

EQUALIZAÇÃO ÓTIMA DE UM CANAL DE COMUNICAÇÃO DIGITAL USANDO EQUALIZADORES LINEARES

Karolina M. H. COUTINHO; Sacha do Prado A. de FARIAS; Francisco J. A. de AQUINO.

IFCE – Instituto Federal de Ciência, Educação e Tecnologia do Ceará, Av. 13 de Maio, no. 2081, Fortaleza – Ceará.

E-mails: karol.nique@gmail.com; sachaprado@gmail.com; fcoalves_aq@ifce.edu.br

RESUMO

Neste artigo é descrito um sistema de comunicação digital e a importância de usar um equalizador de canal para que a taxa de erro de bit (BER – *bit error ratio*) se mantenha aceitável. Em um sistema de comunicação digital a informação a ser transmitida é convertida a um conjunto de símbolos discretos pertencentes a um alfabeto. Esses símbolos ao passarem por um canal de comunicação, especialmente, um canal de rádio, podem sofrer interferência entre si (ISI – *intersymbol interference*), pois, em geral, o canal de comunicação apresenta uma largura de banda limitada, sendo seletivo em frequência. O equalizador é um dispositivo que deve compensar os efeitos do canal de comunicação. Existem vários projetos possíveis para um equalizador. Neste artigo são comparadas três possibilidades: equalizador usando critério “zero forcing”, equalizador usando o conceito de pseudo-inversa e o equalizador usando o conceito MSE (*Mean squared error*). Foram realizadas todas as simulações computacionais usando o SCILAB, um *software* matemático gratuito disponível na internet semelhante ao famoso MATLAB.

Palavras-chave: comunicação digital, equalizador, interferência entre símbolos, taxa de erro de bit.

1 INTRODUÇÃO

Nos sistemas de comunicações digitais modernos são requeridas altas taxas de dados. Quanto maior a taxa de dados, mais o canal de comunicação se torna dispersivo no tempo (ou seletivo em frequência), isto é, o canal de comunicação espalha o sinal devido aos múltiplos percursos resultando em interferência entre os símbolos (ISI - *intersymbol interference*). A ISI pode acarretar em aumento significativo da taxa de erro de bit (BER - *bit error rate*) na comunicação, sendo um fator mais importante que o ruído (PROAKIS & MANOLAKIS, 2007). Devemos lembrar que um aumento na potência do sinal transmitido não reduzirá a ISI, mas irá melhorar a relação sinal-ruído.

Para compensar os efeitos do canal de comunicação, seja ele um link de microondas, o ar (sistemas *wireless*) ou um par de fios telefônicos, e manter a taxa de transmissão de dados alta, pode-se lançar mão de um equalizador digital de canal. A função do equalizador é, portanto, remover ou minimizar a ISI trazendo a BER à valores aceitáveis. Como, em geral, o canal de comunicação é variante no tempo, o equalizador precisa ser adaptativo, isto é, seus coeficientes devem ser ajustados automaticamente de acordo com as mudanças no canal. Entretanto, em várias aplicações, pode-se considerar o canal aproximadamente constante durante a transmissão de um bloco de símbolos (TAROKH et al., 1998).

Neste artigo, será considerado três estratégias para o cálculo dos coeficientes de um equalizador linear. Nos três casos, o canal será fixo e conhecido. Com o conhecimento do canal, pode-se calcular equalizadores ótimos segundo algum critério de otimização. Neste artigo, os três equalizadores serão comparados tendo como principal parâmetro a BER. Todas as simulações foram realizadas usando programas por nós desenvolvidos usando o *software* SCILAB (SCILAB, 2010).

O restante do artigo foi organizado da seguinte forma. A Seção 2 apresenta os fundamentos da comunicação digital e os conceitos básicos de equalização. Na Seção 3 há uma comparação dos equalizadores e comentários dos resultados de simulação. Finalmente, na Seção 4, estão as conclusões e considerações finais.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta seção apresenta os principais conceitos necessários à compreensão deste artigo. Inicia-se com uma breve revisão do conceito de comunicação digital e dos seus principais elementos. Em seguida, focaliza o

equalizador do canal de comunicação, apresentando três estratégias de equalização: “zero forcing”, equalizador usando pseudo-inversa de uma matriz e o equalizador linear usando o critério MSE. Por ultimo, há um breve comentário sobre o atraso de equalização.

2.1 Comunicação Digital

Num sistema digital, como mostra a Figura 1, as mensagens (analógicas ou digitais) precisam ser convertidas em uma sequência de dígitos binários. Essas sequências binárias contêm o menor número possível de dígitos. Assim, a tarefa do codificador de fonte é representar a informação original em uma sequência binária com pouca ou nenhuma redundância. O codificador de fonte entrega o fluxo de bits gerado ao codificador de canal. A sequência binária produzida pelo codificador de canal é passada ao modulador digital, que serve como uma interface para o canal de comunicação. O canal de comunicação é o meio físico que transmite o sinal do transmissor ao receptor.

Ao passar pelo canal, o sinal transmitido pode ser corrompido de forma aleatória por diversos mecanismos: adição de ruídos, atenuação, seletividade em frequência, deslocamento de fase, que são, em geral, dependentes do tempo. No receptor, os passos são executados na ordem inversa à do transmissor, mas tendo que trabalhar com um sinal corrompido pelo canal. Assim, o demodulador converte o sinal recebido em uma representação passa-baixa equivalente, podendo resultar em um sinal complexo discreto no tempo. O demodulador calcula uma estimativa do símbolo transmitido. Essa estimativa é passada ao decodificador de canal. O decodificador de canal tenta achar a sequência mais provável de bits de informação, levando em conta o símbolo calculado, a redundância introduzida pelo codificador de canal e o código utilizado. Nesse processo podem ocorrer erros. A probabilidade de erro é função das características do código utilizado, das formas de onda empregadas para transmitir a informação, da potência do sinal, da quantidade de ruído, dos métodos de demodulação e decodificação.

Na Figura 1 nota-se que no receptor não existe uma estrutura diretamente responsável por compensar os efeitos causados pelo canal de comunicação. Nos casos onde o canal é variante no tempo ou distorce severamente o sinal transmitido pode ser necessário o uso de um equalizador (PIMENTEL, 2007).

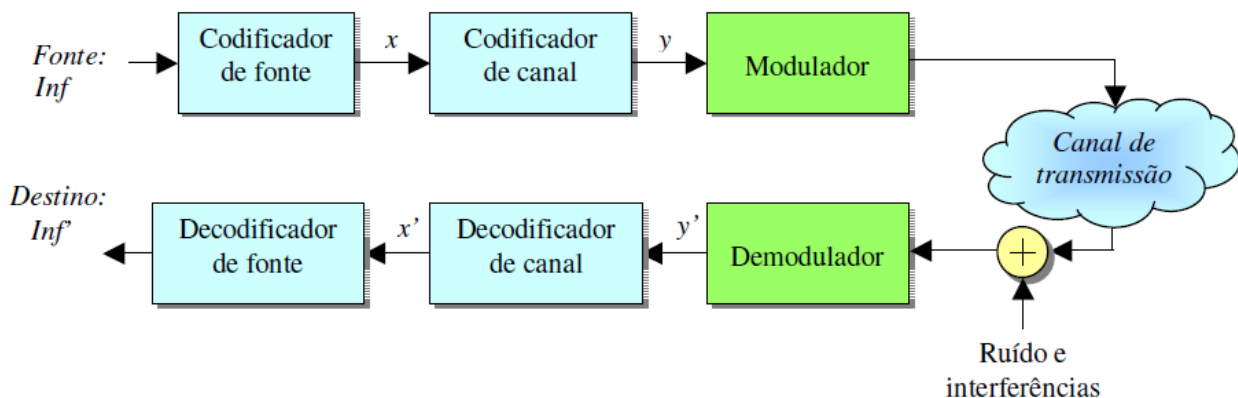


Figura 1 – Modelo de um sistema de comunicação digital.

2.2 Equalização

Uma aplicação para o filtro ótimo de Wiener é a equalização de um canal de comunicação (PROAKIS & MANOLAKIS, 2007). A Figura 2 mostra esse sistema. A fonte de informação proporciona o sinal $a[k]$ que deverá passar pelo canal de comunicação que pode ser modelado como um filtro transversal de comprimento finito (PIMENTEL, 2007). Na entrada do equalizador, o sinal $x[k]$ ainda é afetado pelo ruído $\eta[k]$, considerado gaussiano de média nula e variância σ_n^2 . O novo sinal com ruído recebe o nome de $y[k]$. O equalizador é o elemento cujo objetivo é regenerar o sinal de entrada $y[k]$. Logo, a função de transferência do equalizador deve ser aproximadamente a inversa da função de transferência do canal para que a sua saída $\hat{a}[k]$ seja a mais próxima possível da sequência transmitida $a[k]$, com um possível atraso de k_0 amostras. Em outras palavras, o equalizador deve ser um filtro adaptativo, pois o canal de comunicação é, na maioria dos casos, um sistema variante no tempo.

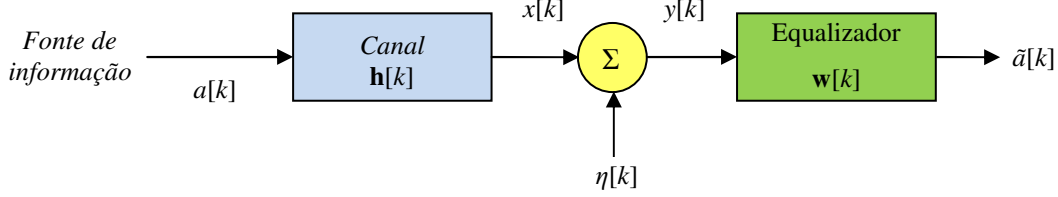


Figura 2 – Esquema de equalização de um canal de comunicação.

Matematicamente, o canal de comunicação pode ser representado por $\mathbf{h}[k] = [h_0[k] \ h_1[k] \ h_2[k] \ \dots \ h_L[k]]^T$, onde os valores $h_i[k]$ podem ser números reais ou complexos. Da mesma forma, o equalizador pode também ser representado por um conjunto de coeficientes reais ou complexos: $\mathbf{w}[k] = [w_0[k] \ w_1[k] \ w_2[k] \ \dots \ w_M[k]]^T$. A partir da Figura 2, pode-se expressar o sinal recebido $y[k]$ por:

$$\begin{aligned}
 y[k] &= \sum_{n=0}^L h_n[k] a[k-n] + \eta[k] \\
 &= [h_0[k] \ h_1[k] \ \dots \ h_L[k]] \begin{bmatrix} a[k] \\ a[k-1] \\ \vdots \\ a[k-L] \end{bmatrix} + \eta[k] \\
 &= \mathbf{h}^T[k] \mathbf{a}[k] + \eta[k].
 \end{aligned} \tag{Eq. 1}$$

Para que o equalizador consiga compensar o efeito do canal na comunicação deve-se ter $\mathbf{h}[k] \diamond \mathbf{w}[k] \approx \delta[k - k_0]$, onde \diamond representa a operação de convolução e $\delta[k]$ é o impulso unitário. Sendo o canal conhecido, $\mathbf{w}[k]$ pode ser calculado através de uma inversão de matrizes, como detalharemos a seguir.

2.3 Cálculo de $\mathbf{w}[k]$ Com Inversão de Matrizes (Equalização ZF)

Para que o valor de $\mathbf{w}[k]$ seja calculado e considerando que $h_0[k]$ é o coeficiente de maior energia do canal, pode-se “transformar” a operação de convolução entre $\mathbf{h}[k]$ e $\mathbf{w}[k]$ em um produto matricial, da seguinte forma (CARLSON, 1986):

$$\begin{bmatrix} h_0[k] & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ h_1[k] & h_0[k] & 0 & \dots & \ddots & 0 \\ h_2[k] & h_1[k] & h_0[k] & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & h_L[k] & \dots & h_0[k] & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h_L[k] & \dots & h_0[k] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0[k] \\ w_1[k] \\ w_2[k] \\ w_3[k] \\ \vdots \\ w_M[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}. \tag{Eq. 2}$$

A equação [Eq. 2] pode ser escrita de forma mais compacta como $\mathbf{H}[k] \mathbf{w}[k] = \mathbf{v}$. Logo, valor de $\mathbf{w}[k]$ pode ser calculado simplesmente por: $\mathbf{w}_{ZF}[k] = (\mathbf{H}[k])^{-1} \mathbf{v}$, o índice “ZF” indica equalização “zero forcing” (PROAKIS & MANOLAKIS, 2007). É permitido escolher livremente a posição do “1” no vetor \mathbf{v} , mas essa escolha influencia decisivamente no resultado final da equalização. Esse fato será explicado mais a frente.

Na equalização “zero forcing” o objetivo é fazer com que a interferência entre símbolos seja “forçada a zero” em todos os instantes $t = kT$ nos quais a saída do canal é amostrada, exceto para $k = k_0$, onde se supõe que o símbolo de interesse ocorra. Sob essa condição, a detecção símbolo a símbolo tem a garantia de ser ótima, de acordo com o critério de Nyquist, desde que o ruído de canal $n[k]$ seja zero (HAYKIN, 2004). Outro ponto importante é que a distorção causada pelo canal não pode ser muito severa, pois se tiver uma condição de “olho fechado”, o equalizador ZF não irá conseguir resultados adequados. Se houver o conhecimento do canal, pode-se usar a seguinte expressão para calcular o nível de distorção (PROAKIS, 1995):

$$D_n = \frac{1}{|h_n|} \sum_{k \neq n} |h_k|, \tag{Eq. 3}$$

onde “ n ” indica o coeficiente de maior energia do canal. Se $D_n > 1$, o canal apresenta uma distorção muito severa e a abordagem “zero forcing” não terá um bom desempenho.

O equalizador “zero forcing” ignora o efeito do ruído $n[k]$, levando à degradação do desempenho global devido à amplificação do ruído. Este fenômeno é uma característica inerente a esse tipo de equalização. Uma abordagem mais aperfeiçoada ao projeto de receptores é usar o critério do erro quadrático médio (em inglês, MSE – *mean square error*), o qual fornece uma solução balanceada para o problema de reduzir os efeitos de um ruído de canal e de interferência entre símbolos (HAYKIN, 2004).

2.4 Cálculo de $\mathbf{w}[k]$ Com o Uso de Pseudo-Inversa

Também poderá ser montado o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{bmatrix} h_0[k] & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ h_1[k] & h_0[k] & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ h_2[k] & h_1[k] & h_0[k] & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_L[k] & h_{L-1}[k] & \cdots & h_0[k] & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & h_L[k] & h_{L-1}[k] & \cdots & h_0[k] & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & h_L[k] & h_{L-1}[k] & \cdots & h_0[k] \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & h_L[k] & \cdots & h_1[k] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & h_L[k] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0[k] \\ w_1[k] \\ w_2[k] \\ \vdots \\ \vdots \\ w_{M-1}[k] \\ w_M[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad [\text{Eq. 4}]$$

O sistema de equações representado na [Eq. 4] não possui inversa, pois a matriz de coeficientes do canal não é quadrada. A solução desse sistema exige o uso do conceito de matriz pseudo-inversa ou a inversa generalizada de Moore-Penrose (DAHLQUIST e BJÖRCK, 1974). Pode-se calcular a matriz pseudo-inversa da seguinte forma: $\mathbf{H}^+ \equiv (\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1}\mathbf{H}^H$. Dessa forma, o vetor ótimo $\mathbf{w}[k]$ pode ser calculado por: $\mathbf{w}_{\text{PINV}}[k] = \mathbf{H}^+ \mathbf{v}$. Vale à pena notar que esse cálculo pode resultar em equalizador com o desempenho notadamente superior ao equalizador ZF, como será mostrado na seção de resultados. Novamente, não é levado em conta a presença do ruído nessa forma de equalização.

2.5 Critério MSE

Nos métodos anteriores, não levamos em consideração o ruído. Para se usar o critério MSE, o problema foi formulado da seguinte forma:

$$\mathbf{H}_{\text{MSE}} = \begin{bmatrix} h_0[k] & \cdots & h_L[k] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_0[k] & \cdots & h_L[k] & \ddots & 0 \\ 0 & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & h_0[k] & \cdots & h_L[k] & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & h_0[k] & \cdots & h_L[k] \end{bmatrix}, \quad [\text{Eq. 5}]$$

$$\mathbf{v}_{\text{MSE}} = [h_{k0}[k] \quad h_{k0-1}[k] \quad \cdots \quad h_1[k] \quad h_0[k] \quad 0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]^T, \quad [\text{Eq. 6}]$$

sendo \mathbf{H}_{MSE} a matriz de convolução do canal e o vetor de coeficientes ótimos sendo calculado por:

$$\mathbf{w}_{\text{MSE}}[k] = (\mathbf{H}_{\text{MSE}}\mathbf{H}_{\text{MSE}}^H + \xi\mathbf{I})^{-1}\mathbf{v}_{\text{MSE}}, \quad [\text{Eq. 7}]$$

onde \mathbf{I} é uma matriz identidade de dimensão compatível, $(\cdot)^H$ é transposição Hermitiana e ξ é a relação sinal-ruído.

Na seção de resultados foi mostrado que, para uma complexidade computacional semelhante ao uso da matriz pseudo-inversa, a equalização usando o critério MSE pode alcançar um desempenho tão bom ou

melhor que seu equivalente de forçamento a zero. Em geral, o desempenho de um equalizador ZF é inferior ao de um equalizador MSE.

2.6 Atraso de Equalização

Será mostrado, através de um exemplo, a importância do uso do atraso de equalização, mais detalhes sobre esse ponto pode ser encontrado em (VOOIS et. al., 1996). Definindo-se o canal $\mathbf{h} = [0,5478; 0,0548 + 0,4383j; -0,3232 + 0,5478j; -0,1857 + 0,2564j]^T$. Resolvendo a [Eq. 04] usando o conceito de pseudo-inversa e considerando um equalizador com oito coeficientes, obtém-se o equalizador \mathbf{w} correspondente. A convolução do canal com esse equalizador é apresentada na Figura 3. Verifica-se que o melhor resultado é obtido quando o atraso de equalização é de quatro amostras, pois é o resultado que mais se aproxima do impulso unitário $\delta[k]$. Também pode ser observar que irá persistir uma interferência entre símbolos residual após a equalização do canal. Calculando essa ISI residual por (LI e FAN, 2001):

$$ISI_r = \frac{\sum_k |c[k]|^2 - \max_k |c[k]|^2}{\max_k |c[k]|^2}, \quad [\text{Eq. 8}]$$

onde $c[k]$ representa a convolução do canal com o equalizador.

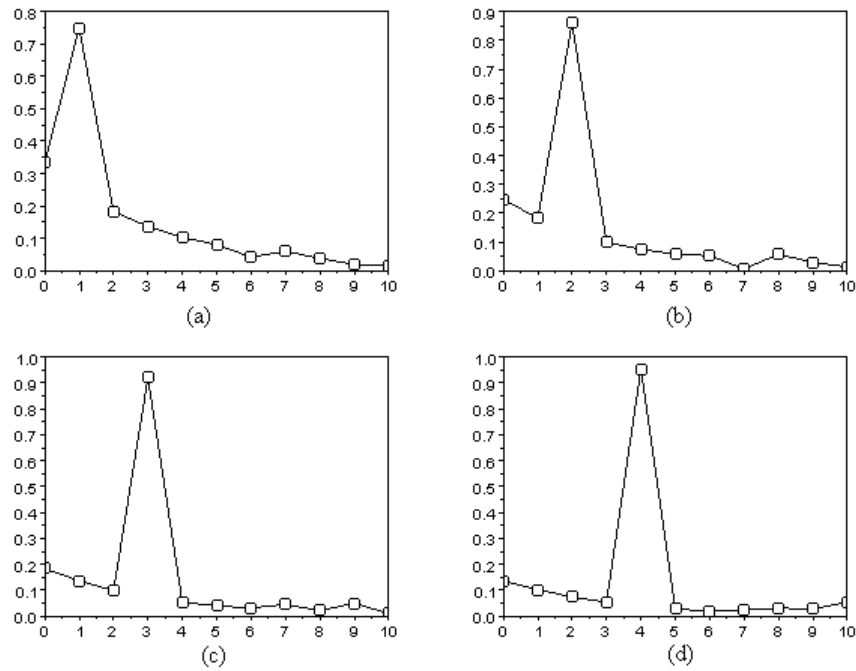


Figura 3 – Equalização do canal \mathbf{h} com atraso de: (a) uma amostra, (b) duas amostras, (c) três amostras e (d) atraso de quatro amostras.

3 COMPARAÇÃO DOS EQUALIZADORES – RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção é comparado os três equalizadores apresentados. Para isso, será usado três canais conhecidos que apresentam diferentes níveis de distorção. Os canais são:

- canal $\mathbf{h}_1 = [0,9007; 0,0901 - 0,1801j; -0,009 + 0,3423j; -0,1054 + 0,1405j]^T$;
- canal $\mathbf{h}_2 = [0,7255; 0,2176 + 0,399j; -0,1125 + 0,4607j; -0,1346 + 0,1553j]^T$;
- canal $\mathbf{h}_3 = [0,3976; 0,1988 + 0,5367j; -0,3708 + 0,4165j; -0,3819 + 0,2399j]^T$.

O canal \mathbf{h}_1 é de fase mínima, isto é, possui todos os zeros dentro do círculo de raio unitário. Para este canal, o atraso ótimo k_0 é zero. Os três equalizadores apresentam um desempenho muito semelhante e possuem coeficientes próximos quando a relação sinal-ruído é alta (30 dB). Esses coeficientes são apresentados na Tabela 1, calculou-se esses valores com o auxílio do *software* SCILAB (SCILAB, 2010).

Na Figura 4 é apresentado o sinal transmitido e o sinal recebido antes da equalização para esses três canais. O canal h_3 é um canal de fase mista, isto é, apresenta um zero fora do círculo de raio unitário. Esse canal é o que apresenta maior distorção, como pode ser visto na Figura 4-(d).

Tabela 1 – Coeficientes dos equalizadores para o canal h_1 .

w_{ZF}	w_{PINV} (<i>Pseudo-inversa</i>)	w_{MSE}
1,1102	1,1023	1,1004
- 0,1110 + 0,222j	- 0,1064 + 0,2113j	- 0,1060 + 0,2104j
- 0,0222 - 0,4663j	- 0,0150 - 0,4517j	- 0,0147 - 0,4501j
0,3086 - 0,0866j	0,2837 - 0,0859j	0,2824 - 0,0858j
- 0,1693 + 0,1175j	- 0,1564 + 0,0924j	- 0,1556 + 0,0918j
- 0,1117 - 0,2148j	- 0,0940 - 0,1776j	- 0,0936 - 0,1766j
0,1197 + 0,0064j	0,0710 + 0,0128j	0,0705 + 0,0126j
- 0,0975 + 0,1038j	- 0,0669 + 0,0555j	- 0,0665 + 0,0551j

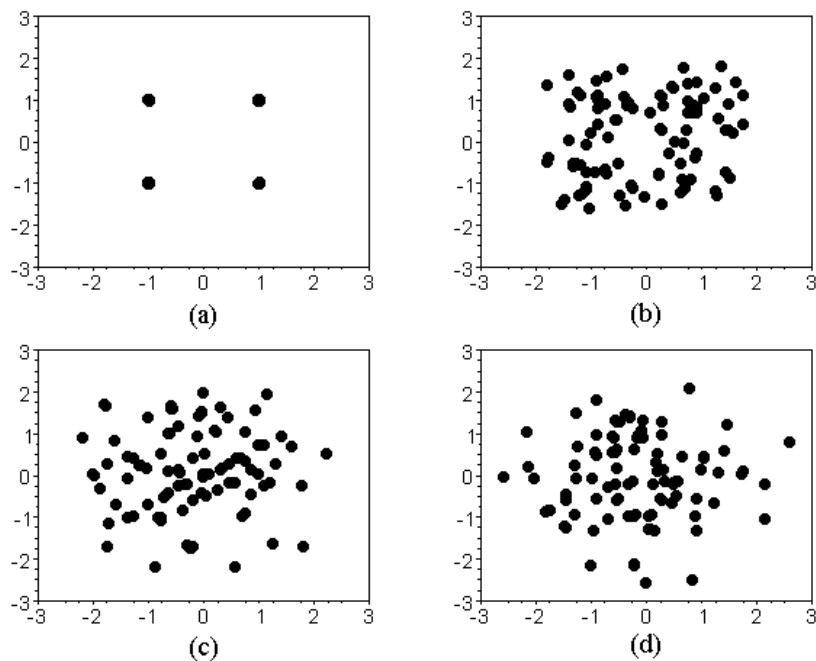


Figura 4 – (a) sinal transmitido, (b) efeito do canal h_1 , (c) efeito do canal h_2 , (d) efeito do canal h_3 .

Pode-se comparar o desempenho dos equalizadores através da transmissão de um conjunto de símbolos pertencentes a uma constelação 4-QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*) por cada um dos canais apresentados, determinando a taxa de erro de bit em função da relação sinal-ruído (SNR – *Signal to noise ratio*) para cada caso. Em cada simulação, a quantidade de símbolos transmitidos pelo canal foi de 200.000, apresentando uma distribuição uniforme. Cada equalizador, nessas simulações, possui oito coeficientes. Foi feita a relação sinal ruído variar de 0 a 20 dB, sendo o ruído considerado gaussiano. Os resultados dessas simulações é apresentado na Figura 5.

Para o canal h_1 , o equalizador MSE e o equalizador PINV (usando pseudo-inversa) apresentam um comportamento semelhante e superior ao equalizador ZF mesmo quando a SNR é baixa, cerca de 1 dB de ganho para uma BER de 10^{-4} , como pode ser visto na Figura 5-(a).

Já no canal h_2 , os equalizadores MSE e PINV apresentam um desempenho muito superior ao equalizador ZF quando a SNR é maior que 10 dB. Para uma SNR média ou alta (> 10 dB), o desempenho dos equalizadores MSE e PINV são essencialmente o mesmo, como mostra a Figura 5-(b). Para esse canal, o atraso de equalização adotado foi zero.

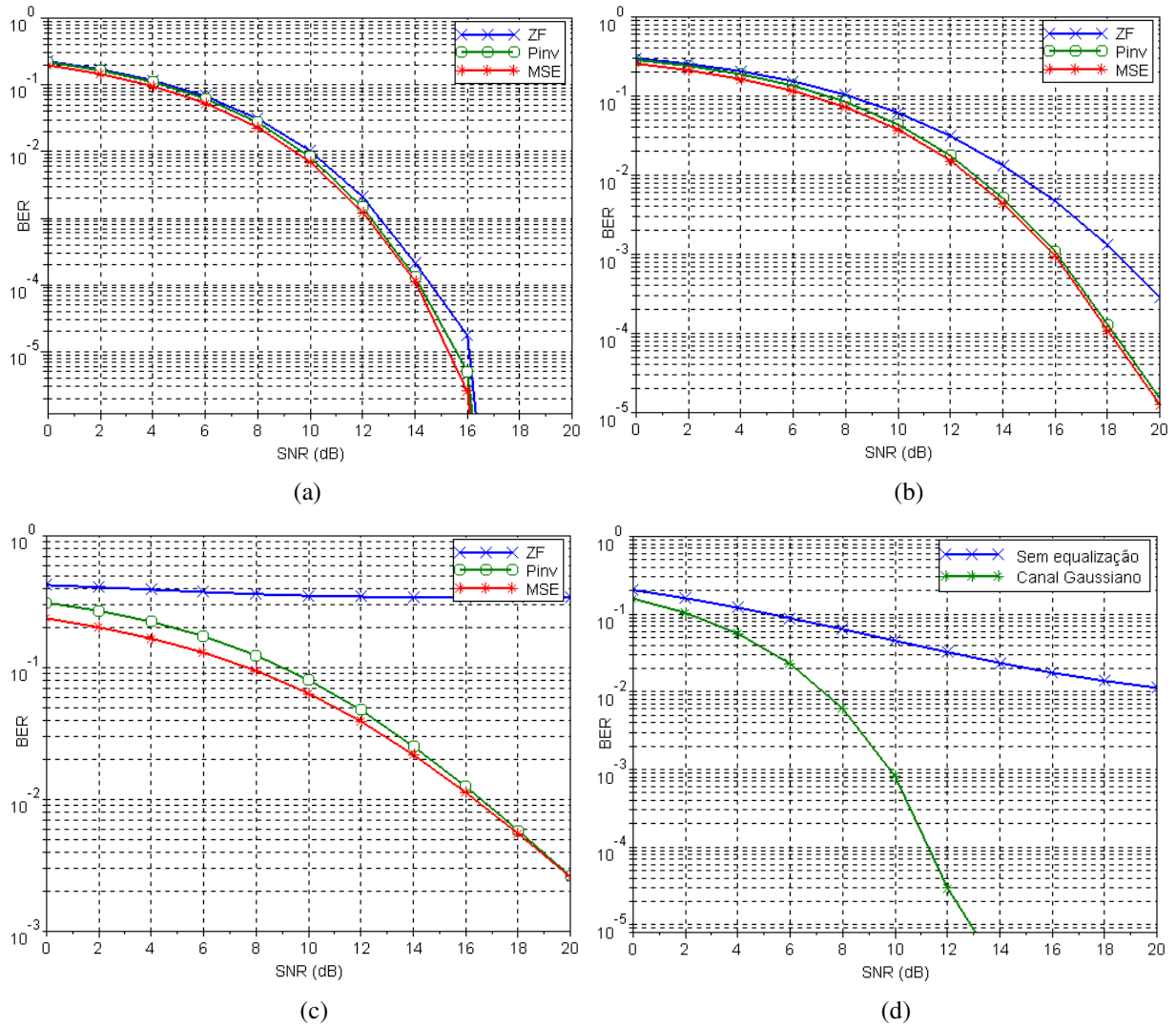


Figura 5. Curvas de desempenho dos equalizadores para os canais (a) h_1 , (b) h_2 e (c) h_3 ; (d) taxa de erro sem equalização para o canal h_1 e para o canal Gaussiano.

O equalizador ZF não consegue equalizar o canal h_3 , pois para este canal o nível de distorção introduzido é elevado, ver [Eq. 3]. Já o equalizador MSE apresenta um desempenho claramente superior ao equalizador PINV para uma SNR baixa, mas praticamente igual quando a SNR é maior que 18 dB, como podemos ver na Figura 5-(c). Para esse canal, o atraso de equalização adotado foi de cinco amostras.

Para ilustrar a necessidade de equalização, é apresentada a Figura 5-(d). Nessa figura, é mostrada a BER do sistema sem equalização para o canal h_1 , que é o canal que introduz menor distorção.

4 CONCLUSÕES

Neste artigo, foi apresentado e comparado o desempenho de três equalizadores lineares aplicados à equalização de canal de comunicação digital. Sem equalização, o sistema de comunicação pode apresentar uma taxa de erro de bit inaceitável. Conforme mostrado, foi possível verificar que o equalizador ZF apresenta um desempenho aceitável apenas quando a distorção introduzida pelo canal é pequena, sendo, porém, sempre inferior aos equalizadores MSE e PINV. O equalizador PINV apresenta um desempenho muito próximo ao equalizador MSE quando a relação sinal-ruído é moderada ou alta.

5 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Instituto Federal de Educação do Ceará e à FUNCAP (Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pelo apoio material e financeiro para o desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- CARLSON, A. Bruce. **Communication systems**: an introduction to signals and noise in electrical communication. 3.ed. Boston (EUA): McGraw-Hill, 1986. 686 p. ISBN 0-07-00960-X.
- DAHLQUIST, G.; BJÖRCK, A. **Numerical Methodos**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1974. 573 p.
- HAYKIN, S. **Sistemas de comunicação**: analógicos digitais. 4 ed. Porto Alegre: BOOKMAN, 2004.
- LI, Xiaohua; FAN, H. Howard. Direct Blind Equalization with Best Delay by Channel Output Whitening. **IEEE Transactions on Signal Processing**, New York, v. 49, n. 7, p.1556-1563, jul 2001.
- PIMENTEL, Cecilio J. Lins. **Comunicação Digital**. Rio de Janeiro: Brasport, 2007. 396 p.
- PROAKIS, Jonh G.; MANOLAKIS, Dimitris G. **Digital Signal Processing**: Principles, Algorithms, and Applications. 4. ed. Upper Saddle River (NJ): Pearson Education, 2007. 948 p.
- PROAKIS, Jonh G.. **Digital Communications**. 3 ed. New York: McGraw-Hill, 1995.
- SCILAB. **The Free Platform for Numerical Computation**. Disponível em: <<http://www.scilab.org/>>. Acesso: 13 de julho de 2010.
- TAROKH, V.; SESHADRI, N.; CALDERBANK, A.R. Space-Time codes for high data rate wireless communication: Performance analysis and code construction. **IEEE Transactions on Information Theory**, New York, v. 44, p. 744-765, Mar. 1998.
- VOOIS, P. A.; LEE, I.; CIOFFI, J. M. The effect of decision delay in finite-length decision feedback equalization. **IEEE Transactions on Information Theory**, New York, v. 42, p. 618-621, mar 1996.