$  el número de onda en el material que rellena la línea de transmisión.

Cuando no existen componentes de campo en la dirección de propagación,  $z$ , según las ecuaciones 1-28, no existen campos en las direcciones transversales si  $k_c \neq 0$ . La indeterminación generada por el hecho de que  $k_c$  se anula da como resultado que  $\beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = k$ , de modo que no existe número de onda de corte, y haciendo que la impedancia de onda sea  $\eta$ . A este modo de propagación sobre una guía de ondas se lo llama TEM (transversal electromagnético). Los campos transversales satisfacen que el Laplaciano es 0, de modo que se comportan como un campo electrostático, y este es el motivo por el cual no pueden existir ondas TEM en guías de ondas de un único conductor.

Cuando la componente  $z$  del campo eléctrico se anula, el modo de propagación se denomina TE (transversal eléctrico), y pueden utilizarse las relaciones descriptas en la ecuación 1-28 para obtener el resto de los campos. La impedancia de onda, en este caso, resulta  $Z_{TE} = k\eta/\beta$ , dependiente de la frecuencia.

Cuando la componente  $z$  del campo magnético se anula, el modo de propagación es TM (transversal magnético), y con el mismo procedimiento que antes, se puede hallar su impedancia de onda, que resulta  $Z_{TM} = \beta\eta/k$ .

### 1.4.1. Guía de ondas dieléctricas con plano de tierra

## 1.5. Ondas de superficie

Existen estructuras abiertas que son capaces de mantener el campo electromagnético íntimamente ligadas a ellas, de forma que el mismo decaiga exponencialmente con la distancia a las mismas (comportamiento evanescente), y simultáneamente permiten propagación de energía en una dirección  $z$  (con un decrecimiento inverso a la raíz cuadrada de la distancia, debido a la expansión del frente de onda), dando lugar a lo que se conoce como ondas de superficie [7]. Estas estructuras se denominan guías de ondas superficiales, y pueden consistir en planos conductores recubiertos de dieléctrico, en planos corrugados o en simples interfaces entre dos medios distintos. Uller inauguró el campo en 1903, y luego Zenneck y Sommerfeld, entre 1907 y 1909, las utilizaron para explicar la propagación de ondas en la superficie terrestre, aunque este último utilizó la expresión “ondas de superficie” para referirse al efecto conjunto de ondas espaciales y ondas de superficie [7], que no se corresponde con completamente con la definición actual. Recién en la década de 1950 se realizaron estudios teóricos de importancia, que permitieron hallar aplicaciones y nuevas estructuras que permiten la propagación de este tipo de ondas.

En la actualidad existen numerosos tipos de ondas de superficie, entre las que se destacan las ondas Zenneck (utilizadas en bajas frecuencias, cuando los medios intervinientes poseen altas pérdidas), las ondas de tipo resonante (que surgen cuando una onda incide sobre un material periódico), las ondas de superficie no lineales (que se generan en medios no lineales), los plasmones (utilizados en altas frecuencias, cuando los medios tienen bajas pérdidas) y las ondas de Dyakonov (donde al menos uno de los materiales es anisotrópico).

Para este trabajo, resultan de importancia las ondas de Zenneck, ya que permiten explicar el comportamiento de las ondas sobre una placa dieléctrica fina que posee un plano conductor en una de sus caras. Una representación tridimensional de las mismas se puede observar en la figura 1.8.

Si se considera que una onda plana incide con ángulo de Brewster en modo TM sobre una interfaz entre dos medios de bajas pérdidas ( $\epsilon'' \ll \epsilon'$ ), cada uno con una permitividad eléctrica  $\epsilon_i$  y una permeabilidad magnética  $\mu_i$ ,  $i = 1, 2$ , como indica la figura 1.9, no existirá energía reflejada. De esta forma, toda la energía incidente es entregada a la interfaz, y se obtienen las expresiones 1-29. Con el fin de simplificar dichas ecuaciones, se considera que el medio 1 es aire, de modo que  $\epsilon_1 = \epsilon_0$ ,  $\mu_1 = \mu_0$  y, en consecuencia,  $\eta_1 = \eta_0$ .

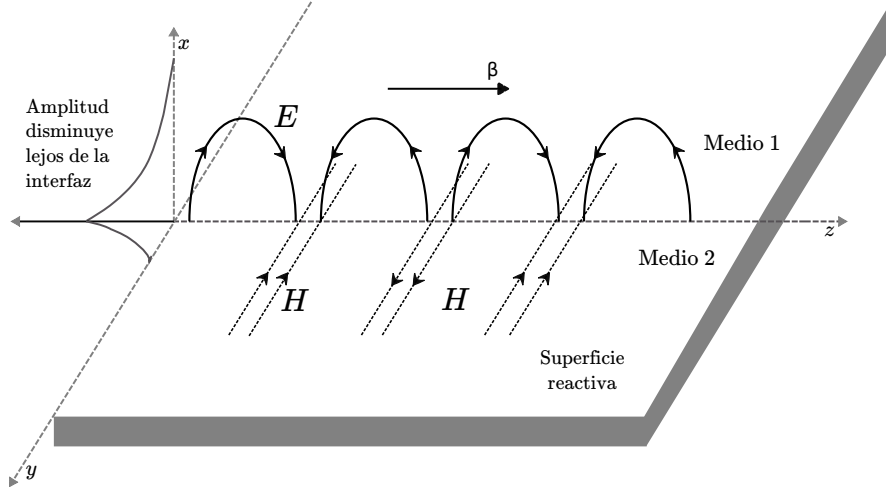


FIGURA 1.8: Representación gráfica del comportamiento de una onda de superficie sobre una interfaz reactiva.

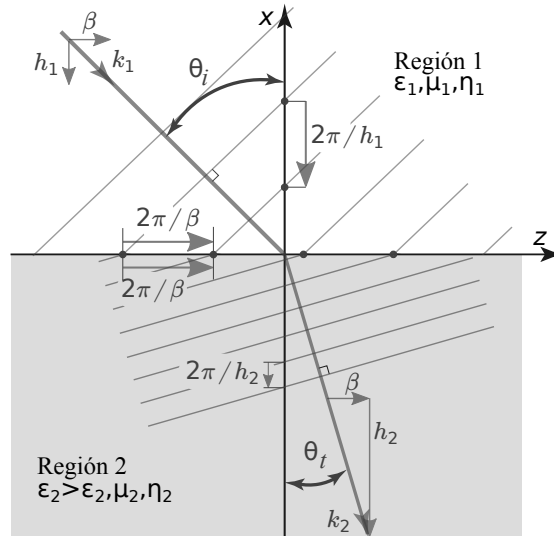


FIGURA 1.9: Ilustración del comportamiento de una onda plana durante la incidencia con ángulo de Brewster. Las rectas paralelas representan los frentes de onda, es decir, son rectas de fase constante. Es importante destacar que la longitud de onda paralela a la interfaz,  $2\pi/\beta$ , se mantiene constante a ambos lados, dado que sobre la interfaz se intersectan las rectas de fase constante.

$$H_{1y} = Ae^{-j(z \overbrace{k_0 \sin \theta_i}^{\beta} - x \overbrace{k_0 \cos \theta_i}^{h_1})}, \quad x > 0 \quad j\omega\epsilon E_x = -\frac{\partial H_y}{\partial z} \quad (1-29a)$$

$$H_{2y} = Ae^{-j(z \overbrace{k \sin \theta_t}^{\beta} - x \overbrace{k \cos \theta_t}^{h_2})}, \quad x < 0 \quad j\omega\epsilon E_z = -\frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (1-29b)$$

La componente longitudinal de los vectores de onda,  $\beta$ , es igual a ambos lados de la interfaz, como se muestra en la figura 1.9, de modo que es  $k \sin \theta_t = \beta = k_0 \sin \theta_i$ .



Las componentes normales a la interfaz, que llamaremos  $h_i$ ,  $i = 1, 2$ , deben cumplir la expresión de la ecuación 1-30, y están también mostradas en la figura 1.9.

$$h_1^2 + \beta^2 = k_0^2 \qquad h_2^2 + \beta^2 = k^2 \qquad (1-30)$$

Las impedancias de onda en ambas regiones se obtienen como la relación entre los campos tangenciales a la interfaz sobre la que se incide, de modo que:

$$Z_1 = \frac{E_{z1}}{H_{y1}} = \eta_0 \cos \theta_i \implies Z_1 = \frac{h_1}{k_0} \eta_0 \qquad (1-31a)$$

$$Z_2 = \frac{E_{z2}}{H_{y2}} = \eta \cos \theta_t \implies Z_2 = \frac{h_2}{k} \eta \qquad (1-31b)$$

Para poder considerar que toda la energía de la onda incidente se transmite a la interfaz, debe suceder que las impedancias de onda a ambos lados de la interfaz sean iguales, de modo que  $Z_1 = Z_2$ . Igualando las ecuaciones 1-31a y 1-31b, se deduce<sup>8</sup> que, en forma general, si el medio sobre el que se incide tiene pérdidas, entonces  $h_1$  y  $h_2$  son complejos. De esta manera,  $h_1 = h'_1 - jh''_1$  y  $h_2 = h'_2 + jh''_2$ , lo que significa que además de avanzar en fase, la onda pierde energía, pues tiene un comportamiento evanescente, de modo que el vector de Poynting tiene una componente en la dirección perpendicular a la interfaz, debido al consumo de energía de la misma [7]. A mayores pérdidas, mayor será la inclinación del vector de Poynting resultante respecto de la interfaz. Como  $\vec{k}_0 = \vec{\beta} + \vec{h}_1$ , la constante de propagación,  $\beta = \beta' - j\beta''$ , posee también un valor complejo.

El campo magnético queda determinado por:

$$H_y = \begin{cases} Ae^{-j\beta'z - \beta''z + (jh'_1 - h''_1)x}, & x > 0 \\ Ae^{-j\beta'z - \beta''z + (jh'_2 + h''_2)x}, & x < 0 \end{cases} \qquad (1-32)$$

Se observa que los planos de fase constante, en el aire, los correspondientes a las exponenciales imaginarias de la ecuación anterior,  $\beta'z - h'_1x = cte$ , y se muestran en la figura 1.9. Los planos de amplitud constante se obtienen considerando las exponenciales decrecientes de las expresiones, de forma que  $\beta''z + h''_1x = cte$ , que para el caso analizado en la figura 1.9, son rectas con pendiente negativa (no mostradas en la figura).

<sup>8</sup>Al igualar las expresiones de las impedancias de onda, se obtiene  $\frac{h_1 \eta_0}{k_0} = \frac{h_2 \eta_2}{k}$ . Recordando que  $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ ,  $k = \omega \sqrt{\mu_0 (\epsilon' - j\epsilon'')}$ ,  $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$  y  $\eta = \sqrt{\mu_0 / (\epsilon' - j\epsilon'')}$ , se deduce que la relación entre  $h_1$  y  $h_2$  es compleja:  $h_1 (\epsilon' - j\epsilon'') = h_2 \epsilon_0$ , de modo que en forma general se puede considerar que tanto  $h_1$  como  $h_2$  son complejos.

Para bajas pérdidas,  $\beta''$  será pequeño, por lo que habrá baja atenuación para la onda que se desplaza en dirección  $z$ , pero debido a que  $h_1''$  y/o  $h_2''$  también serán bajas, la energía no estará concentrada cerca de la interfaz.

Si se considera una superficie con una impedancia de onda para polarización TM normalizada respecto de  $\eta_0$ ,  $Z_s = R_s + jX_s$ , independiente del ángulo de incidencia, entonces, al igualar la impedancia de onda a la impedancia de superficie, y teniendo en cuenta las igualdades de la ecuación 1-31, resulta:

$$h_1 = k_0 \frac{Z_1}{\eta_0} = k_0 Z_s = k_0 R_s + j k_0 X_s \quad (1-33)$$

$$\beta = \beta' - j\beta'' = \sqrt{(k_0^2 - h_1^2)} = k_0 \sqrt{1 + X_s^2 - R_s^2 - 2jR_s X_s} \quad (1-34)$$

La gráfica de las componentes real e imaginaria de  $\beta$  se muestra en la figura 1.10. Se puede observar que, cuando la reactancia es inductiva (valores positivos de  $X_s$ ), la parte imaginaria de  $\beta$ ,  $\beta''$ , presenta valores positivos, por lo que habrá atenuación en la dirección de propagación  $z$  ([a] en la figura) <sup>9</sup>. A mayor reactancia, habrá una mayor disminución de la amplitud del campo a medida que aumenta el valor de  $z$ , aunque la mayor variación en el coeficiente de atenuación se observa con la variación de la resistencia,  $R_s$ , cuando existe un comportamiento reactivo apreciable ([b] en la figura).

Si la reactancia es nula, un valor de  $\beta$  real se obtiene sólo si la resistencia es muy baja o nula ([c] en la figura). A partir de un umbral de resistencia de superficie, dependiente de los medios materiales, cuando no existe comportamiento reactivo, no hay propagación de onda de superficie ( $\beta = 0$ , [d] en la figura).

El comportamiento de  $h_1$ , descrito en la ecuación 1-33 también regula el comportamiento de la onda de superficie, dado que si la parte imaginaria de  $h_1$ ,  $h_1''$ , es muy pequeña, la onda no estará lo suficientemente cerca de la interfaz para ser guiada por ella. Un valor alto de  $h_1''$  se da cuando la reactancia,  $X_s$  es inductiva ( $X_s > 0$ ), lo cual coincide con el requisito para  $\beta''$ . Dicho de otra forma, la reactancia de superficie es la responsable del decrecimiento exponencial de la onda al aumentar la distancia con la interfaz que funciona como guía.

Analizando la ecuación 1-34, se deduce que un producto  $R_s X_s$  pequeño dará lugar a atenuaciones pequeñas en la onda de superficie, de modo que para que se propague una

<sup>9</sup>Esto se debe a que si el campo eléctrico en la dirección  $y$  se escribe como se indica en la ecuación 1-29,  $\beta = \beta' - j\beta''$  y  $h_1 = h_1' + jh_1''$ , el exponente se expresa como  $-j(\beta' - j\beta'')z + j(h_1' + jh_1'')x$ . Para dirección de propagación  $z$ , con  $z > 0$ , la componente de atenuación del exponente de la expresión dada resulta en  $-\beta''z$ . Para que el comportamiento resulte decreciente,  $\beta''$  debe ser mayor a 0.

onda sobre la interfaz, si se establece  $X_s$  grande para obtener un valor de  $\beta'$  grande, se deben disminuir el comportamiento resistivo tanto como sea posible ([e] en la figura).

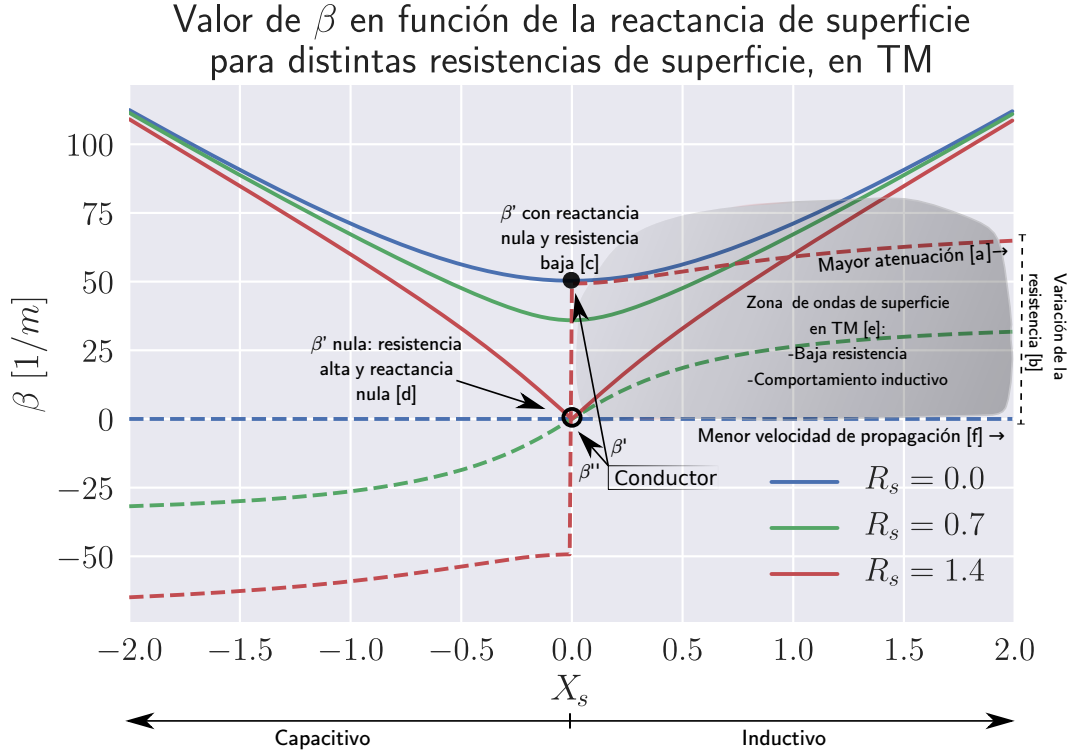


FIGURA 1.10: Comportamiento de la constante de propagación superficial  $\beta$  en función de la resistencia y reactancia superficial para el caso de incidencia TM. Las líneas punteadas representan la parte imaginaria de  $\beta$ , y las líneas completas representan la parte real, de forma que  $\beta = \beta' - j\beta''$ .

La velocidad de propagación se obtiene directamente de la componente real de  $\beta$  que, si  $R_s$  es pequeño y  $X_s$  es grande, resulta, a partir de la expresión 1-34,  $\beta' = k_0 \sqrt{1 + X_s^2}$ , de forma que la velocidad de propagación es:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta'} = \frac{c}{\sqrt{1 + X_s^2}} \quad (1-35)$$

En los casos en que la componente reactiva de la impedancia de superficie es grande, el valor de la velocidad de propagación es menor al de la luz (denotado como [f] en la figura).

Cuando la interfaz es de tipo aire-conductor, la componente inductiva de la impedancia de superficie (relacionada a la profundidad de penetración) resulta igual a la componente resistiva, de forma que [6]:

$$\eta = \frac{1+j}{\sigma\delta} \quad \text{Impedancia de superficie - conductor} \quad (1-36)$$

Aplicando las ecuaciones 1-31, se obtiene que

$$h = k_0(1+j)\sqrt{\frac{k_0}{2\sigma Z_0}} \quad (1-37)$$

$$\beta = k_0\sqrt{1 - \frac{jk_0}{\sigma Z_0}} \approx k_0 - \frac{jk_0^2}{2\sigma Z_0} \quad (1-38)$$

En general, un plano conductor soporta ondas de superficie, y la atenuación en la dirección de propagación es muy baja (ver figura 1.10), pero no es capaz de lograr una atenuación en la dirección normal al mismo tal que la energía se mantenga concentrada en la superficie para poder ser utilizada como guía de ondas. Esto se debe a que dado que la parte imaginaria de  $h_1$  también es despreciable, especialmente debido a la alta conductividad del metal. Para lograr que la energía de la onda decaiga rápidamente lejos de la interfaz es necesario aumentar considerablemente la reactancia de la superficie, para lo que se suele agregar al conductor una capa dieléctrica, que además no aumenta considerablemente la resistividad.

Para el caso de ondas de superficie en modo TE, los campos están dados por la ecuación 1-39. La impedancia de onda, en tanto, queda expresada como indica la ecuación 1-40. Considerando que, para evitar reflexiones, la impedancia de superficie tiene que ser igual a la impedancia de onda, se obtiene la expresión para la constante de propagación en el sentido perpendicular a la interfaz mostrada en la ecuación 1-41, donde nuevamente la impedancia de superficie del conductor es  $Z_s = R_s + jX_s$ .

$$E_y = Ae^{jhx-j\beta z} \quad j\omega\mu_0 H_z = -\frac{\partial E_y}{\partial x} \quad j\omega\mu_0 H_x = \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (1-39)$$

$$Z_1 = \frac{E_y}{H_z} = -\frac{\omega\mu_0}{h} = -\frac{\eta k_0}{h} \quad (1-40)$$

$$h = -\frac{k}{Z_s} = -k_0 \frac{R_s}{R_s^2 + X_s^2} - j \frac{X_s}{R_s^2 + X_s^2} \quad (1-41)$$

Se observa que para que el valor de  $h''$  resulte positivo, de manera que se de un decrecimiento exponencial desde la superficie, el valor de  $X_s$  tiene que ser negativo, por lo que el comportamiento de la superficie tiene que ser capacitivo.

La segunda condición para la existencia de ondas de superficie, la propagación de los campos, está asegurada si  $\beta'$  es positivo, y si la atenuación en la dirección de propagación, parametrizada por  $\beta''$ , es baja. La expresión de  $\beta$  para el caso TE resulta, a partir de 1-41:

$$\beta = \beta' - j\beta'' = \sqrt{(k_0^2 - h_1^2)} = \frac{k_0}{R_s^2 + X_s^2} \sqrt{1 + X_s^2 - R_s^2 + 2jR_sX_s} \quad (1-42)$$

Gráficas de la expresión anterior se muestran en la figura 1.11, donde se pueden observar valores de  $\beta'$  y  $\beta''$  en función de la reactancia  $X_s$ , para algunos valores de resistencia de superficie  $R_s$ . Resulta importante destacar que para valores en que  $X_s$  es negativa (reactancia capacitiva), el valor de  $\beta''$  es físicamente realizable, ya que da lugar a un decrecimiento exponencial, y no a un incremento. Por otro lado, al contrario que en el caso de las ondas TM, a medida que la reactancia capacitiva aumenta en módulo, la constante de propagación tiende a estabilizarse en lugar de crecer linealmente, aunque sí decrece la constante de atenuación  $\beta''$ . Cuando la resistencia de superficie es muy baja, los valores de  $\beta'$  para reactancia  $X_s$  nula tienden a ser muy altos. Cuando los valores de resistencia aumentan ligeramente, al igual que en el caso TM, el valor de  $\beta'$  se vuelve nulo, lo que obliga a presentar un comportamiento capacitivo para la propagación de ondas de superficie en modo TE.

Entre las distintas formas de lograr que una interfaz conductor-aire permita el guiado de ondas de superficie, una de las más efectivas consiste en el recubrimiento de la superficie metálica por una capa dieléctrica fina, como se muestra en la figura 1.12.

Para el caso TM, si se considera que el campo magnético tiene la forma de la ecuación 1-43 en el espacio libre circundante a la estructura, entonces el campo magnético en el interior del dieléctrico resultará de la forma expresada en la ecuación 1-44, donde se cumple que  $h_1^2 + \beta^2 = k_0^2$  y  $h_2^2 + \beta^2 = k^2 = \epsilon_r k_0^2$ .

$$H_{1y} = Ae^{jh_1x - j\beta z}, \quad x > t \quad (1-43)$$

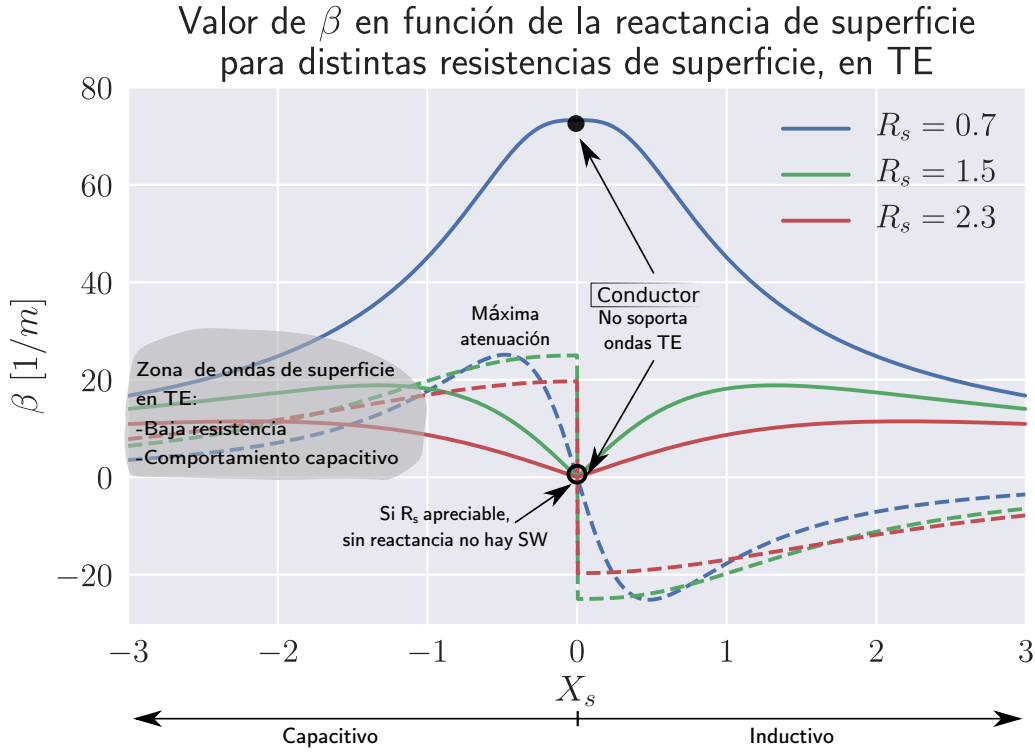


FIGURA 1.11: Comportamiento de la constante de propagación superficial  $\beta$  en función de la resistencia y reactancia superficial para el caso de incidencia TE. Las líneas punteadas representan la parte imaginaria de  $\beta$ , y las líneas completas representan la parte real, de forma que  $\beta = \beta' - j\beta''$ .

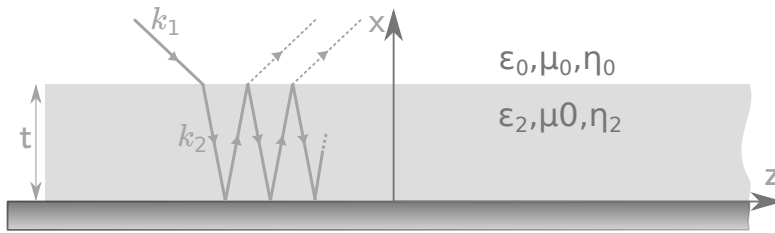


FIGURA 1.12: Incidencia sobre un conductor recubierto por un dieléctrico.

$$H_{2y} = [Be^{jh_2x} + Ce^{-jh_2x}]e^{-j\beta z}, \quad 0 \leq x \leq t \quad (1-44)$$

Dado que en toda interfaz las componentes tangenciales de los campos se conservan, y a que las componentes tangenciales del campo eléctrico sobre el conductor se anulan, se deduce que  $H_{2y}$  es un coseno, y se obtienen<sup>10</sup> las expresiones 1-45 y 1-46.

<sup>10</sup>De la ecuación 1-43 se deriva el campo eléctrico, utilizando la ecuación de Ampère. Al establecer la condición que indica que sobre la interfaz con el conductor no existe campo eléctrico paralelo a la superficie del mismo (se asume un conductor perfecto), se concluye que el valor de B y de C en la ecuación 1-44 coinciden. Aplicando la condición de continuidad de las componentes tangenciales de los campos

$$h_2 \tan(h_2 t) = -j h_1 \epsilon_{r_2} \quad (1-45)$$

$$k_0^2(\epsilon_{r_2} - 1) = h_2^2 - h_1^2 \quad (1-46)$$

Considerando que  $h_1$  es puramente complejo positivo<sup>11</sup>, la ecuación 1-46 se puede expresar como  $k_0^2(\epsilon_{r_2} - 1) = h_2^2 + |h_1|^2$ . Si se multiplica esta nueva expresión por  $t^2$  y a la expresión 1-45 por  $t$ , se obtienen dos expresiones que dan lugar a un sistema de ecuaciones trascendentales que se pueden resolver gráficamente, dado que representan una esfera de radio  $k_0 t \sqrt{\epsilon_{r_2} - 1}$  y una tangente:

$$\begin{cases} (h_2 t)^2 + (h_1 t)^2 = (\epsilon_{r_2} - 1)(k_0 t)^2 \\ h_2 t \tan(h_2 t) = |h_1| \epsilon_{r_2} t \end{cases} \quad (1-47)$$

Para el caso TE, la solución es similar, y en este caso las expresiones resultan (considerando, nuevamente, que  $h_1$  es puramente imaginario positivo):

$$\begin{cases} (h_2 t)^2 + (h_1 t)^2 = (\epsilon_{r_2} - 1)(k_0 t)^2 \\ h_2 t \cot(h_2 t) = -|h_1| \epsilon_{r_2} t \end{cases} \quad (1-48)$$

Las soluciones se pueden obtener gráficamente para ambos casos, mediante la intersección de las curvas correspondientes a las ecuaciones del sistema. Las gráficas, para distintas frecuencias, se muestran en la figura 1.13. Se puede observar que, dado que  $|h_1|t$  no puede tomar valores negativos, las intersecciones que se dan en esas condiciones no son válidas como soluciones del sistema planteado, bajo las hipótesis consideradas.

sobre la interfaz aire-dieléctrico, se obtiene una relación entre los valores de A y B. Queda expresado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} -j h_1 e^{-j h_1 t} & -2 h_2 / \epsilon_{r_2} \sin(h_2 t) \\ -e^{-j h_1 t} & 2 \cos(h_2 t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para que la solución no sea trivial, el determinante de la matriz del sistema tiene que ser nula, lo que da como resultado  $h_2 \tan(h_2 t) = -j h_1 \epsilon_{r_2}$ .

<sup>11</sup>Un análisis general requiere considerar  $h_1$ ,  $h_2$  y  $\epsilon_2$  como complejos, de manera que se puedan considerar las pérdidas. Para simplificar el desarrollo, se debe considerar que, dado que se trata de ondas de superficie, la parte imaginaria de  $h_1$  deberá ser negativa, de manera que a mayor distancia de la interfaz, la intensidad de los campos decrezca exponencialmente. La parte real de  $h_1$ , si bien puede existir, a efectos del estudio del comportamiento de la onda de superficie en la dirección de propagación, puede obviarse. Por otro lado, si se considera que el ancho del dieléctrico,  $t$ , es muy pequeño, de forma que se pueda considerar que  $\tan(h_2 t) \approx h_2 t$ , entonces la expresión 1-45 resulta aproximadamente  $h_2^2 t = -j h_1 \epsilon_{r_2}$ . Asumiendo, por lo explicado antes, que  $h_1$  es valor puramente imaginario positivo, el valor de  $h_2$ , obtenido de  $h_2^2 t = h_1 \epsilon_{r_2}$ , deberá ser real. Al argumento no descarta la existencia de valores complejos de  $h_1$  y  $h_2$ , sino que permite una validación intuitiva del desarrollo posterior.

A medida que aumenta la frecuencia, el valor del radio de los círculos aumenta. Se observa que siempre existe, al menos, un modo TM de propagación sobre el plano de tierra, dado que todas las intersecciones entre las curvas ocurren para valores de  $|h_1|t$  mayores a 0, como se muestra en la figura 1.13(c). Para frecuencias en que el radio del círculo genera que el mismo intersekte a más secciones de la curva tangente, aparecerían modos de propagación superiores.

Para el caso TE, se observa que para frecuencias bajas no existe solución válida, como se muestra en la figura 1.13(d), por lo que no hay un modo fundamental TE por debajo de la frecuencia de corte, que se da para  $f_c = c/(4t\sqrt{\epsilon_{r2}} - 1)$ , que en el caso graficado es de aproximadamente 25 GHz.

Para el caso de FR4, en el rango de frecuencias de interés para este trabajo, no existe, entonces, propagación de ondas de superficie de polarización TE, por lo que el análisis del modo TM reviste mayor importancia.

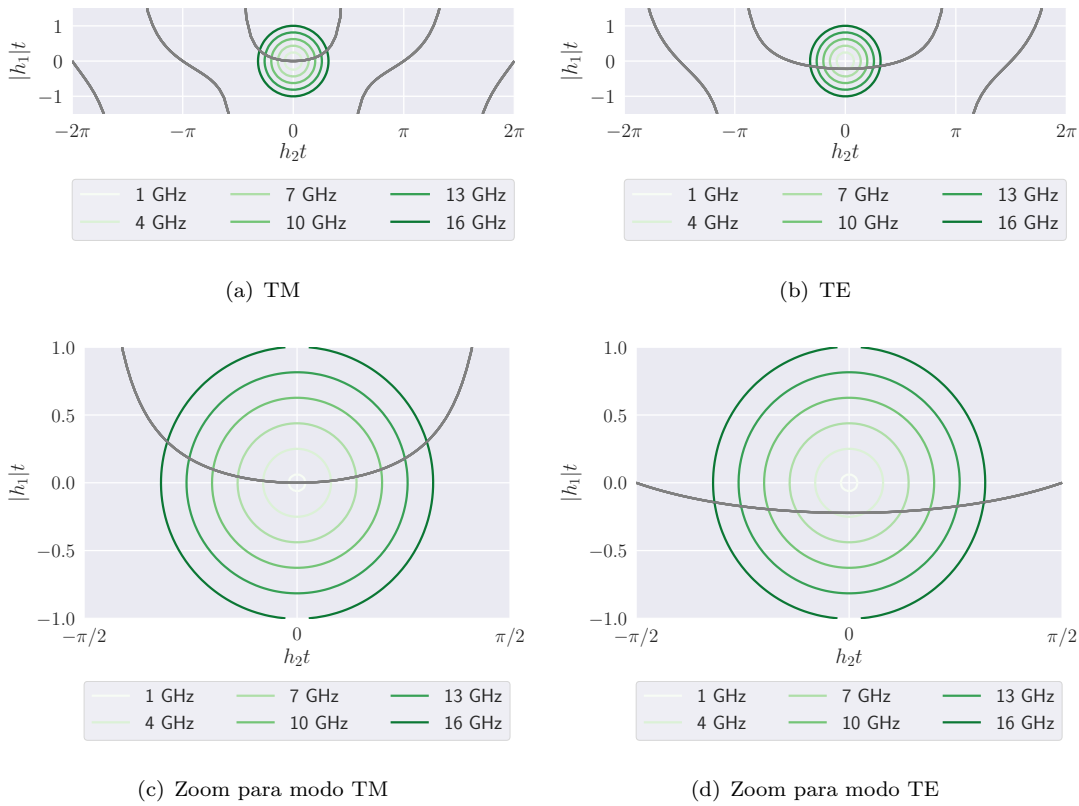


FIGURA 1.13: Curvas de los sistemas de ecuaciones que describen la existencia de ondas superficiales TM y TE, para distintas frecuencias, resuelto para el caso en que el dieléctrico es FR4 ( $\epsilon_r = 4,5$ ).

Obtenidos los valores de  $h_1$  y  $h_2$ , se obtienen los campos del modo correspondiente de la onda de superficie [1]. En particular, para el análisis del comportamiento de la impedancia, las expresiones de los campos tangenciales a la interfaz resultan de mayor



interés, dado que permiten obtener las impedancias de onda en el aire y el dieléctrico, como se indica en las expresiones 1-49a y 1-49b.

$$H_{y1} = Ae^{jh_1(x-t)-j\beta z}, \quad E_{z1} = \frac{Ah_1}{\omega\epsilon_0} e^{jh_1(x-t)-j\beta z} \quad \Rightarrow \quad Z_1 = \frac{h_1}{\omega\epsilon_0} \quad (1-49a)$$

$$H_{y2} = 2B \cos(h_2x)e^{j\beta z}, \quad E_{z2} = \frac{-2Bh_2 \sin(h_2x)e^{-j\beta z}}{j\omega\epsilon_0\epsilon_{r2}} \quad \Rightarrow \quad Z_2 = \frac{jh_2 \tan(h_2x)}{\omega\epsilon_0\epsilon_{r2}} \quad (1-49b)$$

Normalizando respecto de la impedancia intrínseca del vacío,  $\eta_0$ , se obtiene, considerando  $\theta_t$  el ángulo de transmisión desde el aire al dieléctrico que recubre el plano conductor,:

$$\frac{Z_1}{\eta_0} = \frac{h_1}{\omega\epsilon_0\eta_0} = \frac{k_0 \cos \theta_i}{\omega\epsilon_0\eta_0} = \cos \theta_i \quad (1-50)$$

$$\frac{Z_2}{\eta_0} = j \frac{h_2 \tan h_2x}{\omega\epsilon_0\epsilon_{r2}\eta_0} = j \frac{k_2 \cos \theta_t \tan(k_2x \cos \theta_t)}{\omega\epsilon_0\epsilon_{r2}\eta_0} = j \frac{\cos \theta_t}{\sqrt{\epsilon_{r2}}} \tan(k_2x \cos \theta_t) \quad (1-51)$$

Una onda incidente desde el aire, para evitar reflexiones y, por lo tanto, radiación desde la superficie que soporta una onda de superficie, debe estar adaptada a la impedancia de superficie que presenta el dieléctrico, que resulta de evaluar  $Z_2/\eta_0$  en la superficie:

$$Z_s = j \frac{\cos \theta_t}{\sqrt{\epsilon_{r2}}} \tan(k_2t \cos \theta_t) \quad (1-52)$$

Esta impedancia es puramente imaginaria positiva<sup>12</sup>, por lo que tiene un comportamiento inductivo, permitiendo la formación de ondas de superficie en modo TM, dado que la constante de atenuación  $h''$  logra que el campo se concentre cerca de la superficie. Los valores de  $\beta'$  y  $\beta''$  no se ven modificados, pues el aporte del dieléctrico a la reactancia no es lo suficientemente alto. El ángulo  $\theta_t$  se obtiene de las relaciones de Snell (1-23b), por lo que se deduce que, al contrario que en el caso del conductor sin recubrimiento dieléctrico, el comportamiento es dependiente del ángulo de incidencia.

<sup>12</sup>Si el dieléctrico presentara pérdidas, existiría también un término real [7], por lo que, además de facilitar la propagación de ondas de superficie, si el dieléctrico tiene bajas pérdidas, no aumenta la resistencia de superficie. Además, esta componente inductiva se debe sumar al efecto producido por la componente inductiva de la impedancia de superficie del conductor, debida a la existencia de una profundidad de penetración.

## 1.6. Líneas de transmisión

La teoría de líneas de transmisión representa el paso intermedio entre el estudio de campos electromagnéticos y de circuitos impresos, permitiendo considerar el fenómeno de propagación de ondas como una extensión de la teoría de circuitos (aplicable cuando la longitud eléctrica del circuito es mayor a la longitud de onda de operación), o como una solución particular de las ecuaciones de Maxwell [1].

Las líneas de transmisión son redes de parámetros distribuidos, donde las corrientes y las tensiones, en contraposición a los circuitos de parámetros concentrados, pueden variar en magnitud y fase, debido a la dimensión física del circuito. El análisis de una línea se puede llevar a cabo estableciendo el comportamiento de los trozos infinitesimales que la componen, dispuestos en cascada para formar la estructura final, de forma que cada uno de ellos se pueda modelar utilizando circuitos de parámetros concentrados independientes de la frecuencia, estableciendo, entonces, impedancias  $Z'$  ( $\Omega/m$ ) y admitancias  $Y'$  ( $S/m$ ) por unidad de longitud, como se muestra, de forma general, en la figura 1.14.

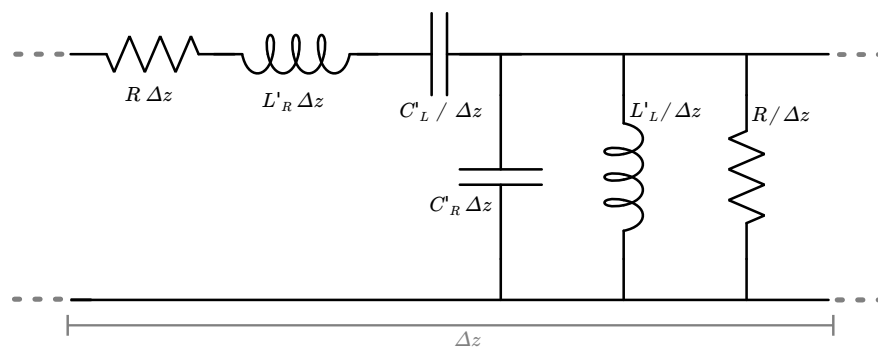


FIGURA 1.14: Circuito equivalente de porción de línea de transmisión.

La impedancia y la admitancia por unidad de longitud se pueden expresar como indica 1-53. Se debe tener en cuenta que los subíndices R y L se deben al comportamiento de "mano izquierda"<sup>13</sup> o "mano derecha" asociado a cada componente. Si  $L'_R$  y  $C'_R$  son nulos, existe sólo un comportamiento "de mano izquierda", donde las velocidades de fase y de grupo son antiparalelas, y donde tanto la permitividad eléctrica  $\epsilon$  como la permeabilidad magnética  $\mu$  son negativas, de forma que el índice de refracción también lo sea, dando lugar a una propagación de ondas en sentido inverso. Cuando  $L'_L$  y  $C'_L$  son nulos, el comportamiento es denominado "de mano derecha", y es el que corresponde a propagación de onda comunmente analizada. Las componentes que corresponden al comportamiento de mano izquierda son, por sí solas, de existencia física imposibles,

<sup>13</sup>La expresión "material de mano izquierda" fue utilizada por primera vez por físico ruso Viktor Vesago en 1967, cuando propuso la posibilidad de la existencia de materiales en que la propagación de ondas se daría de forma que el campo eléctrico, el campo magnético y el vector de propagación formaran una tríada de mano izquierda [8].

dado que las que generan comportamiento de mano derecha aparecen naturalmente por efectos constructivos. Las resistencias del circuito, por otro lado, representan las pérdidas dieléctricas y conductoras.

$$Z' = j \left( \omega L'_r - \frac{1}{\omega C'_L} \right) \qquad Y' = j \left( \omega C'_R - \frac{1}{\omega L'_L} \right) \quad (1-53)$$

Una descripción completa del análisis del caso general, que describe el comportamiento de numerosos metamateriales, se puede consultar en [8]. En adelante se analizará únicamente el caso tradicional, de mano derecha, ya que es el que se aplica al tipo de estructura analizado en este trabajo.

Considerando una línea de transmisión que representa un comportamiento puramente de mano derecha, obteniendo el circuito equivalente de un infinitesimal de línea de la figura 1.14, aplicando las leyes de Kirchhoff, dividiendo por  $\Delta z$  y aplicando el límite para  $\Delta z \rightarrow 0$ , para obtener expresiones diferenciales, se obtienen las ecuaciones del telegrafista, expresadas en la ecuación 1-54, tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia [6]. La solución simultánea de ambas ecuaciones tiene un comportamiento de onda, expresado en 1-55, donde  $\gamma$  es la constante de propagación, cuyo valor se expresa en 1-56.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v(z,t)}{\partial z} &= -Ri(z,t) - L \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \\ \frac{\partial i(z,t)}{\partial z} &= -Gv(z,t) - C \frac{\partial v(z,t)}{\partial t} \end{aligned} \right\} \implies \left\{ \begin{aligned} \frac{dV(z)}{dz} &= -(R + j\omega L)I(z) \\ \frac{dI(z)}{dz} &= -(G + j\omega C)V(z) \end{aligned} \right. \quad (1-54)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) &= 0 \\ \frac{d^2 I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) &= 0 \end{aligned} \quad (1-55)$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (1-56)$$

Las ecuaciones de onda tienen como solución la superposición de una onda en dirección  $+z$  y otra en dirección  $-z$ , tanto para la tensión como para la corriente, con velocidad de fase  $\beta$ . La relación entre las componentes de onda que viajan en dirección positiva se conoce como impedancia característica,  $Z_0$ , definida, según los parámetros de una línea de transmisión, en la ecuación 1-57.

$$Z_0 = \frac{V_0^+}{I_0^+} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad \text{Impedancia característica} \quad (1-57)$$

Cuando una línea de transmisión es terminada en una impedancia arbitraria  $Z_L$ , se producen fenómenos de transmisión y reflexión de potencia, de manera análoga al caso de incidencia de campos electromagnéticos sobre interfaces entre medios de impedancias intrínsecas diferentes, analizado en la sección 1.3.1. Existe, también en este caso, un coeficiente de reflexión  $\Gamma$ , definido como la relación entre la tensión reflejada y la tensión incidente, como indica la ecuación 1-58. Cuando el coeficiente de transmisión es nulo, se dice que la carga está adaptada, de modo que  $Z_L = Z_0$ .

$$\Gamma = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (1-58)$$

Si se generaliza el concepto de coeficiente de transmisión a cualquier punto de la línea, y no únicamente al nodo donde se coloca la carga  $Z_L$ , se obtiene el coeficiente de reflexión para cualquier punto  $l$  de la línea a partir del que corresponde al nodo de carga, ubicado en la posición 0, como se indica en la ecuación 1-59.

$$\Gamma(l) = \Gamma e^{-2j\gamma l} = \Gamma e^{-2j\beta l} e^{-2\alpha l} \quad (1-59)$$

La impedancia de entrada también varía con la distancia a la carga, de forma que:

$$Z_{in} = \frac{V(-l)}{I(-l)} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh \gamma l}{Z_0 + Z_L \tanh \gamma l} \quad (1-60)$$

En la figura 1.15 se puede observar una gráfica de  $\Gamma$  y  $Z_{in}$  en función de la distancia a la carga, para una línea de impedancia característica  $Z_0$  de  $50 \Omega$ , con una carga de  $100 \Omega$ , considerando pérdidas y constante de propagación arbitrarias.

### 1.6.1. Línea *microstrip*

Algunas de las líneas de transmisión más comunes están basadas en tecnologías de circuitos impresos, entre las que se destacan las striplines (donde el dieléctrico circundante

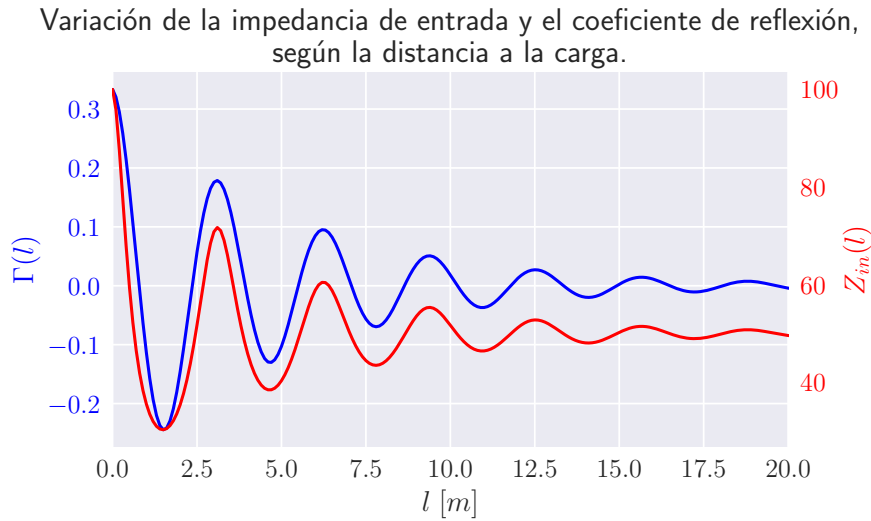


FIGURA 1.15: Impedancia de entrada y coeficiente de reflexión en función de la distancia a la carga, en una línea de transmisión de  $50\Omega$ .

al conductor es homogéneo), las líneas *microstrip* (donde el dieléctrico circundante es aire en la mitad superior, y un dieléctrico de mayor permitividad en la mitad inferior), y las guías de ondas coplanares (donde el plano de tierra y la línea de señal comparten la misma cara del sustrato). Algunas de ellas son esquematizadas en la figura 1.16. Los costos de fabricación de las mismas suelen ser muy bajos, y ofrecen comodidades para la implantación de componentes discretos, aunque en muchos casos se generan modos indeseados, que pueden ser disminuidos manteniendo el espesor del sustrato en valores despreciables respecto de la longitud de onda, lo que los vuelve frágiles. Además, los sustratos dieléctricos suelen presentar pérdidas que modifican el comportamiento de la señal. Las principales aplicaciones se relacionan con el diseño de filtros microondas, acopladores direccionales, transformadores de impedancia, planos de tierra y redes de distribución de energía de circuitos impresos e integrados [9].

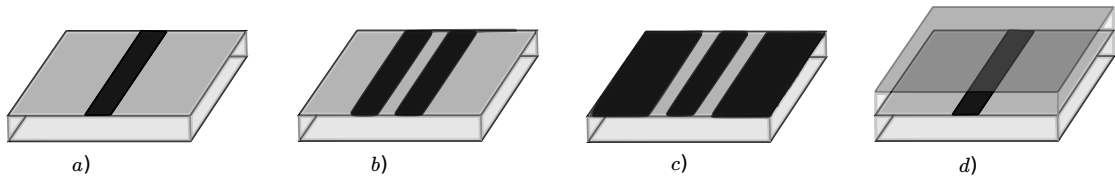


FIGURA 1.16: Tecnologías de líneas de transmisión planares. De izquierda a derecha: *Microstrip*, *twinstrip*, línea coplanar y *stripline*.

Las striplines, debido a la homogeneidad del dieléctrico, soportan modos TEM. Las líneas microstrip, en cambio, sólo pueden presentar modos TE y TM, aunque en frecuencias bajas tienen un comportamiento que puede denominarse cuasi-TEM, dado que la mayor parte del campo se concentra en el dieléctrico <sup>14</sup>. Un diagrama simplificado de los campos

<sup>14</sup>Un comportamiento puramente TEM impediría el cumplimiento de la condición de fase en la interfaz, dado que las velocidades de propagación en ambos medios es distinta [1]

y los parámetros de una línea microstrip se muestran en la figura 1.17

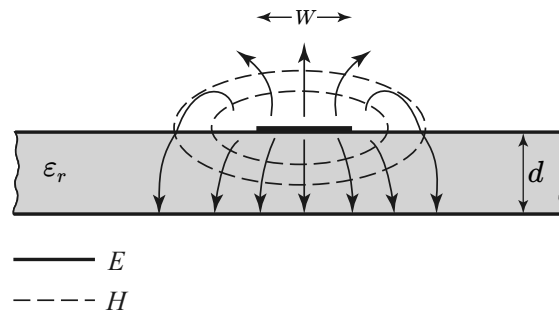


FIGURA 1.17: Campos de una línea *microstrip*.

En general, para simplificar el análisis, se considera que la cinta microstrip es una stripline, donde el dieléctrico tiene una constante dieléctrica efectiva, menor a la constante dieléctrica del sustrato, pero mayor a la del aire, dependiente del ancho del sustrato, el ancho del conductor y la frecuencia de trabajo. La expresión de esta constante es la siguiente:

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_0 \left( \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left( 1 + 12 \frac{h}{W} \right)^{-1/2} \right) \quad (1-61)$$

## 1.7. Antenas

Una antena es un dispositivo que actúa como fuente de ondas electromagnéticas. Es una interfaz entre el espacio libre y un dispositivo de guiado (como una guía de ondas o una línea de transmisión), y puede ser modelada como una carga que, en general, está adaptada. Su función es recibir o transmitir energía, usualmente optimizando algunas direcciones, y suprimiendo o disminuyendo su valor en otras, para lo que se utilizan distintas tecnologías, entre las que se destacan las antenas de hilo, de apertura y *microstrip*, muchas veces dispuestas en arreglos y con componentes reflectores [10]. En este trabajo resultarán de mayor importancia las regiones más cercanas al radiador, y el control del comportamiento de los campos en las mismas modificará el comportamiento en la región de Fraunhofer.

### 1.7.1. Regiones de campo

El espacio que rodea a una antena se suele dividir en tres regiones: Campo cercano reactivo (donde predominan los campos reactivos), campo de radiación cercano (Fresnel, donde la distribución angular de energía depende de la distancia a la antena) y campo

lejano (Fraunhofer, donde la distribución angular de energía es, en términos prácticos, independiente de la distancia al elemento radiante). En general, se considera que la región de campo lejano se encuentra a distancias mayores a  $2D^2/\lambda$ , donde  $D$  es la máxima dimensión de la antena, y  $\lambda$  es la longitud de onda de trabajo.

### 1.7.2. Diagramas de radiación

El diagrama de radiación es una representación gráfica o función matemática que representa las propiedades de radiación de una antena como función de las coordenadas espaciales. En general, se especifica para la región de campo lejano, y en función de las coordenadas direccionales  $\theta$  y  $\phi$ , que representan el ángulo de elevación y el azimutal, respectivamente, para una orientación arbitraria del radiador.

En general, se calcula el patrón de potencial o el patrón de campo eléctrico, y se los normaliza respecto de su máximo valor, para luego graficarlos en escala logarítmica o en decibels.

Sobre el patrón se distinguen lóbulos, clasificados como principal (en la dirección de mayor radiación) y menores (en otras direcciones). El diagrama de radiación de una antena isotrópica, de ser físicamente realizable, se correspondería con una esfera, dado que no existen direcciones privilegiadas. Cuando no existen lóbulos distinguibles en un dado plano, lo cual es común en antenas con simetría cilíndrica, el comportamiento se denomina omnidireccional.

### 1.7.3. Impedancia de entrada

La impedancia de entrada de una antena es la que presenta a la línea de transmisión o guía de ondas que la alimenta. En general tiene una componente resistiva y una componente reactiva, de manera que  $Z_A = R_A + jX_A$ . En general,  $R_A$  tiene dos componentes:  $R_r$ , la resistencia de radiación, y  $R_L$ , la resistencia de pérdidas. Como en general no coincide con la impedancia característica de la línea de transmisión que la alimenta, se aplican métodos de adaptación de impedancias.

### 1.7.4. Arreglos de antenas

Un arreglo de antenas es un conjunto de antenas dispuestas geométricamente, y alimentadas de manera tal que conformen un único sistema radiante. El primer conjunto de antenas usado extensivamente fue la antena Yagui-Uda, inventada en 1926, cuya fase no puede variarse electrónicamente. Recién durante la Segunda Guerra Mundial se

inventaron los conjuntos de antena de fase variable, y a partir de 1950, con la invención de los defasadores de ferrita, la modificación de fase completa fue posible [3].

El análisis más sencillo del comportamiento de conjuntos de antenas se presenta al analizar uno formado por antenas de iguales propiedades, cuyas amplitudes y fases pueden ser modificados, tanto en transmisión (a través de mecanismos de desfasaje) como en recepción (debido a diferencias de camino y circuitos de desfasaje). En general, el diagrama de radiación se puede calcular en base a la multiplicación del patrón de uno de los elementos y el patrón del arreglo, para el cual se asumen puntos de radiación isotrópicos en la posición de las antenas [10].

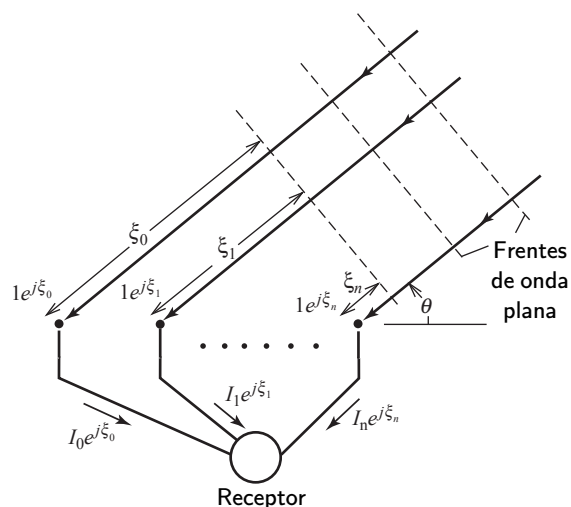


FIGURA 1.18: Incidencia de una onda plana sobre un arreglo de antenas.

El factor de *array*, reemplazando cada elemento por radiadores isotrópicos, se obtiene considerando que una onda plana incide con ángulo  $\theta$  sobre el conjunto, como se muestra en la figura 1.18. Cada elemento es excitado con una fase  $\xi_i$ , debida a la diferencia de caminos y a las diferencias entre las líneas de transmisión de cada antena, de modo que:

$$AF = I_0e^{j\xi_0} + I_1e^{j\xi_1} + \dots = \sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{j\beta n d \cos(\theta)} = \sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{jn\Phi} \quad (1-62)$$

Normalizando y simplificando la expresión, la misma queda:

$$f(\Phi) = \frac{\sin(N\Phi/2)}{N\sin(\Phi/2)} \quad (2\pi - \text{periódica}) \quad (1-63)$$

con  $N$  la cantidad de elementos radiantes. Se observa que si hay una mayor cantidad de elementos radiantes, los lóbulos, tanto secundarios como primarios, tiende a aumentar. Además, al mismo tiempo, la cantidad de lóbulos secundarios también crece (hay  $N-1$  lóbulos secundarios), al mismo tiempo que disminuye la altura de los mismos [3].



### 1.7.5. Acoplamiento mutuo

Cuando se considera acoplamiento mutuo entre los elementos del *array*, la multiplicación del patrón de radiación por el patrón del arreglo ya no es válida. Los elementos interactúan entre sí y alteran sus corrientes, y por lo tanto sus impedancias. La radiación de una antena induce corrientes sobre las antenas cercanas, que también radían e influyen sobre la corriente de la primer antena. Es un efecto de campo cercano.

La impedancia de entrada de un elemento aislado en el espacio se denomina “Impedancia de elemento aislado”, o simplemente impedancia de antena. La impedancia de entrada de una antena que está dispuesta en un ambiente con elementos activos se denomina “impedancia activa”, y varía según las excitaciones a las que se someta al arreglo de antena. En general, la caracterización de los elementos radiantes sometidos a efectos de acoplamiento mutuo consisten en la obtención de la “impedancia pasiva”, que se logra excitando un elemento y conectando a cargas adaptadas los demás.

Hay 3 efectos responsables del acoplamiento mutuo en arreglos de antenas:

- Acoplamiento espacial entre elementos.
- Acoplamiento espacial por *scattering* en elementos cercanos.
- Acoplamiento por la red de alimentación, que puede ser minimizado usando técnicas de acoplamiento apropiadas en cada elemento.

Si el acoplamiento en la red de alimentación se minimiza, se puede considerar que cada antena está alimentada independientemente con una tensión  $V_m^g$ , cuyo generador tiene una impedancia asociada  $Z_m^g$ . Sobre la antena se genera una diferencia de tensión  $V_m$ , y una corriente  $I_m$ , que incluye los efectos de acoplamiento. Un *array* de  $N$  elementos es entonces una red de  $N$  puertos, representada por la ecuación 1-64, donde todos los elementos que pertenecen a la diagonal de la matriz  $Z$  son las impedancias de elemento aislado, mientras que los elementos fuera de la diagonal representan las impedancias mutuas  $Z_{mn}$ , que no es más que la tensión impresa sobre el elemento  $m$  por la corriente  $n$ , cuando todos los demás terminales están a circuito abierto ( $Z_{mn} = V_m/I_n|_{I_i=0 \forall i \neq n}$ , lo que significa que la corriente es nula para todo el cuerpo de la antena). En general estos cálculos se realizan de forma numérica, tras las correspondientes simulaciones, y considerando a las antenas en modo transmisor [11].

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{12} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Z_{1N} & Z_{2N} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix}}_Z \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} \quad (1-64)$$

Si suponemos que la antena no excitada tiene una impedancia de carga  $Z_j^g$  sobre sus terminales (y que el generador de esa antena está apagado,  $V_j^g = 0$ ), la corriente generada sobre el elemento  $j$  debido a la radiación del elemento  $i$  será tal que  $V_j = -Z_j^g I_j$ , por lo que:

$$V_j = -Z_j^g I_j = Z_{jj} I_j + \sum_{i=1, i \neq j}^N Z_{ji} I_i \quad (1-65)$$

En el caso en que se consideren sólo dos antenas, de la ecuación 1-65 para dos elementos, podemos obtener la expresión de la corriente en el segundo elemento, que da lugar a la expresión de la impedancia total vista por el primer elemento, por efecto propio y de la radiación del segundo, como muestra la ecuación 1-66, donde se asumió que la matriz  $Z$  es simétrica, y que permite deducir la ecuación 1-67, que es la impedancia de entrada de cada elemento, en función de impedancias medibles.

$$\begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 = -Z_2^g I_2 = Z_{22} I_2 + Z_{21} I_1 \end{cases} \quad (1-66)$$

$$I_2 = \frac{-Z_{21} I_1}{Z_{22} + Z_2^g} = \frac{-Z_{12} I_1}{Z_{22} + Z_2^g} \implies \frac{V_1}{I_1} = Z_1 = Z_{11} - \frac{(Z_{12})^2}{Z_{22} + Z_2^g} \quad (1-67)$$

### 1.7.6. Antenas Microstrip

Las antenas *microstrip* cumplen varias de las especificaciones más importantes que imponen las diversas aplicaciones de antenas: Pueden ser pequeñas, tienen bajo peso, son económicas y fáciles de fabricar, y tienen bajo perfil, lo que permite adaptarlas a numerosos diseños. Suelen, sin embargo, tener un alto  $Q$ , ya que funcionan debido a sus propiedades resonantes, suelen tener baja eficiencia, son de baja potencia, y presentan polarización impura. La baja eficiencia y el bajo ancho de banda, en muchos casos, suelen mitigarse con el aumento del ancho del sustrato, aunque esto genera ondas de superficie, generalmente indeseadas. Las ondas de superficie extraen potencia que no

se convierte en radiación y, facilitan el acoplamiento entre elementos y, cuando inciden sobre discontinuidades, generan lóbulos secundarios que degradan el patrón de radiación y las características de polarización [10].

En general, el diseño de una antena *microstrip* se realiza de forma tal que el máximo de radiación se concentre en la dirección normal al parche (*broadside*), aunque también es posible lograr radiación en dirección paralela al mismo (*end-fire*), dependiendo de la geometría elegida. El sustrato elegido para la fabricación suele influir en el ancho de banda y la eficiencia: Una mayor permitividad dieléctrica genera una menor eficiencia, un menor ancho de banda y un menor acoplamiento con elementos cercanos, debido a que los campos se encuentran contenidos en el sustrato.

Existen múltiples formas de alimentación de una antena *microstrip*, entre las que se destacan la línea microstrip de alimentación, que suele dar lugar a radiación espuria y a polarización cruzada, debido a la asimetría que impone; y la conexión directa de cable coaxil, donde el conductor central del mismo se conecta en un punto del parche, y la malla se conecta al plano de tierra que funciona como reflector, ubicado en la cara opuesta del sustrato.

Existen varios métodos de análisis de antenas *microstrip*, entre los que se destacan, por su sencillez, el modelo de líneas de transmisión y el modelo de cavidades resonantes, principalmente aplicables a parches rectangulares, que son los de interés en este trabajo. Sin embargo, estos métodos no consideran acoplamiento mutuo ni ondas de superficie, por lo que resultan incompletos [12].

#### 1.7.6.1. Modelo de líneas de transmisión

El modelo de líneas de transmisión es el más sencillo y el que ofrece una mayor intuición física, ya que usa los conceptos fundamentales de líneas microstrip. Consiste en considerar a la antena como dos aperturas radiantes de ancho  $W$  y altura  $h$  separadas una distancia  $L$  por una línea de transmisión de impedancia característica conocida  $Z_0$ , cada una de las cuales puede ser representada, en el modelo, como una conductancia  $G$  y una susceptancia  $B$ , como se indica en la figura 1.19, donde la admitancia y la susceptancia se obtienen del modelo de apertura radiante, que puede consultarse en [10].

Al igual que en el caso de las líneas microstrip, se debe considerar una constante dieléctrica efectiva  $\epsilon_{r_{eff}}$ , que depende no sólo del ancho del sustrato, sino también de la frecuencia, debido a que a mayor frecuencia hay una mayor concentración de campo sobre el dieléctrico, otorgando mayor prevalencia a la constante dieléctrica del sustrato que a la del aire circundante en el cálculo de la constante efectiva. La expresión es la misma utilizada para líneas microstrip (ecuación 1-61), siempre y cuando  $W > h$ .

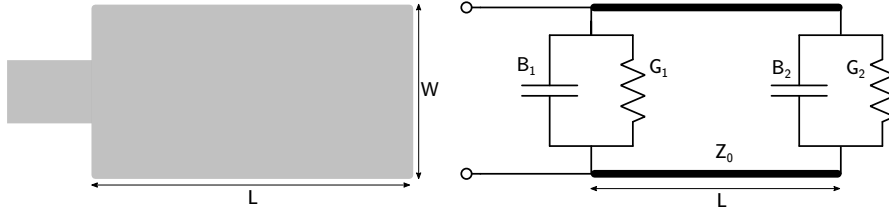


FIGURA 1.19: Circuito equivalente, según el modelo de líneas de transmisión, de una antena *microstrip*.

El efecto de *fringing* en los bordes del parche, que da lugar a un aumento del tamaño eléctrico, se modelan mediante la consideración de una extensión en la línea de transmisión que une a las aperturas radiantes, en función de la altura del sustrato. El cambio en la extensión de la línea de transmisión sugiere un cambio en la frecuencia de resonancia de la antena, al mismo tiempo que un mayor ancho de banda, sin una modificación del tamaño físico. En la ecuación 1-68 se muestra una expresión aproximada de la variación del tamaño eléctrico, de forma que la longitud efectiva de la línea de transmisión resulta  $L_{eff} = L + 2\Delta L$ . Esta expresión se utiliza para la obtención de la frecuencia de resonancia, como indica la expresión 1-69 para el modo dominante,  $TM_{010}$ .

$$\Delta L = h \, 0,412 \frac{(\epsilon_{eff} + 0,3)(W/h + 0,264)}{(\epsilon_{eff} - 0,258)(W/h + 0,8)} \quad (1-68)$$

$$f_{r_{010}} = \frac{1}{2L_{eff}\sqrt{\epsilon_{eff}}\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = \frac{1}{2(L + 2\Delta L)\sqrt{\epsilon_{eff}}\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \quad (1-69)$$

La impedancia de entrada de una antena microstrip depende fuertemente de la posición de la alimentación, además de los valores de  $G$  y  $B$  de los *slots* radiantes [13]. Cuando la alimentación se realiza mediante una cinta microstrip, se suele terminar la misma en el interior del parche, a una distancia  $y_0$  del borde, como se indica en la figura 1.20, permitiendo una mejor adaptación, aunque introduciendo una capacidad de juntura que afecta a la frecuencia de resonancia. La distancia del punto de alimentación al borde del parche será menor a la mitad de la longitud total del parche, en lo que se identificó como "zona de adaptación." en la misma figura.

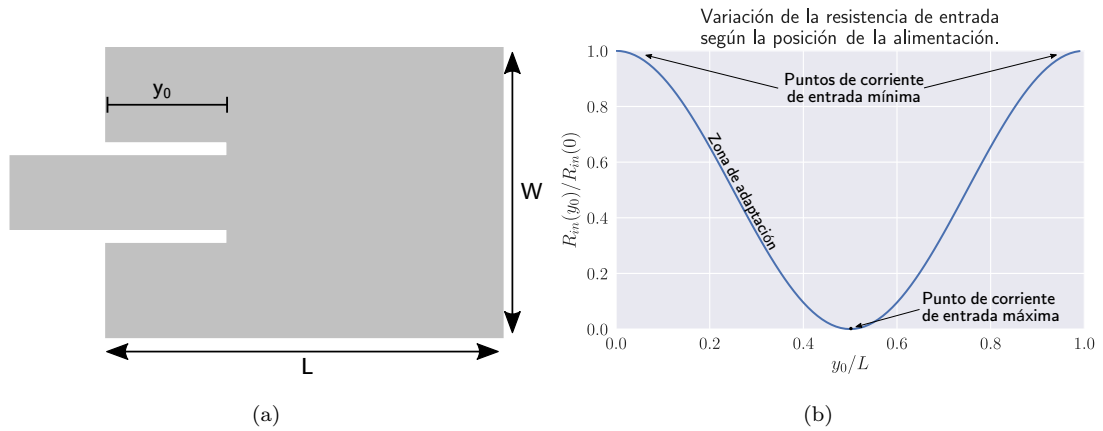


FIGURA 1.20: Esquema y gráfica del comportamiento de la impedancia de entrada según la posición de la alimentación.

El factor de antena, el ancho de banda y la eficiencia son valores interdependientes, y entre ellos se presenta una relación de compromiso. El factor de antena representa las pérdidas de la misma, en general dominadas por la radiación (relacionada a la conductancia asociada a las aperturas radiantes), la conducción (en función de la conductividad del metal), las pérdidas dieléctricas (expresada según la tangente de pérdidas) y las ondas de superficie (despreciables si el sustrato es demasiado fino). Además, se debe tener en cuenta la adaptación de la antena, que limita fuertemente el ancho de banda de uso. En general, se observa que [10] a mayor volumen de la antena, el ancho de banda aumenta. Un aumento de la permitividad dieléctrica genera una disminución del ancho de banda, debida a la disminución de los campos de borde (*fringing*) y una disminución de la eficiencia de radiación, dado que da lugar a antenas de menor tamaño. Un sustrato de mayor constante dieléctrica, entonces, da lugar a antenas de menor volumen, lo cual genera un menor ancho de banda.

#### 1.7.6.2. Modelo de cavidades multimodo

El modelo de cavidad resonante se utiliza principalmente para predecir el comportamiento en modos superiores de la antena. Para ello se considera que la región dieléctrica bajo el parche consiste en una cavidad cargada dieléctricamente, limitada por conductores eléctricos en las caras superior e inferior, y por conductores magnéticos en las caras laterales. Esta configuración conlleva a una impedancia de entrada puramente reactiva, incompatible con el comportamiento radiativo del sistema, pero consistente con el comportamiento de otros parámetros. Para considerar las pérdidas por radiación, se añaden efectos de pérdidas dentro de la cavidad, relacionados con el factor de antena correspondiente.

La consideración de paredes laterales como conductores magnéticos deviene de la consideración de la disposición de las cargas sobre el parche conductor y sobre el plano de tierra, donde se asume que el espesor del dieléctrico es lo suficientemente pequeño como para que no se presenten modos superiores sobre el eje vertical. Las cargas sobre la cara inferior del parche son atraídas por las cargas opuestas correspondientes en el plano de tierra, y su concentración genera una repulsión, hacia la cara superior, a otras cargas de la misma polarización, generando una corriente superficial en cada cara, como se indica en la figura 1.21. Al disminuir el ancho del sustrato, el efecto de atracción del plano de tierra supera, en magnitud, al efecto de repulsión por la concentración de cargas en la cara inferior del parche, por lo que el flujo decrece, pudiendo considerarse nulo. Dado que el flujo de cargas, a través de los bordes, entre la cara superior y la inferior del parche metálico dispuesto sobre el sustrato, es el responsable del campo magnético tangencial a los bordes, la desaparición de dicho flujo disminuiría considerablemente este campo, permitiendo asumir que las paredes se comportan como conductores magnéticos. La baja altura del sustrato, además, permite considerar sólo las configuraciones TM para las frecuencias de interés, dado que, como se explicó antes,  $h \ll \lambda$ .

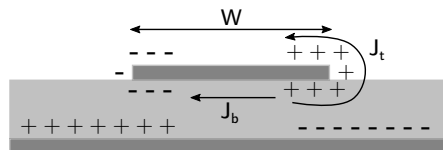


FIGURA 1.21: Corrientes sobre el parche en una antena *microstrip*, según el modelo de cavidad.

La obtención de los campos se detalla en [13], donde, considerando las hipótesis descritas antes, asumiendo que el vector de potencial  $\vec{A}$  tiene que cumplir la ecuación de Helmholtz (1-11), y utilizando separación de variables, se obtienen soluciones para distintos modos, todos transversales magnéticos, con frecuencias de resonancia dadas por 1-70, donde  $n$ ,  $m$  y  $p$  son los índices del modo. El modo dominante, dado que  $h < L$  y  $h < W$ , es el  $TM_{010}$ , cuya distribución de campos se muestra en la figura 1.22.

$$(f_r)_{nmp} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{h}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{W}\right)^2} \quad (1-70)$$

A pesar de que hay 4 aperturas en una antena *microstrip* rectangular, sólo 2, las radiantes, aportan significativamente a la radiación, dado que lo radiado por las otras dos se cancelan sobre los planos principales. Las paredes separadas aproximadamente  $\lambda/2$  tienen campos en direcciones opuestas en el mismo momento, por lo que se suman en la dirección normal al parche, dando lugar a un comportamiento *broadside*.

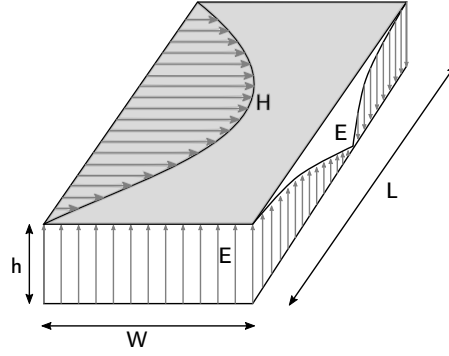


FIGURA 1.22: Distribución de campos eléctrico y magnético en la cavidad de *microstrip*, para el modo  $TM_{010}$ .

Un aspecto importante del análisis por el modelo de cavidad radica en las densidades de corriente equivalentes. Según lo descrito antes, existe una corriente,  $\vec{J}$ , sobre la superficie del parche. Debido a que la polarización es TM, sobre las aperturas radiantes laterales debe existir también una densidad de corriente eléctrica,  $\vec{J}_s$ , y una densidad de corriente magnética,  $\vec{M}_s$ , de modo que, en función de los campos en las aperturas:

$$\vec{J}_s = \hat{n} \times \vec{H}_a \qquad \vec{M}_s = -\hat{n} \times \vec{E}_a \qquad (1-71)$$

Según las hipótesis dadas antes, y como se muestra en la figura 1.22, la magnitud del campo magnético tangencial a las paredes es despreciable, de modo que la corriente sobre las paredes,  $\vec{J}_s$ , también lo es. La corriente sobre el parche, debido a la baja distancia con el plano de tierra, es baja, por lo que también puede considerarse despreciable. De esta forma, la única densidad de corriente apreciable es  $\vec{M}_s$ . El efecto del plano de tierra se puede tener en cuenta considerando teoría de imágenes. Según la misma, dado que se trata de un conductor eléctrico, las corrientes magnéticas imagen tienen el mismo sentido que las originales, de modo que la densidad de corriente magnética equivalente resulta el doble que la original, como se expresa en la ecuación 1-72, y se observa en la figura 1.23.

$$\vec{M}_s = -2\hat{n} \times \vec{E}_a \qquad (1-72)$$

Se puede considerar, entonces, que cada apertura actúa como un dipolo magnético con densidad de corriente  $\vec{M}_s$ . Cuando las aperturas están separadas una distancia de  $\lambda/2$ , forman un arreglo de dos elementos, que tiene un comportamiento *broadside*.

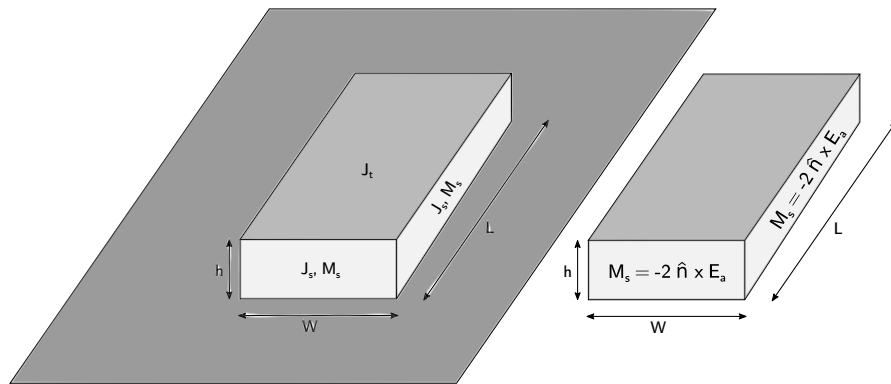


FIGURA 1.23: Densidades de corrientes eléctricas y magnéticas en una antena *microstrip*.

### 1.7.7. Acoplamiento mutuo en antenas Microstrip

El acoplamiento mutuo está determinado principalmente por los campos que existen sobre la interfaz dieléctrico-aire: la onda espacial (decrece como  $1/\rho$ ), los campos cercanos de superior (decreciendo como  $1/\rho^2$ ), la onda de superficie (con dependencia de tipo  $1/\rho^{1/2}$ ) y las ondas de tipo *leaky* (con dependencia del tipo  $e^{-Q}/e^{1/2}$ ) [13]. A mayor distancia del elemento radiante fuente, las ondas de superficie son las que tienen carácter dominante, siempre que en esa dirección existan [14]. En general, si la distancia entre los elementos radiantes es grande (mayor a  $0,8\lambda$ ), la influencia de las ondas de superficie es baja y el acoplamiento es por tanto bajo. Aún así, si el conjunto es grande, la suma de los efectos de los distintos parches puede dar lugar a efectos de acoplamiento significativos, incluso entre elementos no adyacentes [15]. Como en todo conjunto de antenas, el acoplamiento mutuo es función, además de la distancia, de la posición entre los elementos radiantes.

En un *array* planar de antenas se deben considerar la amplitud y la fase de la onda incidente. Si se ubican en forma colineal sobre el plano ancho, el acoplamiento mutuo entre las antenas es menor al que se observa si se ubican de forma colineal sobre el plano E (figura 1.24, [16], [12]), y el aumento de la distancia entre los parches reduce el acoplamiento [15]. Si los elementos se ubican en forma colineal sobre el plano E, el decrecimiento del parámetro  $S_{12}$  es mucho más lento, debido a la presencia de ondas de superficie, comenzando a partir del modo TM, que no posee frecuencia de corte inferior, y aumentando con la aparición de modos TE y TM de orden superior, fruto del aumento de espesor del sustrato y el crecimiento de la constante dieléctrica [14]. La ubicación sobre el plano H genera que las ondas responsables del acoplamiento sean de polarización TE, mientras que la ubicación sobre el plano E genera que las mismas sean de polarización TM, que es la polarización dominante en las antenas *microstrip*. Un aumento en el ancho



del sustrato permitiría la aparición de modos TE, generando un mayor acoplamiento en el arreglo sobre el plano H.

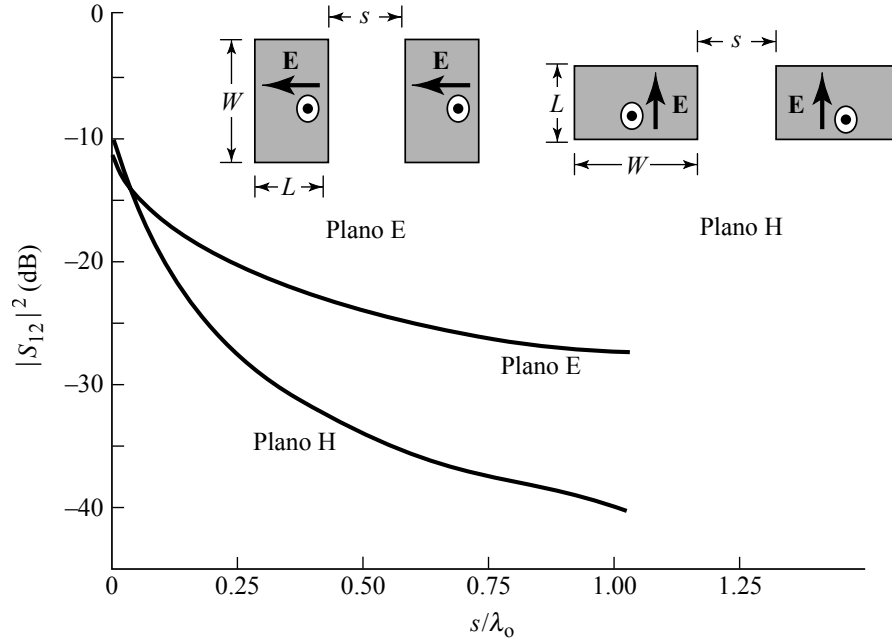


FIGURA 1.24: Acoplamiento mutuo entre antenas *microstrip*, para posición colineal en plano E y plano H. Parámetros:  $W$ : 10.57 cm,  $L$ : 6.55 cm,  $h$ : 0.1588 cm,  $\epsilon_r$ : 2.55,  $f_r$ : 1.410 MHz. Fuente: D. M. Pozar, "Input impedance and mutual coupling of rectangular microstrip antennas", IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol AP-30, No. 6. Noviembre, 1982.

Según [15], los efectos de onda de superficie son importantes cuando el valor de  $\epsilon_r$  del sustrato es alto, y si las pérdidas son bajas, la onda de superficie se mantiene en un valor estable cuando se aumenta la distancia [17]. Esto hace que el acoplamiento mutuo entre las antenas sea mayor, porque existe una onda de superficie notoria. Por otro lado, según [18], si el ancho del dieléctrico es bajo, las ondas de superficie son despreciables. Para separaciones pequeñas, los efectos de campo cercano son los que dominan; en la zona intermedia ( $0,4\lambda < d < 0,8\lambda$ ), los efectos de la onda espacial directa son visibles, y en la zona más lejana sólo son reconocibles los efectos originados por las ondas de superficie [14].

La búsqueda de antenas de menor tamaño (aumentando la constante dieléctrica del sustrato) y mayor ancho de banda (aumentando el ancho del dieléctrico) tiene como obstáculo la relación de compromiso con el acoplamiento causado por ondas de superficie, que son amplificadas cuando la constante dieléctrica aumenta o el sustrato es de mayor altura. En el caso de los llamados *phased arrays* de antenas *microstrip*, el acoplamiento mutuo genera, además de modificaciones en el diagrama de radiación, una limitación en el ángulo de escaneo y puntos ciegos [19].



## Capítulo 2

# Fundamentos de estructuras de EBG

### 2.1. Introducción: Metamateriales, materiales periódicos y EBGs

La definición de metamaterial aún está en discusión aunque, en términos generales, la más aceptada indica que son estructuras electromagnéticas artificiales efectivamente homogéneas que presentan propiedades que no se encuentran en la naturaleza [8]. Los materiales EBG (de banda prohibida electromagnética, *Electromagnetic Bandgap*), PBG (de banda prohibida fotónica, *Photonic Bandgap*) o cristales fotónicos son un tipo de estructura artificial, dieléctrica o metalodieléctrica, en algunos casos clasificadas como metamateriales, con capacidades para controlar ondas electromagnéticas **Engheta** a partir de una variación periódica en el espacio de la constante dieléctrica  $\epsilon$ . Tienen la capacidad de permitir la propagación en direcciones determinadas, o de impedirla completamente, debido que presentan una banda prohibida electromagnética, concepto análogo al de banda prohibida electrónica, que controla el movimiento de ondas de electrones que viajan en un potencial periódico cristalino.

La condición de homogeneidad efectiva de los metamateriales se cumple si las estructuras que forman al EBG están a distancias mucho menores a la longitud de onda guiada incidente,  $\lambda_g$  [8], de forma que la naturaleza de la estructura básica que se periodiza, denominada celda unitaria, determine parámetros constitutivos ( $\epsilon$  y  $\mu$ ) electromagnéticamente uniformes en la dirección de propagación, para la frecuencia de interés. En función de la relación entre estos parámetros constitutivos, las ondas electromagnéticas que lo atraviezan tienen comportamientos diferentes, como se muestra en la figura 2.1.

El estudio de estructuras periódicas permitió, entonces, la fabricación de materiales con características en los cuatro cuadrantes del plano  $\mu$ - $\epsilon$ .

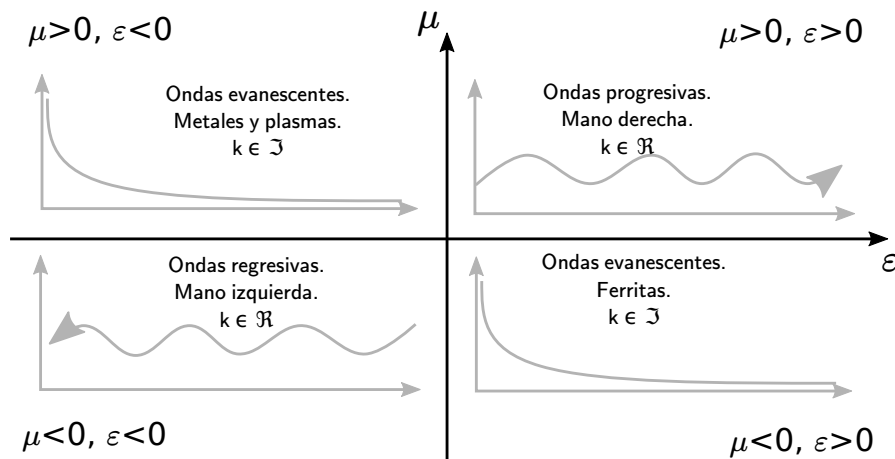


FIGURA 2.1: Tipos de ondas en función de los valores de  $\epsilon$  y  $\mu$ .

El estudio del comportamiento de ondas electromagnéticas en medios periódicos comenzó a principios del siglo XX, aunque no fue hasta finalizada la segunda guerra mundial que se formalizaron algunos conceptos. En 1946, Louis Brillouin publicó su libro sobre ondas mecánicas, "*Wave propagation in periodic structures: Electric filters and crystal lattices*" [23], donde demostró que un arreglo periódico impone restricciones a los vectores de onda  $\vec{k}$  que pueden propagarse en él, dado que el mismo establece condiciones de contorno para los modos permitidos. Aquellas ondas que no cumplen las condiciones derivadas de la periodicidad de la estructura, no son capaces de propagarse.

En 1968, el físico ruso Viktor Veselago describió por primera vez, de forma teórica, la posibilidad de que existieran sustancias naturales con índice de refracción negativo, denominados LHS (*Left Handed Substances*, sustancias de mano izquierda), cuya permitividad eléctrica y permeabilidad magnética fueran simultáneamente negativas, de modo que la velocidad de fase de una onda que se propagara por ese medio resultara antiparalela a la velocidad de grupo. Treinta años más tarde, a fines de la década de 1990, Smith propuso la primera forma de fabricación de un medio con esas características en una banda limitada de frecuencia, utilizando SSRs (*Split-ring resonators*, resonadores de aro dividido), responsables de la permeabilidad magnética negativa, y cables conductores, responsables de la permitividad eléctrica negativa, ubicados en forma periódica, y estudiados previamente por Pendry (Figura 2.2). Recién en el año 2000 se construyó el primer metamaterial sobre las propuestas de Smith, mostrado en la figura 2.3, y varios experimentos confirmaron refracción negativa en los mismos. Hasta la fecha, no han sido encontrados materiales naturales con este comportamiento.

En el contexto de una línea de investigación, en principio, independiente de los trabajos previos de Veselago, la primera descripción de estructuras dieléctricas periódicas con una

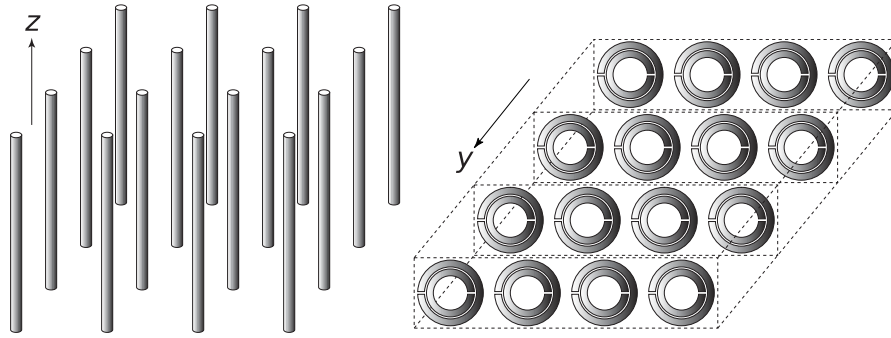


FIGURA 2.2: Metamateriales propuestos por Pendry. A la izquierda, un WSM (*Wire Screen Medium*), que posee  $\epsilon < 0$  y  $\mu > 0$  cuando el campo eléctrico es longitudinal a los cables, para un rango de frecuencias determinado. A la derecha, un medio de SRR, que posee  $\epsilon > 0$  y  $\mu < 0$  cuando el campo magnético es perpendicular al eje de los anillos, para una frecuencia determinada [8].

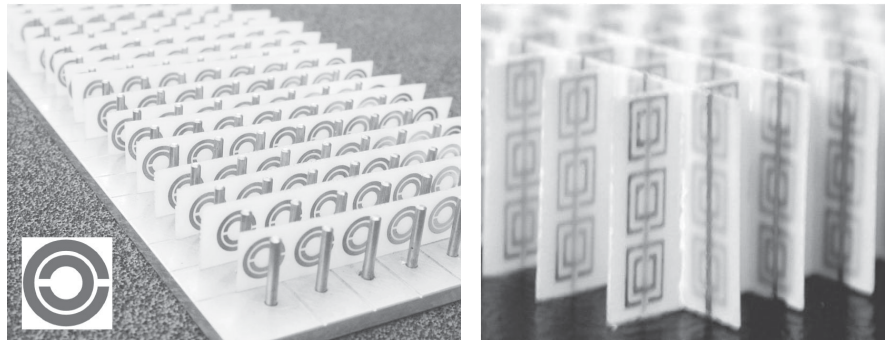


FIGURA 2.3: Estructuras metamateriales propuestas por Smith [8].

banda prohibida completa fue dada, en 1990, por Ho, Chan y Soukoulis, en Iowa, Estados Unidos, quienes propusieron un arreglo periódico de esferas dieléctricas, dispuestas en forma de capas. Para un rango amplio de radios de esferas, el efecto de banda prohibida se daba en todas direcciones. Posteriormente, Yablonovitch dividió una estructura cristalina simétrica de más fácil fabricación, que consistía en la producción de tres agujeros cilíndricos en un prisma dieléctrico, repetido periódicamente. Demostró, además, usando dichas estructuras, que la existencia de una banda prohibida electromagnética podía ser predicha teóricamente, en base, principalmente, a la constante de periodicidad del dieléctrico artificial.

Los trabajos de Yablonovitch, en estructuras de banda prohibida electromagnética, y Pendry, en metamateriales de índice de refracción negativo, se hicieron sobre estructuras con banda de interés en microondas, pero bajo modelos fotónicos, gracias a la linealidad de las ecuaciones de Maxwell. Esto permitió el uso de distintas técnicas conocidas y desarrolladas durante el siglo XX en microondas para el diseño de materiales fotónicos de estas características a partir de finales de la década de 1990, principalmente en ámbitos de investigación de ciencias básicas.

Al mismo tiempo, comenzaron los estudios sobre las denominadas "superficies electromagnéticas" (*electromagnetic surfaces*), que consisten en superficies texturadas, generalmente conductoras (en contraposición a los trabajos tridimensionales) que imponen condiciones de contorno particulares, capaces de lograr cambiar la polarización de una onda incidente, influir sobre las ondas de superficie y controlar la fase de reflexión, actuando como estructuras de banda electromagnética bidimensionales. La más simple consiste en una placa metálica coarrugada, como la mostrada en la figura 2.4(a), de forma que las variaciones de altura sean de  $\lambda/4$ , que puede comportarse como una "superficie blanda" (*soft surface*) o una "superficie dura" (*hard surface*), en función de la polarización de la onda que se propaga <sup>1</sup>. Los primeros trabajos sobre estructuras bidimensionales con comportamiento de banda prohibida electromagnética dieron lugar a las denominadas FSS (Frequency Selective Surfaces, superficies selectoras de frecuencias) **Munk** En 1999, Sievenpiper [31] propuso, en su tesis doctoral, estructuras superficiales compactas de alta impedancia, de manera que no fuera necesario el uso de una distancia de  $\lambda/4$  entre la superficie superior y la inferior para lograr el efecto deseado, dado que se cargaba capacitivamente a la estructura [36] [30]. Estas nuevas estructuras periódicas consisten en un arreglo metalodiéctrico de subestructuras denominadas "hongos" (*mushrooms*), como se muestra en la figura 2.4(b), y proveen condiciones de borde de alta impedancia para polarizaciones TE y TM al mismo tiempo.

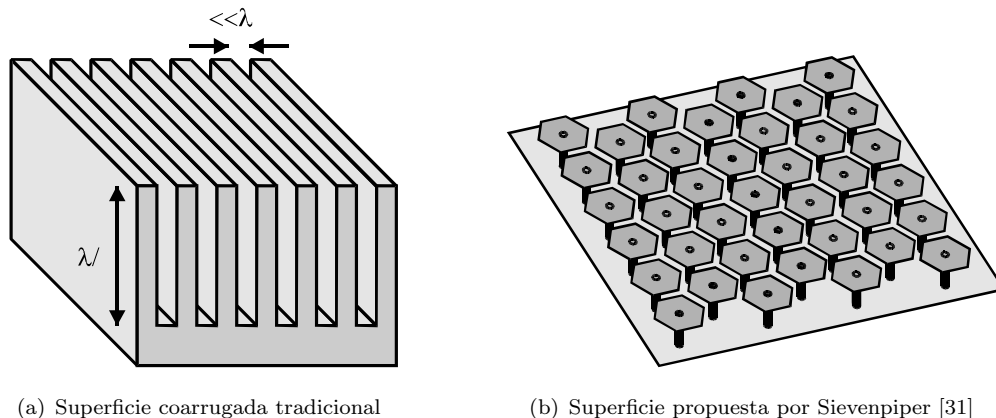


FIGURA 2.4: Superficie coarrugada tradicional para lograr superficies blandas y duras, y superficie propuesta por Sievenpiper.

El principal interés práctico de las estructuras propuestas por Sievenpiper radica en que actúan como conductores magnéticos artificiales, es decir, tienen una fase de reflexión

<sup>1</sup>Si el campo eléctrico es perpendicular a las ranuras, la hendidura de profundidad  $\lambda/4$  actúa como una línea de transmisión de cuarto de onda cortocircuitada, lo que, en la parte superior de las ranuras, se convierte en un circuito abierto, actuando como una superficie de alta impedancia. Si, en cambio, el campo eléctrico es paralelo a las ranuras, la impedancia que presenta es baja.

nula para ondas incidentes, al mismo tiempo que presentan una banda prohibida electromagnética para las ondas de superficie. Esto se puede explicar a baja frecuencia considerando un modelo cuasiestático, dado que la distancia entre los parches conductores de la capa superior dan lugar, debido a la distancia que los separa, a una capacidad. La corriente que circula entre parches vecinos por efecto de una onda de superficie da lugar, análogamente, a una inductancia. Cuando el circuito resonante paralelo que forman resuena, la impedancia aumenta, dando lugar a una banda prohibida. Para frecuencias menores a la de resonancia, la superficie es inductiva y soporta ondas TM, mientras que para frecuencias mayores a la misma, la superficie es capacitiva, lo que permite la existencia de ondas TE. La explicación para las bandas prohibidas en mayores frecuencias requiere un análisis de redes y campos.

En base a la propuesta de Sievenpiper, y en búsqueda de una mayor facilidad de fabricación, en 2001 Yang propuso la aplicación de los conceptos de superficies selectoras de frecuencias (FSS) con la intención de lograr un comportamiento similar, pero evitando el uso de vías entre el plano conductor inferior y las estructuras ubicadas en la segunda capa. Estas nuevas estructuras uniplanares son de más fácil fabricación, reduciendo al mismo tiempo el costo, aunque los anchos de banda prohibida electromagnética para ondas de superficie se redujeron ampliamente. El bajo costo, el bajo peso y el bajo perfil de estas estructuras las volvieron de particulares interés en el diseño de antenas.

## 2.2. Teorema de Bloch-Floquet

El teorema Floquet fue presentado por Gaston Floquet en 1883, y explicita la forma canónica de las soluciones a ecuaciones diferenciales lineales ordinarias de coeficientes periódicos de la forma  $x' = A(t)x$ , con  $t \in \mathbb{R}$ ,  $X \in \mathbb{R}^n$ , donde  $A(t)$  es una función periódica con periodo  $p$ . Si  $x = \phi(t)$  es solución, entonces también lo es  $x = \phi(x \pm np)$ , con  $n \in \mathbb{N}$ . Esto significa que toda solución encontrada para el sistema con condiciones de contorno periódicas, es también periódica, con la misma periodicidad que las condiciones de borde. Un resultado análogo en física del estado sólido es el teorema de Bloch, que indica que las soluciones a la función de onda de un electrón en un cristal tiene la forma:

$$\phi(\vec{r}) = e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}} u(\vec{r}) \quad (2-1)$$

donde  $\vec{k}$  es el vector de onda cristalino,  $\vec{r}$  es la posición y  $u(\vec{r})$  es una función periódica con igual periodicidad que el cristal.

La idea intuitiva detrás del resultado radica en que si la estructura es infinitamente periódica, con celdas unitarias idénticas, las mismas deberían ser indistinguibles, por lo que los campos electromagnéticos deberían repetirse, a excepción de un corrimiento de fase. Por lo tanto, se puede escribir:

$$E(x, y, z + d) = e^{j\beta d} E(x, y, z) \quad (2-2)$$

donde  $\beta$  es la constante de propagación en el medio periódico. El valor de la diferencia entre los campos en dos bordes de una celda unitaria, entonces, es  $\beta d$ , que puede reducirse al rango  $[-\pi, \pi]$ , de modo que los posibles valores de  $\beta$  son  $[-\pi/d, \pi/d]$ , denominada la zona de Brillouin unidimensional. Todos los restantes valores de número de onda relevantes a la propagación dentro de la estructura periódica pueden ser reducidos a valores dentro de la Zona de Brillouin, ya que la misma contiene todos los número de onda físicamente posibles dentro de una estructura periódica.

### 2.3. Relación de dispersión

Las estructuras periódicas se usan comunmente en microondas, principalmente como filtros, dado que pueden ser modeladas como líneas de transmisión cargadas, lo que permite describir las características que comparten con los mismos, utilizando nomenclaturas similares para fenómenos similares.

Una línea de transmisión infinita cargada periódicamente puede analizarse planteando las matrices ABCD<sup>2</sup> de cada celda unitaria, considerando puntual el efecto de carga que impone la geometría, de forma que:

$$\begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

Si se considera que la línea está cargada con una impedancia y una admitancia, como indica la figura ??, entonces se puede dividir a cada celda unitaria en secciones diferenciadas, y multiplicar las matrices ABCD<sub>i</sub> de cada sección para obtener la matriz ABCD que corresponde a la celda unitaria completa;

1. La primera mitad de la línea de transmisión, de largo  $d/2$ , cuya matriz ABCD es, considernado  $Z_0$  su impedancia característica y  $\beta_{TL}$  la constante de propagación

---

<sup>2</sup>Las matrices ABCD son matrices que relacionan la corriente y la tensión a la entrada con la corriente y la tensión a la salida de un sistema. De esta manera, los parámetros A y D son adimensionales, el parámetro B tiene dimensiones de impedancia, y el parámetro C tiene dimensiones de admitancia.



[1]:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_{1,3} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_{TL}d/2) & jZ_0 \sin(\beta_{TL}d/2) \\ jY_0 \sin(\beta_{TL}d/2) & \cos(\beta_{TL}d/2) \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

2. La carga, que comprende a la impedancia  $Z$  y la admitancia  $Y$  asociada a la línea de transmisión. La matriz resulta:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} 1 + ZY & Z \\ Y & 1 \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

3. La segunda mitad de la línea de transmisión, de largo  $d/2$ , de igual expresión que la primera mitad.

Si se considera que la relación entre las tensiones y corrientes de entrada y salida, respectivamente, están relacionadas por el factor de propagación  $e^{-\gamma d}$ , donde  $\gamma$  es el módulo del vector de onda en el medio metamaterial que se quiere obtener, entonces:

$$\begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{n+1}e^{\gamma d} \\ I_{n+1}e^{\gamma d} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} A - e^{\gamma d} & B \\ C & D - e^{\gamma d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = 0 \quad (2-6)$$

La existencia de una solución no trivial del sistema de ecuaciones planteado requiere que el determinante de la matriz se anule. Recordando, además, que en las redes recíprocas,  $AD - BC = 1$  [1]:

$$AD + e^{2\gamma d} - (A + D)e^{\gamma d} - BC = 0 \Rightarrow 1 + e^{2\gamma d} - (A + D)e^{\gamma d} = 0 \quad (2-7a)$$

$$\cosh(\gamma d) = \frac{A + D}{2} \quad (2-7b)$$

Reemplazando los valores de A y D de la matriz de transmisión de la celda unitaria completa, que surge de la multiplicación de las matrices de transmisión que la componen:

$$\cosh(\gamma d) = \frac{YZ}{2} \cos(\beta_{TL}d) + \frac{iYZ_0}{2} \sin(\beta_{TL}d) + \frac{iZ}{2Z_0} \sin(\beta_{TL}d) + \cos(\beta_{TL}d) \quad (2-8)$$

Dado que  $\gamma = \alpha + j\beta$  es la constante de onda en el material, resulta conveniente considerar el caso en que no hay comportamientos exponenciales negativos para las ondas que los

atraviezan, de modo que  $\alpha = 0$ <sup>3</sup>. Se obtiene, entonces, la ecuación de dispersión para una dimensión:

$$\cos(\beta d) = \frac{YZ}{2} \cos(\beta_{TL}d) + \frac{iYZ_0}{2} \sin(\beta_{TL}d) + \frac{iZ}{2Z_0} \sin(\beta_{TL}d) + \cos(\beta_{TL}d) \quad (2-9)$$

## 2.4. Impedancia de onda y de superficie

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

---

<sup>3</sup> $\cosh(\gamma d) = \cosh(\alpha d) \cos(\beta d) + j \sinh(\alpha d) \sin(\beta d) = \cos(\beta d)$

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum.

Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel,

nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

## 2.5. Tipos de EBG

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

### 2.5.1. EBGs uniplanares

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum.

Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel,

nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

## 2.6. Modelado y simulación de metamateriales

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis,

molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.



### 2.6.1. Métodos de cavidades periódicas

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus

eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consetetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

### 2.6.2. Modelado por líneas de transmisión

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consetetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi.

Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

### 2.6.2.1. TMM

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

### 2.6.2.2. TLM

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia

nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

## Capítulo 3

# Estudio y diseño de estructuras de banda prohibida electromagnética

### 3.1. Análisis de estructuras periódicas

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia



nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

### 3.2. Análisis de estructuras planares propuestas

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat

quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium,

ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

### 3.3. Estudio de estructuras mediante TLM

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna.

Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas.

Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

### 3.3.1. Algoritmo utilizando programación orientada a objetos

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia



nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.



## Capítulo 4

# Aplicación de EBGs en estructuras microstrip

### 4.1. Introducción

### 4.2. Técnicas de aumento del ancho de banda para el análisis

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia

nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

### 4.3. Diseño de la antena microstrip

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat

quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

#### 4.4. Elección del metamaterial

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum.

Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel,

nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

#### 4.5. Estudio del efecto sobre el acoplamiento mutuo

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis,



molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

## 4.6. Estudio del efecto de la distancia sobre el ancho de banda

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.



## Capítulo 5

# Resultados experimentales

### 5.1. Construcción del prototipo

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend

consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

## 5.2. Banco de medición

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus

eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

### 5.3. Resultados

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet,



tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

## Capítulo 6

# Conclusiones

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus.

Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.





# Apéndices





## Apéndice A

# Distribución de los campos en una cinta microstrip

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna.

Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

## Apéndice B

# Cálculo del diagrama de dispersión

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna.

Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

## Apéndice C

# Algoritmo de TLM modificado

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus.

Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

## Apéndice D

# Cálculo de capacidad entre celdas vecinas

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna.

Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.



## Apéndice E

# Incertezas en la instrumentación

El instrumental utilizado en las mediciones fue:

- Analizador vectorial de redes Agilent N9923A.
- Analizador de espectros LPT-6000.
- Generador de RF Agilent N9310A.

### E.1. Analizador vectorial de redes

Al realizar una medición del coeficiente de reflexión del alimentador con el analizador vectorial de redes, existen 3 tipos de errores sistemáticos que se producen **Agilent vna cal**

- $E_D$  = Error por directividad.
- $E_T$  = Error por seguimiento en reflexión.
- $E_M$  = Error por desadaptación en la fuente.

En la figura E.1 se muestra un diagrama de flujo de la medición del coeficiente de reflexión  $\Gamma$  en el que se incluyen los errores sistemáticos.

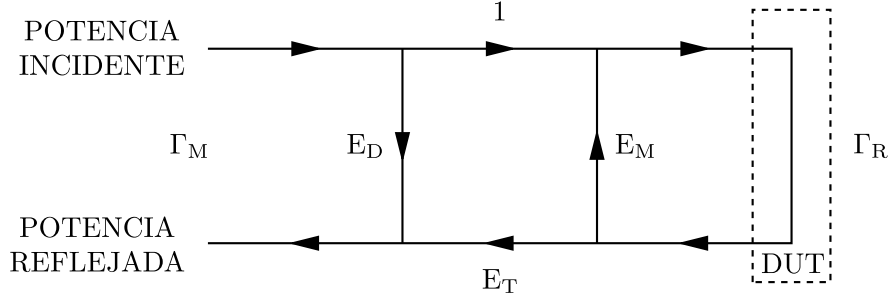


FIGURA E.1: Diagrama de flujo de la medición del coeficiente de reflexión  $\Gamma$  con los errores sistemáticos incluidos.

donde:

$\Gamma_M$  = Coeficiente de reflexión medido.

$\Gamma_R$  = Coeficiente de reflexión a determinar.

A partir de la figura E.1, se obtiene la expresión:

$$\Gamma_M = \frac{E_D - (E_D E_M - E_T) \Gamma_R}{1 - E_M \Gamma_R} \quad (E-1)$$

Para corregir los errores sistemáticos, es necesario realizar la calibración del analizador vectorial de redes, proceso que consiste en la medición del  $\Gamma$  en tres condiciones de carga: cortocircuito, circuito abierto y una carga de  $50 \Omega$ . De esta forma, se obtiene un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas a partir de las cuales pueden determinarse los errores sistemáticos, pudiendo así corregir la medición realizada.

A pesar de haber realizado correctamente la calibración del analizador vectorial de redes, no es posible eliminar completamente los errores sistemáticos producidos en la medición. Los errores remanentes luego de realizada la calibración se denominan *errores residuales*, y son:

- $\delta$  = Error residual por directividad.
- $\tau$  = Error residual por seguimiento en reflexión.
- $\mu$  = Error residual por desadaptación en la fuente.

Las incertezas producidas en la medición del módulo y de la fase del  $\Gamma$  dependen de los errores residuales, y pueden expresarse como **Agilent'vna'err**

$$\Delta |\Gamma| = \delta + (1 - \tau) |\Gamma| + \mu |\Gamma|^2 + (1 - A) |\Gamma| \quad (E-2a)$$

$$\Delta \angle \Gamma = \arcsen \left( \frac{\Delta |\Gamma|}{\Gamma} \right) \quad (E-2b)$$

donde:

A = Error por precisión dinámica.

Los errores se determinan a partir de las especificaciones del instrumento de medición; dado que los errores se encuentran especificados en dB, es necesario convertirlos a valores lineales antes de calcular las incertezas. Para el analizador vectorial de redes utilizado, las especificaciones **Agilent vna man** y las conversiones a valores lineales se muestran en la tabla E.1.

Error	Especificación (dB)	Valor lineal
$\delta$	42	0,008
$\tau$	$\pm 0,06$	0,993
$\mu$	36	0,016
A	0,1	0,989

TABLA E.1: Especificaciones de los errores del analizador vectorial de redes Agilent N9923A y sus conversiones a valores lineales.

En la medición del alimentador realizada con el analizador vectorial de redes, los valores de magnitud y fase obtenidos son:

$$|\Gamma| = 0,03027143427466 \simeq 0,030$$

$$\angle \Gamma = 0,05388041135260 \text{ rad} \simeq 0,054 \text{ rad}$$

Empleando las expresiones (E-2), las incertezas producidas en la medición del módulo y de la fase del  $\Gamma$  del alimentador son:

$$|\Delta |\Gamma|| = 0,00851270700079 \simeq 0,009$$

$$|\Delta \angle \Gamma| = 0,28505740750033 \text{ rad} \simeq 0,285 \text{ rad}$$

A partir de la expresión de la relación de onda estacionaria:

$$\text{ROE} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (\text{E-3})$$

y aplicando propagación de errores **walfram error prop** se determina la incerteza producida en la medición de la ROE como:

$$|\Delta \text{ROE}| = \frac{2}{(1 - |\Gamma|)^2} |\Delta |\Gamma|| \quad (\text{E-4})$$

Empleando la expresión (E-4), la incerteza producida en la medición de la ROE es:

$$|\Delta \text{ROE}| = 0,01810494889657 \simeq 0,02$$

Las partes real e imaginaria del  $\Gamma$  del alimentador se determinan a partir del módulo y de la fase a partir de las expresiones:

$$\Re(\Gamma) = |\Gamma| \cos(\angle \Gamma) \quad (\text{E-5a})$$

$$\Im(\Gamma) = |\Gamma| \sin(\angle \Gamma) \quad (\text{E-5b})$$

A partir de las expresiones (E-5) y aplicando propagación de errores, se determinan las incertezas producidas en las partes real e imaginaria del  $\Gamma$  del alimentador como:

$$|\Delta \Re(\Gamma)| = |\cos(\angle \Gamma)| |\Delta |\Gamma|| + |\Gamma| |\sin(\angle \Gamma)| |\Delta \angle \Gamma| \quad (\text{E-6a})$$

$$|\Delta \Im(\Gamma)| = |\sin(\angle \Gamma)| |\Delta |\Gamma|| + |\Gamma| |\cos(\angle \Gamma)| |\Delta \angle \Gamma| \quad (\text{E-6b})$$

Empleando las expresiones (E-6), las incertezas producidas en las partes real e imaginaria del  $\Gamma$  del alimentador son:

$$|\Delta \Re(\Gamma)| = 0,00896506772042 \simeq 0,009$$

$$|\Delta \Im(\Gamma)| = 0,00907502030661 \simeq 0,009$$

Las partes real e imaginaria de la impedancia del alimentador  $Z_L$  se determinan a partir del módulo y de la fase del  $\Gamma$ :

$$\Re(Z_L) = Z_O \frac{1 - \Re(\Gamma)^2 - \Im(\Gamma)^2}{[1 - \Re(\Gamma)]^2 + \Im(\Gamma)^2} \quad (\text{E-7a})$$

$$\Im(Z_L) = Z_O \frac{2\Im(\Gamma)}{[1 - \Re(\Gamma)]^2 + \Im(\Gamma)^2} \quad (\text{E-7b})$$

A partir de las expresiones (E-7) y aplicando propagación de errores, se determinan las incertezas producidas en las partes real e imaginaria de la impedancia del alimentador

como:

$$|\Delta \Re(Z_L)| = \left| \frac{2Z_0 \left\{ [1 - \Re(\Gamma)]^2 - \Im(\Gamma)^2 \right\}}{\left\{ [1 - \Re(\Gamma)]^2 + \Im(\Gamma)^2 \right\}^2} \right| |\Delta \Re(\Gamma)| + \left| \frac{4Z_0 [1 - \Re(\Gamma)] \Im(\Gamma)}{\left\{ [1 - \Re(\Gamma)]^2 + \Im(\Gamma)^2 \right\}^2} \right| |\Delta \Im(\Gamma)| \quad (\text{E-8a})$$

$$|\Delta \Im(Z_L)| = \left| \frac{4Z_0 [1 - \Re(\Gamma)] \Im(\Gamma)}{\left\{ [1 - \Re(\Gamma)]^2 + \Im(\Gamma)^2 \right\}^2} \right| |\Delta \Re(\Gamma)| + \left| \frac{2Z_0 \left\{ [1 - \Re(\Gamma)]^2 - \Im(\Gamma)^2 \right\}}{\left\{ [1 - \Re(\Gamma)]^2 + \Im(\Gamma)^2 \right\}^2} \right| |\Delta \Im(\Gamma)| \quad (\text{E-8b})$$

Empleando las expresiones (E-8), las incertezas producidas en la medición de las partes real e imaginaria de la impedancia del alimentador son:

$$|\Delta \Re(Z_L)| = 0,84740126818922 \, \Omega \simeq 0,85 \, \Omega$$

$$|\Delta \Im(Z_L)| = 0,85772757113368 \, \Omega \simeq 0,86 \, \Omega$$

## E.2. Analizador de espectros

Las incertezas producidas al realizar una medición de amplitud con el analizador de espectros **Agilent'an'esp'err** se determinan a partir de sus especificaciones. Para el analizador de espectros utilizado, las especificaciones son **LPT'ana'esp'man**

- Error por respuesta en frecuencia =  $\pm 1,5$  dB.
- Error por fidelidad de la escala de la pantalla =  $\pm 1,5$  dB (10 dB/div).

La incerteza total producida en mediciones de amplitud es:

$$|\Delta A| = 3 \text{ dB}$$

La incerteza producida en la medición del ancho de haz (??) depende solamente de la incerteza en el ángulo  $\theta$ :

$$|\Delta \theta| = 1,5^\circ$$

La incerteza resultante en la medición del ancho de haz se expresa como:

$$|\Delta \text{Ancho de haz}| = 2 |\Delta \theta| = 3^\circ$$

Para la medición de  $G_{fn}(\theta_0)$  (??), se toma el valor más cercano a  $\theta_0$ . Considerando que  $\theta_0 = 71,5^\circ$ , en la tabla E.2 se muestran las cotas de error resultantes.

Plano	Cota inferior (grados)	Ganancia en cota inferior (dB)	Cota superior (grados)	Ganancia en cota superior (dB)
E	70,17	-7,01	71,69	-7,33
H	70,53	-8,60	72,00	-8,91

TABLA E.2: Cotas de error en la medición de  $G_{fn}(\theta_0)$ .

Tomando los ángulos más cercanos a  $\theta_0$ , las mediciones de  $G_{fn}(\theta_0)$  son:

$$G_{fn}(\theta_0) = -7,33 \text{ dB (Plano E)}$$

$$G_{fn}(\theta_0) = -8,91 \text{ dB (Plano H)}$$

La incerteza en la medición de  $G_{fn}(\theta_0)$  depende de las incertezas  $|\Delta A|$  y  $|\Delta \theta|$ . Considerando que en los planos E y H la diferencia en la ganancia es de aproximadamente 0,3 dB, la incerteza de  $G_{fn}(\theta_0)$  queda expresada como:

$$|\Delta G_{fn}(\theta_0)| = |\Delta A| + \frac{0,3 \text{ dB}}{2} = 3,15 \text{ dB}$$

La incerteza en la medición de la relación frente-espalda se expresa como:

$$|\Delta \text{Relación frente-espalda}| = 2 |\Delta A| = 6 \text{ dB}$$

## Apéndice F

# Código de Python

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus.

Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetur.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.



# Bibliografía

- [1] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*. Wiley, 2011.
- [2] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*. Wiley-IEEE Press, 2001.
- [3] W. L. Stutzman y G. A. Thiele, *Antenna Theory and Design*. Wiley, 2012.
- [4] C. A. Balanis, *Modern Antenna Handbook*. Wiley, 2008.
- [5] R. Garg, P. Bhartia, I. Bahl y A. Ittipiboon, *Microstrip Antenna Design Handbook*. Artech House, 2001.
- [6] J. C. Fernández, *Apuntes de Electromagnetismo*. FIUBA, 2004.
- [7] H. M. Barlow y A. L. Cullen, «Surface waves», *IEEE - Radio Section*, 1953.
- [8] C. Caloz y T. Itoh, *Electromagnetic Metamaterials: Transmission line theory and microwave applications. The Engineering Approach*. Wiley, 2006.
- [9] A. Venkateswaran, «Analysis of planar ebg structures using transmission line models (thesis)», *McGill University, Canada*, 2009.
- [10] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and design*. Wiley-Interscience, 2005.
- [11] J. Amado y G. Fano, «Antenna coupling model in receiving mode», *GEMCCON 2016*, 2016.
- [12] D. M. Pozar, «Input impedance and mutual coupling of rectangular microstrip antennas», *IEEE Transactops on Antennas and Propagation*, 1982.
- [13] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*. Wiley, 2012.
- [14] N. G. Alexopoulos y I. E. Rana, «Mutual impedance computation between printed dipoles», 1981.
- [15] N. I. Dodov y P. Z. Petkov, «The surface waves impact on the coupling effect in microstrip antennas», *Electronic Letters*, 1982.
- [16] E. H. V. Lil y A. R. Van, «Transmission line model for mutual coupling between microstrip antennas», *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1984.
- [17] R. Gonzalo, P. de Maagt y M. Sorolla, «Enhanced patch-antenna performance by suppressing surface waves using photonic-bandgap substrates», *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques (Vol. 47, N<sup>o</sup> 11)*, 1999.

- [18] E. Penard y J. P. Daniel, «Mutual coupling between microstrip antennas», *Electronic Letters*, 1982.
- [19] Z. Iluz, R. Shavit y R. Bauer, «Microstrip antenna phased array with electromagnetic bandgap substrate», *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2004.
- [20] F. Yang y Y. Rahmat-Samii, *Electromagnetic Band Gap Structures in Antenna Engineering*. Cambridge University Press, 2009.
- [21] J. D. Joannopoulos y S. G. Johnson, *Photonic Crystals: Molding the flow of light*. Princeton University Press, 2008.
- [22] P. Markos y C. M. Soukoulis, *Wave Propagation: From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials*. Princeton University Press, 2008.
- [23] L. Brillouin, *Wave Propagation in Periodic Structures: Electric Filters and Crystal Lattices*. Dover Publications, 1953.
- [24] X. Jiang, *Metamaterial*. Intech: Open Science, 2012.
- [25] R. F. Harrington, *Time Harmonic Electromagnetic Fields*. Wiley-IEEE Press, 2001.
- [26] D. Morin, *Waves*. Aún no publicado a Octubre 2016. dirección: <http://www.people.fas.harvard.edu/~djmorin/book.html>.
- [27] E. Burstein, C. Weisbuch, P. S. J. Russell, T. Birks y D. Lloyd-Lucas, *Confined Electrons and Photons: Photonic Bloch Waves and Photonic Band Gaps*. Plenum Press, 1995.
- [28] J. L. Allen, «On surface-wave coupling between elements of large arrays», *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1965.
- [29] M. Malkomes, «Mutual coupling between microstrip patch antennas», *IET Electronic Letters*, 1982.
- [30] D. Sievenpiper, L. Zhang, R. F. Jimenez, N. G. Alexopoulos y E. Yablonovitch, «High-impedance electromagnetic surfaces with a forbidden frequency band», *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1999.
- [31] D. Sievenpiper, «High-impedance electromagnetic surfaces (phd thesis)», *University of California*, 1999.
- [32] J. A. Polo y A. Lakhtakia, «Surface electromagnetic waves: A review», *Laser and Photonics Reviews*, 2011.
- [33] S. A. Saikh, A. A. Desai y A. A. Deshmukh, «Electromagnetic band gap structures in MSA», *International Journal of Computer Applications*, 2014.

- [34] N. I. Dodov y P. Z. Petkov, «The surface waves' impact on the coupling effect in microstrip antennas», *ICEST 2002*, 2002.
- [35] R. M. Meade, A. M. Rappe, K. D. Brommer y J. D. Joannopoulos, «Nature of photonic band gap: Some insights from a field analysis», *Journal of the Optical Society of America*, 1993.
- [36] M. F. Luberto, «Diseño de una antena de microcintas para WIFI empleando estructuras EBG (electromagnetic band gap)», *Tesis de grado. Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires*, 2016.
- [37] J. Hendry, «Surface waves: What are they? why are they interesting?», *Roke Manor Research*, 2009.