

O MÉTODO FDTD PARA SIMULAÇÃO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS EM PROPAGAÇÃO – UMA FERRAMENTA DIDÁTICA NO ENSINO DE TELECOMUNICAÇÕES

Paulo H. da F. Silva, Márcio G. Passos e Luiz E. C. Cavalcante
CEFET-PB/GTEMA – Av. 1º de Maio, 720 Jaguaribe
CEP: 58015-430 – João Pessoa, PB, Brasil
E-mail: henrique@cefetpb.edu.br

RESUMO

Neste artigo descrevem-se algumas aplicações do método FDTD – *Finite Difference Time Domain* (Diferenças Finitas no Domínio do Tempo) para a solução das equações de Maxwell no domínio do tempo. O objetivo foi desenvolver uma ferramenta didática para a simulação de geração de ondas eletromagnéticas (EMs) em antenas, bem como, suas interações com interfaces e objetos localizados em suas trajetórias de propagação. Para isto desenvolveram-se programas, escritos em Matlab, que implementam o método FDTD e permitem a visualização gráfica de vários fenômenos resultantes da propagação das ondas EMs, tais como: espalhamento, absorção, reflexão e difração. Em particular, as seguintes aplicações são apresentadas: (i) propagação de ondas planas em meios homogêneos estratificados; (ii) energia absorvida por um objeto dielétrico ao ser atravessado por uma onda plana; (iii) propagação através de aberturas. Estas aplicações do método FDTD têm contribuído para o ensino de tópicos em Cursos Superiores de Telecomunicações, tais como: microondas, antenas e propagação. Ainda é apresentado um exemplo didático da propagação de ondas no qual a teoria eletromagnética clássica, ensinada em cursos de graduação, pode ser comprovada através da prática computacional através da utilização do método FDTD.

PALAVRAS-CHAVE: FDTD; ondas eletromagnéticas; desenvolvimento de *software*.

1. INTRODUÇÃO

Na área de engenharia de telecomunicações tem-se utilizado diferentes técnicas e métodos para a resolução de problemas envolvendo a propagação de ondas eletromagnéticas. Tais métodos são, geralmente, divididos em duas grandes categorias: os métodos analíticos, ou exatos e os métodos numéricos, ou aproximados. Como exemplos de métodos analíticos tem-se: a separação de variáveis, o método da expansão em séries, o mapeamento conforme e o método das soluções integrais. Entre os métodos numéricos encontram-se: o método das diferenças finitas, o método dos momentos, dos elementos finitos, de Monte Carlo e da linha de transmissão (Sadiku, 2001).

A partir da década de 60, os métodos numéricos ganharam um maior destaque devido, principalmente, à evolução dos computadores e o surgimento de estruturas eletromagnéticas de maior complexidade incluindo linhas de microfita não-homogêneas, linhas de fenda, bem como os guias de onda coplanares (*Coplanar Waveguides*), estruturas estas que, na maior parte, não admitem solução trivial através dos métodos analíticos (Gupta e Hall, 2000). A escolha do método numérico mais apropriado vai depender de sua precisão, da velocidade de processamento, da utilização de memória, da versatilidade e da própria estrutura a ser analisada.

Em particular, o método das diferenças finitas no domínio do tempo (*Finite Difference Time Domain – FDTD*) tem sido utilizado na análise de diferentes dispositivos e circuitos eletromagnéticos. A literatura reporta o uso do método FDTD para o cálculo de absorção de energia na cabeça de usuários de telefones celulares (Khalatbari et al., 2006), radar para prospecção subterrânea (Zhao et al., 2006) e análise de diferentes tipos de excitação em dispositivos planares (Kärkkäinen, 2005), só para citar algumas poucas aplicações.

Além da resolução de problemas complexos, uma das características mais importantes do método FDTD é a solução das equações de Maxwell no domínio do tempo. Este fato é de interesse didático porque permite a visualização da propagação das ondas eletromagnéticas, em diferentes meios, bem como, suas interações com objetos localizados em suas trajetórias de propagação.

Neste artigo o método FDTD é utilizado para a simulação e visualização do comportamento dinâmico dos campos eletromagnéticos de ondas em propagação. Nas aplicações desenvolvidas o método FDTD foi implementado com uso do programa Matlab em uma, duas e três dimensões. As simulações apresentadas incluem: (i) propagação de ondas planas em meios homogêneos estratificados; (ii) energia absorvida por um objeto dielétrico ao ser atravessado por uma onda plana; (iii) propagação através de aberturas.

2. O MÉTODO FDTD – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O método FDTD foi originalmente proposto por K. S. Yee (Yee, 1966) para solucionar diretamente as equações rotacionais de Maxwell, (1) e (2), no domínio do tempo. Neste método as derivadas em relação ao tempo t e em relação às coordenadas espaciais (x, y, z) , que aparecem nas equações (1) e (2), são aproximadas por diferenças finitas.

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{H} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{E} \quad (2)$$

Em que, o vetor campo elétrico e o vetor campo magnético, definidos em coordenadas retangulares (x, y, z) , (3) e (4), respectivamente, descrevem o comportamento dinâmico de uma onda eletromagnética em propagação num meio de com permissividade elétrica ϵ e permeabilidade magnética μ . A notação $\nabla \times (\cdot)$ é usada para simbolizar o operador rotacional em coordenadas retangulares; \hat{x} , \hat{y} , \hat{z} representam os vetores unitários nas três direções espaciais.

$$\vec{E} = \vec{E}(x, y, z, t) = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z} \quad (3)$$

$$\vec{H} = \vec{H}(x, y, z, t) = H_x \hat{x} + H_y \hat{y} + H_z \hat{z} \quad (4)$$

2.1 Método FDTD 1D

Nesta formulação do método FDTD em uma dimensão (1D), admite-se que: i) os campos eletromagnéticos são funções apenas de uma das três variáveis espaciais, por exemplo x ; ii) o vetor campo elétrico apresenta apenas uma componente na direção \hat{z} , $\vec{E} = E_z(x,t)\hat{z}$. Aplicando estas restrições sobre os campos dados em (1) e (2) resulta:

$$-\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \nabla \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_z \end{vmatrix} = -\frac{\partial E_z}{\partial x} \hat{y} \quad (5)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & H_y & 0 \end{vmatrix} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \hat{x} \quad (6)$$

Com estas considerações as equações vetoriais (1) e (2) são transformadas nas equações escalares, (7) e (8). Estas equações descrevem uma onda plana uniforme (ou TEM – transversal Eletromagnética), em que, as componentes de campo $\vec{E} = E_z(x,t)\hat{z}$ e $\vec{H} = H_y(x,t)\hat{y}$ são perpendiculares à direção de propagação \hat{x} .

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (7)$$

$$\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (8)$$

Para a simulação computacional do método FDTD os campos eletromagnéticos são calculados em pontos discretos do espaço-tempo. Isto implica em um domínio discreto com $x = i\Delta x$ e $t = n\Delta t$, para o qual os índices n e i correspondem aos passos no tempo e no espaço, respectivamente. Assim, através da representação dos campos com o uso desta notação obtém-se (9-10).

$$E_z(x,t) = E_z(i\Delta x, n\Delta t) = E_z^n(i) \quad (9)$$

$$H_y(x,t) = H_y(i\Delta x, n\Delta t) = H_y^n(i) \quad (10)$$

Através da aproximação das derivadas em (7-8) por diferenças finitas, obtém-se as relações algébricas e recursivas para o cálculo das componentes dos campos elétrico e magnético, (11) e (12), respectivamente.

$$H_y^{n+1/2}(i+1/2) = H_y^{n-1/2}(i+1/2) + \frac{\Delta t}{\mu \Delta x} [E_z^n(i+1) - E_z^n(i)] \quad (11)$$

$$E_z^{n+1}(i) = E_z^n(i) + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x} [H_y^{n+1/2}(i+1/2) - H_y^{n+1/2}(i-1/2)] \quad (12)$$

O método FDTD-1D é na verdade um problema em duas dimensões, em que, o espaço e o tempo são discretizados, conforme ilustrado na Fig. 1. Os pontos de amostragem dos campos elétrico e magnético, representados por círculos e triângulos, respectivamente, são localizados de forma alternada no espaço e no tempo. Todos os campos abaixo da linha tracejada são conhecidos – eles são considerados como valores de campo no passado – enquanto os campos acima desta linha são valores de campo no futuro, e, portanto, são desconhecidos. Através das equações de diferenças (relações recursivas) de um algoritmo FDTD se estabelecem as relações recursivas para o cálculo dos valores de campo no futuro a partir de valores de campo no passado.

Uma vez que se resolve (11) para todos os nós de campo magnético no tempo $(n+1/2)$, a linha que divide o passado do futuro, Fig. 1, avança meio passo no tempo. Em seguida, resolvendo-se (12) para cada nó de campo elétrico na malha no tempo $(n+1)$, a linha que divide o passado do futuro avança mais meio passo no tempo. Este processo se repete até que o tempo especificado para a simulação tenha sido atingido. Este tipo de algoritmo é conhecido como *leap-frog*, uma alusão à solução discreta, que se dá em incrementos Δx e Δt entre os nós interiores da malha.

Da maneira como se dá a propagação dos campos em uma malha FDTD, cada nó afeta apenas seus vizinhos mais próximos. Assim, para cada passo no tempo Δt , a propagação da energia não pode ultrapassar a um passo Δx , no espaço, i.e., $c\Delta t \leq \Delta x$. Portanto, em um ciclo das equações (11) e (12), a maior distância de propagação é um passo espacial. Isto restringe o maior valor estipulado para o passo no tempo.

No algoritmo FDTD, a razão entre a maior distância que um distúrbio pode se propagar e o passo de tempo é conhecido como número de Courant, definido em (13).

$$s = \frac{c\Delta t}{\Delta x} \quad (13)$$

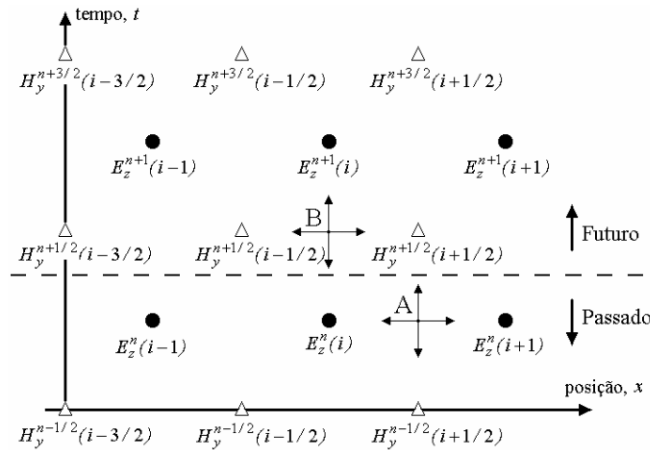


Figura 1: Ilustração do Método FDTD-1D.

2.2 Método FDTD-3D

No caso mais geral, em três dimensões, o cálculo dos rotacionais nas equações vetoriais (1) e (2) originam seis equações escalares, uma para cada componente de campo, que após a aproximação por diferenças finitas central, resultam nas seis equações algébricas recursivas, dadas em (14-19), que constituem o núcleo do método FDTD-3D, (Sheen et al., 1990).

As seis componentes de campo são intercaladas no espaço tridimensional para formar uma célula FDTD, (Yee, 1966), conforme ilustra a Fig. 2(a). No cubo de Yee as componentes de campo magnético estão localizadas no centro de cada face, enquanto as componentes de campo elétrico estão localizadas no ponto médio de cada aresta. As dimensões do cubo de Yee são simbolizadas por Δx , Δy e Δz . Assim, na simulação computacional do método FDTD o meio de propagação é discretizado numa rede de cubos de Yee que constitui a malha FDTD-3D, Fig. 2(b), onde os campos eletromagnéticos são calculados a cada incremento do tempo discreto $t = n\Delta t$.

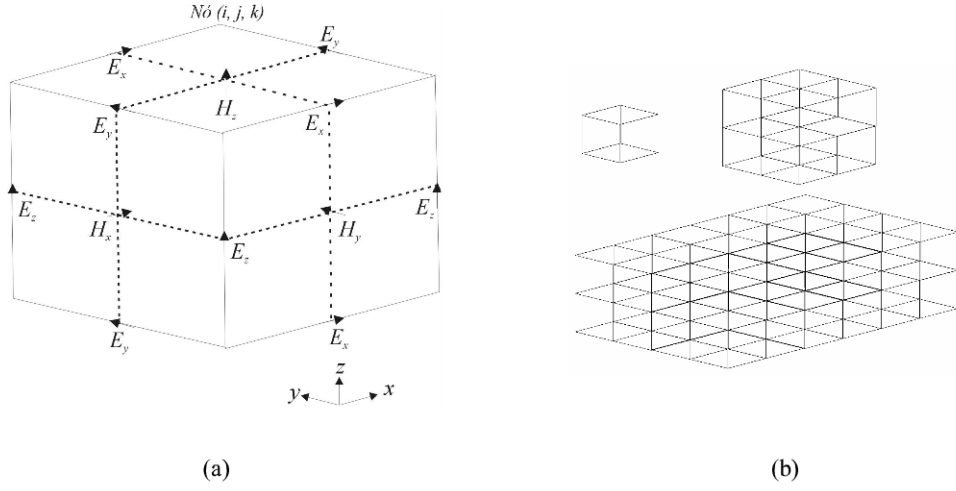


Figura 2: (a) Disposição espacial das componentes de campo na célula FDTD. (b) Malha FDTD tridimensional.

$$H_{x i,j,k}^{n+1/2} = H_{x i,j,k}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} (E_{y i,j,k}^n - E_{y i,j,k-1}^n) - \frac{\Delta t}{\mu \Delta y} (E_{z i,j,k}^n - E_{z i,j-1,k}^n) \quad (14)$$

$$H_{y i,j,k}^{n+1/2} = H_{y i,j,k}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu \Delta x} (E_{z i,j,k}^n - E_{z i-1,j,k}^n) - \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} (E_{x i,j,k}^n - E_{x i,j,k-1}^n) \quad (15)$$

$$H_{z i,j,k}^{n+1/2} = H_{z i,j,k}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu \Delta y} (E_{x i,j,k}^n - E_{x i,j-1,k}^n) - \frac{\Delta t}{\mu \Delta x} (E_{y i,j,k}^n - E_{y i-1,j,k}^n) \quad (16)$$

$$E_{x i,j,k}^{n+1} = E_{x i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta y} (H_{z i,j,k+1}^{n+1/2} - H_{z i,j,k}^{n+1/2}) - \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta z} (H_{y i,j,k+1}^{n+1/2} - H_{y i,j,k}^{n+1/2}) \quad (17)$$

$$E_{y i,j,k}^{n+1} = E_{y i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta z} (H_{x i,j,k+1}^{n+1/2} - H_{x i,j,k}^{n+1/2}) - \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta x} (H_{z i+1,j,k}^{n+1/2} - H_{z i,j,k}^{n+1/2}) \quad (18)$$

$$E_{z i,j,k}^{n+1} = E_{z i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta x} (H_{y i+1,j,k}^{n+1/2} - H_{y i,j,k}^{n+1/2}) - \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta y} (H_{x i+1,j,k}^{n+1/2} - H_{x i,j,k}^{n+1/2}) \quad (19)$$

O valor do passo no tempo no método FDTD, Δt , é dado pelo critério de estabilidade de Courant, definido em (20), (Taflove, 1995).

$$\Delta t \leq \frac{1}{v_{max}} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)^{-1/2} \quad (20)$$

em que v_{max} é a velocidade máxima de propagação de uma onda no domínio computacional em questão.

Devido à capacidade finita de processamento dos computadores utilizados na implementação do FDTD, torna-se necessário truncar a malha nas direções x , y e z . Assim, para simular a propagação em espaço livre e evitar reflexões indesejáveis nas bordas da malha FDTD, utiliza-se às condições de contorno absorventes (ABC – *Absorbing Boundary Conditions*). Estas condições podem ser implementadas de maneiras diferentes, sendo as mais utilizadas

as condições de Mur de primeira e segunda ordem, e a camada perfeitamente casada (PML – *Perfectly Matched Layer* –) (Taflove, 1995). A discussão detalhada destas condições de contorno foge ao escopo deste trabalho.

3. APLICAÇÕES

3.1. Simulação FDTD-1D – Propagação em Meios Estratificados

Nesta aplicação do método FDTD-1D simulou-se a incidência normal de ondas planas uniformes (com componentes E_x e H_y , em propagação na direção \hat{z}), num meio estratificado. O objetivo é verificar a concordância do método numérico FDTD com a teoria de ondas planas. Para isto, uma fonte de ondas planas do tipo senoidal, dada em (21), excita a malha FDTD. A formulação Campo Total/Campo Espalhado é utilizada para o cálculo das ondas transmitidas e refletidas através das interfaces que separam os meios homogêneos.

Na primeira simulação do método FDTD-1D, considerou-se uma interface entre dois meios homogêneos: o meio 1 é o ar, $\epsilon_{r1} = 1$, e o meio 2 é um dielétrico, $\epsilon_{r2} = 9$. O domínio computacional foi definido através de uma malha-1D de comprimento 200 cm com 200 células de dimensão $\Delta z = 1,0$ cm cada uma. Uma fonte de onda plana senoidal, com amplitude $E_{x0} = 1$ V/m e frequência $f = 700$ MHz, foi localizada na malha FDTD na posição $i = 2$. Definindo-se o número de Courant $s = 0,5$, resulta um passo no tempo de $\Delta t = s \cdot \Delta x / c = 16,67$ ns.

Com os dados apresentados acima e a partir da teoria de ondas plana, obtém-se os coeficientes de transmissão τ e de reflexão Γ , dados em (21) e (22), respectivamente.

$$\tau = \frac{E_{transmitido}}{E_{incidente}} = \frac{2\sqrt{\epsilon_{r1}}}{\sqrt{\epsilon_{r1}} + \sqrt{\epsilon_{r2}}} = 0,5 \quad (21)$$

$$\Gamma = \frac{E_{refletido}}{E_{incidente}} = \frac{\sqrt{\epsilon_{r1}} - \sqrt{\epsilon_{r2}}}{\sqrt{\epsilon_{r1}} + \sqrt{\epsilon_{r2}}} = -0,5 \quad (22)$$

A simulação FDTD-1D possibilita a visualização do comportamento dinâmico das ondas incidente, refletida e transmitida através da interface entre os meios ar/dielétrico, bem como, da onda estacionária no meio 1 (dada pela diferença entre as ondas incidente e refletida), Fig. 3. Os resultados obtidos para as amplitudes destas ondas confirmam (21) e (22), portanto em concordância com a teoria de ondas planas.

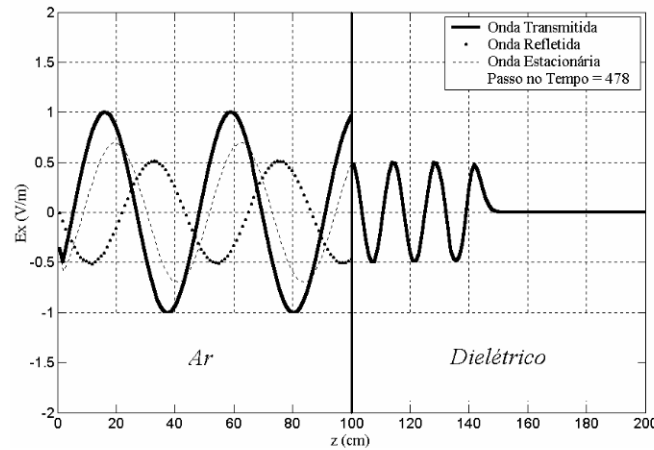


Figura 3: Simulação FDTD-1D – Onda plana em propagação através de uma interface entre dois meios homogêneos.

Na segunda simulação do método FDTD-1D analisou-se a propagação de ondas planas através do meio estratificado ar/dielétrico/ar, Fig. 4. A permissividade relativa do dielétrico vale $\epsilon_{r2} = 16$. O domínio computacional foi definido através de uma malha-1D de comprimento 300 cm com 300 células de dimensão $\Delta z = 1,0$ cm cada uma. Uma fonte

de onda plana senoidal, com amplitude $E_{x0} = 2,5$ V/m e frequência $f = 700$ MHz, foi localizada na malha FDTD na posição $i = 5$. Definindo-se o número de Courant $s = 0,5$ obtém-se $\Delta t = 16,67$ (ns).

A análise dos resultados obtidos através do método FDTD-1D obtém-se: $\tau_1 = 2/5$ e $\Gamma_1 = -3/5$ para a interface ar/dielétrico e $\tau_2 = 8/5$ e $\Gamma_2 = 3/5$ para a interface dielétrico/ar, em concordância com a teoria de ondas planas.

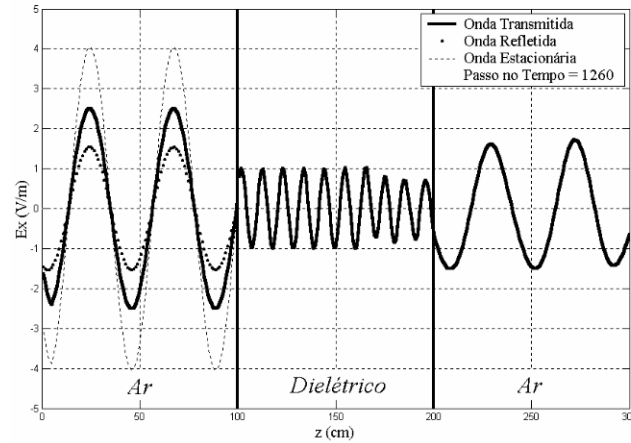


Figura 4: Simulação FDTD-1D – Propagação através de uma janela dielétrica.

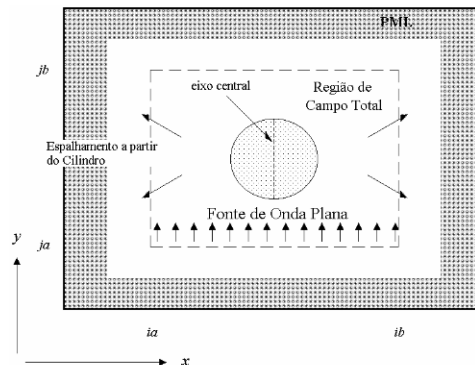
3.1. Simulação FDTD-2D

Nesta seção o método FDTD é utilizado para a simulação de uma onda plana interagindo com um objeto, especificado na malha FDTD de acordo com suas propriedades eletromagnéticas, (Sullivan, 2000).

Na primeira simulação do método FDTD-2D considerou-se uma onda plana atingindo um cilindro dielétrico de raio $a = 1$ cm, com permissividade $\epsilon_r = 30$ e condutividade $\sigma = 0.3$ S/m. A malha FDTD foi definida com dimensões de 70×70 células. Definindo-se o número de Courant $s = 0,5$, e assumindo que $\Delta x = \Delta y = 1$ cm obtém-se $\Delta t = 16,67$ ns.

A camada PML, (Berenger, 1994) e a formulação campo total/campo espalhado foram implementadas em 2D (Taflove, 1995), conforme ilustrado na Fig. 5. Neste diagrama da simulação de uma onda plana incidindo num cilindro dielétrico, os campos espalhados a partir do cilindro são os únicos campos que deixam a região de campo total e atingem a camada PML. O contorno entre as regiões de campo total e de campo espalhado é um retângulo definido pelos seguintes pontos: $ia = ja = 10$, $ib = jb = 59$, Fig. 5.

Na Fig. 6 são apresentados os resultados de simulação obtidos. Após $n = 80$ passos no tempo, uma onda plana (pulso Gaussiano) está em propagação da esquerda para direita do espaço de simulação. Para $n = 100$ o pulso começa a interagir com o cilindro dielétrico. Uma vez que o raio do cilindro é pequeno observa-se a difração da onda plana ao atravessar o cilindro, para $n = 150$ e $n = 200$.



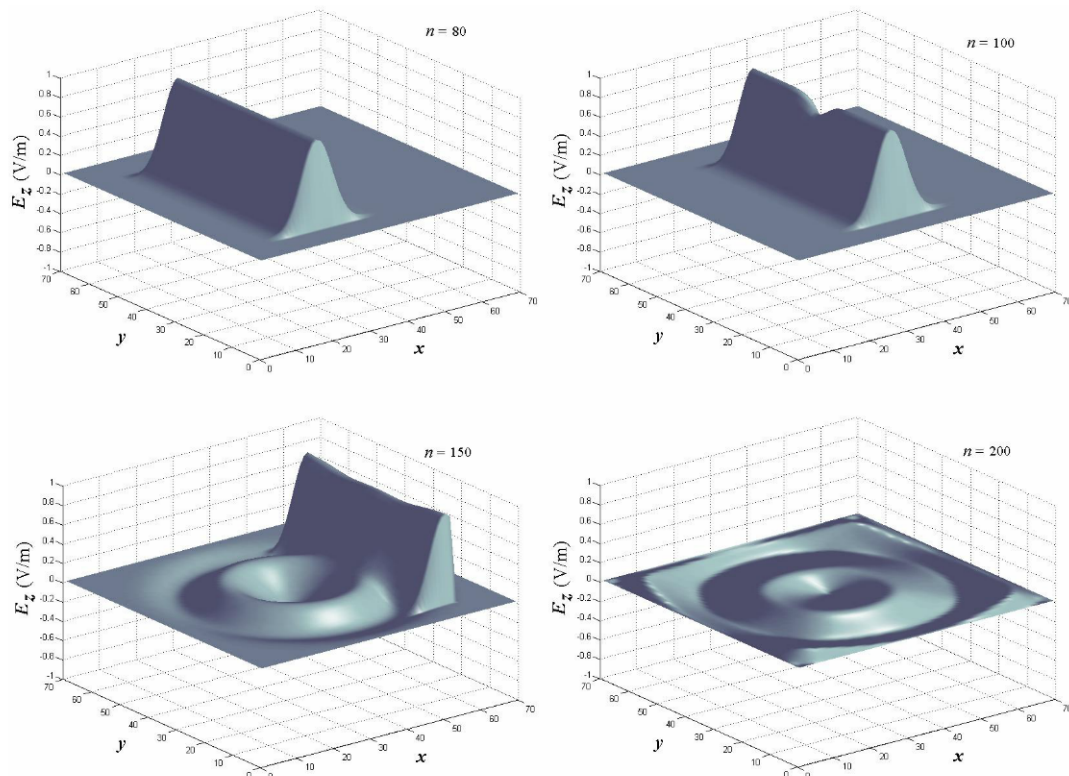


Figura 5: Diagrama da simulação de uma onda plana incidindo num cilindro dielétrico.

Figura 6: Simulação de uma onda plana incidindo num cilindro dielétrico.

Nesta segunda simulação do método FDTD-2D, considerou-se o espalhamento 2D de uma onda plana senoidal ao atravessar uma fresta de uma parede metálica perfeitamente condutora e perpendicular à frente de onda. Na implementação do método FDTD considerou-se uma célula TE, (Borges, 2003). A fresta apresenta um comprimento menor que o comprimento de onda, o que resulta na difração da onda TEM.

A Fig. 7 apresenta os resultados obtidos da simulação de uma onda plana senoidal, com amplitude $H_0 = 0,9$ A/m e frequência $f = 6$ GHz, em propagação da direita para esquerda, incidindo sobre a parede metálica com uma fresta localizada na posição $y = 80$. A parede metálica no caminho de propagação é obtida especificando-se algumas regiões de células FDTD com alta condutividade. Observa-se na Fig. 7 que para $n = 200$ passos no tempo, a onda plana está prestes a atingir a parede metálica. Para $n = 350$, as ondas presentes nos dois lados da parede metálica. A Fig. 8 ilustra bem o efeito da difração observado.

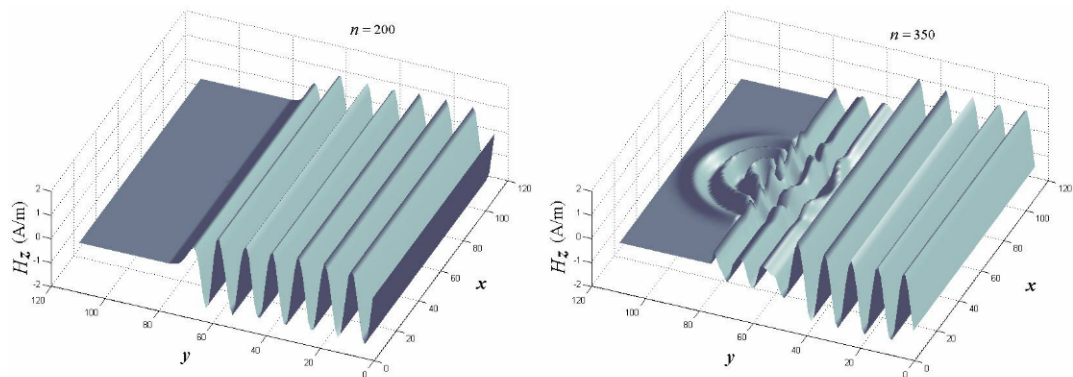


Figura 7: Simulação de uma onda plana atingindo uma parede metálica com uma fresta.

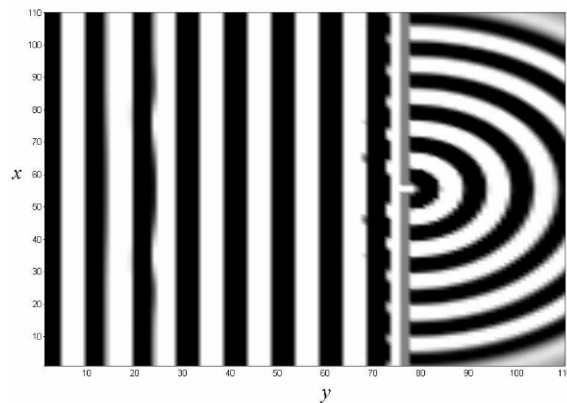


Figura 8 :Difração de uma onda plana atingindo uma parede metálica com uma fresta.

3. Simulação 3D – Esfera Dielétrica

Nesta aplicação o método FDTD-3D foi utilizado para simular a incidência de uma onda plana numa esfera dielétrica. A camada PML e a formulação campo total/campo espalhado foram implementadas em 3D. A malha FDTD-3D foi definida com $40 \times 40 \times 40$ células, $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 1 \text{ cm}$ e $\Delta t = 16,67 \text{ ns}$. A fonte de onda plana gera um pulso Gaussiano na malha FDTD, que interage com esfera dielétrica. A esfera é definida no domínio da simulação numa região esférica determinados, através de uma matriz tridimensional onde estão embutidos a forma e o material que a caracteriza.

A Fig. 9 apresenta os resultados obtidos de uma onda plana atingindo uma esférica dielétrica com $\sigma = 0.3 \text{ S/m}$ e $\epsilon_r = 30$. Após $n = 50$ passos no tempo, um pulso Gaussiano em propagação da esquerda para direita do espaço de simulação, já está interagindo com a esfera. Para $n = 100$ parte da onda passa através da esfera e parte contorna a mesma. Observa-se que mesmo após a passagem da onda incidente, para $n = 150$ e $n = 200$, Fig. 8, parte da energia da onda continua a ressoar no interior da esfera.

A quantidade de energia eletromagnética armazenada dentro da esfera em relação à frequência da onda incidente é obtida através do uso da análise de Fourier, (Sullivan, 2000). Através do cálculo da transformada discreta de Fourier dos sinais no tempo obtidos a partir do método FDTD, calcula-se a energia EM depositada dentro da esfera dielétrica em três frequências distintas, 50, 200 e 500 MHz. Os resultados obtidos são mostrados na Fig. 9 e estão em concordância com as respostas analíticas dadas através de expansão em funções de Bessel.

Conclusões

Neste artigo o método FDTD foi utilizado para a simulação e visualização do comportamento dinâmico dos campos eletromagnéticos de ondas em propagação. Os conceitos da camada PML e da formulação campo total/campo espalhado foram implementados. Além da resolução de problemas complexos, uma das características mais importantes do método FDTD é a solução das equações de Maxwell no domínio do tempo. Este fato é de interesse didático porque permite a visualização da propagação das ondas eletromagnéticas, em diferentes meios, bem como, suas interações com objetos localizados em suas trajetórias de propagação.

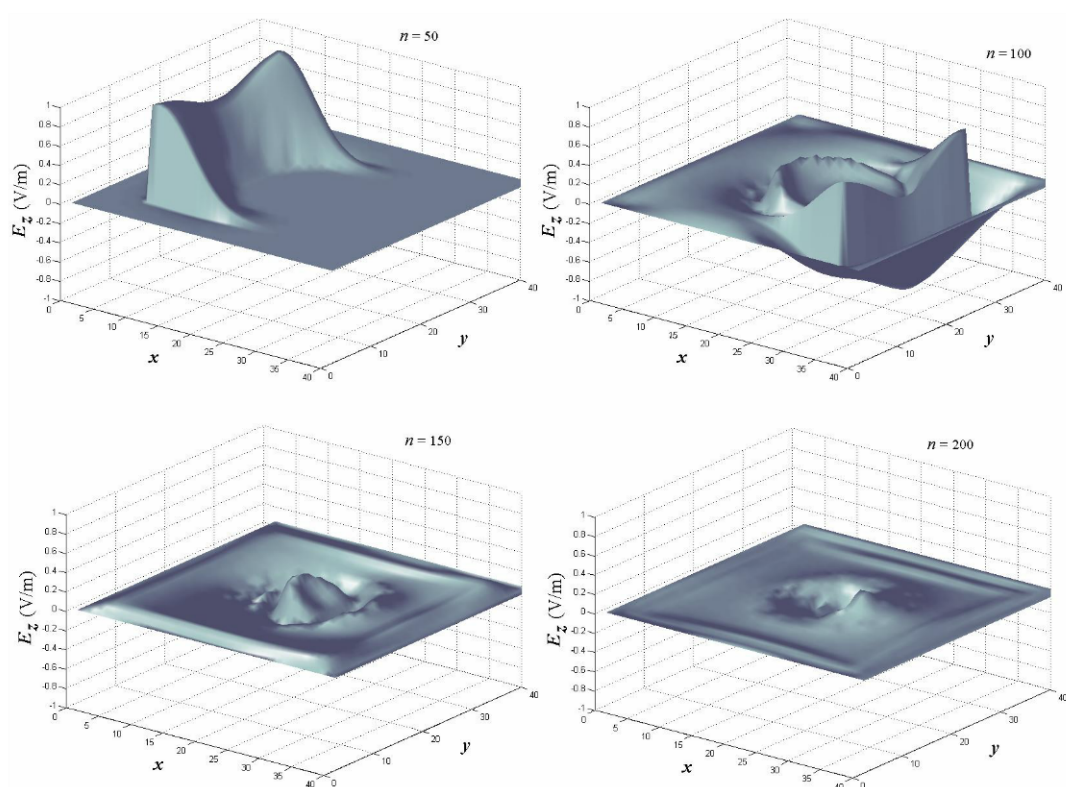


Figura 9: Simulação de uma onda plana incidindo numa esfera dielétrica.

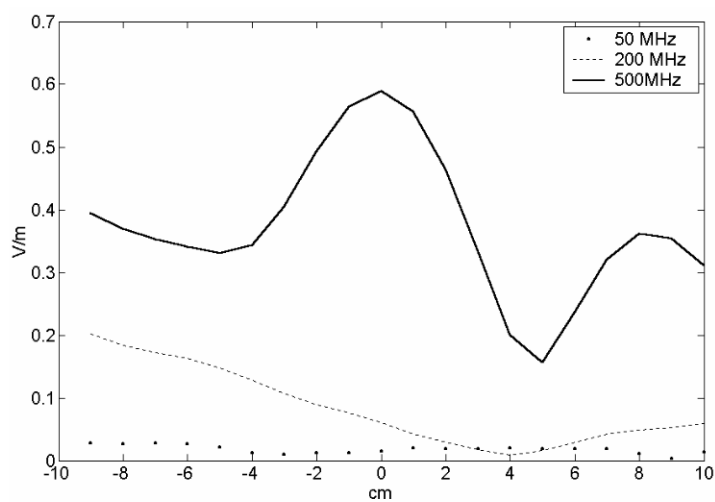


Figura 10: Energia de uma onda plana depositado numa esfera dielétrica em função da posição e da frequência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Berenger, J.P., **A perfectly Matched Layer for Absorption of Electromagnetic Waves**. J. Comput. Phys. Vol. 114, 1994, pp.185-200.
- Gupta, K. C. and Hall, P. S., **Analysis and Design of Integrated Circuit – Antenna Modules**. John Wiley and Sons, p.222-258, 2000.
- Kärkkäinen, M. K., **Efficient Excitation of Microstrip Lines by a Virtual Transmission Line in FDTD**. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, v. 53, n. 6, p. 1899-1903, Jun. 2005.
- Khalatbari, S., Sardari, D., Mirzaee, A. A. and Sadafi, H. A., **Calculating SAR in Two Models of the Human Head Exposed to Mobile Phones Radiations at 900 and 1800 MHz**. Progress in Electromagnetics Research Symposium, p. 104-109, Mar. 2006.
- Sadiku, M. N. O., **Numerical Techniques in Electromagnetics – Second Edition**. CRC Press, Florida, Cap. 1, 3, 2001.
- Sullivan, Dennis M. **Electromagnetic Simulation Using FDTD Method**, IEEE Press Series on RF and Microwave Technology, 2006.
- Sheen, D. M., Ali, S. M., Abouzahra, M. D. And Kong, J. A., **Application of the Three-Dimensional Finite-Difference Time-Domain Method to the Analysis of Planar Microstrip Circuits**. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, v. 38, n. 7, p. 849-856, Jul. 1990.
- Taflove, A., **Computation Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method**. Artech House, Boston, 1995.
- Yee, K. S., **Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media**. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, v. 14, p. 302-307, Aug. 1966.
- Zhao, A., Jiang, Y., and Wang, W., **Exploring Independent Component Analysis for GPR Signal Processing**. Progress in Electromagnetics Research Symposium, p. 750-755, Aug. 2005.