RESOLUÇÃO DE TRELIÇAS BIDIMENSIONAIS ATRAVÉS DE CÓDIGO COMPUTACIONAL ESCRITO EM MATLAB.

Mayse COSTA (1)*; Gustavo COSTA (2); Luciana MONTEIRO (3)
(1) Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco, Av. Prof. Luis Freire, 500, Cidade Universitária – Recife-PE, CEP 50740-540, e-mail: maysecintia@gmail.com
(2) Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco, Av. Prof. Luis Freire, 500, Cidade Universitária – Recife-PE, CEP 50740-540, e-mail: gustavokoury@recife.ifpe.edu.br
(3) Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco, Av. Prof. Luis Freire, 500, Cidade Universitária – Recife-PE, CEP 50740-540, e-mail: ll_monteiro@yahoo.com.br

* Aluna de Iniciação Científica de Nível Médio– PIBIC Técnico.

RESUMO

Com o avanço da era computacional durante os anos, na área da mecânica estrutural a utilização da computação para facilitar cálculos estruturais, tem sido cada vez mais constante. Este artigo tem como objetivo apresentar a utilização de um código computacional escrito em MATLAB para a resolução de treliças planas, bidimensionais. Iremos introduzir, brevemente, o método dos elementos finitos aplicado à treliças e mostrar a resolução do cálculo de uma treliça bidimensional, de forma automática, através do código computacional. Os resultados obtidos apresentam os deslocamentos dos nós da estrutura, as reações de apoio, além dos valores das forças internas que reagem em cada barra da treliça. Compararemos os resultados obtidos pelo código com os do software comercial produzido pela Tecgraf/PUC-Rio, o FTOOL, disponível em https://web.tecgraf.puc-rio.br/ftool/ (último acesso, julho 2010).

Palavras-chave: treliças, elementos finitos, matlab, código computacional

1 INTRODUÇÃO

A treliça é uma estrutura de grande importância para a engenharia, que oferece soluções práticas e econômicas na construção de pontes, edifícios, viadutos, coberturas, guindastes, torres, etc. (ver, por exemplo, BEER E JOHNSTON, 1976).

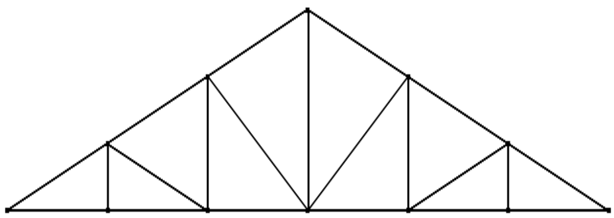


Figura 1: Treliça bidmensional

Uma treliça consiste de barras retas ligadas em juntas que visam formar uma estrutura com finalidade de resistir esforços. As barras da treliça são ligadas apenas em suas extremidades, de modo que nenhuma barra é contínua através de uma junta. As juntas que fazem a conectividade de uma extremidade de uma barra em outra são denominadas de “nós”. Em uma estrutura real estas barras são unidas por meio de conexões pivotadas e soldadas, mas para os cálculos considera-se que elas sejam unidas por pinos. As cargas geralmente são aplicadas às várias juntas e não nas barras, já que elas quase não podem suportar cargas laterais. Portanto considera- se que cada barra sofre a ação de duas forças, neste caso em suas extremidades. (SOUZA, 2006).

Os métodos normalmente utilizados para cálculos de treliças são estes: método dos nós e método das secções (BEER E JHONSTON, 1976). No entanto estes métodos apresentam o inconveniente de que quanto maior for o número de elementos, mais complexa e demorada será a resolução, se for realizada manualmente. Para facilitar os cálculos de uma treliça é utilizado um método consiste em dividir o problema em várias partes para que seja facilmente solucionado: o método dos elementos finitos. A ideia básica é dividir a treliça em suas barras (elementos) e junções (nós) e, a partir daí, estabelecer as equações de equilíbrio estático para cada uma das barras e por conseguinte, gerar o problema em forma matricial que, por sua vez, é facilmente resolvível com o auxílio de um computador. A grande vantagem desse método é que permite uma sistematização dos cálculos, possibilitando o dimensionamento rápido e eficiente de qualquer treliça, seja ela bi ou tri-dimensional.

Este artigo apresenta um projeto baseado na utilização e adaptação de um código em Matlab[1],para resolução de cálculos estruturais de uma treliça. O código pode ser encontrado no livro Finite Element Procedures (FISH, 2007)

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Desde o início da era computacional, softwares foram desenvolvidos para auxílio dos engenheiros, pois o cálculo dos esforços sempre foi uma etapa trabalhosa dentro do cálculo estrutural e dimensionamento de estruturas. (BRANCO, 2006).

Nos últimos anos, em engenharia, está se desenvolvendo cada vez mais a área CAD/CAE, a automatização de criação de geometrias de estruturas e análise estrutural. Estando eles integrados, o CAD (*Computer-Aided Design),* é responsável pela produção e representações gráficas da estrutura; o ambiente CAE (*Computer Aided Engineering),* é responsável pelo processamento de dados, oriundos do CAD, e pela análise estrutural (BRANCO, 2005). O código computacional, analisado neste trabalho, está inserido no ambiente CAE, pois processa os dados de uma treliça inseridos pelo usuário e realiza a análise desta.

SOUZA (2006), por exemplo, desenvolve algumas rotinas no ambiente do software comercial, *AutoCad,* para automatizar e otimizar projetos de estruturas metálicas tubulares. A intenção de seu trabalho é facilitar a apresentação dos conceitos estruturais para que os calculistas de estruturas metálicas e estudantes de engenharia adquirissem familiaridade em projetos de estruturas metálicas planas.

A principal contribuição desses programas de integração CAD/CAE é otimizar o projeto estrutural, e isto, consequentemente, diminui os custos e possibilita um melhor entendimento do dimensionamento da estrutura, além de auxiliar os engenheiros em seus projetos, tendo em vista estruturas mais leves e de fácil fabricação. O trabalho de CORTÊS (2002), por exemplo, se baseia na otimização de treliças para diminuir o peso dessa estrutura, pois acredita-se que isto permite a diminuição dos custos de construção. A otimização é obtida através da análise da estrutura através dos softwares.

Os softwares de análise estrutural, normalmente são desenvolvidos na base do método dos elementos finitos, que é um método computacional baseado na divisão do problema para

[1] O MATLAB é um software de programação muito utilizado em Engenharia produzido pela Mathworks (www.mathworks.com). Existem outros “clones” do MATLAB disponíveis de licença livre, em particular o “GNU Octave” que utiliza linguagem quase idêntica ao MATLAB e é de utilização livre. Este foi o software que utilizado neste trabalho.

resolução do mesmo, com já foi explicado anteriormente. Neste método quando aplicado à treliças e à solução de problemas clássicos de elasticidade linear (análise matricial), tem-se segundo DIÓRIO FILHO (1996): (a) Determinação da matriz de rigidez de cada elemento. (b). Imposição das condições de contorno do problema aos deslocamentos o que significa a indicação de como esses deslocamentos se relacionam em cada ponto nodal; e (c) determinação dos vetores de carga e indicação de como eles se somam nos nós. A solução do problema consiste em montar o sistema global de equações para a estrutura, considerando a contribuição dos pontos nodais de cada elemento, e resolver tal sistema obtendo como resposta os deslocamentos dos nós, e a partir destes, encontrar os esforços internos e as reações de apoio.

Outros trabalhos relacionados a cálculos de treliças e ao método de elementos finitos aplicados à outros problemas, podem ser consultados na literatura: REQUENA, et.al, (2000); SILVA, N.C., et.al, (2000); BRANCO, R.H.F., et.al, (2004); SOUZA, M.G.Q., et.al, (2006).

3 METODOLOGIA

A metodologia adotada foi a seguinte:

- Aplicar o método dos elementos finitos para calcular treliças bidimensionais;
- Utilizar o programa escrito em Matlab, compilar e alterar os dados de entrada de suas subrotinas para calcular a treliça em questão.
- Analisar graficamente os resultados obtidos com a ajuda de um software livre, o Ftool, produzido pela Tecgraf/PUC-Rio, disponível em: https://web.tecgraf.puc-rio.br/ftool/. (último acesso julho/2010)

4 RESULTADOS

A seguir, passamos a mostrar os resultados a partir da execução de um exemplo. Trata-se de uma treliça que possui 5 nós e 7 elementos. A área da seção transversal dos elementos são iguais a 100 mm², e os comprimentos são equivalentes a 60 cm. O módulo de elasticidade dos elementos, que é uma propriedade especifica ao tipo de material que compõe as barras da treliça, é igual a 205000 Mpa. Demonstramos, através deste exemplo, a funcionalidade do código escrito em Matlab. Primeiramente fizemos os cálculos manualmente, confirmamos através do FTOOL e, após isto, compilamos o código. Os resultados obtidos foram comparados e concluiu-se que eram idênticos, comprovando, deste modo, o funcionamento do código computacional em estudo.

Exemplo:

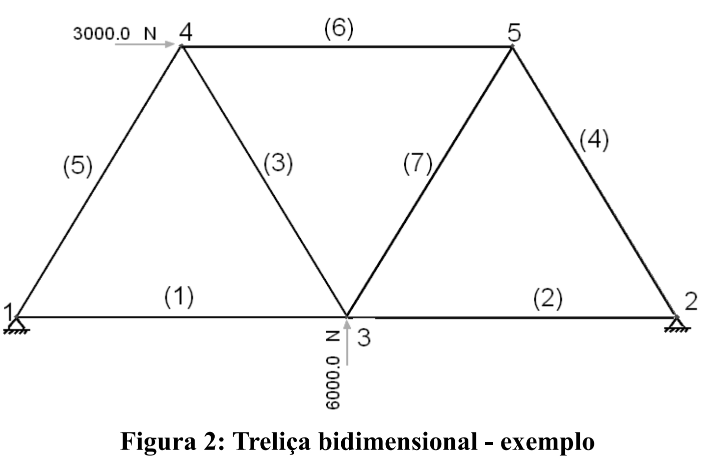
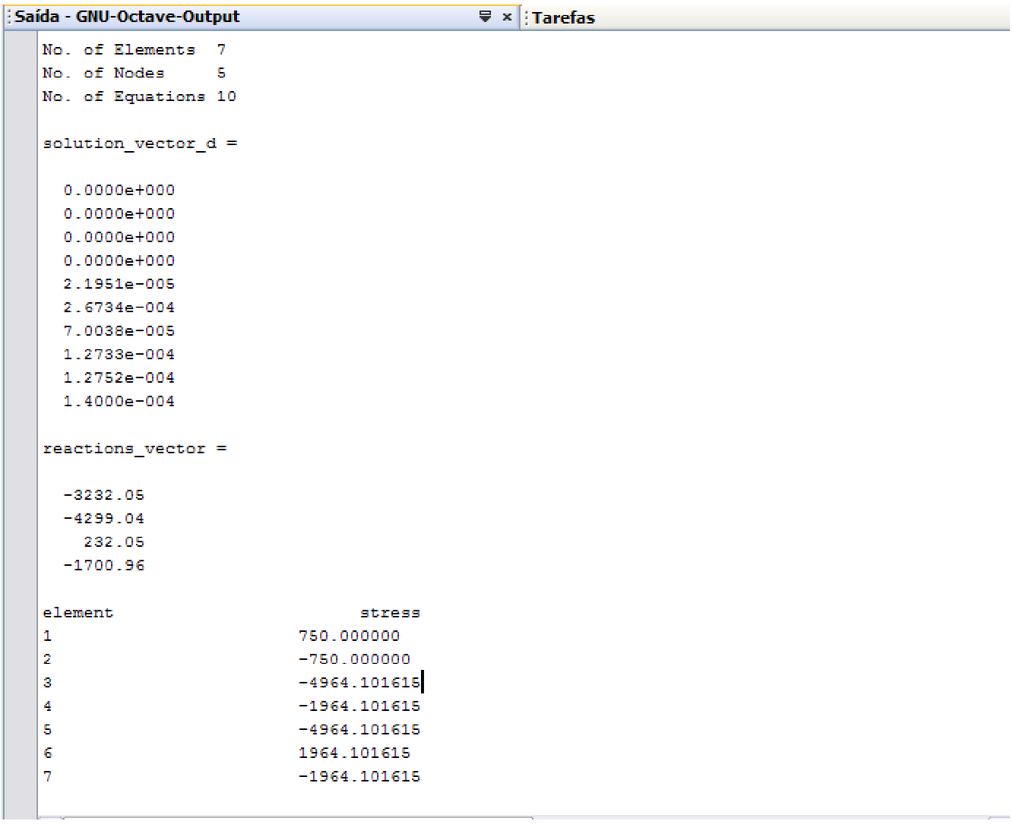


Figura 2: Treliça bidimensional - exemplo

Após inserir os dados da treliça, compilamos e obtivemos os seguintes resultados que são mostrados através da tela de saída GNU-Octave[2] (ver Figura 3), e logo mais comparados com os cálculos feitos manualmente:




```
No. of Elements  7
No. of Nodes     5
No. of Equations 10

solution_vector_d =

  0.0000e+000
  0.0000e+000
  0.0000e+000
  0.0000e+000
  2.1951e-005
  2.6734e-004
  7.0038e-005
  1.2733e-004
  1.2752e-004
  1.4000e-004

reactions_vector =

  -3232.05
  -4299.04
    232.05
  -1700.96

element                        stress
1                        750.000000
2                        -750.000000
3                        -4964.101615
4                        -1964.101615
5                        -4964.101615
6                        1964.101615
7                        -1964.101615
```

Figura 3: Resultados

Os resultados obtidos, quando efetuamos os cálculos manualmente, foram estes:

Deslocamentos:

$$d_{3x} = 2{,}19510 \times 10^{-5} m = 2{,}19510 \times 10^{-2} mm$$

Isto significa que o nó 2 da treliça, deslocou 1516,13 x 10-2 mm, no eixo x, da sua posição inicial.

$$d_{3y} = 2{,}6734 \times 10^{-4} m = 2{,}6734 \times 10^{-1} mm$$

$$d_{4x} = 7{,}0038 \times 10^{-5} m = 7{,}0038 \times 10^{-2} mm$$

$$d_{4y} = 1{,}2733 \times 10^{-4} m = 1{,}2733 \times 10^{-1} mm$$

[2] GNU-Octave é um software livre muito semelhante ao Matlab.

$d_{5x} = 1{,}2752 \times 10^{-4} m = 1{,}2752 \times 10^{-1} mm$

$d_{5y} = 1{,}400 \times 10^{-4} m = 1{,}400 \times 10^{-1} mm$

Reações de apoio:

$F_{1x} = -3232{,}05 N$

$F_{1y} = -4299{,}04 N$

$F_{2x} = 232{,}05 N$

$F_{2y} = -1700{,}96 N$

Esforços internos em cada barra.

(Por convenção, se a força for negativa então a barra sofreu compressão, se positiva, tração.)

Elemento 1:

$F_1 = 750{,}00 N$

A barra 1 está sendo tracionada.

Elemento 2:

$F_2 = -750{,}00 N$

A barra 2 está sendo comprimida.

Elemento 3:

$F_3 = -4964{,}10 N$

A barra 3 está sendo tracionada.

Elemento 4:

$F_4 = -1964{,}10 N$

A barra 4 está sendo comprimida.

Elemento 5:

$F_5 = -4964{,}10 N$

A barra 5 está sendo comprimida.

Elemento 6:

$F_6 = 1964{,}10\,N$

A barra 6 está sendo tracionada.

Elemento 7:

$F_7 = -1964{,}10\,N$

A barra 7 está sendo comprimida.

Os resultado encontrado manualmente e através do programa são idênticos, assim podemos comprovar a funcionalidade deste código computacional.

Para finalizar, vejamos a Figura 4 que ilustra a deformação da treliça que foi reproduzida através do FTOOL.

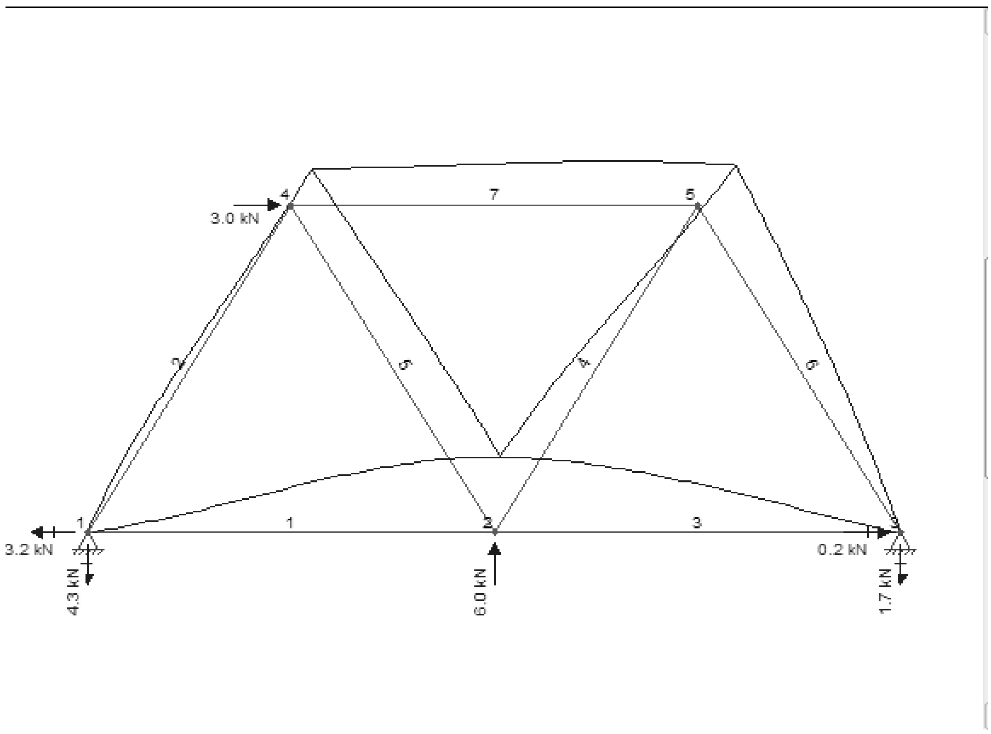


Figura 4: Deformação da treliça_exemplo2 mostrada através do FTOOL

5 CONCLUSÕES

Ao comparar os resultados, com os obtidos manualmente e através do FTOOL, vemos uma excelente concordância. A partir daí, ganhamos confiança no código para o projeto de outras treliças mais complexas. É importante notar que o programa aberto em MATLAB possui uma característica adicional ao FTOOL que é o cálculo dos esforços internos nas barras. Além disso, pelo fato do código ser aberto, é possível adapta-lo à situações novas, não previstas pelo softwares comercias.

REFERÊNCIAS

BEER, FERDINAND P.; JOHNSTON, E. RUSSEL. **Mecânica Vetorial para Engenheiros:** Estática**.** São Paulo: Mc GRAW-HILL,1976. v. 1, p. 171-190.

BRANCO, R.H.F.; REQUENA, .A.V.; SOUZA, M.G.Q. **Automação do Projeto de Estruturas Metálicas Planas Utilizando Perfis Tubulares.** XXI Jornadas Sud americanas de Ingeniería Estrutural, Mendoza, Argentina, Maio de 2004.

FISH, Jacob; BELYTSCHKO, Ted. **A First Course in Finite Elements**. John Wiley & Sons: England, 2007. p. 11-37.

REQUENA, J.A.V.; BEER, S.C.; CALLEJAS, I.J.A. **Automação e Dimensionamento de Estrutura Metálica para Arcos Circulares Treliçados.** Congresso Ibero Latino-Americano de Métodos Computacionais para Engenharia-CILAMCE 2000, Rio de Janeiro, RJ, Dezembro de 2000.

SILVA, N.C.; REQUENA, J.A.V.; ASSAN, A.E. **Análise e Automação de Treliças Metálicas Planas Considerando Não-Linearidade Física.** Congresso Ibero Latino-Americano de Métodos Computacionais para Engenharia-CILAMCE2000, Rio de Janeiro, RJ, Dezembro de 2000.

SOUZA, M.G.Q. **Automação do Projeto de Estruturas Metálicas Planas Utilizando Perfis Tubulares,** Dissertação - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.