MODELISATIONS DU MOUVEMENT DES BANCS DE POISSONS

FELLAH Hicham

Num :5936

1er novembre 2020

Plan de l'étude générale

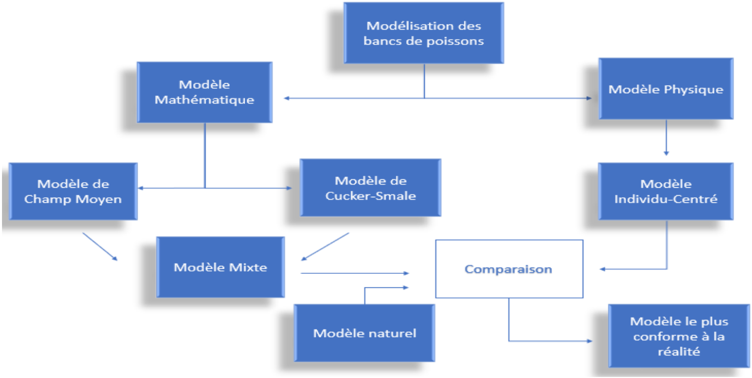


FIGURE – Plan de notre étude

Modèle Physique

Modèle individu centré

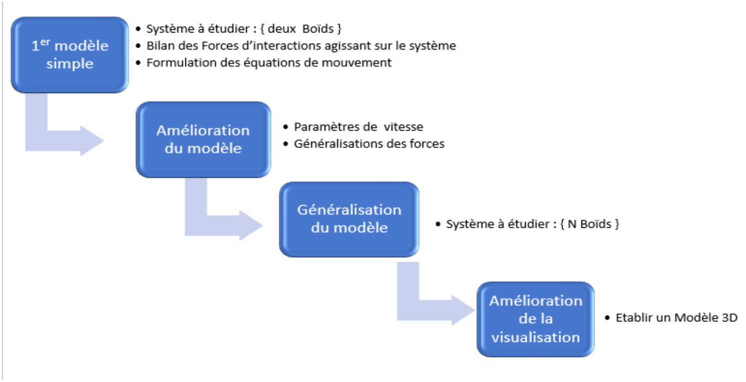
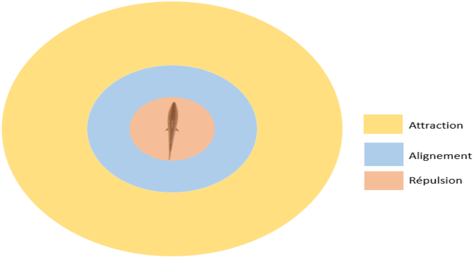


FIGURE – Stratégie de mon étude

Préambule

Les lois fondamentales de Craig Reynolds

- **Zone de Répulsion :** Assurer une distance convenable entre les poissons .
- **Zone d'Alignement :** Alignement dans une direction privilégiée par le banc.
- **Zone d'attraction :** Assurer le rapprochement nécessaire à la création du banc.



1^{er} modèle simple

- Soit deux Boids (A, B) $\in \mathbb{R}^2$:
- A0= $\begin{pmatrix} -10 \\ 3 \end{pmatrix}$ B0= $\begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{V_{A0}} = \begin{pmatrix} V_{X_{A0}} \\ V_{Y_{A0}} \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{V_{B0}} = \begin{pmatrix} V_{X_{B0}} \\ V_{Y_{B0}} \end{pmatrix}$
- Position à un instant donné P(t) = $\begin{pmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{pmatrix}$
- Barycentre Bary(t) = $\dfrac{(P_{A_t} + P_{B_t})}{2}$
- Model discret : on pose le pas dt = 1 donc : P(t+1) = P(t) + $\overrightarrow{V_t}$
- Force d'attraction en A : $\overrightarrow{F_{attr_A}}(t) = \lambda.\overrightarrow{(Bary(t) - P_{A_t})}$
- Force de répuslion en A : $\overrightarrow{F_{rep_A}}(t) = -\alpha.\dfrac{\overrightarrow{(Bary(t) - P_{A_t})}}{||\overrightarrow{Bary(t) - P_{A_t}}||^2}$
- Dans la suite on pose la masse d'un Boids m = 1

- le PFD appliqué respectivement sur les Boids A et B :

$$\begin{cases} P_{At} = P_{At-1} + \overrightarrow{V_{A_{t-1}}} \\ \\ P_{Bt} = P_{Bt-1} + \overrightarrow{V_{B_{t-1}}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{V_{A_t}} = \overrightarrow{V_{A_{t-1}}} + \left(\lambda - \alpha . \dfrac{4}{\|\overrightarrow{P_{B_{t-1}} - P_{A_{t-1}}}\|^2}\right) . \dfrac{\overrightarrow{(P_{B_{t-1}} - P_{A_{t-1}})}}{2} \\ \overrightarrow{V_{B_t}} = \overrightarrow{V_{B_{t-1}}} + \left(\lambda - \alpha . \dfrac{4}{\|\overrightarrow{P_{A_{t-1}} - P_{B_{t-1}}}\|^2}\right) . \dfrac{\overrightarrow{(P_{A_{t-1}} - P_{B_{t-1}})}}{2} \end{cases}$$

- stockage dans un tableau numpy.array les positions des Boids à chaque itération [1]

1. Programme en Annexe A.

Simulations

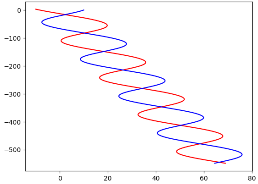


FIGURE – $\lambda \approx \alpha = 0.05$

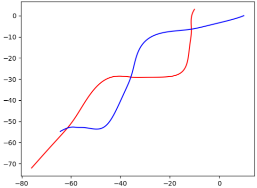


FIGURE – $\lambda << \alpha$

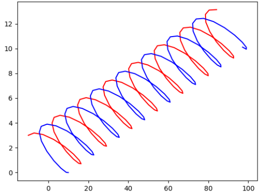


FIGURE – $\alpha << \lambda$

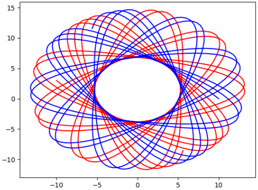


FIGURE – $V_{0_A} = -V_{0_B}, \alpha = 0, \lambda = 0.05$

Commentaires

- Présence des oscillations
- la loi d’alignement n’est pas respecté
- Modèle loin de la réalité : absence de convergence
- Modèle des zones d’influences n’est pas respécté

Amélioration du modèle

- Paramètres de vitesse :
  - Elimination des oscillations par décroissance de vitesse
  - Création d'une vitesse limite
- Généralisation des forces
  - Améliorer la force d'attraction en une force Guaussienne
  - Ajouter un obstacle à éviter (ex : poteau)

Paramètres de Vitesse

- Ajout d'un coefficient de frein K >1 :

$$\begin{cases} \overrightarrow{V_{A_t}} = \dfrac{\overrightarrow{V_{A_{t-1}}}}{K} + \left(\lambda - \alpha . \dfrac{4}{\|\overrightarrow{P_{B_{t-1}} - P_{A_{t-1}}}\|^2} \right) . \dfrac{\overrightarrow{(P_{B_{t-1}} - P_{A_{t-1}})}}{2} \\ \overrightarrow{V_{B_t}} = \dfrac{\overrightarrow{V_{B_{t-1}}}}{K} + \left(\lambda - \alpha . \dfrac{4}{\|\overrightarrow{P_{A_{t-1}} - P_{B_{t-1}}}\|^2} \right) . \dfrac{\overrightarrow{(P_{A_{t-1}} - P_{B_{t-1}})}}{2} \end{cases}$$

- stockage dans un tableau numpy.array les positions des Boids à chaque itération [2]
- on prend K = 1.01

2. Programme en Annexe B.

Simulation et Commentaire

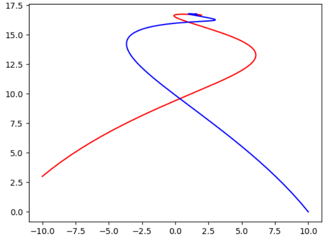


FIGURE – $\lambda = 0.05 >> \alpha$

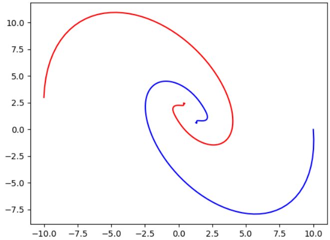


FIGURE – $\lambda \approx \alpha = 0.05$

- Convergence des vitesses vers 0
- Présence d'une position d'équilibre :

$$\left(\lambda - \alpha.\frac{4}{||\overrightarrow{P_{A_{t-1}} - P_{B_{t-1}}}||^2}\right) = 0 \iff ||\overrightarrow{P_{A_{t-1}} - P_{B_{t-1}}}|| = 2\sqrt{\frac{\alpha}{\lambda}}$$

- Ajout d'une vitesse limite $\overrightarrow{V_{lim}}$ de directtion $\overrightarrow{u_{lim}} = \frac{\overrightarrow{V_{lim}}}{||\overrightarrow{V_{lim}}||}$ [3] :

$$\overrightarrow{V_{A_t}} = \begin{cases} \frac{\overrightarrow{V_{A_{t-1}}}}{K} + \overrightarrow{F_{attr_{A_{t-1}}}} + \overrightarrow{F_{rep_{A_{t-1}}}} & \text{si } ||\overrightarrow{V_{A_t}}|| \geqslant ||\overrightarrow{V_{lim}}|| \\ \frac{\overrightarrow{V_{A_{t-1}}}}{K} + \overrightarrow{F_{attr_{A_{t-1}}}} + \overrightarrow{F_{rep_{A_{t-1}}}} + \left(||\overrightarrow{V_{lim}}|| - ||\overrightarrow{V_{A_t}}||\right).\overrightarrow{u_{lim}} & \text{si } ||\overrightarrow{V_{A_t}}|| < ||\overrightarrow{V_{lim}}|| \end{cases}$$

$$\overrightarrow{V_{B_t}} = \begin{cases} \frac{\overrightarrow{V_{B_{t-1}}}}{K} + \overrightarrow{F_{attr_{B_{t-1}}}} + \overrightarrow{F_{rep_{B_{t-1}}}} & \text{si } ||\overrightarrow{V_{B_t}}|| \geqslant ||\overrightarrow{V_{lim}}|| \\ \frac{\overrightarrow{V_{B_{t-1}}}}{K} + \overrightarrow{F_{attr_{B_{t-1}}}} + \overrightarrow{F_{rep_{B_{t-1}}}} + \left(||\overrightarrow{V_{lim}}|| - ||\overrightarrow{V_{B_t}}||\right).\overrightarrow{u_{lim}} & \text{si } ||\overrightarrow{V_{B_t}}|| < ||\overrightarrow{V_{lim}}|| \end{cases}$$

3. Programme en Annexe C.

Simulations

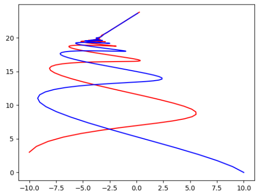


FIGURE – $\lambda = 0.05 >> \alpha$

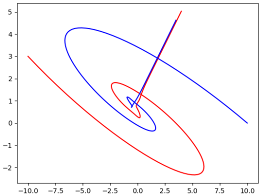


FIGURE – $\lambda \approx \alpha = 0.05$

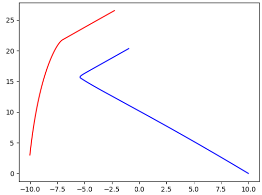


FIGURE – $\lambda << \alpha = 0.05$

Commentaires

- comportement attractif (suivit rapproché) pour $\lambda >> \alpha$ ou $\lambda \approx \alpha$
- suivit éloigné pour $\lambda << \alpha$
- la loi d'alignement est vérifiée

Généralisation des forces

- La force d'attraction améliorée en une force Guassienne de la forme [4] :

$$\overrightarrow{Fattr_{A_t}} = \lambda_1.e^{-\left(\frac{\|\overrightarrow{Bary(t)-P_{A_t}}\|-\frac{R_0}{2}}{\lambda_2}\right)^2}.\left(\frac{\overrightarrow{Bary(t)-P_{A_t}}}{\|\overrightarrow{Bary(t)-P_{A_t}}\|}\right)$$

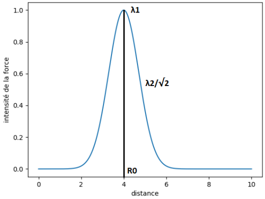


FIGURE – $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0.5, R_0 = 4$

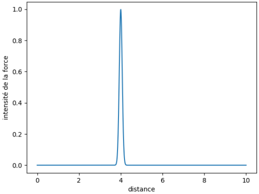


FIGURE – $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0.05, R_0 = 4$

- On prend $\overrightarrow{F_{rep_A}} = 0$ pour une certaine distance et on stocke les positions dans un tableaux numpy [5]

4. Programme en Annexe D
5. Programme en Annexe D

Simulation et commentaires

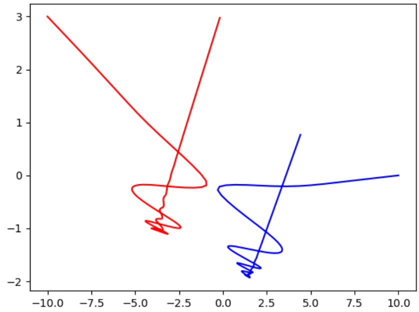


FIGURE – $\lambda_1 = 0.05, \alpha = 0.05, \lambda_2 = 0.1, R_0 = 10$

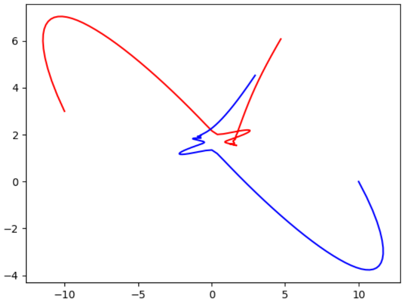


FIGURE – $\lambda_1 = 0.05, \alpha = 0.05, \lambda_2 = 10, R_0 = 10$

- Alignement éloigné pour λ_2 faible et rapproché pour $\lambda_2 = 10$
- Le modèle des zones d'influences est respécté

Simulation et commentaires

- Ajout d'un obstacle (poteau) représenté par une force de la forme [6] :

$$\overrightarrow{F_{poteau_A}}(t) = -\lambda_P . \frac{\overrightarrow{(P_{poteau} - P_{A_t})}}{\|\overrightarrow{P_{poteau} - P_{A_t}}\|^2}$$

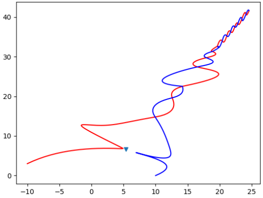


FIGURE – $\lambda_P = 0.9$

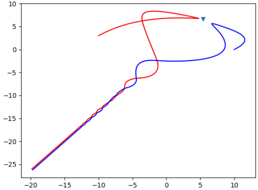


FIGURE – $\lambda_P = 0.9$

- Déviation des deux Boids au voisinage de l'obstacle
- les deux boids finissent par se rejoindre

6. Programme en Annexe E

Généralisation du modèle

- Soit i∈ $\{1,2,..,n\}$, le Boid i à la position P_i est soumis aux :
  - n-1 forces d'attractions des autres boids
  - n-1 forces de répulsion des autres boids
  - forces extérieurs (ex : poteau)
- Pour chaque boid i on a :

$$\overrightarrow{F_i}(t) = \sum_{j=1 j\neq i}^{n} \left[\left(\lambda_1 . e^{-\left(\frac{\|\overrightarrow{P_j - P_i}\| - \frac{R_0}{2}}{\lambda_2} \right)^2} - \alpha . \frac{4}{\|\overrightarrow{P_j - P_i}\|} \right) . \frac{\overrightarrow{P_j - P_i}}{\|\overrightarrow{P_j - P_i}\|} \right] + \overrightarrow{F_{poteau_i}}(t)$$

- Pour chaque Boid n-1 calcule à réaliser à chaque itération (totale d'itération = m)
- Stockage des positions des Boids dans une matrice de dimension : [2 x m x n] [7]

7. Programme en Annexe F

Simulations et commentaires

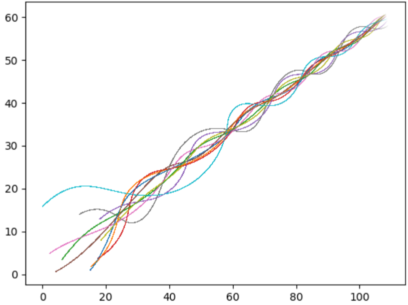


FIGURE – λ_p = 0, nbr= 10

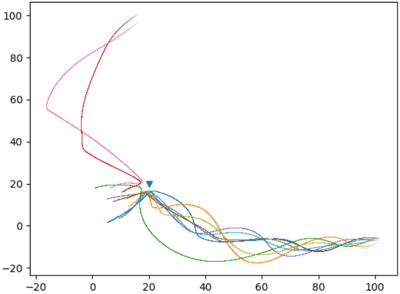


FIGURE – $\lambda_p = 0.9$, nbr =10

- les trois lois sont réspectées
- l'obstacle peut causer la création de plusieurs groupes
- Les Boids gardent une seule direction après un temps suffisamment long

Amélioration de la visualisation

- Etablissement d'un modèle 3D : $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} sin(\theta)cos(\Phi) \\ sin(\theta)sin(\Phi) \\ cos(\theta) \end{pmatrix}$
- Ajout d'une vitesse de direction aléatoire à la vitesse vers laquelle les boids tendent [8]

8. Programme en Annexe D

Simulations et commentaires

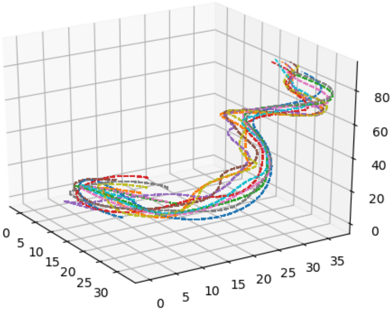


FIGURE – $\lambda_p = 0$, nbr =10

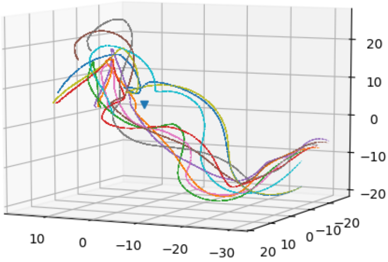


FIGURE – $\lambda_p = 0.9$, nbr =10

- Le modèle le plus réaliste du Modèle Physique