

IMPLEMENTAÇÃO DO FILTRO DE RESPOSTA FINITA (FIR) NÃO RECURSIVO ATRAVÉS DO MÉTODO DAS JANELAS

Elder E. C. de OLIVEIRA (1); Suzete É. N. CORREIA (2); Laércio M. de MENDONÇA (3)

(1) CEFET-PB/GTEMA, Av Primeiro de Maio, 720 Jaguaribe
CEP: 58015-430, João Pessoa - PB, telefone: 3208 3055, e-mail: planckk@yahoo.com.br

(2) CEFET-PB, e-mail: suzete@cefetpb.edu.br

(3) UFRN, e-mail: laercio@ct.ufrn.br

RESUMO

Neste trabalho apresentamos os procedimentos de implementação do filtro de resposta finita (FIR) não recursivo empregando-se o método das janelas. O objetivo principal foi desenvolver uma ferramenta didática computacional para simulação desses filtros do tipo passa-baixas através do método citado. No desenvolvimento dessa pesquisa foram desenvolvidos programas computacionais para simulações dos filtros FIR, empregando a plataforma computacional Scilab®. Desta forma se pode empregar o método das janelas no projeto de filtros FIR com fase linear, que consiste em determinar os coeficientes da resposta ao impulso que produz uma resposta em frequência capaz de atender a um conjunto dado de especificações para o filtro. O estudo mostra também um estudo de caso através da simulação computacional. Com a implementação desse método podemos ter a visualização gráfica dos espectros de amplitude, frequência e fase. A aplicação do método das janelas para o projeto de filtro digital FIR certamente terá contribuído para o ensino de disciplinas do curso de engenharia de telecomunicações, tais como processamento digital de imagens e processamento digital de sinais.

Palavras-chave: filtros digitais, filtros FIR, método das janelas

1. INTRODUÇÃO

Em todo sistema de comunicação, o foco principal é transmitir informações de um ponto a outro ponto remoto. Precisa-se, portanto, de um ponto de origem onde se localiza o transmissor que envia a informação, e um ponto de chegada onde se localiza o receptor que recebe a informação enviada.

O sinal pode ser tratado pelos mecanismos de comunicação de várias maneiras diferentes. Na década de 60, os sinais eram convertidos em formas de onda de corrente ou tensão, e tratados por elementos de circuito. Hoje em dia com o avanço das tecnologias digitais, os sinais são convertidos para uma representação discreta (digital) que pode ser facilmente compreendida e manipulada por um processador digital (Oppenheim, 1999).

Existem inúmeras vantagens no uso de processamento digital de sinais, tais como: os circuitos são mais flexíveis, é possível reconfigurar um sistema apenas mudando a programação dos dispositivos, pode-se reaproveitar o projeto do *hardware* e *software* em projetos não relacionados. Exemplos de sinais que podem ser manipulados por um processador incluem: sinais de voz, música e áudio, imagens, seqüências de imagens, multimídia em geral, filmes contendo trilhas de áudio e vídeo, sinais de sensores de uma linha de montagem, como sinais de temperatura ou peso de uma correia transportadora, sinais biomédicos como eletrocardiogramas ou eletroencefalogramas, sinais de transmissão de celulares e telefonia em geral, entre outras. Toda área do conhecimento que lida com a informação se beneficia do processamento de sinais.

Neste artigo uma ferramenta didática para simulação de filtros digitais FIR é proposta. A seção 2 apresenta um estudo revisional de um filtro digital FIR. O projeto de um filtro digital FIR através do método das janelas é mostrado na seção 3. As seções 4 e 5 mostram respectivamente os resultados das simulações dos filtros digitais FIR usando janelas diferentes, e as conclusões referentes a este trabalho.

2. FILTRO FIR

Com relação à resposta ao impulso, se o sistema é implementado através de uma equação de diferenças que não contenha termos recursivos (ou seja, a saída não é realimentada a entrada), conforme Figura 1, e a resposta ao impulso deve ser finita para ser implementável, esse tipo de filtro é denominado FIR (do inglês *Finite Impulse Response* ou Resposta Finita ao Impulso).

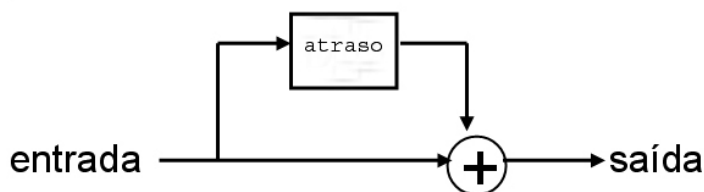


Figura 1 – Filtro FIR

3. PROJETO DE FILTROS FIR COM FASE LINEAR USANDO JANELAS

Filtros com resposta ao impulso limitada possuem algumas vantagens em sua implementação. Pelo fato de serem finitos, filtros FIR sempre serão estáveis. A resposta em frequência de um filtro causal de N-ésima ordem é

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^N h[n] e^{-jn\omega} \quad [\text{Eq. 01}]$$

E o projeto de um filtro FIR consiste em determinar os coeficientes de $h[n]$ que produzam uma resposta em frequência capaz de atender a um conjunto dado de especificações para um filtro.

3.1. Janelamento

Uma forma bastante direta de obter um filtro de duração finita é truncando a resposta ao impulso infinita de um filtro ideal. Seja $h_d[n]$ a resposta à amostra unitária de um filtro seletivo de frequência ideal de fase linear, então se tem que:

$$H(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega})e^{-j(\alpha\omega-\beta)} \quad [\text{Eq. 02}]$$

Como em geral o comprimento de $h_d[n]$ é infinito, é necessário encontrar uma aproximação FIR para $H_d(e^{j\omega})$. Usando o método das janelas, o filtro é projetado multiplicando-se a resposta à amostra unitária por uma janela,

$$h[n] = h_d[n]\omega[n] \quad [\text{Eq. 03}]$$

Em que $\omega[n]$ é uma janela de comprimento finito que é zero fora do intervalo $0 \leq n \leq N$ e é simétrica a seu ponto médio

$$\omega[n] = \omega[N - n] \quad [\text{Eq. 04}]$$

E o efeito resultante da janela sobre a resposta em frequência pode ser visto com o teorema da convolução complexa, dado por

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} H_d(e^{j\omega}) * W(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\theta}) W(e^{j(\omega-\theta)}) d\theta \quad [\text{Eq. 05}]$$

Assim, a resposta em frequência ideal é suavizada pela transformada de Fourier de tempo discreto da janela, $W(e^{j\omega})$. As equações 06, 07, 08 e 09 mostram respectivamente alguns tipos de janelas que podem ser muito bem utilizados no projeto de filtros digitais não recursivos.

$$\omega[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N \\ 0, & \text{demais casos} \end{cases} \quad [\text{Eq. 06}]$$

$$\omega[n] = \begin{cases} 0.5 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right), & 0 \leq n \leq N \\ 0, & \text{demais casos} \end{cases} \quad [\text{Eq. 07}]$$

$$\omega[n] = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right), & 0 \leq n \leq N \\ 0, & \text{demais casos} \end{cases} \quad [\text{Eq. 08}]$$

$$\omega[n] = \begin{cases} 0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right), & 0 \leq n \leq N \\ 0, & \text{demais casos} \end{cases} \quad [\text{Eq. 09}]$$

O quanto a resposta em frequência de um filtro projetado com o método das janelas se aproxima da resposta desejada, $H(e^{j\omega})$, é determinado por dois fatores, conforme exemplificado na Figura 2.

1º fator: Pela largura do lóbulo principal.

2º fator: Pela amplitude do lóbulo lateral de pico.

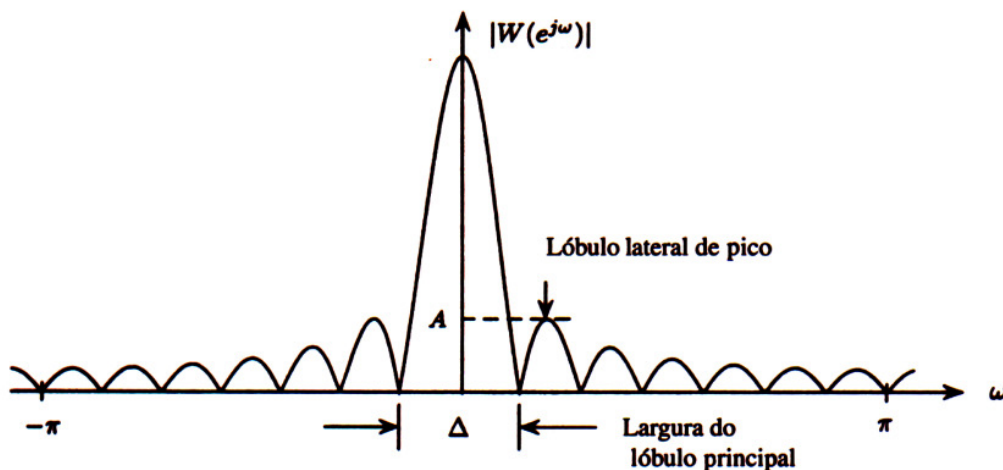


Figura 2 – A TFTD de uma janela típica, caracterizada pela largura do lóbulo principal e pela amplitude de seus lobos laterais

Idealmente, a largura do lóbulo principal deve ser estreita e a amplitude do maior lóbulo lateral, o chamado lóbulo lateral de pico, deve ser pequena. Entretanto, no caso de uma janela de comprimento fixo, elas não podem ser minimizadas independentemente. Algumas propriedades gerais das janelas são as seguintes:

1. À medida que o comprimento N da janela aumenta, a largura do lóbulo principal diminui, resultando uma diminuição da largura de transição entre a faixa de passagem e a de rejeição. Essa relação é dada aproximadamente por

$$N\Delta f = c \quad [\text{Eq. 10}]$$

Em que Δf é a largura de transição e c é um parâmetro que depende da janela.

2. A amplitude do lóbulo lateral de pico é determinada pela forma da janela, e basicamente independe de seu comprimento.

3. Se a forma da janela for alterada para que a amplitude do lóbulo lateral diminua, então em geral a largura do lóbulo principal aumenta.

A Tabela 1 lista as amplitudes dos lobos laterais de diversas janelas juntamente com os valores aproximados da largura de transição e da atenuação da faixa de rejeição, que resultam quando a janela indicada é usada para projetar um filtro passa-baixas de N -ésima ordem.

Tabela 1 – Amplitude do lóbulo lateral de pico de algumas janelas comuns e os valores aproximados da largura de transição e da atenuação da faixa de rejeição de um filtro passa-baixas de N -ésima ordem

Janela	Amplitude do lóbulo lateral (dB)	Largura de transição (Δf)	Atenuação da faixa de rejeição (dB)
Retangular	-13	$0,9/N$	-21
Hanning	-31	$3,1/N$	-44
Hamming	-41	$3,3/N$	-53
Blackman	-57	$5,5/N$	-74

A aplicação da função janela tem como efeito tornar a transição da banda de passagem para a banda de rejeição mais suave, além de adicionar uma ondulação na banda passante. A queda em ω_c será tão mais abrupta quanto mais alta for a ordem N do filtro. A largura da banda de transição está, portanto, diretamente ligada à ordem do filtro.

4. RESULTADO DAS SIMULAÇÕES DO FILTRO DIGITAL FIR

Os gráficos das Figuras 3 e 4 mostram respectivamente o comportamento das janelas de *Hamming* e *Blackman* para o projeto de um filtro digital FIR para as seguintes especificações: Comprimento da janela $M=50$, $\omega_p = 0,2\pi$; $\omega_s = 0,3\pi$; *ripple* da faixa de passagem $\delta_p = 0,25\text{dB}$ e uma atenuação na faixa de rejeição de $A=50\text{dB}$.

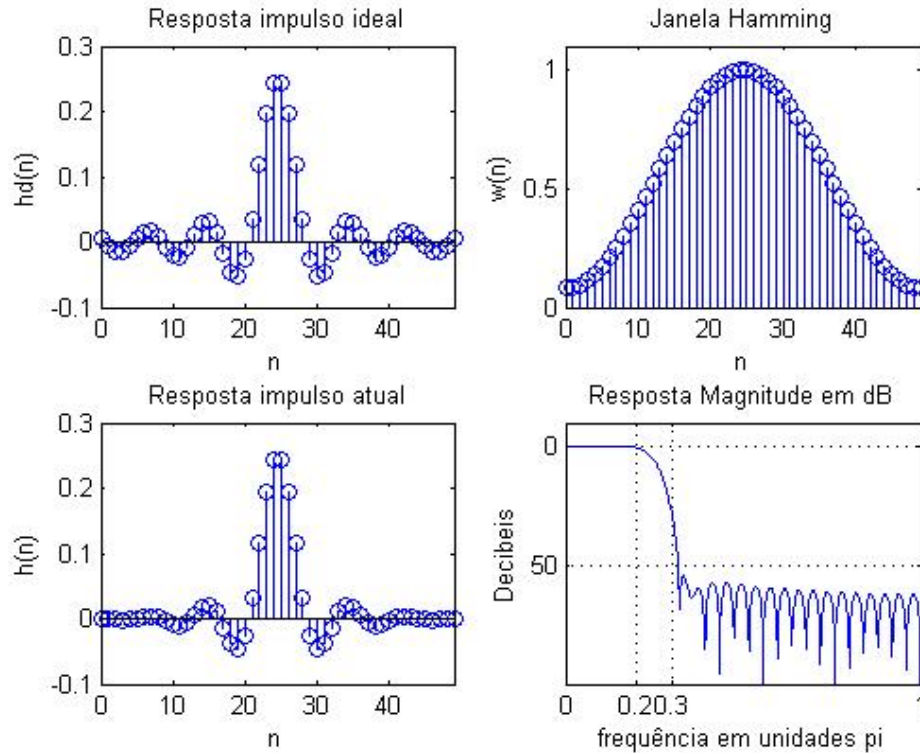


Figura 3 – Filtro FIR passa-baixas utilizando a janela de *Hamming*

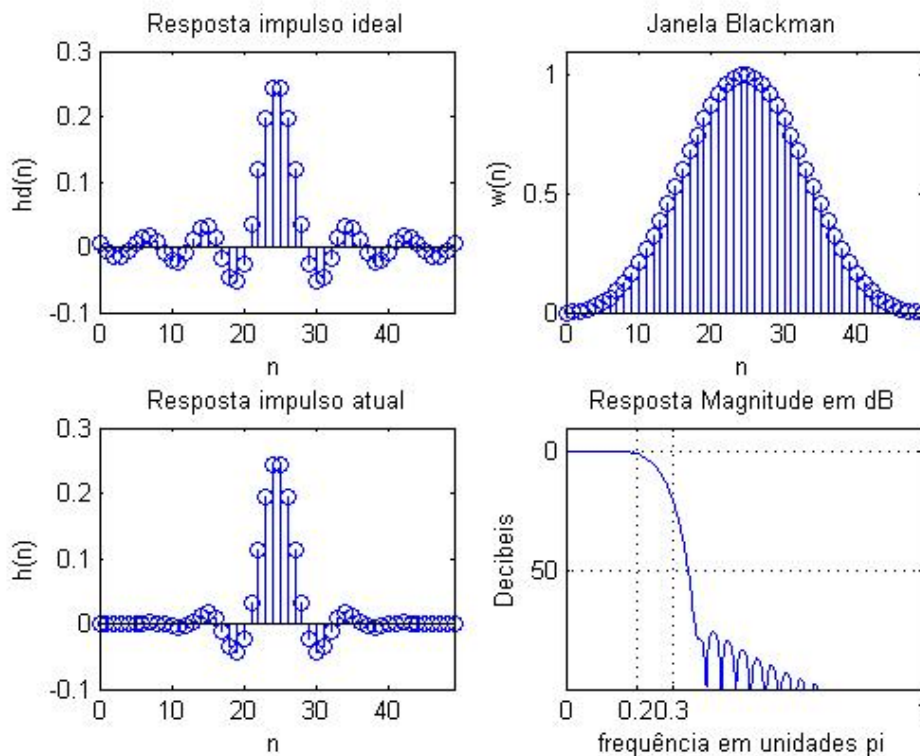


Figura 4 – Filtro FIR passa-baixas utilizando a janela de *Blackman*

O gráfico da Figura 5 mostra o comportamento da janela de *Hanning* para o projeto de um filtro digital FIR para as seguintes especificações: Comprimento da janela $M=50$, $\omega_p = 0,2\pi$; $\omega_s = 0,3\pi$; *ripple* da faixa de passagem $\delta_p = 0,25\text{dB}$ e uma atenuação na faixa de rejeição de $A = 44\text{dB}$.

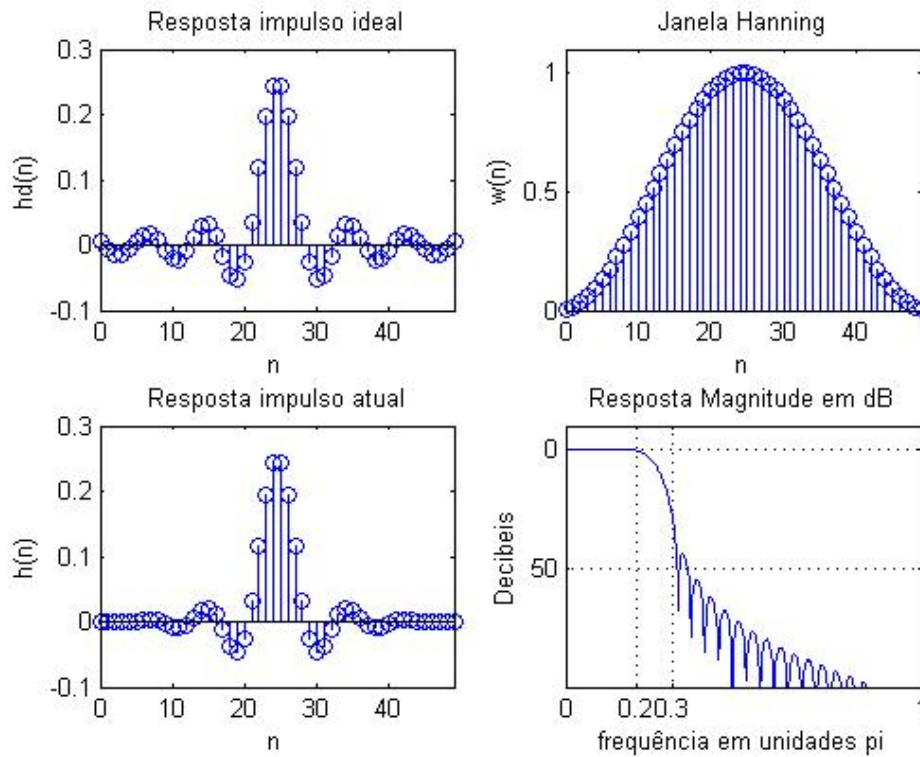


Figura 5 – Filtro FIR passa-baixas utilizando a janela de *Hanning*

O gráfico da Figura 6 mostra o comportamento de uma janela retangular para o projeto de um filtro digital FIR para as seguintes especificações: Comprimento da janela $M=40$, $\omega_p = 0,2\pi$; $\omega_s = 0,3\pi$; *ripple* da faixa de passagem $\delta_p = 0,25\text{dB}$ e uma atenuação na faixa de rejeição de $A = 25\text{dB}$.

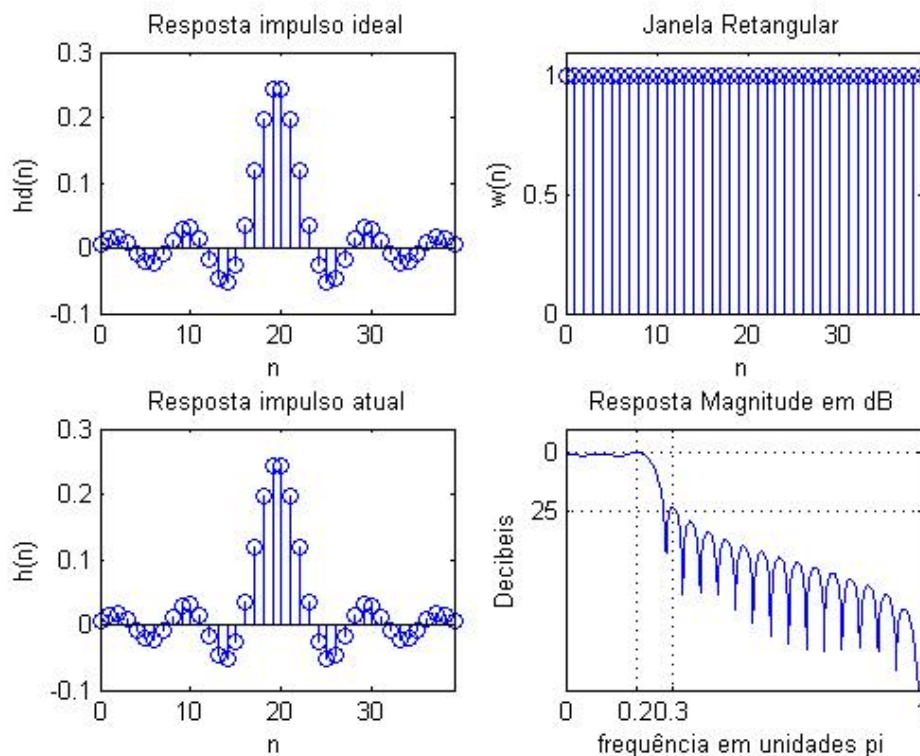


Figura 6 – Filtro FIR passa-baixas utilizando a janela retangular

5. CONCLUSÃO

Para uma melhor compreensão de filtros seletivos em frequência, introduz-se a noção de filtro ideal. O conceito de filtro ideal é extremamente importante em processamento de sinais, pela comodidade e facilidade com que se realiza em certo tipo de análise, embora não exista fisicamente. Um filtro passa-baixas ideal é um filtro que seleciona perfeitamente as componentes de baixas frequências do sinal de entrada e rejeita perfeitamente as componentes de altas frequências.

Neste artigo, foi apresentado o projeto e implementação no software Scilab®, do filtro digital passa-baixas FIR, fazendo uso do método das janelas em seu projeto. Este método é uma forma bastante interessante e muito usada na implementação de filtros digitais não-recursivo, uma vez que para uma dada especificação de projeto terá uma janela apropriada, isso resulta em uma facilidade em sua implementação. Tomemos como exemplo, os filtros projetados usando as janelas de *Hammig* e *Blackman* conforme vistos na seção anterior, tais filtros projetados utilizando a janela de *Hamming* tem um perfeito funcionalmente para uma atenuação da faixa de rejeição em torno de 53 dB, muito embora o mesmo filtro poderia muito bem ser projetado utilizando a janela de *Blackman* que é mais recomendável para uma atenuação maior na faixa de rejeição em torno de 74 dB. O uso da janela de *Blackman* atenderia as necessidades de projeto de um filtro digital FIR, porém acarretaria em um custo computacional maior.

Os gráficos obtidos como resultados desse trabalho, usando o software de simulação Scilab® para a implementação de projeto de filtro digital FIR forneceram uma boa compreensão do seu comportamento em termos de espectro de amplitude, frequência, fase e de quanto esses filtros podem se aproximar de um suposto filtro ideal. Com a implementação desse método podemos ter a visualização gráfica dos espectros de amplitude, frequência e fase. A aplicação do método das janelas para o projeto de filtro digital FIR certamente contribuirá para o ensino de disciplinas do curso de engenharia de telecomunicações, tais como processamento digital de imagens e processamento digital de sinais.

REFERÊNCIAS

DINIZ, P.S.R. Eduardo, A.B.S. SERGIO, L.N. **Processamento Digital de Sinais: Projeto e Análise de Sistemas**. 2. ed. São Paulo; Bookman, 2004.

HAYKIN, S. BARRY, V.V. **Sinais e Sistemas**. Porto Alegre: Bookman, 2001.

HAMMING, R.W. **Digital Filters**. 3. ed. New York, Dover publications inc, 1998.

MONSON, H.H. **Processamento Digital de Sinais**. 2. ed. São Paulo: Bookman, 2006.

OLIVEIRA, E.E.C. **Estudo e implementação de Filtros Digitais FIR e IIR**. 2007. TCC (Trabalho de conclusão de curso) – GTEMA, Centro Federal de Educação Tecnológica da Paraíba, João Pessoa, 2007.

OPPENHEIM, A. SCHAFFER, V. BUCK, J.R. **Discrete-Time Signal Processing**. 2. ed. New Jersey; Prentice Hall, 1999.

PROAKIS, J.G. VINAY, K.I. **Digital Signal Processing: Using Matlab**. Boston; PWS publishing company, 1996.