

## CONSTRUÇÃO DE PLANTA E CONTROLE DO PÊNDULO INVERTIDO

**Igor PRADO (1); Jossana FERREIRA (2)**

(1) Centro Federal de Educação Tecnológica da Bahia. Avenida Rosa Cruz, Nº 1800, Bairro: Santa Cecília. Vitória da Conquista - Bahia, telefone: (77) 8805-0733, e-mail: igorfprado@yahoo.com.br

(2) Centro Federal de Educação Tecnológica da Bahia, e-mail: jossana@cefetba.br

### RESUMO

A maioria dos sistemas encontrados na prática, quer sejam sistemas naturais quer sejam de natureza técnica, são instáveis. O estudo e a implementação das técnicas de controle são utilizadas para otimizar o uso desses sistemas. O objetivo do projeto é construir e controlar uma planta do pêndulo invertido. Este trabalho se trata de uma pesquisa experimental, que se utilizou de várias referências bibliográficas, para fornecer o suporte adequado para a concepção do projeto. A pesquisa foi dividida em quatro fases, a fase de revisão bibliográfica, implementação física, implementação lógica e fase de testes. A fase de implementação física refere-se à construção do *hardware* do projeto que é constituído por uma base móvel sobre a qual oscila uma haste, com apenas um grau de liberdade. Através do deslocamento da base pretende-se manter a haste na posição vertical. A fase da implementação lógica trata-se da implementação da unidade de controle lógico, que foi realizada através de um microcontrolador PIC. O controlador PID foi escolhido, pois é uma forma refinada de controle, além de ser um algoritmo amplamente difundido no meio acadêmico e largamente utilizado na indústria. A quarta e última fase é a de testes, reajustes e aprimoramentos do projeto. Os resultados obtidos foram satisfatórios, uma vez que o protótipo equilibra de forma eficiente e precisa a haste, concluindo que a forma de controle foi bem executada e adequada para o sistema. O protótipo concluído fica a disposição, do curso de Engenharia Elétrica do CEFET-BA, para que possa vir a ser usado nas disciplinas de controle.

**Palavras-chave:** controle, microcontrolador, eletrônica, programação

## **1. INTRODUÇÃO**

Para identificar e ter oportunidade de estudar e compensar um sistema instável é comum utilizar-se em laboratório técnicas de estabilização de um pêndulo invertido. O pêndulo invertido além de ser um exemplo simples e de fácil entendimento tem considerável interesse prático porque representa a idealização em laboratório de sistemas mecânicos instáveis que são encontrados em importantes aplicações técnicas, por exemplo, os foguetes de lançamento de satélites, propelidos pela base, devem manter uma atitude vertical durante todo o lançamento, apesar de o centro de gravidade estar muito acima da base de propulsão.

Neste trabalho é apresentado um problema clássico de instabilidade que é facilmente resolvido com o uso de técnicas de controle.

Ao se abordar aspectos da educação em controle, um aspecto importante a ser destacado, pois afeta diretamente todo o processo de formação do engenheiro, é a consciência de que, na vida moderna, o controle torna-se, de forma contínua, onipresente, delimitando áreas diversificadas de atuação, incorporando complexidades variadas e aplicabilidade crescente. Emerge daqui importante condição, que permeia toda a educação em controle: a necessidade de se construir uma visão ampla, que permita aos futuros engenheiros de controle lidar com aplicações multidisciplinares, embasadas em tecnologias flexíveis, que evoluem de forma constante e extremamente rápida (Murray, 2002).

## **2. METODOLOGIA**

O projeto do pêndulo invertido teve como objetivo o aprendizado de assuntos diversos, como também a utilização da planta nas disciplinas de controle da instituição.

Para o desenvolvimento do projeto, inicialmente foi realizada uma revisão bibliográfica onde foram abordados temas como controle, programação, microcontroladores, máquinas elétricas e eletrônica básica. Essa primeira etapa foi crucial para a definição da direção do andamento do trabalho.

O projeto foi dividido em etapas para facilitar a sua execução. As etapas principais foram especificadas como: 1; 2; 3; 4; e 5, as quais são descritas a seguir.

1. Projeto e construção do protótipo;
2. Projeto do controlador;
3. Modelagem matemática e simulações;
4. Programação do microcontrolador;
5. Fase de testes e aprimoramentos.

## **3. Projeto e construção do protótipo**

O desenvolvido do módulo foi simples, consistindo de uma base e uma haste confeccionadas em madeira MDF (Medium Density Fiberboard), dois eixos de metal e rodas de skate, permitindo apenas o movimento unidimensional e a haste fixada apresenta também o movimento em apenas uma direção. O deslocamento do carrinho ocorre sobre dois eixos, um dos quais motorizado, possibilitando seu movimento lateral. A motorização, foi extremamente simples, levando-se em conta a velocidade de rotação e o consumo de carga do mesmo, utilizou-se um motor de corrente contínua de 12 V. O projeto do protótipo está apresentado na Figura 1.

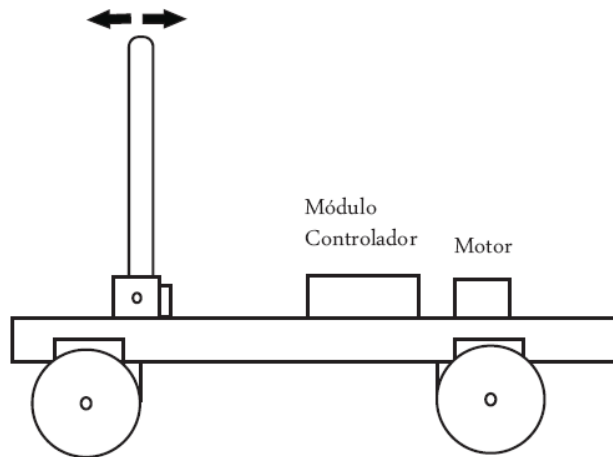


Figura 1 – Desenho esquemático do Pêndulo Invertido

#### 4. Projeto do controlador

Em muitos processos, do uso doméstico ao industrial, há necessidade de se manter um ou mais parâmetros estáveis ou, pelo menos, dentro de uma certa faixa de variação. Pode ser a pressão de um líquido ou de um gás, a rotação de um motor, entre outros.

O uso do controlador PID (Proporcional - Integral - Diferencial) é uma forma refinada de controle, usada quando as mais simples se mostram insuficientes.

O sistema desenvolvido implementou um algoritmo de controle PID, que é um algoritmo amplamente difundido no meio acadêmico e largamente utilizado na indústria.

Para um primeiro contato com controladores, o PID mostra-se, de forma didática e operacional, mais eficiente e com muitos conceitos básicos da teoria de controle, por exemplo:

- A compreensão da dinâmica de sistemas, correlacionando sua resposta à uma evolução temporal, com memória;
- O duplo caráter da estabilidade, que se coloca não só como conceito fundamental do controle, mas principalmente como requisito prático para os diversos sistemas;
- O sentimento da realimentação, com a respectiva compreensão da relação de seu custo-benefício;
- A compreensão da compensação dinâmica, que possibilita operar nos limites das especificações impostas pelas propriedades físicas dos componentes utilizados.

O algoritmo PID dentre vários outros tipos de controladores que podem ser implementados na planta do pêndulo, foi inicialmente adotado pois é o mais simples, tornando o aprendizado de conceitos de controle mais simples. A seguir na Figura 2 está um esquema de blocos do controlador PID, e seus processos.

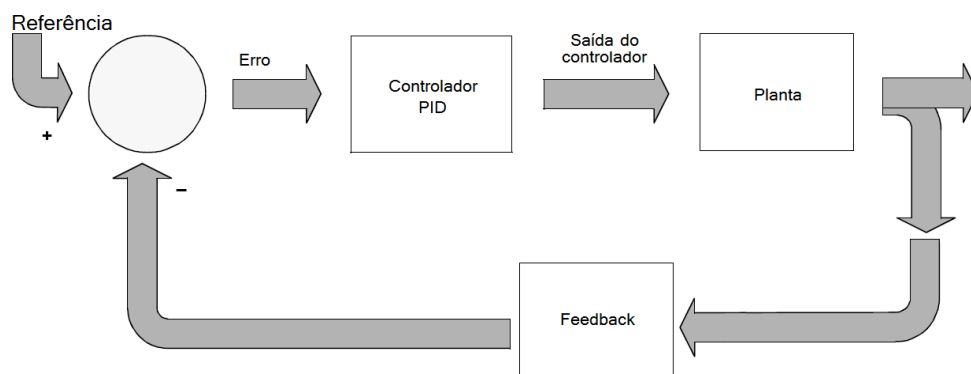


Figura 2 – Esquema de blocos controlador PID

Após especificadas as funções do projeto, pode-se determinar o melhor microcontrolador a ser utilizado. Para tal escolha deve procurar um microcontrolador que se adéque a todos os requisitos do projeto, de forma a não desperdiçar processamento e periféricos. Optou-se por um microcontrolador com uma quantidade de memória um pouco além do necessário (PIC18F452), pois caso seja necessário modificar o programa não ocorrerá a necessidade de mudar o microcontrolador, o que custará tempo e dinheiro.

O módulo controlador tem a função de acionamento do motor de corrente contínua afim de equilibrar a haste. Através de uma interface o módulo receberá os dados de posicionamento da haste através de um potenciômetro.

Durante o funcionamento normal do sistema, o valor do ângulo do pêndulo é traduzido por um potenciômetro, de forma que com o movimento da haste o potenciômetro ajusta um valor diferente de tensão esse valor é então enviado ao sistema de controle, detectando se é maior ou menor que a referência, e retorna como resposta uma ação corretiva, aplicando uma corrente no motor o que faz com que o carro de suporte do pêndulo acelere em uma determinada direção, fazendo com que o valor de tensão fornecido pelo potenciômetro seja igual ao valor de referência do controlador.

## 5. Modelagem matemática e simulações

Nesta fase foram realizadas as modelagens matemáticas do controlador e do pêndulo através do software MATLAB. A eficiência do algoritmo proposto para controle (PID) foi então avaliado e aprovado para este tipo de controle.

Como previsto na estrutura do projeto, teve-se a necessidade de utilizar a modelagem dinâmica do sistema, verificando suas potencialidades. Apresenta-se, a seguir, um equacionamento típico do modelo e as interpretações resultantes de sua simulação. O desenho esquemático das partes constituintes do pêndulo é mostrado na Figura 3, onde também são destacadas as forças e as inércias inerentes ao sistema. Define-se como  $L$  a distância do início da haste a seu centro de gravidade, como  $I$  o momento de inércia da haste do pêndulo e  $b$  o coeficiente de atrito viscoso exercido sobre o carrinho.

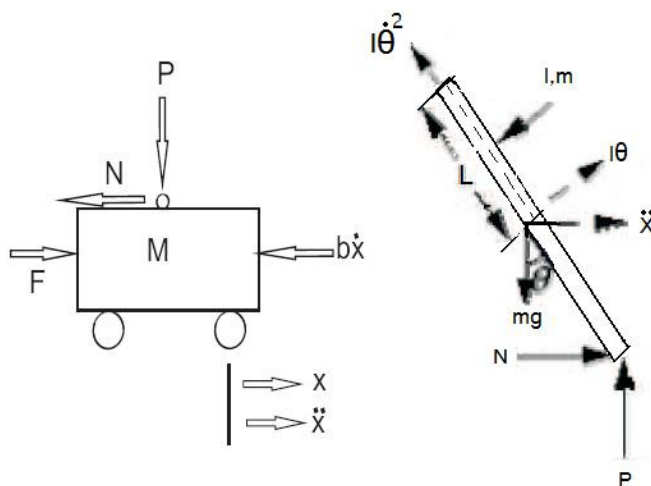


Figura 3 – Diagrama de Corpo Livre

Somando as forças no pêndulo na posição horizontal determina-se o valor de  $N$ :

$$Mx'' + bx' + N = F \quad [\text{Eq. 01}]$$

Somando as forças na direção perpendicular chega-se na Equação (2).

$$N = mx'' + ml\theta'' \cos(\theta) - ml\theta'^2 \sin(\theta) \quad [\text{Eq. 02}]$$

Para eliminar P e N realiza-se o somatório dos momentos em torno do centróide do pêndulo:

$$P \sin \theta + N \cos \theta - mg \sin(\theta) = ml\ddot{\theta} + ml\ddot{x}'' \quad [\text{Eq. 03}]$$

$$- P \sin(\theta) - N \cos(\theta) = I\ddot{\theta}'' \quad [\text{Eq. 04}]$$

Considerando que a variação do ângulo será pequena:  $\cos(\theta) = 1$ ;  $\sin(\theta) = \theta$  e  $\theta \cdot \theta^2 = 0$ . Combinando as Equações 1 e 2, obtém-se a equação 6 e a partir das Equações 3 e 4 chega-se a Equação 5.

$$(I + ml^2)\ddot{\theta}'' + mgl\theta = ml\ddot{x}'' \quad [\text{Eq. 05}]$$

$$(M + m)\ddot{x}'' + bx' - ml\ddot{\theta}' = F \quad [\text{Eq. 06}]$$

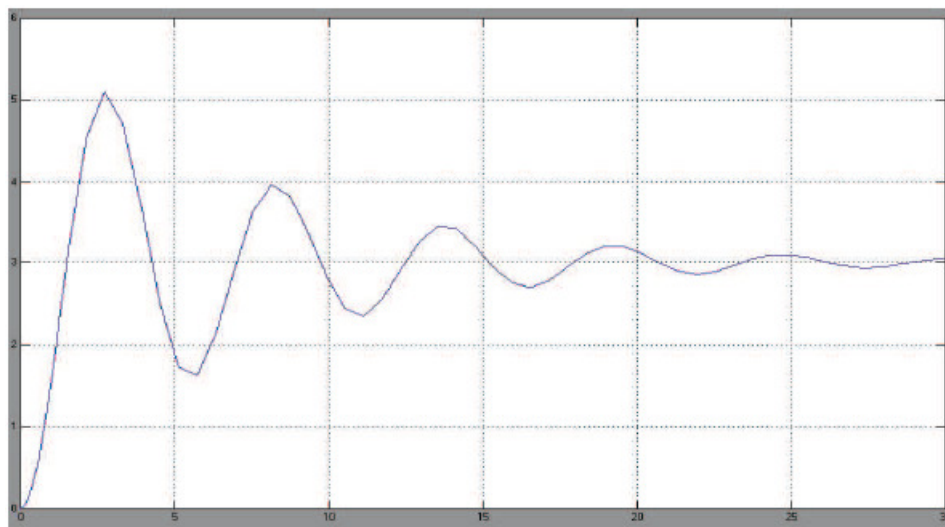
Definindo alguns dados do espaço e estados, isso conduz ao modelo final das equações dinâmicas do sistema

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{0}{I(M+m)+Mml^2} & 0 \\ 0 & \frac{-(I+ml^2)b}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{m^2gl^2}{I(M+m)+Mml^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-mlb}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{-mgl(M+m)}{I(M+m)+Mml^2} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{0}{I+ml^2} \\ \frac{I}{I(M+m)+Mml^2} \\ 0 \\ \frac{ml}{I(M+m)+Mml^2} \end{bmatrix} F \quad [\text{Eq. 07}]$$

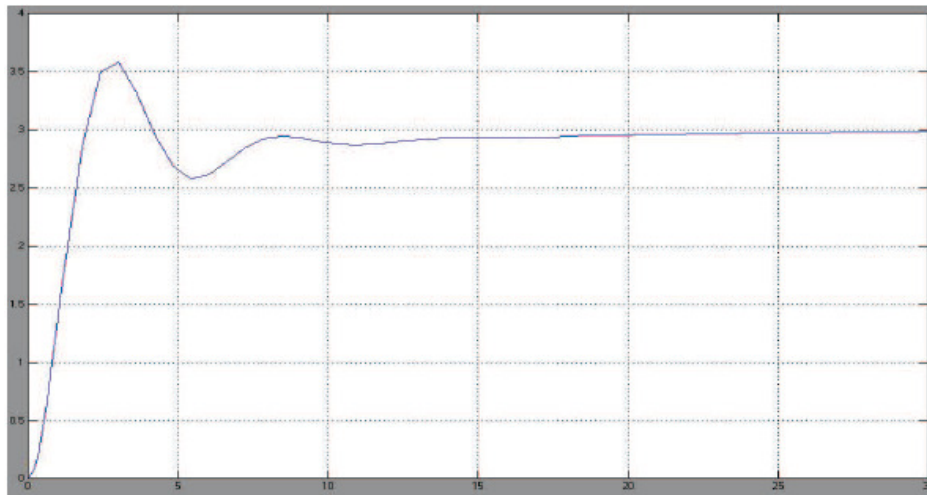
$$y = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]x$$

De posse do modelo, podemos efetuar a modelagem computacional do sistema, afim de escolher os parâmetros de controle mais adequados.

Como pode ser observado nas Figuras 4 e 5, as constantes de ajuste do controlador PID são muito importantes, pois é através delas que são definidos os parâmetros de estabilidade que o controlador irá transmitir para a planta.



**Figura 4 - Resposta do sistema com ganho proporcional 6, derivativo 0.5 e integrativo 0.8**

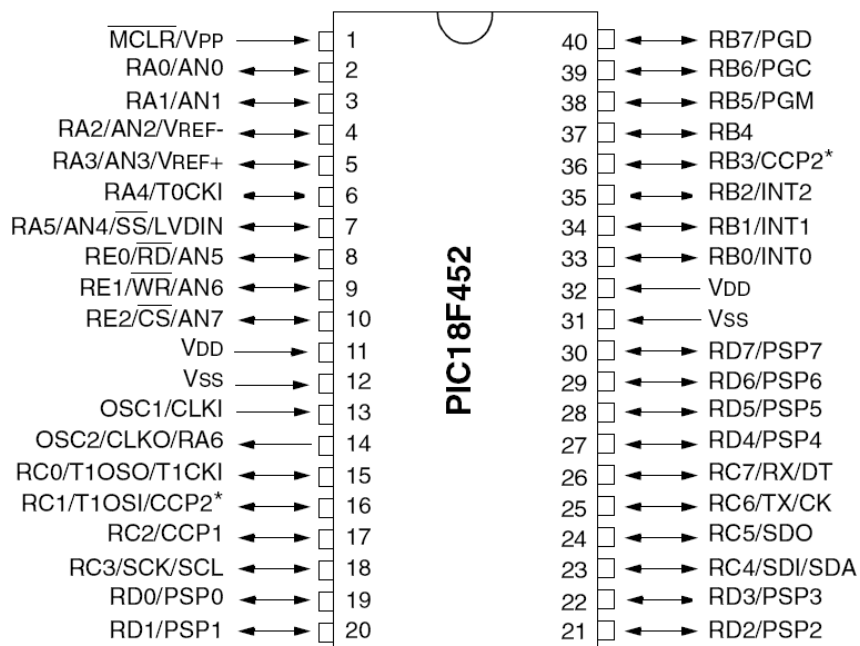


**Figura 5 - Resposta do sistema com ganho proporcional 6, derivativo 0.4 e integrativo 0.1**

Para as simulações foi usado um valor de referência (setpoint) de 3 unidades, nota-se que na Figura 4 com ganho proporcional 6, derivativo 0.5 e integrativo 0.8, o sistema demorou mais de atingir a estabilidade, no entanto na Figura 5, com ganho proporcional 6, derivativo 0.4 e integrativo 0.1, o sistema estabilizou mais rapidamente, portanto é de suma importância que os ganhos do controlador sejam ajustados para que o sistema não oscile muito.

## 6. Programação do Microcontrolador

O microcontrolador escolhido foi o PIC 18F452 da Microchip.



**Figura 6- Diagrama de Pinos do PIC18F452**

### → Características:

- Encapsulamento DIP 40 pinos.
- Memória de programa FLASH com 32 KBytes.
- Memória EEPROM de 256 Bytes.
- 4 Timers.

- 2 Módulos CCP de 10 bits.
- 10 Canais de entrada Analógica (AD).
- Módulo USART (Comunicação Serial).
- Níveis de interrupção com prioridade.
- 34 I/Os.
- Velocidade de processamento de até 10 MIPS.

Para realizar a programação de um PIC, ou qualquer outro microcontrolador, é necessário conhecê-lo bem, pois cada um possui níveis de memória e recursos diferentes.

A linguagem de programação escolhida foi o Assembly, uma linguagem de programação de baixo nível. Optou-se por essa linguagem pois o sistema precisa de respostas rápidas, além de ter várias referências para a ajuda didática.

O fluxograma para a rotina principal PID, é mostrado na Figura 7.

A rotina principal PID calcula todos os valores de erros, após todos os cálculos a saída é enviada para a variável `pid_out0:pid_out2`, que é convertido por meio de aplicação de código para o valor correto para que possa ser aplicado a planta.

Uma rotina de interrupções é importante pois define um ponto de parada para o sistema, por exemplo, se o ângulo da haste for grande ao ponto do sistema não conseguir corrigir o erro, o controlador identifica esse “erro” e interrompe o movimento.

Algumas variáveis requerem o bit de sinal, no resultado final a função desse bit de sinal é informar para qual lado a planta deve se mover para corrigir o posicionamento da haste. As variáveis são:

- erro;
- a\_erro; (erro acumulativo)
- p\_erro; (erro proporcional)
- d\_erro (erro derivative)
- pid\_erro.

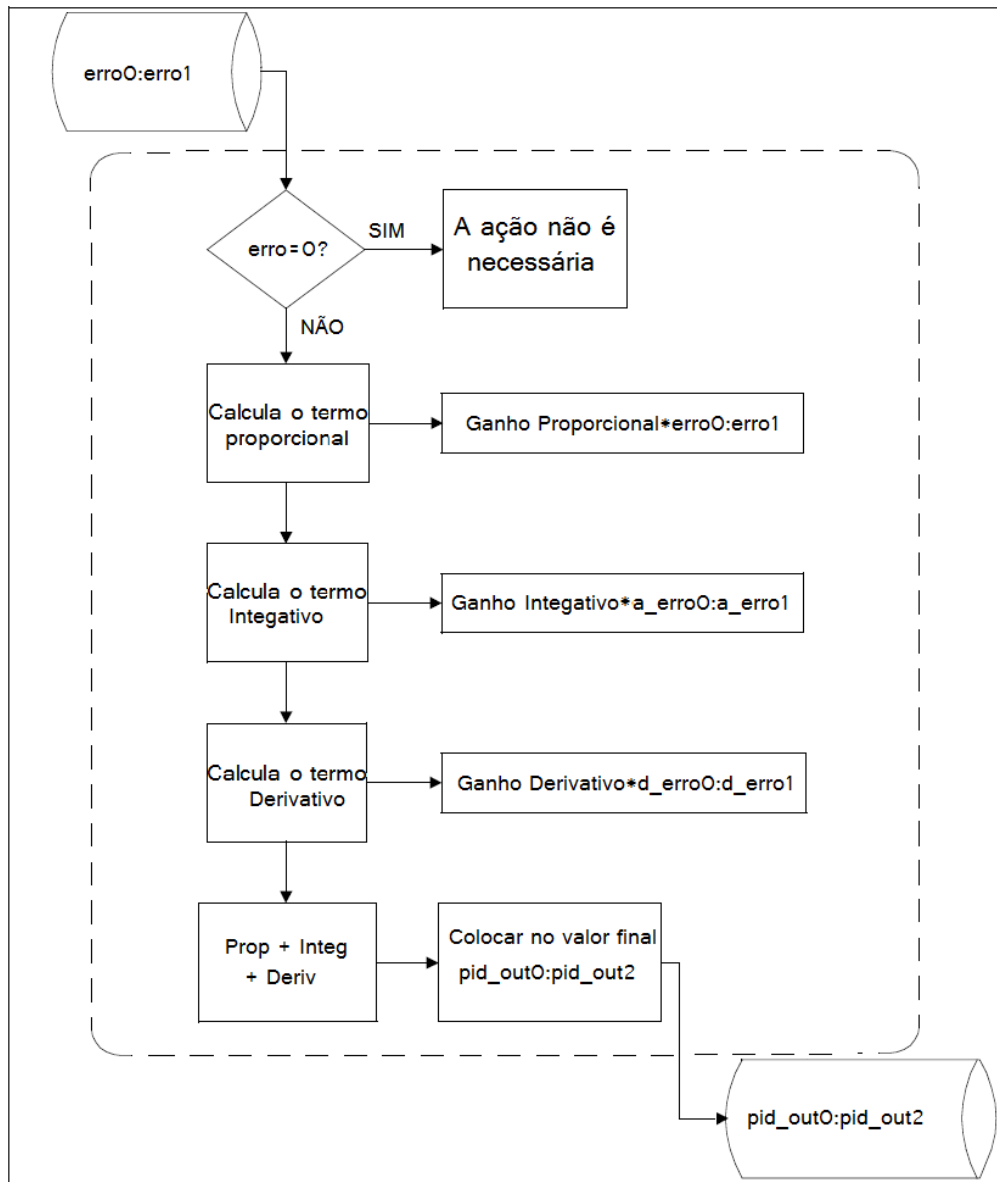


Figura 7 – Fluxograma da rotina principal PID

Para a realização da programação foi adquirido um programador para PIC (MC-Flash), essa placa de desenvolvimento é muito útil pois ela pode ser utilizada juntamente com o programa MPLab, da Microchip.

## 7. ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS

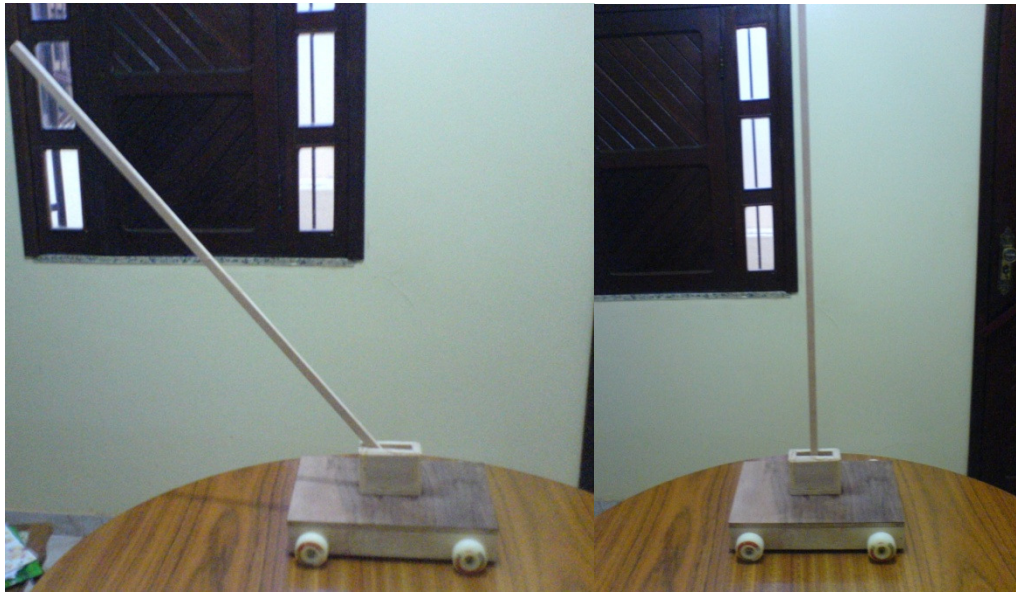
Os resultados iniciais do trabalho foram satisfatórios, atenderam aos requisitos definidos ao longo da elaboração do projeto.

A construção do protótipo se deu de forma coerente com as especificações, dentre elas os limites de peso, estabilidade, tamanho, aderência das rodas e a movimentação da haste, a imagem do carrinho construído está na Figura 8.

A simulação realizada no MATLAB atendeu às exigências de projeto, uma vez que os controladores foram sintonizados de forma adequada. Essa etapa do projeto foi de grande importância pois nela são definidas os ganhos do controlador que serão utilizados na programação do microcontrolador.

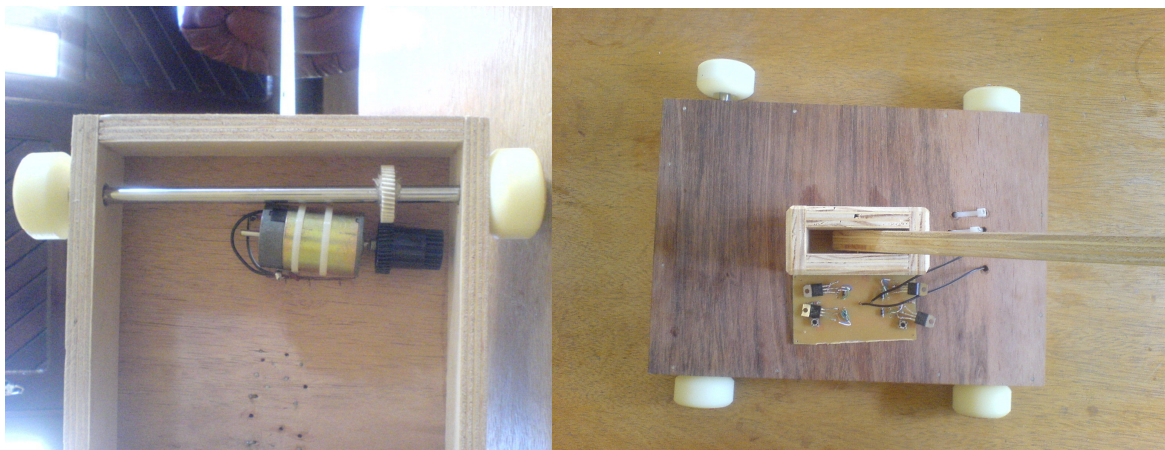
Para se comprovar a necessidade do uso de um controlador, foi feito um controle manual, nessa fase de experiência constatou-se que realmente é necessário o uso de um controlador automático para a solução de equilíbrio do pêndulo.





**Figura 8 - A imagem do carrinho construído.**

A programação do microcontrolador foi realizada com êxito o objetivo principal foi alcançado realmente, sendo que a parte matemática e de simulações foram muito bem executadas, tanto que forneceram subsídios necessários e precisos para construção de projeto, como pode ser visto, as magens na Figura 9.



**Figura 9 – Imagem do sistema mecânico e do circuito de acionamento.**

Comprovou-se também que o tipo de controlador escolhido (controlador PID) supre todas as necessidades de controle, atuando de forma estável na solução da instabilidade do pêndulo. Além de ser uma das formas de controle mais utilizadas, possibilita um grande aprendizado da teoria de controle. Isso é um aspecto muito importante do projeto, pois o protótipo ficará disponível à instituição, afim de fornecer uma exemplo real de controle, ajudando no aprendizado dos conceitos de engenharia.

## 8. CONCLUSÃO

O projeto do pêndulo invertido serviu de ponto de partida para o estudo e aprendizado de vários temas dentro da engenharia.

Neste trabalho apresentam-se os resultados da utilização de um controlador PID para solucionar um problema clássico de instabilidade. O controlador escolhido mostrou-se, através de simulações e prática, adequado para a solução do problema.

Além disso, destaca-se também o importante papel desempenhado pela simulação que permitiu a avaliação dos limites do bom desempenho dinâmico do projeto.

Com a conclusão do projeto busca-se otimizá-lo a fim de facilitar o trabalho com os aspectos de motivação para a educação em controle bem como uma relação de equilíbrio entre os aspectos teóricos e práticos da formação em controle e automação dos alunos da instituição.

## REFERÊNCIAS

Murray, M. R., editor, “Future Directions on Control, Dynamics and Systems Report” , **Control in an Information Rich World**, California Institute of Technology, June, 2002.

PEREIRA, Fábio. Microcontroladores PIC - Programação em C, Editora Érica, 2004;

OGATA, Katsuhiko. Engenharia de Controle Moderno, PHB, 4ª edição, 2004;

BOYLESTAD, R.L. Introdução à Análise de Circuitos, PHB, 8ª edição, 1997;

BOYLESTAD, Robert; NASHELSKY, Louis. Dispositivos Eletrônicos e Teoria de Circuitos. 8ª edição. Pearson Prentice Hall Brasil, 2004;

<http://www.mspc.eng.br/fldetc/pid1.asp>

<http://www.ece.ufrgs.br/~jmgomes/pid/Apostila/apostila>

<http://www.microchip.com>