1. – IMAMO 4 KUGLICE ⇒ 2 BIJELE i 2 CRNE

$\omega_1 = CBB$
$\omega_2 = CBC$
$\omega_3 = BCC$
$\omega_4 = BBC$
$\omega_5 = CCB$
$\omega_6 = BCB$

} MISLIM DA BI OVO TREBALO BITI U REDU JER IMAMO 3! KOMBINACIJA = $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ /

a) $A = \{$ PRVA JE IZVUČENA CRNA KUGLICA$\}$

VIDIMO IZ ISPISANIH SLUČAJEVA DA JE POSTOTAK 50%

$P(A) = \{\omega_1, \omega_2, \omega_5\} = 3$

b) $B = \{$ PRVA JE IZVUČENA BIJELA KUGLICA$\}$

– OVO MOŽEMO RIJEŠITI NA II. NAČINA:

I) ISTO KAO I ZA $P(A)$

II) POMOĆU ODUZIMANJA $P(A)$ OD UKUPNIH KOMBINACIJA

I. $P(B) = \{\omega_3, \omega_4, \omega_6\} = 3$

II. – IMAMO 4 SLUČAJA
– ZA $P(A)$ SMO DOBILI 3

$P(B) = 6 - P(A) = 6 - 3 = 3$

• ILITI, AKO SU U 3 SLUČAJA BILE POČETNE CRNE KUGLICE, ONDA SU U OSTALIM SLUČAJEVIMA PRVE KUGLICE BIJELE

c) $C = \{$ BIJELA KUGLICA JE IZVUČENA BAREM JEDNOM$\}$

• U SLUČAJEVIMA DOBRO ČITAJTE GDJE VAM PIŠE "BAREM" (NO, U OVOM SLUČAJU NA TOME MORATE PAZITI JER IMATE 2 BIJELE I CRNE KUGLICE, A IMATE 3 IZVLAČENJA ⇒ UVIJEK ĆE BITI BAREM JEDNA CRNA ILI BAREM JEDNA BIJELA KUGLICA)

$P(C) = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\} = 6$

– MOŽE SE RIJEŠITI I NA "INVERZAN" NAČIN ⇒ DA SE UOPĆE NIJE POJAVILA BIJELA KUGLICA

$P(\bar{C}) = 0$

$P(C) = 6 - 0 = 6$

d) $D = \{$ BIJELA KUGLICA JE IZVUČENA TOČNO JEDNOM$\}$ *AHA, TU NE PIŠE "BAREM" ☺

$P(D) = \{\omega_2, \omega_3, \omega_4\} = 3$ ⇒ TO SE MOGLO NASLUTITI IZ TOGA ŠTO JE IZVUČENA SAMO JEDANPUT, A IZVLAČILI SMO 3 KUGLICE (MOGLA SE BITI PRVA, DRUGA ILI TREĆA)

e) $E = \{$ IZVUČENA JE JEDNA BIJELA I DVIJE CRNE$\}$

$P(E) = \{\omega_2, \omega_3, \omega_5\} = 3$ ⇒ TO SE MOGLA NAPRAVITI I POMOĆU RJEŠENJA IZ d) ZADATKA (MORA BITI TOČNO IZVUČENA SAMO JEDNA BIJELA KUGLICA)

2. – 2 kocke

ELEMENTARNIH DOGAĐAJA IMA:

$$P(\Omega) = 6 \cdot 6 = 6^2 = \underline{36}$$

– IMA 36 KOMBINACIJA

$\omega_1 = 1\,1$	$\omega_7 = 2\,1$	$\omega_{13} = 3\,1$	$\omega_{19} = 4\,1$	$\omega_{25} = 5\,1$	$\omega_{31} = 6\,1$
$\omega_2 = 1\,2$	$\omega_8 = 2\,2$	$\omega_{14} = 3\,2$	$\omega_{20} = 4\,2$	$\omega_{26} = 5\,2$	$\omega_{32} = 6\,2$
$\omega_3 = 1\,3$	$\omega_9 = 2\,3$	$\omega_{15} = 3\,3$	$\omega_{21} = 4\,3$	$\omega_{27} = 5\,3$	$\omega_{33} = 6\,3$
$\omega_4 = 1\,4$	$\omega_{10} = 2\,4$	$\omega_{16} = 3\,4$	$\omega_{22} = 4\,4$	$\omega_{28} = 5\,4$	$\omega_{34} = 6\,4$
$\omega_5 = 1\,5$	$\omega_{11} = 2\,5$	$\omega_{17} = 3\,5$	$\omega_{23} = 4\,5$	$\omega_{29} = 5\,5$	$\omega_{35} = 6\,5$
$\omega_6 = 1\,6$	$\omega_{12} = 2\,6$	$\omega_{18} = 3\,6$	$\omega_{24} = 4\,6$	$\omega_{30} = 5\,6$	$\omega_{36} = 6\,6$

a) $A = \{$ OBA BROJA SU PARNA $\}$

$P(A) = \{\omega_8, \omega_{10}, \omega_{12}, \omega_{20}, \omega_{22}, \omega_{24}, \omega_{32}, \omega_{34}, \omega_{36}\} = 9$

– MOŽEMO TO I LOGIČKI... KOCKA IMA 3 PARNA BROJA ... IMAMO 2 KOCKE...

– KAKO SAM LOGIČKI JER MORAJU OBA BITI PARNA, ZNAČI '·' (LOGIČKI '$\wedge$')

$K_1 = 3$

$K_2 = 3$

$K = K_1 \cdot K_2 = 3 \cdot 3 = 9$

↙ KOCKA 1 ↘ KOCKA 2

b) $B = \{$ OBA BROJA VEĆA OD 4 $\}$

$P(B) = \{\omega_{29}, \omega_{30}, \omega_{35}, \omega_{36}\} = 4$

– LOGIČKI SLIČNO KAO I U a) DIJELU ZADATKA ...

– SVAKA KOCKA IMA 2 BROJA VEĆA OD 4 ... $\Rightarrow K_1 = 2, K_2 = 2 \Rightarrow K = 2 \cdot 2 = 4$

c) $C = \{$ RAZLIKA BROJEVA IZNOSI 2 $\}$ * OVDJE ĆU PRETPOSTAVITI $|x - y|$

$P(C) = \{\omega_3, \omega_{10}, \omega_{13}, \omega_{17}, \omega_{20}, \omega_{24}, \omega_{27}, \omega_{31}\} = 8$

- DA BI DOBILI, RAZLIKOM, BROJ 2 MORAJU SE ODUZETI 2 PARNA ILI 2 NEPARNA BROJA, ZBOG $(2, 4, 6)$ ILI $(1, 3, 5)$

TOGA ĆE NAM BAZA BITI 2, A 'n' ĆE NAM BITI 3 IMAMO 2 SKUPINE OD PO 3 BROJA $\Rightarrow P(C) = 2^n = 2^3 = 8$

[3] POGLEDAJ TABLICU U [2.] ZADATKU (OVIH 36 KOMBINACIJA)

a) $A = \{$ POJAVIO SE BROJ MANJI OD 3$\}$

$P(A) = \{ w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6, w_7, w_8, w_9, w_{10}, w_{11}, w_{12}, w_{13}, w_{14}, w_{19}, w_{20}, w_{25}, w_{26}, w_{31}, w_{32} \} = 20$

(1) - LOGIČKI GLEDAMO (+) ... AKO JEDNA POKAZUJE BROJ MANJI OD 3, ONDA DRUGA KOCKA MOŽE POKAZIVATI BILO ŠTO, ZNAČI: $2 \cdot 6 = 12$

- POŠTO VIŠE NE MOŽEMO GLEDATI JEDNU KOCKU (JER VEĆ POKAZUJE 3, 4, 5 ILI 6), GLEDAMO SADA 2 KOCKU... (3, 4, 5, ILI 6 — 4 BROJA)

(2) - OSTALA SU NAM JOŠ 4 BROJA ZA KOMBINIRATI SA DRUGOM KOCKOM KOJA MOŽE POKAZIVATI SAMO 1 ILI 2 (1 ILI 2 — 2 BROJA), PA IMAMO: $4 \cdot 2 = 8$

$P(A) = (1) + (2) = 12 + 8 = 2$

b) $B = \{$ 2 BROJ BROJEVA MANJI JE OD 3$\}$

$P(B) = \{ w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6, w_7, w_8, w_9, w_{10}, w_{11}, w_{12}, w_{13}, w_{14}, w_{15}, w_{16}, w_{17}, w_{18}, w_{19}, w_{20}, w_{21}, w_{22}, w_{25}, w_{26}, w_{27}, w_{31}, w_{32} \} = 26$

c) $C = \{$ OBA BROJA VEĆA SU OD 4$\}$

$P(C) = \{ w_{29}, w_{30}, w_{35}, w_{36} \} = 4$

[5] POGLEDAJ TABLICU U [2.] ZADATKU (OVIH 36 KOMBINACIJA)

a) $A = \{$ ZBROJ BROJEVA JE NEPARAN $\}$

$P(A) = \{ \omega_2, \omega_4, \omega_6, \omega_7, \omega_9, \omega_{11}, \omega_{14}, \omega_{16}, \omega_{18}, \omega_{21}, \omega_{23}, \omega_{26}, \omega_{28}, \omega_{30}, \omega_{31}, \omega_{33}, \omega_{35} \} = 18$

- DA BI DOBILI NEPARAN BROJ, MORAMO ZBROJITI JEDAN PARAN I JEDAN NEPARAN ... SVAKA KOCKA IMA 3 PARNA I 3 NEPARNA BROJA $\Rightarrow 3 \cdot 3 = \underline{9}$ /
- NO, TU SE NE NALAZE SVI BROJEVI (NPR. NALAZI SE 61, ALI NE I 16), PA MORAMO POMNOŽITI SA 2 $\Rightarrow 9 \cdot 2 = \underline{18}$ /
- MOŽEMO RAZMIŠLJATI I NA NAČIN DA SI ISTIČEMO 6 STUPACA (SVAKI STUPAC IMA PRVI BROJ 1, 2, 3, 4, 5 i 6). POŠTO SE PRVI BROJ U PRVOM STUPCU NEPARAN, PREOSTAJE NAM SAMO KOMBINACIJA OD PO 3 PARNA BROJA 12, 14, 16; A DRUGI STUPAC VRIJEDI SLIČNO PA IMAMO 21, 23, 25 ..... $\Rightarrow 6 \cdot 3 = \underline{18}$ /

b) $B = \{$ POJAVIO SE BROJ 1 $\}$

$P(B) = \{ \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_{13}, \omega_{19}, \omega_{25}, \omega_{31} \} = 11$

- GLEDAJUĆI PO STUPCIMA ĆE VAM BITI SVE JASNO $\Rightarrow 6 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6 + 5 = \underline{11}$ /

c) $C = \{$ NA OBJE KOCKE PAO JE BROJ 1 $\}$

$P(C) = \{ \omega_1 \} = 1$ ☺

6. - IMAMO DOGAĐAJE: A, B i C

- U ZADATKU MORAMO KORISTITI KOMBINACIJE SVIH TRIJU DOGAĐAJA, MAKAR SE NEKI OD NJIH NISU DOGODILI (TJ. ONDA ĆEMO PISATI KOMPLEMENTE DOGAĐAJA)

a) { OSTVARIO SE SAMO DOGAĐAJ A }

- EVO POMOĆNE TABLICE U KOJIMA SU STANJA 'S_x' ($x \Rightarrow$ slovo zadatka)

A	B	C	S_a	S_b	S_c	S_d	S_e	S_f
0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1	1	0	0

$S_a = A\bar{B}\bar{C}$

b) { OSTVARILI SU SE A i B, ALI NE I C }

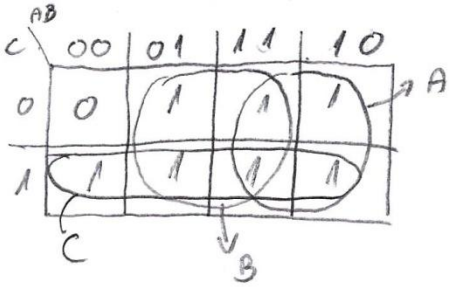
$S_b = AB\bar{C}$

c) { OSTVARILA SU SE SVA 3 DOGAĐAJA }

$S_c = ABC$

d) { OSTVARIO SE BAREM JEDAN DOGAĐAJ }

- OVDJE IMAMO SLUČAJ SA PUNO KOMBINACIJA PA MORAMO MINIMALIZIRATI, A ZA TO ĆEMO KORISTITI K-TABLICU



$S_d = A + B + C$

e) { OSTVARIO SE TOČNO JEDAN DOGAĐAJ }

$S_e = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$

f) { NIJE SE OSTVARIO NITI JEDAN DOGAĐAJ }

$S_f = \bar{A}\bar{B}\bar{C}$

7 - BACAMO n KOCAKA

- DOGAĐAJI A_i $(i = 1, 2, \dots, n)$

$A_1 \Rightarrow$ PRVO BACANJE
$A_2 \Rightarrow$ DRUGO BACANJE
$\vdots$
$A_n \Rightarrow n$-to BACANJE
} DOGAĐAJI

a) $A = \{$ NIJE SE POJAVILA NITI JEDNA ŠESTICA $\}$

- POGLEDAJTE MALO ZADATAK 1.6 NA STR. 47.

- DA JE SVAKI PUT PALA ŠESTICA BILO BI:

$$A = \{A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot \dots \cdot A_n\}$$

- ALI NAS SE TRAŽI DA NIJE PALA NITI JEDNA ŠESTICA (ZNAČI, SAMO KOMPLEMENTIRAMO SVAKI A_i $(i = 1, \dots, n)$)

$$A = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \cdot \dots \cdot \bar{A}_n$$

b) $B = \{$ POJAVILA SE BAREM JEDNA ŠESTICA $\}$
↳ LOGIČKI 'ILI' tj. '+'

- ŠESTICA SE PALA ILI U PRVOM, ILI U DRUGOM, ... ILI U n-TOM BACANJU

$$B = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n$$

- OVO SE MOŽE NAPISATI I POMOĆU KOMPLIMENTA IZ a) ZADATKA:
  - 'ONO 'NEGIRAMO' DA NIJE PALA NITI JEDNA ŠESTICA, TO ZNAČI DA JE PALA BAREM JEDNA ŠESTICA" $\Rightarrow \bar{A} = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \cdot \dots \cdot \bar{A}_n = \bar{\bar{A}}_1 + \bar{\bar{A}}_2 + \bar{\bar{A}}_3 + \dots \bar{\bar{A}}_n = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n$

ZNAČI:

$$B = \bar{A}$$

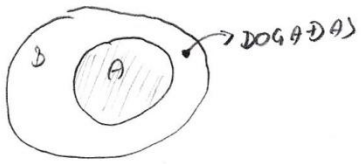
c) $C = \{$ POJAVILA SE NAJVIŠE JEDNA ŠESTICA $\}$

- OVDJE SE RADI O n SKUPINA BACANJA OD PO n BACANJA, ZNAČI MORAMO NAPISATI SLUČAJEVE KADA SE ŠESTICA PALA U PRVOM BACANJU, ILI U DRUGOM ILI, ..., ILI U n-TOM, ILI DA UOPĆE NIJE PALA

$$C = A_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \cdot \dots \cdot \bar{A}_n + \bar{A}_1 \cdot A_2 \cdot \bar{A}_3 \cdot \dots \cdot \bar{A}_n + \dots + \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \cdot \dots \cdot A_{n-1} \cdot \bar{A}_n + \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \cdot \dots \cdot \bar{A}_{n-1} \cdot A_n + \underbrace{\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \cdot \dots \cdot \bar{A}_n}_{\text{UOPĆE NIJE PALA}}\}$$

8 UVJET: $A \subset B$ → A 'povlači' B

a) AB



- 'A' JE SPECIJALAN SLUČAJ OD 'B'
- AKO KAŽEMO DA SE DOGODIO DOGAĐAJ UNUTAR 'A', TO POVLAČI DA SE TAJ DOGAĐAJ DOGODIO I U 'B', ALI NE VRIJEDI OBRAT TJ. AKO SE POJAVIO DOGAĐAJ UNUTAR 'B' NE MORA ZNAČITI DA SE TAJ DOGAĐAJ STVORIO/DESIO/DOGODIO U 'A'

- ZNAČI:

$$AB = A$$

↳ 'A' JE NUŽDAN UVJET

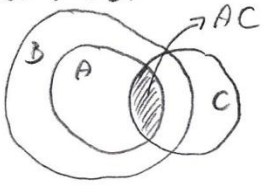
b) $A \cup B = A + B$ ↳ LOGIČKO 'ILI'

- AKO SE DOGODI 'B', A 'A' SE NALAZI UNUTAR 'B', TO ZNAČI DA SE DOGODIO I 'A'

$$A + B = B$$

c) ABC

- MISLIM DA SE OVO OVAKO RADI



- AKO SE DOGAĐAJ POJAVI U 'B', NE MORA ZNAČITI DA SE DOGODIO U 'A' I 'C'
- AKO SE DOGAĐAJ POJAVI U 'A', NE MORA ZNAČITI DA SE DOGODIO U 'C'
- AKO SE DOGAĐAJ POJAVI U 'C', NE MORA ZNAČITI DA SE DOGODIO U 'A' I 'B'
- ZNAČI MORA BITI NEKA KOMBINACIJA TJ. PRESJEK
  - AKO SE DOGAĐAJ POJAVI U 'BC', NE MORA ZNAČITI DA SE DOGODIO U 'A'
  - AKO SE DOGAĐAJ POJAVI U 'AB', NE MORA ZNAČITI DA SE DOGODIO U 'C'
  - AKO SE DOGAĐAJ POJAVI U 'AC'... ETO, VIDI MALOG MIŠA! HEHEHE
    - 'A' SE NALAZI UNUTAR 'B' TO ZNAČI DA SE I PRESJEK 'AC' NALAZI U 'B' TE SMO TIME SVE "POKRILI"

$$ABC = \overline{AC}$$

d) $A \cup B \cup C = \underbrace{A + B}_{B} + C$

→ $A + B = B$ SMO RIJEŠILI U b) ZADATKU, DA MOŽEMO NAPISATI

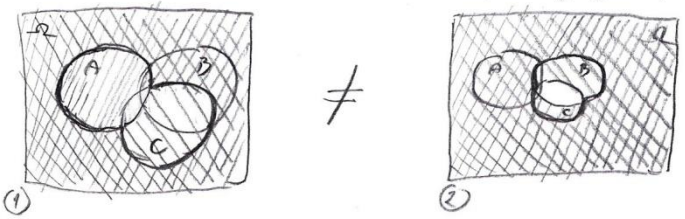
$$A + B + C = B + C$$

9) a) $\bar{A} = \bar{B} \rightarrow \bar{\bar{A}} = \bar{\bar{B}} \rightarrow A = B$

- OVO JE ISTO KAO I $A=B$ ŠTO ZNAČI DA SU 'A' I 'B' EKVIVALENTNI TJ. JEDNAKI
- IZ TOGA VRIJEDI $A \subset B$ i $B \subset A$
- TO JE ISTO KAO DA IMAMO JEDAN VJEROJATNOSNI PROSTOR 'Ω' KOJI MOŽEMO OZNAČITI ILI SA 'A' ILI SA 'B' (POVRŠINE KRUGA 'A', 'B' SU JEDNAKE)

DA, EKVIVALENTNI SU

b) $A \cup C = B \cup C \rightarrow A + C = B + C \rightarrow \overline{A+C} = \overline{B+C} \rightarrow \bar{A}\bar{C} = \bar{B}\bar{C}$



(RECIMO DA SU KRUŽIĆI NAPRAVLJENI KODI-POSST METODOM – SLIKE SU ISTE)

- SLIKE SU LOŠE PA ĆU POKUŠAT, MALO POJASNITI SITUACIJU
- IMAMO 3 KRUGOVA ISTOG RADIJUSA ⇒ ISTE POVRŠINE
- SVA 3 SE PREKLAPAJU, ALI TAKO DA 'C' VIŠE PREKLAPA KRUG 'B'
- OSJENČAMO POVRŠINU VJEROJATNOSTI 'Ω' TAKO DA:
  - NA PRVOJ SLICI OSJENČAMO SVE VAN KRUGOVA 'A', 'C' → $\bar{A}\bar{C}$
  - NA DRUGOJ SLICI OSJENČAMO SVE VAN KRUGOVA 'B', 'C' → $\bar{B}\bar{C}$
- GLEDAJUĆI TE DVIJE SLIKE VIDJET ĆEMO DA JE OSJENČANA POVRŠINA MANJA NA PRVOJ NEGOLI NA DRUGOJ TE ZBOG TOGA JEDNAKOSTI NISU EKVIVALENTNE

c) $AC = BC$

- SLIKE SU ISTE, ALI SU OSJENČANI DIJELOVI RAZLIČITI TJ. NA PRVOJ SLICI OSJENČAMO SAMO ONO GDJE SE PREKLAPAJU 'A', 'C', A NA DRUGOJ 'B' i 'C'
- POVRŠINA NA PRVOJ JE MANJA OD ONE NA DRUGOJ, STOGA TE JEDNAKOSTI NISU EKVIVALENTNE

NAPOMENA!

ZA OVAJ ZADATAK NE GARANTIRAM TOČNOŠĆU JER JE, ZA MENE, ČUDNO ZADAN... JA SAM RADIO S TIME DA USPOREDUJEM EKVIVALENTNOST IZRAZA $\bar{A}=\bar{B}$, $A+C=B+C$ i $AC=BC$, A NE DALI SU 'A' i 'B' MEĐUSOBNO EKVIVALENTNI,... MISLIM DA SE MOGLO I OVAKO RIJEŠITI ZADATAK (b) i c)

b) $A+C = B+C \rightarrow \bar{A}\cdot\bar{C} = \bar{B}\bar{C} \;/C \rightarrow \bar{A}\underbrace{C\bar{C}}_{0} = \bar{B}\underbrace{C\bar{C}}_{0} \rightarrow 0 = 0$ A TO NE DOKAZUJE DA SE $A=B$

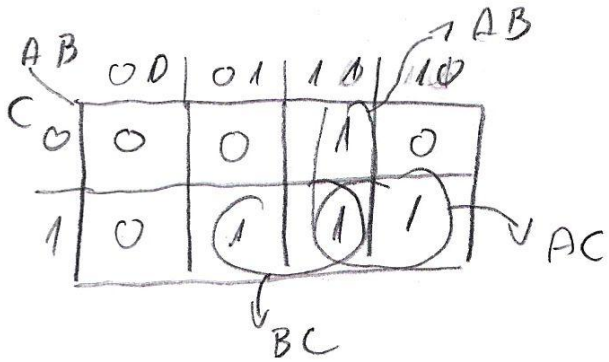
c) $AC = BC \;/\bar{C} \rightarrow A\underbrace{C\bar{C}}_{0} = B\underbrace{C\bar{C}}_{0} \rightarrow 0 = 0$ NE DOKAZUJE DA JE $A=B$

"SORRY AKO GRIJEŠIM JER IPAK SAM SAMO ČOVJEK!" ☺

10) a)

$S = (A+B)\cdot(B+C)\cdot(C+A) \rightarrow \bar{S} = \bar{A}\,\bar{B} + \bar{B}\,\bar{C} + \bar{C}\,\bar{A}$

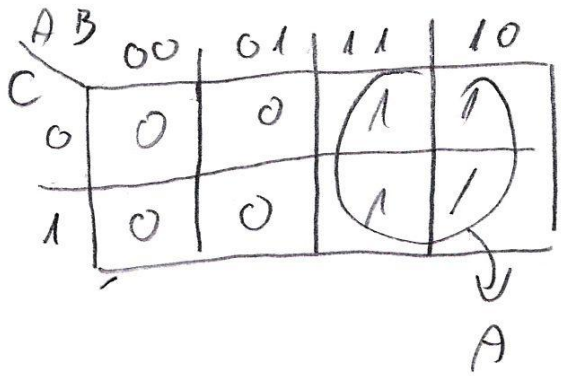
A	B	C	$\bar{S}$	S
0	0	0	1	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1



$Y = AB + BC + AC$

b) $S = (A+B)\cdot A + A\cdot(B+C)$

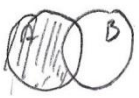
A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



$Y = A$

III. a) $\underbrace{A-B}_{0} = \underbrace{A-AB}_{1} = \underbrace{(A+B)-B}_{2}$

0)



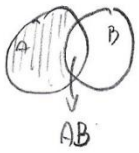
1) $A-B=0$

$A=B \quad / \cdot A$

$A \cdot A = AB$

$A = AB$

$A-AB=0$ ✓



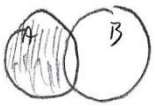
2) $A-B=0$

$+B \;/\; A=B \;/ +B$ - DODAJEMO 'B' S JEDNE I DRUGE STRANE

$A+B = \underbrace{B+B}_{B}$

$A+B = B$

$(A+B)-B=0$ ✓



b) $A(B-C) = AB-AC$

$A(B-C)=0$

$AB-AC=0$ ✓

c) $(A-C)(B-C) = AB-C$

$(A-C)\cdot(B-C) = AB - \underbrace{AC-BC}_{\text{IZLUČI 'C'}} - CC = AB - \underbrace{C(A+B)-C}_{\text{IZLUČI 'C'}} = AB - C\underbrace{(A+B+1)}_{1} = AB-C$ ✓

d) $AC-B = AC-BC$

$AC-B=0 \quad / \cdot C$

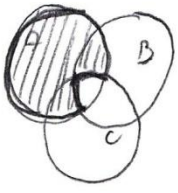
$ACC-BC=0$

$AC-BC=0$ ✓

e) $(A-B)+(A-C) = A-BC$

- OVO BAŠ NE BI SMJELO IĆI OVAKO, ALI EVO KAKO SAM JA RJEŠAVAO

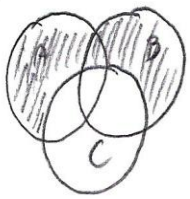
$(A-B)+(A-C) = A-B+A-C = A-\underbrace{B-C}_{\text{OVO NE DRŽI VODU PA DA BI BILO ISPRAVNO UMJESTO -B-C PIŠEM -BC}} = A-BC$



12

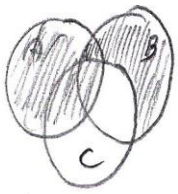
a) $(A+B)-C = A+(B-C)$

TREBA BITI



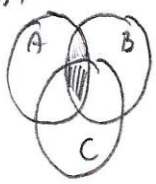
$\neq$

MI DOBIVAMO



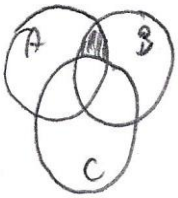
b) $A\bar{B}C = AB(B+C)$

TREBA BITI



$\neq$

MI DOBIVAMO

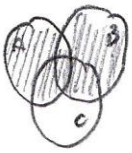


c) $A\bar{B}C \subseteq A+B$

TREBA BITI

$\subseteq$

MI DOBIVAMO

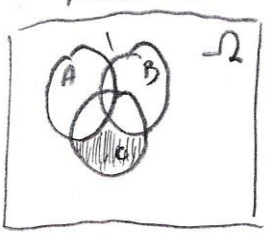


- TO JE ISPRAVNO JER SE $A\bar{B}C$ NALAZI U SKUPU DOGAĐAJA $A+B$

d) $(\overline{A+B})C = \bar{A}\bar{B}\bar{C}$

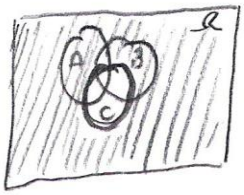
$(\bar{A}\cdot\bar{B})C = (\bar{A}+\bar{B})\bar{C}$

TREBA BITI



$\neq$

MI DOBIVAMO



13. a) $X = ?$

$$\overline{X + A} + \overline{X + \bar{A}} = B$$

$$\bar{X} \cdot \bar{A} + \bar{X} \cdot A$$

$$\bar{X}(\bar{A} + A) = B$$

$$\bar{X} = B$$

$$\bar{\bar{X}} = \bar{B}$$

$$X = \bar{B}$$

b) $X = ?$

$$(A + \bar{X})(\bar{A} + \bar{X}) + \underbrace{\overline{\bar{X} + A} + \overline{X + \bar{A}}}_{\bar{X} \text{ IZ ZADATKA a)}} = B$$

$$\underbrace{A \cdot \bar{A}}_{0} + A\bar{X} + \bar{X}\bar{A} + \bar{X} + \bar{X} = B$$

$$\bar{X}A + \bar{X}\bar{A} + \bar{X} = B$$

$$\bar{X}(A + \bar{A}) + \bar{X} = B$$

$$\bar{X} + \bar{X} = B$$

$$\bar{X} = B$$

$$\bar{\bar{X}} = \bar{B}$$

$$X = \bar{B}$$

14 $P(A) = 0,6$

$P(B) = 0,4$

$P(A \cup B) = 0,8$

$P(A \cup B) = P(A + B)$

$P(\bar{A}), P(\bar{B}), P(AB), P(\bar{A}B), P(A\bar{B}) = ?$

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$

$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,4 = 0,6$

$P(AB) = P(A) + P(B) - P(A+B) = 0,6 + 0,4 - 0,8 = 0,2$

$P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB) = 0,4 - 0,2 = 0,2$

$P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = 0,6 - 0,2 = 0,4$

15 $P(A+B) = 0,8$

$P(AB) = 0,2$

$P(\bar{A}) = 0,6$

$P(A), P(B), P(A\bar{B}) = ?$

$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,6 = 0,4$

$P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = 0,4 - 0,2 = 0,2$

$P(B) = P(AB) - P(A) + P(A+B) = 0,2 - 0,4 + 0,8 = 0,6$

16 $A \cup B = \Omega$

$P(A) = 0,6$

$P(B) = 0,4$

$P(AB) = ?$

$P(A+B) + P(AB) = P(A) + P(B) = 0,6 + 0,4 = 1,3$

$P(AB) = 1,3 - P(A+B)$ → ?

MISLIM DA JE $P(A+B) = 1$ JER JE ZADANO $A \cup B = \Omega$ ŠTO BI VALJDA TREBALO BITI U VJEROJATNOSTI $P(\Omega) = 1$

PA BI NA URAVU BILO...

$P(AB) = 1,3 - P(A+B) = 1,3 - 1 = 0,3$

29

$\omega_1 = GG$

$\omega_2 = PP$

$\omega_3 = GPP$

$\omega_4 = PGG$

$\omega_5 = GPGG$

$\omega_6 = PGPP$

$\omega_7 = GPGPP$

$\omega_8 = PGPGG$

$m(\Omega) = 2^n$; $n \rightarrow$ BROJ BACANJA

a)

$A = \{\omega_5, \omega_6\} \Rightarrow m(A) = 2$

$P(A) = \frac{m(A)}{m(B)} = \frac{2}{2^3} = \frac{1}{8}$

b) DA BI VIDJELI VJEROJATNOST POBJEDE PRI PARNIM BACANJIMA ĆEMO NAPISATI:

$m(\Omega) = 2^{2n}$, $m(A) = 2 \Rightarrow$ OSTALE 2 SLUČAJA SA 2 BACANJA PP, GG, 2 SLUČAJA ZA 4 BACANJA...

- VIDIMO DA MORAMO BACITI 2 PUTA MANJE DA BI POBJEDILI; ZNAČI IMAMO VEĆU ŠANSU PRVI POBJEDITI ... P.S. NIJE VAŽNO POBJEDITI, VAŽNO JE SUDJELOVATI!

- RASPIŠIMO IZRAZ:

$\frac{1}{2^{2n}}$ $2\frac{1}{4} + 2\frac{1}{16} + 2\frac{1}{64} + \dots = \frac{2}{4}\frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}\frac{1}{\frac{4-1}{4}} = \frac{1}{4}\frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2}\frac{4}{3} = \frac{2}{3}$

ŠANSA DA SE POBJEDI PRI PARNOM BROJU BACANJA

c) $\lim_{n \to \infty} \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{1}{2^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$

28 SADA ĆU VAM RIJEŠITI OVAJ ZADATAK NA 100% TOČAN NAČIN... OVAJ ZADATAK JE ISTI KAO I 5. KOJEG SAM RADIO, ALI MALO NEISPRAVNO, I ZABORAVIO SAM IZRAZITI TJ. OPISATI ONE DOGAĐAJE
- 2 KOCKE

11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

$A = \{12, 14, 16, 21, 23, 25, 32, 34, 36, 41, 43, 45, 52, 54, 56, 61, 63, 65\}$

$B = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 31, 41, 51, 61\}$

$C = \{11\}$

$A \cdot B \Rightarrow$ DOGODIO SE I 'A' I 'B' TJ. $AB = \{$ ZBROJ BROJEVA JE PARAN I JEDAN OD BROJEVA JE 1 $\}$

$AB = \{12, 14, 16, 21, 41, 61\}$

$AC = \{$ ZBROJ JE PARAN I POSAVILE SE 2 JEDINICE $\}$

$AC = \emptyset$

$BC = \{$ POSAVIO SE BROJ 1 NA OBJE KOCKE $\}$

$BC = \{11\}$

$A+C = \{$ ZBROJ JE PARAN ILI SE POSAVILE 2 JEDINICE $\}$

$A+C = \{11, 12, 14, 16, 21, 23, 25, 32, 34, 36, 41, 43, 45, 52, 54, 56, 61, 63, 65\}$

$\bar{A} \cdot B = \{$ ZBROJ JE PARAN I POSAVILA SE 1 $\}$

$\bar{A}B = \{11, 13, 15, 31, 51\}$

[30] - 2 KOCKE

11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

$A = \{$ ZBROJ BROJEVA JE PARAN $\}$

$\text{card}(\Omega) = 36$

$A = \{11, 13, 15, 22, 24, 26, 31, 33, 35, 42, 44, 46, 51, 53, 55, 62, 64, 66\} = 18 \rightarrow P(A) = \frac{18}{36}$

$B = \{$ POJAVILA SE BAREM JEDNA JEDINICA $\}$

$B = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 31, 41, 51, 61\} = 11 \rightarrow P(B) = \frac{11}{36}$

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$$

$AB = \{11, 13, 15, 31, 51\} = 5 \rightarrow P(AB) = \frac{5}{36}$

$$P(A+B) = \frac{1}{36}(18 + 11 - 5) = \frac{24}{36}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{18}{36} = \frac{18}{36}$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{11}{36} = \frac{25}{36}$$

31 – NOVČIĆ BACAMO 4 PUTA

$\text{card}(\Omega) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$

PPPP
PPPG
PPGP
PGPP
GPPP
PPGG
PGPG
GPPG
PGGP
GGPP
GPGP
PGGG
GPGG
GGPG
GGGP
GGGG

$A = \{$ POSAVILO SE TOČNO JEDNO PISMO $\}$

$A = \{PGGG, GPGG, GGPG, GGGP\} = 4$

$P(A) = \frac{4}{16}$

$B = \{$ U 2. BACANJU SE POSAVILO PISMO $\}$

$B = \{PPPP, PPPG, PPGP, GPPP, PPGG, GPPG, GPGP, GPGG\} = 8$

$P(B) = \frac{8}{16}$

XPXX
$2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

$C = \{$ POSAVILO SE BAREM JEDNO PISMO $\}$

– TO MOŽE BITI BILO KOJI DOGAĐAJ OSIM 'GGGG' $\rightarrow 16 - 1 = 15$

$P(C) = \frac{15}{16}$

$D = \{$ PISMO SE POSAVILO BAREM DVAPUT $\}$

$D = \{PPPP, PPPG, PPGP, PGPP, GPPP, PPGG, PGPG, GPPG, PGGP, GGPP, GPGP\} = 11$

$P(D) = \frac{11}{16}$

32 - 2 KOCKE

11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

$A = \{$ ZBROJ 8 $\}$ $\quad card(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$

$A = \{26, 35, 44, 53, 62\} = 5$

$$P(A) = \frac{5}{36}$$

$B = \{$ BAREM JEDNA ČETVORKA $\}$

$B = \{14, 24, 34, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 54, 64\} = 11$

$$P(B) = \frac{11}{36}$$

$C = \{$ BROJ VEĆI OD 99 $\Rightarrow$ NEMA BROJA NA KOCKI VEĆEG OD 6, A KAMOLI OD 9 $\}$

$$C = \emptyset \qquad P(C) = \frac{\emptyset}{36} = \emptyset$$

$D = \{$ BROJ DJELJIV S 2 ILI DJELJIV S 3 $\}$

$D = \{12, 13, 14, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 52, 53, 54, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66\} =$

$= 32$

$$P(D) = \frac{32}{36}$$

33 - 10 NUMERIRANIH KARTICA

- 1 PARNA I 1 NEPARNA

A = { IZVUČEMO ODJEDNOM OBJE KARTICE }

- POSTOJI $\binom{10}{2} = 45$ NAČINA ZA IZABRATI 2 KARTICE OD SVIH 10. POSTOJI 5 PARNIH I 5 NEPARNIH BROJEVA; ODAKLE POSTOJI $5 \cdot 5 = 25$ NAČINA BIRANJA JEDNOG PARNOG I JEDNOG NEPARNOG BROJA

$$p = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$$

B = { IZVUČEMO PRVU KARTICU, A NAKON NJE DRUGU }

- POSTOJI $10 \cdot 9 = 90$ NAČINA ZA IZVUĆI DVIJE KARTE JEDNU ZA DRUGE BEZ VRAĆANJA. POSTOJI $5 \cdot 5 = 25$ NAČINA ZA IZVUĆI JEDAN PARAN BROJ, ZATIM JEDAN NEPARAN BROJ, I $5 \cdot 5 = 25$ NAČINA ZA IZVUĆI JEDAN NEPARAN BROJ I ZATIM JEDAN PARAN BROJ

$$p = \frac{50}{90} = \frac{5}{9}$$

C = { IZVUČEMO DVIJE KARTICE JEDNU ZA DRUGE S VRAĆANJEM }

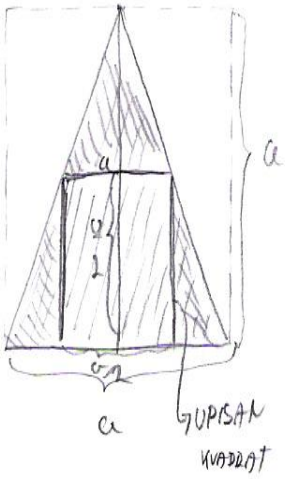
- POSTOJI $10 \cdot 10 = 100$ NAČINA ZA IZVUĆI DVIJE KARTE JEDNU ZA DRUGE S VRAĆANJEM. POSTOJI $5 \cdot 5 = 25$ NAČINA ZA IZVUĆI JEDAN PARAN, A ZATIM JEDAN NEPARAN BROJ, I $5 \cdot 5 = 25$ NAČINA ZA IZVUĆI JEDAN NEPARAN BROJ I ZATIM JEDAN PARAN

$$p = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

34.) - JEDNAKOKRAČAN TROKUT
- OSNOVICA a
- VISINA a
- UPISAN KVADRAT

- KOLIKA JE VJEROJATNOST DA NA SREĆU ODABRANA TOČKA U TROKUTU PADNE UNUTAR TOG KVADRATA

- NACRTAJTE TAJ JEDNAKOKRAČAN TROKUT



POVRŠINA TROKUTA: $\frac{a \cdot a}{2} = \frac{a^2}{2}$

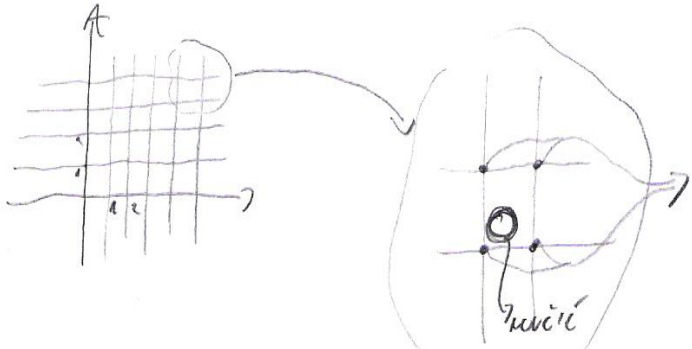
POVRŠINA KVADRATA: $\frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{4}$

$$p = \frac{\frac{a^2}{4}}{\frac{a^2}{2}} = \frac{1}{2}$$

35. - NISAM 100% SIGURAN DAZ OVO OVAKO IDE, ALI EVO DASC NABC

- IMAMO KOORDINATNI SUSTAV (RAVNINU)

- NOVČIĆ PROMJERA $\frac{1}{2}$ JEDINICA KOORDINATNOG SUSTAVA TJ. POLUMJERA $\frac{1}{4}$



OVE TOČKE NOVČIĆ NE SMIJE POGODITI/POKRITI

- SUSTAV NAM JE STALNO ISTI, A TAKO I NOVČIĆ (NEMA PROMJENE POVRŠINE)

$m(\Omega) = 1 \cdot 1 = 1$

$m(A) = R^2\pi = \left(\frac{1}{4}\right)^2\pi = \frac{1}{16}\pi = \frac{\pi}{16}$

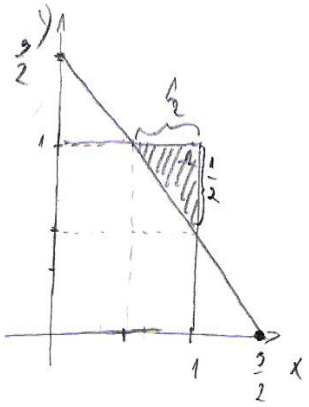
$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{\pi}{16}$

36 - INTERVAL $[0,1]$

- $x + y > \frac{3}{2}$

$\Downarrow$

$y = \frac{3}{2} - x$



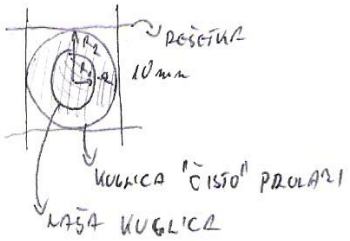
$m(\Omega) = 1 \cdot 1 = 1$

$m(A) = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{1}} = \frac{1}{8}$

$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{1}{8}$

37 - IMAMO REŠETKE 10 mm × 10 mm I KUGLICU PROMJERA 5 mm

- KOLIKA JE ŠANSA DA KUGLICA "ČISTO" PROĐE



$R_1 = 2{,}5$ mm

$R_2 = 5$ mm

$m(\Omega) = R_2^2\pi = 25\pi$ mm^2

$m(A) = R_1^2\pi = 6{,}25\pi$ mm^2

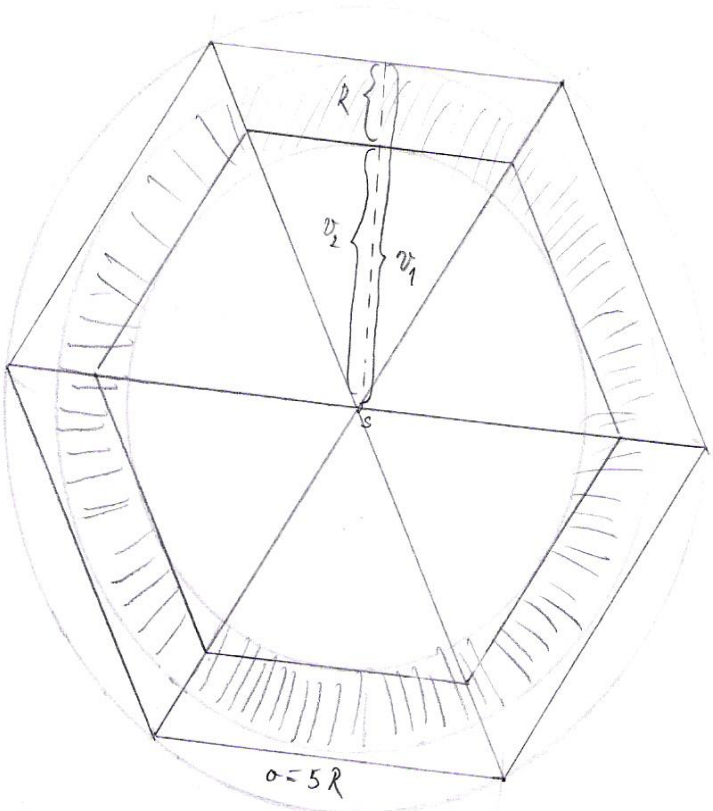
$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{6{,}25\pi}{25\pi} = 0{,}25$

38 - PRAVILAN 6-EROKUT STRANICE $a = 5R$

- SREDIŠTE PADA UNUTAR ŠESTEROKUTA

- NACRTAJMO 6-EROKUT SA STRANICOM $a = 5$ $(R = 1cm)$

- $v_2 = v_1 - R$ RIŠEMO ZATO ŠTO U ZADATKU PIŠE DA SREDIŠTE MORA BITI UNUTAR 6-EROKUTA



- JA ĆU RAČUNATI OMJER POVRŠINA KRUGA

$a = 5R$

$$v_1 = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{25R^2 - \frac{25R^2}{4}} = \sqrt{\frac{75R^2}{4}} = \frac{5R}{2}\sqrt{3}$$

$$v_2 = v_1 - R = \frac{5R}{2}\sqrt{3} - R = \frac{5R\sqrt{3} - 2R}{2} = \frac{R}{2}(5\sqrt{3} - 2)$$

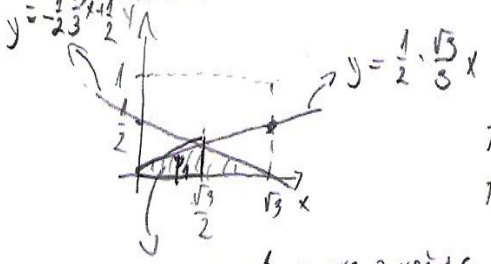
$$P_1 = v_1^2 \pi = \frac{25}{4} R^2 \cdot 3 \cdot \pi$$

$$P_2 = v_2^2 \pi = \frac{R^2}{4}(75 - 20\sqrt{3} + 4)\pi$$

$$P = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{R^2}{4}(75 - 20\sqrt{3} + 4)\pi}{\frac{25}{4}R^2 \cdot 3 \cdot \pi} = \frac{25 - 20\sqrt{3} + 4}{75} = 0{,}5915$$

39 NAPOMENA! – NE ZNAM DALI SAM KRIVO RADIO/RAZUMIO ZADATAK, ALI DOBIO SAM "NEKO" RJEŠENJE (RAZLIKUJE SE OD ONOGA U KNJIZI)

– JA SAM TO STAVLJAO U KOORDINATNI SUSTAV I IZRAČUNAVAO JEDNADŽBE PRAVACA DA BIH IZRAČUNAO POVRŠINE.



$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$T_1(0,0)$, $T_2(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ $\Rightarrow$ $y = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{3}x$

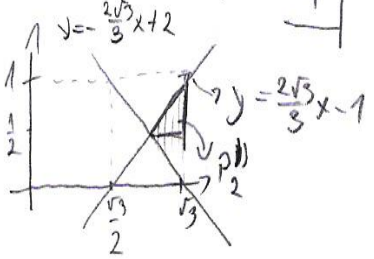
$T_3(\sqrt{3}, 0)$, $T_4(0, \frac{1}{2})$ $\Rightarrow$ $y = -\frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{1}{2}$

IMAMO 4 TAKVE POVRŠINE

$P' = 2P_1'$; $P_1' = 2P_1$

$$P_1' = 2\cdot\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} dx \int_0^{\frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{3}x} dy = 2\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{3}x\,dx = 2\cdot\frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{2}x^2\Big|_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

$$P' = 2P_1' = 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$



$T_5(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$, $T_6(\sqrt{3}, 1)$ $\Rightarrow$ $y = \frac{2\sqrt{3}}{3}x - 1 \Rightarrow x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}y$

$T_7(\sqrt{3}, 0)$, $T_8(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$ $\Rightarrow$ $y = -\frac{2\sqrt{3}}{3}x + 2$

$P'' = 2P_2''$; $P_2'' = 2P_1$

$$P_2'' = 2\cdot\int_{\frac{1}{2}}^{1} dy \int_{1+\frac{\sqrt{3}}{2}y}^{\sqrt{3}} dx = 2\int_{\frac{1}{2}}^{1}\left(\sqrt{3} - 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}y\right)dy = 2\cdot\frac{5\sqrt{3}-8}{16} = \frac{5\sqrt{3}-8}{8}$$

$$P'' = 2P_2'' = 2\cdot\frac{5\sqrt{3}-8}{8} = \frac{5\sqrt{3}-8}{4}$$

$$P = P' + P'' = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{5\sqrt{3}-8}{4} = \frac{6\sqrt{3}-8}{4}$$

$$P_\square = 1\cdot\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

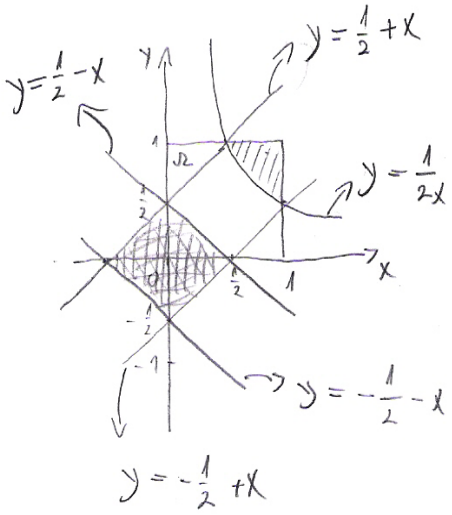
$$\mu = \frac{P}{P_\square} = \frac{\frac{6\sqrt{3}-8}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{1}} = \frac{6\sqrt{3}-8}{4\sqrt{3}} = 0{,}3453$$

43 – INTEGRAL $[0,1]$

$x \cdot y > \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2x}$

$|x-y| < \frac{1}{2}$

$x - y < \frac{1}{2} \rightarrow$	$y > -\frac{1}{2} + x$
$-x - y < \frac{1}{2} \rightarrow$	$y > -\frac{1}{2} - x$
$x + y < \frac{1}{2} \rightarrow$	$y < \frac{1}{2} - x$
$-x + y < \frac{1}{2} \rightarrow$	$y < \frac{1}{2} + x$



– IZ PRIKAZANOG SE VIDI DA NEMA PREKLAPANJA POVRŠINA PA SE ZBOG TOGA VJEROJATNOST ○

44. – IMAMO 2 VLAKA PO 200 m DUGAČKIH

– IDU BRZINOM 75 km/h

– IMAJU 30 min DA PROĐU SJECIŠTE PRUGA

• PRETVORIMO SI SVE U 'km' i 'h'

$v_1 = \frac{d}{t} = \frac{0{,}2}{0{,}5}$ → MORAMO PAZITI JER IMAMO 2 VLAKA (ZNAČI BIT ĆE PUTA 2)

→ PISAO SAM KAO BRZINU JER ĆE NAM SE TAKO POKRATITI MOGUĆE SEDMICE I OSTATI ČISTI POSTOTAK TJ. VJEROJATNOST

$v = 75$ km/h

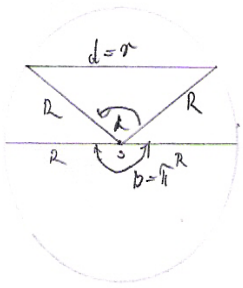
$$p = \frac{2v_1}{v} = \frac{2 \cdot \frac{0{,}2}{0{,}5}\ \text{km/h}}{75\ \text{km/h}} = 0{,}010\dot{6} \approx 0{,}011$$

45. – IMAMO KRUŽNICU POLUMJERA R

– BIRAMO 2 TOČKE

– KOLIKA JE VJEROJATNOST DA ĆE, KADA SPOJIMO TE DVIJE TOČKE, BITI $\overset{\frown}{AB} < 2R$

– TU ĆEMO USPOREĐIVATI KUTEVE JER SE RADI O POVRŠINAMA KRUŽNIH ODSJEČAKA



$d = a$

$d = 2R \sin\frac{\alpha}{2}$

$a = 2R \sin\frac{\alpha}{2}$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{a}{2R}$

$\frac{\alpha}{2} = \arcsin\frac{a}{2R} \quad / \cdot 2$

$\alpha = 2\arcsin\frac{a}{2R}$; $b = R$

$$p = \frac{\alpha}{b} = \frac{2\arcsin\frac{a}{2R}}{\pi} = \frac{2}{\pi}\arcsin\frac{a}{2R}$$

46 NAPOMENA: OVAJ ZADATAK SE RAĐEN PO ZADATKU 1.18. STR. 56.

- IMAMO ŠTAP DULJINE L KOJEG DIJELIMO NA 3 DIJELA

$b = \frac{1}{4}L$; $a = L$

$b < \frac{a}{3} \rightarrow a > 3b$

$G = \{0 < x < b, 0 < y < b, a - b < x + y < a\}$

$m(\Omega) = a \cdot a = a^2 = L^2$

UVJET: $b < \frac{a}{2}$

$\frac{1}{4}L < \frac{L}{2}$

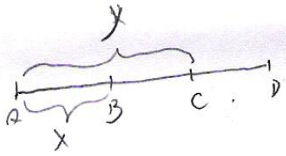
$\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$ ✓

$$P(G) = \frac{m(G)}{m(\Omega)} = \frac{(3b-a)^2}{a^2} = \frac{\left(3\cdot\frac{1}{4}L - L\right)^2}{L^2} = \frac{\left(-\frac{1}{4}L\right)^2}{L^2} =$$

$$= \frac{\frac{1}{16}L^2}{L^2} = \frac{1}{16}$$

47. NAPOMENA: RJEŠENJE OVOG ZADATKA MI SE NE POKLAPA SA ONIME U KMS Q1

OVAKO SAM JA RADIO



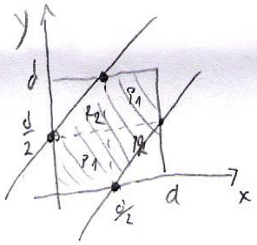
I. $y - x < \frac{d}{2}$

$y < \frac{d}{2} + x$

II $x - y < \frac{d}{2}$

$-y < \frac{d}{2} - x$

$y > x - \frac{d}{2}$



$P_2 = \frac{P_1}{2}$

$m(P) = 2P_1 + P_2 = 2P_1 + \frac{P_1}{2} = \frac{3P_1}{4} = \frac{3d^2}{4}$

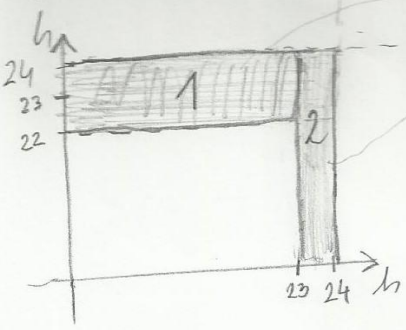
$P_1 = \frac{d}{2} \cdot \frac{d}{2} = \frac{d^2}{4}$

$m(\Omega) = d \cdot d = d^2$

$$P(d(B,C)) = \frac{m(P)}{m(\Omega)} = \frac{\frac{3}{4}d^2}{d^2} = \frac{3}{4}$$

48.)

jedan brod → zadržavanje 1 h, drugi brod → zadržavanje 2 h



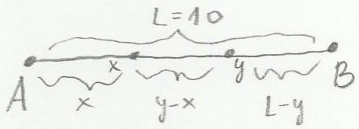
$$P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{2 \cdot 23 + 1 \cdot 24}{24 \cdot 24}$$

drugi brod zadržavanje

prvi brod zadržavanje

$$P(A) = 0,12$$

49.) $\overline{AB} = 10$, najkraći > 2

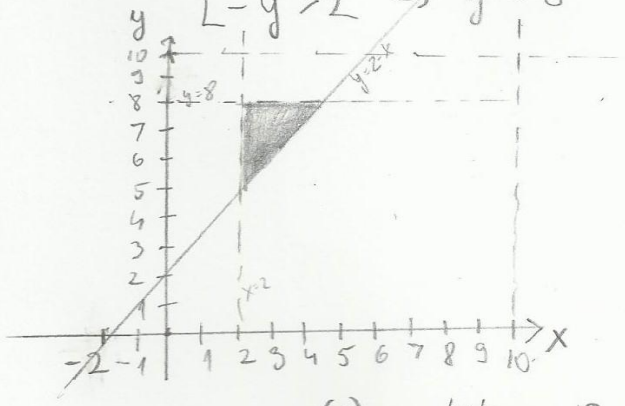


gledamo za svaki dio naše dužine, imamo dva slučaja!!

1.) $\boxed{y>x}$ $\quad x > 2$

$y - x > 2 \rightarrow y > 2 - x$

$L - y > 2 \rightarrow y < 8$



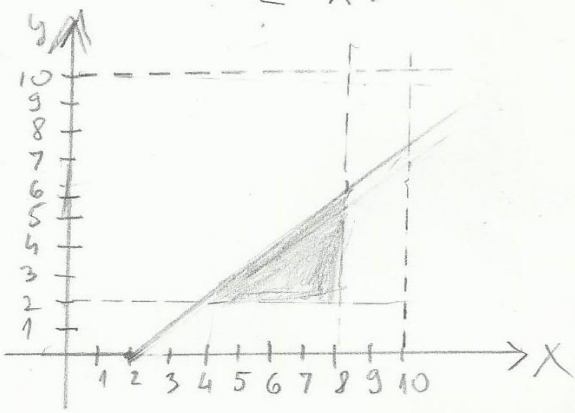
$$P_1(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{\frac{4 \cdot 4}{2}}{10 \cdot 10} = \frac{8}{100}$$

$$P_1(A) = 0,08$$

2.) $\boxed{y<x}$ $\quad y > 2$

$x - y > 2 \rightarrow x > 2 + y$

$L - x > 2 \rightarrow x < 8$

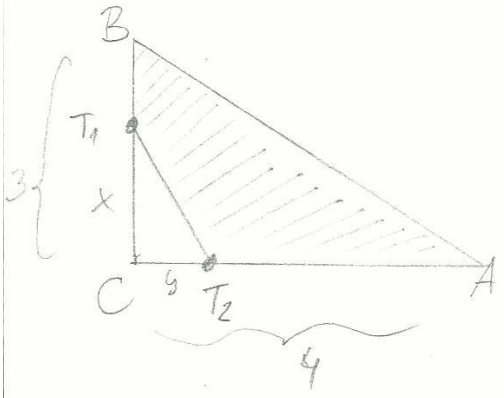


$$P_2(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)} = \frac{\frac{4 \cdot 4}{2}}{10 \cdot 10} = \frac{8}{100}$$

$$P_2(A) = 0,08$$

$$P(A) = P_1(A) + P_2(A) = 0,16$$

50.) $P_{\text{ČETVEROKUTA}} > \frac{1}{2} P_{\Delta}$



$x \in (0,3)$

$y \in (0,4)$

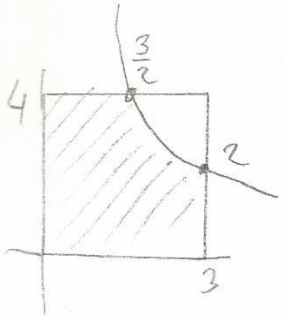
$P_{\check{C}} > \frac{1}{2} P_{\Delta}$

$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 - \frac{1}{2} x \cdot y > \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4$

$6 - \frac{xy}{2} > 3$

$xy < 6$

$y < \frac{6}{x}$

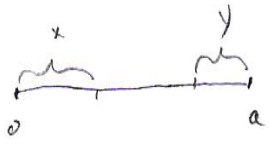


$$P(A) = \frac{12 - \int_{\frac{3}{2}}^{3} \left(4 - \frac{6}{x}\right) dx}{12}$$

$P(A) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln 2$

61. - INTERVAL $[0, a]$

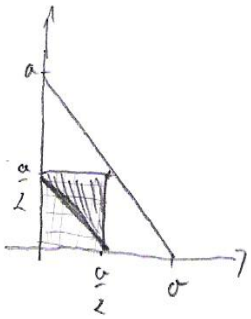
- ZADATAK JE IDENTIČAN ZADATKU 1.18 STR. 56.
- OVAKO SAM JA RIJEŠIO



$\Rightarrow x, y, a-x-y \Rightarrow \Omega \ldots x < a$

$y < a$

$x + y < a$



$x + y > a - x - y \Rightarrow x + y > \frac{a}{2}$

$x + a - x - y > y \Rightarrow y < \frac{a}{2}$

$y + a - x - y > x \Rightarrow x < \frac{a}{2}$

$m(\Omega) = a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{2}$

$m(G) = \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{8}$

$p = \frac{m(G)}{m(\Omega)} = \frac{\frac{a^2}{8}}{\frac{a^2}{2}} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

62. - 6 BIJELIH, 4 CRNE, 2 PLAVE KUGLICE

- KOLIKA JE VJEROJATNOST DA PRVE 2 BUDU BIJELE (MISLIM DA SE TO SMIJE SHVATITI I KAO DA IMAMO SAMO 2 IZVLAČENJA)

$N = \binom{12}{2} = \frac{12 \cdot 11}{1 \cdot 2} = 66$

$M = \binom{6}{2} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 15$

$p = \frac{M}{N} = \frac{15}{66} = 0{,}2272$

53. - IMAMO KARTICE SA SLOVIMA: A, E, G, I, J, M, N, O, O, R, T, V (1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1)

$N = P_{12}^{1,2,2,2,2,1,1,1} = P_{12}^{2,2,2,2} = \frac{12!}{2!2!2!2!} = 29934600$

$M = 1 \rightarrow$ JEDINSTVENI SLUČAJ

$p = \frac{M}{N} = \frac{1}{29934600} = 0{,}000000033 = 33 \cdot 10^{-9}$

54 - 7 BIJELIH, 3 CRNIH KUGLICA
- IZVLAČIMO ODJEDNOM DVIJE

$w_1 = BB$
$w_2 = CB$ } MISLIM DA OVE DVIJE SMIJEMO SMATRATI KAO JEDNE PA IMAMO SAMO 3 KOMBINACIJE
$w_2 = BC$
$w_3 = CC$

$N = \binom{10}{2} = \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} = 45$

$M_1 = \binom{7}{2} = \frac{7 \cdot 6}{1 \cdot 2} = 21$

$p_1 = \frac{M_1}{N} = \frac{21}{45}$

$M_2 = \binom{7}{1} \cdot \binom{3}{1} = 21$

$p_2 = \frac{M_2}{N} = \frac{21}{45}$

$M_3 = \binom{3}{2} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 3$

$p_3 = \frac{M_3}{N} = \frac{3}{45}$

- PROVJERA:
$p = p_1 + p_2 + p_3 = \frac{21}{45} + \frac{21}{45} + \frac{3}{45} = \frac{45}{45} = 1$ IZLAZI TREBALO BI BITI TOČNO

- OVDJE IMAMO DA SU p_1 i p_2 ISTO VJEROJATNI

55 - IMAMO 6 BRAČNIH PAROVA (PRETPOSTAVIMO DA NISU ISTOSPOLNI BRAKOVI)
- ODABIREMO SLUČAJNO 2 ČOVJEKA
- MOLIMO SE VJEROJATNOST DA SU

1) RAZLIČITOG SPOLA
- POSTOJI $\binom{12}{2} = 66$ NAČINA ZA IZABRATI 2 OSOBE OD SVIH 12
- POSTOJI $\binom{6}{1} = 6$ NAČINA ZA IZABRATI MUŠKARCA I $\binom{6}{1} = 6$ NAČINA ZA IZABRATI ŽENU

$p = \frac{6 \cdot 6}{66} = \frac{6}{11}$

2) BRAČNI PAR
- POSTOJI 6 BRAČNIH PAROVA

$p = \frac{6}{66} = \frac{1}{11}$

56 – 52 KARTE

– DIJELIMO 13 KARATA

– KOLIKA JE VJEROJATNOST DA DOBIJE:

5 PIKA, 3 HERCA, 2 KAROA I 3 TREFA

$$N = \binom{52}{13} = \frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43 \cdot 42 \cdot 41 \cdot 40}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13} = 6,350135596 \cdot 10^{11}$$

$$M = \binom{13}{5} \cdot \binom{13}{3} \cdot \binom{13}{2} \cdot \binom{13}{3} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{13 \cdot 12}{1 \cdot 2} \cdot \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{1 \cdot 2 \cdot 3} =$$

(PIK & HERC & KARO & TREF) $= 8211173256$

$$p = \frac{M}{N} = 0,0129$$

57 – 5 CRVENIH I 4 BIJELE KUGLICE

– BIRAMO 6 KUGLICA NASLIJEPO

– KOLIKA JE VJEROJATNOST DA SU IZVUČENE 3 CRVENE I 3 BIJELE KUGLICE

$$N = \binom{9}{6} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 84$$

$$M = \binom{5}{3} \cdot \binom{4}{3} = \frac{4 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10 \cdot 4 = 40$$

$$p = \frac{M}{N} = \frac{40}{84} = 0,4762$$

58 • ZA OVAJ ZADATAK NISAM 100% SIGURAN DA JE TOČAN, ALI BI MOGAO BITI I DOBAR

– IMAMO RIJEČ "MATEMATIKA" → A, A, A, E, I, K, M, M, T, T

MATE ⇓

2M, 3A, 2T, 1E

TIKA ⇓

2T, 1I, 1K, 3A

$$N = P_{10}^{3,2,2} = \frac{10!}{3!2!2!} = 121\,200$$

$$M_1 = \binom{2}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{1}{1} = 12$$

$$M_2 = \binom{2}{1} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{3}{1} = 6$$

$$p_1 = \frac{M_1}{N} = 99,36 \cdot 10^{-6}$$

$$p_2 = \frac{M_2}{N} = 39,68 \cdot 10^{-6}$$

59. -4 KOCKE
- KOLIKA JE VJEROJATNOST DA PADNU SVE 4 NA ISTI BROJ

$$N = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^4 = 1296$$

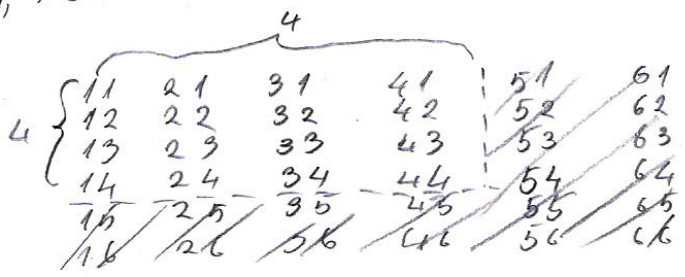
- POVOLJNI SLUČAJEVI:

$$\{1,1,1,1; 2,2,2,2; 3,3,3,3; 4,4,4,4; 5,5,5,5; 6,6,6,6\}$$

$M = 6$ → ŠEST POVOLJNIH SLUČAJEVA

$$p = \frac{M}{N} = \frac{6}{6^4} = \frac{1}{6^3}$$

60. - 2 KOCKE
- KOLIKA JE VJEROJATNOST DA JE VEĆI OD 2 DOBIVENA BROJA < 5
- NAPIŠEMO SI TABLICU DOGAĐAJA RADI VIZUALIZACIJE
- ZLAČI, NE SMIJE BITI 5 NITI 6 JEDAN OD BILO KOJA 2 BROJA



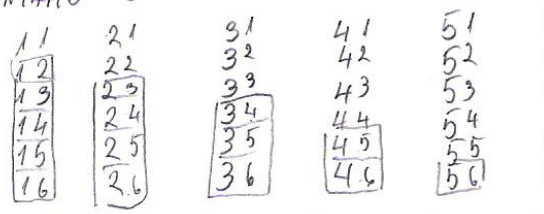
- POVOLJNI SLUČAJEVI SU NAM OVI NEPREKRIŽENI:

$$M = 4 \cdot 4 = 16$$

$$N = 6 \cdot 6 = 6^2 = 36$$

$$p = \frac{M}{N} = \frac{4 \cdot 4}{36} = \frac{4}{9}$$

61 - 2 IGRAČA (ZAMISLIMO DA SVAKI IMA SVOJU KOCKU)
- IMAMO 36 SLUČAJA



- KOLIKA JE VJEROJATNOST DA 2. IGRAČ DOBIJE VEĆI BROJ OD PRVOGA

$$N = 6 \cdot 6 = 6^2 = 36$$
$$M = 15$$
$$p = \frac{M}{N} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

62 – 6 KOCAKA

$\text{card}\ \Omega = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^6$

– KOLIKA JE VJEROJATNOST DA SE POJAVILO

a) ŠEST RAZLIČITIH BROJEVA

$\text{card}\ A = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6!$

$$p = \frac{6!}{6^6} = 0{,}0154$$

b) BAREM 2 ŠESTICE

$\bar{B} = 5^6 + 6 \cdot 5^5$

– RAĐENO JE PREKO SUPROTNOG DOGAĐAJA

$$\bar{p} = \frac{5^6 + 6 \cdot 5^5}{6^6} = 0{,}4368$$

$$p = 1 - \bar{p} = 0{,}2632$$

c) TRI PARA JEDNAKIH BROJEVA

$C = \binom{6}{3} \cdot 3! \binom{6}{2}\binom{4}{2}\binom{2}{2}$

$$p = \frac{\binom{6}{3} 3! \binom{6}{2}\binom{4}{2}\binom{2}{2}}{6^6} = 0{,}2314$$

d) ŠEST BROJEVA MANJIH OD 5

$D = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^6$

$$p = \frac{4^6}{6^6} = 0{,}0879$$

63.) PARADOKS DE MERE

A = {bacanje 4 kocaka barem jedna jedinica}

$$P(A) = 1 - \frac{5^4}{6^4} = 0.5177$$

$\frac{5^4}{6^4}$ → vjerojatnost da se nije pojavila 1

B = {barem jednom u 24 bacanja dvija kocki da su se pojavile dvije jedinice}

$$P(B) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} = 0,4914$$

$\frac{35}{36}$ ← da se nije pojavilo dvije jedinice

64.)

a) barem jedna 6 pri 6 bacanja kocki

$$P(A) = 1 - \frac{5^6}{6^6} = \underline{0,665}$$

b) barem dvije 6 pri 12 bacanja kocki

$$P(B) = 1 - \frac{5^{12}}{6^{12}} - \frac{\binom{12}{1} \cdot 5^{11}}{6^{12}} = \underline{0,619}$$

c) barem tri 6 pri 18 bacanja kocki

$$P(c) = 1 - \frac{5^{18}}{6^{18}} - \frac{\binom{12}{1} 5^{17}}{6^{18}} - \frac{\binom{12}{2} \cdot 5^{16}}{6^{18}} = \underline{0,597}$$

5^{18} ← Ø šest. $\binom{12}{1} 5^{17}$ ← 1 šest $\binom{12}{2} \cdot 5^{16}$ ← 2 šest.

65.) LOTO 6/45

6 pogodaka: $p_6 = \frac{M_6}{N} = \frac{1}{\binom{45}{6}} = \underline{1,23 \cdot 10^{-7}}$

5 pogodaka: $p_5 = \frac{M_5}{N} = \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{39}{1}}{\binom{45}{6}} = \underline{2,97 \cdot 10^{-5}}$

$\binom{39}{1}$ ← 1 broj od ostalog; $\binom{45}{6}$ ← 5 od 6 dobitnih

4 pogodaka: $p_4 = \frac{M_4}{N} = \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{39}{2}}{\binom{45}{6}} = \underline{1,364 \cdot 10^{-3}}$

3 pogodaka: $p_3 = \frac{M_3}{N} = \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{39}{3}}{\binom{45}{6}} = \underline{0,022}$

66.) 6 crvenih, 4 plave } 10 kuglica

barem 1 plava od 3 kuglice?

izvučene 3 crvene, tj. nema plavih

$$P(A) = 1 - \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = 0,8\dot{3}$$

67.) 5 crnih, 6 bijelih, 7 crvenih } 18 kuglica

NISU zastupljene sve boje u 4 kuglice

$$P(A) = 1 - \text{zastupljene sve boje} = 1 - \frac{\binom{5}{2}\binom{6}{1}\binom{7}{1} + \binom{5}{1}\binom{6}{2}\binom{7}{1} + \binom{5}{1}\binom{6}{1}\binom{7}{2}}{\binom{18}{4}}$$

$$= 0,485$$

68.) 4 špila od 32 karte

izvlačimo 4 karte,

2 različita para aseva

$$P(A) = \frac{\binom{4}{1}\binom{3}{1} \cdot 1 \cdot \binom{3}{1} \cdot 1}{32^4}$$

$\binom{4}{1}$ biramo 1. as

$\binom{3}{1}$ biramo poredak izvlačenja nadalje (npr. AS, isti AS, 2. AS, isti AS ili 1. AS, 2. AS, 1. AS, 2. AS)

$\binom{3}{1}$ biranje 2. as-a

1 → isti as

1 → isti as

$$= 0,0000343$$

69.) 32 karte, 10 izvlačimo

8 karata iste boje

$$P(A) = \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{8}{8} \cdot \binom{24}{2}}{\binom{32}{10}} = 0,000017113$$

$\binom{4}{1}$ biramo boja

$\binom{8}{8}$ biramo 8 karata od te boje

$\binom{24}{2}$ biramo ostale 2 karte

70.) 5 BIJELIH, 4 CRNE, 2 CRVENE } 11 KUGLICA, IZVLAČIMO 4

broj crnih > bijelih

$$P(A) = \frac{\binom{4}{4}\binom{5}{0}\binom{2}{0} + \binom{4}{3}\binom{5}{1}\binom{2}{0} + \binom{4}{3}\binom{5}{0}\binom{2}{1} + \binom{4}{2}\binom{5}{0}\binom{2}{2} + \binom{4}{2}\binom{5}{1}\binom{2}{1}}{\binom{11}{4}}$$

$$= 0,28\dot{7}$$

71.) 6 bračnih parova
4 osobe gdje nema bračnog para
biramo po 1 osobu iz svaka od 4 bračna para

$$P(A) = \frac{\binom{6}{4}\cdot\binom{2}{1}\binom{2}{1}\binom{2}{1}\binom{2}{1}}{\binom{12}{4}} = \frac{\binom{6}{4}\cdot 2^4}{\binom{12}{4}} = 0,48\ldots$$

biramo 4 bračna para

72.) 20 NATJECATELJA → 2 SKUPINE

a) DVA NAJJAČA U RAZLIČITIM SKUPINAMA

radimo za 1 skupinu, biramo $\binom{2}{1}$ jednog od dva najbolja, te mu dodajemo ostalih 9 u skupinu

$$P(A) = \frac{\binom{2}{1}\cdot\binom{18}{9}}{\binom{20}{10}} = 0,526$$

b) ČETIRI NAJJAČA DA BUDU 2 I 2 U RAZLIČITIM SKUPINAMA

$$P(B) = \frac{\binom{4}{2}\cdot\binom{16}{8}}{\binom{20}{10}} = 0,428$$

73.) 5 DJEČAKA
10 DJEVOJČICA } 15 LUDI
5 SKUPINA PO 3, U SVAKOJ JEDAN DJEČAK

$$P(A) = \frac{\binom{5}{1}\cdot\binom{10}{2}}{\binom{15}{3}} \cdot \frac{\binom{4}{1}\binom{8}{2}}{\binom{12}{3}} \cdot \frac{\binom{3}{1}\binom{6}{2}}{\binom{9}{3}} \cdot \frac{\binom{2}{1}\binom{4}{2}}{\binom{6}{3}} = \frac{3^5\cdot 5!\,10!}{15!}$$

$$= 0,081$$

75.) 32 KARTE, IZVLAČIMO DOK NIJE AS ILI 4 IZVUČENE,
DA NEMA CRNIH KARATA?

CRNE → MISLI SE NA TREF I PIK ZAJEDNO

VRIJEDI:
1.) IZVUČEN ODMAH CRVENI AS → $\frac{2}{32}$
2.) IZVUČENA CRVENA KARTA KOJA NIJE AS PA ONDA CRV. AS → $\frac{14}{32}\cdot\frac{2}{31}$
3.) IZVUČENA CRV. KARTA KOJA NIJE AS + ISTO + CRV. AS → $\frac{14}{32}\cdot\frac{13}{31}\cdot\frac{2}{30}$
4.) CRV. KARTA KOJA NIJE AS + ISTO + ISTO + BILO KOJA CRV. UKLJUČUJUĆI ASEVE → $\frac{14}{32}\cdot\frac{13}{31}\cdot\frac{12}{30}\cdot\frac{13}{29}$

$$P(A) = 1. + 2. + 3. + 4. = \frac{2}{32} + \frac{14}{32}\cdot\frac{2}{31} + \frac{14}{32}\cdot\frac{13}{31}\cdot\frac{2}{30} + \frac{14}{32}\cdot\frac{13}{31}\cdot\frac{12}{30}\cdot\frac{13}{29} = 0,135$$

77.) 52 KARTE
IZVLAČIMO 3

a) TOČNO JEDAN AS: $P(A) = \frac{\binom{4}{1}\binom{48}{2}}{\binom{52}{3}} = 0,204$

b) BAREM JEDAN AS: $P(B) = 1 - \text{NIJEDAN AS} = 1 - \frac{\binom{48}{3}}{\binom{52}{3}} = 0,217$

c) JEDAN AS, JEDNA 2, JEDNA 3 $P(C) = \frac{\binom{4}{1}\binom{4}{1}\binom{4}{1}}{\binom{52}{3}} = \frac{64}{22100} = 0,00289$

d) TRI KARTE ISTE BOJE $P(D) = \frac{\binom{4}{1}\binom{13}{3}}{\binom{52}{3}} = 0,0517$

e) KARTE RAZLIČITIH BOJA: $P(E) = \frac{\binom{4}{3}\binom{13}{1}\binom{13}{1}\binom{13}{1}}{\binom{52}{3}} = 0,3976$

78.) 9 PUTNIKA → 3 VAGONA

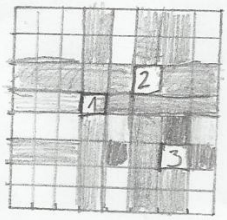
a) U PRVI VAGON TOČNO 3 PUTNIKA: $P(A) = \frac{\binom{9}{3} \cdot 2^6}{3^9}$
($\binom{9}{3}$ → izbor 3 putnika; 2^6 → u ostala 2 vagona stavljamo ostalih 6 putnika; 3^9 → ukupno 3 vagona na 9 putnika)

$P(A) = 0,273$

b) U SVAKI VAGON PO 3 PUTNIKA.

$P(B) = \frac{\binom{9}{3}\binom{6}{3}\binom{3}{3}}{3^9} = 0,0853$

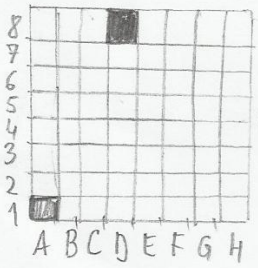
79.)



1. KVADRATIĆ → BILO KOJE OD 64 POLJA → 64
2. KVADRATIĆ → BILO KOJE OSIM 1. I NJEGOVIH REDAKA I STUPACA → 64 − 15 = 49
3. KVADRATIĆ → BILO KOJE OSIM 1. I 2. I NJIH. STUP. I REDAK. → 49 − 13 = 36

$P(A) = \frac{M}{N} = \frac{64 \cdot 49 \cdot 36}{64 \cdot 63 \cdot 62} = 0,4516$

81.)



(G) ↑ ⇒ p

(D) → ⇒ q = 1 − p

iz A1 do D8 → DDDGGGGGGG
→ $p^7 q^3$

broj permutacija: $\frac{10!}{3!7!} = 120$, no to uključuje i puteve do A8, B8, C8

→ igra završava ukoliko se dođe i do A8, B8, C8, pa se onda gledaju permutacije do D7:
DDDGGGGGG → $\frac{9!}{3!6!} = 84$

$P = 84 \cdot p^7 q^3$

SLUŽBENA RJEŠENJA:

§ 1. Vjerojatnost

6. **A.** $A\overline{B}\,\overline{C}$, **B.** $AB\overline{C}$, **C.** ABC, **D.** $A+B+C$, **E.** $A\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}C$, **F.** $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$, **G.** $(A+B+C)-ABC$.

7.

$$A=\overline{A}_1\overline{A}_2\cdots\overline{A}_n,$$
$$B=A_1+A_2+\ldots+A_n=\overline{A},$$
$$C=A_1\overline{A}_2\cdots\overline{A}_n+\overline{A}_1A_2\overline{A}_3\cdots\overline{A}_n$$
$$+\ldots+\overline{A}_1\cdots\overline{A}_{n-1}A_n+\overline{A}_1\overline{A}_2\cdots\overline{A}_n.$$

8. A, B, AC, $B+C$.

9. da, ne, ne.

10. $AB+BC+CA$, A.

10. da, ne, ne.

12. ne, ne, da, ne.

13. $\overline{B}$, $\overline{B}$.

15. 0.4, 0.6, 0.2.

17. Po uvjetima zadatka je $A_1A_2\subseteq A$, zato

$$\boldsymbol{P}(A)\geqslant\boldsymbol{P}(A_1A_2)=\boldsymbol{P}(A_1)+\boldsymbol{P}(A_2)-\boldsymbol{P}(A_1+A_2)$$
$$\geqslant\boldsymbol{P}(A_1)+\boldsymbol{P}(A_2)-1.$$

20. Označi $x=\boldsymbol{P}(A\overline{B})$, $y=\boldsymbol{P}(AB)$, $z=\boldsymbol{P}(\overline{A}B)$ i izrazi tražene vjerojatnosti preko x, y, z.

28. $AB=\{12,14,16,21,41,61\}$, $AC=\emptyset$, $BC=\{11\}$, $\overline{A}B=\{11,13,15,31,51\}$.

29. $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{3}$, 0.

30. $\frac{24}{36}$, $\frac{5}{36}$, $\frac{18}{36}$, $\frac{25}{36}$.

35. $\frac{\pi}{16}$.

37. 0.25.

38. 0.5915.

39. 0.399.

40. $p=1-\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)^n$; $1-e^{-r^2\pi}$.

41. $\operatorname{tg}\frac{\pi}{2n}\operatorname{tg}\frac{\pi}{n}$, $\frac{\pi^2}{2}$.

43. 0.

44. 0.011

45. $\frac{2}{\pi}\arcsin\frac{r}{2R}$.

46. $\frac{1}{16}$.

47. $\frac{3}{4}$.

48. $\frac{139}{1152}$

49. 0.16.

50. $\frac{1}{2}(1+\ln 2)$.

51. 0.5.

58. Smatramo (pri konstrukciji vjerojatnosnog prostora) da su sva slova različita! Četiri slova možemo odabrati na $N=V_{10}^4=10\cdot9\cdot8\cdot7$ načina. Povoljni načini su $2\cdot3\cdot2\cdot1$ pošto na prvo mjesto može doći bilo koje od dva slova M, na drugo neko od tri slova A itd.

59. $\frac{1}{6^3}$.

60. $\frac{4}{9}$.

61. $\frac{5}{12}$.

62. U svim slučajevima je $N=\overline{V}_6^6=6^6$. Povoljni su **a**) $M=6!$. **b**) Računamo vjerojatnost suprotnog događaja: najviše jedna šestica. Povoljni su $\overline{M}=5^6+6\cdot5^5$. **c**) $M=\binom{6}{3}\cdot3!\binom{6}{2}\binom{4}{2}\binom{2}{2}$. **d**) $M=4^6$.

63. 0.5177, 0.4914

64. 0.665, 0.619, 0.597

65. $N=C_{45}^6$, $M_6=1$, $M_5=C_6^5C_{39}^1$, $M_4=C_6^4C_{39}^2$, $M_3=C_6^3C_{39}^3$, $p_6=1.228\cdot10^{-7}$, $p_5=2.973\cdot10^{-5}$, $p_4=1.364\cdot10^{-3}$, $p_3=0.022$.

66. $\frac{5}{6}$.

67. $\frac{33}{68}$.

68. 0.0000342.

69. $4 \cdot C_{24}^2 / C_{32}^{10} = \frac{1}{58435}$.

70. $\frac{19}{66}$

71. $\frac{16}{33}$.

72. $p_1 = C_2^1 C_{18}^9 / C_{20}^{10} = 0.526$,
$p_2 = C_4^2 C_{16}^8 / C_{20}^{10} = 0.428$.

73. $\frac{C_5^1 C_{10}^2}{C_{15}^3} \cdot \frac{C_4^1 C_8^2}{C_{12}^3} \cdot \frac{C_3^1 C_6^2}{C_9^3} \cdot \frac{C_2^1 C_4^2}{C_6^3}$
$= \frac{3^5 5!10!}{15!} = 0.081$.

74. $\frac{2^n (n!)^2}{(2n)!}$.

75. 0.101.

76. $m = 6$.

77. a) $\frac{4C_{48}^2}{C_{52}^3}$; b) $1 - \frac{C_{48}^3}{C_{52}^3}$; c) $\frac{64}{C_{52}^3}$; d) $\frac{4C_{13}^3}{C_{52}^3}$;
e) $\frac{4 \cdot 13^3}{C_{52}^3}$;

78. a) $\frac{C_9^3 2^6}{3^9}$; b) $\frac{C_9^3 C_6^3 C_3^3}{3^9}$

79. $\frac{14}{31}$.

80. $P(A) = \frac{5}{54}$, $P(B) = \frac{5}{18}$.

81. $84 p^7 q^3$.

82. $\frac{7}{10}$.

83. 0.7063; 0.1130.

84. a) $\frac{12!}{12^{12}}$, b) $\frac{12!}{(2!)^6} \cdot C_{12}^6 \cdot \frac{1}{12^{12}}$,
c) $\frac{30!}{2^6 \cdot 6^6} \cdot C_{12}^6 \cdot \frac{1}{12^{30}} \approx 0.00035$.

85. $(1 - p^2)^n$.

86. $C_m^{m_1} C_n^{n_1} / C_{m+n}^{m_1+n_1}$.

87. $\frac{2^n m! n!}{(m+n)!}$

88. $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$.

89. $C_{M-1}^{m-1} C_{N-M}^{n-m} / C_N^n$.

90. $\frac{2(n!)^2}{(2n)!}$

91. $\frac{1}{N^n}(N^n - \binom{N}{1}(N-1)^n + \binom{N}{2}(N-2)^n - \ldots + (-1)^{N-1}\binom{N}{N-1}1^n)$.

92. $\frac{6(n!)^3}{(3n)!}$.

93. $\frac{2(n!)^2}{(2n)!}$.

94. $\frac{\binom{2m}{m}\binom{2n}{n}}{\binom{2m+2n}{m+n}}$.

95. $\frac{(k-1)(k-2)}{n(n-1)}$, $\frac{2(k-1)(n-k)}{n(n-1)}$.

96. $1 - 2^{1-n}$

97. 0.2568.

98. 0.0259.

99. 0.6436

LITERATURA:

[1] Neven Elezović: Diskretna vjerojatnost, *Element 2010.godine*

[2] Paradoks De Mere: *(63.zadatak)*
http://www.proofwiki.org/wiki/De_M%C3%A9r%C3%A9's_Paradox