

Решение задачи пьезопроводности в плоской постановке с неоднородностью в проницаемости

Федоров Александр

November 20, 2024

1 Описание задачи

В данной программе решается задача пьезопроводности в плоской постановке с учетом неоднородности в проницаемости пласта. Задача формулируется следующим образом:

1.1 Уравнение пьезопроводности

Уравнение пьезопроводности в двумерной постановке имеет вид:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \eta \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right)$$

где:

- p - давление в пласте,
- t - время,
- x, y - пространственные координаты,
- $\eta = \frac{k}{\phi \mu c}$ - коэффициент пьезопроводности,
- k - проницаемость,
- ϕ - пористость,
- μ - вязкость флюида,
- c - сжимаемость.

1.2 Граничные условия

1. На бесконечности:

$$\lim_{x, y \rightarrow \infty} p(x, y, t) = 0$$

2. На скважинах:

На каждой скважине задается постоянный дебит q . Граничное условие на скважине можно записать как:

$$\left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_w} = -\frac{qB\mu}{2\pi kh}$$

где:

- B - объемный коэффициент,
- h - толщина пласта,
- r_w - радиус скважины.

1.3 Начальные условия

Начальное распределение давления в пласте:

$$p(x, y, 0) = p_0,$$

где p_0 - начальное давление в пласте.

2 Схема расчета

Для решения задачи используется явный метод конечных разностей. Схема расчета выглядит следующим образом:

1. Дискретизация уравнения:

$$\frac{p_{i,j}^{n+1} - p_{i,j}^n}{\Delta t} = \eta_{i,j} \left(\frac{p_{i+1,j}^n - 2p_{i,j}^n + p_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} + \frac{p_{i,j+1}^n - 2p_{i,j}^n + p_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} \right)$$

где:

- $p_{i,j}^n$ - значение давления в узле (i, j) в момент времени n ,
- Δt - шаг по времени,
- $\Delta x, \Delta y$ - шаги по пространству.

2. Обновление давления:

$$p_{i,j}^{n+1} = p_{i,j}^n + \eta_{i,j} \Delta t \left(\frac{p_{i+1,j}^n - 2p_{i,j}^n + p_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} + \frac{p_{i,j+1}^n - 2p_{i,j}^n + p_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} \right)$$

3 Обзор программы

Программа состоит из нескольких модулей:

- **main.py**: Основной модуль, который инициализирует параметры задачи, создает объекты скважин, задает начальные условия и запускает процесс решения уравнения пьезопроводности.
- **solve.py**: Модуль, содержащий функции для решения уравнения пьезопроводности методом конечных разностей. Включает в себя функции для применения граничных условий и явного метода решения.
- **well.py**: Модуль, описывающий класс `Well`, который представляет собой скважину с заданными координатами, радиусом, дебитом и другими параметрами.
- **results.py**: Модуль, отвечающий за визуализацию и сохранение результатов моделирования. Включает в себя функции для построения графиков распределения давления, проницаемости, продуктивности скважин, а также создания GIF-анимации.
- **Permeability.py**: Модуль, отвечающий за генерацию матрицы проницаемости пласта с учетом различных типов неоднородности.

4 Пример использования

В программе заданы следующие параметры:

- **Геометрические размеры рассчитываемой области**: 2500x2500 м.
- **Количество скважин**: 4.
- **Дебиты скважин**: 1100, -1000, -1000, 1000 м³/сут.

- Проницаемость: $100 \times 10^{-16} \text{ м}^2$ (с неоднородностью).
- Вязкость: $10 \times 10^{-7} \text{ Па}\cdot\text{с}$.
- Сжимаемость: $5 \times 10^{-5} \text{ 1/Па}$.
- Пористость: 0.05.
- Объемный коэффициент: 1.2.
- Толщина пласта: 10 м.
- Время работы: 2 года (365×2).

5 Данные

Результаты расчета сохраняются в файлы Excel и изображения:

- **history_field_pressure.xlsx**: Содержит историю изменения давления в каждой точке расчетной области.
- **well_information.xlsx**: Содержит информацию о давлении на забоях скважин и их продуктивности.
- **проницаемость.png**: Визуализация распределения проницаемости.
- **результат_давление.png**: Визуализация распределения давления в пласте.
- **давление_забой.png**: Изменение давления на забоях скважин во времени.
- **продуктивность.png**: Продуктивность добывающих скважин.

6 Результаты

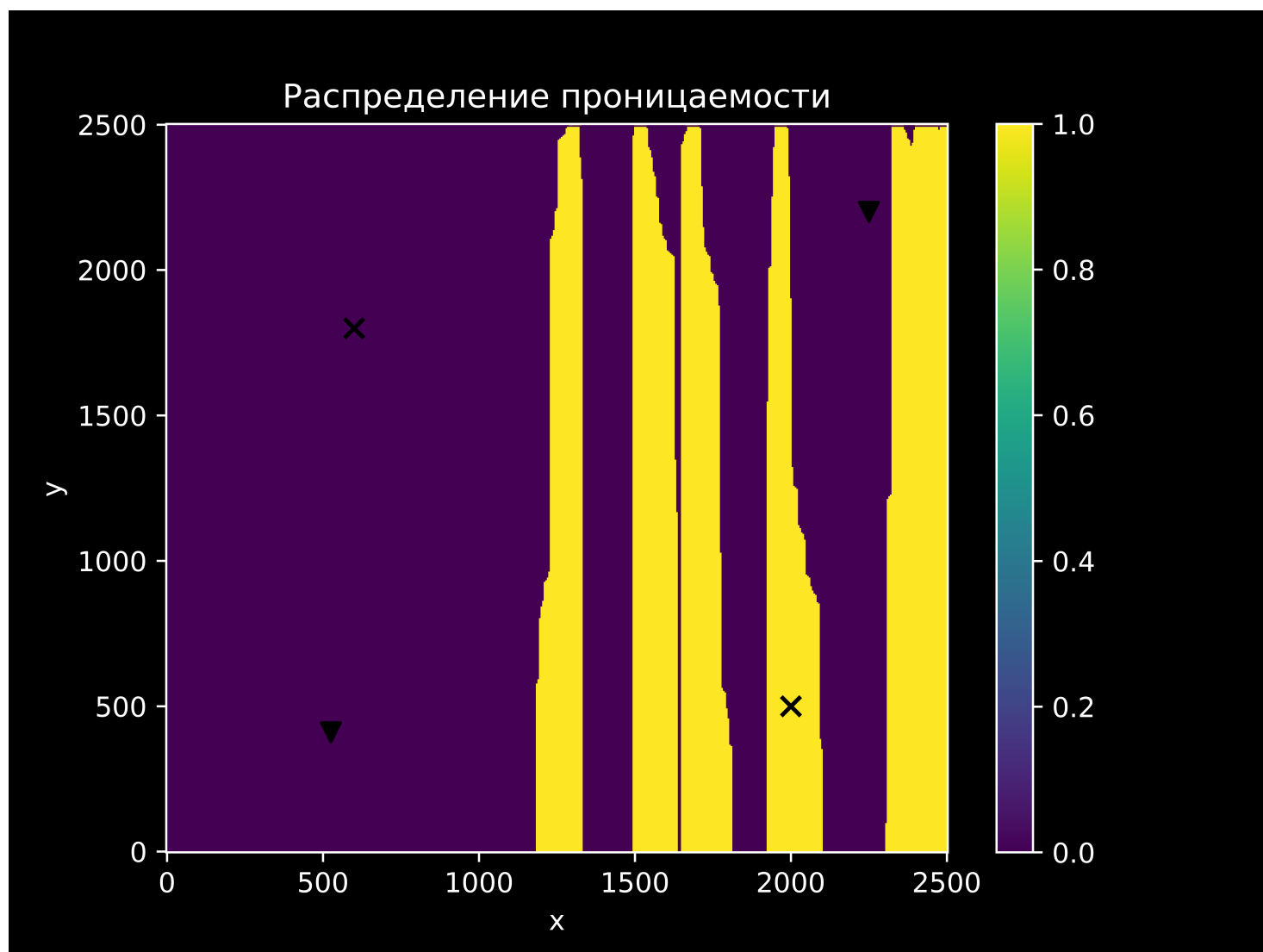


Figure 1: Пример проницаемости пласта

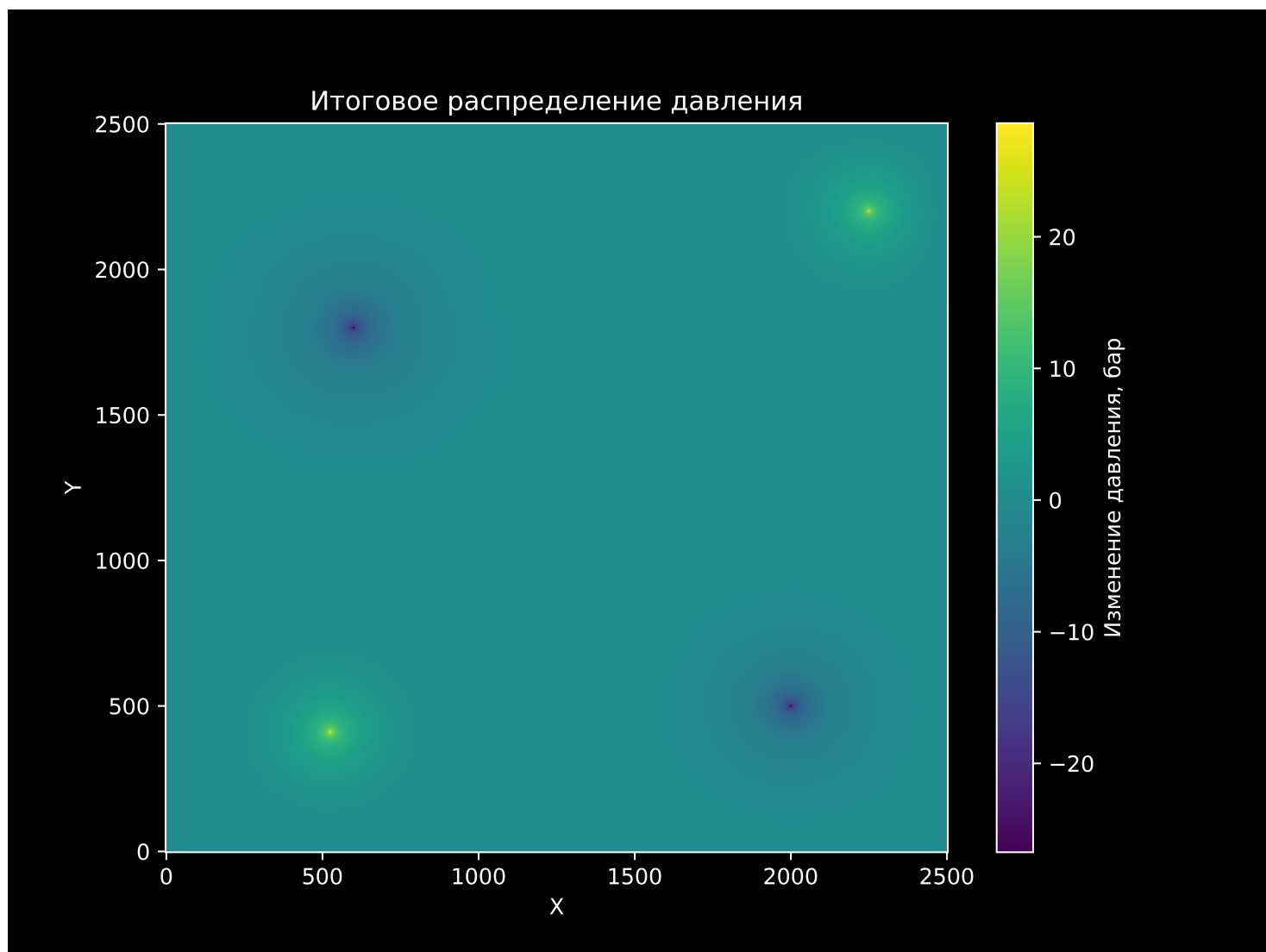


Figure 2: Пример результирующего давления в пласте

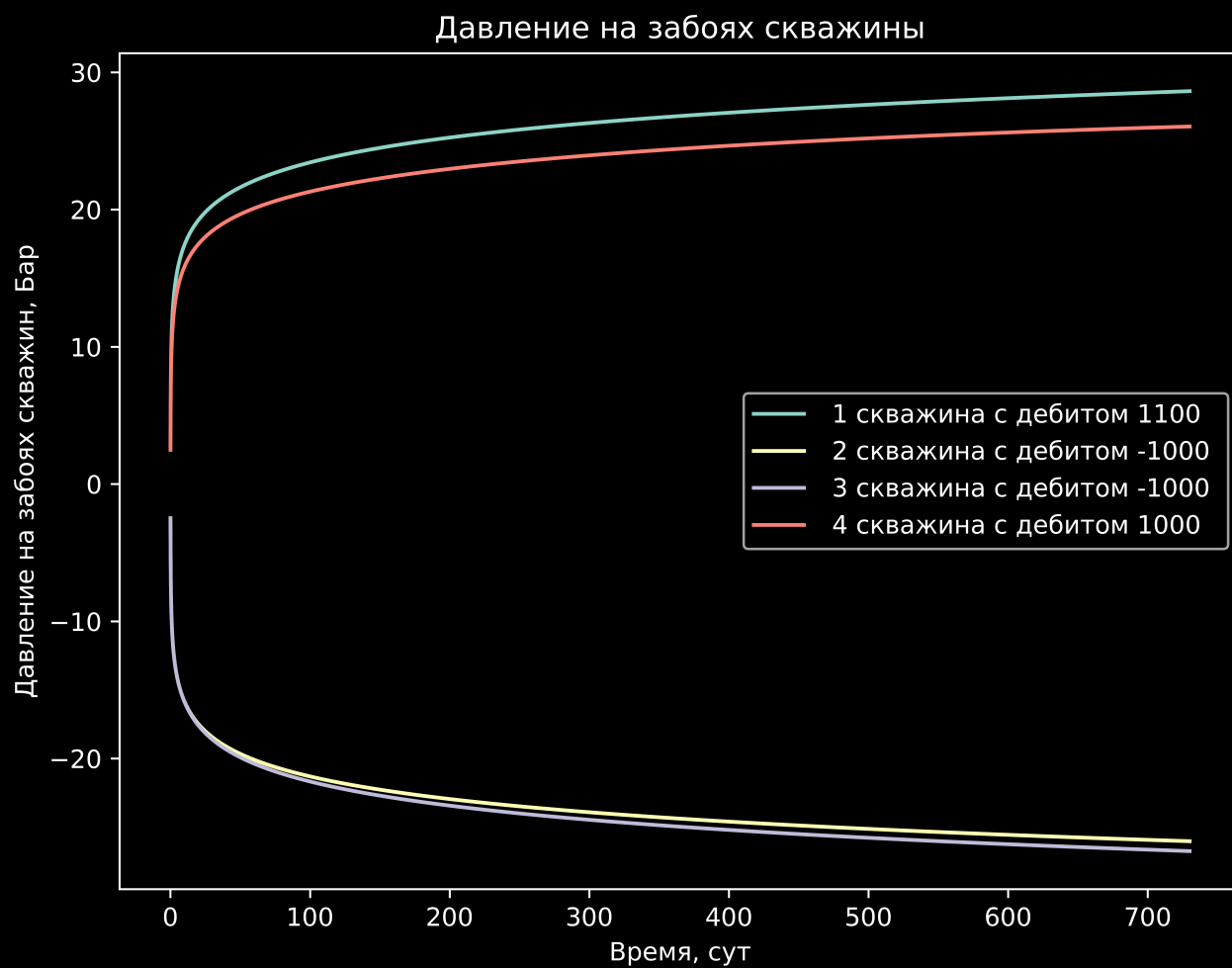


Figure 3: Пример давлений на забоях скважин

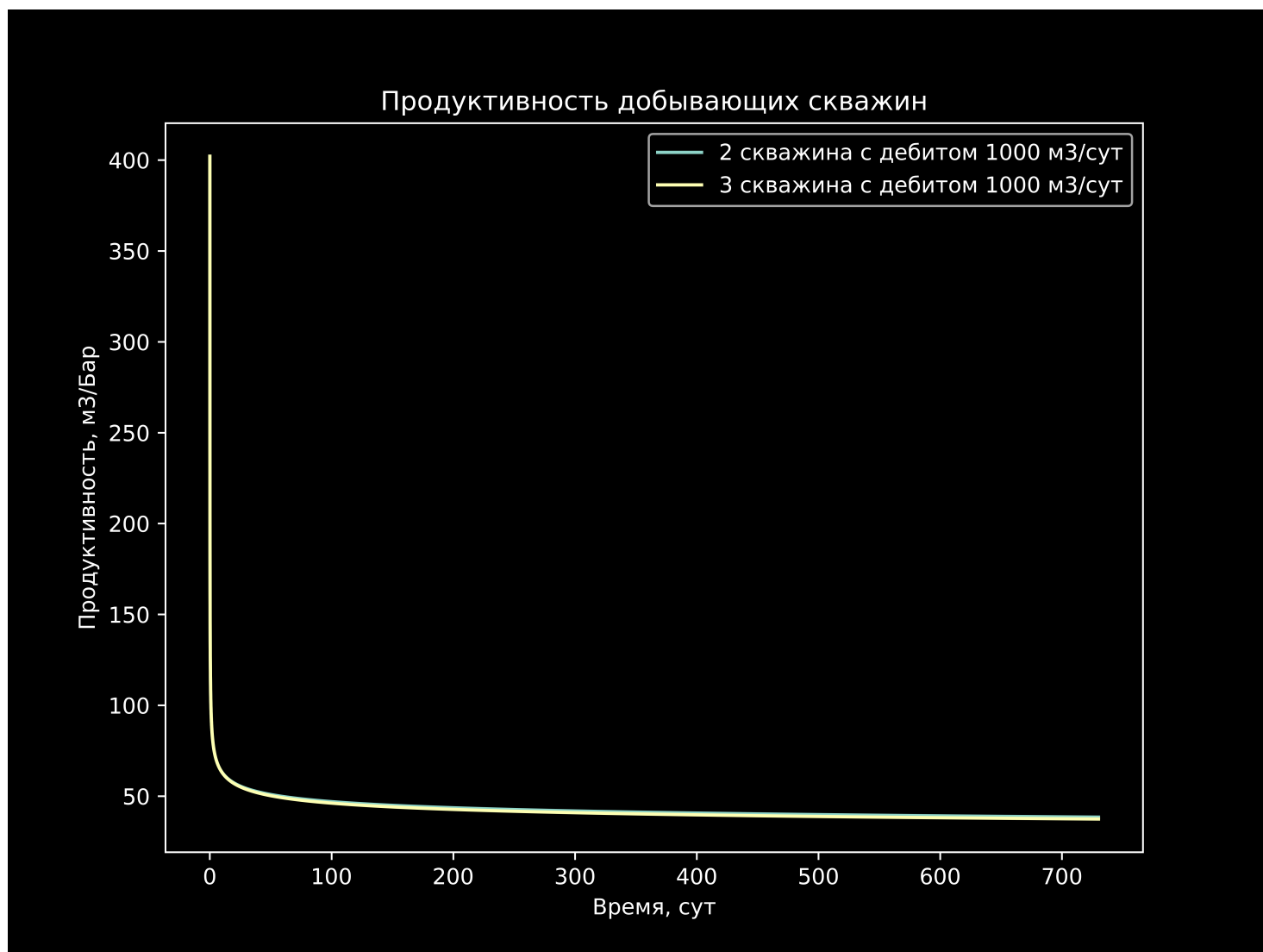


Figure 4: Пример продуктивностей

Вывод

Решено уравнение пьезопроводности для данных условий в бесконечном пласте для системы из двух нагнетательных и двух добывающих скважин.