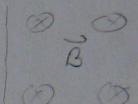


I VODIČIVA PRAVOKUTNA PETLJA SE GIBA KONSTANTNOM BRZINOM $v = 2 \text{ m/s}$ I U TRENUTKU $t=0$ POČINJE ULAZITI U DIO PROSTORA U KOJEM VLADA HOMOGENO MAGNETSKO POLJE INDUKCIJE $B=1,5 \text{ T}$ PREMA SLICI. IZVAN OMEĐENOG PROSTORA $B=\emptyset$

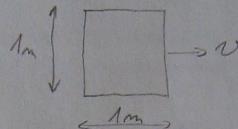
- 1.) ODREDI NAPON INDUCIRAN U PETLJI
U TRENUTKU $t=0,25 \text{ s}$.

$$\text{A. } 0,25 \text{ V} / \text{B. } 0,5 / \text{C. } 1 / \text{D. } 2 / \text{E. } 3 / \text{F. } 4 \text{ V}$$



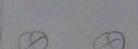
- 2.) $\rightarrow \text{II}$ - u trenutku $t=2,25 \text{ s}$

$$0,25 \text{ V} / 0,5 / 1 / 2 / 3 / 4 \text{ V}$$



- 3.) $\rightarrow \text{II}$ - u trenutku $t=2,75 \text{ s}$

$$0 \text{ V} / 1 / 2 / 3 / 4 / 8 \text{ V}$$



- 4.) ODREDI STRUJU KROZ PETLJU U TRENUTKU $t=2,75 \text{ s}$ AKO JE
OTPOR PETLJE $0,1 \Omega$

20A SJER KAZ. NA SARYU

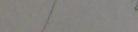
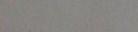
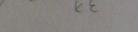
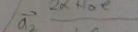
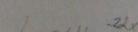
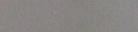
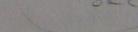
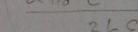
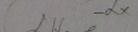
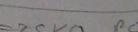
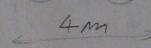
20A OBENUTO 00.102.

40A KAZALICA

40A OBRN. 102.

0A

Subuggg ☺
WVA.



III Vektor jakosti mag. polja antene smještene u ishodištu sfernog koord. sustava je $\vec{H} = \frac{\sin\varphi}{r} \cos(\omega t - Br) \vec{a}_x$

$$\epsilon = \epsilon_0, \mu = \mu_0, f = 100 \text{ MHz}$$

- 2.) ODOBRI ABSOLUTNU VRJEDONOST FAKTORA JAKOSTI EL. POLJA U TOČKI: ($r=150 \text{ m}$, $\vartheta = \frac{\pi}{4}$)

$$1.17 \text{ V/m} / 1.26 / 1.35 / 1.45 / 1.57 / 1.79 /$$

- 10.) MODUL TRENUJNE VRJEDONOSTI POZN. VEK. U ($r=100, N=\frac{\pi}{3}$), $t=1 \mu s$
 $2.7 \text{ mV/m} / 3.1 / 4.4 / 5.3 / 14.7 / 26.2 /$

- 11.) SREDNJI VRJEDONOST POZN. VEK. ($r=180 \text{ m}$, $N=\frac{\pi}{2}$)
 $5.2 \text{ mV/m}^2 / 5.8 / 6.5 / 7.4 / 8.4 / 9.6 /$

- 12.) ODR. SREDNJI SNAGU KOJU EMITIRAJE ANTENA:
 $100 \text{ W} / 274 / 511 / 672 / 1132 / 1263 /$

IV NEKI IZVOR PROIZVODI U VAKUUMU RAVNI VAL VALNE DUŽINE 277 METRA. KAO SE TAJ VAL PROSTIRE U IDEALNOM DIELEKTRIKU NEPOZNATIH ZNAČAJKI, VALNA DUŽINA SE SHANCI 3 puta, a OMJER MAXIMALNIH VRIS JAKOSTI EL. I MAGN. POLJA E_m/H_m SE POVEĆA 2 puta.

- 13.) RELATIVNA DIELEKTRIČNA KONSTANTA ϵ_r U DIELEKTRIKU JE?

$$\frac{2}{3} / \frac{3}{2} / 2 / 3 / 4 / 8 /$$

- 14.) RELATIVNA PERMEABILNOST μ_r U DIELEKTRIKU JE?

$$2 / 3 / 4 / 6 / 8 / 12 /$$

- 15.) KRUŽNA FREKUENCIJA VALA JE? ω
 $10^8 / \frac{3}{2} \cdot 10^8 / 2 \cdot 10^8 / 3 \cdot 10^8 / 4 \cdot 10^8 / 8 \cdot 10^8 \text{ rad/s} /$

- 16.) FAZNA KONSTANTA VALA U DIELEKTRIKU JE?

$$2 \text{ m}^{-1} / 3 / 4 / 6 / 8 / 12 /$$

V SINUSNO PROMJENJIVI RAVNI VAL SE GIBA U REALNOM SREDSTVU ZA KOJE JE ZADANO $\epsilon_r=3$, $\mu_r=1$, $k=0,2 \text{ S/m}$. FREK. VALA JE $f=150 \text{ MHz}$, a POČETNA AMPLITUDA JE $E_0=150 \text{ V/m}$. KORISTITE POTPUNE (2m)8E za d i b.

- 17.) ODR. OMJER AMPLITUDA EL. POLJA $E(x=0)/E(x=2)$, GOJE JE 2 VALNA DULJINA
 $246,7 / 284,5 / 269,2 / 256,1 / 281 / 308,9 /$

- 18.) ODR. FARNU KONSTANTU β

$$3,8 \text{ m}^{-1} / 10,2 / 10,7 / 11,1 / 11,6 / 12 /$$

- 19.) ODR. VALNU IMPEDANCIJU

$$65,8 \angle j0,74 \Omega / 68,7 \angle j0,73 / 71,5 \angle j0,73 / 74,1 \angle j0,72 / 76,7 \angle j0,72 / 78,2 \angle j0,71 \Omega /$$

- 20.) SREDNJI VRIS. REALNOG DNECA POZN. VEK. NA UDALJENOSTI $x=k_1 d$ (d je poigučna konstanta, $k_1=0,02 \text{ m}^2$)

$$1,3 \text{ W/m}^2 / 1,7 / 2,2 / 3 / 4 / 5,3 /$$

točni odgovori, prema ahyco:

- 1.) E
- 2.) E
- 3.) A
- 4.) F
- 5.) E
- 6.) F
- 7.) F
- 8.) D
- 9.) B
- 10.) D
- 11.) B
- 12.) F
- 13.) B
- 14.) D
- 15.) D
- 16.) B
- 17.) D
- 18.) E
- 19.) E
- 20.) B

pitanje: jeli moguće da su pitanja bila ista za svaku grupu, a da su odgovori bili izmjeđani?

odgovor: Ne, bili su bas i drugi brojevi.

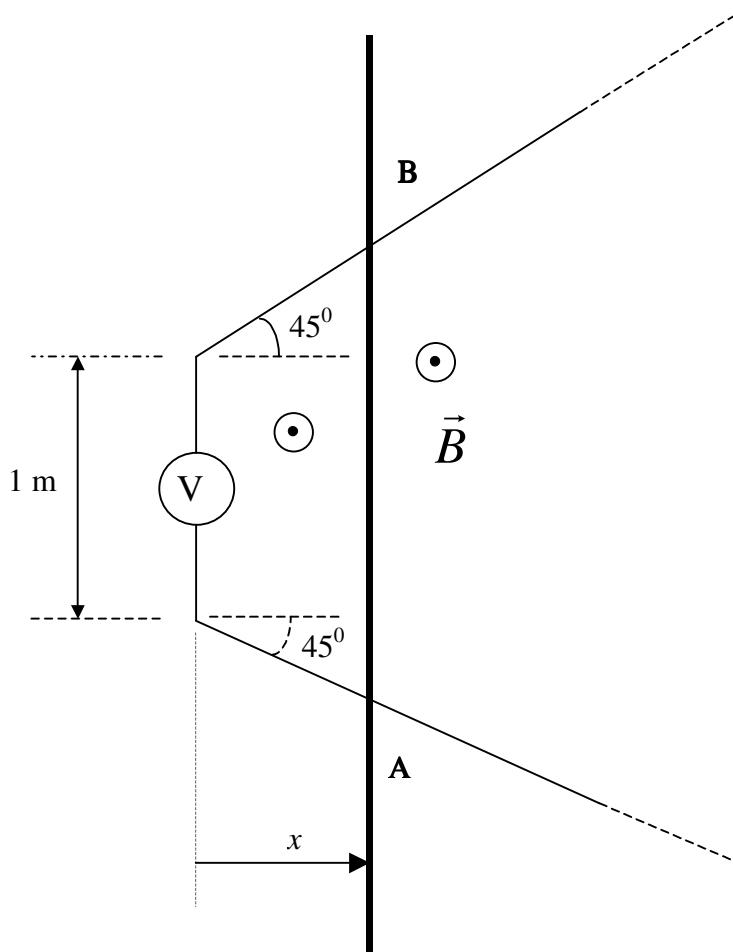
Ime i prezime _____

Matični broj _____

INAČICA A

Ispit se sastoji od pet cijelina, u kojima se točan odgovor na svako pitanje nezavisno boduje, te se sastoji od ukupno 20 pitanja. Ukoliko želite odgovoriti na neko pitanje, zacrnite odgovor na obrascu za test. Svaki točan odgovor donosi 1 bod, dok se neodgovorena pitanja i netočni odgovori ne boduju. Napišite ime na svim papirima s postupcima i predajte ih na kraju ispita zajedno s primjerkom testa u košuljici, dok se Obrazac za test posebno predaje.

(I) Vodljivi štap A-B giba se po vodljivim tračnicama jednolikom brzinom v u homogenom magnetskom polju indukcije $B=1$ T prema slici. U trenutku $t=0$ je $x=0$.



1.) Odrediti brzinu kojom se štap treba gibati da bi nakon 1 sekunde napon koji mjeri voltmetar bio 10 V

- A) $v=15$ m/s B) $v=2$ m/s C) $v=10$ m/s D) $v=5$ m/s E) $v=1$ m/s

2.) Koliki je magnetski tok nakon 1 sekunde kroz petlju koju čine vodič, tračnice i voltmetar

- A) 1 Wb B) 4 Wb C) 2 Wb D) 6 Wb E) 8 Wb

3.) Koliki je napon u_{AB} u trenutku $t=3$ s:

- A) 17 V B) 12 V C) 35 V D) 26 V E) 32 V

4.) Ako umjesto voltmera postavimo otpornik iznosa $R=2 \Omega$, kolika će struja poteći u trenutku $t=2$ s u krugu, i kojeg smjera. Zanemarite otpor vodiča i tračnica.

- A) 9 A u smjeru kazaljke na sat
 B) 9 A u smjeru obrnutom od kazaljke na sat
 C) 5 A u smjeru kazaljke na sat
 D) 5 A u smjeru obrnutom od kazaljke na sat
 E) 0 A

(II) U slobodnom prostoru ($\kappa=0$, $\epsilon_r=1$, $\mu_r=1$) vlada električno polje jakosti:
 $\vec{E} = E_{0x} e^{\alpha y - bt} \vec{a}_x + E_{0y} e^{\beta x - bt} \vec{a}_y$. Ako su zadani b , E_{0x} i E_{0y} , odredite:

5.) α :

- A) $\alpha=b$ B) $\alpha=\mu_0 b$ C) $\alpha=0$ D) $\alpha=E_{0x}/E_{0y}$ E) $\alpha=b\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$

6.) β :

- A) $\beta=b$ B) $\beta=\mu_0 b$ C) $\beta=0$ D) $\beta=E_{0y}/E_{0x}$ E) $\beta=b\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$

7.) Gustoću slobodnog naboja ρ_s :

- A) $\rho_s=\beta$ B) $\rho_s=\alpha$ C) $\rho_s=0$ D) $\rho_s=E_{0x}\alpha$ E) $\rho_s=E_{0y}\beta$

8.) Magnetsko polje \vec{H} :

- A) $\vec{H} = \vec{a}_z \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (E_{oy} e^{b(x\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} - t)} - E_{0x} e^{b(y\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} - t)})$
- B) $\vec{H} = \vec{a}_z \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (E_{oy} e^{b(y\mu_0 - t)} - E_{0x} e^{b(y-t)})$
- C) $\vec{H} = \vec{a}_z \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (E_{oy} e^{b(y-t)} - E_{0x} e^{b(y\mu_0 - t)})$
- D) $\vec{H} = \vec{a}_z \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (E_{oy} e^{E_{0y}/E_{0x} - bt} - E_{0x} e^{b(y\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} - t)})$

$$E) \vec{H} = \vec{a}_z \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (E_{oy} e^{-bt} - E_{ox} e^{-bt})$$

(III) Vektor jakosti magnetskog polja antene smještene u ishodištu sfernog koordinatnog sustava je $\vec{H} = \frac{\sin^2 \vartheta}{r} \cos(\omega t - \beta r) \vec{a}_\alpha$. Zadano je $\epsilon = \epsilon_0$, $\mu = \mu_0$, $f = 100$ MHz.

9.) Odredite absolutnu vrijednost fazora jakosti električnog polja u točki ($r=100$ m,

$$\vartheta = \frac{\pi}{4} \text{ rad):}$$

- A) 0,3 V/m B) 1,88 V/m C) 2,43 V/m D) 3,33 V/m E) 0,15 V/m

10.) Odredite absolutnu vrijednost Poyntingova vektora u točki ($r=150$ m,

$$\vartheta = \frac{\pi}{3} \text{ rad) u trenutku } t=1 \mu\text{s:}$$

- A) 0,13 mW/m²
 B) 2,78 mW/m²
 C) 3,74 mW/m²
 D) 9,4 mW/m²
 E) 17,22 mW/m²

11.) Odredite absolutnu vrijednost Poyntingova vektora u točki ($r=200$ m,

$$\vartheta = \frac{\pi}{2} \text{ rad) u trenutku } t=1 \mu\text{s:}$$

- A) 0,07 mW/m²
 B) 1,39 mW/m²
 C) 1,87 mW/m²
 D) 8,61 mW/m²
 E) 4,7 mW/m²

12.) Odredite srednju snagu koju emitira antena:

- A) 1263 W B) 15 W C) 539 W D) 125 W E) 361 W

(IV) Neki izvor proizvodi u vakuumu ravni val valne dužine 2π metara. Kada se taj val prostire u idealnom dielektriku nepoznatih značajki, valna dužina se smanji 20 puta, a omjer maksimalnih vrijednosti jakosti električnog i magnetskog polja E_m/H_m se poveća 10 puta.

13.) Relativna dielektrična konstanta ϵ_r u dielektriku je:

- A) 200 B) 14 C) 6 D) 2 E) 4

14.) Relativna permeabilnost μ_r u dielektriku je:

- A) 200 B) 14 C) 6 D) 2 E) 4

15.) Kružna frekvencija vala je:

- A) $6 \cdot 10^8$ rad/s B) $3 \cdot 10^8$ rad/s C) $1,8 \cdot 10^8$ rad/s D) $1 \cdot 10^8$ rad/s E) $5 \cdot 10^8$ rad/s

16.) Fazna konstanta vala u dielektriku je:

- A) 1 m^{-1} B) $0,05 \text{ m}^{-1}$ C) 20 m^{-1} D) 10 m^{-1} E) $0,1 \text{ m}^{-1}$

(V) Ravn val frekvencije 10 MHz prostire se u realnom sredstvu s $\epsilon_r=4$ i $\mu_r=1$. Ako fazna konstanta iznosi $0,6 \text{ m}^{-1}$, a maksimalna vrijednost jakosti električnog polja $E_{\max}(x=0)=100 \text{ V/m}$ odredite:

17.) Provodnost materijala:

- A) 16,37 mS/m
B) 12,57 mS/m
C) 8,75 mS/m
D) 6,54 mS/m
E) 3,54 mS/m

18.) Prigušnu konstantu vala:

- A) $3,64 \text{ m}^{-1}$ B) $2,78 \text{ m}^{-1}$ C) $0,43 \text{ m}^{-1}$ D) $1,15 \text{ m}^{-1}$ E) $5,17 \text{ m}^{-1}$

19.) Apsolutnu vrijednost valne impedancije:

- A) 246Ω B) 107Ω C) 74Ω D) 299Ω E) 49Ω

20.) Srednju vrijednost realnog dijela Poyntingova vektora na udaljenosti $x=d$ (d je dubina prodiranja):

- A) $20,17 \text{ W/m}^2$ B) $12,45 \text{ W/m}^2$
C) $7,18 \text{ W/m}^2$ D) $3,24 \text{ W/m}^2$ E) $5,14 \text{ W/m}^2$

Ime i prezime_____

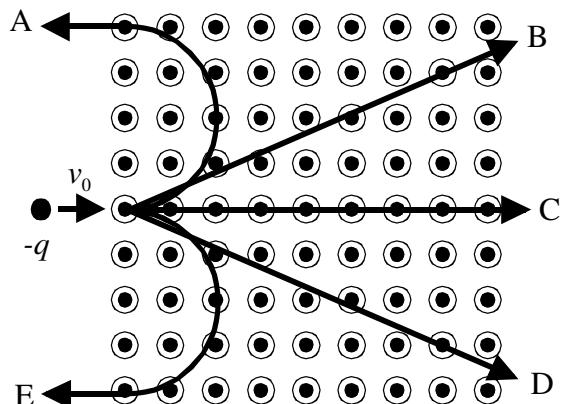
Matični broj_____

INAČICA A

Odgovore upisujte u isti Obrazac kao i 3. medjuispit

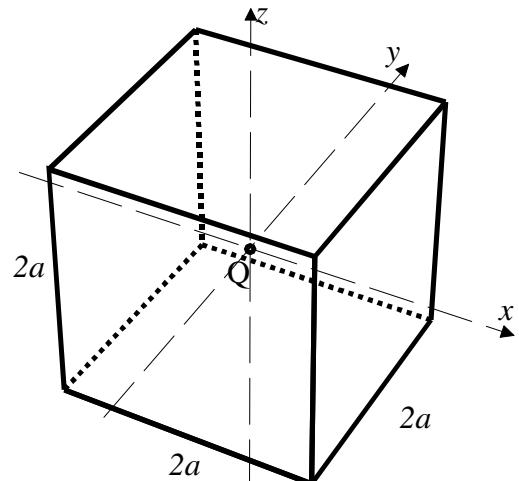
21.) Homogeno magnetsko polje gustoće B je usmjerenog prema slici. Negativno nabijena čestica upada u područje homogenog polja. Koja je moguća putanja čestice ako zanemarimo gravitaciju?

- A) Putanja A
- B) Putanja B
- C) Putanja C
- D) Putanja D
- E) Putanja E



22.) Točkasti naboј Q nalazi se u ishodištu koordinatnog sustava, a dijagonale kocke stranice $2a$ također se sijeku u ishodištu prema slici. Tok vektora jakosti električnog polja E kroz plohu kocke u ravnini $x=a$, iznosi:

- A) $Q/6$,
- B) $Q/(6\epsilon_0)$,
- C) Q
- D) Q/ϵ_0 ,
- E) 0



23.) U statičkom magnetskom polju u vakuumu je $\nabla \times \vec{B}$ jednak:

- A) 0
- B) \vec{J}
- C) $\mu_0 \vec{J}$
- D) $\frac{\vec{J}}{\mu_0}$
- E) \vec{E}

24.) Okomita komponenta gustoće magnetskog toka prelazi granicu dvaju materijala različitih permeabilnosti:

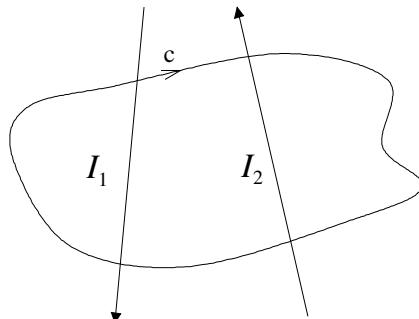
- A) kontinuirano
- B) ima skok za plošnu gustoću slobodnih struja na granici
- C) ima skok za plošnu gustoću slobodnih naboja na granici
- D) ima skok za omjer permeabilnosti materijala
- E) okomita komponenta ne može postojati

25.) Između dva vodiča protjecana strujom istog smjera djeluje sila:

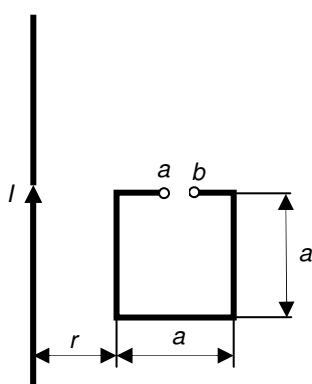
- A) privlačna
- B) odbojna
- C) nema sile
- D) sila nastoji zarotirati vodiče
- E) sila djeluje samo ako su struje u vodičima različite po iznosu

26.) Za konturu c prema slici je:

- A) $\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_1 - I_2$
- B) $\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_2 - I_1$
- C) $\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0$
- D) $\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = \mu(I_1 - I_2)$
- E) $\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = \mu(I_2 - I_1)$



27.) Odrediti smjer induciranog napona u vodljivoj petlji koja miruje u polju ravnog dugog vodiča protjecanog strujom I ukoliko struja I raste.



- A) $u_{ab} > 0;$
- B) $u_{ab} < 0;$
- C) $u_{ab} = 0$

28.) Jakost vremenski promjenjivog električnog polja jednaka je:

A) $\vec{E} = -\nabla \varphi$

B) $\vec{E} = -\nabla \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

C) $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

D) $\vec{E} = -\nabla \varphi + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

E) $\vec{E} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

29.) Dubina prodiranja je udaljenost na kojoj se amplituda vala priguši na

A) 70,2% početne vrijednosti

B) 50,0% početne vrijednosti

C) 36,8% početne vrijednosti

D) 7,2% početne vrijednosti

E) 5 % početne vrijednosti

30.) Kut faznog pomaka između električnog i magnetskog polja se nalazi u granicama

A) $0 \leq \varphi \leq 135^\circ$

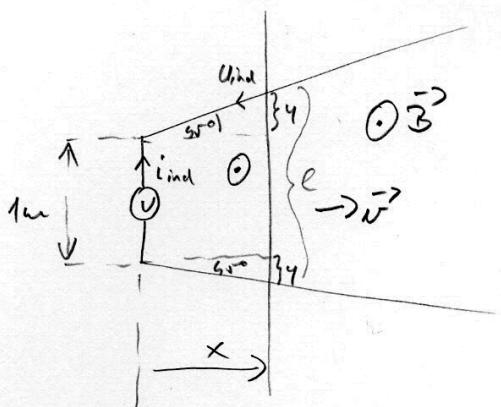
B) $0 \leq \varphi \leq 175^\circ$

C) $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$

D) $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$

E) $0 \leq \varphi \leq 45^\circ$

I) Uvodjili step A-B se giba po tracnicama jednolikom brzinom v u homogenom mag. polju $B = 1 \text{ T}$. $t=0, x=0$



$$\ell = 2y + 1 = 1 + 2x \quad \tan 45^\circ = \frac{y}{x} = 1 \\ \boxed{\ell = 1 + 2x} \quad \Rightarrow \boxed{y = x}$$

\Rightarrow Vind po pravilu "desnog vijka"
(polje \vec{B} , prsti smjer osciliranja)
 \Rightarrow struja se potiski prema smeri promjeni toka
pa je suprostog predznaka

① $t=1s, e=u=10V \Rightarrow v=?$

$$u = e = \frac{-d\Phi}{dt} \Rightarrow e = -\frac{d}{dt} B ds \Rightarrow ds = 10 = x \cdot \ell = x(1+2x) = x + 2x^2$$

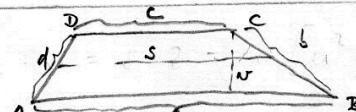
$$\Rightarrow x + 2x^2 = 10 \Rightarrow 2x^2 + x - 10 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \dots \Rightarrow x_1 = \frac{-1}{2} \quad \boxed{x_2 = 2 \text{ m}}$$

$$1 + 2x = \ell \Rightarrow \boxed{\ell = 5 \text{ m}}$$

$$\Rightarrow x = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{x}{t} = \frac{2 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}$$

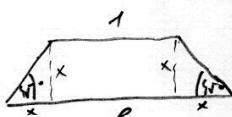
$$\boxed{v = 2 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)} \Rightarrow \text{B)$$

② $\Phi(t=1s) = ? \quad \boxed{B=1 \text{ T}}$ $P = s \cdot v = \frac{a+c}{2} \cdot v$



$$\Phi = B \cdot s \Rightarrow \Phi = 1 \cdot s = 6 \text{ Wb} \Rightarrow \text{②, D} \quad \begin{cases} \ell(t=1s) = 5 \text{ m} \\ x(t=1s) = 2 \text{ m} \end{cases}$$

$\Rightarrow s$ je trapez:
osnove $\Rightarrow \ell = a, c = 1,$
 $v = x$)



$$\text{Strepeza} = \left(\frac{\ell+a}{2}\right) \cdot x = \left(\frac{6}{2}\right) \cdot 2 = 3 \cdot 2 = 6 \text{ m}^2$$

③ $U_{AB}(t=3s) = ? \quad \Rightarrow \quad v = \text{konst} = 2 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \Rightarrow x(t=3s) = x(t=1s) \cdot 3 = 6 \text{ m}$
 $\Rightarrow \ell = 2x + 1 = 13 \text{ m}$

$$\underline{U_{AB} = B \cdot \ell \cdot v = 1 \cdot 13 \cdot 2 = 26 \text{ V}} \Rightarrow \boxed{U_{AB} = 26 \text{ V}} \Rightarrow \text{D}$$

④ $R = 2 \Omega, t = 2s \Rightarrow i = ? \quad \ell(t=2s) = 9 \text{ m} \quad x(t=2s) = 9 \text{ m}$

$$U(t=2s) = B \cdot \ell(t=2s) \cdot v = 2 \cdot 1 \cdot 9 = 18 \text{ V} \quad \boxed{i = \frac{U}{R} = \frac{18}{2} = 9 \text{ A} \Rightarrow \text{A}}$$

$$\Rightarrow U = -\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow U \text{ smjer kazaljke na satu} \dots$$

Indukcija B je smjera iz papira, povećanjem površine tok raste koji je smjera kao i B iz papira, zato je inducirani tok smjera u papir tako da poništava promjenu (porast) toka, takav tok stvara inducirana struja smjera kazaljke na satu (pravilo desne ruke – npr. palac je tok, struja su prsti i sl.)

(II) Slobodni prostor $K=0$, $\epsilon_r=1$, $\mu_r=1$ voda pogje:

$$\vec{E} = E_{ox} e^{\alpha_y - \beta t} \vec{a}_x + E_{oy} e^{\beta x - \beta t} \vec{a}_y . \quad E_{ox}, E_{oy}, \beta \text{ zadani}.$$

(P)

$$\vec{E} = E_{ox} \cdot e^{\alpha_y} \cdot e^{-\beta t} \vec{a}_x + E_{oy} e^{\beta x} \cdot e^{-\beta t} \vec{a}_y$$

$$\Rightarrow K=0 \Rightarrow \text{val u sredstvu sez gubitaka} \Rightarrow \alpha = \beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \text{iz } \vec{E} \text{ citamo kružnu funk. } \omega \Rightarrow e^{-\beta t} = e^{-\omega t} \Rightarrow \beta = \omega$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = \beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (\mu_r = \epsilon_r = 1) \quad (5) ; (6) \Rightarrow (E)$$

(7) $\zeta_s = ? \Rightarrow \text{iz starih formula} \Rightarrow \boxed{\zeta_s = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E}}$

$$\Rightarrow \boxed{\zeta_s = \epsilon_0 \left(\frac{\partial \vec{E}_x}{\partial x} + \frac{\partial \vec{E}_y}{\partial y} + \frac{\partial \vec{E}_z}{\partial z} \right)} = \times i \text{ komponenta uz } \vec{a}_x, \vec{a}_y \\ \text{2 komponente u ovom zad. nemamo} \Rightarrow$$

$$= \zeta_s = \epsilon_0 \left(\frac{\partial (E_{ox} e^{\alpha_y} e^{-\beta t})}{\partial x} + \frac{\partial (E_{oy} e^{\beta x} e^{-\beta t})}{\partial y} \right) =$$

$$= \epsilon_0 \left(\underbrace{E_{ox} e^{-\beta t} \left(\frac{\partial e^{\alpha_y}}{\partial x} \right)}_0 + \underbrace{E_{oy} e^{-\beta t} \left(\frac{\partial e^{\beta x}}{\partial y} \right)}_0 \right) = \epsilon_0 \cdot 0 = \underline{\underline{0}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\zeta_s = 0} \quad (C)$$

(8) $\nabla \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & 0 \end{vmatrix} = \cancel{\vec{a}_x \left(\frac{-E_y}{\partial z} \right)} - \cancel{\vec{a}_y \left(\frac{-E_x}{\partial z} \right)} + \vec{a}_z \left(\frac{E_y}{\partial x} - \frac{E_x}{\partial y} \right) =$

$$\Rightarrow \vec{a}_z \left(E_{oy} e^{\beta x} \cdot e^{-\beta t} \cdot \beta - E_{ox} e^{\alpha_y} \cdot e^{-\beta t} \cdot \alpha \right) = \nabla \times \vec{E} = \frac{-\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\therefore \mu_0 \Rightarrow \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \vec{a}_z \left(-\frac{E_{oy} \beta}{\mu_0} e^{\beta x} e^{-\beta t} + \frac{E_{ox} \alpha}{\mu_0} e^{\alpha_y} e^{-\beta t} \right) \Rightarrow / \int dt =$$

$$\Rightarrow \vec{H} = \vec{a}_z \left(\frac{E_{ox} e^{\alpha_y} e^{-\beta t}}{\mu_0} - \frac{E_{oy} \beta e^{\beta x} e^{-\beta t}}{\mu_0} \right) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
 \vec{H} &= \vec{\alpha}_z \left(\frac{E_{0x}\lambda}{\mu_0} e^{-\beta t} e^{\alpha y} - \frac{E_{0y}}{\mu_0} e^{-\beta t} e^{\beta x} \right) = \left\{ \alpha = \beta \right\} \\
 &= \vec{\alpha}_z \left(E_{0y} e^{-\beta t} e^{\beta x} - E_{0x} e^{-\beta t} e^{\alpha y} \right) \cdot \left(\frac{\alpha}{\mu_0 \cdot b} \right) = \left\{ \alpha = \beta = b \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \right\} \Rightarrow \\
 &= \vec{\alpha}_z \left(E_{0y} e^{+b(\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} - t)} - E_{0x} e^{b(\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} - t)} \right) \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \quad \downarrow \quad \frac{b \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}{\mu_0 \cdot b} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \\
 \Rightarrow \vec{H} &= \left(E_{0y} e^{+b(\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} - t)} - E_{0x} e^{b(\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} - t)} \right) \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot \vec{\alpha}_z
 \end{aligned}$$

(A)

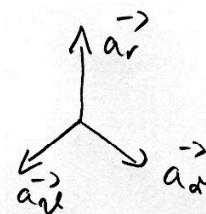
III) Vektor jakesti mag. polja antene sujedne c
središtu sfernog koord. sustava je $\vec{H} = \frac{\sin^2 \vartheta}{r} \cos(\omega t - \beta r) \vec{a}_\alpha$.

$$E = E_0, \mu = \mu_0, f = 100 \text{ MHz} \Rightarrow \omega = 2\pi f = 200\pi \cdot 10^6 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

\Rightarrow općenito za sferni koord. sustav u ishodistu ...

$$\Rightarrow \text{za izvor: } \vec{E} = \frac{V \sin \vartheta}{r} \cos(\omega t - \beta r) \vec{a}_\alpha$$

$$\vec{H} = \frac{V \sin \vartheta}{|z| \cdot r} \cos(\omega t - \beta r) \vec{a}_\alpha$$



$$\Rightarrow \text{za zadano: } \vec{H} = \frac{\sin^2 \vartheta}{r} \cos(\omega t - \beta r) = \frac{V \sin \vartheta}{|z| \cdot r} \cos(\omega t - \beta r) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \vartheta = \frac{V}{|z|} \Rightarrow \boxed{V = |z| \cdot \sin \vartheta = 120 \text{ m} \cdot \sin \vartheta}$$

$$\Rightarrow \text{val bez gubitaka } E = E_0, \mu = \mu_0 \Rightarrow |z| = Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \underline{\underline{120 \text{ m}}} //$$

9) $E (r=100 \text{ m}, \vartheta = \frac{\pi}{3} \text{ rad}) = \frac{V \sin \vartheta}{r} = \frac{120 \text{ m} \cdot \sin^2 \vartheta}{r} = \frac{120 \text{ m} \cdot (\sin(\frac{\pi}{3}))^2}{100} \Rightarrow$

$$\boxed{E = 1,885 \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]} \Rightarrow \textcircled{B}$$

10) $|\vec{H}| (r=150 \text{ m}, \vartheta = \frac{\pi}{3} = 60^\circ, t=1 \mu\text{s}) = ?$ PAZI! ne uvačinavaš cosinus

$$\vec{H} = \vec{E} \times \vec{H} = \left(\frac{120 \text{ m} \sin^2 \vartheta}{r} \cdot \frac{120 \text{ m} \cdot \sin^2 \vartheta}{120 \text{ m} \cdot r} \right) \vec{a}_r \Rightarrow V = \boxed{|\vec{H}| = 9,42 \left[\frac{\text{Am}}{\text{m}^2} \right]}$$

\textcircled{D}

11., 12.

$$III \quad \epsilon_r=1 \quad \mu_r=1 \quad f=100 \text{ MHz} \quad \omega=2\pi f \quad \beta=\omega/c \quad t=1 \mu\text{s}$$

sferni sustav -> $\vec{H} = H_\alpha \cdot \vec{a}_\alpha \quad \vec{E} = E_\vartheta \cdot \vec{a}_\vartheta \quad \vec{N} = N_r \cdot \vec{a}_r$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \vec{H} = \frac{\sin^2 \vartheta}{r} \cos(\omega t - \beta r) \vec{a}_\alpha$$

uzimamo formulu iz zbirke za rotaciju u sfernem sustavu s tim da električno polje E ima samo E_ϑ komponentu a magnetsko polje samo H_α komponentu (izjednačavamo \vec{a}_α komponente od rotacije od E i vremenske derivacije od H)

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r E_\vartheta) \right] = \mu_0 \omega \frac{\sin^2 \vartheta}{r} \sin(\omega t - \beta r)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (r E_\vartheta) = \mu_0 \omega \sin^2 \vartheta \sin(\omega t - \beta r)$$

$$E_\vartheta = \frac{\mu_0 \omega}{\beta r} \sin^2 \vartheta \cos(\omega t - \beta r) = \frac{Z_0 \sin^2 \vartheta}{r} \cos(\omega t - \beta r)$$

9.) apsolutna vrijednost fazora električnog polja:

$$E = \frac{Z_0 \sin^2 \vartheta}{r} = \frac{120\pi \sin^2 45^\circ}{100} = 1,885 \text{ V/m}$$

10.) apsolutna vrijednost Poyntingova vektora u točki: $r=150 \text{ m}$ $\vartheta = 60^\circ$ $t=1 \mu\text{s}$

$$\begin{aligned} \vec{N} &= EH \cdot \vec{a}_r \quad |\vec{N}| = EH = \frac{Z_0 \sin^4 \vartheta}{r^2} \cos^2(\omega t - \beta r) = \\ &= \frac{120\pi \sin^4 60^\circ}{150^2} \cos^2 \left(200\pi - \frac{200\pi \cdot 10^6}{c_0} 150 \right) = 8,99 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2 \approx 9,4 \text{ mW/m}^2 \end{aligned}$$

ovdje se uračunavaju kosinusi (pazite na radijane), kada bi rekli da se traži amplituda onda ne, ali su oni cijeli taj zadatak sjebali što se tiče zadanih podataka i kaj se točno traži!

11.) tu se ja mislim tražila srednja vrijednost Poyntingova vektora u točki:
 $r=200 \text{ m}$ $\vartheta = 90^\circ$ kao i na istom zadatku od prošle godine

$$|\vec{N}_{sr}| = \frac{E_m^2}{2|Z|} = \frac{1}{2Z_0} \left(\frac{Z_0 \sin^2 \vartheta}{r} \right)^2 = \frac{Z_0 \sin^4 \vartheta}{2r^2} = \frac{120\pi}{2 \cdot 200^2} = 4,71 \text{ mW/m}^2$$

12.) ukupna snaga se dobije integracijom srednje vrijednosti Poyntingova vektora kroz sferu:

$$P = \int_s \vec{N}_{sr} \cdot \vec{n} \cdot dS \quad \vec{n} = \vec{a}_r \quad dS = 2\pi r^2 \sin \vartheta \, d\vartheta$$

$$P = \int_0^\pi \frac{Z_0 \sin^4 \vartheta}{2r^2} \vec{a}_r \cdot \vec{a}_r \cdot 2\pi r^2 \sin \vartheta \, d\vartheta = Z_0 \pi \int_0^\pi \sin^5 \vartheta \, d\vartheta = 120\pi^2 \frac{16}{15} = 1263,3 \text{ W}$$

*napomena:

vrlo sličan zadatak je u zbirci rješen: Primjer 9.3.2. na str. 224.
 za ovaj integral uzeti na ispit ogromnu tablicu integrala iz repozitorija ili
 ponoviti matane ☺

(14) Neku izvor prizvodi u vakuumu ravn val valne dužine $\lambda = 2\bar{a}$ [m]. Kada se val prostire u idealnom običeku, nepoznatih znacajki, valna dužina se smanji 20 puta, a onda $\frac{E_{m1}}{H_{m1}}$ se poveća 10 puta.

$$\frac{E_{m1}}{H_{m1}} \cdot 10 = \frac{E_{m2}}{H_{m2}}$$

$$\lambda_1 = 2\bar{a} \text{ [m]} \Rightarrow 2a \mu_0, \epsilon_0$$

$$, \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{20} = \frac{2\bar{a}}{20} = \frac{\bar{a}}{10} \text{ [m]} \Rightarrow 2a \mu_r, \epsilon_r$$

$$\lambda_1 = \frac{2\bar{a}}{\omega \sqrt{\mu \epsilon}} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{2\bar{a}}{\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \Rightarrow \omega = \frac{2\bar{a}}{\lambda_1 \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{2\bar{a}}{2\bar{a} \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ [rad/s]}$$

$$\boxed{\omega = 3 \cdot 10^8 \text{ [rad/s]}} \Rightarrow (15) \text{ (B)}$$

$$\frac{E_{m1}}{H_{m1}} \cdot 10 = \frac{E_{m2}}{H_{m2}}, \quad \frac{E_{m1}}{E_{m2}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\epsilon_0 \epsilon_r}} = \underline{z_0 = 120 \bar{a}}$$

$$\Rightarrow 1200 \bar{a} = \frac{E_{m2}}{H_{m2}}, \quad \frac{E_{m2}}{H_{m2}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\epsilon_0 \epsilon_r}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} = z_0 \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}$$

$$\Rightarrow \frac{1200 \bar{a}}{10} = 120 \bar{a} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_r}} \Rightarrow 10 = \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \Rightarrow (\epsilon_r \cdot 100 = \mu_r)$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = \frac{2\bar{a}}{\omega \sqrt{\mu \epsilon}} \Rightarrow \sqrt{\mu \epsilon} = \frac{2\bar{a}}{\lambda_2 \omega} = \frac{2\bar{a}}{\frac{2\bar{a}}{10}} = \frac{2\bar{a}}{\omega} = 6,667 \cdot 10^{-8}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r} = 6,667 \cdot 10^{-8} \Rightarrow \sqrt{\mu_r} \sqrt{\epsilon_r} = \frac{6,667 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \Rightarrow (\sqrt{\mu_r} \sqrt{\epsilon_r} = 20)$$

$$\epsilon_r \cdot 100 = \mu_r, \quad \epsilon_r = \frac{400}{\mu_r} \Rightarrow \mu_r = \frac{400}{\epsilon_r}$$

$$\epsilon_r \cdot 100 = \frac{400}{\epsilon_r} \Rightarrow \epsilon_r^2 = 4 \Rightarrow \boxed{\epsilon_r = 2} \Rightarrow (13) \text{ (D)}$$

$$\Rightarrow \mu_r = 100 \epsilon_r = 100 \cdot 2 = 200 \Rightarrow \boxed{\mu_r = 200} \Rightarrow (14) \text{ (A)}$$

$$\beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon} = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \mu_r \epsilon_r} = \frac{\text{Uvjetno}}{\text{brojive}} \Rightarrow \boxed{\beta = 20,011}$$

$$\boxed{\beta = 20 \left[\frac{1}{\text{m}} \right]} \Rightarrow (16) \text{ (C)}$$

(V) Ravn val frekv. 10 MHz prostire se u real. sredstvu

$\epsilon_r = 4$, $\mu_r = 1$. Ako je konst. (fazna) $= \beta = 0,6 \frac{1}{\text{m}}$, a max.

VI. poja (el.) $E_{\max} (x=0) = 100 \frac{\text{V}}{\text{m}}$. Otkedi:

(7) $K = ?$

$$\begin{array}{l} \omega = 2\pi f \\ f = 10 \text{ MHz} \\ \epsilon_r = 4 \\ \beta = 0,6 \\ \mu_r = 1 \end{array} \quad E_{\max} = 100 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\beta = \frac{\omega}{c_1 \sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{K}{\omega \epsilon}\right)^2} + 1} = 0,6 \Rightarrow \frac{c_1 \sqrt{2} \cdot 0,6}{\omega} = \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{K}{\omega \epsilon}\right)^2} + 1} / \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{c_1 \sqrt{2} \cdot 0,6}{\omega} \right)^2 - 1 = \sqrt{1 + \left(\frac{K}{\omega \epsilon}\right)^2} \Rightarrow 3,1035 = \sqrt{1 + \left(\frac{K}{\omega \epsilon}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c_1 = \frac{C_0}{\mu_r \epsilon_r} = \frac{3 \cdot 10^8}{2} = 1,5 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ K = \epsilon_0 \epsilon_r = 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \\ \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 10 \cdot 10^6 \text{ rad/s} \end{array} \right\} \Rightarrow C_0 \text{ se vrsti kad je } \mu_r = \epsilon_r = 1, \text{ inace racunamo } c_1 \dots$$

$$\Rightarrow \left(\frac{K}{\omega \epsilon} \right)^2 = 8,6318 \Rightarrow K = \omega \epsilon \cdot \sqrt{8,6318} = \underline{\underline{6,5378 \frac{\text{mS}}{\text{m}}}} \quad (D)$$

(8) Prijenosna konst. vred. $\alpha = ?$

$$\alpha = \frac{\omega}{c_1 \sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{K}{\omega \epsilon}\right)^2} - 1} = \frac{\text{vrstimo}}{\text{bezjeve}} \dots = 0,4287 = \underline{\underline{0,43}} \quad (C)$$

(9) Aps. vr. valne impedancije $|Z| = ?$

$$|Z| = \frac{\omega \mu}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} = \frac{4\pi \cdot 10^7 \cdot 1 \cdot 2\pi \cdot 10 \cdot 10^6}{\sqrt{0,43^2}} = \frac{78,957}{0,738} = 106,988 = \underline{\underline{107 \Omega}} \quad (B)$$

(20) Sr. vr. Re dijela Poyntingovog vektora za $x=d \dots d = \text{dubina prodiranja}$

$$d = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{0,43} = 2,326 \text{ [m]} \Rightarrow \text{dubina prodiranja}$$

$$\Rightarrow \text{općenito za } \vec{E}: \quad \vec{E} = E_0 e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x) \hat{a}_x \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{E} = E_0 e^{-0,43 \cdot d} \cos(20\pi \cdot 10^6 - 0,6d) \hat{a}_x} \quad (C)$$

$$\Rightarrow |x=d| \Rightarrow \vec{E}(x=d) = \boxed{100 e^{-0,43 \cdot d} \cos(20\pi \cdot 10^6 - 0,6d) \hat{a}_x} \Rightarrow \boxed{\text{Re}(\vec{E}) = 36,788 \frac{\text{V}}{\text{m}}} \quad (D)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{B} \times \vec{E}) = \vec{\alpha}_t \left(\frac{1}{\omega \mu} \right) \cdot (0, 6) \cdot (36, 788) \Rightarrow \mu = \mu_0 \mu_r \Rightarrow \mu = \mu_0 \cdot 1 = \mu_0$$

$$\boxed{\vec{H} = 0,279 \vec{\alpha}_t}$$

$$|\vec{H}_{sr}| = \left| \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H}) \right| = \frac{1}{2} \cdot 0,279 \cdot 36,788 = 5,13193 \frac{W}{m^2}$$

$$\boxed{|\vec{H}_{sr}| = 5,14 \frac{W}{m^2}} \quad (\textcircled{E})$$

$$z = d = 1/\alpha$$

$$N_{Re,sr} = \frac{1}{2} \frac{E_m^2}{|Z|} e^{-2\alpha z} \cos \left(\arctg \frac{\alpha}{\beta} \right) = \frac{1}{2} \frac{100^2}{107} e^{-2} \cos \left(\arctg \frac{0,43}{0,6} \right) = 5,14 W/m^2$$

21.) $\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$ - pravilo desne ruke: silnice u dlan, palac je brzina, prsti su smjer sile
-indukcija je smjera iz papira, brzina je prema desno pa je sila prema gore jer je naboј negativan
-gibanje je kružno jer je sila uvijek okomita na smjer gibanja (brzinu)

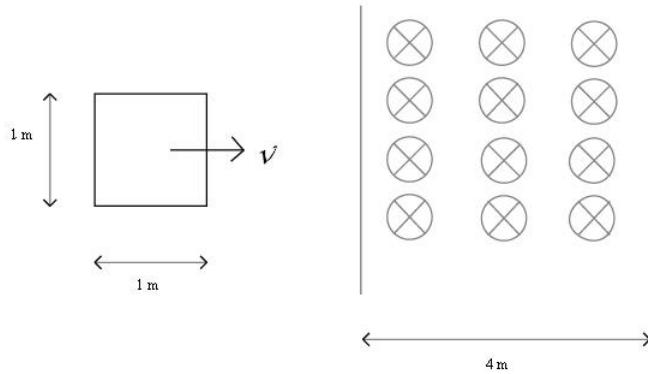
22.) -tok vektora jakosti električnog polja E kroz zatvorenu plohu je suma obuhvaćenog naboja kroz ϵ
-kroz jednu stranicu teče šestina toka ergo $Q/6\epsilon_0$

26.) -struje se zbrajaju po pravilu desnog vijka: smjer konture su prsti, pozitivan smjer struje je palac

27.) -struja smjera prema gore raste → tok smjera u papir raste → inducirani tok je smjera iz papira jer želi ponišiti porast toka → inducirana struja koja stvara inducirani tok je smjera obrnutog od kazaljke na satu (od a do b) po pravilu desne ruke: palac je inducirani tok, struja su prsti → struja u izvorima električne energije teče od – pola (a) ka + polu (b), vodljiva petlja je ovdje izvor električne energije a ne trošilo → $U_{ab} < 0$ jer je a stezaljka na negativnijem potencijalu $U_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$

ostalo su formule i teorija iz predavanja i materijala...

I Vodljiva pravokutna petlja se giba konstantnom brzinom $v = 2 \frac{m}{s}$ i u trenutku $t = 0$ počinje ulaziti u dio prostora u kojem vlada homogeno magnetsko polje indukcije $B = 1.5T$ prema slici. Izvan omeđenog prostora $B = 0$



1. Odredi napon induciran u petlji u trenutku $t = 0.25s$

- (a) 0.25 V (b) 0.5 V (c) 1 V (d) 2 V (e) **3 V** (f) 4 V

2. Odredi napon induciran u petlji u trenutku $t = 2.25s$

- (a) 0.25 V (b) 0.5 V (c) 1 V (d) 2 V (e) **3 V** (f) 4 V

3. Odredi napon induciran u petlji u trenutku $t = 2.75s$

- (a) **0 V** (b) 1 V (c) 1 V (d) 3 V (e) 4 V (f) 8 V

4. Odredi struju kroz petlju u trenutku $t = 2.7s$ ako je otpor petlje 0.1Ω

- (a) 20A, smjer kazaljke na satu (b) 20A, smjer obrnuto od kazaljke na satu (c) 40A, smjer kazaljke na satu
 (d) 40A, obrnuto od kazaljke na satu (e) 0 A

II U slobodnom prostoru ($\kappa = 0$, $\epsilon_r = 1$, $\mu_r = 1$) vlada magnetsko polje $\vec{H} = H_0 e^{-\alpha x - 3kt} \vec{a}_y$

5. Ako je zadan α , odredi k

- (a) $\frac{\alpha}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ (b) $\frac{\alpha}{2\sqrt{\mu\epsilon}}$ (c) $\frac{2\alpha}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ (d) $\frac{3\alpha}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ (e) $\frac{\alpha}{\sqrt{3\mu\epsilon}}$ (f) $\alpha\sqrt{\mu\epsilon}$

6. Odredi električno polje

- (a) $\vec{a}_z \frac{\alpha H_0 e^{-2\alpha x - 2kt}}{k\epsilon}$ (b) $\vec{a}_z \frac{\alpha H_0 e^{-\alpha x - 2kt}}{2k\epsilon}$ (c) $\vec{a}_z \frac{3\alpha H_0 e^{-3\alpha x - kt}}{k\epsilon}$ (d) $\vec{a}_z \frac{\alpha H_0 e^{-3\alpha x - 3kt}}{k\epsilon}$ (e) $\vec{a}_z \frac{2\alpha H_0 e^{-2\alpha x - kt}}{k\epsilon}$
 (f) **$\vec{a}_z \frac{\alpha H_0 e^{-\alpha x - 3kt}}{3k\epsilon}$**

7. Odredi gustoću slobodnog naboja $\delta\sigma_S$ u točki $x = 0$:

- (a) α^2 (b) α (c) k (d) $\frac{\alpha}{k}$ (e) $\alpha \cdot k$ (f) **0**

8. Odredi Poyntingov vektor u $x = 0$

- (a) $\vec{a}_x \frac{-\alpha H_0^2 e^{-4kt}}{2k\epsilon}$ (b) $\vec{a}_x \frac{-2\alpha H_0^2 e^{-2kt}}{k\epsilon}$ (c) $\vec{a}_x \frac{-\alpha H_0^2 e^{-4kt}}{k\epsilon}$ (d) **$\vec{a}_x \frac{-\alpha H_0^2 e^{-6kt}}{3k\epsilon}$** (e) $\vec{a}_x \frac{-3\alpha H_0^2 e^{-2kt}}{k\epsilon}$ (f) $\vec{a}_x \frac{-\alpha H_0^2 e^{-6kt}}{k\epsilon}$

III Vektor jakosti magnetskog polja antene smještene u ishodištu sfernog koordinatnog sustava je $\vec{H} = \frac{\sin^2 \vartheta}{r} \cos(\omega t - \beta r) \vec{a}_\alpha$
 $\epsilon = \epsilon_0$, $\mu = \mu_0$, $f = 100MHz$

9. Odredi apsolutnu vrijednost fazora jakosti električnog polja u točki $r = 150m$, $\vartheta = \frac{\pi}{4}$

- (a) $1.17 \frac{V}{m}$ (b) $1.26 \frac{V}{m}$ (c) $1.35 \frac{V}{m}$ (d) $1.45 \frac{V}{m}$ (e) $1.57 \frac{V}{m}$ (f) $1.79 \frac{V}{m}$

10. Modul trenutne vrijednosti Poyntingova vektora u $r = 100m$, $\vartheta = \frac{\pi}{3}$, $t = 1\mu s$

- (a) $2.7 \frac{mW}{m^2}$ (b) $3.1 \frac{mW}{m^2}$ (c) $4.4 \frac{mW}{m^2}$ (d) $5.3 \frac{mW}{m^2}$ (e) $14.7 \frac{mW}{m^2}$ (f) $26.2 \frac{mW}{m^2}$

11. Odredite srednju vrijednost Poyntingova vektora $r = 180m$, $\vartheta = \frac{\pi}{2}$

- (a) $5.2 \frac{mW}{m^2}$ (b) $5.8 \frac{mW}{m^2}$ (c) $6.5 \frac{mW}{m^2}$ (d) $7.4 \frac{mW}{m^2}$ (e) $8.4 \frac{mW}{m^2}$ (f) $9.6 \frac{mW}{m^2}$

12. Odredite srednju snagu koju emitira antena

- (a) 100 W (b) 274 W (c) 511 W (d) 672 W (e) 1132 W (f) 1263 W

IV Neki izvor proizvodi u vakuumu ravni val valne dužine $2\pi m$. Kad se taj val prostire u idealnom dielektriku nepoznatih značajki, valna dužina se smanji 3 puta, a omjer maksimalnih vrijednosti jakosti električnog i magnetskog polja $\frac{E_m}{H_m}$ se poveća 2 puta.

13. Relativna dielektrična konstanta ϵ_r u dielektriku je:

- (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) 2 (d) 3 (e) 4 (f) 8

14. Relativna permeabilnost μ_r u dielektriku je:

- (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 6 (e) 8 (f) 12

15. Kružna frekvencija vala je:

- (a) $10^8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (b) $\frac{3}{2} \cdot 10^8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (c) $2 \cdot 10^8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (d) $3 \cdot 10^8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (e) $4 \cdot 10^8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ (f) $8 \cdot 10^8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

16. Fazna konstanta vala u dielektriku

- (a) $2 \frac{1}{m}$ (b) $3 \frac{1}{m}$ (c) $4 \frac{1}{m}$ (d) $6 \frac{1}{m}$ (e) $8 \frac{1}{m}$ (f) $12 \frac{1}{m}$

V Sinusno promjenjiv ravni val se giba u relanom sredstvu za koje je zadano $\epsilon_r = 3$, $\mu_r = 1$, $\kappa = 0,2 \frac{S}{m}$. Frekvencija vala je $f = 150MHz$, a početna amplituda je $E_0 = 150 \frac{V}{m}$. Koristite potpune izraze za α , β .

17. Odredite omjer amplituda električnog polja $\frac{E(x=0)}{E(x=\lambda)}$, gdje je λ valna duljina

- (a) 244.7 (b) 294.5 (c) 268.2 (d) 256.1 (e) 281 (f) 308.9

18. Odredite faznu konstantu β

- (a) $9.8 \frac{1}{m}$ (b) $10.2 \frac{1}{m}$ (c) $10.7 \frac{1}{m}$ (d) $11.1 \frac{1}{m}$ (e) $11.6 \frac{1}{m}$ (f) $12 \frac{1}{m}$

19. Odredite valnu impedanciju

- (a) $65.8 \angle j0.74\Omega$ (b) $68.7 \angle j0.73\Omega$ (c) $71.5 \angle j0.73\Omega$ (d) $74.1 \angle j0.72\Omega$ (e) $76.7 \angle j0.72\Omega$ (f) $79.2 \angle j0.71\Omega$

20. Odredite srednju vrijednost realnog dijela Poyntingova vektora na udaljenosti $x = k_1 \cdot \alpha$ (α je prigušna konstanta, $k_1 = 0.02 \text{m}^2$)

- (a) $1.3 \frac{W}{m^2}$ (b) $1.7 \frac{W}{m^2}$ (c) $2.2 \frac{W}{m^2}$ (d) $3 \frac{W}{m^2}$ (e) $4 \frac{W}{m^2}$ (f) $5.3 \frac{W}{m^2}$

I $v=2\text{m/s}$ $B=1,5 \text{ T}$ $l=1 \text{ m}$

1.)&2.) $e=Bvl=1,5 \cdot 2 \cdot 1 = 3 \text{ V}$ 3.)&4.) $e=0 \rightarrow i=0$ petlja se nalazi potpuno izvan polja

II $\kappa=0$ $\epsilon_r=1$ $\mu_r=1$ $\vec{H} = H_0 e^{-\alpha x - 3kt} \cdot \vec{a}_y$

5.) općenito: $\vec{H} = H_0 e^{-\alpha x - \omega t} \cdot \vec{a}_y$ $\alpha = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$ $\omega = 3k$ $k = \frac{\alpha}{3\sqrt{\mu \epsilon}}$

6.) $E=H \cdot Z_0$ $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ $\alpha = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$ $\omega = 3k$ $\sqrt{\mu} = \frac{\alpha}{3k\sqrt{\epsilon}}$ $Z_0 = \frac{\alpha}{3k\epsilon}$

$$E = H \frac{\alpha}{3k\epsilon} = \frac{\alpha}{3k\epsilon} H_0 e^{-\alpha x - 3kt} \cdot \vec{a}_z$$

7.) $\rho_0 = \epsilon_0 \nabla \vec{E} = \epsilon_0 \left(\frac{\partial E_z}{\partial z} \right) = 0 \rightarrow$ postoji samo E_z komponenta koja ne ovisi o z koordinati

8.) $\vec{N} = \vec{E} \times \vec{H} \rightarrow N \text{ ima } -\vec{a}_x \text{ smjer}$ $\sqrt{\mu} = \frac{\alpha}{3k\sqrt{\epsilon}}$

$$N = \frac{E^2}{Z_0} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{\sqrt{\mu}} \left(\frac{\alpha}{3k\epsilon} H_0 e^{-\alpha x - 3kt} \right)^2 \Big|_{x=0} = \frac{\alpha H_0^2 e^{-6kt}}{3k\epsilon}$$

III $\epsilon_r=1$ $\mu_r=1$ $f=100 \text{ MHz}$ $\omega=2\pi f$ $\beta=\omega/c$ $t=1\mu\text{s}$

sferni sustav $\rightarrow \vec{H} = H_\alpha \cdot \vec{a}_\alpha$ $\vec{E} = E_\vartheta \cdot \vec{a}_\vartheta$ $\vec{N} = N_r \cdot \vec{a}_r$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \vec{H} = \frac{\sin^2 \vartheta}{r} \cos(\omega t - \beta r) \vec{a}_\alpha$$

uzimamo formulu iz zbirke za rotaciju u sfernom sustavu s tim da električno polje E ima samo E_ϑ komponentu a magnetsko polje samo H_α komponentu (izjednačavamo \vec{a}_α komponente od rotacije od E i vremenske derivacije od H)

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r E_\vartheta) \right] = \mu_0 \omega \frac{\sin^2 \vartheta}{r} \sin(\omega t - \beta r)$$

$$E_\vartheta = \frac{\mu_0 \omega}{\beta r} \sin^2 \vartheta \cos(\omega t - \beta r) = \frac{Z_0 \sin^2 \vartheta}{r} \cos(\omega t - \beta r)$$

9.) absolutna vrijednost fazora električnog polja: $r=150 \text{ m}$ $\vartheta = 45^\circ$

$$E = \frac{Z_0 \sin^2 \vartheta}{r} = \frac{120\pi \sin^2 45^\circ}{150} = 1,26 \text{ V/m}$$

10.) modul trenutne vrijednosti Poyntingova vektora: $r=100 \text{ m}$ $\vartheta=60^\circ$ $t=1\mu\text{s}$

$$\begin{aligned} \vec{N} &= EH \cdot \vec{a}_r \quad |\vec{N}| = EH = \frac{Z_0 \sin^4 \vartheta}{r^2} \cos^2(\omega t - \beta r) = \\ &= \frac{120\pi \sin^4 60^\circ}{100^2} \cos^2 \left(200\pi - \frac{200\pi \cdot 10^6}{c_0} 100 \right) = 8,15 \text{ mW/m}^2 \end{aligned}$$

11.) srednja vrijednost Poyntingova vektora u točki: $r=180 \text{ m}$ $\vartheta = 90^\circ$

$$|\vec{N}_{sr}| = \frac{E_m^2}{2|Z|} = \frac{1}{2Z_0} \left(\frac{Z_0 \sin^2 \vartheta}{r} \right)^2 = \frac{Z_0 \sin^4 \vartheta}{2r^2} = \frac{120\pi}{2 \cdot 180^2} = 5,82 \text{ mW/m}^2$$

12.) ukupna snaga se dobije integracijom srednje vrijednosti Poyntingova vektora kroz sferu:

$$P = \int_s \vec{N}_{sr} \cdot \vec{n} \cdot dS \quad \vec{n} = \vec{a}_r \quad dS = 2\pi r^2 \sin \vartheta \, d\vartheta$$

$$P = \int_0^\pi \frac{Z_0 \sin^4 \vartheta}{2r^2} \vec{a}_r \cdot \vec{a}_r \cdot 2\pi r^2 \sin \vartheta \, d\vartheta = Z_0 \pi \int_0^\pi \sin^5 \vartheta \, d\vartheta = 120\pi^2 \frac{16}{15} = 1263,3 \text{ W}$$

IV $\lambda_0 = 2\pi \text{ m}$ $\lambda_2 = 2\pi/3 \text{ m}$ $E_{m2}/H_{m2} = 2 \cdot E_{m0}/H_{m0}$

$$\lambda_0 = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \rightarrow \omega = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \frac{E_{m0}}{H_{m0}} \quad Z_2 = \frac{E_{m2}}{H_{m2}} = 2 \cdot Z_0$$

$$\lambda_2 = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{\mu_2 \epsilon_2}} \rightarrow \mu_r \epsilon_r = 9 \quad \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} = 2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \rightarrow \mu_r = 4 \epsilon_r$$

$$\epsilon_r = 3/2 \quad \mu_r = 6 \quad \beta = \omega \sqrt{\mu_2 \epsilon_2} = 3 \text{ m}^{-1}$$

$$V \quad \epsilon_r=3 \quad \mu_r=1 \quad \kappa=0,2 \text{ S/m} \quad f=150 \text{ MHz} \quad E_0=150 \text{ V/m}$$

$$\alpha = \frac{\omega}{\sqrt{2}c} \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{\kappa}{\omega\varepsilon}\right)^2} - 1} = 10,2242 \quad \beta = \frac{\omega}{\sqrt{2}c} \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{\kappa}{\omega\varepsilon}\right)^2} + 1} = 11,58$$

$$\omega = 2\pi f \quad \varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 \quad \mu = \mu_r \mu_0 \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_r \mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0}}$$

$$17.) \quad \frac{E(x=0)}{E(x=\lambda)} = \frac{E_0 \cdot e^{-\alpha \cdot 0}}{E_0 \cdot e^{-\alpha \cdot \lambda}} = \frac{1}{e^{-\alpha \cdot \lambda}} = e^{10,2242 \cdot 0,5542} = 256,1$$

$$18.) \quad \beta = 11,58$$

$$19.)$$

$$Z = \frac{\omega \mu}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} e^{j \arctg \frac{\alpha}{\beta}} = 76,67 \angle 0,72 \Omega$$

$$20.)$$

$$N_{Re,sr} = \frac{1}{2} \frac{E_m^2}{|Z|} e^{-2\alpha z} \cos\left(\arctg \frac{\alpha}{\beta}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{150^2}{76,67} \cdot e^{-2\alpha k \alpha} \cdot \cos(0,72) = 1,68 \text{ W/m}^2$$

Ime i prezime _____ Matični broj _____

INAČICA B

Ispit se sastoji od pet cijelina, u kojima se točan odgovor na svako pitanje nezavisno budi, te se sastoji od ukupno 20 pitanja. Ukoliko želite odgovoriti na neko pitanje, zacrnite odgovor na obrascu za test. Svaki točan odgovor donosi 1 bod, dok se neodgovorena pitanja ne budu. Netočan odgovor donosi -0.2 boda. Napišite ime na svim papirima s postupcima i predajte ih na kraju ispita zajedno s primjerkom testa u košuljici, dok se Obrazac za test posebno predaje.

I Za zadane jakosti električnog polja i magnetskog polja ravnog elektromagnetskog vala u slobodnom prostoru pri frekvenciji 200 kHz odredite:

$$\vec{E} = 100 \cos\left(\omega t + \frac{4}{3}\pi x\right) \vec{a}_z \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\vec{H} = \frac{100}{120\pi} \cos\left(\omega t + \frac{4}{3}\pi x\right) \vec{a}_y \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

1. Fazor električnog polja \vec{E}

A) $100e^{j\frac{4}{3}\pi x} \vec{a}_z \frac{\text{V}}{\text{m}}$ B) $10e^{j\frac{4}{3}\pi x} \vec{a}_z \frac{\text{V}}{\text{m}}$ C) $e^{j\frac{4}{3}\pi x} \vec{a}_z \frac{\text{V}}{\text{m}}$

D) $100e^{j\frac{2}{3}\pi x} \vec{a}_z \frac{\text{V}}{\text{m}}$ E) $10e^{j\frac{2}{3}\pi x} \vec{a}_z \frac{\text{V}}{\text{m}}$ F) $e^{j\frac{2}{3}\pi x} \vec{a}_z \frac{\text{V}}{\text{m}}$

2. Fazor magnetskog polja \vec{H}

A) $\frac{1}{120\pi} e^{j\frac{4}{3}\pi x} \vec{a}_y \frac{\text{A}}{\text{m}}$ B) $\frac{10}{120\pi} e^{j\frac{4}{3}\pi x} \vec{a}_y \frac{\text{A}}{\text{m}}$ C) $\frac{100}{120\pi} e^{j\frac{4}{3}\pi x} \vec{a}_y \frac{\text{A}}{\text{m}}$

D) $\frac{1}{120\pi} e^{j\frac{2}{3}\pi x} \vec{a}_y \frac{\text{A}}{\text{m}}$ E) $\frac{10}{120\pi} e^{j\frac{2}{3}\pi x} \vec{a}_y \frac{\text{A}}{\text{m}}$ F) $\frac{100}{120\pi} e^{j\frac{2}{3}\pi x} \vec{a}_y \frac{\text{A}}{\text{m}}$

3. Trenutnu vrijednost Poytingova vektora u $x = 1\text{m}$ i $t = 2\text{s}$ u smjeru \vec{a}_x .

A) $-3.14 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ B) $-5.33 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ C) $-7.68 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ D) $-10.14 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ E) $-13.72 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ F) $-21.11 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

4. Prosječnu snagu koja prolazi pravokutnikom određenim točkama $(0;0;0)$, $(0;2;0)$, $(0;2;2)$ i $(0;0;2)$ i normalom $\vec{n} = \vec{a}_x$.

A) -3 W B) -11 W C) -27 W D) -39 W E) -53 W F) -106 W

II Jakost električnog polja ravnog elektromagnetskog vala koji se širi dielektrikom relativne magnetske permeabilnosti $\mu_r = 1$ zadana je jednadžbom:

$$\vec{E} = 3 \sin(2 \cdot 10^8 t - 2x) \vec{a}_y \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

5. Odredite smjer u kojem se giba val

A) \vec{a}_x B) $-\vec{a}_x$ C) \vec{a}_y D) $-\vec{a}_y$ E) \vec{a}_z F) $-\vec{a}_z$

6. Odredite valnu duljinu λ

- A) π m B) 2π m C) 3π m D) 4π m E) 5π m F) 6π m

7. Odredite relativnu dielektričnost sredstva ϵ_r .

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6 F) 9

8. Odredite vektor \vec{H} .

A) $0,048 \sin(2 \cdot 10^8 t - 2x) \vec{a}_z \frac{\text{A}}{\text{m}}$

B) $0,024 \sin(2 \cdot 10^8 t - 2x) \vec{a}_z \frac{\text{A}}{\text{m}}$

C) $0,012 \cos(2 \cdot 10^8 t - 2x) \vec{a}_z \frac{\text{A}}{\text{m}}$

D) $0,024 \cos(2 \cdot 10^8 t - 2x) \vec{a}_z \frac{\text{A}}{\text{m}}$

E) $0,012 \cos(2 \cdot 10^8 t + 2x) \vec{a}_z \frac{\text{A}}{\text{m}}$

F) $0,024 \cos(2 \cdot 10^8 t + 2x) \vec{a}_z \frac{\text{A}}{\text{m}}$

III Cilindrični kondenzator radijusa unutrašnje elektrode 5mm, radijusa vanjske elektrode 6mm, duljine 500mm ispunjen je dielektrikom relativne dielektričnosti $\epsilon_r = 6,7$. Ako je unutrašnja elektroda uzemljena, a vanjska na potencijalu $\varphi = 250 \sin(377t)$ V odredite:

9. Jakost električnog polja u dielektriku na udaljenosti $r = 5,5\text{mm}$ od osi kondenzatora.

A) $-315783 \sin(377t) \vec{a}_r \frac{\text{V}}{\text{m}}$

B) $-121317 \cos(377t) \vec{a}_r \frac{\text{V}}{\text{m}}$

C) $-211117 \cos(377t) \vec{a}_r \frac{\text{V}}{\text{m}}$

D) $-249310 \sin(377t) \vec{a}_r \frac{\text{V}}{\text{m}}$

E) $156233 \sin(377t) \vec{a}_r \frac{\text{V}}{\text{m}}$

F) $192278 \cos(377t) \vec{a}_r \frac{\text{V}}{\text{m}}$

10. Gustoću struje pomaka u dielektriku na udaljenosti $r = 5,2\text{mm}$ od osi kondenzatora.

A) $-2 \cdot 10^{-3} \cos(377t) \vec{a}_r \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$

B) $-3 \cdot 10^{-3} \cos(377t) \vec{a}_r \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$

C) $-11,4 \cdot 10^{-3} \cos(377t) \vec{a}_r \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$

D) $-5,9 \cdot 10^{-3} \cos(377t) \vec{a}_r \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$

E) $-15,8 \cdot 10^{-3} \cos(377t) \vec{a}_r \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$

F) $-31,7 \cdot 10^{-3} \cos(377t) \vec{a}_r \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$

11. Iznos ukupne struje pomaka

A) $2,11 \cdot 10^{-5} \cos(377t) \text{ A}$

B) $3,89 \cdot 10^{-5} \cos(377t) \text{ A}$

C) $5,92 \cdot 10^{-5} \cos(377t) \text{ A}$

D) $7,45 \cdot 10^{-5} \cos(377t) \text{ A}$

E) $9,63 \cdot 10^{-5} \cos(377t) \text{ A}$

F) $11,7 \cdot 10^{-5} \cos(377t) \text{ A}$

12. Kapacitet kondenzatora

- A) 1nF B) 2nF C) 3 nF D) 4nF E) 5nF F) 6nF

IV Ravni val giba se u $+z$ smjeru u prostoru ($\mu_r = 1$; $\varepsilon_r = 4$). Jakost električnog polja ima samo x komponentu, a prostorna promjena jakosti magnetskog polja, koje ima samo y komponentu zadana je slikom u $t = 1\mu\text{s}$. Odredite:

13. $E(t=-1\mu\text{s}, z=0)$

- A) 0 B) $47,13 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ C) $94,25 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ D) $188,5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ E) $377 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ F) $754 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

14. $E(t=-1,5\mu\text{s}, z=0)$

- A) 0 B) $47,13 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ C) $94,25 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ D) $188,5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ E) $377 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ F) $754 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

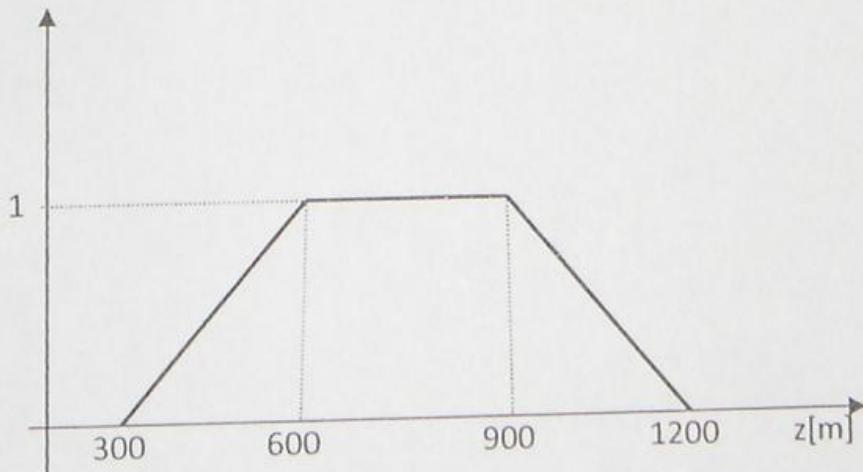
15. $E(t=-4\mu\text{s}, z=0)$

- A) 0 B) $47,13 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ C) $94,25 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ D) $188,5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ E) $377 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ F) $754 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

16. $E(t=-6\mu\text{s}, z=0)$

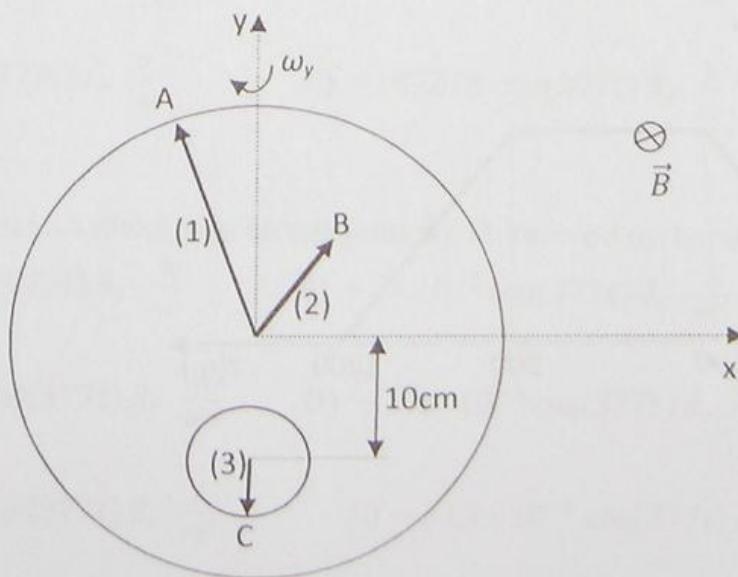
- A) 0 B) $47,13 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ C) $94,25 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ D) $188,5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ E) $377 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ F) $754 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

$H_y [\text{A/m}]$



V Sat s metalnim kazaljkama, koji leži u xy ravnini nalazi se u homogenom magnetskom polju indukcije 0.5 T usmjerenom u ravninu crtanja prema slici. Kazaljka 1, koja pokazuje minute dugačka je 20cm . Kazaljka 2, koja pokazuje sate dugačka je 10cm . Kazaljka 3, koja pokazuje sekunde dugačka je 5cm . Uz pretpostavku da se kazaljke gibaju kontinuirano u vremenu i da su osovine svih kazaljki električki spojene odredite:

17. Iznos napona U_{AB} induciranih između vrhova kazaljki za minute i sate u trenutku kad sat pokazuje $t_h=2\text{h}15\text{min}30\text{s}$.
- A) $5,12 \mu V$ B) $17,1 \mu V$ C) $48 \mu V$ D) $64 \mu V$ E) $128 \mu V$ F) 0
18. Iznos napona U_{AC} induciranih između vrhova kazaljki za minute i sekunde u trenutku kad sat pokazuje $t_h=2\text{h}15\text{min}30\text{s}$.
- A) $5,12 \mu V$ B) $17,1 \mu V$ C) $48 \mu V$ D) $64 \mu V$ E) $128 \mu V$ F) 0
19. U trenutku kad sat pokazuje $th=3\text{h}30\text{min}30\text{s}$, sat počinje rotirati kutnom brzinom $\omega_y = 0,5\pi \text{ rad/s}$ oko osi y. Odredite iznos induciranih napona U_{AC} između vrhova kazaljki za minute i sekunde u trenutku kad sat pokazuje $t_h=3\text{h}30\text{min}32\text{s}$.
- A) $5,12 \mu V$ B) $17,1 \mu V$ C) $48 \mu V$ D) $64 \mu V$ E) $128 \mu V$ F) 0
20. U trenutku kad sat pokazuje $th=3\text{h}30\text{min}30\text{s}$, sat počinje rotirati kutnom brzinom $\omega_y = 0,5\pi \text{ rad/s}$ oko osi y. Odredite iznos induciranih napona U_{AC} između vrhova kazaljki za minute i sekunde u trenutku kad sat pokazuje $t_h=3\text{h}30\text{min}34\text{s}$.
- A) $5,12 \mu V$ B) $17,1 \mu V$ C) $48 \mu V$ D) $64 \mu V$ E) $128 \mu V$ F) 0



I

1.) & 2.) fazor sinusa (ili kosinusa) određuje amplituda i fazni kut funkcije. Amplituda je broj koji množi funkciju, fazni kut dobijemo iz argumenta funkcije (faze) tako da izbacimo ωt .

$$\underline{\vec{E}} = Ae^{j\varphi} \vec{a}_z = 100e^{j\frac{4}{3}\pi x} \vec{a}_z \quad \underline{\vec{H}} = Ae^{j\varphi} \vec{a}_y = \frac{100}{120\pi} e^{j\frac{4}{3}\pi x} \vec{a}_y$$

$$3.) \ x = 1 \text{ m} \quad t = 2 \text{ s} \quad \omega = 200 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$$

$$\vec{N} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{E_m^2}{Z_0} \cos^2 \left(\omega t + \frac{4}{3}\pi x \right) (-\vec{a}_x) = -\frac{100^2}{120\pi} \cos^2 \left(200 \cdot 10^3 \cdot 2 + \frac{4}{3}\pi \cdot 1 \right) \vec{a}_x = -10,142 \vec{a}_x \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$4.) \ T1(0;0;0), T2(0;2;0), T3(0;2;2), T4(0;0;2) \rightarrow \text{pravokutnik površine } S = 4 \text{ m}^2 \quad \vec{n} = \vec{a}_x$$

$$P = \iint_S \vec{N}_{sr} \cdot \vec{n} \cdot dS = - \iint_S \frac{1}{2} \frac{E_m^2}{Z_0} dS = -\frac{1}{2} \frac{100^2}{120\pi} \cdot \int_{y=0}^2 dy \int_{z=0}^2 dz = \frac{1}{2} \frac{100^2}{120\pi} \cdot 4 = -53,05 \text{ W}$$

$$N_{sr} = \frac{1}{2} \frac{E_m^2}{Z_0} \quad \vec{N}_{sr} = -N_{sr} \cdot \vec{a}_x \rightarrow \text{ima smjer Poyntingovog vektora}$$

II

5.) općenito: vektor jakosti električnog polja ravnog vala koji se širi u smjeru $\vec{\beta}$ jest:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{\beta} \cdot \vec{r} + \varphi) \quad \text{gdje je } \vec{r} = x\vec{a}_x + y\vec{a}_y + z\vec{a}_z$$

Iz zadatog električnog polja iščitavamo: $\vec{\beta} = 2 \cdot \vec{a}_x$ znači da se val širi u smjeru \vec{a}_x tj. prostorna varijabla koja je u argumentu kosinus (ili sinus) funkcije i ispred sebe ima minus je smjer širenja vala

$$6.) \lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ m}$$

$$7.) \ c = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \Rightarrow \epsilon_r = \frac{\beta^2}{\omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \mu_r} = 8,99$$

$$8.) \text{ općenito: } \vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - \vec{\beta} \cdot \vec{r} + \varphi) \quad H_0 = \frac{E_0}{Z} \quad Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad \vec{H}_0 = \frac{1}{\omega\mu} \vec{\beta} \times \vec{E}_0$$

$$\vec{H} = \frac{E_0}{Z} \cos(\omega t - \beta x) \vec{a}_z = \frac{3}{40\pi} \cos(2 \cdot 10^8 t - 2 \cdot x) \vec{a}_z \quad Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{120\pi}{3}$$

III

9.) polje ima smjer pada potencijala, od + elektrode (vanjske) prema – elektrodi (unutarnjoj) tj. $-\vec{a}_r$

$$\vec{E}(r) = \frac{U}{r \cdot \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cdot (-\vec{a}_r) \quad \vec{E}(5,5 \cdot 10^{-3}) = \frac{250 \sin(377t)}{5,5 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{6}{5}\right)} \cdot (-\vec{a}_r) = -249310 \sin(377t) \vec{a}_r$$

*formula iz zbirke za polje cilindričnog kondenzatora: Primjer 3.1.8. str 71.

$$10.) \quad \vec{E}(5,2 \cdot 10^{-3}) = \frac{250 \sin(377t)}{5,2 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{6}{5}\right)} \cdot (-\vec{a}_r) = -263693 \sin(377t) \vec{a}_r$$

$$\vec{J}_{pom}(r) = \frac{\partial \vec{D}(r)}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}(r)}{\partial t} = \epsilon_r \epsilon_0 \omega E_0 \cos(\omega t) (-\vec{a}_r)$$

$$\begin{aligned} \vec{J}_{pom}(5,2 \cdot 10^{-3}) &= \frac{\partial \vec{D}(5,2 \cdot 10^{-3})}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}(5,2 \cdot 10^{-3})}{\partial t} = \epsilon_r \epsilon_0 \omega E_0 \cos(\omega t) (-\vec{a}_r) = \\ &= 6,7 \cdot 8,853 \cdot 10^{-12} \cdot 377 \cdot 263693 \cdot \cos(377t) (-\vec{a}_r) = -5,9 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(377t) \cdot \vec{a}_r \end{aligned}$$

$$11.) \quad I_{pom} = \iint_S \vec{J}_{pom} \vec{n} \cdot dS$$

Integrira se po plaštu cilindra radijusa r (npr. R1, R2) i duljine L

Površina S = 2rπL

$$R1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad L = 0,5 \text{ m}$$

$$\vec{E}(R1) = \vec{E}(5 \cdot 10^{-3}) = \frac{250 \sin(377t)}{5 \cdot 10^{-3} \cdot \ln\left(\frac{6}{5}\right)} \cdot (-\vec{a}_r) = -274240,75 \sin(377t) \vec{a}_r$$

$$\vec{J}_{pom}(5 \cdot 10^{-3}) = \epsilon \frac{\partial \vec{E}(5 \cdot 10^{-3})}{\partial t} = -\epsilon_r \epsilon_0 \omega E_0 \cos(\omega t) \vec{a}_r = -6,1333 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(377t) \cdot \vec{a}_r$$

$$\begin{aligned} I_{pom} &= \iint_S \vec{J}_{pom} \vec{n} \cdot dS = 6,1333 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(377t) \cdot \iint_S dS = 6,1333 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(377t) \cdot 2\pi \cdot R1 \cdot L = \\ &= 6,1333 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \cdot \cos(377t) = 9,634 \cdot 10^{-5} \cos(377t) \end{aligned}$$

$$12.) \quad C = \frac{2\pi\epsilon L}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} = \frac{2\pi \cdot 6,7 \cdot \epsilon_0 \cdot 0,5}{\ln\left(\frac{6}{5}\right)} = 1,0222 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

IV

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = 60\pi \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = 1,5 \cdot 10^8 \quad H_m = 1 \frac{\text{A}}{\text{m}} \quad E_m = H_m \cdot Z = 60\pi$$

$$E(t, z = 0) = E(t_0, z) = E(t_0, (t_0 - t) \cdot c) \quad E(t, z) = H(t, z) \cdot Z$$

$$\begin{aligned} 13.) \quad & E(t = -1 \mu\text{s}, z = 0) = E(t_0 = 1 \mu\text{s}, z = (1 - (-1)) \cdot 10^{-6} \cdot 1,5 \cdot 10^8) = \\ & = E(t_0 = 1 \mu\text{s}, z = 300 \text{ m}) = H(t_0 = 1 \mu\text{s}, z = 300 \text{ m}) \cdot Z = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14.) \quad & E(t = -1,5 \mu\text{s}, z = 0) = E(t_0 = 1 \mu\text{s}, z = (1 - (-1,5)) \cdot 10^{-6} \cdot 1,5 \cdot 10^8) = \\ & = E(t_0 = 1 \mu\text{s}, z = 375 \text{ m}) = H(t_0 = 1 \mu\text{s}, z = 375 \text{ m}) \cdot Z = \frac{375 - 300}{300} \cdot 60\pi = 47,124 \frac{\text{V}}{\text{m}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 15.) \quad & E(t = -4 \mu\text{s}, z = 0) = E(t_0 = 1 \mu\text{s}, z = (1 - (-4)) \cdot 10^{-6} \cdot 1,5 \cdot 10^8) = \\ & = E(t_0 = 1 \mu\text{s}, z = 750 \text{ m}) = E_m = H_m \cdot Z = 60\pi \frac{\text{V}}{\text{m}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16.) \quad & E(t = -6 \mu\text{s}, z = 0) = E(t_0 = 1 \mu\text{s}, z = (1 - (-6)) \cdot 10^{-6} \cdot 1,5 \cdot 10^8) = \\ & = E(t_0 = 1 \mu\text{s}, z = 1050 \text{ m}) = H(t_0 = 1 \mu\text{s}, z = 1050 \text{ m}) \cdot Z = \frac{1050 - 900}{300} \cdot 60\pi = 94,25 \frac{\text{V}}{\text{m}} \end{aligned}$$

$$\mathbf{V} \quad r_A = 0,2 \quad r_B = 0,1 \quad r_C = 0,05 \quad B = 0,5$$

$$e = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{l} \quad v = \omega \cdot r \quad \omega_A = \frac{2\pi}{60 \cdot 60} \quad \omega_B = \frac{2\pi}{12 \cdot 60 \cdot 60} \quad \omega_C = \frac{2\pi}{60}$$

$$e = \int \omega \cdot r \cdot B \cdot dr = \omega B \frac{r^2}{2} \quad e_A = \omega_A B \frac{r_A^2}{2} = 17,4533 \cdot 10^{-6} \quad e_B = \omega_B B \frac{r_B^2}{2} = 3,6361 \cdot 10^{-7}$$

$$e_C = \omega_C B \frac{r_C^2}{2} = 6,545 \cdot 10^{-5}$$

17.)&18.) brzina i indukcija su uvijek okomiti, smjer induciranih napona se određuje pravilom desne ruke, + pol je na vrhu kazaljke.

$$U_{AB} = e_A - e_B = 17,09 \cdot 10^{-6} \quad U_{AC} = e_A - e_C = -48 \cdot 10^{-6}$$

19.)&20.) sat se nalazi u položaju zaokrenutom za $\varphi = \omega \cdot t = 0,5 \cdot 2 = 180^\circ$ odnosno za $\varphi = \omega \cdot t = 0,5 \cdot 4 = 360^\circ$ u odnosu na prvotni položaj.

U tim položajima su brzina gibanja kazaljke C zbog rotacije oko y-osi i indukcija kolinearni pa je napon koji nastaje zbog rotacije oko y-osi u tom trenutku jednak nuli. Kazaljka A je u osi rotacije pa se u njoj ne inducira napon jer ne siječe silnice indukcije (u te dvije sekunde se praktički nije pomaknula). Zato je napon u tom trenutku isti kao i u prošlom zadatku jer sat i dalje otkucava i nalazi se u istoj ravnini.

TEORIJA:

1.) U statičkim uvjetima struja pomaka iznosi nula. U statičkim uvjetima sve derivacije su jednake nuli.

$$\vec{J}_{pom} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$$

2.) Za dobivanje homogenog magnetskog polja koriste se Helmholtzovi svici.

3.) Program FLUX (koji se koristi na labosima) koristi metodu konačnih elemenata.

4.) Za rješavanje Laplaceove jednadžbe $\Delta\varphi = 0$ potreban je Dirichletov rubni uvjet, a to znači da mora biti poznat potencijal na granici domene.

5.) Struja magnetiziranja teče kroz primar transformatora.

6.) Električno polje jednoliko nabijene kugle rješava se primjenom Gaussovog zakona.

7.) Magnetski dipolni moment \vec{m} ovisi linearno o površini S petlje c kojom teče struja I. $\vec{m} = \vec{a}_n IS$ S je površina strujne petlje c kojom teče struja I, a \vec{a}_n je normala na petlju koja se dobije obilaskom petlje u smjeru struje I po pravilu desne ruke.

8.) Vremenska promjena magnetske indukcije \vec{B} uzrokuje vrtloženje električnog polja \vec{E} .

$$rot \vec{E} = \nabla \times \vec{E} = - \frac{d \vec{B}}{dt}$$

9.) Jedinica vektora polarizacije \vec{P} je C/m² (kulon po kvadratu).

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E} \quad \left[\frac{F}{m} \frac{V}{m} = \frac{C}{m^2} \right] \quad Q = CU \quad [C = F \cdot V] \quad (\text{kulon} = \text{farad} \cdot \text{volt})$$

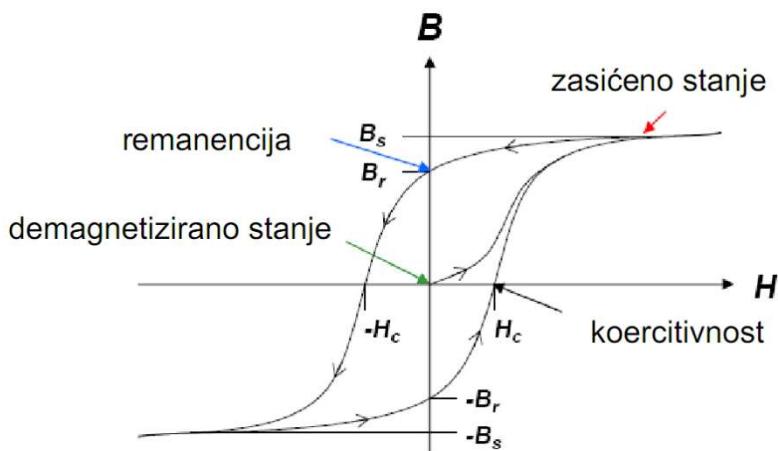
električna susceptibilnost dielektrika χ_e je broj bez dimenzije

dielektrična permitivnost ima jedinicu F/m (farad po metru) što se može dobiti iz Gaussovog zakona:

$$\epsilon = \frac{Q}{E \cdot S} \quad \left[\frac{C}{V/m \cdot m^2} = \frac{C}{Vm} = \frac{F}{m} \right]$$

jedinica električnog polja je V/m (volt po metru) jer je E=U/d

10.) petlja histereze:



B_r – remanentna indukcija

H_c – koercitivna sila

3. Međuispit iz Elektromagnetskih polja

27.06.2011.

Ime i prezime _____ Matični broj _____

INAČICA B

Ispit se sastoji od pet cijelina, u kojima se točan odgovor na svako pitanje nezavisno bude, te se sastoji od ukupno 10 pitanja. Ukoliko želite odgovoriti na neko pitanje, zacrnite odgovor na obrascu za test. U ispitu postoje pitanja za 1, 2, 3 i 4 boda. Svaki točan odgovor na pitanje za 1 bod donosi 1 bod, a netočan -0,2 boda. Svaki točan odgovor na pitanje za 2 boda donosi 2 boda, a netočan -0,4 boda. Svaki točan odgovor na pitanje za 3 boda donosi 3 boda, a netočan -0,6 bodova. Svaki točan odgovor na pitanje za 4 boda donosi 4 boda, a netočan -0,8 bodova. Napišite ime na svim papirima s postupcima i predajte ih na kraju ispita zajedno s primjerkom testa u košuljici, dok se Obrazac za test posebno predaje.

I Neka je u sredstvu s $\mu_r = 1$ jakost magnetskog polja zadana jednadžbom:

$$H = \frac{e^{-200y}}{10} \cos(2\pi \cdot 10^{10}t - 350y) a_x [\text{A/m}].$$

1. (1 bod) Odredite valnu impedanciju sredstva u $[\Omega]$.

A	$196\angle 30^\circ$	B	$219\angle 34^\circ$	C	$304\angle 42^\circ$	D	$247\angle 39^\circ$	E	$101\angle 24^\circ$	F	$152\angle 28^\circ$
---	----------------------	---	----------------------	---	----------------------	---	----------------------	---	----------------------	---	----------------------

2. (3 boda) Odredite jakost električnog polja u trenutku $t = 2\text{ns}$ i $y=0,1\text{m}$ u $[\text{nV/m}]$.

A	-28,3	B	-18,9	C	12,8	D	35,1	E	-40,3	F	24,1
---	-------	---	-------	---	------	---	------	---	-------	---	------

II Neka su jakost električnog polja i magnetska indukcija ravnog vala u slobodnom prostoru dane jednadžbama:

$$E(x, y, z, t) = E_0(x, y) \cdot e^{j(1.5 \cdot 10^8 \cdot t - k \cdot z)}$$

$$B(x, y, z, t) = B_0(x, y) \cdot e^{j(1.5 \cdot 10^8 \cdot t - k \cdot z)}$$

Pri tom je k konstanta, a E_0 i B_0 su vektori u xy ravnini.

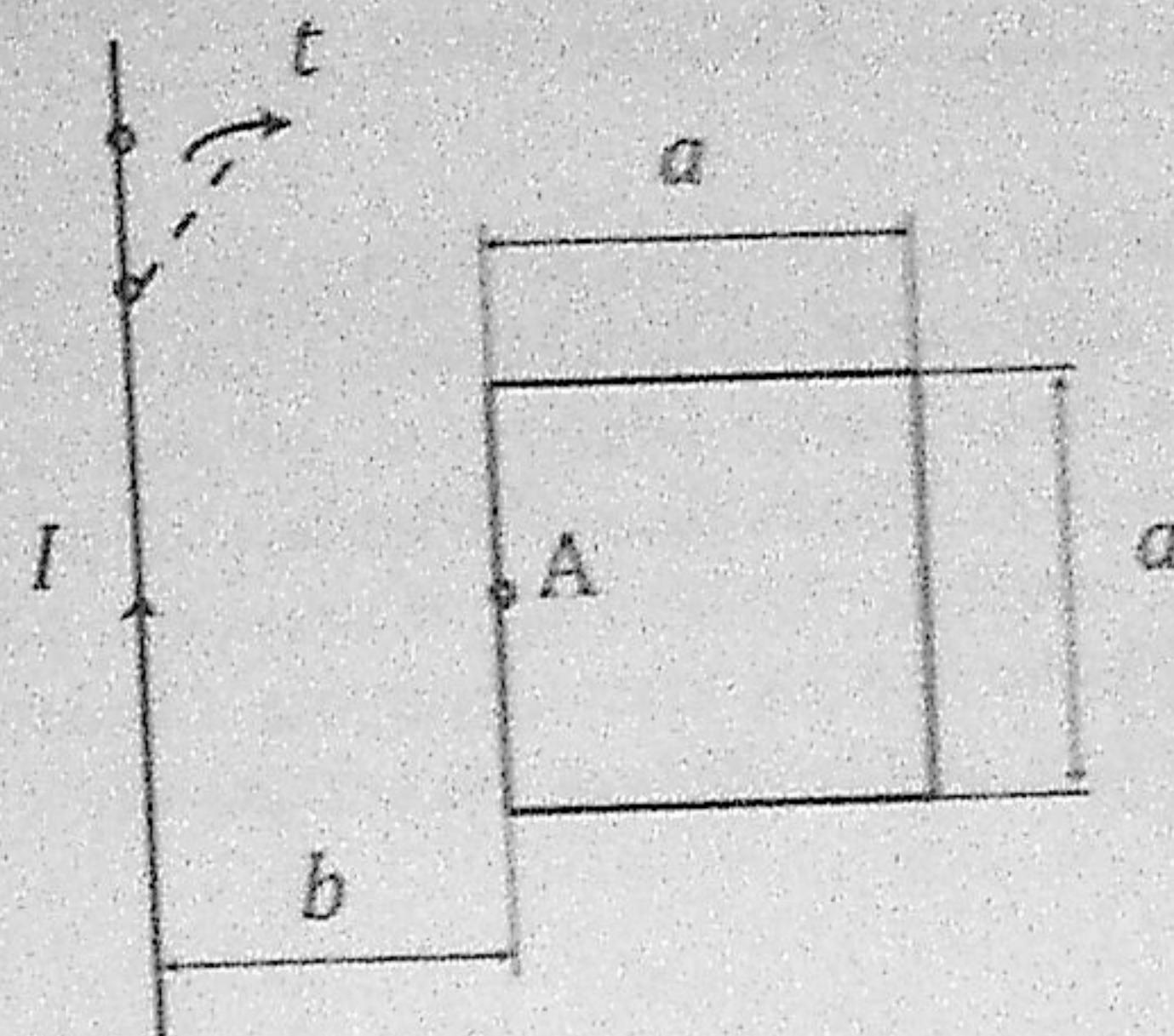
3. (3 boda) Odredite konstantu k u $[\text{m}^{-1}]$ tako da su zadovoljene Maxwellove jednadžbe.

A	1,00	B	0,66	C	0,17	D	0,75	E	0,33	F	0,50
---	------	---	------	---	------	---	------	---	------	---	------

4. (1 bod) Odredite valnu duljinu vala u $[\text{m}]$.

A	3π	B	9π	C	12π	D	4π	E	π	F	6π
---	--------	---	--------	---	---------	---	--------	---	-------	---	--------

III Žičana petlja kvadratnog oblika, stranice a i ukupnog otpora žice R , nalazi se na udaljenosti b od beskonačno dugog vodiča kojim teče struja I prema slici. U trenutku t , struja kroz žicu je prekinuta. ($a=1\text{m}$, $b=1\text{m}$, $I=1\text{A}$, $R=1\Omega$)



5. (4 boda) Odredite ukupni naboј u [nC] koji prođe točkom A na petlji za vrijeme u kojem struja teče petljom.

A	102,7	B	60,5	C	138,6	D	25,3	E	229,7	F	180,9
---	-------	---	------	---	-------	---	------	---	-------	---	-------

IV Sinusno promjenjivi ravni val se širi u realnom sredstvu za koje je zadano $\varepsilon_r=6$, $\mu_r=1$, $\kappa=0,5 \text{ S/m}$. Frekvencija vala je $f=150 \text{ MHz}$, a početna amplituda je $E_0=200 \text{ V/m}$.

6. (1 bod) Odredite omjer iznosa električnog polja $E(x=0)/E(x=2\lambda)$ gdje je λ valna duljina.

A	34746	B	59879	C	25922	D	41895	E	86757	F	70218
---	-------	---	-------	---	-------	---	-------	---	-------	---	-------

7. (1 bod) Odredite valnu impedanciju u [Ω].

A	48,5 $\angle 42^\circ$	B	31,5 $\angle 43^\circ$	C	73,5 $\angle 38^\circ$	D	62,4 $\angle 40^\circ$	E	40,1 $\angle 39^\circ$	F	56,0 $\angle 41^\circ$
---	------------------------	---	------------------------	---	------------------------	---	------------------------	---	------------------------	---	------------------------

8. (2 boda) Odredite srednju vrijednost realnog dijela Poyntingova vektora na udaljenosti $x=0,8d$ (d je dubina prodiranja) u [W/m^2].

A	61,7	B	49,4	C	54,3	D	41,6	E	72,8	F	32,9
---	------	---	------	---	------	---	------	---	------	---	------

M

U ishodištu sfernog koordinatnog sustava nalazi se izvor polja:

$$E = 50 \sin(\theta) \cdot r^{-1} \cdot \cos(10^9 t - 2r) \mathbf{a}_\theta \text{ V/m}$$

$$H = \frac{50}{120\pi} \sin(\theta) \cdot r^{-1} \cdot \cos(10^9 t - 2r) \mathbf{a}_\alpha \text{ A/m}$$

9. (2 boda) Odredite iznos Poyntingova vektora N na udaljenosti $r=3\text{m}$ u trenutku $t=3\text{ns}$ za $\theta = \pi/5$ u [mW/m^2].

A	44,1	B	249,5	C	108,8	D	80,2	E	162,7	F	214,6
---	------	---	-------	---	-------	---	------	---	-------	---	-------

10. (2 boda) Odredite ukupnu srednju snagu izvora u [W].

A	14,6	B	83,4	C	45,9	D	96,1	E	27,8	F	70,2
---	------	---	------	---	------	---	------	---	------	---	------

11 $M_r = 1$

$$H = \frac{e}{10} \cos(2\pi \cdot 10^{10} t - 350) \text{ A/m}$$

$\Rightarrow \omega = 200 \quad \beta = 350$

$$\textcircled{1} \quad Z = \frac{\omega \mu}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} e^{j \arctg(\frac{\omega}{\beta})} = \frac{2\pi \cdot 10^{10} \cdot 1.4\pi \cdot 10^{-7}}{\sqrt{200^2 + 350^2}} e^{j \arctg(\frac{200}{350})}$$

$= 196 \angle 30^\circ$

2. $E = ? \quad \epsilon = 2 \text{ nS} \quad \gamma = 0.1 \text{ m} \quad [\text{nV/m}]$

$$Z = \frac{E}{H} \Rightarrow E = Z \cdot H$$

$$= \Re \{ Z \} = 196 \cdot \cos(30^\circ) \cdot \frac{e^{-20}}{10} \cos(2\pi \cdot 10^{10} \cdot 2 \cdot 10^{-9} - 35)$$

$$= \underline{-40.3}$$

$$\boxed{\text{II}} \quad E(x, y, z, t) = E_0(x, y) e^{j(1.5 \cdot 10^8 t - \omega)}$$

$$B(x, y, z, t) = B_0(x, y) e^{j(1.5 \cdot 10^8 t - \omega)}$$

B)

$$\nabla \times G = \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial y} E_z + \frac{\partial}{\partial z} E_y \right) \hat{a}_x + \left(\cancel{\frac{\partial}{\partial x} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_x} \right) \hat{a}_y = \frac{\partial B}{\partial t}$$

samo u jednoj koordinati utvrdimo

$$E_0 e^{j(\omega t - \omega)} = \frac{\partial B}{\partial t} / j$$

$$B = -G_0 \frac{e^{j(\omega t - \omega)}}{j\omega} j$$

$$B = \mu_0 H$$

$$H = \frac{B}{\mu_0}$$

$$\nabla \times H = \frac{\partial D}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$-\frac{1}{\mu_0} \frac{\epsilon_0 \omega^2}{w} e^{j(\omega t - \omega)} = -\frac{\epsilon_0 \omega c}{j w} e^{j(\omega t - \omega)}$$

alternativno:

iz formule vidimo

$$\epsilon = \beta$$

$$\beta = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$$

$$\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = 0.5$$

$$\beta = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \omega$$

$$= 0.5$$

$$\textcircled{h} \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0.5} = \underline{\underline{4\pi}}$$

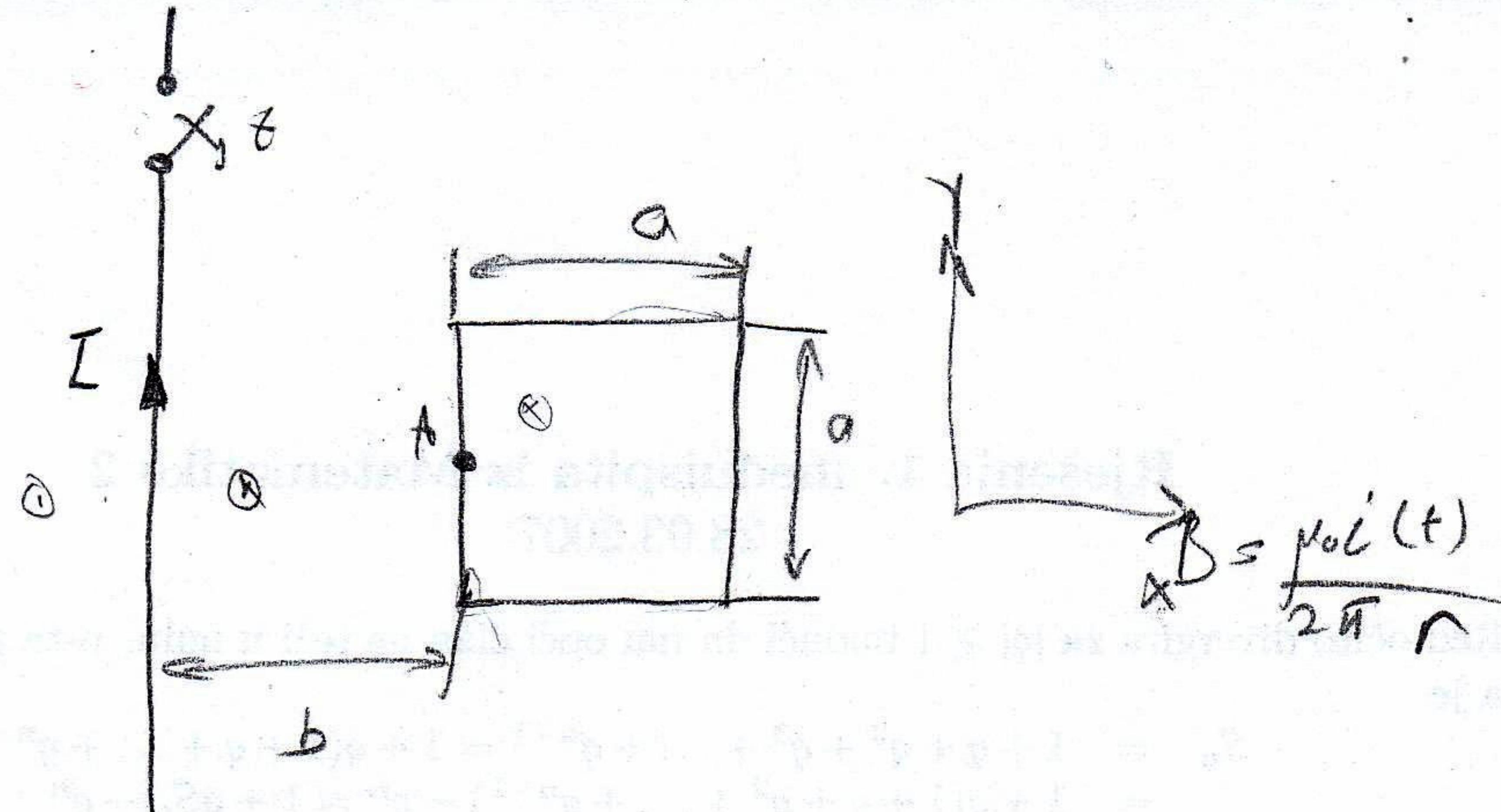
[a]

$$a = 1 \text{ m}$$

$$b = 1 \text{ m}$$

$$I = 1 \text{ A}$$

$$R = 1 \Omega$$



and $\frac{\mu_0 \cdot I}{2 \pi b} \cdot a^2 = \frac{4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2 \pi \cdot 1} = 200 \text{ nWb}$

$$Q = \int i(t) dt$$

$$= \int \frac{\partial \text{ind}(t)}{t} dt$$

$$= \int \frac{-\partial \phi(t)}{\partial R} dt$$

$$Q = \frac{\mu_0 I}{2 \pi} \iint_{\Delta} \frac{1}{x} dx dy = \frac{\mu_0 I}{2 \pi} \left[\ln \left(\frac{R}{r} \right) \right]_1^2 = \frac{\mu_0 I}{2 \pi} \cdot \ln \left(\frac{4}{1} \right) \cdot 1$$

$$= 200 \cdot 10^{-9} \cdot \ln(4) = \underline{138.62 \text{ nC}}$$

IV $\epsilon_r = 6 \quad \mu_r = 1 \quad \lambda = 0.5 \quad f = 150 \text{ MHz} \quad G_0 = 200 \text{ V/m}$

$$\frac{\lambda}{\omega \epsilon} = 10$$

$$\beta = \frac{\omega}{\sqrt{2}c} \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{\omega \epsilon}\right)^2} - 1$$

$$= \frac{\omega}{\sqrt{2}c} \rightarrow$$

$$\beta = \frac{\omega}{\sqrt{2}c} \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{\omega \epsilon}\right)^2} + 1$$

$$\beta = \frac{\omega}{\sqrt{2}c} \cdot 3.32$$

$$E = E_0 e^{-\lambda x} \cos(\omega t - \beta x)$$

⑥

$$\frac{E(x=0)}{E(x=2\lambda)}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

$$= \frac{E_0 e^0 \cos(\omega t)}{E_0 e^{-2\lambda} \cos(\omega t - \beta \cdot 2\lambda)}$$

ist' su

$$= \frac{\cos(\omega t)}{e^{-2\pi\frac{\lambda}{\beta}} \cdot \cos(\omega t - \beta \cdot \frac{2\pi}{\beta})}$$

$$= e^{i\pi \frac{3}{3.32}} \cos(\omega t - 4\pi)$$

$$= e^{i\pi \frac{3}{3.32}} = \underline{\underline{86000}} \approx 86787$$

$e^{i1.35} \rightarrow$ odtud ta razlika
ONI "

⑦

$$Z = \frac{w\mu}{\sqrt{2}A_{12}} e^{j\arctg(\frac{\beta}{\beta})}$$

$$= \frac{j\omega\mu}{\sqrt{2}c} \sqrt{z^2 + 3y^2}$$

$$e^{j\arctg(\frac{3}{3.32})} = \frac{\sqrt{2}c}{4.47} c^{j42}$$

$$= 48.5 L^{42^\circ}$$

⑧ $d = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 0.8d = \frac{0.8}{2}$

$$N_{sr} = \frac{1}{2} \frac{G_0}{|Z|} e^{-2\beta x} \cos \varphi = \frac{1}{2} \frac{200^2}{48.5} e^{-2\frac{0.8}{2}} \cos(42^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{200^2}{48.5} e^{-1.6} \cos(42^\circ) = \underline{\underline{27.8}}$$

$$\boxed{IV} \quad \vec{E} = \frac{50 \sin \vartheta}{r} \cos(10^9 t - 2r) \hat{a}_r \quad [V/m]$$

$$H = \frac{50 \sin \vartheta}{120\pi \cdot r} \cos(10^9 t - 2r) \hat{a}_z \quad [A/m]$$

$$\textcircled{9} \quad N = ? \quad r = 3 \text{ m} \quad t = 3 \text{ ns} \quad \vartheta = \frac{\pi}{15} \quad [mW/m^2]$$

$$N = E \times H = \left| \begin{array}{ccc} \cancel{a_r} & \cancel{a_x} & \cancel{a_y} \\ \cancel{0} & \cancel{E} & \cancel{0} \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{H} \end{array} \right| \hat{a}_z = H E \hat{a}_z$$

$$N = \frac{50^2 \sin^2 \vartheta}{120\pi \cdot r^2} \cos^2(10^9 t - 2r) \hat{a}_z \Big|_{\substack{r=3 \\ \vartheta=\frac{\pi}{15} \\ t=3 \text{ ns}}} = 0,249,5 \overset{= 249,5 \text{ mW/m}^2}{\underline{\underline{}}}$$

$$\textcircled{10} \quad P_{ul} = ?$$

$$dV = 2\pi r^2 \cdot \sin \vartheta d\vartheta$$

$$P = \int N_{sr} dV$$

$$N_{sr} = \frac{1}{2} \frac{50^2 \sin^2 \vartheta}{120\pi \cdot R^2}$$

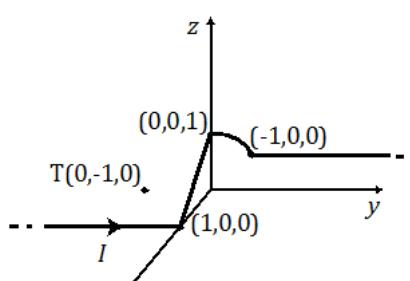
$$P = \frac{1}{2} \frac{50^2}{120\pi \cdot R^2} \int_0^{\pi} r^2 \sin^2 \vartheta d\vartheta = \frac{\frac{50^2 \cdot 4}{120 \cdot 3}}{30} = \boxed{\frac{50}{90}} \quad = 27,8$$

$$\boxed{P = \frac{V^2}{90}} \quad \left(\text{za sterne lard.} \right)$$

$$\vec{E} = \frac{V \sin \vartheta}{r} \cos(\omega t - \beta r)$$

EMP 2012

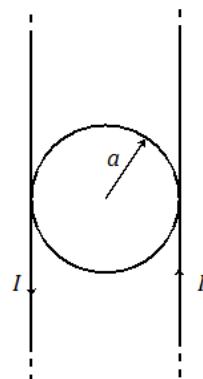
1. (3 boda) Odredite apsolutnu vrijednost magnetske indukcije u $[\mu\text{T}]$ u točki $\mathbf{T}(x=0;y=-1;z=0)$ prema slici. Zadana je struja $I=12,7\text{A}$. (strujnica se sastoji od tri ravna dijela te četvrtine kruga)



2. (3 boda) U slobodnom prostoru je zadana vremenski promjenjiva magnetska indukcija jednadžbom $B = k \cdot B_0 \cdot t \cdot \alpha_z$, pri čemu je $B_0=2$ T, a k je konstanta $k=1,5$ s^{-1} . Uz pretpostavku simetrije magnetskog polja oko osi z odredite vektorski magnetski potencijal u [Tm] u točki $(r=1; \alpha=30^\circ; z=2)$ u trenutku $t=2$ s. Vektorski magnetski potencijal ne sadrži komponentu konstantnu u vremenu.

A 1	B 2	C 3	D 4	E 5	F 6
-----	-----	-----	-----	-----	-----

3. (3 boda) Dva su vodiča, kojima teče struja $I=5$ A, razmaknuta na udaljenost $2a$ prema slici ($a=1,5$ m). Vodljivi prsten kružnog oblika leži u ravni sustava dvaju vodiča, polumjera je a i izoliran je od vodiča. Odredite međuinduktivitet u [μ H] između prstena i dvaju vodiča.

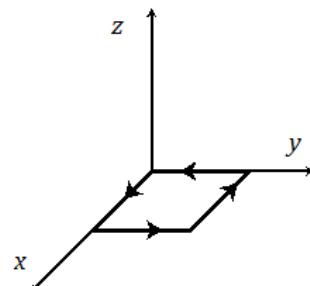


A 0	B 10,3	C 7,0	D 6,2	E 9,1	F 3,8
-----	--------	-------	-------	-------	-------

4. (3 boda) Vektor magnetskog polja u prostoru je zadan jednadžbom:

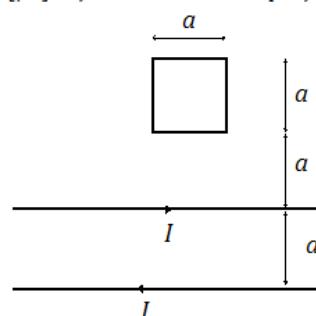
$$\mathbf{H} = \frac{1}{2y+4} \mathbf{a}_x$$

Odredite iznos struje u [mA] kroz kvadratnu petlju stranice 1m, koja leži u xy ravnini prema slici.



A 190	B 541	C 300	D 83	E 412	F 266
-------	-------	-------	------	-------	-------

5. (3 boda) Kroz dvije beskonačno duge paralelne žice zanemarivog poprečnog presjeka, razmaknute na udaljenost $a=1\text{m}$, teče struja $I = 10 \cos(314t) \text{ A}$, prema slici. U ravnini žica na udaljenosti a od gornjeg vodiča nalazi se kvadratna petlja stranice a , otpora jedne stranice iznosa $R=1\Omega$. Odredite iznos vršne vrijednosti inducirane struje u [μA] koja teče kvadratnom petljom.



A 32	B 45	C 90	D 115	E 55	F 68
------	------	------	-------	------	------

6. (2 boda) Vodič zanemarivog poprečnog presjeka leži u osi z za $-2 \leq z \leq 2$ [m], a njime teče struja iznosa $2A$ u smjeru negativne z osi. Ako je zadana indukcija u prostoru prema jednadžbi $B = 2 \cdot 10^{-3} e^{-0.1y} \alpha_x$ [T] odredite iznos energije u [mJ] koji je potreban za pomicanje vodiča konstantnom brzinom za 1m u smjeru α_y .

A 8,6	B 15,2	C 12,4	D 20,0	E 26,5	F 17,1
-------	--------	--------	--------	--------	--------

7. (2 boda) U vakuumu je električno polje zadano jednadžbom

$$E(z,t) = 20 \cos(\omega t - \beta z) \alpha_x \text{ [V/m].}$$

Odredite srednju snagu u [W] koja prolazi krugom polumjera 2m u ravnini $z=1$ m.

A 8,4	B 1,5	C 3,8	D 6,7	E 5,0	F 9,6
-------	-------	-------	-------	-------	-------

8. (2 boda) Odredite iznos jakosti električnog polja $|E(t=0; x=0,8\lambda)|$ ravnog vala u [V/m] zadanog jednadžbom:

$$E(x,t) = 12 \sin(\omega t - \beta x) \alpha_y - 16 \sin(\omega t - \beta x) \alpha_z \text{ [V/m].}$$

A 17	B 21	C 19	D 16	E 20	F 18
------	------	------	------	------	------

9. (2 boda) U sredstvu relativne permeabilnosti $\mu_r = 1$ jakost magnetskog polja zadana je jednadžbom:

$$H = \frac{e^{-y}}{5} \cos(2\pi \cdot 10^8 t - 2y) \alpha_x \text{ [A/m].}$$

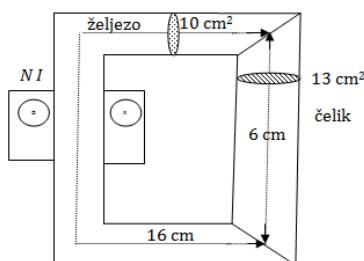
Odredite jakost električnog polja u [V/m] u trenutku $t = 0,02\mu\text{s}$ i $y=0,2\text{m}$.

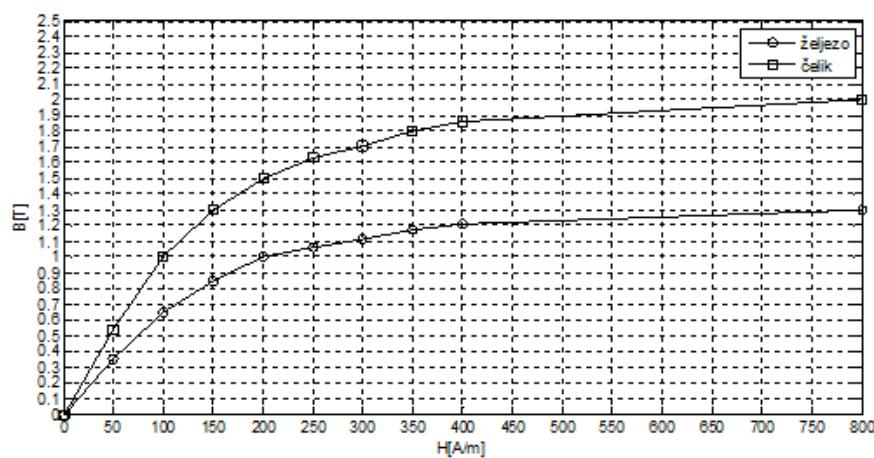
A 16,3	B 35,7	C 28,9	D 51,6	E 42,8	F 21,5
--------	--------	--------	--------	--------	--------

- 10.(2 boda) Magnetski krug je zadan slikom i krivuljom magnetiziranja materijala.

Zadana je magnetska indukcija u željezu iznosa $1,3 \text{ T}$ i broj zavoja $N=85$. Odredite iznos struje u [A] kroz zavojnicu.

A 1,6	B 1,5	C 1,4	D 1,3	E 1,2	F 1,1
-------	-------	-------	-------	-------	-------

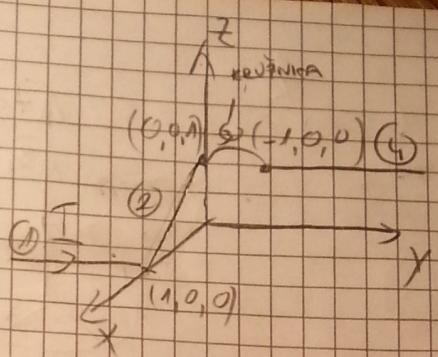




$$\textcircled{1} \quad T(0, 1, 0)$$

$$I = 12.7 \text{ A}$$

$\vec{B}_1 =$



\textcircled{1}

\textcircled{2}

1

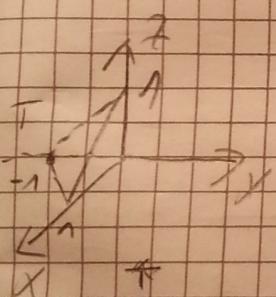
\textcircled{3}

$$\Rightarrow \vec{B}_{14} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\sin 45^\circ + \sin 65^\circ \right) \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

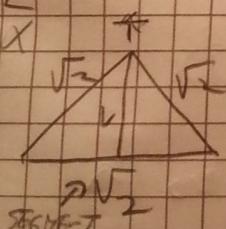
PONIŠAVA SE

SEGMENT \textcircled{2}



$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi \cdot V} \left(\sin 30^\circ + \sin 30^\circ \right) \left(\vec{a}_x - \vec{a}_y + \vec{a}_z \right) \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\vec{a}_x - \vec{a}_y + \vec{a}_z \right)$$



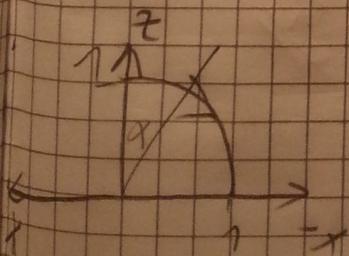
SEGMENT \textcircled{3}

CUBLA KONTAKT
NED CIGLA
PRUBNIKA

$$\vec{B}_{35} = -\vec{a}_y \quad B_{05} = \frac{\mu_0}{2} \frac{1}{(\gamma_0^2 + \gamma^2)^{3/2}} \cdot \frac{1}{4} - \frac{\mu_0}{(1+1)^{3/2}} \cdot \frac{1}{8} (-\vec{0})$$

$$\vec{B}_{rad} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{(\gamma_0^2 + \gamma^2)^{3/2}} \int_{\alpha=0}^{\pi/2} (\cos \alpha \vec{a}_y - \sin \alpha \vec{a}_x) d\alpha$$

$$= \frac{\mu_0}{8\pi VZ} \left[\vec{a}_y - \vec{a}_x \right]$$



$$\vec{B} = \vec{B}_{14} + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \mu_0 I \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{12\pi} - \frac{1}{8\pi VZ} \right) \vec{a}_x + \left(-\frac{V_2}{12\pi} - \frac{1}{16V_2} \right) \vec{a}_y + \left(\frac{V_2}{4\pi} + \frac{V_2}{12\pi} + \frac{1}{8\pi VZ} \right) \vec{a}_z \right]$$

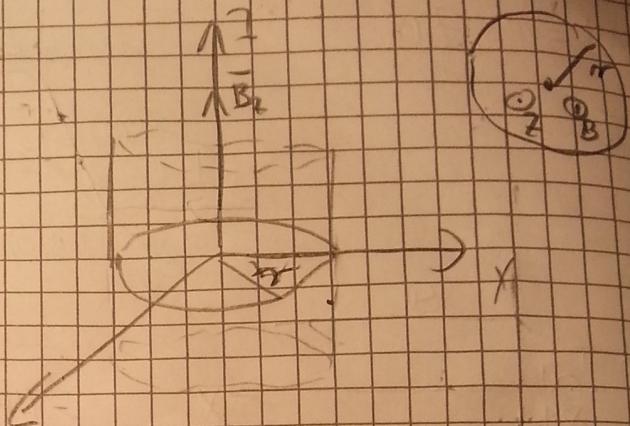
$$\textcircled{2} \quad B = k \cdot B_0 \cdot e \cdot a_2$$

$$B_0 = 2T$$

$$k = 1,5 \text{ s}^{-1}$$

$$\pi (n=1, \chi=30^\circ, f=2)$$

$$e=25$$



$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{\ell} = \iint \vec{B} \cdot \vec{nd}S$$

$$d\ell = d\vec{\ell} \cdot \vec{n}$$

$$\vec{A} = A \vec{a}_x$$

$$A = \frac{B_0 r}{2} = \frac{B_0 \pi R^2}{2}$$

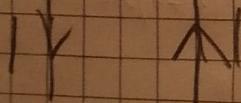
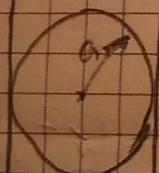
$$A \cdot 2\pi r ds = B_0 R^2 \pi$$

$$A = \frac{1,5 \cdot 2 \cdot 1,2}{2} = 3T \text{ m}$$

$$\textcircled{3} \quad I = 5A$$

$$d = 2a = 3m \quad (a = 1,5m)$$

$H = ?$ (induktivität)



$$M = \frac{\Phi_0}{I} = \frac{2\Phi_1}{I}$$

$$(x-a)^2 + y^2 = a^2 \quad ds = 2 \cdot y dx$$

$$\phi = \frac{M_0 I}{2\pi} \cdot 2 \int_{-a}^{2a} \frac{\sqrt{a^2 - (x-a)^2}}{x} dx = \mu_0 I a$$

$$x=0$$

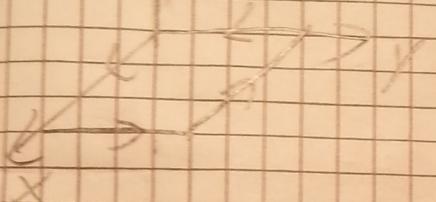
$$M = 2M_1 = 2 \frac{\mu_0 I a}{1} = 2\mu_0 a I$$

$$④ H = \frac{1}{2y+4} \frac{\partial A}{\partial x}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j}$$

$$I = \int \int_S j_n ds$$

$$I = \frac{1}{2} = 0,083 \quad \boxed{= 83 \text{ mA}}$$

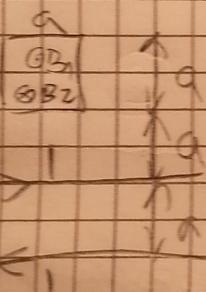


\rightarrow

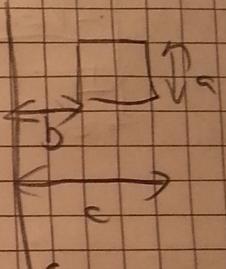
$$⑤ R = 1$$

$$= 10 \cos(314t) A$$

$$R = 1 - R$$



$1 \text{ A} \quad 1 \text{ pole}$



$$\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_s^c \frac{adx}{x}$$

$$= \frac{\mu_0 I a b}{2\pi} \ln \frac{c}{b}$$

$$\phi_{ik} = \frac{\mu_0}{2\pi} a \left[\ln \frac{2a}{a} - \ln \frac{3a}{2a} \right] = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \underbrace{\left[\ln 2 - \ln \frac{3}{2} \right]}_{0,287}$$

$$\phi(i) = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln \left(\frac{4}{3} \right) \cdot i(1)$$

$$e = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{\mu_0 a}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{4}{3} \right) \cdot 10.314 \cdot \left[- 2\pi (314t) \right]$$

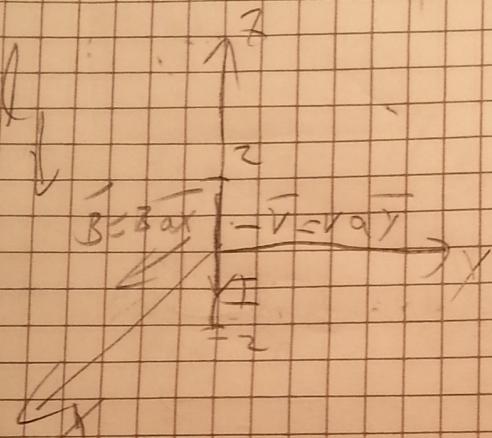
$$i(t) = \frac{1}{4R}$$

$$i_{max} = \frac{\mu_0 a \ln \left(\frac{4}{3} \right)}{2\pi} \cdot 10.314 \cdot \frac{1}{4R} = 45 \mu \text{A}$$

⑥ Vektor \vec{B} v osi Z $|z_0 - z| \leq 2 \text{ [m]}$ $I = 2(-\vec{a}_z)[A]$

$$\vec{B} = 2 \cdot 10^{-3} e^{-0,1x} \vec{a}_x [T]$$

Odrediti iznos $E(z)$ když poloha je podél vektoru konst. proudu
 $z = 1 \text{ m}$ v směru \vec{a}_y .



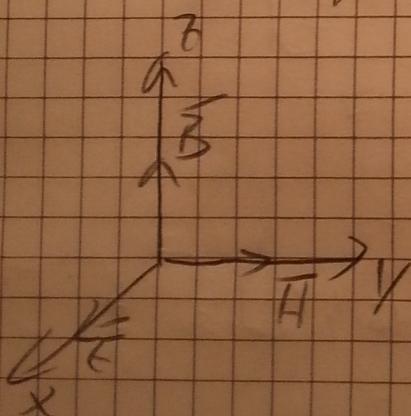
$$F = I R \times B$$

$$E = \sqrt{\frac{1}{2}} 4 \cdot 2 \cdot 10^{-3} e^{-0,1x} = E(x)$$

$$W = \int E \cdot dl = \int_{-15}^{15} -8 \cdot 10^{-3} e^{-0,1x} dx$$

$$W = 0,0152 \text{ J} = 15,2 \text{ mJ}$$

⑦ V lanku je dle zadání jidlo: $E(R,t) = 20 \cos(\omega t + \beta_R)$
 Odrediti srodejší snage S [W] když průtok života polymerem R_m v m²



$$H = \frac{E}{R} = \frac{20}{120\pi} \text{ A/m}$$

$$\text{Srodejší } \cos^2$$

$$N_{SR} = \frac{E^2}{R} \cdot \frac{1}{2} = \frac{400}{120\pi} \cdot \frac{1}{2}$$

$$P = N_{SR} \cdot S = \frac{400}{120\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \pi f = 6,67 \text{ [W]}$$

8) Odrediti iznos jakači d. polja $E(t=0, x=0,87)$ na vremenu da
o [Vm] značaj je: $E(x, t) = 12 \sin(\omega t - Bx)\hat{y} - 16 \sin(\omega t - Bx)\hat{z}$

$$B = \frac{2\pi}{\lambda} \times B = 0,8 \times \frac{2\pi}{\lambda} = 1,6\pi$$

$$E = 12 \sin(-1,6\pi)\hat{y} - 16 \sin(1,6\pi)\hat{z} = -11,4\hat{y} - 15,2\hat{z}$$

$$|E| = \sqrt{E_x^2 + E_z^2} \approx 19 \text{ V/m} \quad (4)$$

9) U svrstavu relative permabilnosti $\mu_r = 1$ jakač mag. polj.

$$\vec{H} = \frac{\rho t}{5} \cos(2\pi \cdot 10^8 t - 2y)\hat{x} \text{ [A/m].}$$

Odrediti jakač d. polja o [Vm] o $t=0,02 \mu s$; $y=0,2 \text{ m}$.
NIS RAVNJ VRL.

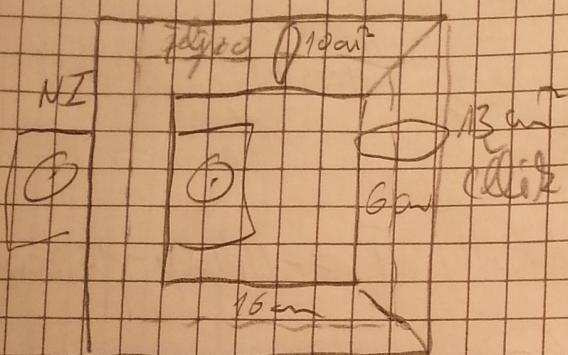
$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\omega \frac{\partial H_x}{\partial y} = -\frac{1}{5} \hat{a}_z \left[-e^{-t} \cos(\omega t - 2y) + 2e^{-t} \sin(\omega t - 2y) \right]$$

$$\vec{E} = \frac{1}{5\epsilon_0} e^{-t} \hat{a}_z \cdot \left(\frac{1}{\omega} \sin(\omega t - 2y) + \frac{2}{\omega} \cos(\omega t - 2y) \right)$$

$$E(t=0,02 \mu s, y=0,2 \text{ m}) = 42,75 \text{ V/m} \quad (5)$$

⑩ Mag. Ind. na silic. žadani - je mag. indukcijski rezistor u kojem je broj žarova $N=85$. Obratite pažnju u [17] da je rezistor uključen



$$\Phi_7 = \Phi_C$$

17 TABLIC

$$B_7 \cdot S_7 = B_C \cdot S_0$$

$$B_7 = 1,3T \Rightarrow H_7 = 800 \text{ A/m}$$

$$B_C = 1,3 \cdot \frac{S_7}{S_0} = 1,3 \cdot \frac{10}{13} = 1,1 T$$

$$H_7 = 100 \text{ A/m}$$

$$\oint H d\ell = NI$$

$$NI = H_7 \cdot 0,16 + H_C \cdot 0,06 = 134$$

$$I = \frac{134}{85} \approx 1,6 \text{ A/H}$$