UTILIZANDO SOFTWARE MATEMÁTICO COMO MEDIADOR DO ENSINO DE GRÁFICOS DAS FUNÇÕES QUADRÁTICAS

Marcos Monte CRUZ (1); Luiza Santos PONTELLO (2)
(1) Centro Federal de Educação Tecnológica do Ceará – CEFETCE, AV. Bernardo Manuel, 14227. José Walter, (85) 86125943, mafavimc@yahoo.com.br
(2) Centro Federal de Educação Tecnológica do Ceará – CEFETCE, e-mail: pontello@cefetce.br

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo refletir sobre as implicações da utilização de softwares matemáticos para a aprendizagem de funções quadráticas. O tipo de pesquisa que estamos realizando caracteriza-se como um estudo pré-experimental. Tomamos como campo teórico os estudos acerca da relação entre a informática e a aprendizagem em funções. Partimos do princípio que a compreensão em Matemática é facilitada pela articulação simultânea entre pelo menos dois registros de representação (DUVAL, 2003). Nesta etapa realizamos levantamento bibliográfico e implementação informática das atividades onde buscamos valorizar as múltiplas representações do nosso objeto de estudo e refletir sobre o ensino-aprendizado do conceito de gráfico bem como das relações existentes entre esse e seus coeficientes. No segundo momento, realizaremos estudo com alunos do Ensino Médio de uma escola pública, onde aplicaremos as seguintes ferramentas de pesquisa: um questionário para sondagem do conhecimento sobre informática; um pré-teste para identificar o conhecimento destes sobre funções quadráticas; um pós-teste para verificar os resultados alcançados e entre estes sessões com o *software* livre GeoGebra[1] a fim de verificar se o uso dessa estratégia de ensino possibilita a melhoria da aprendizagem.

Palavras-chave: aprendizagem, funções quadráticas, softwares matemáticos.

[1] Disponível para *downloads* no site http://www.geogebra.at.

1. INTRODUÇÃO

A pesquisa em pauta parte do princípio de que os softwares matemáticos podem apresentar-se como mais um recurso de mediação do conhecimento em funções quadráticas, haja vista que quando inseridos adequadamente nas práticas de ensino escolar esses podem facilitar a articulação entre mais de um registro de representação do mesmo objeto matemático. Nesse sentido o presente trabalho tem por finalidade investigar as contribuições da implementação do *software* GeoGebra na apreensão do conhecimento das representações algébrica e gráfica de funções quadráticas. Para tanto, partimos dos seguintes objetivos específicos:

- Explorar o *software* GeoGebra, identificando as possibilidades do seu uso no cotidiano de sala de aula;
- Examinar se o *software* favorece a coordenação da representação algébrica e gráfica das funções quadráticas;
- Usar o *software* como ferramenta para ampliar as possibilidades de aprendizagem das funções quadráticas.

Do exposto, decidimos por um trabalho fundamentado na teoria dos registros de representações semiótica de Raymond Duval e outros teóricos que discutem o processo de ensino-aprendizagem de funções bem como a relação entre a informática e a Educação Matemática.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Registros de representação

Dentro da perspectiva de Duval no que concerne ao estudo dos objetos matemáticos, devido a sua natureza abstrata, esses são realizados através dos diferentes tipos de registros de representações semióticas tais como a linguagem natural, os sistemas de numeração, as figuras geométricas, as expressões algébricas e os gráficos cartesianos entre outro. Segundo Duval (2003, p. 15) "a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas". Vale ressaltar que para o autor existem dois tipos distintos de transformações de representações: os tratamentos e as conversões.

> - Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria.
>
> - As conversões são transformações de representação que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica. (DUVAL, 2003, p. 16)

Por exemplo, para nosso objeto de estudo, a função $f(x) = ax^2 + bx + c,$ onde $a, b, c \in \mathbb{R}$, e $a \neq 0$ e o procedimento de passagem da forma geral para sua forma canônica $y = a\left(x - m\right)^2 + n$ pelo método de complementação de quadrados como segue

$$y = ax^2 + bx + c \Leftrightarrow y = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right]$$

$$\Leftrightarrow y = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right]$$

$$\Leftrightarrow y = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$$

$$\Leftrightarrow y = a\left(x - \frac{-b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

$$\Leftrightarrow y = a\left(x - \frac{-b}{2a}\right)^2 + \left[\frac{-\left(b^2 - 4ac\right)}{4a}\right]$$

Fazendo $m = \frac{-b}{2a}$ e $n = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$ obtemos $y = a\left(x - m\right)^2 + n$.

Apreciando as transformações nos registros acima teremos tratamentos na passagem de $y = ax^2 + bx + c$ para $y = a\left(x - m\right)^2 + n$ e uma conversão na passagem para o seu gráfico cartesiano.

Segundo o autor, do ponto de vista matemático, a conversão não tem nenhum papel nos processos matemáticos de justificação ou de prova ela intervém somente na escolha do registro mais apropriado em que os tratamentos serão realizados. Já do ponto de vista cognitivo é essa atividade que conduz aos mecanismos de compreensão.

Referente à atividade do esboço do gráfico de uma função segundo Duval citado por Moretti (2003, p. 151) essa é classificada “com três tipos distintos quanto aos seus procedimentos: 1) O procedimento por pontos; 2) O procedimento de extensão de um traçado efetuado; 3) O procedimento de interpretação global das propriedades figurais”.

O primeiro é o mais usado na educação básica e sendo obtido por substituições na expressão algébrica da função e em seguida pela união de pontos localizados no plano cartesiano. No entanto segundo o autor esse procedimento não faz referência se quer a mesma família de uma curva impossibilitando que se percebam as relações existentes entre os coeficientes e o gráfico, ou seja, variações de um implicam em variações no outro e vice-versa. Ao contrario do primeiro o terceiro permite a formação de uma imagem que representa um objeto descrito por uma expressão algébrica o que permite identificar possíveis alterações simultaneamente nas duas representações.

A respeito do terceiro procedimento Maia (2007, p. 64) distingue “as variáveis visuais e unidades simbólicas significativas referentes à função polinomial do 2º grau”. Para tato, a autora recomenda a passagem da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ para a forma $y = a\left(x - m\right)^2 + n$, onde “$m$” e “$n$” representam as coordenadas do vértice da parábola, pois nessa a correspondência entre o registro algébrico e as variáveis visuais são percebidas mais facilmente e, portanto, pode promover uma melhor apreensão desse conhecimento. Segundo a autora em um registro de representação algébrico,

> cada símbolo corresponde a uma unidade significativa. Há, contudo unidades significativas cujos símbolos são omitidos: o coeficiente 1, o caractere “+” na frete dos coeficientes maiores que zero. Assim não se escreve $y = +1x^2$, em contrapartida escreve-se $y = -3x^2$. A recordação dessa trivialidade é importante quando se trata de corresponder as varáveis visuais relevantes do gráfico e as unidades significativas da escrita algébrica. (MAIA, 2007, p. 64).

Observando as quatro variáveis visuais pertinentes a função quadrática, dispostas na tabela abaixo, pode-se observar que para as duas primeiras correspondem dois valores enquanto que para as duas últimas correspondem três.

Tabela 1 – Unidade simbólica correspondente às variáveis visuais da parábola (Adaptado de Maia, p.65).

Variáveis visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes
Concavidade da parábola	Voltada para cima Voltada para baixo	Parâmetro $a > 0$ (ausência do símbolo -) Parâmetro $a < 0$ (presença do símbolo -)
Abertura da parábola	Maior abertura Menor abertura	$0 < \lvert a \rvert < 1$ $\lvert a \rvert = 1$ (o parâmetro não está escrito) $\lvert a \rvert > 1$
Posição do vértice da parábola com relação ao eixo das abscissas.	Acima do eixo Na origem Abaixo do eixo	$n > 0$ $n = 0$ $n < 0$
Posição do vértice da parábola com relação ao eixo das ordenadas.	À direita do eixo Na origem À esquerda do eixo	$m > 0$ $m = 0$ $m < 0$

Do exposto, podemos concluir que as mudanças em "*m*" e "*n*" da expressão $y = a\left(x - m\right)^2 + n$ associam alterações na coordenada do vértice em relação aos eixos coordenados, podendo, essas, ser observadas diretamente na expressão algébrica.

2.2. Informática e Educação Matemática

O processo de ensino-aprendizado é caracterizado, entre outros elementos, pela interação entre professor e aluno. O primeiro é responsável pelo encaminhamento das atividades necessárias a obtenção de novos saberes pelos educando e conseqüentemente verificar se a apropriação do conhecimento é assimilada de forma satisfatória. Para (PAIS 2002) se esse não ocorrer por meio da comunicação direta cabe ao professor desenvolver estratégias que possibilite a sua realização.

Segundo o autor o fenômeno da aprendizagem é formado não apenas pelas variáveis cognitivas do aluno, mas também, pelas condições existentes tanto na sala de aula como também pelas situações propostas pelo professor. Assim, em busca de novas formas para promover a apropriação do conhecimento o professor pode lançar mão do uso do computador com suas interfaces para propiciar a ampliação das condições do ambiente de ensino-aprendizagem. Desse modo, concordando com Pais (2002, p.21), acreditamos que,

> o prioritário é reconhecer que os recursos tecnológicos digitais não só redimensionam as condições de acesso às fontes de informações, como também ampliam as situações de aprendizagem, o que significa multiplicar condições potenciais de acesso à informação escolar.

Nesse sentido, os programas computacionais convenientemente utilizados podem possibilitar um reinvestimento pedagógico que possibilite explorar aspectos diferentes das representações de um mesmo objeto matemático.

No concerne ao nosso objeto de estudo, o ensino de funções, segundo (BORBA & PENTEADO 2003) tem sido tradicionalmente realizado com ênfase no aspecto algébrico desconsiderando o gráfico e tabular sendo esse destaque associado ao tipo de mídias utilizadas, muitas vezes, apenas um quadro e pincel. De acordo com (BORBA e CONFREY, 1996; BORBA, 1995; KAPUT, 1987; EISENBDRG e DREUFUS, 1991; GOLDENBERG e KLIMAN, 1990) citado por Borba & Penteado (2003, p.32) "o importante não é privilegiar um tipo apenas de representação e, sim, diferentes representações para uma mesma função: a expressão algébrica, o gráfico e a tabela". Duval (2003, p. 14) reforça que "a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação".

Nessa perspectiva, o uso de softwares matemáticos no processo de ensino-aprendizado de funções pode favorecer a apreensão desse conhecimento uma vez que esses favorecem a exploração de mais de um registro de representação o algébrico e gráfico. Porém, segundo Pais (2002, p. 17), "Para que um software possa favorecer uma aprendizagem mais significativa, deve intensificar a dimensão da interatividade entre o usuário e o universo de informações nele contido, não podendo mais simplesmente reproduzir as páginas do livro didático”.

Nesse sentido, atualmente muitos *softwares* educacionais são dotados de recursos que permitem a exploração de conceitos abstratos por meio de animações. Vale enfatizar que a implementação de animações nesses fundamenta-se no conceito “ideografia dinâmica” que segundo (LEVY 1996) citado por Pais (2002, p.40) “aborda o problema da representação do conhecimento por meio de signos dotados de movimento”. Em Pais (2002, p. 40) considera-se essa “uma noção pedagógica importante para servir de referência para o estudo das alterações didáticas decorrentes do uso da informática, em nível de comunicação e da linguagem visual”.

Dessa forma, reportando as idéias de Borba & Penteado (2003, p. 38) concordamos que “O importante a destacar, aqui, é que as mídias informáticas associadas a pedagogias que estejam em ressonância com essas novas tecnologias podem transformar o tipo de matemática abordada em sala de aula”.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Com o intuito de utilizar o *software* GeoGebra como recurso mediador do processo de ensino-aprendizagem do gráfico de funções quadráticas a presente pesquisa está sendo desenvolvida em duas etapas. Na primeira, realizamos levantamento bibliográfico bem como a implementação informática de atividades momento em que valorizamos as relações existentes entre a representação álgebra e gráfica da função e os recursos de animação disponível no *software*. Na segunda desenvolveremos um estudo pré-experimental com alunos do 1ª ano do Ensino Médio de uma escola pública, onde aplicaremos as seguintes ferramentas de pesquisa: um questionário para sondagem do conhecimento sobre informática; um pré-teste para identificar o conhecimento destes sobre funções quadráticas; um pós-teste para verificar os resultados alcançados e entre estes sessões no laboratório de informática a fim de verificar se o uso dessa estratégia de ensino possibilita a melhoria da aprendizagem.

Ressaltamos que a nossa proposta é que o *software* se torne mais um instrumento de mediação pedagógica e, assim, não excluímos a possibilidade da utilização de outros recursos convencionais tais como quadro e pincel.

4. ESTUDO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS UTILIZANDO O SOFTWARE

Durante o planejamento das atividades de ensino o professor pode lançar mão além do conhecimento de sua formação específica de outros recursos, em particular, os softwares matemáticos para promover o aprendizado. Partindo do ponto de vista do nosso estudo consideramos os coeficientes da função do 2º grau ou quadrática $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=ax^2+bx+c,$ onde $a,b,c\in\mathbb{R},$ e $a\neq 0$, como parâmetros de animação e assim podemos instigar o alunado a realizar experimentações sobre estes. Por exemplo, interrogando-os da seguinte forma: Quais transformações ocorrem no gráfico da função quando mudamos o valor do coeficiente “*b*”?

Nessa perspectiva, apresentamos a seguir propostas de atividades, elaborado com o auxílio do *software* GeoGebra, que possam ser utilizadas no processo de ensino-aprendizagem das funções quadráticas.

4.1. Análise dos Coeficientes

Apesar de ser possível, com o *software* utilizado no nosso estudo, a análise concomitantemente dos três coeficientes da função $f\left(x\right)=ax^2+bx+c$ optamos como alternativa metodológica analisá-los separadamente, pois dessa forma acreditamos facilitar a apropriação desse conhecimento pelo alunado.

4.1.1. Análise do coeficiente “*a*”

A partir da representação algébrica da função $f(x)=ax^2+2x+3$ e de sua modelagem computacional $f(x)=a*x\wedge 2+2*x+3$ bem como o recurso de animação apresentamos uma proposta de atividade que pode desenvolver a percepção do aluno sobre as transformações que ocorrem no gráfico da função quando o coeficiente “*a*” assume valores maiores ou menores que zero.

Esse procedimento facilita e agiliza o processo de observação diferentemente do que ocorre nas aulas tradicionais com quadro e pincel. Vale ressaltar que nessa perspectiva o uso de *softwares* permite trabalhar funções antes mesmo do alunado conheça a sistematização da mesma.

Daí, inserindo as linhas abaixo ao campo de entrada de comandos do software, e ativando o seletor teremos o cenário de aprendizagem[2] apresentado na figura 1.

$$a = 0$$

$$f(x) \; = \; a * x \,\hat{}\, 2 + b * x + c$$

Fazendo "*a*" assumir valores inteiros no intervalo $[-2,\ 2]$ teremos a representação gráfica abaixo:

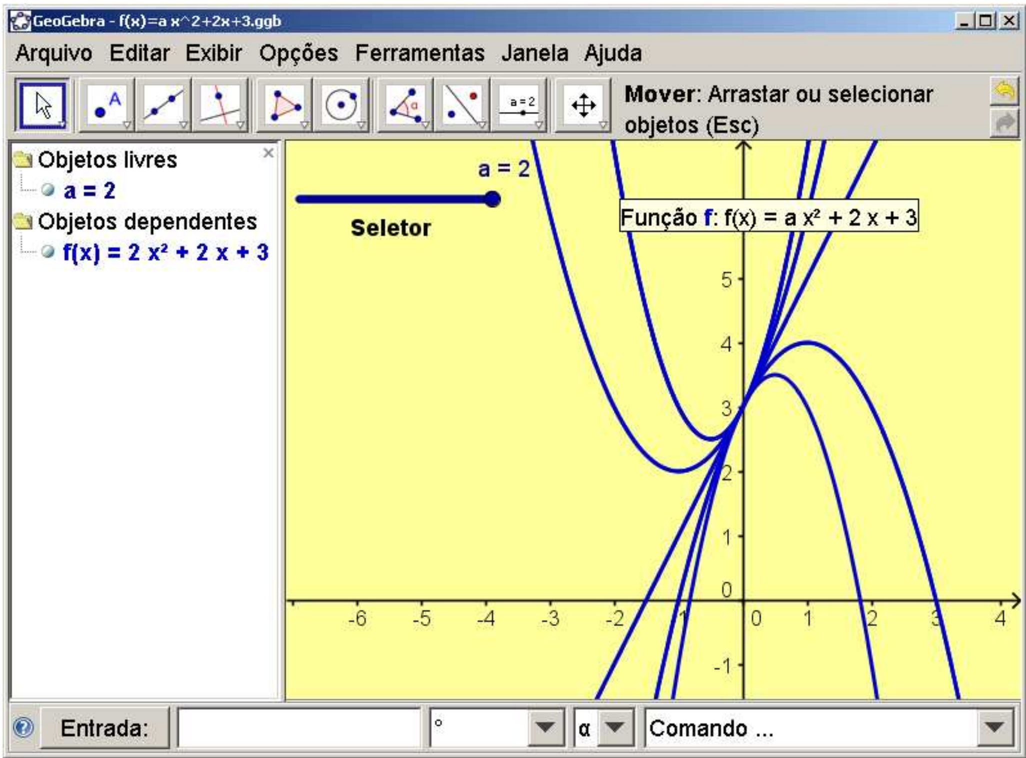

Figura 1– Análise dos coeficientes "*a*"

4.1.2. Análise do coeficiente "*b*"

Para análise do coeficiente "*b*" acreditamos que o processo de investigação possa ser apresentado a partir da exploração do gráfico da função $f(x) = x^2 + bx + 3$. Nessa etapa o alunado poderá observar o que acontece com o gráfico da função à medida que é alterado o valor do coeficiente. Dessa forma, ele poderá desenvolver hipóteses sobre os tratamentos efetuados na representação algébrica e as transformações que ocorre no traço do gráfico à medida que variamos o valor de "*b*" e mantemos os valores de "*a*" e "*c*" constantes.

Nessa atividade, devemos inserir as linhas abaixo ao campo de entrada de comandos do *software* teclando enter para cada uma.

$$b = 0$$

$$f(x) \; = \; x \,\hat{}\, 2 + b * x + 3$$

$$V = (\text{-}b/2,\ (\text{-}b \,\hat{}\, 2 + 12)/4)$$

[2] No nosso estudo consideramos como sendo um módulo onde o que interessa ao aluno é a exploração de um ou mais conceitos.

Por fim, ativando o seletor de "*b*", o comando habilitar rastro para o vértice "*V*" e, além disso, fazendo "*b*" variar de $[-5, 5]$ teremos um cenário de aprendizagem que permite investigando as transformações que ocorrem no gráfico quando alteramos o valor de "*b*" e assim o aluno poderá percebe que esse está associado com o movimento do vértice da parábola. O processo descrito está ilustrado na figura 2.

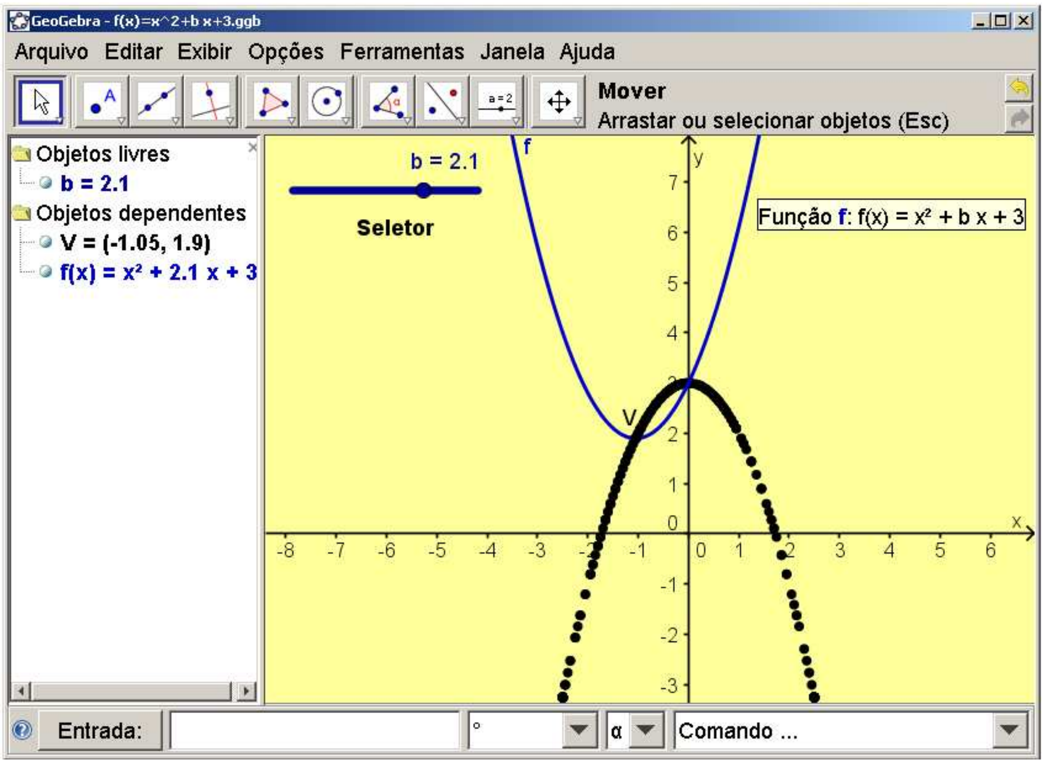

Figura 2 – Análise dos coeficientes "*b*"

A partir do exposto o sujeito do conhecimento pode iniciar um novo estágio de investigação, ou seja, descobrir uma relação algébrica que descreva o deslocamento do vértice da parábola $y = ax^2 + bx + c$. Para tanto, basta resolver o sistema

$$x_v = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow b = -2ax_v \qquad [1]$$

$$y_v = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-b^2}{4a} + c \qquad [2]$$

Daí, substituindo [1] em [2] obteremos a parábola $y_v = -ax_v{}^2 + c$ que passa pelos vértices de $y = ax^2 + bx + c$.

Realizando as devidas alterações nas representações algébricas das funções obtemos o modelo computacional abaixo que poderá ser inserido ao campo de entrada de comandos do software.

$$y = a * x \wedge 2 + b * x + c$$

$$y_v = -a * x \wedge 2 + c$$

Assim, podemos inferir que os recursos computacionais podem assumir um papel importante na representação do conhecimento matemático. Entretanto, vale ressaltar que a presença do professor nesse processo é imprescindível, pois cabe a esse identificar a situação apropriada para a utilização desses. Assim, devemos pensar a informática, com seus softwares, como ferramenta mediadora que permitem explorar situações de aprendizagem antes impossível de serem analisadas no cotidiano escolar.

4.1.3. Análise do coeficiente "*c*"

Como sabemos o coeficiente "*c*" da parábola representa a ordenada do ponto que o gráfico corta o eixo "*y*" e, além disso, esse incrementa "*c*" unidades a $f(x) = ax^2 + bx$ e portanto podemos obter famílias de funções que são obtidas a partir da translação vertical do gráfico para cima ou para baixo.

Do exposto, considerando $f(x) = x^2 + 2x + c$, podemos pedir aos alunos que anime o coeficiente c e observe que relação existe entre esse e o eixo das ordenadas. Para tanto, basta inserir as linhas abaixo ao campo de entrada de comandos do software.

$c = 0$

$f(x) \ = \ x \wedge 2 + 2 * x + c$

$P = (0, \ \mathrm{c})$

Daí, ativando o seletor de "*c*", o comando habilitar rastro para a parábola e fazendo "*c*" variar de $[-2, \ 2]$ teremos:

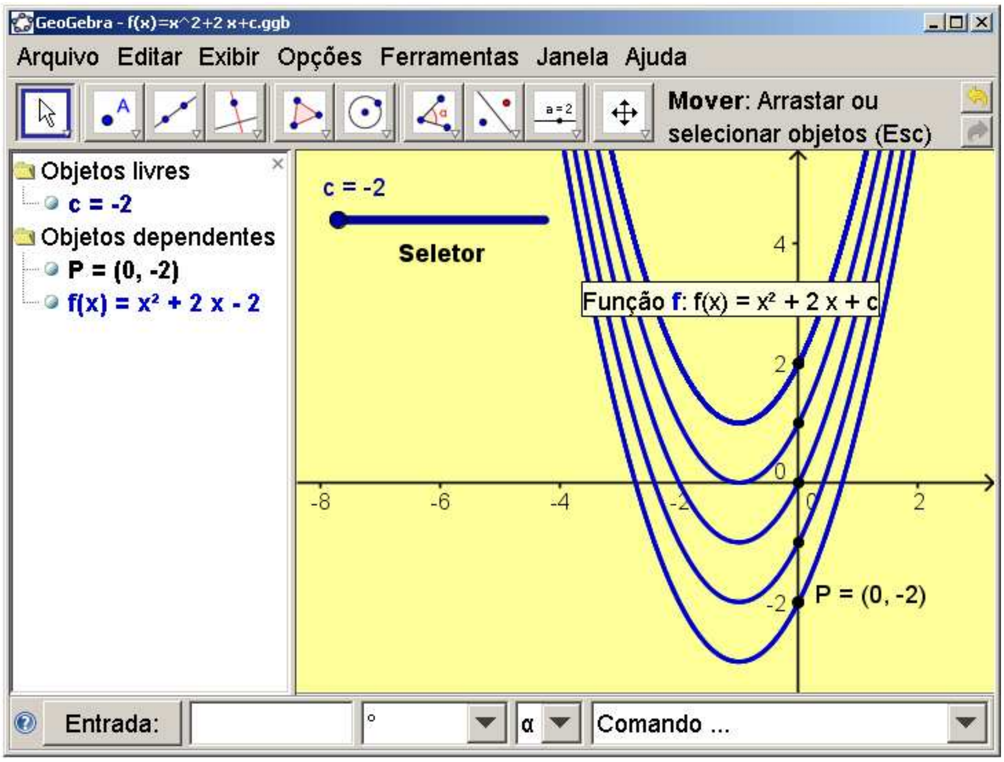

Figura 3 – Análise dos coeficientes "c"

5. GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Dado função $f(x) = ax^2 + bx + c$ se, e somente se, $f(x) = a(x - m)^2 + n$, onde $m = \dfrac{-b}{2a}$ e $n = -\dfrac{b^2 - 4ac}{4a}$ apresentamos uma proposta, desenvolvido com o auxílio do GeoGebra, que possibilite o estudo do esboço do gráfico da função quadrática. Para tanto, partimos da translação horizontal e vertical da parábola $y = ax^2$ centrada na origem do sistema de coordenadas cartesianas associado ao recurso de animação, que possibilita ampliar o ambiente de aprendizagem no que diz respeito à percepção do aluno em relação às variáveis existentes entre a representação gráfica e a escrita algébrica da função.

Ressaltamos que a utilização do *software* nessa atividade favorece uma abordagem metodológica valorizando o processo de investigação bem como a visualização simultânea das representações envolvidas.

Nesse sentido, (DUVAL 2003) ressalta que a mobilização de mais de um registro de representação do mesmo objeto favorece a compreensão em Matemática, sendo essa a única maneira de não confundir o conteúdo de uma representação com o objeto representado. Para o autor a passagem de um registro de representação a outro permite explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto matemático.

Nessa perspectiva, inserindo as linhas abaixo, na ordem que aparecem ao campo de entrada de comandos do *software*, obtemos o cenário de aprendizagem abaixo.

$a = 0$

$m = 0$

$n = 0$

$f(x) = a*(x - m)^\wedge 2 + n$

$V = (m, n)$

$V\_x = (x(V), 0)$

$V\_y = (0, y(V))$

$b = segmento[V, V\_x]$

$c = segmento[V, V\_y]$

Na figura 4 ilustra-se o resultado do procedimento acima.

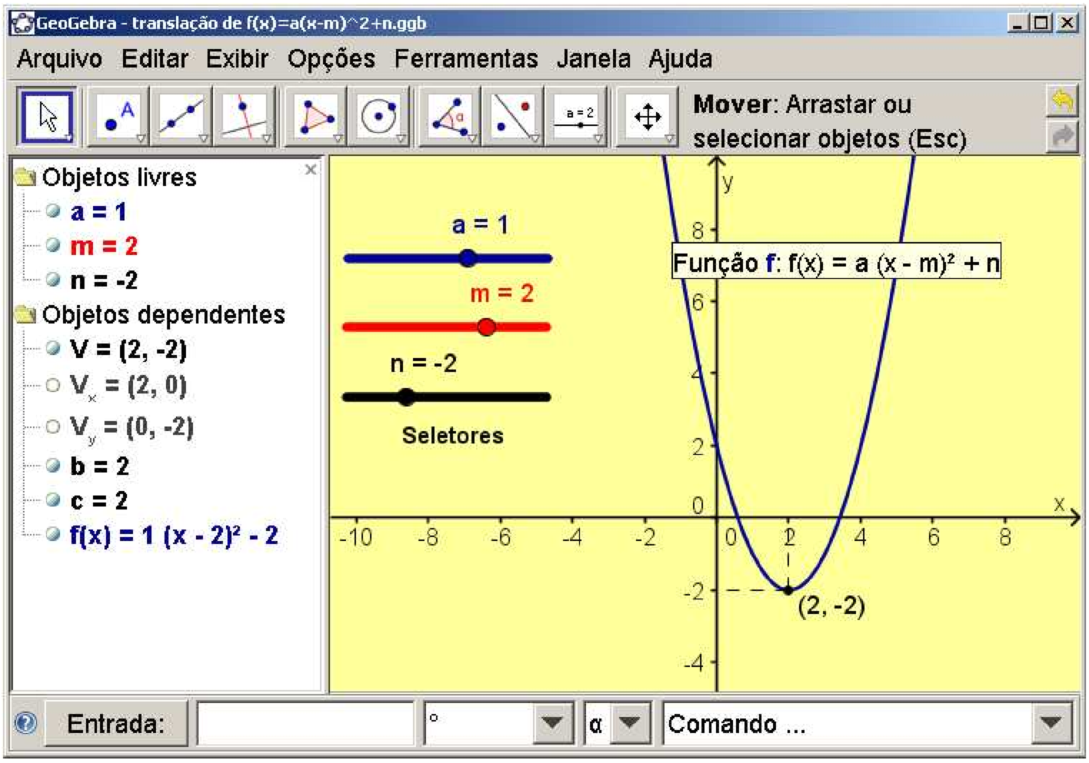

Figura 4 – Visualização das variáveis visuais utilizando o software

No cenário proposto os parâmetros "*a*", "*m*" e '*n*' estão associados seletores (ver figura 4). Daí, ativando-os o aluno poderá interagir com a interface e investigar quais alterações ocorre no traço do gráfico à medida que esses assumem valores distintos num intervalo considerado, ou seja, ao atribuir valores para "*m*" o aluno poderá observar que esse é responsável pela translação horizontal do gráfico para direita ou esquerda. Já quando alterar o valor de "*n*' esse provocará um deslocamento de translação vertical para cima ou para baixo, conforme esses sejam maiores ou menores que zero.

Nesta perspectiva segundo Borba & Penteado (2003, p. 41), "A experimentação se torna algo fundamental, invertendo a ordem de exposição oral da teoria, exemplos e exercícios bastante usuais no ensino tradicional, e permitindo uma nova ordem: investigação e, então, a teorização".

Assim, acreditamos que o ensino de funções a partir de investigação utilizando o *software* pode favorecera a aprendizagem, uma vez que, essa permite observar mais de um registro de representação de forma simultânea. Ressaltamos que esse tipo de abordagem leva o aluno a tirar suas próprias conclusões e, portanto, pode permitir uma maior apropriação dos conceitos matemáticos envolvidos nas atividades.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo permite reconhecer as possibilidades que o *software* GeoGebra oferece quando utilizado na medição do processo de ensino-aprendizagem do gráfico das funções quadráticas.

Na etapa em pauta, foi realizada a implementação informática das atividades onde valorizamos as múltiplas representações do nosso objeto de estudo e o conceito de translação associado ao recurso de animação, pois esse favorece a observação pelo alunado o que pode possibilitar maior apropriação do conhecimento. Nesse sentido, buscamos intensificar o grau de interatividade entre o usuário e as informações contidas na interface utilizada

Dessa forma, acreditamos que os softwares matemáticos permitem ampliar o ambiente de aprendizagem escolar, uma vez que, quando adequadamente utilizado, permitem explorar situações que antes eram limitadas por situações estáticas.

Num segundo momento pretende-se aplicar as atividades em sala de aula e analisar os impactos do uso desta estratégia em situações reais de ensino-aprendizagem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORBA, Marcelo C. & PENTEADO, Miriam. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In MACHADO, S. D. A, (org) **Aprendizagem em Matemática:** Registros de representações semiótica. Campinas, SP: Papiros, 2003. p. 11-33.

MAIA, Diana. **Função Quadrática:** um estudo didático de uma abordagem computacional. 2007. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_diana_maia.pdfe> Acesso em: 30 out 2007.

MORETTI, Méricles Thadeu. A Translação como recurso no Esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais. In MACHADO, S. D. A, (org) **Aprendizagem em Matemática:** Registros de representações semiótica. Campinas, SP: Papiros, 2003. p. 149-160.

PAIS, Luiz Carlos. **Educação escolar e as tecnologias da informática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

AGRADECIMENTOS

Ao Centro Federal de Educação Tecnológica do Ceará (CEFETCE), em nome dos professores que contribuíram para minha formação e em especial as professoras Natal Lânia Roque Fernandes e Luiza Santos Pontello pelas contribuições sem as quais não teria realizado este trabalho.