

## Primijenjena EM valov au inženjerstvu

### 2020/2021

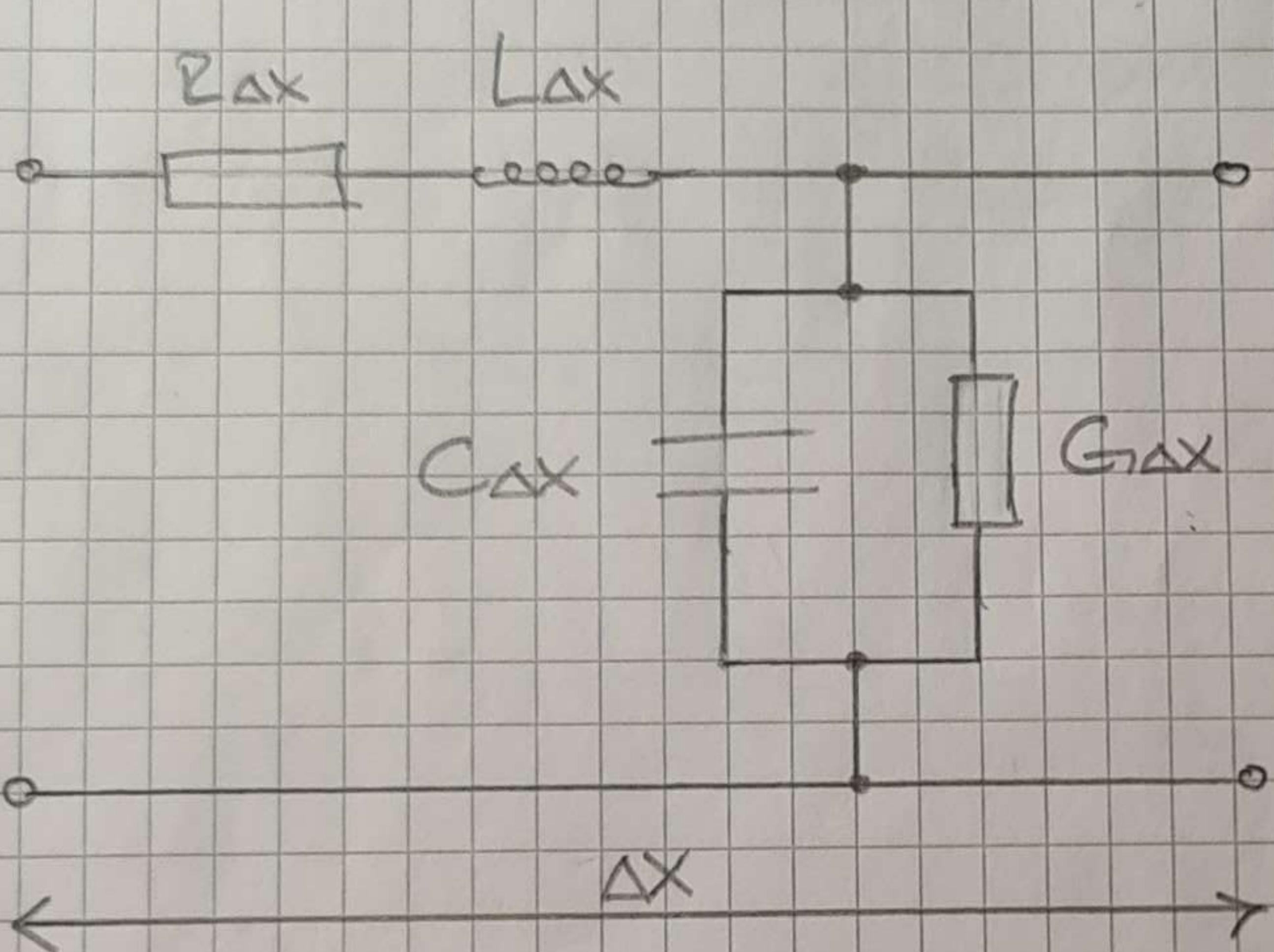
Ispitna pitanja za usmeni dio završnog ispita

1. Razlika između koncentriranih i raspodjeljenih parametara, nadomjesna shema odsječka linije,fizikalno objašnjenje pojedinih elemenata nadomjesne sheme.
2. Fizikalno objašnjenje fenomena refleksije, jednadžbe struje i napona na odsječku linije.
3. Valna jednadžba za liniju bez gubitaka, oblik rješenja i fizikalna interpretacija. Oblik rješenja valne jednadžbe za sinusnu pobudu, fizikalna interpretacija.
4. Fizikalna interpretacija fazne brzine, grupne brzine i disperzije.
5. Fenomen stojnog vala na prijenosnoj liniji i fizikalno objašnjenje.
6. Ulagana impedancija linije bez gubitaka i linije sa gubicima zaključene reaktivnim teretom,objašnjenje grafikona impedancije kao funkcije položaja promatrane točke na liniji.
7. Pojam koeficijenta refleksije, odnosa stojnog vala, Smithov dijagram, princip prilagodenja.
8. Fizikalna interpretacija divergencije i rotora vektorskog polja, pojam elektromagnetskog polja
9. Jednadžba kontinuiteta, posmačna struja, Maxwellove jednadžbe i njihova fizikalna interpretacija.
10. Fizikalna interpretacija permitivnosti i permeabilnosti, pojam izotropnog i anizotropnog materijala.
11. Rubni uvjeti na granici dva dielektrika, na granici dielektrika i vodiča, pojam idealnog električnog vodiča (PEC) i idealnog magnetskog vodiča (PMC).
12. Vektorska valna jednadžba, interpretacija rješenja, pojam planarnog vala.
13. Protok elektromagnetske energije, Poyntingov vektor, valni vektor.
14. Pojam intrinsične impedancije i pojam impedancije.
15. Okomiti upad planarnog vala na medij sa i bez gubitaka, dubina prodiranja.
16. Kosi upad planarnog vala na medij bez gubitaka, TE i TM polarizacija.
17. Valovod s paralelnim pločama, fizikalna interpretacija širenja vala.
18. Pravokutni valovod, modovi, impedancija, faktor širenja, fazna i grupna brzina.
19. Elektromagnetski rezonatori, faktor dobrote, degenerirani modovi, monomodni i multimodni rezonatori.
20. Širenje vala u dielektričnoj ploči. Usporedba prijenosnih struktura za vodenje EM vala:dvožična linija, koaksijalna linija, metalni valovod, dielektrična ploča, svjetlovod, planarnestrukture.
21. Vektorski potencijal, zračenje, Hertzov dipol
22. Parametri antena, antenski niz s dva zračeća elementa.

1.

Koncentrirani parametri su oni koji nose samo o vremenu, često se kaže da je pojednostavljenje raspodijeljenih parametara pri određenim pretpostavkama.

Raspodijeljeni parametri su oni koji ne nose samo o vremenu nego i o prostoru veličinama (npr. prostorne varijable  $x, y, z$ ).



→  $R_{AX}$  - predstavljatoplinske gubitke (otpor),  
dalava energiju.

$L_{AX}$  - predstavlja induktivitet linije, odnosno sposobnost da se stvari elektromotorna sila zbrog izmjenjivog toka stvije, energija koja se potrošuje u induktivitetu je u dobičku magnetskog polja.

Cax - predstavlja kapacitet, odnosno  
gubitke koji odlaze na električno  
polje. To je sposobnost smanjivanja  
energije u obliku električnog rada.

Gax - predstavlja gubitke, tj. energiju  
koja se dissipira "između" činija.  
(Energija koja odlazi u zrak)

## 2.

Na liniji kada val može da impregnaciju razliku od karakteristične impedancije te Linije ( $Z_0$ ) dođe do refleksije tog vala matriga, odnosno u obrnutom smjeru. Iako reflektirani val u praksi ne može biti jednakog amplituda (o i upadni jer ne postoji materijal beskonacne vodljivosti), postoje materijali kod kojih je otpor izmjersei zamernav. Zbog beskonacne vodljivosti među materijala, upadna energija će biti reflektirana u prostoriji jer ne može doći do disipacije na punskim materijala.

PEC, PMC

$$-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = i(x,t) R + L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = u(x,t) G + C \cdot \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}$$

jednadžba sa  
sugrađucima.

$$\rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = RG u + (RC + LG) \frac{\partial u}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

prigušni član

diferenciјični član

volnički član

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = RG i + (RC + LG) \frac{\partial i}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}$$

3.

Linija bez gubitaka  $\mathcal{R} = \mathcal{G} = \emptyset$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} ; \quad \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}$$

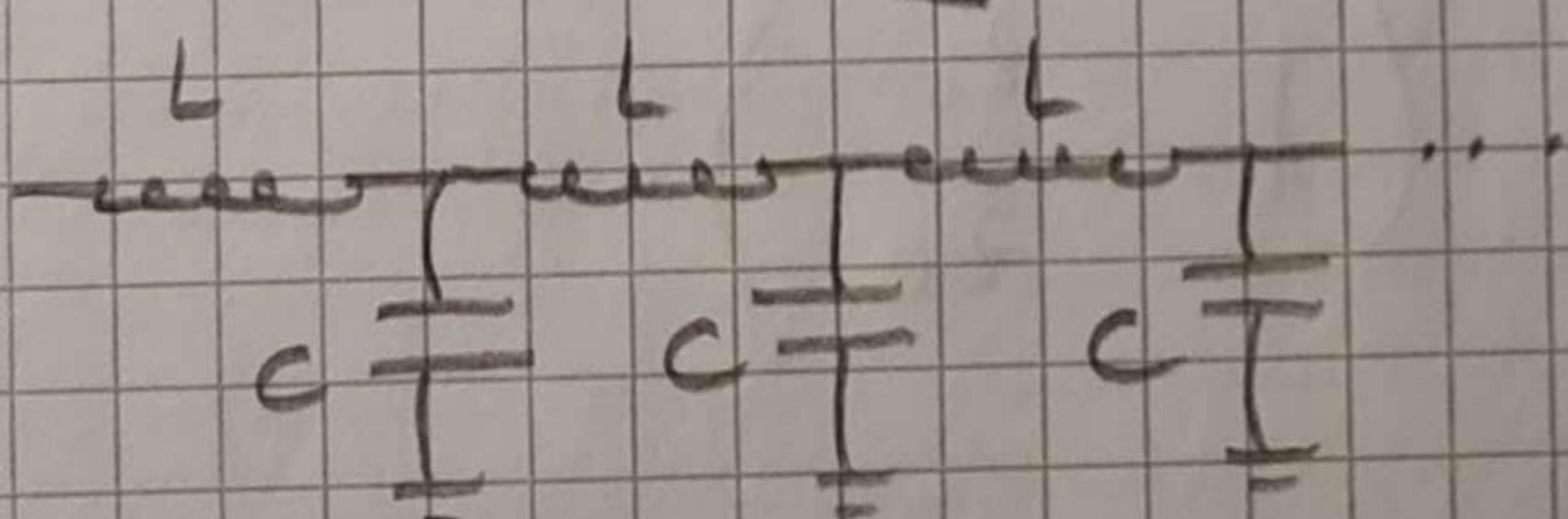
$$u : i \text{ su oblike: } f_1(t - \frac{x}{v}) + f_2(t + \frac{x}{v})$$

$\leftarrow$  emjer       $\leftarrow$  emjer

$f$  aksi = generatori.

$$\rightarrow \text{Iz ovog slijedi } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad * \quad C = \frac{1}{\mu_0 E_0}$$

Fizikalno interpretiramo da je energija  $E$  koja se s zavojnicice prenosi na kondenzator pa na zavojnicu pa na kondenzator...



$$H \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow E \dots$$

## SINUSNA POKUDA

$$\frac{d^2U}{dx^2} = ZYU$$

$$; Z = \Omega + j\omega L, Y = G - j\omega C$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = ZYI$$

↳ Bez gubitaka:

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -\omega^2 LC U$$

$$U = A e^{j\omega x} + B e^{-j\omega x}$$

$$I = \frac{A}{Z_0} e^{j\omega x} - \frac{B}{Z_0} e^{-j\omega x}$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = -\omega^2 LCI$$

$$j\omega = \sqrt{ZY} = \sqrt{Z-G} = \Omega = j\omega \sqrt{LC}$$

$$\hookrightarrow A = \frac{U_0}{2} \left( 1 + \frac{Z_0}{Z_L} \right)$$

$$B = \frac{U_0}{2} \left( 1 - \frac{Z_0}{Z_L} \right)$$

4.

Fazna brzina je ona brzina kojom se sti  
putujući sinusni val.

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \beta = \frac{2\pi}{n}, \quad n = \frac{c}{f}$$

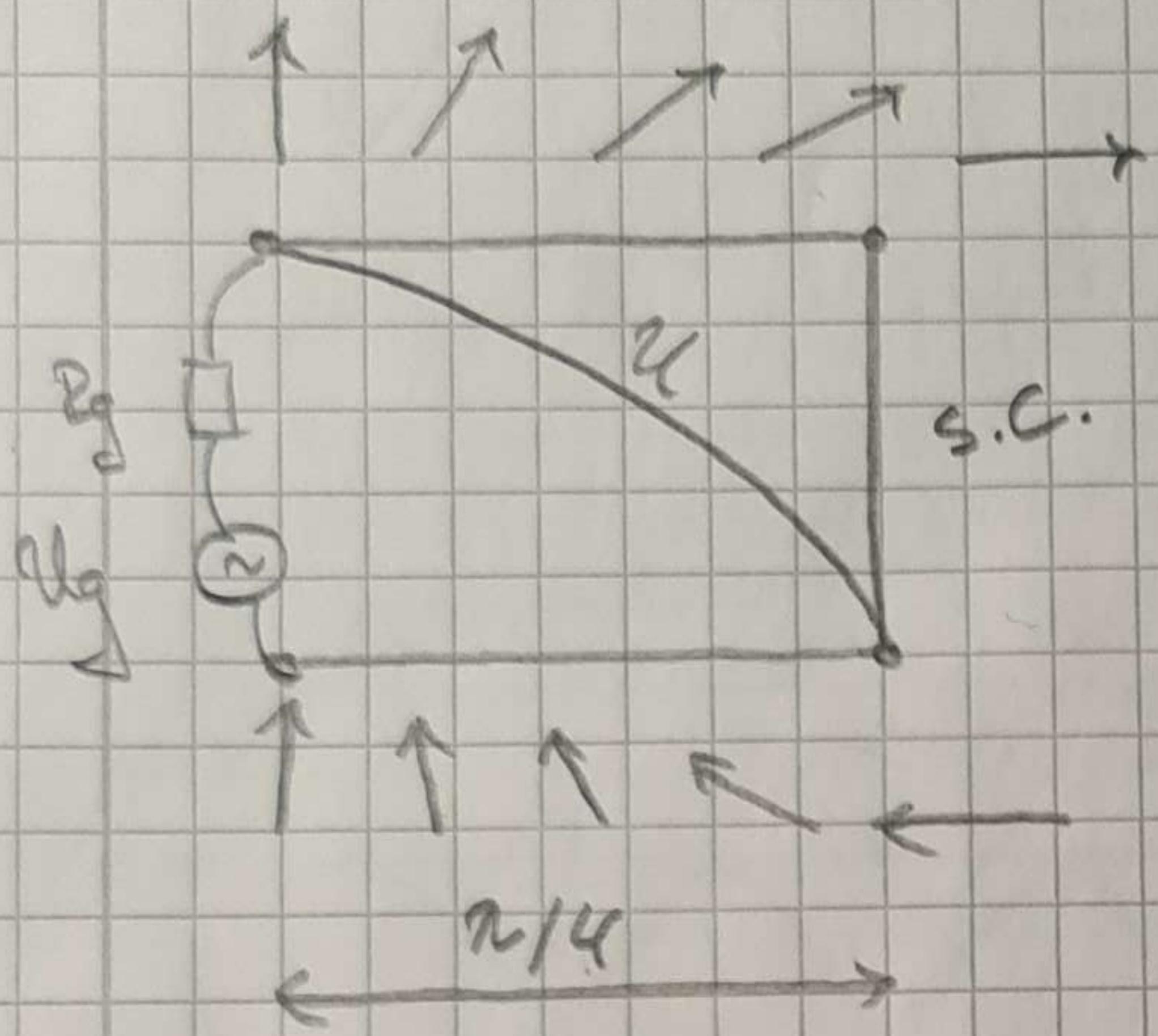
Građna brzina je ona brzina kojom se radi val  
prenosi energiju ili informaciju.

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta}$$

Disperzija je pojava gdje fazna brzina crisi  
o frekvenciji, na visokim frekvencijama  $v_p \rightarrow c$ .

5

Stegni val maglie zoog superozice upachmog  
i反射mog vala.



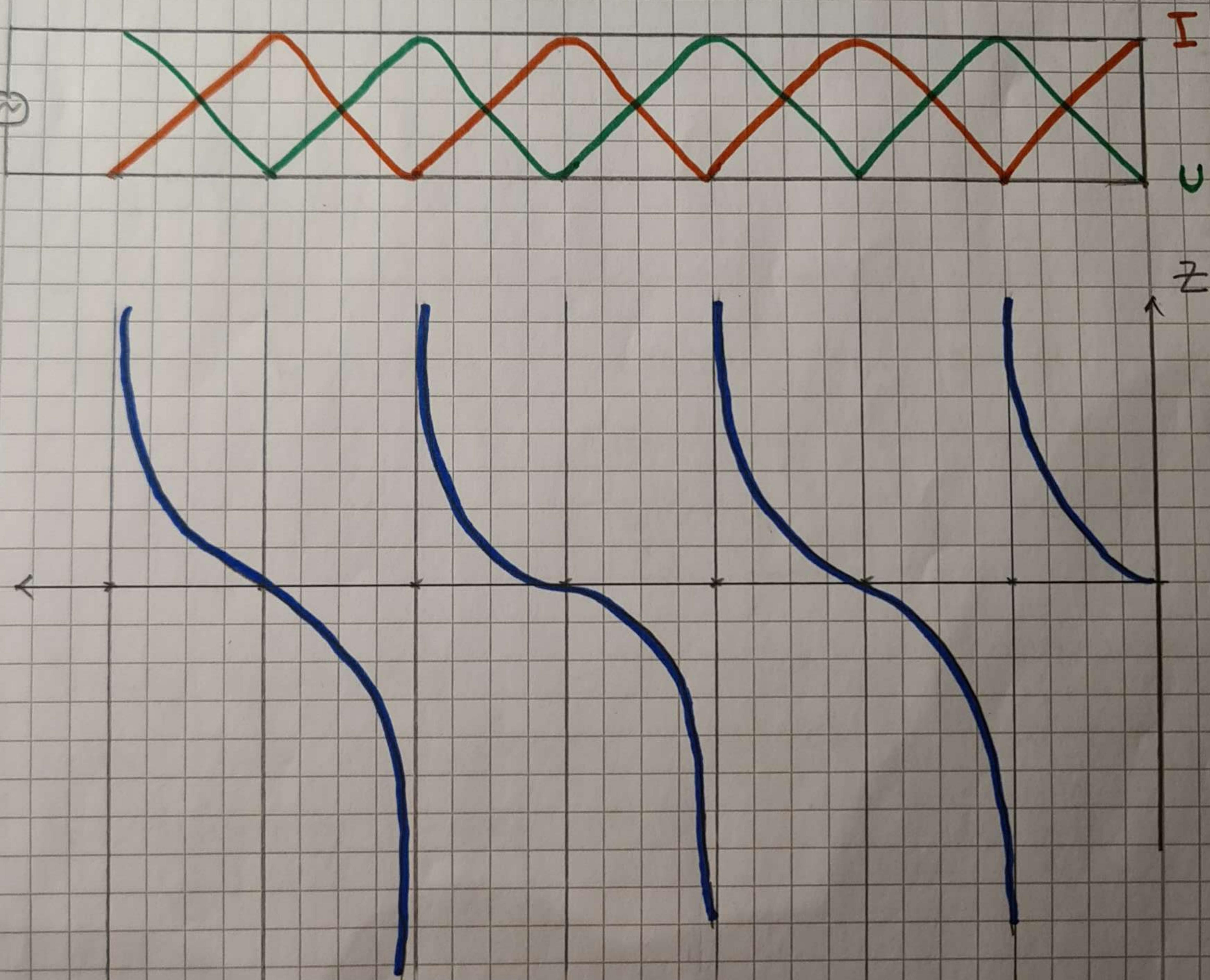
6.

$$Z_{in}(x) = \frac{U(x)}{I(x)} = Z_0 \cdot \frac{Z_L + Z_{0th}(j\omega x)}{Z_0 + Z_{Rth}(j\omega x)}$$

Ako je teret cisto reaktivni, tada će i  
ulzemna impedanca biti cisto reaktivna

Mpt.  $Z_L = \infty$ , Evakuir spoj

DEZ GUBITAKA

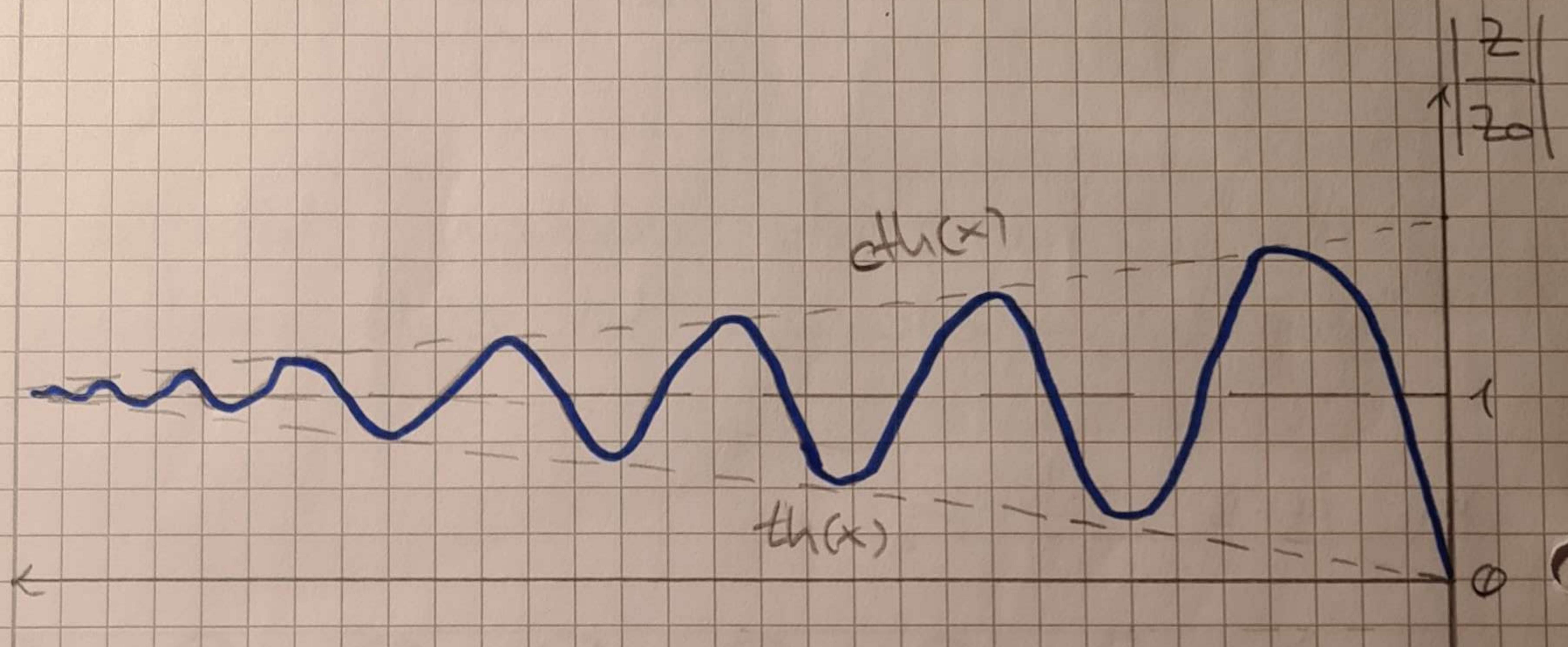


Cax - predstavilic. lampa

7.

In cax f - in basi

Liniya se ponasa kapacitivno ako je  
mocan vedi, induktivno ako je struja.



SA GRUBICIMA

7.

Koeficijent refleksije je omjer kompleksnih amplituda reflektivnog i incidentnog vala

$$\Gamma = \frac{U''}{U'} = \frac{\frac{U_R}{2} \left(1 - \frac{Z_0}{Z_R}\right) e^{-j\alpha x}}{\frac{U_R}{2} \left(1 + \frac{Z_0}{Z_R}\right) e^{j\alpha x}} \cdot \left. \begin{cases} x=0 \\ \end{cases} \right\} = \frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0}$$

$$|\Gamma| \leq 1$$


---

$SWR = \frac{U_{max}}{U_{min}}$  → omjer maksimalne i minimalne vrijednosti stojnog vala

$$\frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$


---

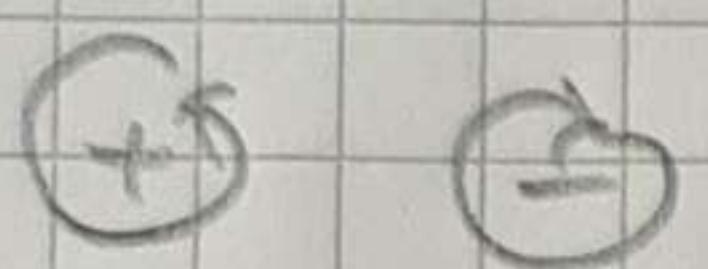
SMITHOV DIJAGRAM - načinom na ravnini kompleksnog koeficijenta refleksije

Princip prilagođenja je suzbijanje reflektivnog vala tako da vlastna impedancija odgovara karakterističnoj impedanciji.

8.

Divergencija nam daje informaciju kolazi li se negdje izvor / ponor polja ili je ono na tom dijelu konstantno. (Ovisno o električnom i vlažnost.

Polar označava sposobnost polja, da kada se neslušno nude u mjestu, ga ono zatrvi.



Elektromagnetsko polje je kombinacija električnog i magnetskog polja (tečja su u sustini ista stvar). Izradjuje ga naboj i koji se giba. Sami naboji izrađuju elektromansko polje, dok gibanje nabojia mijenja magnetsko.

9.

Jednadžba kontinuiteta:

$$\nabla \cdot \vec{J}_s = - \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

→ Iz Amperovog zakona lako se primjeni divergencija na obje strane.

Poznatični struja (displacement current)

↳ nastaje zbog promjenjivog električnog polja  
(npr. u kondenzatoru)

↳ analogija: stvaranje EM niza

MAXWELLOVE JEDNADŽBE - u glavi.

10.

Permitivnost  $\epsilon$  predstavlja sposobnost medija da dopusti da se stvori električno polje, odnosno  $\epsilon$  predstavlja kolidnu otporu koje medij vodi nad vanjskim električnim poljem koje se potencirati formirati.

Analogno za permeabilnost  $\mu$  za magnetsko polje.

---

Izotropni materijali su materijali u kojima  $\epsilon$  i  $\mu$  su jednaki po cijelom materijalu (nisu funkcije prostora).

Anizotropni obrnuto.

11.

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v \longrightarrow D_m - D_{\infty} = \rho_v \quad * \text{često } \rho_v = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \longrightarrow E_{lt} = E_{st}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \longrightarrow B_{lt} = B_{st}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \longrightarrow H_{lt} - H_{st} = J_s \quad * \text{često } J_s = 0$$

\* Na granici dielektrika i vodiča

↳ za vodič pretpostavljamo beskonačnu  
vodljivost ( $\sigma \rightarrow \infty$ )

→  $\vec{E}$  (električno polje) u vodiču je  $[0]$ , to  
znači da tangencijalna i normalna  
komponenta su takođe  $[0]$ .

↳ PEC

→ isto za  $\vec{H}$  (magnetsko polje) → PMC

2.

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \rightarrow \text{VEKTORSKA VALNA JEDNADŽBEA}$$

bud:

Faraday:

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad / \nabla \times, \quad \vec{B} = \mu t \vec{H}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla \times \left[ -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right]$$

$$-\nabla^2 \vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{H}) \quad \xrightarrow{\text{Ampère}}$$

$$-\nabla^2 \vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left[ \vec{J}_+ + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right]$$

$$-\nabla^2 \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{D}}{\partial t^2}$$

$$\hookrightarrow \nabla^2 \vec{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \text{QED.}$$

Ako se ogranicimo samo na  $z$ -os:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \rightarrow E \Rightarrow f(z \pm ct)$$

Lj posljedica ovog je da je

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

Planarni val je val koji je su fizikalne  
veličine, u bilo kojem trenutku, konstantne  
preko bilo koje plohe koja je okončana na  
određeni smjer u prostoru.

B.

Poytingov vektor predstavlja smjer gibanja gustoće snage (takoz. snage)  $\rightarrow$ , tj. grupne brzine

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Valni vektor pokazuje smjer locene brzine  
koja može biti drugačiji smjer od  
grupne brzine (negativni  $\epsilon, \mu$ )

14.

Utrinarna impedancija je karakteristična  
impedancija određenog prostora, tj. medija.

$$Z = \frac{|E|}{|H|}, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

Električna impedancija predstavlja otpor  
koji kruž predstavlja struje tečida u mreži  
manjut vremenom.

15.

$\eta$  - karakteristična impedancija

→ SVE VAO NA LINIJAMA

$$\hookrightarrow \vec{E}_x = \frac{E_2}{2} \left[ 1 + \frac{\eta_1}{\eta_2} \right] e^{\eta_2 y} + \frac{E_2}{2} \left[ 1 - \frac{\eta_1}{\eta_2} \right] e^{-\eta_2 y}$$

$$\vec{H}_z = \frac{E_2}{2\eta_2} \left[ \dots \right] - // -$$

$$\rightarrow \text{koefficijent refleksije: } T_r = \frac{E_2''}{E_2'} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

$$\text{koefficijent prijenosa: } T = \frac{E_2}{E_2'} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1}$$

---

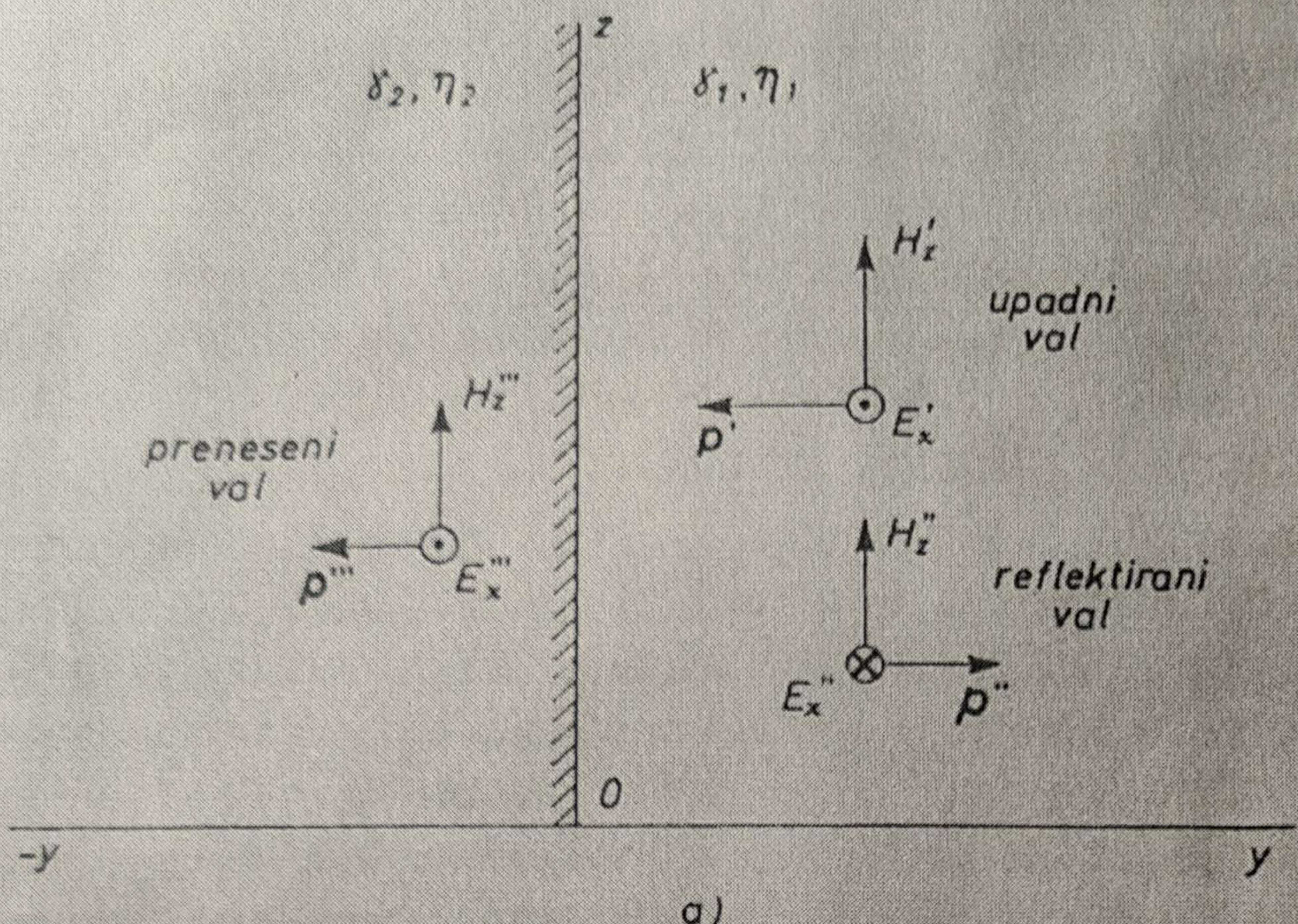
$$\text{DUBINA PRODIRANJA: } \delta_2 = \frac{1}{\omega} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_2 \sigma_2}}$$

→ udaljenost malem koje preneseni val u mescavščini vodiču podne na

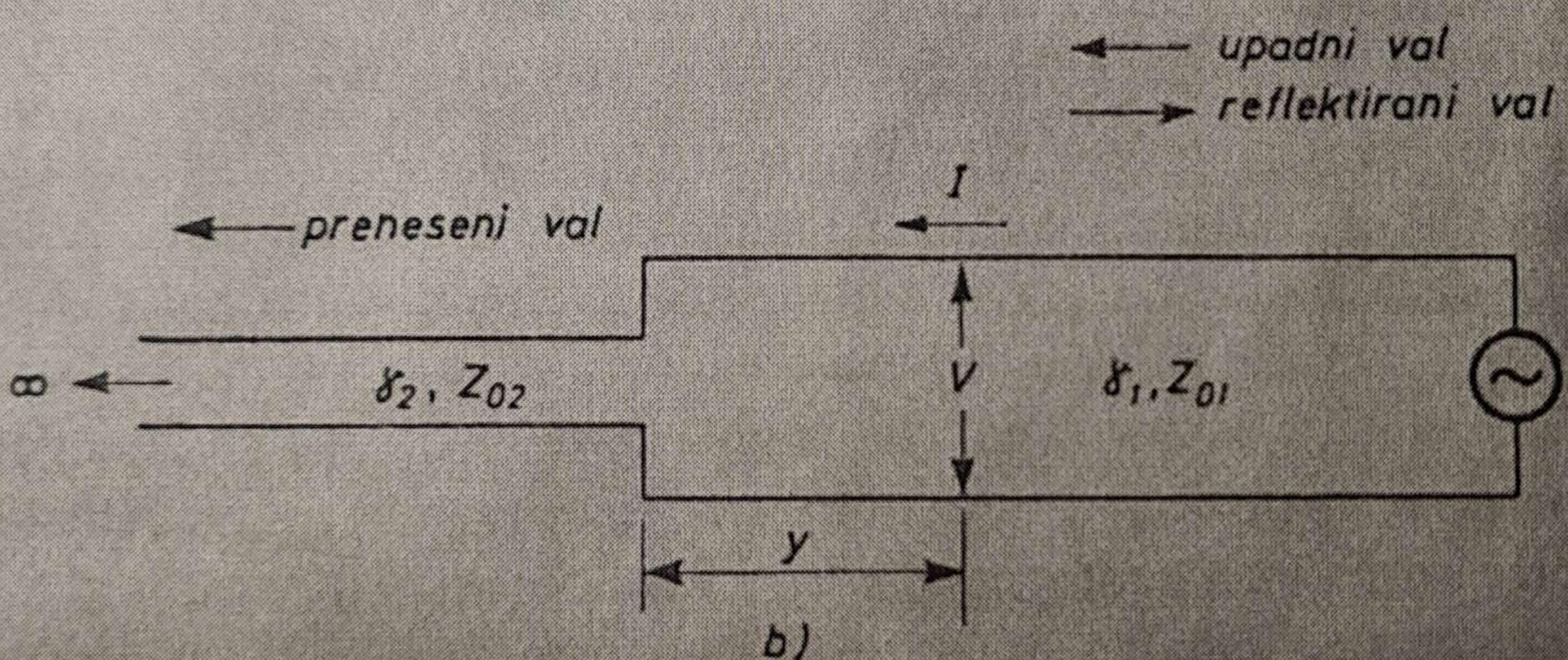
$\frac{1}{e}$  stroje vrijednosti, odnosno 36.8 %.

TE-val

kanalne



a)



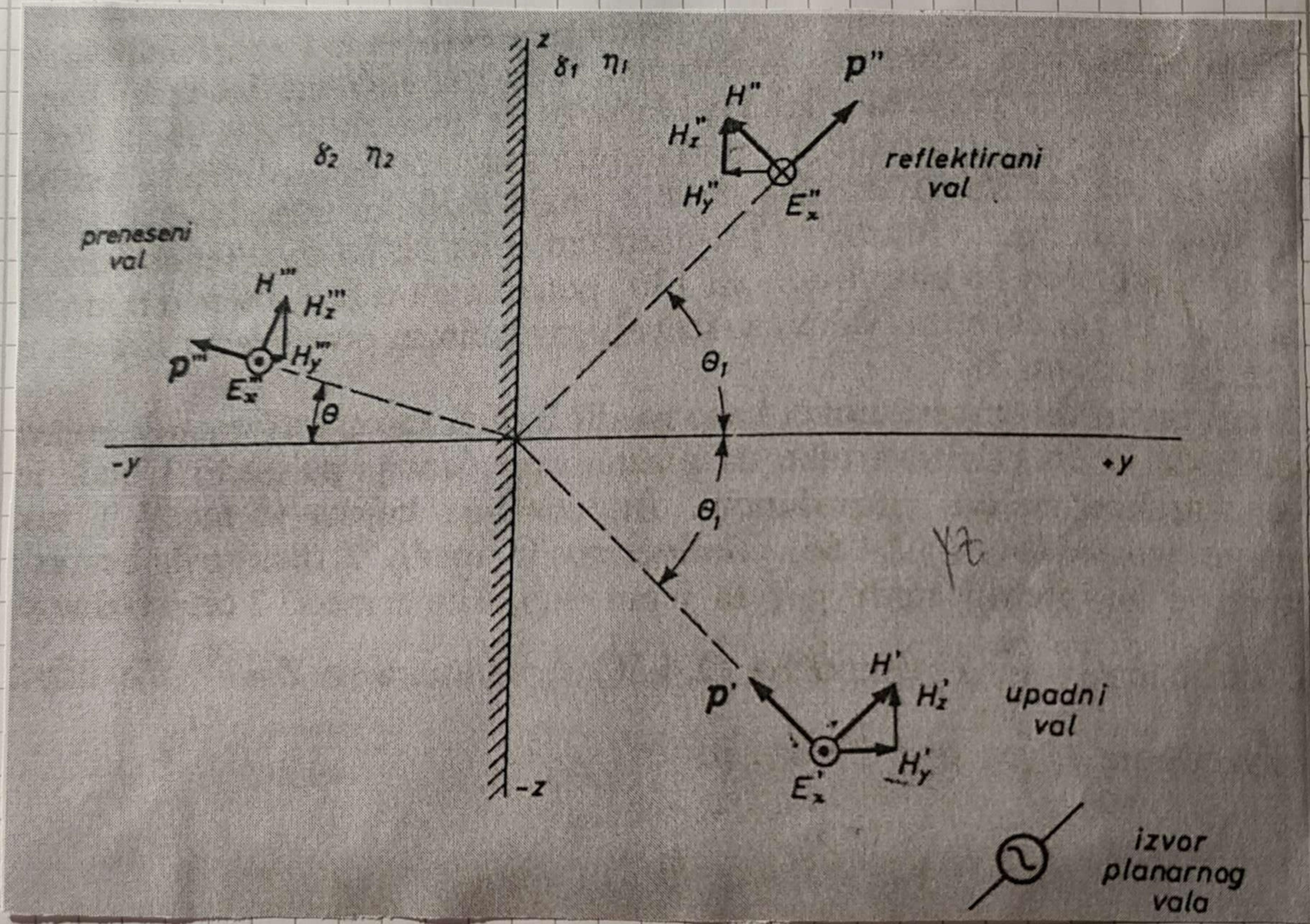
b)

16.

TE-val → val koji je polariziran orisito na ravnu incidenciju

TM-val → val koji je polariziran paralelno s ravninom incidencije.

\* ravnina incidencije - ravnina u kojoj leži val (incidentni i reflektirani), odnosno pothvatar vector



17.

Vakvod - suplja metalna cijev koja usmjeruje  
valove, post elektromagnetskih ili vrućina, s  
minimalnim gubitkom snage time što  
ograđuje prijenos energije samo u  
jednom smjeru.

→ val se kroz vakvod svi učestopavim  
refleksijom

$$a = \frac{m\pi}{L_x} = \frac{m\pi}{L \cos(\theta)}$$

18.

Valna impedancija definira se kao omjer poprečnih komponentata električnog i magnetskog polja, dok su samo oruči komponente leže prenose energiju.

Fazna brzina teži u beskoracijskoj pri različitim frekvencijama, a grupna u mudi, obje teže u c pri visokim frekvencijama.

Modali: TE / TM / TEM

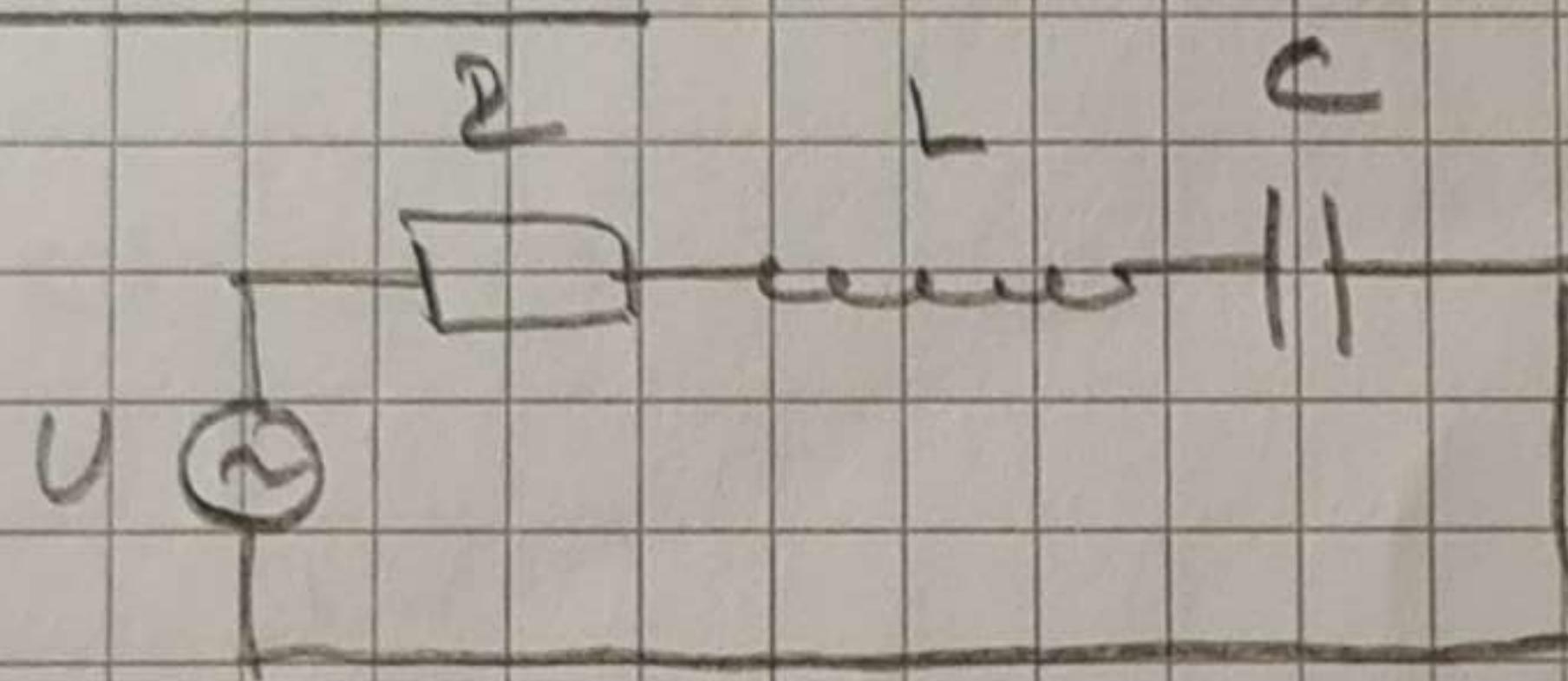


19.

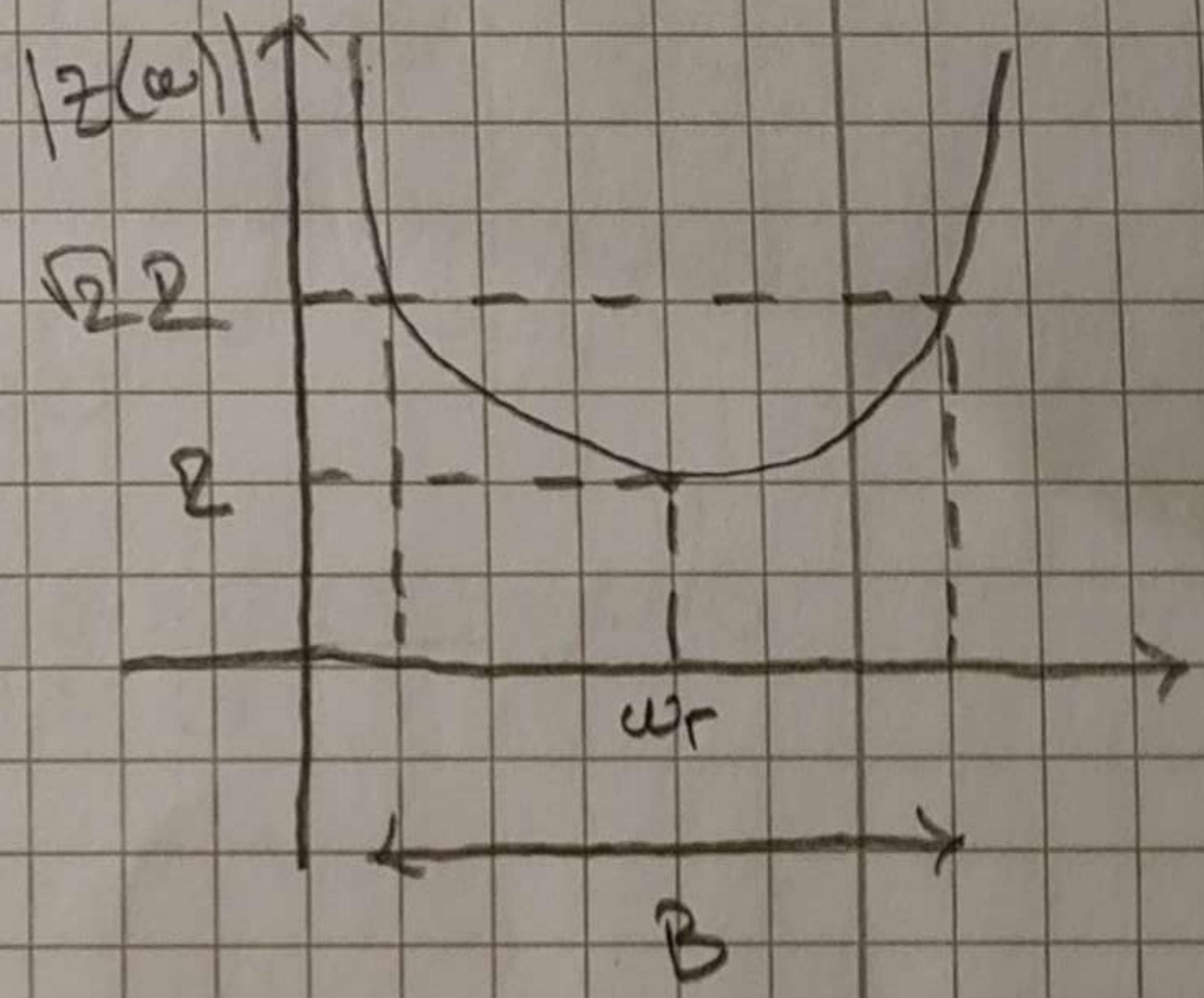
Rezonator je naprava koja periodično oscilira s velikom amplitudom pri određenoj frekvenciji, rezonantnoj frekvenciji. Rezonatori se koriste da bi se stvorio val određene frekvencije ili da bi se selektivale određene frekvencije iz množstva signala.

Elektromagnetski rezonatori (LC titrajni krug)

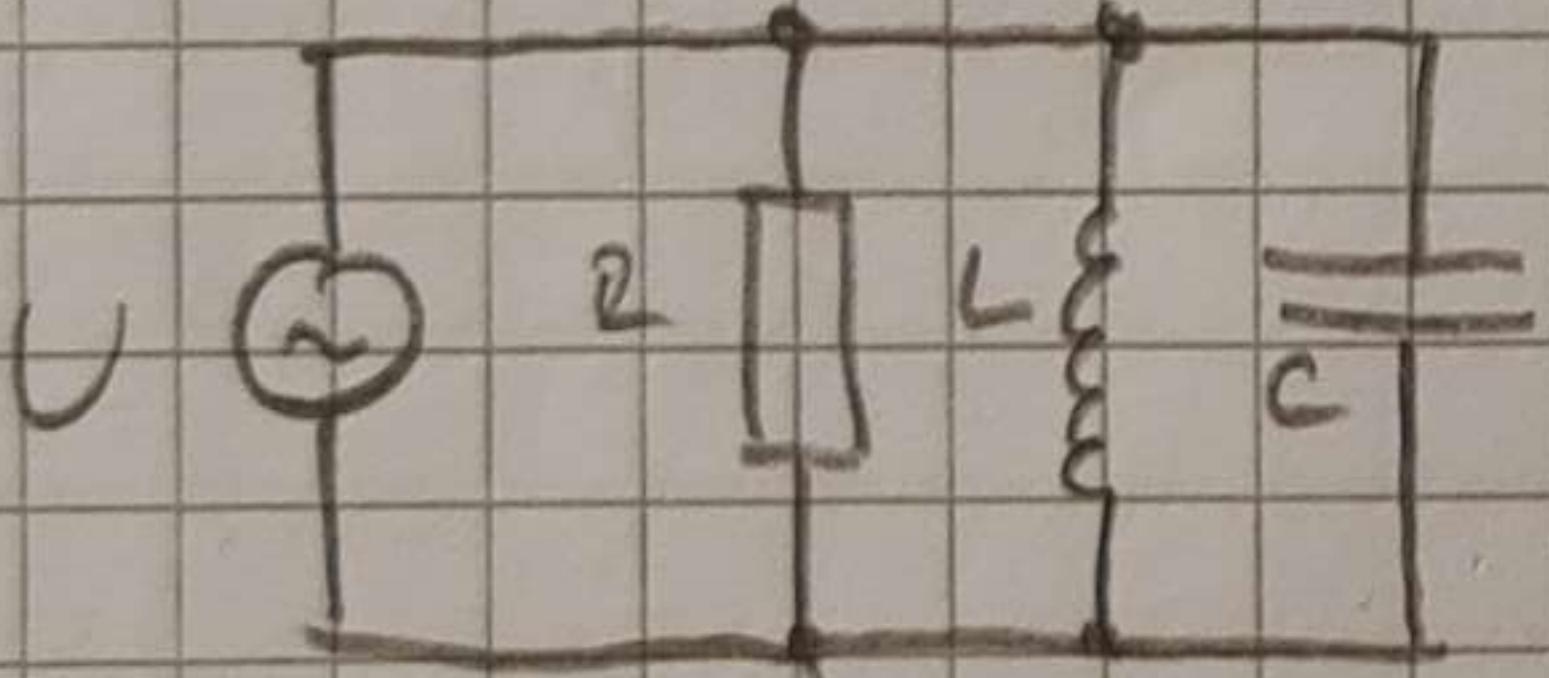
Serijski rezonator



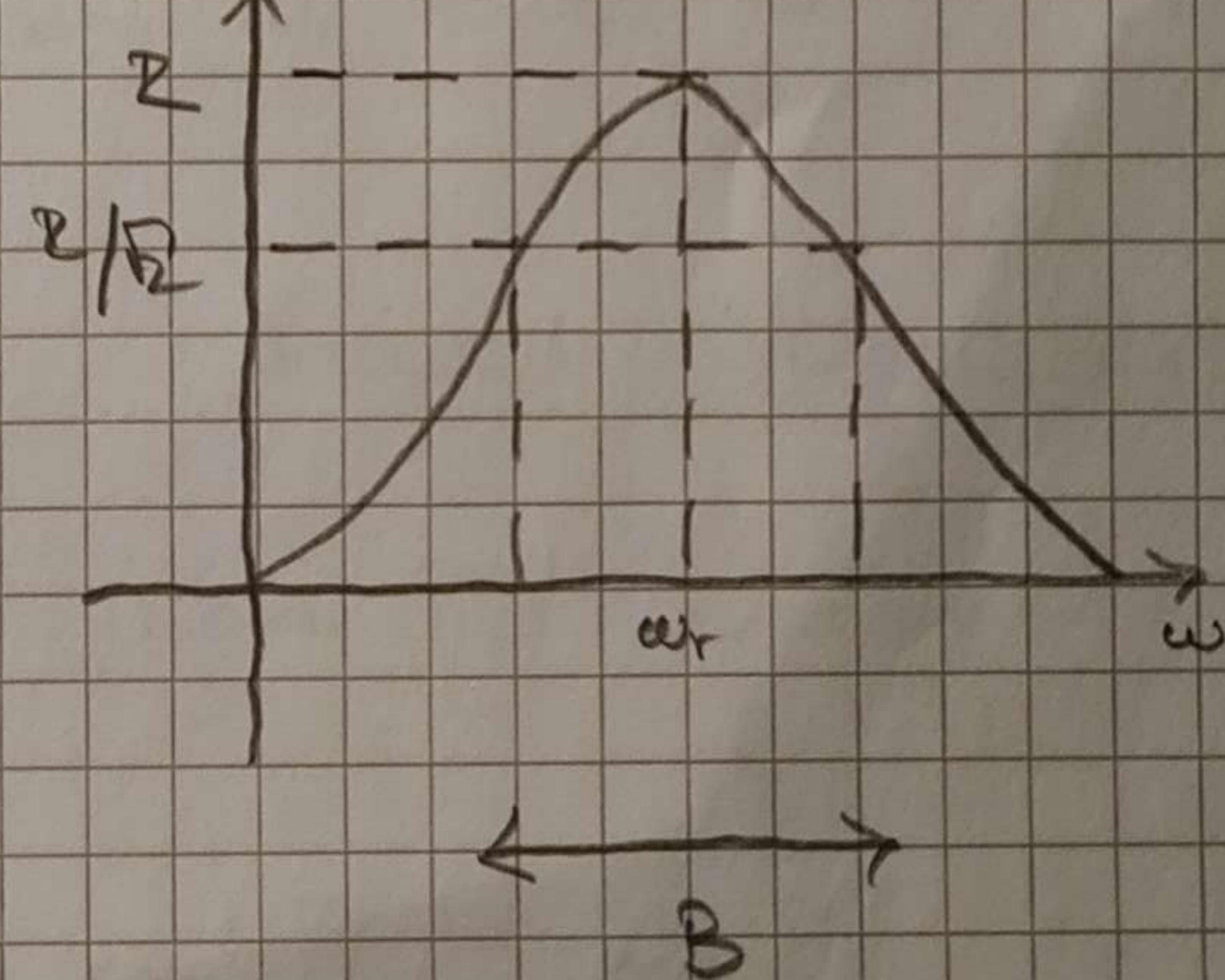
$$Q_0 = \frac{\omega_r}{B}$$



Paralelni rezonator



$$Q_0 = \frac{\omega_r}{B}$$



G,

H

J

K,

L<sub>t</sub>

Č

Ć<sub>B</sub>Ž<sub>a</sub>

pgdn

Faktor dobroće opisuje rezonantna svojstva  
titajnog sustava, omjer je energije pohranjene  
u titajnom sustavu i energije utrošene u  
jednom periodu.

↳ Broj sladođnih titraja koje izvede  
oscilator doče sva mješava energiju  
ne pijeće u decimini

avion automobila →  $Q \approx 1$

LC oscilator →  $Q \approx 100$

kristal rezonatora (SiO<sub>2</sub>) →  $Q \approx 10000 - 1000000$

atomsko jezgra →  $10^{12}$

MONOMODNI / MULTIMODNI rezonatori

↳ jedna ili više rezonantnih frekvencija

DEGENERIRANI MODNI

↳ modni koji imaju istu zapanjujuću frekvenciju

TE<sub>mm</sub>

TM<sub>mm</sub>

21.

$$\text{Ako } \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \text{ onda } \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

VEKTORSKI MAGNETSKI  
POTENCIJAL

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} = -j\omega \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\hookrightarrow \vec{\nabla} \times [\vec{E} + j\omega \vec{A}] = 0 \rightarrow \vec{E} + j\omega \vec{A} = -\vec{\nabla} \phi$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi - j\omega \vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega \vec{D}$$

$$\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{J} + j\omega \epsilon [-\vec{\nabla} \phi - j\omega \vec{A}]$$

$$\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \vec{\nabla}^2 \vec{A} = \vec{J} + j\omega \epsilon \vec{\nabla} \phi + \omega^2 \mu \epsilon \vec{A}$$

$$\text{def: } \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = -j\omega \mu \epsilon \phi, \quad k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$$

$$\rightarrow -\vec{\nabla}^2 \vec{A} = \mu \vec{J} + k^2 \vec{A}$$

$$\boxed{\vec{\nabla}^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}}$$

- NEHOMOGENA D.J.  
BLIZU PONORA

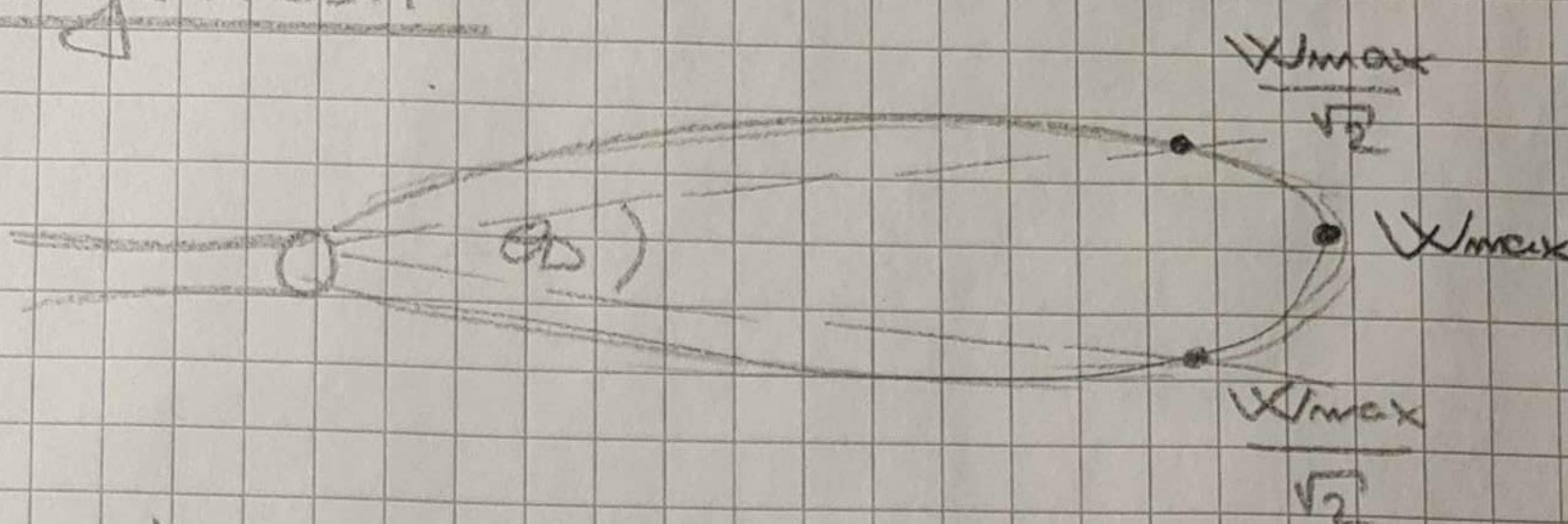
Hastav dipol

Idealizirana kontura boja je purna  
mognja od velue deljine, točka.

Jednako graci u svim smjerima

22.

leut usmjerenosti



Usmjerenost D

L - omjer max intenziteta zračenja u glavnoj liniici i projektnog intenziteta zračenja po cijelokupnom prostoru

Dobitak

$$G = \epsilon D$$

L - faktor učinkovitosti, omjer izračene i provedene snage

Efektivna površina  $A_{eff}$

L - opisuje prihvatanje energije koju elektromagnetski val donosi na antenu.

$$A_{eff} = \frac{P_r}{\omega_i} \rightarrow \begin{array}{l} \text{gustota snage ravnog vela} \\ \text{isporučena snaga teretu} \end{array}$$