

ANÁLISE FRACTAL DA SUPERFÍCIE DE FRATURA DO AÇO INOXIDÁVEL DUPLEX

Eloy de MACEDO SILVA (1); Edgard de MACEDO SILVA (2); Ênio PONTES DE DEUS (3); Daniel Cesar de MACEDO CAVALCANTE (4)

- (1) Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Ceará, Campus Cedro, eloy@ifce.edu.br
(2) Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus João Pessoa, edgard@ifce.edu.br
(3) Universidade Federal do Ceará, Campus do Pici, epontes@ufc.br
(4) Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Ceará, Campus Fortaleza, Daniel_fisico@ifce.edu.br

RESUMO

Nos últimos anos, a geometria fractal tem se tornado bastante pesquisada. Sua aplicação em diversas áreas tem crescido substancialmente, particularmente na engenharia e ciência dos materiais. Nesta pesquisa, a superfície de fratura do aço inoxidável duplex, obtida por ensaio de impacto Charpy é estudada aplicando a teoria fractal. Considerando a fragilização a 475°C, O aço foi submetido a tratamento térmico de envelhecimento para obter a superfície de fratura, onde as imagens foram capturadas através do microscópio eletrônico de varredura (MEV). Na análise fractal, um estudo foi realizado aplicando o método das ilhas e o método da análise de perfil através de digitalização de imagens. Foi dada ênfase ao cálculo da dimensão fractal da superfície (DF), a energia absorvida no ensaio de impacto, no mecanismo de fratura bem como a relação entre a dimensão fractal e o tempo de envelhecimento. Com o objetivo de melhor fundamentação teórica foi realizado uma revisão sobre a mecânica da fratura, o aço inoxidável duplex e a geometria fractal. Encerrando a pesquisa a superfície de fratura, a energia absorvida, e o valor da dimensão fractal foram analisados. São mostrados os resultados finais sobre a relação da dimensão fractal e o tamanho dos dimples na superfície de fratura e a energia absorvida no ensaio de impacto.

Palavras-chave: Fractal, superfície de fratura, Duplex

1. INTRODUÇÃO

A ampla utilização do aço inoxidável duplex em indústrias químicas e petroquímicas é acompanhada por um considerável interesse em solucionar o problema de degradação que estes materiais apresentam quando submetidos a elevadas temperaturas em serviço com conseqüente mudança das propriedades mecânicas. A fragilização a 475°C é um destes problemas e ocorre quando esse aço é aplicado à temperatura acima de 300°C por longos períodos; deste modo a fase ferrita se decompõe em duas fases, uma rica e outra pobre em cromo, fragilizando o aço, (MATHEW et al. 1999).

Vários estudos da geometria dos fractais aplicados à ciência dos materiais tornaram-se evidentes após os trabalhos publicados por Mandelbrot, considerado como pai da geometria fractal pela aplicação que o mesmo deu ao tema. Mandelbrot et al. (1984) estudaram a relação entre a energia absorvida no ensaio de impacto Charpy e a dimensão fractal da superfície de fratura e aplicaram para a determinação da dimensão fractal os dois métodos por ele desenvolvidos: o método das ilhas (“islet island analysis”) e o método da análise de perfil. Este foi um dos primeiros trabalhos publicados sobre o assunto.

Nesta pesquisa, é realizado um estudo aplicando a geometria dos fractais à análise da superfície de fratura obtida através do ensaio de impacto Charpy. O material escolhido é o aço inoxidável duplex UNS S31803 submetido a diversos tempos de envelhecimento. Na análise fractal, foi calculada a dimensão fractal das superfícies obtidas utilizando como ferramenta o método das ilhas de Mandelbrot, o método da análise de perfil através da digitalização de imagens.

2. O AÇO INOXIDÁVEL DUPLEX

Os aços inoxidáveis duplex apresentam fenômenos de fragilização em determinadas temperaturas, sendo indicada uma temperatura de serviço ideal abaixo de 300 °C, cuidados especiais devem ser tomados nas operações de fabricação que envolva elevação de temperatura. A Fragilização a 475 °C particularmente ocorre quando se trabalha com o AID em elevadas temperaturas, sendo mais rápida a 475°C, porém pode ocorrer a 300°C, para longos períodos de exposição. Esse mecanismo ocorre quando a ferrita se decompõe em duas fases, uma rica em cromo (α') e outra pobre (α) que se precipitam.

3. A GEOMETRIA DOS FRACTAIS

Objetos de formatos complexos, com dimensões fractais, já são conhecidos por matemáticos há algum tempo. (PEITGEN et al. 1992).

Mandelbrot (1981) inventou diversos métodos para estudar esta geometria complexa. Ele introduziu o termo “fractal”, que vem do adjetivo latim “fractus” com o verbo correspondente em latim “frangere” que significa quebrar, criar fragmentos irregulares. Ele publicou seus resultados nos livros “The Fractal Geometry of Nature” e “Les Objects Fractals”, obras que se tornaram importante ferramenta no estudo da geometria fractal.

a) Método da contagem de caixas

A estrutura em estudo é coberta por uma malha regular, com o tamanho de cada célula dada por “S”, sendo contado o número de caixas que a interceptam. Isto fornece um número “N”, e como N depende de S convencionou-se N(S). Em seguida muda-se “S” para tamanhos menores, e computam-se os respectivos valores para N(S). Daí, coloca-se em um gráfico log N(S) versus log (1/S) todos os valores calculados. Segundo Charkaluk et al. (1998) e Peitgen et al. (1982):

b) Método das ilhas cortadas

Experimentalmente, as superfícies das espécies fraturadas são eletroliticamente cobertas com níquel ou cromo para preservar os detalhes da fratura, montadas em resina e, então, polidas paralelamente ao plano de fratura (CHARKALUK et al.1998).

O perímetro e as áreas das ilhas são analisados em um microscópio eletrônico de varredura para cada seccionamento e digitalizados em um PC que através de softwares específicos de análise de imagens têm suas dimensões computadas. A dimensão fractal é determinada plotando-se a variação do logaritmo das áreas (log A) nas ordenadas versus o logaritmo dos perímetros (log P) nas abscissas, para todas as ilhas nos respectivos níveis estudados, para cada passo de polimento. No gráfico log A versus log P das áreas e perímetros das ilhas, obtém-se uma linha reta cuja inclinação vai corresponder a dimensão fractal Df, (RODRIGUES et al. 1998).

3.1 A fratura e os fractais

Em 1983 Coster e Chermant, em seu artigo, descreveram brevemente o uso de fractal para caracterizar superfícies fraturadas, onde mencionam a dimensão fractal como uma medida de rugosidade de superfície. Mandelbrot et al. (1984) sugeriram dois métodos experimentais denominados análise das ilhas e análise de perfil de fratura, para obter a dimensão fractal de superfícies fraturadas de aços submetidos a diferentes tratamentos térmicos. Eles encontraram que os valores de Df decresciam lentamente com o aumento da energia do ensaio de impacto Charpy (MU et al. 1988).

Lung e Mu encontraram que as relações entre as áreas e perímetros ficavam muito próximas de uma linha reta quando plotados em escala logarítmica idêntica ao que ocorreu no trabalho anterior. Eles concluíram que a origem da correlação negativa entre a dimensão fractal e a tenacidade à fratura ocorre devido ao método utilizado e que o valor medido de Df depende do padrão de medida usado para medir o perímetro e tem uma correlação quantitativa com a dimensão fractal intrínseco D0 da superfície do metal fraturado. Quando o padrão de medida é pequeno o suficiente Df aproxima-se de D0. Foi mostrado, também, que a origem da correlação negativa entre Df e KIC ocorria porque o padrão de medida usado por muitos autores era muito grande (MU et al. 1988).

Em 1999, Hilders et al. (1999), desenvolveram um trabalho com o aço inoxidável duplex. Eles mostram que Df pode ser usada como um parâmetro de caracterização do material, porque ele tem uma boa correlação

com os valores da resistência e ductilidade derivados de testes de tração. Espécimes cilíndricos foram aquecidos a 1120°C, depois resfriados em água e envelhecidos a 475°C por 1; 2; 6,5; 12; 24; 40 e 120h (duas amostras para cada condição). Em seguida, foram realizados os ensaios de tração a temperatura ambiente, as superfícies de fratura depois de preparadas foram analisadas no MEV e, finalmente, realizado a análise do perfil das fraturas.

Após a plotagem dos dados eles observaram uma redução do limite de escoamento e do limite de resistência a tração com o aumento da dimensão fractal e que a dimensão fractal diminuía com o aumento do tempo de envelhecimento aplicado a 475°C (HILDERS et al. 1999).

Em 2010, Ruzicka et al. (2010), realizam um estudo sobre uma superfície de fratura, obtida por ensaio de impacto charpy V, analisando a variação em três dimensões de uma superfície de fratura dúctil e frágil.

Do exposto, pode-se verificar a importância da concepção de estrutura fractal na caracterização de materiais, onde a dimensão fractal está intimamente ligada às propriedades mecânicas tais como tenacidade, rugosidade, limite de escoamento e muitas outras.

4. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O Foi utilizado aço inoxidável duplex UNS-S31803 com dureza igual a 21 HRC, limite de escoamento de 543,8 MPa, limite de resistência de 789,6 MPa e composição química em peso segundo a tabela 1. Parte das amostras foram usinadas como recebidas e parte foram submetidas a tratamento térmico de envelhecimento a temperatura de 475 °C, por períodos de 12, 25, 50, 100 e 175 h, em forno com temperatura controlada.

Tabela 1 - Composição Química (% em peso) do Aço Inoxidável Duplex UNS S31803 ensaiado.

C	Mn	P	S	Si	Cr	Ni	Co
0,018	1,480	0,019	0,001	0,450	22,220	5,590	0,130
Cu	Mo	N	Nb	Al	Sn	Ce	Fe
0,280	3,080	0,180	0,021	0,003	0,012	0,020	66,496

4.1 Ensaio de impacto Charpy

Foram usinados 18 corpos de prova (CP) para ensaio de Charpy - V, de acordo com a norma NBR 6157/1980, de dimensões padrão com 55 x 10 x 10 mm. O ensaio foi realizado para avaliar a tenacidade do material à temperatura ambiente e estudar a superfície de fratura, nos estados com e sem envelhecimento afim de que fosse determinada a dimensão fractal. Espaçamento entre Linhas e Parágrafos

4.2 Microscopia eletrônica de varredura

Foi utilizado um microscópio eletrônico de varredura (MEV), e as imagens foram obtidas através de um detector de elétrons retroespalhados.

Todas as superfícies fraturadas foram analisadas para aumentos de 50X, 100X, 200X, 400X e 500X, com exceção para um CP sem envelhecimento que foi acrescentado os aumentos de 600X e 1000X, para a análise fractal, totalizando 92 fractografias.

Também foram realizadas microscopias para análise da micro-estrutura do material, onde as amostras foram polidas e atacadas por reagente com Glicerina, ácido clorídrico e ácido nítrico na proporção de 3:2:1.

4.3 Cálculo da dimensão fractal

Na estimativa da dimensão fractal foram utilizados três métodos: o método das ilhas que faz a análise das superfícies de fratura, o método da seção vertical para análise do perfil, e o método da transformada de Fourier para confirmar os resultados obtidos no método das ilhas.

a) Método das ilhas

Nesta estimativa da dimensão fractal (D_f) foi utilizado uma adaptação do método das ilhas de Mandelbrot et. al (1984). O método consiste, basicamente, em seccionar (polir) a superfície de fratura paralelamente à mesma, e para cada seccionamento faz-se o registro das áreas e perímetros das ilhas obtidas. A seguir obtém-se um gráfico com a ordenada dada pelo logaritmo das áreas e a abscissa pelo logaritmo dos perímetros de todas as ilhas obtidas. A dimensão fractal será estimada através da inclinação do gráfico obtido.

Inicialmente foram obtidos através do MEV fractografias em tons de cinza com dimensões 712 X 484 pixels (24 X 16,31 cm; com resolução de 29,667 pixel/cm) e arquivo do tipo Tif (Tagged Image Format). Em seguida as fractografias foram editadas, na seguinte sequência: a) eliminação da legenda e a fractografia passa a ter dimensões 712 X 420 pixels; b) obtenção de 10 cortes através do comando limiar para cada fractografia sem legenda.

O passo seguinte consiste na localização das ilhas para cada limiar, e a determinação de suas áreas e perímetros conseguidos através do software de análise de imagem Imagetool produzido pela “The university of Texas Health Science Center In San Antonio”.

De posse das áreas e perímetros para os 10 limiares, foi calculado o logaritmo das áreas e perímetros para todas as ilhas e plotado o gráfico $\log A \times \log P$, de onde a dimensão fractal foi determinada da inclinação obtida através de regressão linear dos pontos plotados.

b) Método da seção vertical (perfil)

Para este método e para o método da transformada de Fourier as fractografias obtidas no MEV foram editadas para dimensões 420 X 420 pixels e arquivo do tipo bmp (Windows bitmap).

Este método também teve como base os tons de cinza das fractografias obtidas no MEV. Para substituir o seccionamento vertical sobre as superfícies de fratura, foi desenhado o perfil da mesma através dos tons de cinza e para cada desenho foi utilizado o método da contagem de caixas para determinação da dimensão fractal do perfil.

Sobre a fractografia (420 x 420) pixels, através do software “Image J” foram traçadas 10 linhas e Para cada linha foi desenhado o perfil da superfície de fratura seccionada levando em consideração a intensidade de pixels e, em seguida, calculada a dimensão fractal dos perfis obtidos aplicando o método da contagem de caixas, em um total de dez. Para finalizar a dimensão fractal da superfície foi dada como a média dos dez valores obtidos.

c) Método da transformada de Fourier

Neste método foi utilizado o software “Ferimage”, que é executado com o programa Matlab. O Ferimage é um grupo de funções destinadas ao cálculo de D_f de imagens obtidas no MEV ou microscópio ótico e foi desenvolvido por F.D. Bianchi e R.D. Bonetto na “LEICI. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata; Centro de Investigación y Desarrollo en Procesos Catalíticos, CONICET, UNLP”, em La Plata, Argentina. A dimensão fractal é obtida através da transformada de Fourier e regressão linear das fractografias editadas de dimensões 420 X 420 pixels e formato bitmap, em tons de cinza.

5. RESULTADO E DISCUSSÕES

5.1 Cálculo da dimensão fractal

No método das ilhas foi tomado como base os tons de cinza das fractografias obtidas no MEV, onde a intensidade de cinza de cada pixel representa a profundidade da fratura e quanto maior o valor mais profundo será o elemento. Na figura 1 a) tem-se como exemplo a fractografia para a amostra com 50 h de envelhecimento e aumento no MEV de 400X.

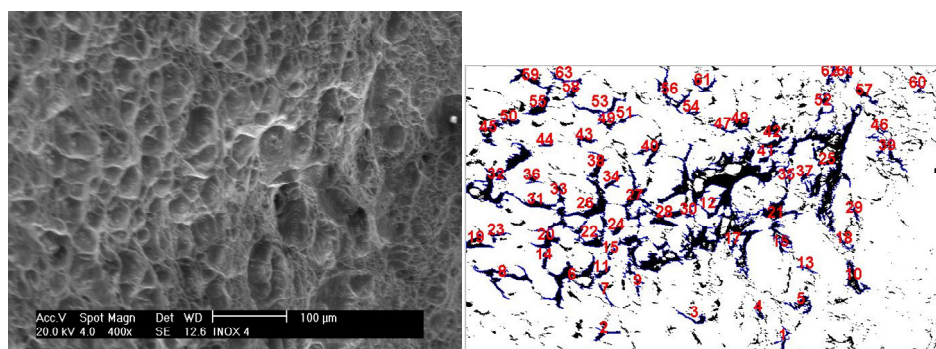


Figura 1 – a) Fractografia obtida no MEV com aumento de 400X para CP com 50h de envelhecimento. b) Mesma imagem editada para o estudo das ilhas

A Na figura 1 b) tem-se a fractografia anterior, editada para cálculo das ilhas sendo esta uma das edições feitas com o comando limiar, de um total de 10 limiares que representam os dez cortes “físicos”. Para este limiar de imagem foram obtidas um total de 956 ilhas, porém por efeito visual, numerou-se as ilhas com área superior a 100 pixel. Vasconcelos et al. (2000), utilizaram em seus trabalhos para cálculo da dimensão fractal de partículas de Sílica o mesmo esquema de edição de imagem, tendo usado oito limiares diferentes para fotos obtidas também no MEV.

Finalmente, para o cálculo da dimensão fractal, utilizou-se o estudo feito por Mandelbrot (1982), que demonstra a relação entre o logaritmo da área e o logaritmo do perímetro, sendo a dimensão fractal estimada através da inclinação do gráfico. Desse estudo é fácil chegar a expressão 1, a mesma utilizada por VASCONCELOS et al. (2000). C = Constante; Df = Dimensão Fractal ($2 < Df < 3$); A = Área das Ilhas e P = Perímetro das Ilhas

$$\log(A) = C + \frac{2}{D-1} \log(P) \quad [1]$$

Alves et al. (2001) estudaram a relação entre a mecânica da fratura elasto-plástica e a geometria fractal. O material utilizado foi o aço de baixa liga e alta resistência HSLA, e as superfícies de fratura obtidas através do ensaio da integral J.

A dimensão fractal foi calculada através das fractografias das superfícies de fratura aplicando o método das ilhas, com o uso de edições de imagem, também não sendo necessário o corte da amostra.

No método da seção vertical (perfil) o valor obtido para a dimensão fractal como se trata de perfil, corresponde a um número situado entre 1 e 2.

Campos et al. (2000), estudaram a dimensão fractal no aço API-X80, submetido a ensaio de impacto Charpy. As superfícies obtidas receberam cinco cortes “físicos” para o estudo do perfil da fratura, enquanto que neste trabalho utilizou-se dez cortes através dos tons de cinza. Em seguida, a dimensão foi obtida através de operações de dilatação e erosão do perfil, usando os tons de cinza, enquanto que neste estudo calculou-se a dimensão do perfil usando o método das caixas.

Li et al. (1995), analisaram o comportamento fractal em superfícies de fratura em barras de ferro puro e em barras de aço Cr-Ni. As superfícies também foram obtidas através de ensaio de impacto Charpy e a análise da dimensão fractal foi realizada sobre os perfis obtidos do seccionamento; três perfis da superfície em ângulos de 120° um em relação ao outro.

Nos dois casos anteriores pode-se ver que a dimensão fractal de uma superfície pode ser estimada pela análise do seu perfil. Pode-se observar também, que estiveram presentes na análise, auxiliando de alguma forma, as fractografias dos corpos em estudo.

Para confirmar os resultados obtidos para o método das ilhas foi calculada a dimensão fractal através da transformada de Fourier, com o uso do software Ferimage, para um total de 92 valores estimados. Verificou-se que 82 valores apresentaram erro menor que 5% e 10 valores apresentaram erro entre 5% e 7%, confirmando a validade do método das ilhas.

5.2 Efeito dos aumentos no MEV na dimensão fractal

Na figura 2 a), foi plotado o gráfico da dimensão fractal encontrada para cada aumento aplicado no MEV: 50X, 100X, 200X, 400X e 500X, para os diferentes tempos de envelhecimento, 0, 12, 25, 50, 100 e 175 h.

Na figura, são mostrados os resultados para a dimensão fractal obtida pelo método das ilhas. Observa-se que esses apresentam uma tendência acima de 400X de aumento que sugere um aumento ideal para estimar Df. Então, para confirmar, foi construído o gráfico da figura 2 b), somente para um dos corpos sem envelhecimento, acrescentando os aumentos de 600X e 1000X.

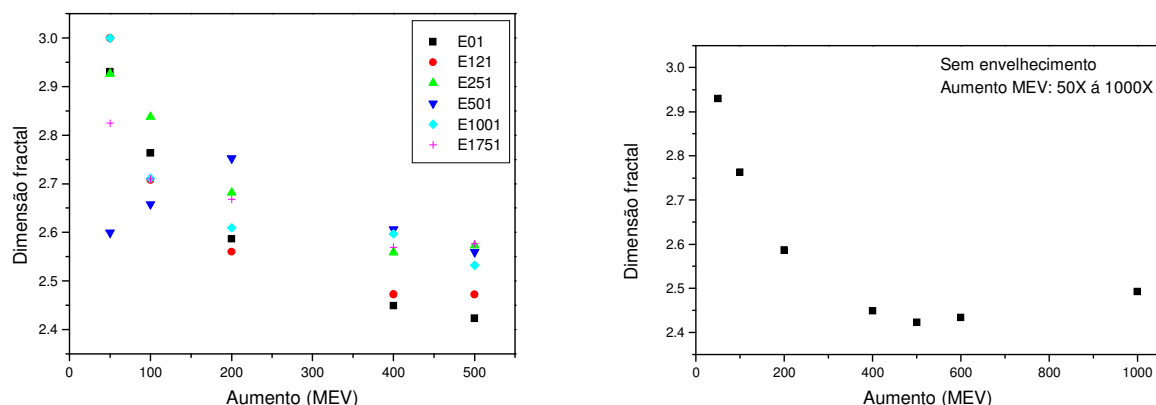


Figura 2 - a) Gráfico da Dimensão fractal contra aumento obtido no MEV (método das ilhas); b) Dimensão fractal versus aumento no MEV para CP sem envelhecimento e acrescentando aumentos de 600X e 1000X (Método das Ilhas)

Nos gráficos 2 b), pode-se verificar que a dimensão fractal da superfície de fratura varia com o aumento da fractografia até 400X. Entretanto, observa-se que acima desse valor, a dimensão fractal estimada passa praticamente a não depender do aumento, apresentando uma variação desprezível. No método das ilhas, quanto maior o aumento no MEV mais a estimativa da dimensão fractal se aproxima de 2,40, e quanto menor o aumento no MEV, mais esta se aproxima de três. O mesmo procedimento foi realizado para a análise de perfil da fratura, onde um maior aumento no MEV aproxima Df de 1,15 e um menor aumento aproxima Df de 2,0. Isso ocorre devido à aproximação da superfície de fratura torná-la mais semelhante a uma superfície plana.

LI et al. (1995), utilizando em seus trabalhos fractografias obtidas no MEV, observaram que quando é analisada uma fractografia com aumento muito elevado, a análise da superfície de fratura ocorre apenas em cima de alguns grupos de dimples, com uma diminuição da representatividade da superfície como um todo, não sendo indicado portanto, para representar as características geométricas da superfície. Do mesmo modo, quando o aumento da fractografia é muito baixo, alguns detalhes da superfície de fratura não são captados pelo MEV.

Li et al. (1995), aplicaram em seus trabalhos aumentos entre 200X e 2600X, e sugeriram um aumento ideal entre 400X e 800X.

Aué (1997), utilizando imagens obtidas no microscópio de força atômica, encontrou que a dimensão fractal depende do aumento aplicado, apresentando uma tendência de permanecer constante acima de 8000 nm.

Do exposto acima, conclui-se que o aumento ideal nas condições de ensaio aplicadas está entre 400X e 500X, e por isso resolveu-se trabalhar com aumentos de 400X para a estimativa de Df.

5.3 O tratamento térmico de envelhecimento e a dimensão fractal

Na figura 3, tem-se a dimensão fractal versus o tempo de envelhecimento para o método das ilhas e o método da análise de perfil. Estão assinaladas no gráfico, as médias de Df obtidas para os três CP na mesma condição de envelhecimento, utilizando as fractografias com aumentos de 400X. Deve-se observar que apesar das diferentes formas de estimativa de Df há uma correspondência entre os dois gráficos.

Pode-se verificar no gráfico que a dimensão fractal varia com o tempo de envelhecimento apresentando um valor menor para a condição do material para 0 e 12 h de envelhecimento e uma tendência de permanecer em um patamar acima de 50 h de envelhecimento.

Observa-se então que quando o mecanismo de fratura predominante é a presença de dimples, a dimensão fractal da superfície acompanha a geometria deste, sendo inversamente proporcional ao seu tamanho.

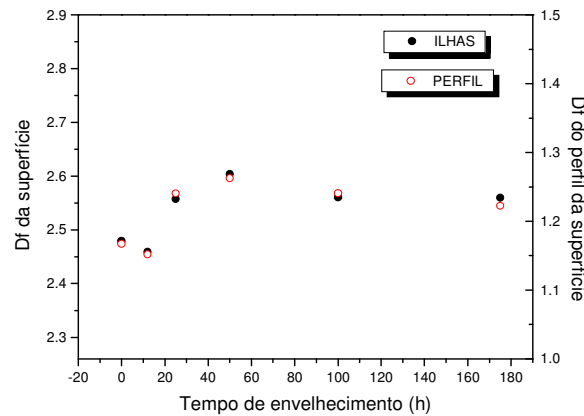


Figura 3 - Variação da Dimensão fractal com o Envelhecimento a 475 °C.

6. CONCLUSÕES

Foi analisada, aplicando a geometria fractal, a superfície de fratura de corpos de prova de aço inoxidável duplex UNS S31803 envelhecidos a 475°C, submetidos a ensaio de impacto Charpy, a temperatura ambiente. Os resultados experimentais permitem concluir que:

1. Para esse material quando o método para cálculo da dimensão fractal for realizado com o uso de fractografias, para o aço inoxidável duplex o aumento ideal a ser utilizado no MEV está entre 400X e 500X; acima destes aumentos a dimensão praticamente não sofre variação enquanto que abaixo destes os valores conseguidos variam muito. Esta variação ocorre porque as superfícies de fraturas são fractais naturais e com isto apresentam um limitado campo de escala.

A desprezível variação que ocorre na estimativa da dimensão fractal acima de 400X, indica este intervalo como ideal para cálculo de Df, porém é sugerida a utilização de valores entre 400X e 500X pois nas fractografias obtidas estes aumentos caracterizam melhor a superfície de fratura, com uma melhor visualização do mecanismo envolvido.

2. Os valores obtidos através da aplicação do método das ilhas (entre 2 e 3) são coerentes com os conseguidos aplicando o método do perfil (entre 1 e 2); apesar de diferirem de uma unidade e apresentarem também uma parte decimal diferente, ambos representam a superfície de fratura. Este fato é melhor visualizado quando são colocados em um gráfico os valores obtidos para Df e os valores obtidos para uma propriedade da superfície de fratura; observa-se que os gráficos resultantes praticamente se sobrepõem.

3. Quando o mecanismo de fratura predominante for dimples em um ensaio de impacto, terá maior dimensão o elemento que apresentar menor tamanho de dimples.

4. Entre dois elementos confeccionados de um mesmo material (corpo de prova), mas que devido as diferentes condições a que foram submetidos (tratamento térmico) forem alcançados para os mesmos diferentes valores de energia absorvida em ensaio de impacto Charpy, as grandezas dimensão fractal e energia absorvida para o impacto serão inversamente proporcionais quando a superfície de fratura for formada predominantemente por dimples. A dimensão fractal será maior para o corpo que absorver menor energia e será menor para o corpo que absorver um valor maior.

5. Para superfícies de fratura do aço inoxidável duplex o valor da dimensão fractal em torno de 2,56 corresponderá a uma fratura do tipo frágil, enquanto para uma superfície dútil a dimensão será aproximadamente 2,45, sendo a dimensão fractal menor para a superfície dútil que para a superfície frágil.

7. REFERÊNCIAS

- ALVES, L. M. ; SILVA, R. V. ; MOKROS, B. J. **Influence of crack fractal geometry on elastic-plastic fracture mechanics**, Physica A, v.295, p144–148, 2001.
- AUÉ, J. J. **Fractals and fracture: Structure-property relationship of highly porous ceramics**.thesis, 1997.
- CAMPOS, K. A. et al. **Quantitative fractography of profiles by digital image processing:analysis of a microalloyed steel at different microstructural conditions**. Acta Microscopica, v.9, supl. A, p263-264, 2000.
- CHARKALUK, E.; BIGERELLE, M.; IOST, A. **Fractals and fracture**. Engineering Fracture Mechanics, n.61, p.119-139, Jun, 1998.
- HILDERS, O. A.; SÀENZ, L.; RAMOS, M.; PEÑA, N. D. **Effect of 475°C embrittlement on fractal behavior and tensile properties of a duplex stainless steel**. Journal of Material Engineering and Performance, v.8, p.87-90, 1999.
- LI, X. W. et al. **Quantitative analysis of fracture surface by roughness and fractal method**. Scripta Metallurgica et Materialia, v. 33, n.5, p 803-809, 1995.
- LUNG, C. W.; MU, Z. Q. **Fractal dimension measured with perimeter-area relation and toughness of materials**. Physical Review B, v.38, n.16, p.11781-11784, 1988.
- MANDELBROT, B. B. **The fractal geometry of nature**. New York, W.H. Freeman and company, 1982.
- MATHEW , M. D. et al. **Low temperature aging embrittlement of CF-8 stainless steel**. Materials Science, 1999.
- MU, Z. Q.; LUNG, C. W. **Studies on the fractal dimension and fracture toughness of steel**. J. Phys. D: Appl. Phys. n.21, p.848-850, 1988.
- OLSSON, J.; LILJAS, M. **60 Years of Duplex Stainless Steel Applications**. Avesta Sheffield Corrosion Management And Application Engineering, n.2, p.17-23, 1996.
- PEITGEN, H. O.; JÜRGENS, H.; SAUPE, D. **Chaos and fractals: new frontiers of science**. New York, Springer – Verlag, 1992.
- RODRIGUES, J. A.; PANDOLFELLI, V. C. **Insights on the fractal-fracture behaviour relationship**. Materials Research, v.1, n.1, p.47-52, 1998.
- RUZICKA, S.; HAUSILD, P. **Fractal aspects of ductile and cleavage fracture surfaces**. Engineering Fracture Mechanics, n.77, p.744 – 752, 2010.
- VASCONCELOS, W. et al. **Fractal structure of colloidal sol-gel silica particles and agglomerates**. Acta Microscopica. v.9, supl. A, p141-142, 2000.