

# **Upravljanje elektromotornim pogonima**

## **UEMP**

Prof.dr.sc. Fetah Kolonić  
doc.dr.sc. Damir Sumina

Predavanje 01 – Uvodno o elektromotornim pogonima

Zagreb, ak. god. 2011/2012

# Sadržaj predavanja

- Osnovni pojmovi o EMP-ovima
- Mehanički dio EMP-ova
- Stabilnost radne točke EMP-a
- Prijenosnici snage i gibanja

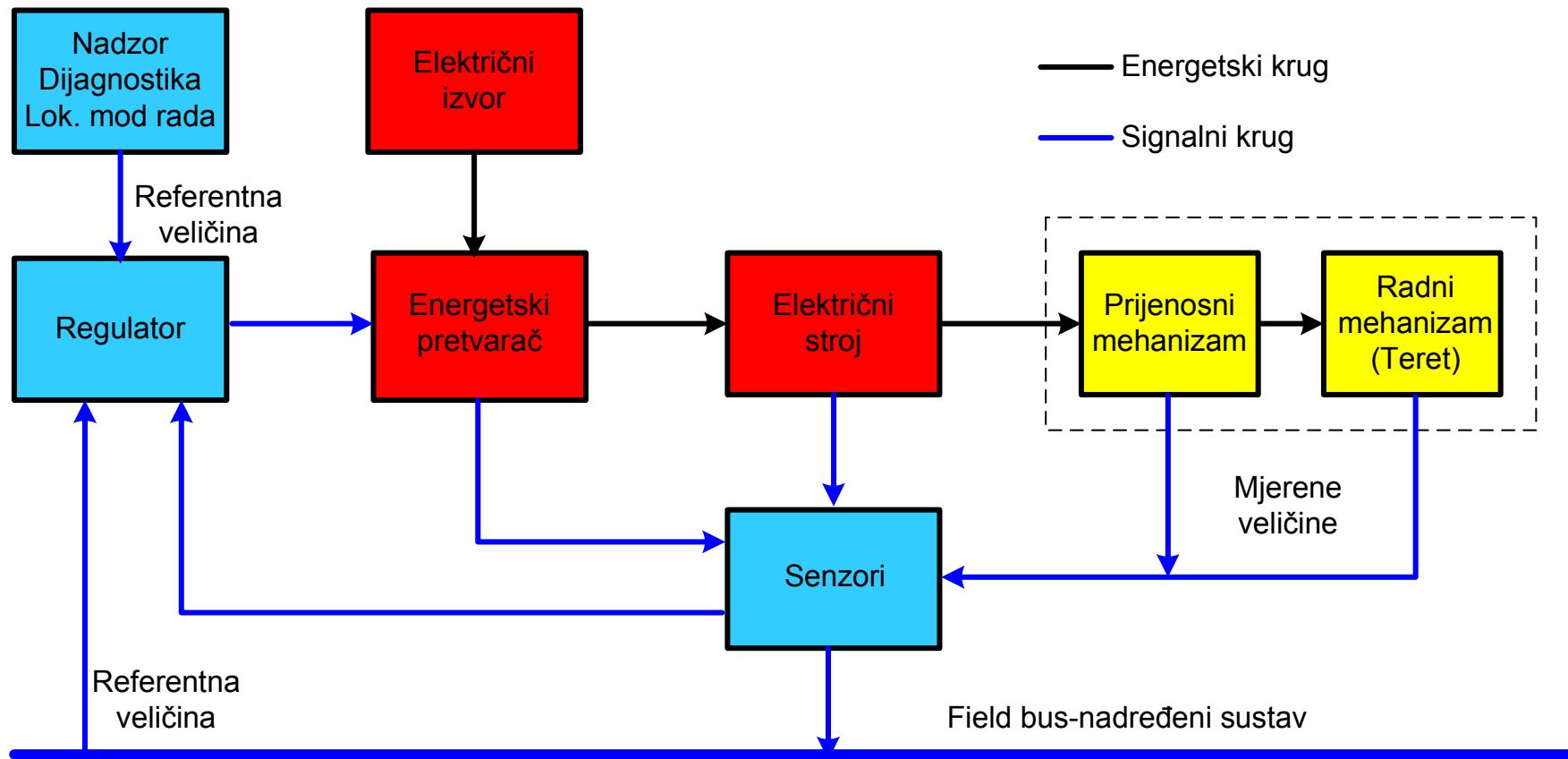
# Sadržaj predavanja

- Osnovni pojmovi o EMP-ovima
- Mehanički dio EMP-ova
- Stabilnost radne točke EMP-a
- Prijenosnici snage i gibanja

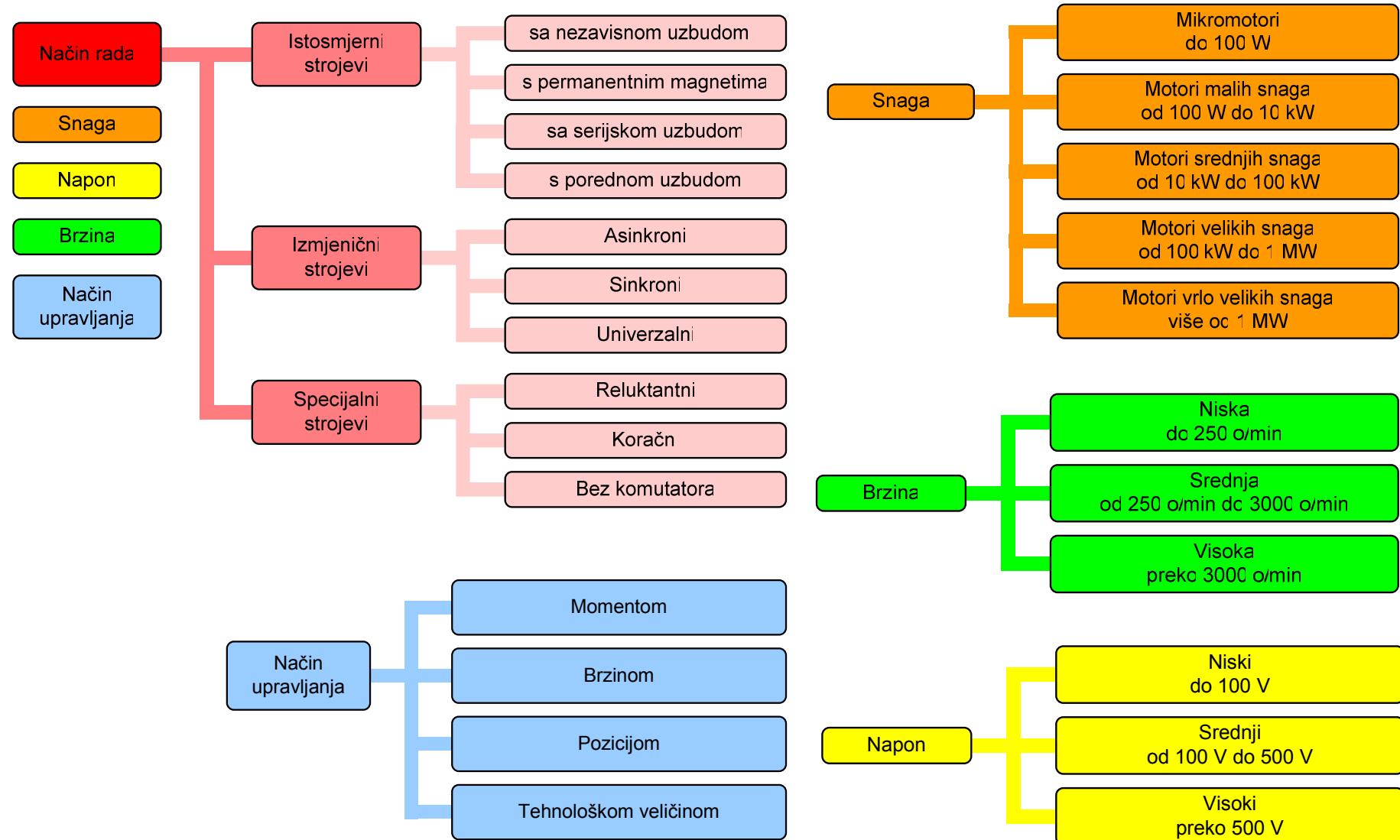
# Što je elektromotorni pogon (EMP) ?

- Elektromotorni pogon (engl. *electrical drive*) je elektromehanički sustav namijenjen za uspostavljanje i održavanje gibanja radnih mehanizama te za upravljanje njihovim mehaničkim gibanjem
- EMP-i su dostupni u **širokom rasponu snaga**, od  $1\mu\text{W}$  (npr. u elektroničkim satovima) do  $100\text{MW}$  (crpke u hidroelektranama)
- Pokrivaju područje brzina do **100.000 o/min** (centrifugalni pogoni, bušilice za vodljive rupe na tiskanim pločicama) i **momenata** do  $10.000 \text{ kNm}$  (pogoni za mljevenje)
- Rade praktički u svim radnim uvjetima, **ne zagadjuju okoliš** (jako važno)
- **Visok stupanj energetske iskoristivosti**
- **Jednostavno** se upravljuju, mogu raditi u sva 4 kvadranta bez potrebe dodatne mehaničke intervencije (elektroničko preklapanje)
- Energija se pri kočenju može u velikom broju slučajeva vratiti u mrežu (**regeneracija**)

# UEMP- blokovska struktura



# UEMP - klasifikacija električnih strojeva



# **UEMP – potrebna znanja**

- Poznavanje električnih strojeva
- Poznavanje senzora i senzorskih pretvornika, mjerna tehnika
- Teorija upravljanja, upravljački krugovi, sinteza i analiza
- Učinska elektronika, učinski pretvarači
- Električni krugovi
- Tehnička mehanika
- Modeliranje komponenata sustava
- Tehnologija upravljanog procesa

# UEMP – potrebna znanja



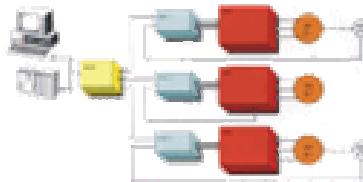
Električni strojevi



Učinski pretvarači



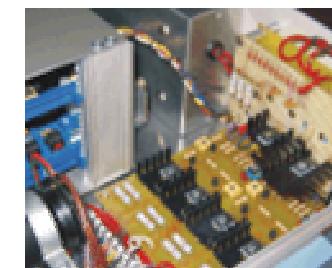
Senzori



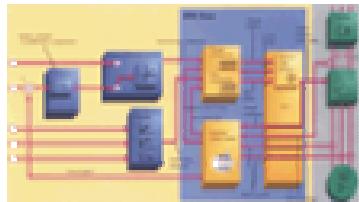
Simulacija



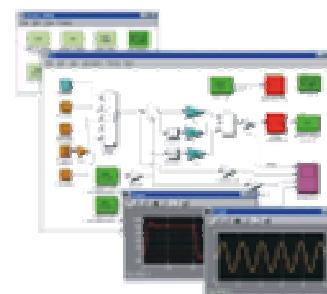
Mjerna tehnika



Električni krugovi



Teorija upravljanja  
(reg. algoritmi)



Modeliranje



Tehnološki  
proces

# UEMP - osnovne komponente

- **Električno pojačalo** - pretvara električnu energiju s jednim parametrima u električnu energiju s drugim parametrima (napon, struja, frekvencija), prilagođava se električnom stroju
- **Električni stroj** (aktuator) - obavlja elektromehaničku pretvorbu
- **Prijenosni mehanizam** - mehaničko sučelje između motora i radnog mehanizma
- **Radni stroj** - obavlja određenu tehnološku zadaću, npr. **leteće škare**, **namatač valjane žice** u čeličanama, namatači u papirnoj industriji
- **Regulator** - na osnovi zadanih referentnih veličina (koje se zadaju ili iz nadređenog sustava upravljanja preko komunikacijske sabirnice ili ručno u lokalnom modu rada) i na osnovi mjerenih veličina (dobivenih od sustava senzora) upravlja elektromotornim pogonom
- **Senzori** - sustav mjerjenja varijabli EMP-a, mjerene veličine se obrađuju i šalju u regulator i u nadređeni sustav upravljanja preko kom. sabirnice

# UEMP – zatvoreni regulacijski krug

- Elektromotorni pogon predstavlja skup elektromehaničkih komponenata namijenjenih za elektromehaničku pretvorbu
- Mjerene veličine nam kao povratne informacije ukazuju na stanje varijabli elektromotornog pogona.
- EMP može raditi u otvorenom i zatvorenom regulacijskom krugu, odnosno u otvorenoj ili zatvorenoj petlji
- Naglasak na zatvoreni (zahtjevniji) krug, a specifični slučajevi rada EMP-a u otvorenom krugu bit će posebno naglašeni

# UEMP – zahtjevi (neovisno o tipu korištenog električnog stroja)

- Dio analize tih zahtjeva je spomenut u predmetima *Elektromehanički sustavi* i *Praktikum upravljanja električnim strojevima*. Ponovimo ih:
  - ✓ Elektromehanička pretvorba energije mora se obaviti s **visokim stupnjem iskorištenja energije**. To je posebno važno u današnje vrijeme gdje se traži maksimalna štednja energije u svim područjima gdje se ona koristi
  - ✓ EMP **ne smije svojim radom izazvati prekide na mreži** s koje se napaja, niti na bilo koji način izazvati prekide u opskrbi drugih potrošača
  - ✓ Mora osigurati **kontinuirano upravljanje mehaničkim veličinama** (brzina, moment) u cijelom radnom području
  - ✓ Mora biti **imun na vanjske utjecaje** (smetnje, interferencija) i **kompatibilan s ostalim komponentama** u sklopu automatiziranog sustava upravljanja
  - ✓ Zahtjevi definirani standardom IEC61800-5 (2007)

# Sadržaj predavanja

- Osnovni pojmovi o EMP-ovima
- **Mehanički dio EMP-ova**
- Stabilnost radne točke EMP-a
- Prijenosnici snage i gibanja

# Dinamika rotacijskog i translacijskog gibanja

**II Newtonov zakon.** Opisuje ponašanje tijela kada na njega djeluje vanjska sila  $f$ .

“Ubrzanje tijela mase  $m$  razmjerno je sili  $F$  i ima smjer djelovanja sile , tj. sila je jednaka promjeni količine gibanja.“

$$F = \frac{d}{dt}(mv) = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt} = ma + v \frac{dm}{dt}$$

Translacijsko  
gibanje

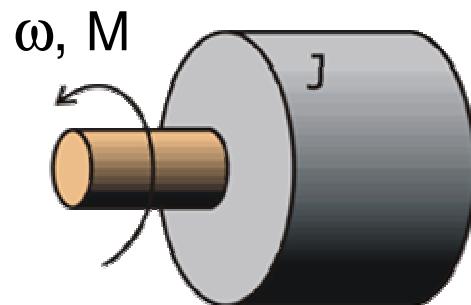
Ekvivalentan izraz vrijedi za rotacijsko gibanje, pri čemu je  $J$  moment tromosti, a  $M_u$  je moment ubrzanja

$$M_u = \frac{d}{dt}(J\omega) = J \frac{d\omega}{dt} + \omega \frac{dJ}{dt} = J\alpha + \omega \frac{dJ}{dt}$$

Rotacijsko  
gibanje

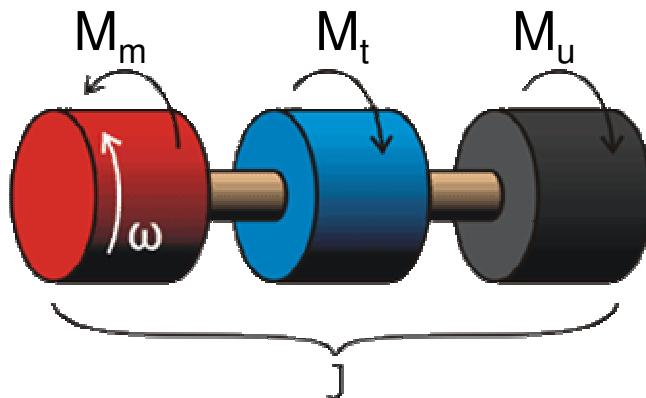
# Dinamika rotacijskog i translacijskog gibanja

- **Rotacijsko gibanje.** Češće korišteni EMP-i, radi se o gibanju tijela pri čemu se dio mase tijela giba po kružnoj putanji oko osi rotacije. Pri tome se masa tijela u gibanju (**moment tromosti,  $J$** ) opire promjeni brzine gibanja



Osnovne varijable EMP-a su **brzina vrtnje** i **moment stroja**.

Dinamičko stanje EMP-a može se opisati dinamičkom ravnotežom momenata:



$$M_m - M_t - M_u = 0$$

Moment ubrzanja je simboliziran "virtualnom" masom na slici, a moment tromosti  $J$  se odnosi na koncentriranu masu motora i tereta u vrtnji ( $J=J_m+J_t$ )

## Dinamika rotacijskog i translacijskog gibanja

- Ako se uzme u obzir da je moment tromosti  $J$  ovisan o kutu (raspodijeljenost masa je **nejednolika**), onda se ovaj izraz za moment ubrzanja  $M_u$  može prikazati u formi

$$M_u = \frac{d}{dt}(J\omega) = J \frac{d\omega}{dt} + \omega \frac{dJ}{dt} = J \frac{d\omega}{dt} + \omega \frac{d\phi}{dt} \cdot \frac{dJ}{d\phi}$$

Konačan izraz pokazuje da se moment ubrzanja može promijeniti promjenom momenta tromosti  $J$  i/ili brzine vrtnje  $\omega$ . Sređivanjem zadnjeg člana izraza, dobije se polazni izraz za moment ubrzanja

$$M_u = \frac{d}{dt}(J\omega) = J \frac{d\omega}{dt} + \omega \cdot \frac{dJ}{dt}$$

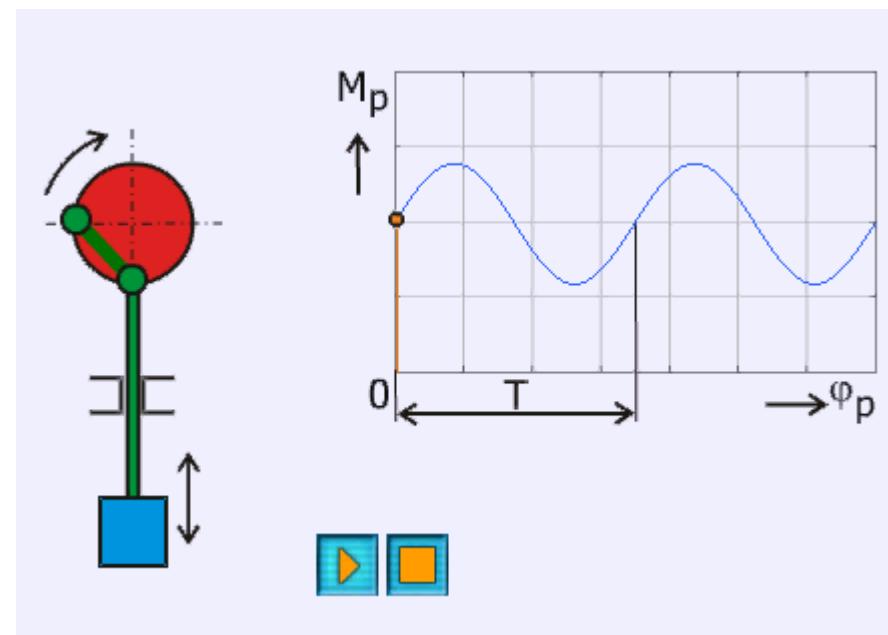
$$M_u = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

- Ako se moment ubrzanja mijenja samo s promjenom brzine, **ostaje samo prvi član izraza**

# Dinamika rotacijskog i translacijskog gibanja

- Primjer radnog mehanizma (tereta) s promjenjivim momentom tromosti je svaki mehanizam kod kojega se kod gibanja mijenja geometrija (raspored mase tijela koje rotira) u odnosu na centar mase.
- To mogu biti **centrifuge, namatači** ili neki drugi radni mehanizmi gdje geometrija tereta (moment tromosti) ovisi o kutu, brzini, vremenu ili pak nekoj drugoj veličini
- Uglavnom se pretpostavlja da je moment tromosti konstantan.

Kompresori, klip i radilica,..

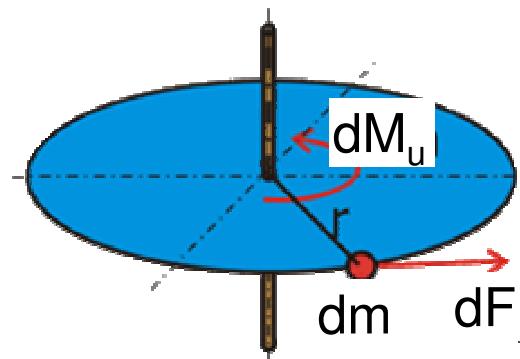


# Moment tromosti (inercije)

- Iz prethodne analize slijedi

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$$

- Definicija: *Moment tromosti je mjera otpora tijela promjeni kutne brzine*
- Moment tromosti  $J$  ( $I$ ) ovisi o raspodijeljenosti (distribuciji) masa u rotirajućem sustavu. *Što su raspodijeljene mase dalje od središta rotacije, moment tromosti je veći* (vidi izvod dolje!!!).
- Moment tromosti se izračuna tako da se računaju momenti tromosti oko definirane osi za svaki **elementarni dio mase  $dm$**  ukupne mase  $m$ , koji se zatim zbroje:



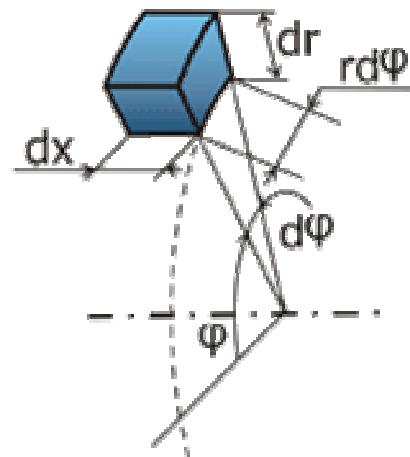
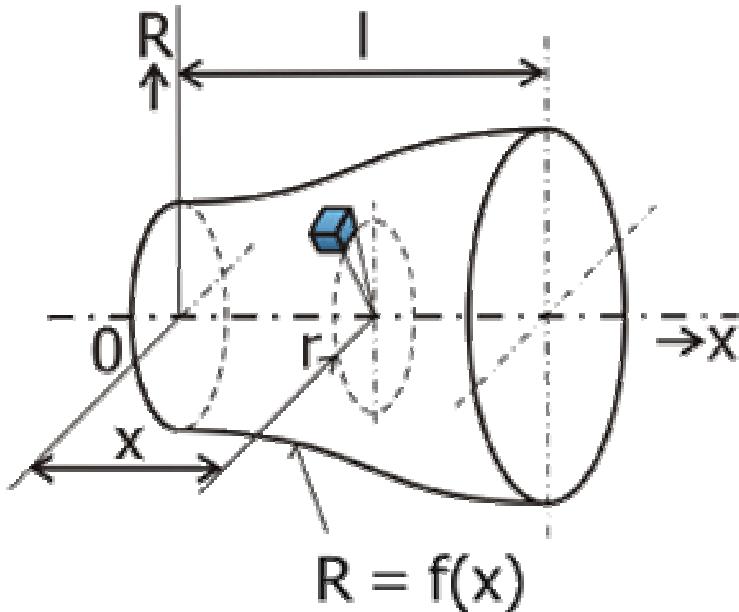
$$dM = r dF = r dm \frac{dv}{dt} = r^2 dm \frac{d\omega}{dt}$$

$$M_u = \int dM = \int_0^m r^2 \frac{d\omega}{dt} dm$$

$$M_u = \frac{d\omega}{dt} \int_0^m r^2 dm = J \frac{d\omega}{dt}$$

$$J = \sum_i m_i r_i^2$$

## Moment tromosti 3D tijela (izračun)



$$dm = \rho dV$$

$$J = \int_m r^2 dm = \int_V r^2 \rho dV$$

$$dV = dx \cdot rd\phi \cdot dr \quad 0 \leq x \leq l; 0 \leq r \leq f(x); 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

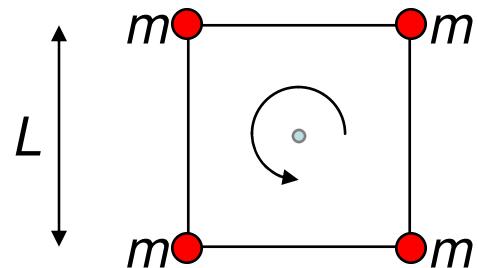
$$J = \rho \int_0^l dx \int_0^{f(x)} dr \int_0^{2\pi} rd\phi$$

## Primjer: izračun momenta tromosti (1)

- Za  $N$  diskretnih elementarnih masa raspodijeljenih oko osi rotacije, moment tromosti iznosi:

$$J = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 \quad \text{gdje je } r_i \text{ razmak elementarne mase } m_i \text{ od središta rotacije.}$$

Primjer: Izračunajte moment tromosti "točkastih" masa ( $m$ ) razmještenih na vrhovima kvadrata stranice  $L$ , oko okomite osi kroz središte kvadrata



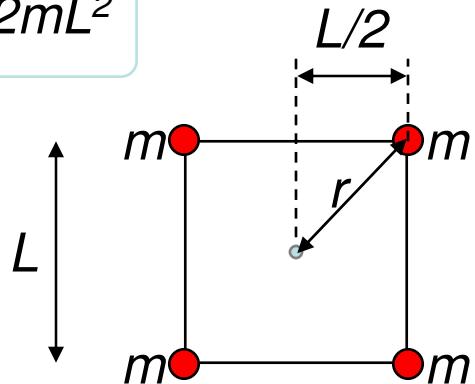
## Primjer: izračun momenta tromosti (2)

- Računanje razmaka masa od središte rotacije

$$r^2 = 2\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{L^2}{2} \quad \text{Korištenjem Pythagorinog teorema slijedi}$$

$$J = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 = m \frac{L^2}{2} + m \frac{L^2}{2} + m \frac{L^2}{2} + m \frac{L^2}{2} = 4m \frac{L^2}{2}$$

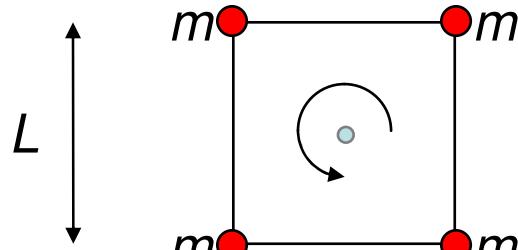
→  $J = 2mL^2$



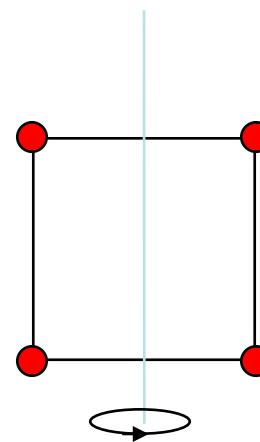
## Primjer: izračun momenta tromosti (3)

- Pogledajmo kako za **ISTO tijelo** moment tromosti **ovisi o osi rotacije!!**

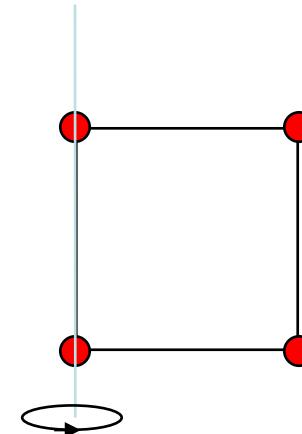
$$J = 2mL^2$$



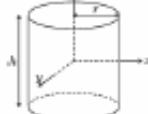
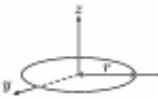
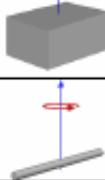
$$J = mL^2$$



$$J = 2mL^2$$



# Momenti tromosti

	$I = mr^3$
	$I_z = \frac{1}{2}mr^2$ $I_x = I_y = \frac{1}{12}m(3r^2 + h^2)$
	$I_z = \frac{1}{2}mr^2$ $I_x = I_y = \frac{1}{4}mr^2$
	$I = \frac{2}{5}mr^2$
	$I_h = \frac{1}{12}m(w^2 + d^2)$ $I_u = \frac{1}{12}m(h^2 + d^2)$
	$I_{center} = \frac{1}{12}mL^2$

TIJELO	MOMENT TROMOSTI	POLOŽAJ OSI
prsten	$mr^2$	okomito na ravninu prstena
okrugla ploča	$1/2 \cdot mr^2$	okomito na ravninu ploče
puni valjak	$1/2 \cdot mr^2$	uz duž osi valjka
tanak štap	$ml^2/12$	okomito kroz sredinu stapa
kugla	$2/5 \cdot mr^2$	kroz sredinu kugle

## Teorem o paralelnim osima rotacije (Steinerov poučak)

- Pretpostavimo da je moment tromosti krutog tijela mase  $m$  oko osi rotacije koja prolazi kroz središte mase,  $J_{cm}$ , POZNAT.
- U tom se slučaju moment tromosti tog istog tijela oko osi rotacije koja je paralelna s osi kroz središte mase  $J_x$  i udaljena od njega za iznos  $D$  može izračunati pomoću formule:

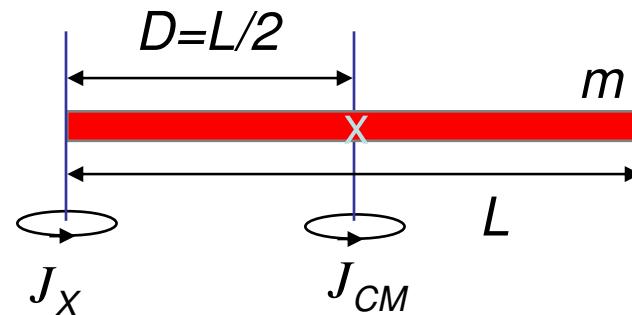
$$J_x = J_{cm} + mD^2$$

- Dakle, ako se zna  $J_{cm}$ , može se jednostavno izračunati moment tromosti oko osi paralelne s osi kroz centar mase. Slijedi primjer.

## Teorem o paralelnim osima rotacije (primjer Steinerovog poučka)

- Prikazan je kruti štap mase  $m$  i duljine  $L$ . Izračunaj moment tromosti toga štapa oko njegova kraja (osi  $x$ ).

$$J_x = J_{cm} + mD^2$$



- Moment tromosti štapa oko središta mase

$$J_{cm} = \frac{1}{12}mL^2$$

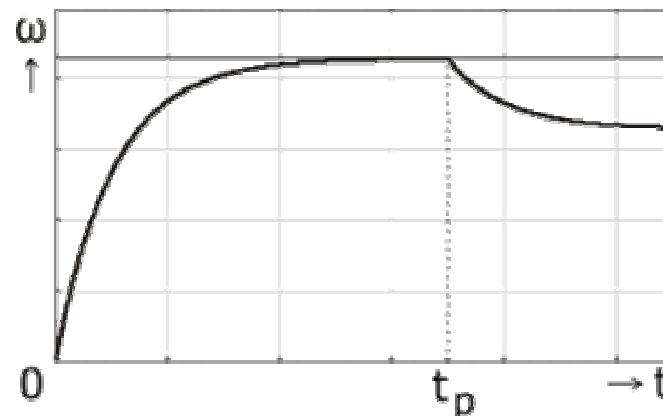
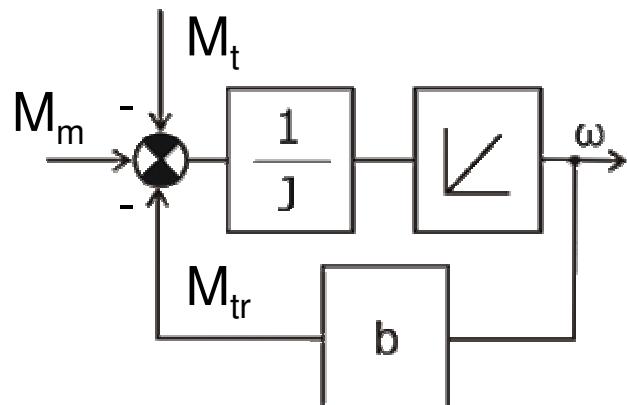
- Slijedi

$$J_x = \frac{1}{12}mL^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}mL^2$$

## Dinamička jednadžba EMP-a

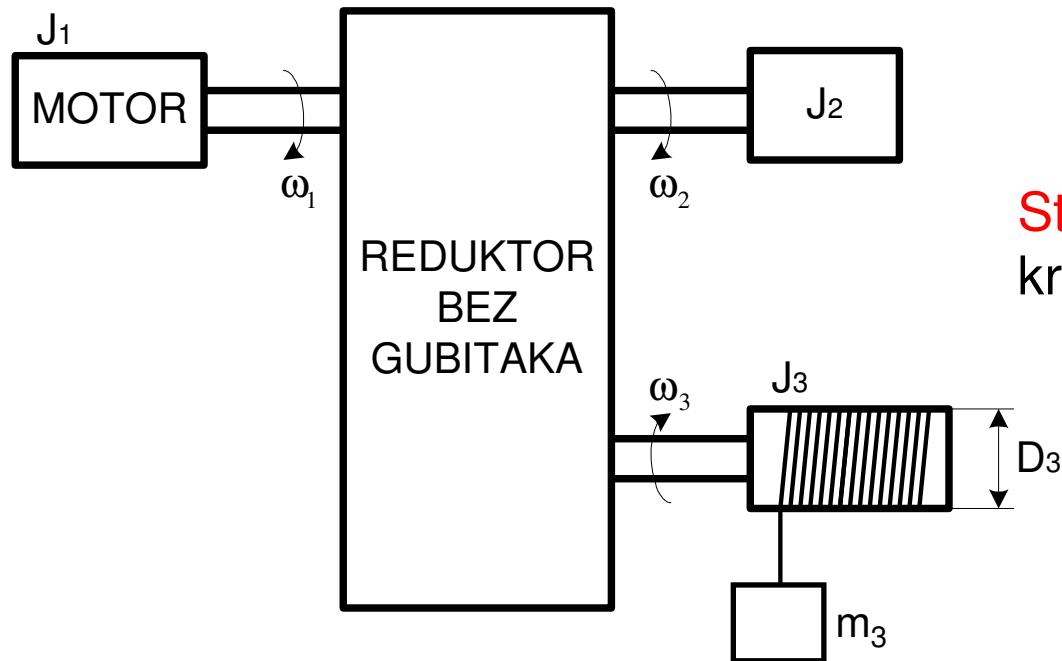
- Neka je pogonski stroj momenta tromosti  $J_m$  mehanički kruto povezan s radnim mehanizmom (teretom  $M_t = \text{konst}$ ) momenta tromosti  $J_t$ .
- Neka je ukupno trenje u ležajima  $M_{tr}$  viskoznog karaktera. Treba opisati dinamičko ponašanje takvog EMP-a.

$$M_m = M_u + M_t + M_{tr} = J \cdot \frac{d\omega}{dt} + M_t + b \cdot \omega \quad J = J_m + J_t$$



Odziv brzine vrtnje (vanjska petlja) na ref.vr. brzine i skokovito opterećenje  $m_t$  u trenutku  $t_p$

# Ekvivalentne vrijednosti parametara EMP-a (preračunavanje na osovinu motora)



Stupanj korisnosti reduktora  
kreće se između 0.95-0.97

Snaga na osovini motora mora biti jednaka zbroju snaga svih opterećenja uvećanih za iznos gubitaka (**gdje nastaju gubici?**)

Ako se promatra opterećenje na osovini, snaga motora iznosi:

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta_2} + \frac{P_3}{\eta_3} + \frac{m_3 \cdot g \cdot v_3}{\eta_{m_3}}$$

$\eta_{m_3}$  je koeficijent  
korisnosti bubenja s  
užetom

## Ekvivalentne vrijednosti parametara EMP-a (preračunavanje na osovinu motora)

Ako se uzmu u obzir koeficijenti korisnosti, jednostavno se odredi ekvivalentni moment  $M_1$  koji "osjeća" motor (iz prethodne formule)

$$M_1 = \frac{M_2 \omega_2}{\eta_2 \omega_1} + \frac{M_3 \omega_3}{\eta_3 \omega_1} + \frac{F_3 \cdot D_3 / 2 \cdot \omega_3}{\eta_{m_3} \omega_1}$$

$$M_1 = \frac{M_2}{\eta_2 i_{12}} + \frac{M_3}{\eta_3 i_{13}} + \frac{F_3 \cdot D_3 / 2}{\eta_{m_3} i_{13}}$$

Ekvivalentni moment tromosti koji "vidi" motor računa se na osnovi zakona održanja kinetičke energije.

Za momente tromosti  $J_2$ ,  $J_3$  i masu  $m_3$  vrijede jednakosti (sljedeći slajd):

$$\frac{J_2 \cdot \omega_2^2}{2} = \frac{J'_2 \cdot \omega_1^2}{2}$$

$$J'_2 = J_2 \cdot \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2$$

$$\frac{J_3 \cdot \omega_3^2}{2} = \frac{J'_3 \cdot \omega_1^2}{2}$$

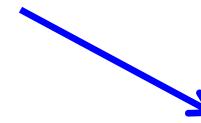
$$J'_3 = J_3 \cdot \left( \frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2$$

$$E_k = \frac{m_3 \cdot v_3^2}{2} = \frac{m_3}{2} \cdot \left( \frac{D_3}{2} \right)^2 \cdot \omega_3^2$$

$$\frac{J'_{m3} \cdot \omega_1^2}{2} = \frac{m_3}{2} \cdot \left( \frac{D_3}{2} \right)^2 \cdot \omega_3^2$$

$$J'_{m3} = \frac{m_3}{2} \cdot \left( \frac{D_3}{2} \right)^2 \cdot \left( \frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2$$

Ukupna zamašna masa reducirana na osovinu motora iznosi:



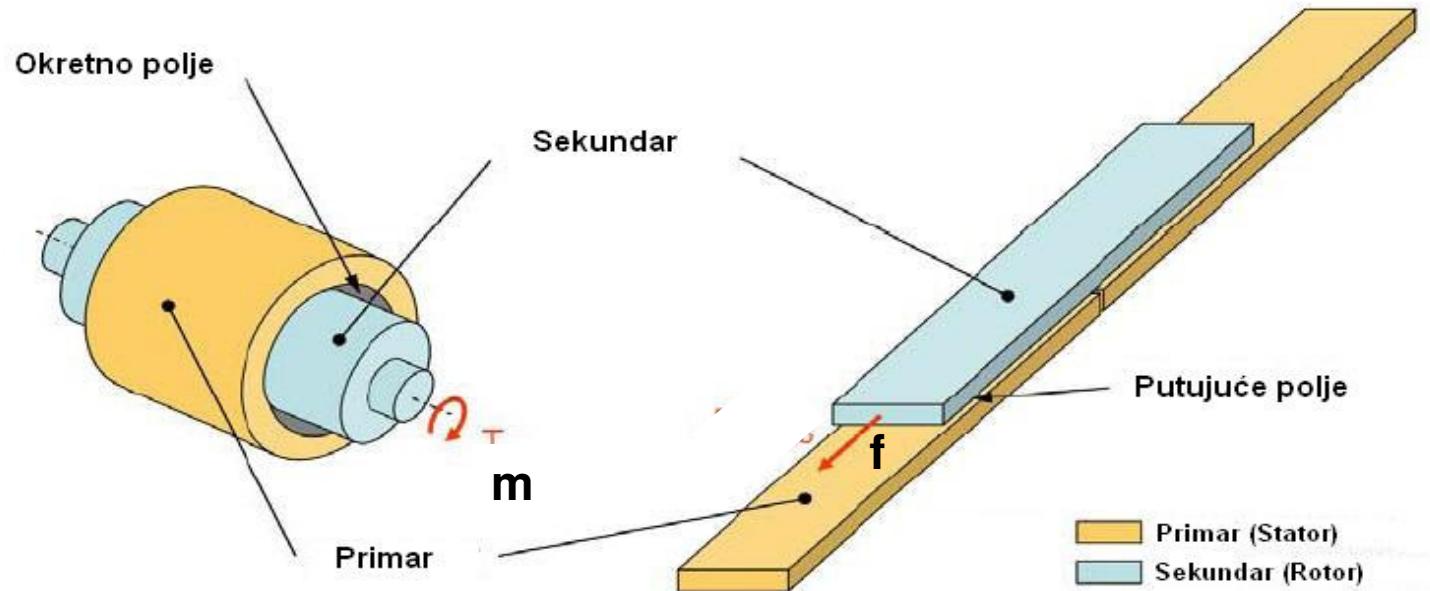
$$J = J_1 + J'_2 + J'_3 + J'_{m3} = J_1 + J_2 \cdot \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + \left[ J_3 + \frac{m_3}{2} \cdot \left( \frac{D_3}{2} \right)^2 \right] \cdot \left( \frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2$$

Ukupni dinamički moment motora je u ovom slučaju definiran kao

$$M_u = J \frac{d\omega_1}{dt} = \left\{ J_1 + J_2 \cdot \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + \left[ J_3 + \frac{m_3}{2} \cdot \left( \frac{D_3}{2} \right)^2 \right] \cdot \left( \frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2 \right\} \frac{d\omega_1}{dt}$$

# Translacijsko gibanje

- Kod **translacijskog (linearnog) gibanja** (čvrsta tijela, objekti) gibaju se translacijski (primjer vozila na ravnoj podlozi, linearni motor - suvremeni željeznički transport), dizalični sustavi



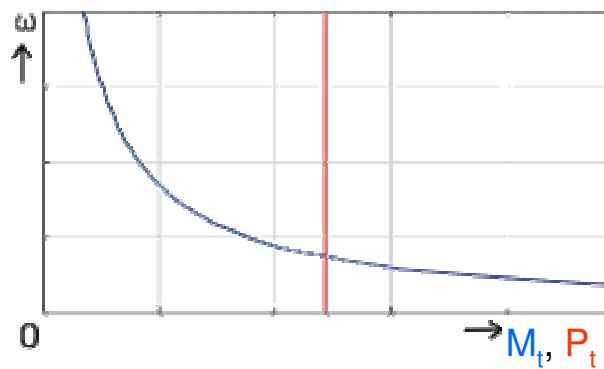
- Sve važnije formule za translacijsko i rotacijsko gibanje dane su u tablici koja slijedi

# Translacijsko (linearno) gibanje / Rotacijsko gibanje

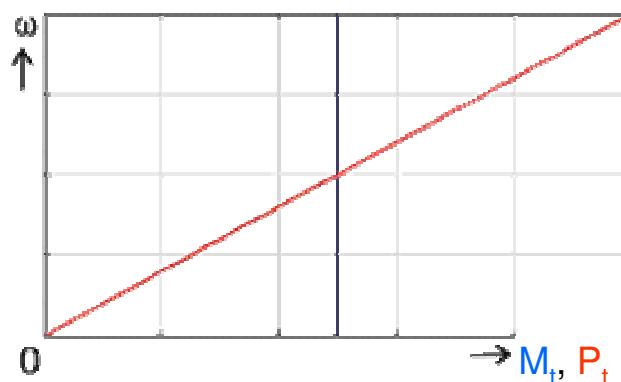
Translacijsko gibanje			Rotacijsko gibanje		
put	$s$	m	kut	$\varphi$	rad
brzina	$v$	m/s	kutna brzina	$\omega$	rad/s
ubrzanje	$a$	m/s <sup>2</sup>	kut. ubrzanje	$\alpha$	rad/s <sup>2</sup>
masa	$m$	kg	mom.tromosti	$J(I)$	kg·m <sup>2</sup>
sila	$F = m \cdot a$	N	moment sile	$M = J \cdot \alpha$	N·m
kol. gibanja	$m \cdot v$	kg·(m/s)	zamah	$J \cdot \omega$	kg·(m <sup>2</sup> /s)
rad	$F \cdot s$	J (Joul)	rad	$M \cdot \varphi$	J (Joul)
kinetička energija	$(m \cdot v^2)/2$	J (Joul)	kinetička energija	$(J \cdot \omega^2)/2$	J (Joul)
snaga	$F \cdot v$	W	snaga	$M \cdot \omega$	W

# Statičke karakteristike nekih radnih mehanizama $M_t=f(\omega)$

- Za projektiranje EMP-a potrebno je imati znanja o radnom mehanizmu (teretu), kao što je ovisnost momenta tereta o brzini, položaju, vremenu itd.
- Ovdje će biti navedene karakteristike nekih radnih mehanizama.

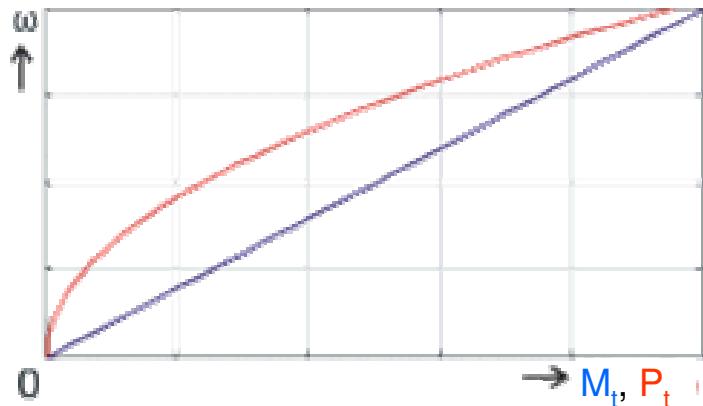


Namatači (papirna industrija, aluminijске folije,...)  $M_t \approx 1/\omega$ ;  $P_t = \text{konst}$

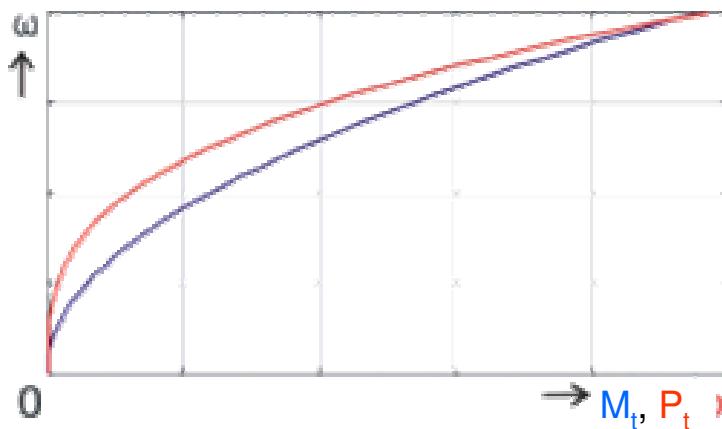


Dizanje tereta (liftovi, dizalice, rezači, ....)  
 $M_t = \text{konst}$ ;  $P_t \approx \omega$

# Statičke karakteristike nekih radnih mehanizama $M_t=f(\omega)$

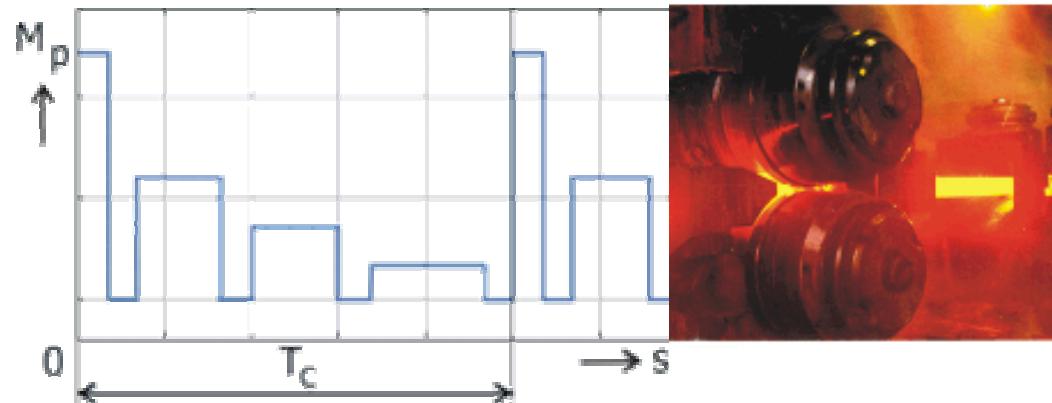


Kalenderi (glačalice), papirna industrija, viskozno trenje,...  $M_t \approx \omega$ ;  $P_t \approx \omega^2$

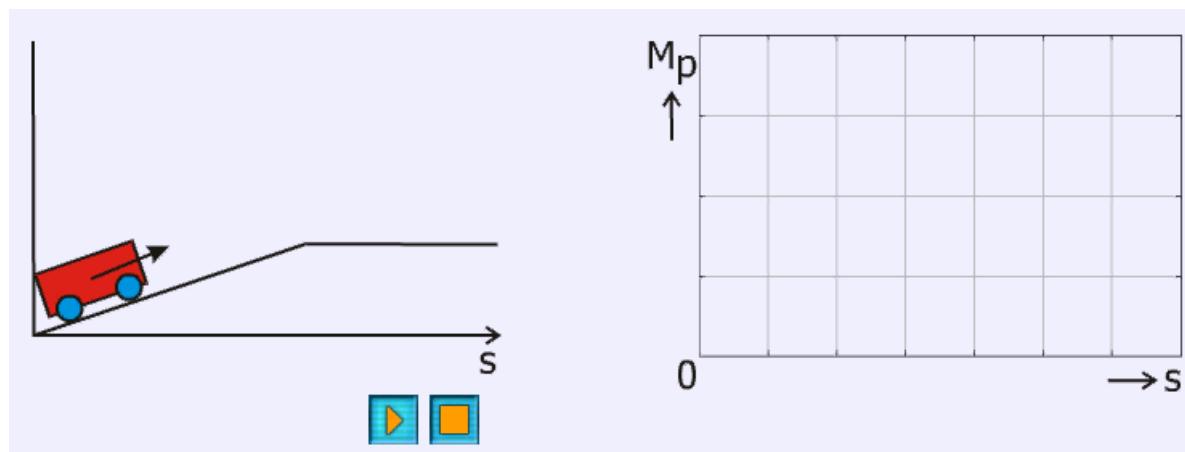


Tračni pogoni (bez zanemarenja trenja, ventilatori,..)  $M_t \approx \omega^2$ ;  $P_t \approx \omega^3$

## Statičke karakteristike nekih radnih mehanizama $M_t=f(\omega)$



Tzv. *blooming* pogoni (valjaonice), preše, škare kranovi, liftovi, radi se o (vremenski) periodičkim opterećenjima



Teret **ovisan o trajektoriji gibanja**, karakterističan za vučna vozila (primjer - vozilo mora svladati tangencijalnu komponentu sile teže)

Moment tereta u ovom je slučaju ovisan o trajektoriji gibanja. Zbog čega je na kosini  $M_t$  veći nego na ravnoj podlozi? Zbog čega se javlja  $M_t$  na ravnoj podlozi?

# Sadržaj predavanja

- Osnovni pojmovi o EMP-ovima
- Mehanički dio EMP-ova
- **Stabilnost radne točke EMP-a**
- Prijenosnici snage i gibanja

# Stabilnost radne točke

- Statička stabilnost je u stvari dinamički problem. Hoće li se u pogonskoj radnoj točki pogon održati, ovisi o dinamičkoj analizi, koja se sastoji u razmatranju ponašanja EMP-a nakon djelovanja smetnje.
- Do statičke stabilnosti se dolazi razmatranjem odnosa između mehaničkih karakteristika stroja i radnog mehanizma
- Šira definicija stabilnosti bi se mogla izraziti na ovaj način: Kada stabilni EMP nakon djelovanja smetnje promijeni svoju radnu brzinu, onda će se on nakon prestanka djelovanja smetnje vratiti na vrijednost brzine koju je imao prije djelovanja te smetnje.
- Smetnje mogu biti različite: mogu dolaziti s mrežne strane (promjena napona, frekvencije, impedancije), sa strane radnog mehanizma (kratkotrajna opterećenja, udarci tereta) ili pak mogu dolaziti iz radne okoline (udarci vjetra, njihanje broda,...).

# Stabilnost radne točke

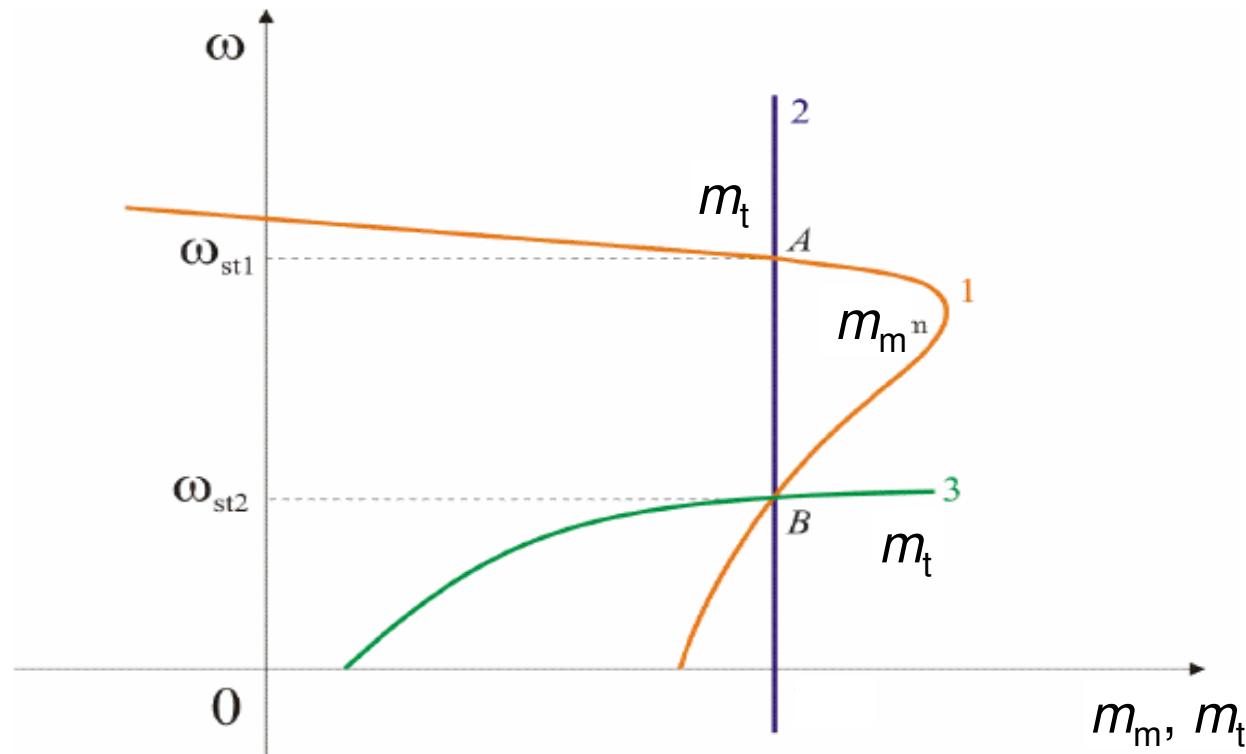
- Radna točka je **stabilna**, ako uslijed poremećaja izazvanog momentom tereta  $M_t$  i smanjenjem brzine u odnosu na radnu točku ( $\Delta\omega < 0$ ), nastane **dinamički moment  $M_m - M_t = M_d > 0$** , pri čemu je **omjer prirasta momenta  $M_d$  i postignutog prirasta brzine u toj točki  $\Delta\omega$  negativan**. Vrijedi

$$\frac{M_d}{\Delta\omega} < 0$$

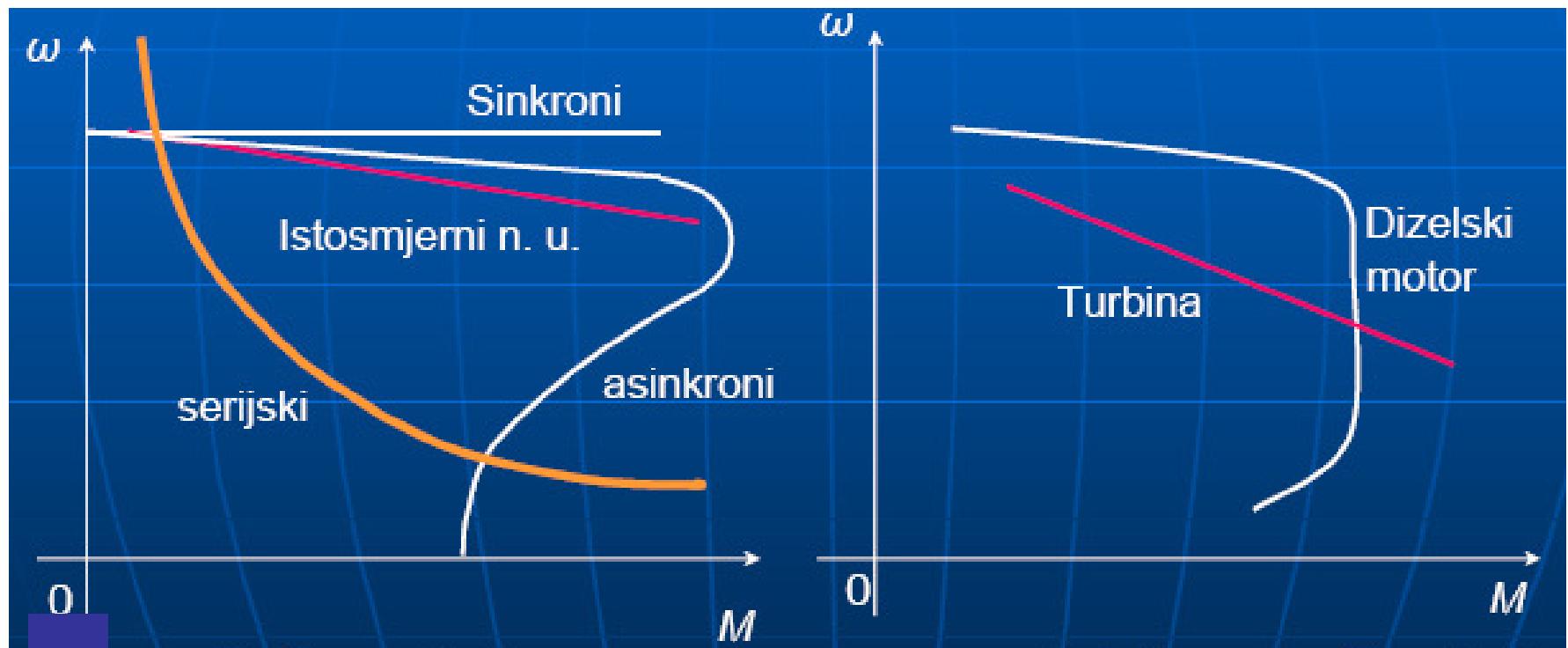
- Drugim riječima, promjena brzine vrtnje od te radne točke i dinamički moment koji pri tome nastane, moraju imati suprotne predznačke !!
- Stabilnost radne točke može se definirati preko nagiba tangenti povučenih u presjecištu (radnoj točki) između karakteristike momenta stroja i momenta radnog mehanizma (pogledati [2], str. 156-158)
- Pri tome se mora jednoznačno odrediti smisao kutova što ih zatvaraju tangente s pozitivnim smislom ordinate (kutne brzine)

# Stabilnost radne točke

- Radna točka A na slici je **stabilna**, jer ako poremećaj izaziva efektivno povećanje opterećenja (karakteristika 2), dolazi do smanjenja brzine vrtnje.
- Radna točka B je **nestabilna** ako radni mehanizam ima karakteristiku oblika 2, a postaje **stabilna** ako radni mehanizam ima karakteristiku oblika 3.



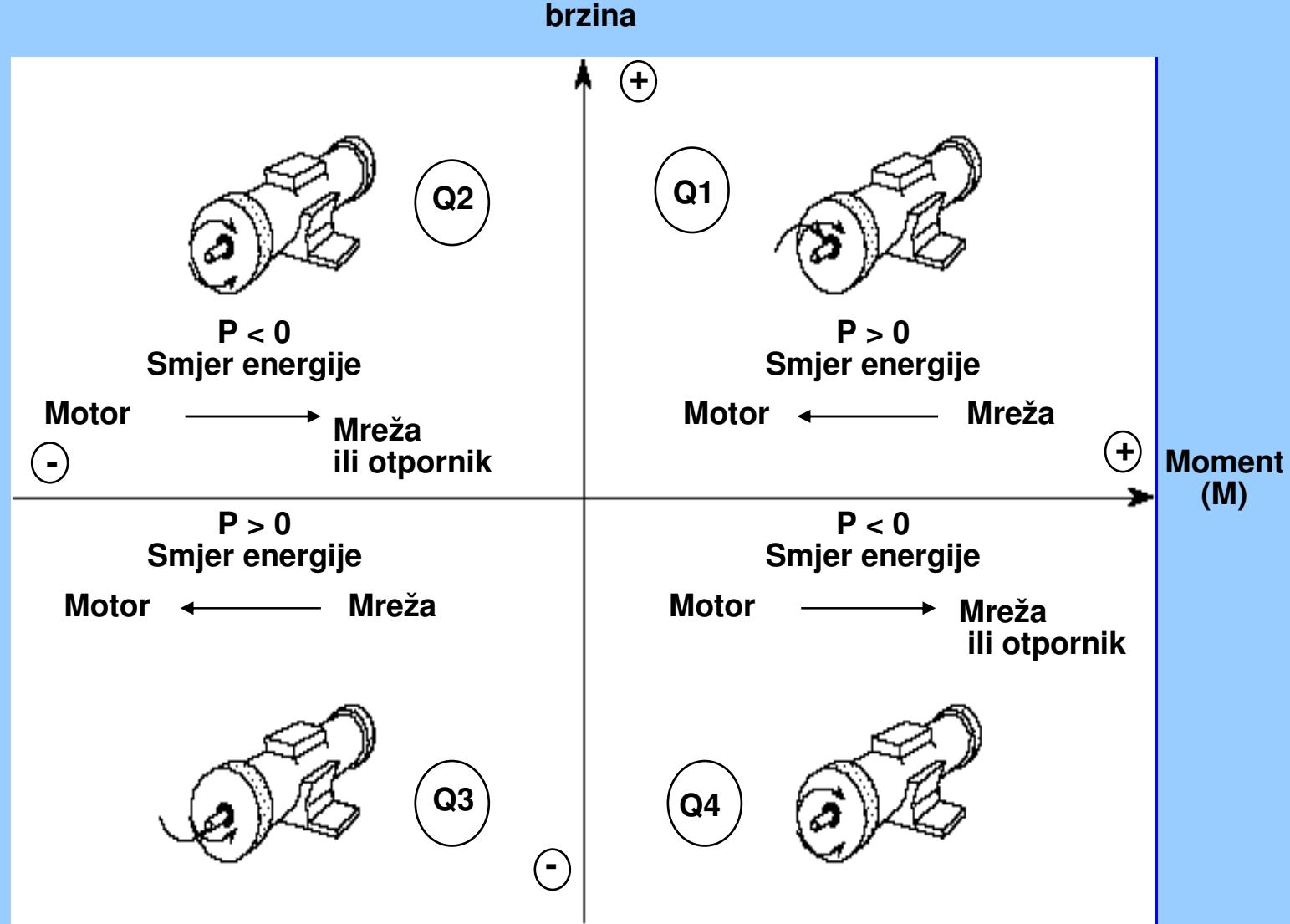
# Stabilnost radne točke - karakteristike nekih STROJEVA $M_m=f(\omega)$



Na slici lijevo su prikazane karakteristike **istosmjernog stroja s nezavisnom (n.u.) i serijskom uzbudom te asinkronog i sinkronog stroja**

Na slici desno su prikazane karakteristike **turbine i stroja na dizel pogonsko gorivo (dizel-motor)**

# Dinamička stanja, Kvadranti rada, 4Q, općeniti slučaj



# Sadržaj predavanja

- Osnovni pojmovi o EMP-ovima
- Mehanički dio EMP-ova
- Stabilnost radne točke EMP-a
- Prijenosnici snage i gibanja

# PRIJENOSNICI SNAGE I GIBANJA - OSNOVNI POJMOVI (1)

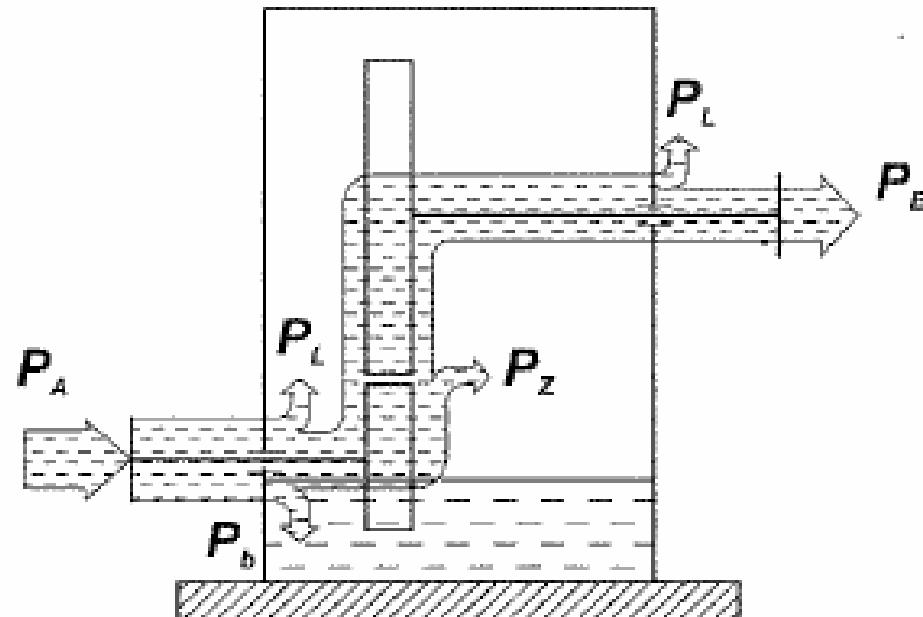
- Električna snaga u EMP-u prenosi se s električnog stroja na radni mehanizam (teret)
- Pri tome EMP može sadržavati razne tipove opteretnih mehanizama kao što su crpke, kompresori, ventilatori, škare, sjekači, vučna vozila,...
- Zbog prilagodbe parametara mehaničke snage (brzine i momenta) i tipa gibanja (translacijskog, rotacijskog) koju zahtijeva radni mehanizam, koriste se različiti tipovi prijenosnih mehanizama (zupčasti prijenos, remenski prijenos, tarni prijenos,...), spojke (hidrauličke, elektromagnetske)
- U nekim su primjenama EMP-a potrebne niže radne brzine vrtnje i veliki radni momenti (električna vuča, manipulatori), a u nekim više radne brzine vrtnje s nižim radnim momentima (alatni strojevi, centrifugalne crpke).
- **Pitanje je:** Upotrijebiti direktni pogon ili preko prijenosnika?
- Pri tome su važni aspekti prijenosa snage i gibanja (gubici) i problem računanja ekvivalentnog momenta tromosti (zamašnih masa). Računanje momenta tromosti je posebno važno zbog opisa dinamičkog ponašanja EMP-a.

## PRIJENOSNICI SNAGE I GIBANJA - OSNOVNI POJMOVI (2)

- Sporohodni motor s **velikim radnim momentom i manjim radnim brzinama je tehnološki teže izvediv** (ograničenja u zasićenju i gustoći struje potrebnim za visoke momente), pa se uglavnom u tim slučajevima koristi **reduktor** kao prijenosnik snage i gibanja s pogonskog stroja na radni mehanizam (teret, pogonjeni stroj).
- Motor s **većom radnom brzinom je uvijek jeftinije rješenje**. Međutim, **velike brzine vrtnje motora mogu također biti problem za izvedbu motora** (ograničenje frekvencije, konstrukcijski razlozi) **pa se tada ide na motor manjih radnih (nazivnih) brzina uz korištenje multiplikatora.**
- Uvođenjem prijenosnika snage i gibanja, mora se računati na **gubitke u prijenosu energije** s pogonskog stroja na radni mehanizam i taj gubitak se iskazuje uglavnom preko **koeficijenta korisnosti** (iskorištenja) prijenosa energije,  $\eta$ .

## PRIJENOSNICI SNAGE I GIBANJA - OSNOVNI POJMOMI (3)

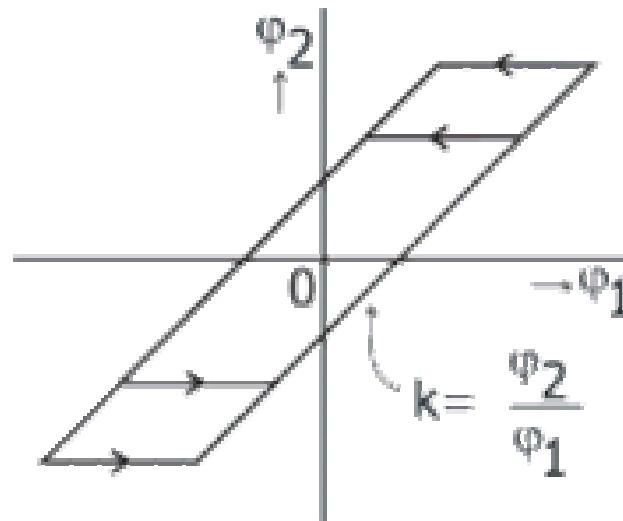
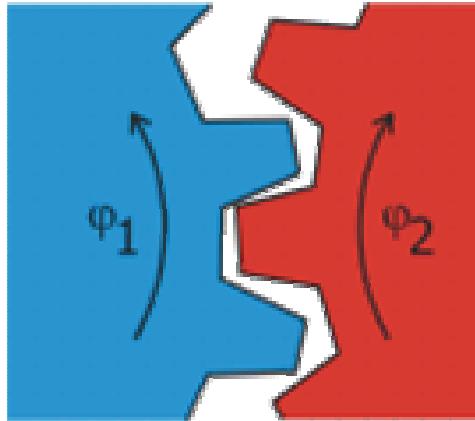
- Npr. za zupčasti prijenosnik su to **gubici ozubljenja**  $P_z$ , za remenice su to gubici proklizavanja. Tim gubicima se pridodaju i gubici zbog **tekućinskog trenja u uljima (bućanje,  $P_u$ ), trenja u brtvama  $P_b$  i trenja u ležajevima  $P_L$**
- Ako se radi o *višestupnjevanom prijenosniku*, ukupan stupanj korisnog djelovanja se dobiva množenjem stupnjeva korisnosti pojedinačnih prijenosnih parova, faktora korisnosti koji uključuju gubitke u ležajevima cijelog prijenosnika te gubitaka brtvljenja i ostalih gubitaka



$$\eta = \eta_{12} \eta_{34} \dots \eta_{xy} \eta_b \eta_L \quad (2)$$

$\eta_{xy}$  je stupanj korisnosti pojedinog prijenosničkog para,  $\eta_L$  mjera gubitaka u ležajevima a  $\eta_b$  mjera gubitaka brtvljenja

# PRIJENOSNICI SNAGE I GIBANJA - OSNOVNI POJMOVI (3A)



Nelinearna karakteristika zupčaničkog prijenosnika kao posljedica "trošenja" zuba zbog trenja (zračnost, engl. *backlash*)

Karakteristika zračnosti je posebno važna u 4q sustavima upravljanja.  
**Zašto?**

# PRIJENOSNICI SNAGE I GIBANJA - OSNOVNI POJMOWI (4)

(poznati pojmovi od prije, [3-5])

- *Stupanj pretvorbe momenta* je omjer momenata izlazne i ulazne strane prijenosnika. Iz bilance snage prijenosnika  $P_2 = \eta P_1$ , za jednostupanjski prijenos se dobije

$$M_2 \omega_2 = -\eta M_1 \omega_1 \quad *1$$

$$\mu = \frac{M_2}{M_1} = -i\eta \quad (3)$$

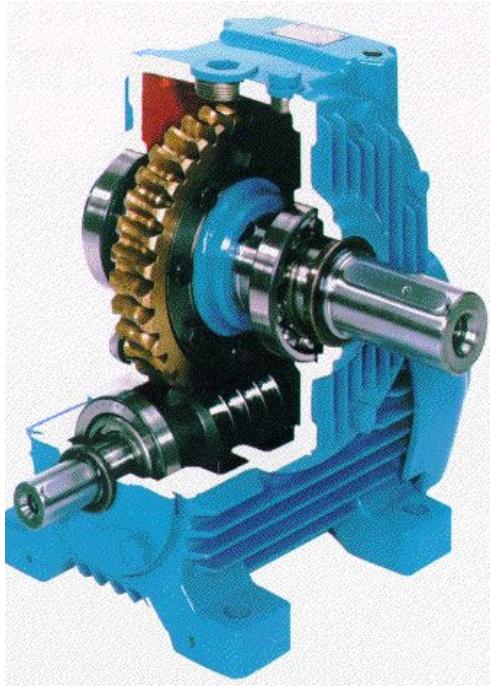
- *Snaga* koja se prenosi prijenosnikom računa se kao umnožak okretnog momenta i kutne brzine. Općenito vrijedi

$$P = M\omega = \frac{n\pi}{30} M \quad (4)$$

- (\*1) Znak “-” se koristi kada su smjerovi vrtnje zupčanika suprotni. Međutim, u velikom broju slučajeva se predznak zanemaruje!

# Zupčasti prijenosnici snage i gibanja

Puž (pužnik) i pužno kolo, engl. *worm and gear* (1)



PUŽ (PUŽNIK)

PUŽNO KOLO

Prijenosni omjer se računa jednako kao i za druge zupčaničke prijenose

Prijenos momenta kada su vratila okomita i mimoilazna

Veliki prijenosni odnosi  $i = 5 \dots 70$

Stupanj iskoristivosti  $\eta = 0,3 \dots 0,96$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

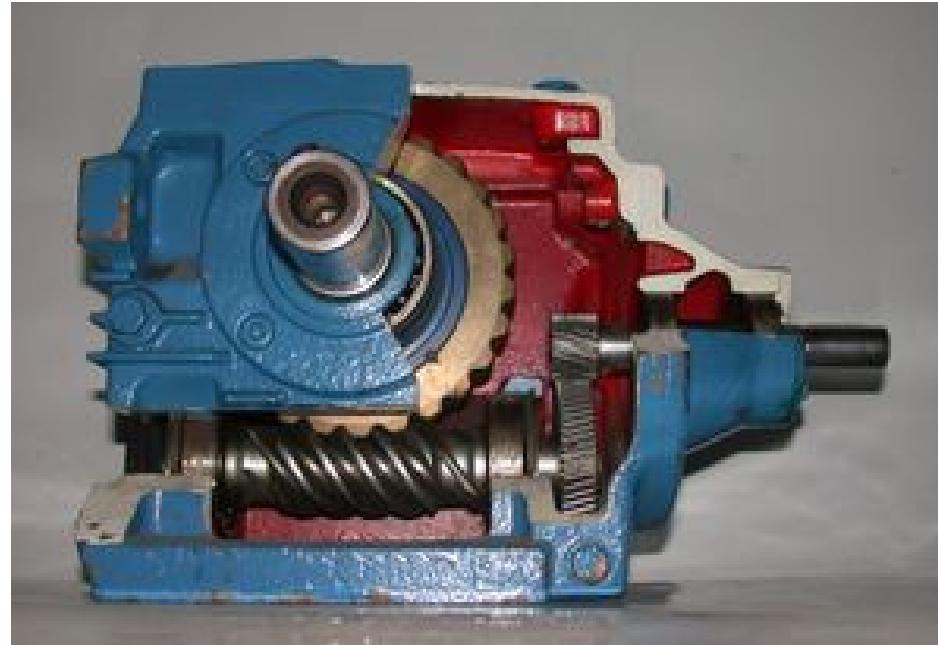
$z_1 \mapsto$  broj zuba (navoja) puža

$z_2 \mapsto$  broj zuba pužnog kola

## Zupčasti prijenosnici snage i gibanja

### Puž (pužnik) i pužno kolo, engl. *worm and gear* (2)

- Kod jednovojnog pužnika se za svaki puni okret pužnika pužno kolo zakrene za jedan zubni razmak, kod dvovojnog za dva, trovojnog za tri itd. To treba uzeti u obzir kod računanja prijenosnog omjera
- Primjer dvostupanjskog prijenosnika snage i gibanja koji se sastoji od jednog čeonog zupčastog para i puža s pužnikom kao drugog para  
Što se dobije s ovakvom kombinacijom ?



# Zupčasti prijenosnici snage s rotacijsko-translacijskom pretvorbom gibanja (1)

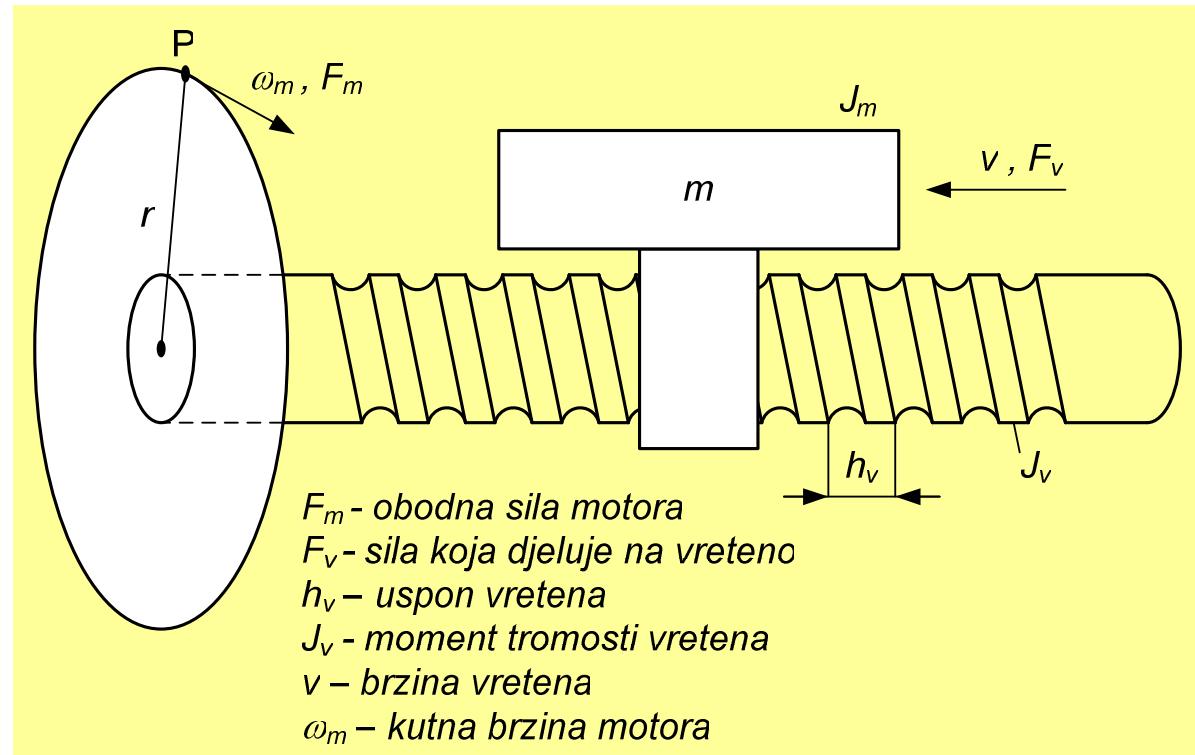
Posmični pogon (prigon) s navojnim vretenom engl. *Lead and Ball screw mechanism*

Svojstva:

- Širok raspon brzina vrtnje
- Velika preopteretivost
- Minimalna vremena zaleta
- Osiguranje velikog momenta kod brzine  $n=0$

Primjena:

- **Alatni strojevi** (za pomak obradka ili alata)



## Zupčasti prijenosnici snage s rotacijsko-translacijskom pretvorbom gibanja (2)

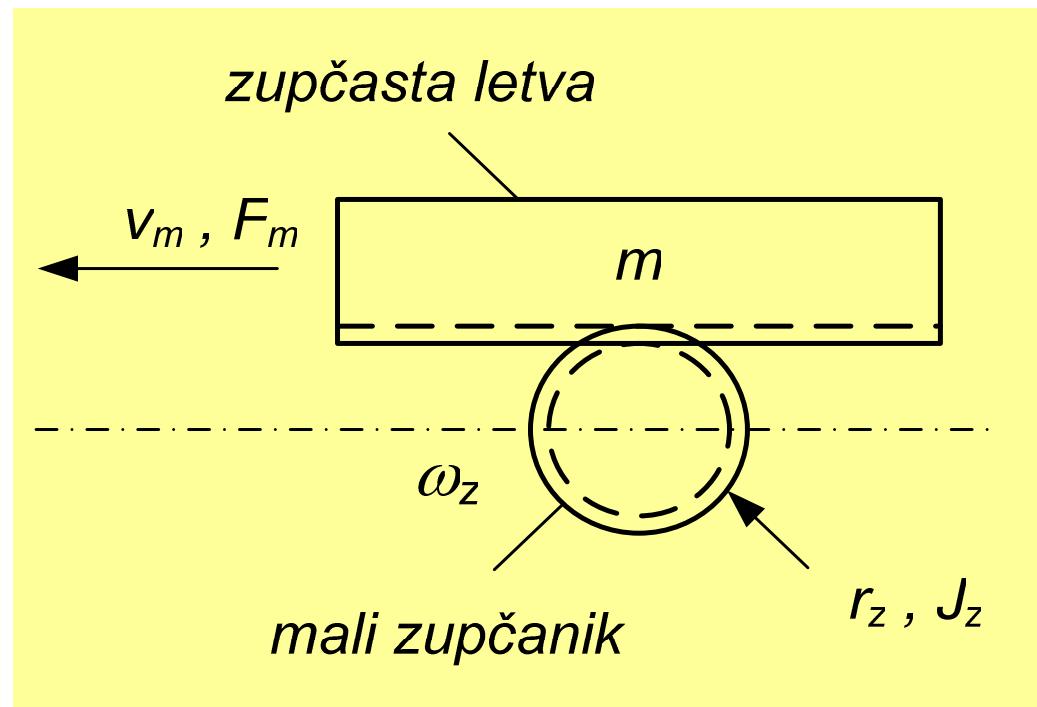
Zupčanik sa zupčastom letvom, engl. *rack and pinion*

Zahtjevi:

- Širok raspon brzina vrtnje
- Velika preopteretivost
- Minimalna vremena zaleta
- Osiguranje velikog momenta kod brzine  $n=0$

Primjena:

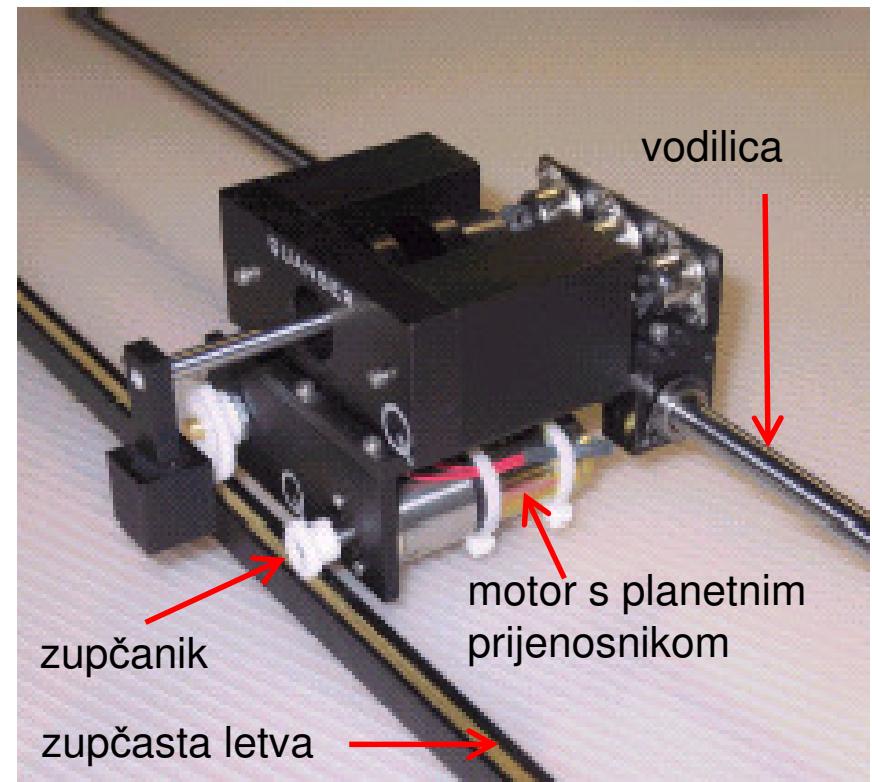
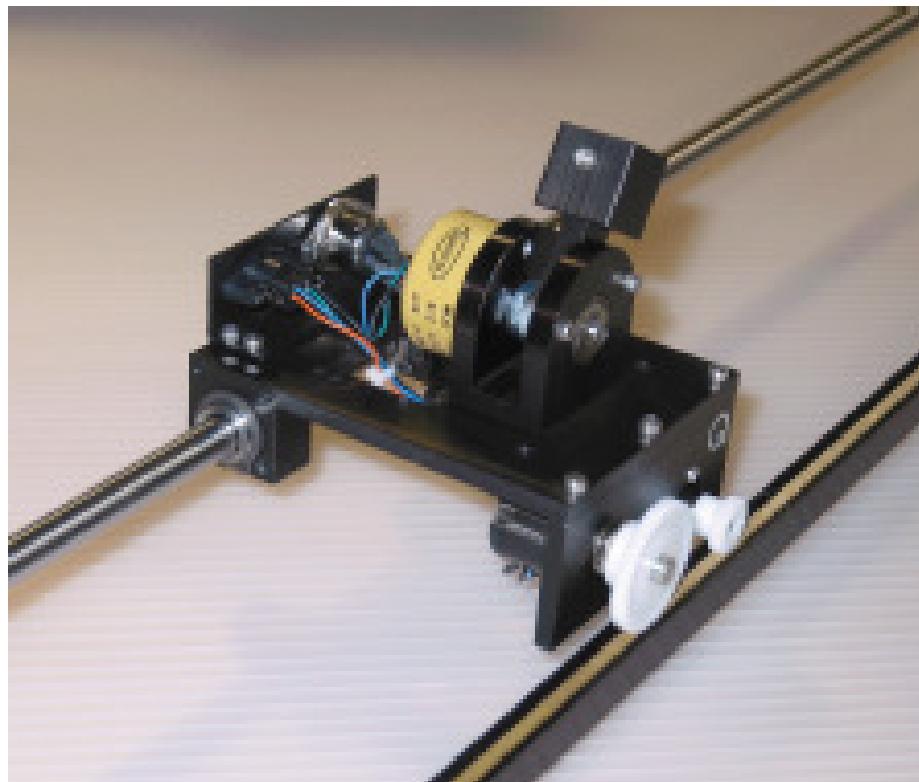
- Alatni strojevi (za pomak obradka ili alata)



**NAPOMENA:** Za razliku od posmičnog pogona s navojnim vretenom, broj zuba sustava zupčanika i zupčaste letve NE UTJEČE na parametre gibanja. Sa stanovišta modeliranja, sustav zupčanika sa zupčastom letvom može se promatrati tako da zupčanik ima kontakt sa zupčastom letvom SAMO U JEDNOJ točki , pri čemu ne postoji proklizavanje!!

## Zupčasti prijenosnici snage s rotacijsko-translacijskom pretvorbom gibanja (3)

Zupčanik sa zupčastom letvom, engl. *rack and pinion*



Primjer: Na slikama je prikazan dio elektromehaničkog sustava Kolica s Ovješenim Njihalom, KONJ (bez njihala), koji se koristi u LABoratoriju MEhatronike (MELAB) na FER-u u Zagrebu.

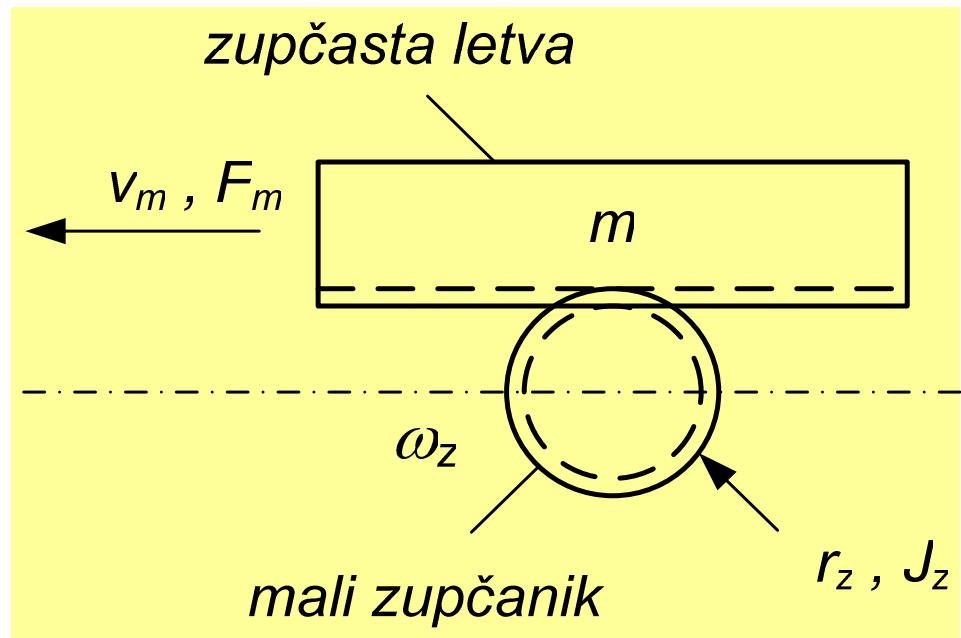
## Zupčasti prijenosnici snage s rotacijsko-translacijskom pretvorbom gibanja (3)

Zupčanik sa zupčastom letvom, engl. *rack and pinion*

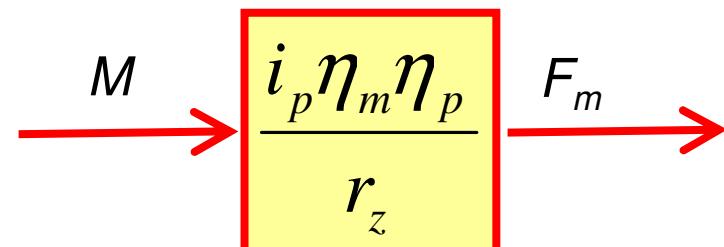
Neka je zupčanik pogonjen motorom korisnosti  $\eta_m$  preko planetnog prijenosnika prijenosnog odnosa  $i_p$  korisnosti  $\eta_p$ . Moment  $M$  koji motor mora osigurati dobije se iz izraza

$$i_p \eta_m \eta_p \omega_z M = F_m v_m$$

gdje je  $v_m = \omega_z \cdot r_z$ .



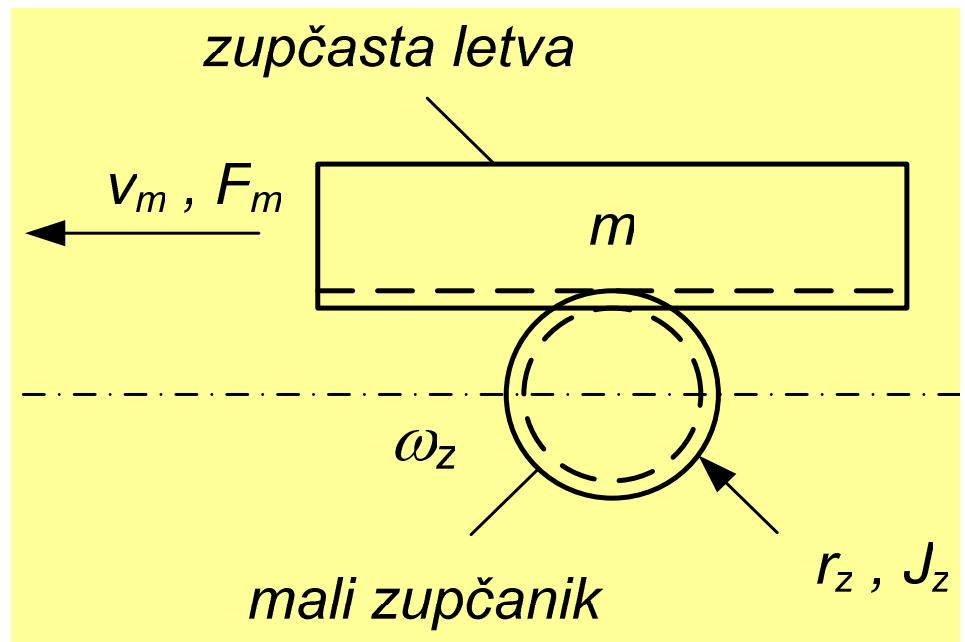
Matematicki model sustava na slici pogonjen motorom je



## Zupčasti prijenosnici snage s rotacijsko-translacijskom pretvorbom gibanja (4)

Zupčanik sa zupčastom letvom, engl. *rack and pinion*

ZADATAK: Pod pretpostavkom da je moment tromosti motora  $J_m$  planetnog prijenosnika zanemariv, uz podatke koji su dani na prethodnom slajdu, izračunajte ukupan moment tromosti sustava zupčanika sa zupčastom letvom reduciran na stranu motora koji se vrti brzinom  $\omega_z$ .



# LITERATURA

1. W. Leonhard, *Control of electrical drives*, Springer, 1996.
2. B. Jurković, *Elektromotorni pogoni*, Školska knjiga, Zagreb, 1984.
3. F.Kolonić, *Prijenosnici snage i gibanja*, Predavanja iz kolegija Osnove mehatronike, [http://www.fer.unizg.hr/\\_download/repository/OM\\_lecture\\_8.pdf](http://www.fer.unizg.hr/_download/repository/OM_lecture_8.pdf)
4. M. Opalić, *Prijenosnici snage i gibanja*, HDESC, Zagreb, 1998.
5. M. Opalić, *Osnovni pojmovi iz prijenosa snage i gibanja*,  
<http://www.fsb.hr/elemstroj/mehanicke/pdf/Osnovni.pdf>, datum pristupa  
23.04.2008

# **Upravljanje elektromotornim pogonima**

## **UEP**

Prof.dr.sc. Fetah Kolonić  
doc.dr.sc. Damir Sumina

Predavanje 02 – Elektromotorni pogoni s istosmjernim strojem

Zagreb, ak. god. 2011/2012

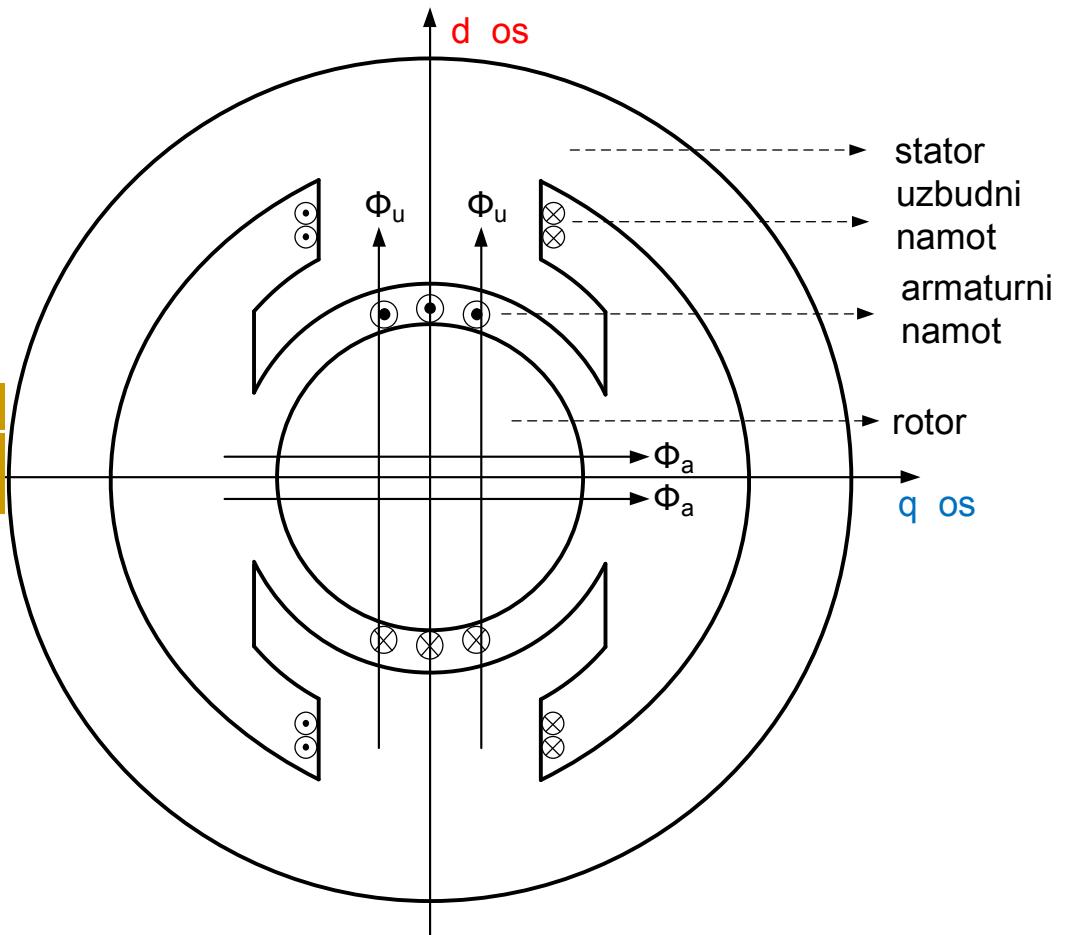
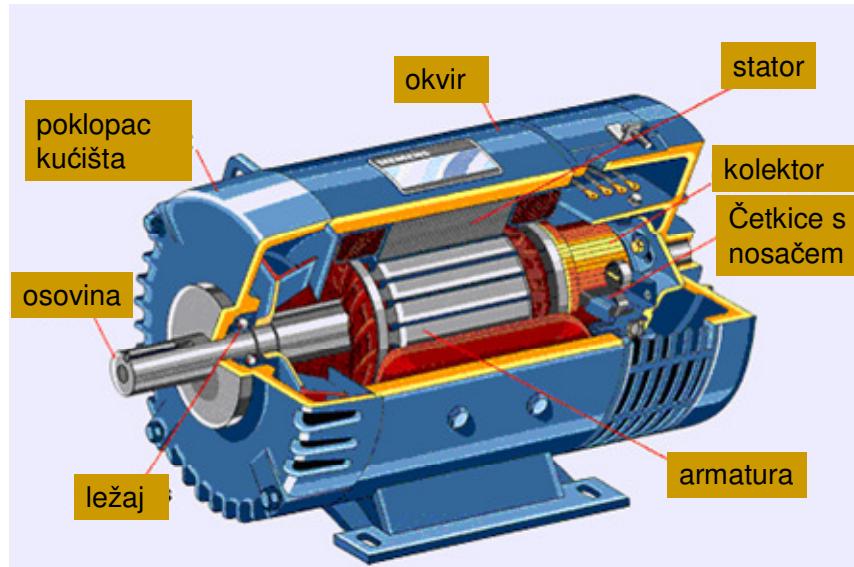
# Elektromotorni pogoni s istosmjernim strojem

- Istosmjerni strojevi su u području upravljenih elektromotornih pogona obilježili značajan dio prošlog stoljeća.
- Zahvaljujući njihovoj jednostavnosti u upravljačko-regulacijskom smislu te širokom opsegu upravljivosti brzine vrtnje, još i danas zauzimaju značajno mjesto u industrijskim primjenama.
- Gotovo idealna vanjska karakteristika motora koja povezuje brzinu vrtnje i razvijeni moment, te mogućnost jednostavnog dobivanja promjenjivog istosmjernog napona napajanja, osigurala je ovom stroju vodeću ulogu sve do 1960-tih godina.
- Značajan nedostatak istosmjernog stroja je mehanički komutator (izmjenjivač/ispravljač) koji ograničava snagu i brzinu motora, povećava zamašnu masu (moment inercije) te zahtijeva češće periodičko održavanje.
- U zadnjih 30-40 god. snažan razvoj učinske elektronike osigurao je razvoj po cijeni konkurentnih pretvarača napona i frekvencije za vektorski upravljanje izmjenične asinkrone strojeve, započeo je primat izmjeničnih strojeva u upravljenim elektromotornim pogonima.

# Elektromotorni pogoni s istosmjernim motorom

- Neovisno o tome, istosmjerni stroj s mehaničkim komutatorom (**klasični istosmjerni stroj**) je na neki način **regulacijska paradigma** i od njega je svakako dobro početi proučavati upravljane elektromotorne pogone.
- Jednostavno načelo upravljanja zasnovano na raspregnutosti upravljanja po magnetskom toku (uzbudnoj struji) i momentu (armaturnoj struji), bila je vodilja znanstvenicima na ovom području da takvu logiku upravljanja primijene i na izmjenične asinkrone strojeve.
- Iako se pretpostavlja da su osnovna načela rada istosmjernog stroja u ustaljenom (stacionarnom) stanju poznata, bit će ponovljene osnovne činjenice.
- Istosmjerni stroj u osnovi ima dva namota. Jedan namot se nalazi na statoru i zove se **uzbudni namot**. Drugi namot nalazi se na rotoru i zove se **armaturni namot**. Os stroja u kojoj je postavljen **uzbudni namot** često se naziva **uzdužna os („d“ os)**. Os stroja u kojoj je smješten **armaturni namot** naziva se **poprečna os („q“ os)**.

# Elektromotorni pogoni s istosmjernim motorom



- Poprečna i uzdužna os istosmjernog stroja su razmagnute za  $90^\circ$ . Veza armaturnog namota s vanjskim (mirujućim) svijetom ostvaruje se preko komutatora. Ovakva konstrukcija stroja omogućava da kut između uzbudnog i armaturnog protjecanja u svakoj radnoj točki bude  $90^\circ$  što osigurava maksimalni moment stroja.

# Elektromotorni pogoni s istosmjernim motorom

- Vodič (namot armature, **q os**) u odnosu na vektor magnetske indukcije (**uzbuda, d os**) je pod kutom od  $90^\circ$ , sila na vodič je maksimalnog iznosa. To pokazuje i **vektorski produkt** koji definira silu na vodič, tj. moment stroja

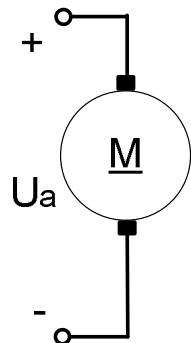
$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B}) \quad (1)$$

- Struja kroz armaturni namot, uz već formirano magnetsko polje uzbudnog namota, omogućuje rotaciju stroja.
- U dalnjem tekstu smatra se da je **ukupan magnetski tok u zračnom rasporu stroja jednak magnetskom toku stvorenom uzbudnim namotom**. Ova pretpostavka nije u potpunosti točna, s obzirom da i armaturni namot stvara magnetski tok koji se zbraja uzbudnim, ali se uzima da je njegov utjecaj zanemariv (pojam “**reakcija armature**”).
- Što želimo od električnog stroja? U svrhu postizanja **maksimalnog momenta** u svakoj radnoj točki potrebno je osigurati stalni (okomit) položaj uzbudnog protjecanja i protjecanja uslijed armaturne struje.

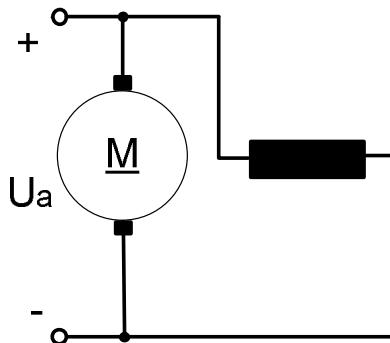
## Elektromotorni pogoni s istosmjernim motorom - vrste uzbuda

- Ovisno o izvedbi uzbudnog kruga razlikuju se sljedeće vrste istosmjernih strojeva:
  - istosmjerni stroj s nezavisnom uzbudom – uzbudni i armaturni namoti električki odvojeni
  - istosmjerni stroj sa serijskom uzbudom – uzbudni i armaturni namoti spojeni u serijski spoj
  - istosmjerni stroj s porednom uzbudom – uzbudni i armaturni namot spojeni paralelno

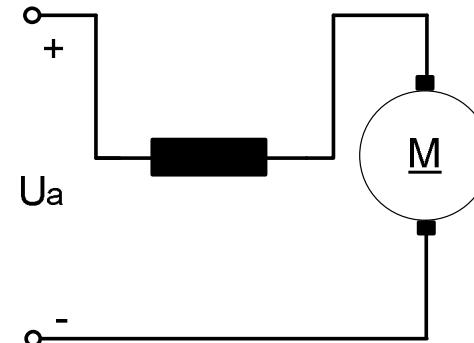
# Elektromotorni pogoni s istosmjernim motorom - vrste uzbuda



a)



b)

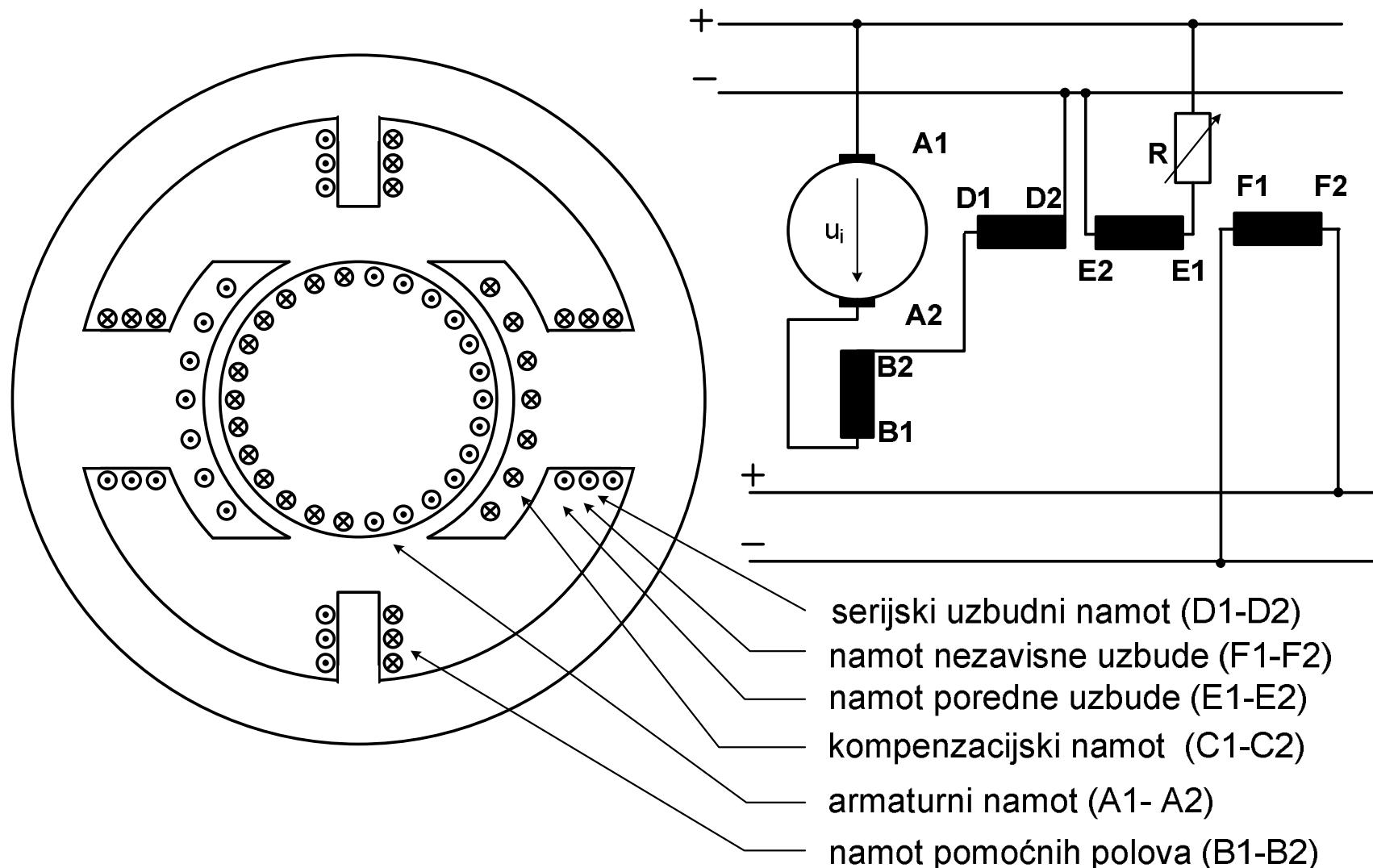


c)

Vrste uzbuda kod istosmjernih motora, nezavisna a), poredna (paralelna) b) i serijska uzbuda c).

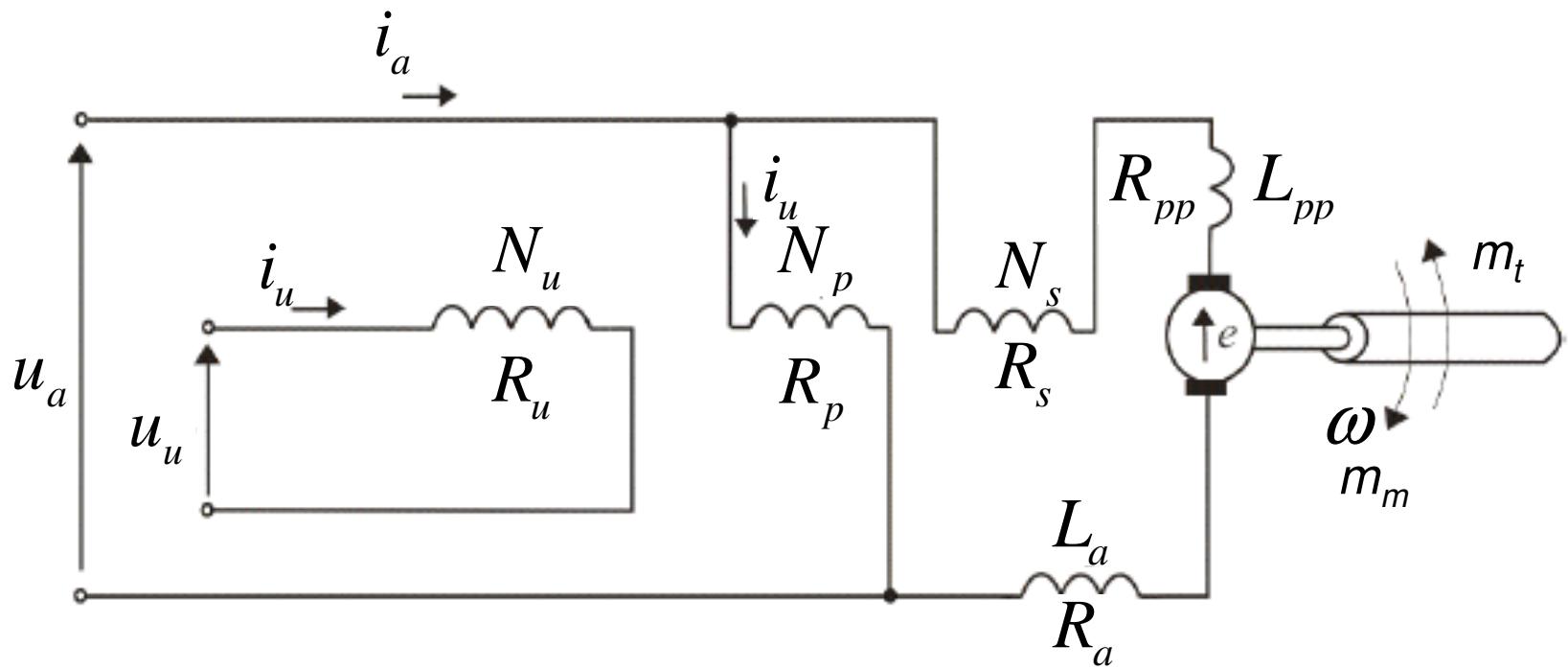
- U dalnjem tekstu će detaljnije biti opisani **istosmjerni nezavisno uzbuđeni strojevi** obzirom da su to najčešći strojevi u praksi.
- Istosmjerni **serijski uzbuđeni strojevi** se prema karakteristikama znatno razlikuju od nezavisno uzbuđenih, ali se rjeđe susreću u praksi (**pogoni vuče**).

# Elektromotorni pogoni s istosmjernim motorom sa složenom uzbudom



Poprečni presjek i električna shema s namotima 2-polnog istosmjernog stroja, [3]

## Nadomjesna shema istosmjernog stroja sa složenom uzbudom



Nadomjesna električna shema istosmjernog stroja sa složenom uzbudom

$u_a$  – napon armature,  $i_a$  – struja armature,  $e$  – protuelektromotorna sila,  $R_a$  – otpor armature,  $L_a$  – induktivitet armature,  $u_u$  – napon uzbude,  $i_u$  – struja uzbude,  $R_u$  – otpor uzbude,  $N_u$  – broj svitaka uzbude,  $\omega$  – brzina vrtnje motora  $m_m$  - moment motori;  $m_t$  - moment tereta,  $R_s$  – otpor serijske uzbude,  $N_s$  – broj svitaka serijske uzbude,  $R_p$  – otpor paralelne uzbude,  $N_p$  – broj svitaka paralelne uzbude.

# Nelinearni model istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom

UZBUDNI KRUG:

$$U_u = R_u i_u + N_u \frac{d\Phi_u}{dt}$$

Za linearni odnos  $\Phi_u$  i  $i_u$  vrijedi:

$$U_u = R_u i_u + L_u \frac{di_u}{dt}$$

Općenito je ovisnost uzbudne struje o uzbudnom toku nelinearna:

$$i_u = f_2(\Phi_u)$$

ARMATURNI KRUG:

$$U_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + E$$

$$E = K_e \Phi_u \Omega$$

Moment motora (stroja) je

$$M_m = K_m \cdot \Phi_u \cdot I_a$$

Dinamički moment je:

$$M_m = M_t + J \frac{d\Omega}{dt}$$

Moment tereta je

$$M_t = f_1(\Omega)$$

## Nelinearni model istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom

Iz jednadžbi s prethodnog slajda primjenom Laplace-ove transformacije slijedi:

$$I_a = \frac{K_a}{1 + T_a s} (U_a - E),$$

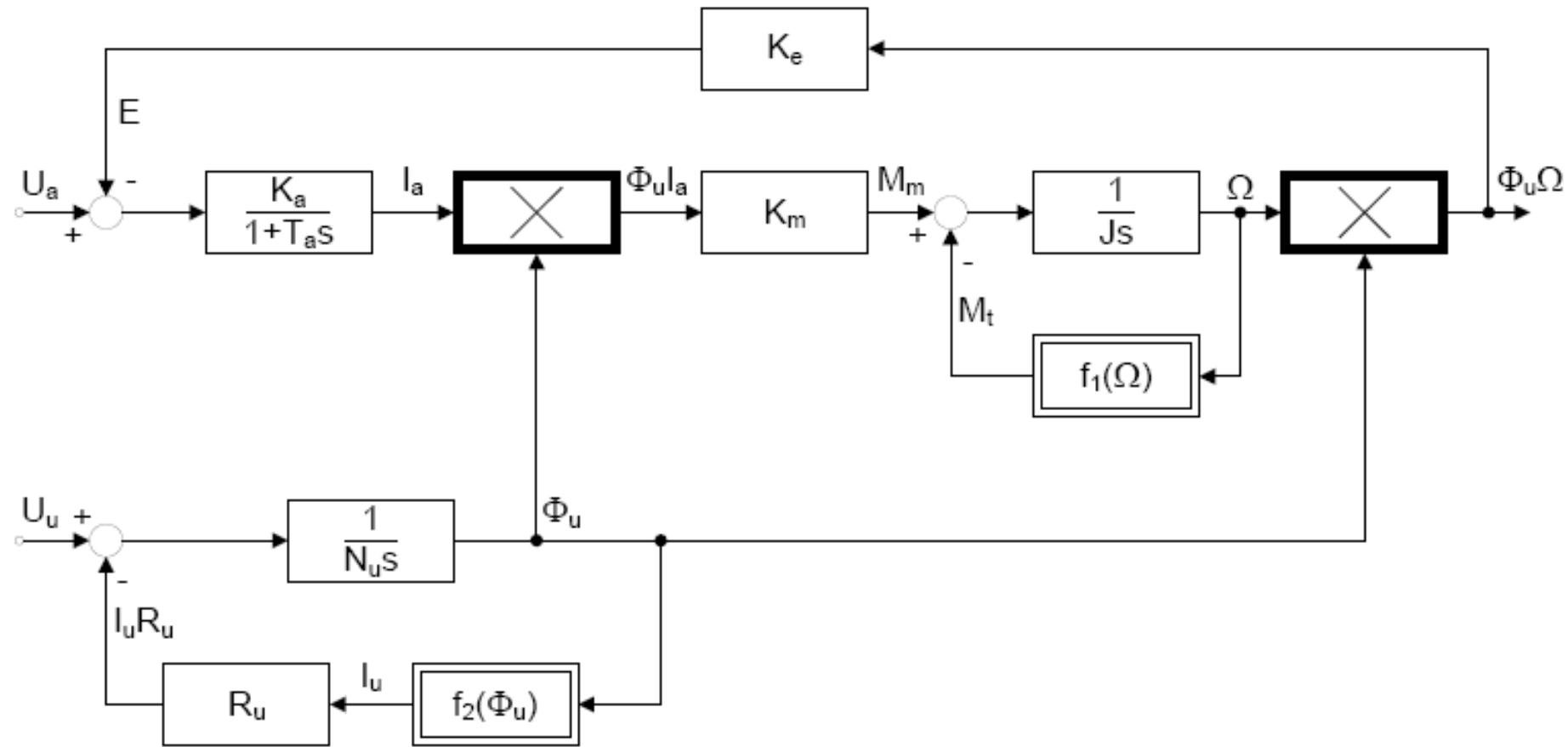
$$K_a = \frac{1}{R_a} \quad \text{- koeficijent pojačanja}$$

$$T_a = \frac{L_a}{R_a} \quad \text{- armaturna vremenska konstanta}$$

$$\Omega = \frac{1}{J_S} (M_m - M_t) ,$$

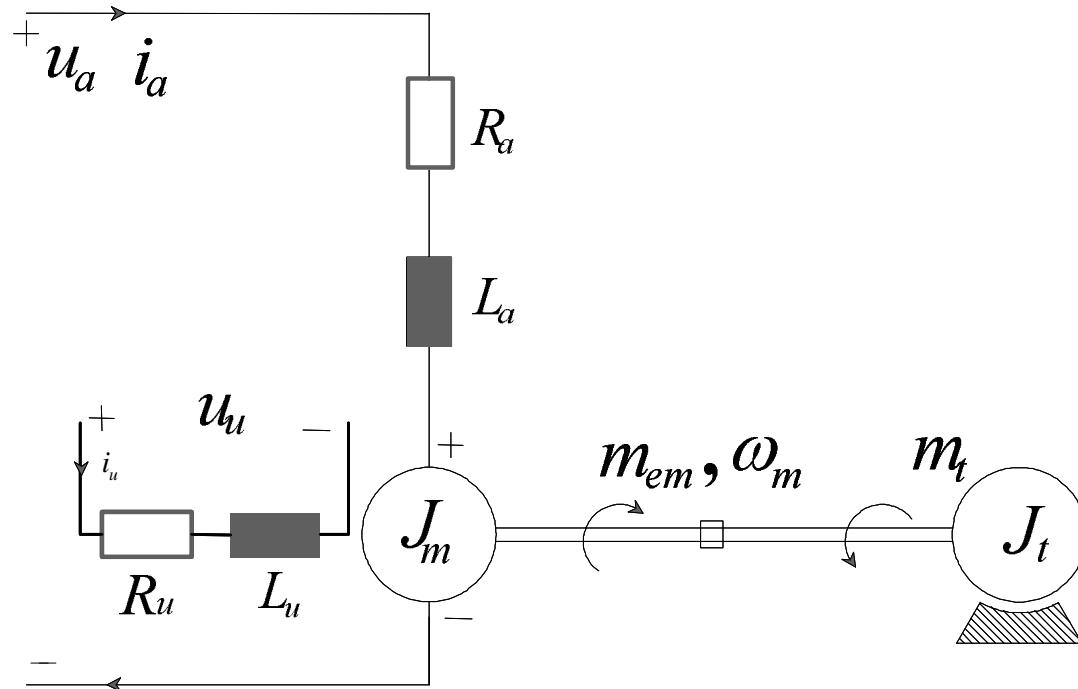
$$\Phi_u = \frac{1}{N_u s} (U_u - R_u I_u) .$$

## Strukturalna blokovska shema istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom (nelinearni model)



Kada moramo uzeti u obzir dinamiku uzbudnog kruga (ili, kada ju možemo zanemariti)?

# Istosmjerni motor (nadomjesna shema) – linearni model



$$I_a = \frac{M_{em} (= M_t)}{k_m \cdot \Phi} \quad \text{Stacionarno stanje}$$

$$\boxed{\omega = \frac{U - I_a \cdot R_a}{k_e \cdot \Phi} = \frac{U - I_a \cdot R_a}{c_e}} \quad (5)$$

armatura (2)

$$e = k_e \cdot \Phi \cdot n = c_e \cdot n$$

$$u_a = e_a + i_a \cdot R_a + L_a \frac{di_a}{dt}$$

uzbuda (3)

$$u_u = i_u \cdot R_u + L_u \frac{di_u}{dt}$$

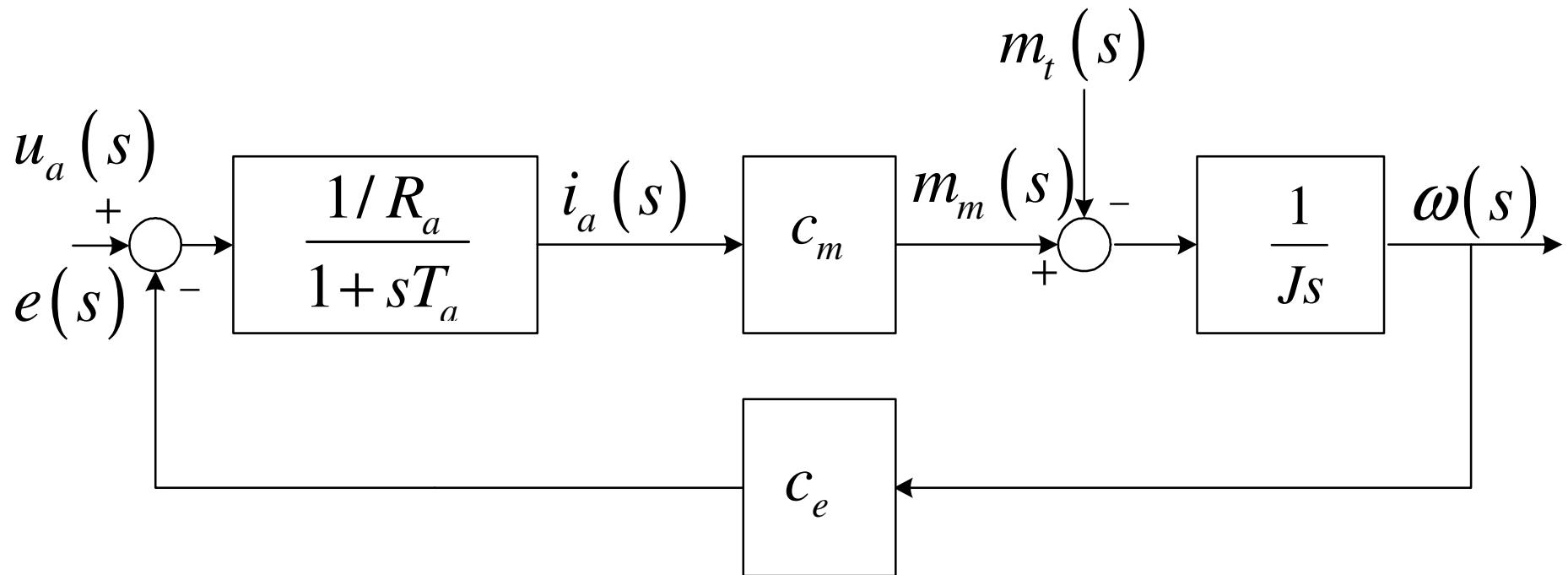
el.mehanički dio (4)

$$m_m = k_m \cdot \Phi \cdot i_a = c_m \cdot i_a$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J_{eq}} (m_m - m_t)$$

## Blokovska struktura istosmjernog stroja s nezavisnom i konstantnom uzbudom

- dobije se iz jednadžbi (2)



## Istosmjerni motor s nezavisnom uzbudom- matematički model

- Konstanta  $c_e$  je konstrukcijska konstanta stroja kao što je i konstanta  $k_e$ . Ove konstante u sebi uključuju iste konstrukcijske detalje stroja, a u iznosu se mogu razlikovati. Odnos konstanti  $c_e$ ,  $k_e$  i konstanti  $c_m$ ,  $k_m$  ovisi o sustavu jedinica koji se koristi.
- Ako se moment motora  $m_m$  izražava u (Nm), a koristi se brzina vrtnje  $n$  u (o/min), tada vrijedi

$$\frac{k_e}{k_m} = \frac{c_e}{c_m} = \frac{2\pi}{60} = 0,1047 \quad (14)$$

- Ako se moment motora  $m_m$  izražava u (Nm), a koristi se brzina vrtnje  $\omega$  u ( $s^{-1}$ ), tada je

$$\frac{k_e}{k_m} = \frac{c_e}{c_m} = 1 \quad (15)$$

## Istosmjerni motor s nezavisnom uzbudom

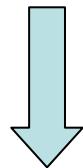
- Istosmjerni stroj s nezavisnom uzbudom napaja se iz dva izvora napona  $U_u$  i  $U_a$ .
- Kod industrijskih pogona za istosmjerne strojeve ta dva izvora su najčešće realizirana odvojenim ispravljačkim spojevima, koji se mogu napajati iz istog izmjeničnog izvora
- Iznosom napona  $U_u$  utječe se na iznos struje  $i_u$ , čime se direktno utječe na tok  $\Phi$  u izrazu (2) i na indukciju  $B$ .

## Matematički model istosmjernog stroja u **prostoru stanja**

Na osnovi izraza (2)-(5) mogu se postaviti diferencijalne jednadžbe koje opisuju istosmjerni stroj s **nezavisnom uzbudom** u prostoru stanja

Kao varijable stanja odabrane su struja armature  $i_a$  i brzina vrtnje  $\omega$ . Ulazne veličine su napon armature  $u_a$  i moment tereta  $m_t$

$$\dot{X} = AX + BU \quad (12)$$



$$\begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{d\omega}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & \frac{c_e}{L_a} \\ \frac{c_m}{J} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_a \\ m_t \end{bmatrix} \quad (13)$$

**A** i **B** su sistemska i upravljačka matrica, **X** je vektor varijabli stanja, **U** je upravljački vektor.

## DC motor – prijelazni proces

- Za matematički opis istosmjernog stroja u prijelaznom procesu potrebno je u obzir uzeti jednadžbe ravnoteže napona i momenata

$$u_a = i_a R_a + L_a \frac{di_a}{dt} + c_e \omega \quad (16)$$

$$m_m = m_t + m_u = m_t + J \frac{d\omega}{dt} \quad (17)$$

- Stroj se nalazi u stacionarnom stanju kada su izjednačeni momenti stroja i tereta.
- Od trenutka kada dođe do razlike između momenata stroja i tereta, nastupa prijelazni proces koji traje do ponovnog izjednačavanja momenata.
- Do razlike momenata može doći promjenom momenta stroja ili promjenom momenta tereta.
- Uz konstantan magnetski tok, moment stroja je proporcionalan struji armature

$$m_m = c_m \cdot i_a \quad (18)$$

## DC motor – prijelazni proces

- Prijelazni proces se može opisati relacijama (16) i (17) uz neki poremećaj u okolini radne točke. Za neku promjenu u okolini radne točke vrijedi:

$$\begin{aligned} i_a &= i_a(t) = I_{a0} + \Delta i_a(t) & m_t &= m_t(t) = M_{t0} + \Delta m_t(t) \\ u_a &= u_a(t) = U_{a0} + \Delta u_a(t) & m_m &= m_m(t) = M_{m0} + \Delta m_m(t) \end{aligned}$$

$$\omega = \omega(t) = \Omega_0 + \Delta \omega(t)$$

- Uz ove gore navedene izraze, relacije (16), (17) i (18) se mogu pisati kao:

$$\begin{aligned} U_{a0} + \Delta u_a(t) &= (I_{a0} + \Delta i_a(t)) R_a + L_a \frac{d}{dt} (I_{a0} + \Delta i_a(t)) + \\ &\quad + c_e (\Omega_0 + \Delta \omega(t)) \end{aligned} \tag{19}$$

$$c_m (I_{a0} + \Delta i_a(t)) = M_{t0} + \Delta m_t(t) + J \frac{d}{dt} (\Omega_0 + \Delta \omega(t)) \tag{20}$$

## DC motor – prijelazni proces

- Radna točka je definirana na sljedeći način:

$$U_{a0} = I_{a0}R_a + c_e\Omega_0$$

$$M_{t0} = c_m I_{a0}$$

$$\frac{dI_{a0}}{dt} = 0$$

$$\frac{d\Omega_0}{dt} = 0$$

- Ako se ovi izrazi uvrste u (19) i (20), dobije se

$$\Delta u_a(t) = \Delta i_a(t)R_a + L_a \frac{d}{dt} \Delta i_a(t) + c_e \Delta \omega(t) \quad (21)$$

$$c_m \Delta i_a(t) = \Delta m_t(t) + J \frac{d}{dt} \Delta \omega(t) \quad (22)$$

## DC motor – prijelazni proces

- Korištenjem Laplaceove transformacije, izrazi (21) i (22) postaju

$$u_a(s) = i_a(s)R_a + L_a s \dot{i}_a(s) + c_e \omega(s) \quad (23)$$

$$c_m \dot{i}_a(s) = m_t(s) + J s \omega(s) \quad (24)$$

- Iz izraza (23) i (24) slijedi (25)

$$\boxed{\omega(s) = u_a(s) \frac{1/c_e}{s^2 T_a T_{em} + s T_{em} + 1} - m_t(s) \frac{R_a}{c_e c_m} \frac{1 + s T_a}{s^2 T_a T_{em} + s T_{em} + 1}}$$

- Prijenosna funkcija (25) pokazuje ovisnost brzine vrtnje o vodećoj veličini (napon armature) i poremećajnoj veličini (moment tereta).

## DC motor – prijelazni proces

- Iz izraza (25) dobiju se vremenske konstante

$$T_a = \frac{L_a}{R_a} \quad \text{armaturna vremenska konstanta} \quad (26)$$

- **Armaturna vremenska konstanta** fizikalno predstavlja vrijeme potrebno da struja u armaturnom krugu dosegne iznos od 63% konačne vrijednosti struje za skokovit porast armaturnog napona.
- Dobije se izračunom preko dostupnih parametara  $L_a$  i  $R_a$  ili snimanjem odziva armaturene struje stroja na skokovit porast armaturnog napona pri zakočenom stroju i isključenoj uzbudi stroja.

$$T_{em} = J \frac{R_a}{c_e c_m} \quad \text{elektromehanička vremenska konstanta} \quad (27)$$

## DC motor – prijelazni proces

- Elektromehanička vremenska konstanta fizikalno predstavlja vrijeme koje je potrebno da se stroj zaleti od brzine 0 do brzine praznog hoda ako je elektromagnetski moment koji stroj razvija jednak momentu kratkog spoja stroja.
- Moment kratkog spoja je moment koji stroj razvija uz zakočen rotor, uz priključen armaturni napon nazivnog iznosa te uz formiran magnetski tok uzbude nazivnog iznosa.
- Do tog zaključka se dolazi kada se izraz (28) proširi na slijedeći način

$$T_{em} = J \frac{R_a}{c_e c_m} \cdot \frac{I_{ak}}{I_{ak}} = J \frac{R_a \cdot I_{ak}}{c_e} \cdot \frac{1}{M_k} \quad (28)$$

- Uz uvjet  $n = 0$  (zakočen stroj!) slijedi

$$U_a = I_a R_a = I_{ak} R_a$$

- Pri brzini praznog hoda vrijedi

$$\omega = \omega_0 = \frac{U_a}{c_e} = \frac{I_{ak} R_a}{c_e} \quad (29)$$

## DC motor – prijelazni proces

- Uz (29) izraz (28) se sada može prikazati

$$T_{em} = J \frac{\omega_0}{M_k} \quad (30)$$

- Vratimo se na izraz (26) koji definira prijenosne funkcije stroja po vodećoj i poremećajnoj veličini

$$F(s) = \left. \frac{\omega(s)}{u_a(s)} \right|_{m_t(s)=0} = \frac{1/c_e}{s^2 T_a T_{em} + s T_{em} + 1} \quad (31)$$

$$F(s) = \left. \frac{\omega(s)}{m_t(s)} \right|_{e_a(s)=0} = \frac{R_a}{c_e c_m} \frac{1 + s T_a}{s^2 T_a T_{em} + s T_{em} + 1} \quad (32)$$

- Radi o sustavu drugog reda, što fizikalno predstavlja sustav s dva spremnika energije gdje je jedan spremnik električni stroj s akumuliranim magnetskom energijom, a drugi je radni mehanizam s akumuliranim kinetičkom energijom.

## DC motor – prijelazni proces

- Ako uzbuda stroja nije konstantna, tada sustav postaje trećeg reda, sa spremnikom energije u uzbudnom krugu stroja
- Izrazi (31) i (32) se mogu napisati u formi općeg oblika prijenosne funkcije drugog reda. Ako se uzme samo izraz (31), dobije se

$$F(s) = \left. \frac{\omega(s)}{u_a(s)} \right|_{m_t(s)=0} = \frac{\frac{1}{c_e} \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$(33) \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{T_a T_{em}}} \quad \zeta = \sqrt{\frac{T_{em}}{4T_a}}$$

$\zeta > 1 \Rightarrow T_{em} > 4T_a$  aperiodski odziv

frekvencija  
neprigušenog  
titranja

faktor  
prigušenja

$\zeta = 1 \Rightarrow T_{em} = 4T_a$  granični aperiodski odziv

$\zeta < 1 \Rightarrow T_{em} < 4T_a$  oscilatoran odziv

## DC motor – prijelazni proces

- Iz izraza (23) i (24) može se izvesti i prijenosna funkcija struje armature u odnosu na vodeću veličinu (napon armature) i poremećajnu veličinu (moment tereta)

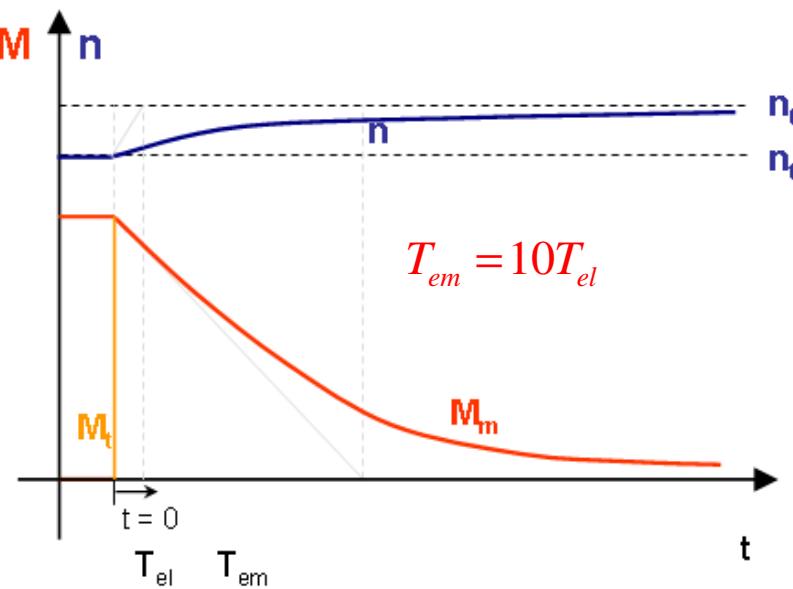
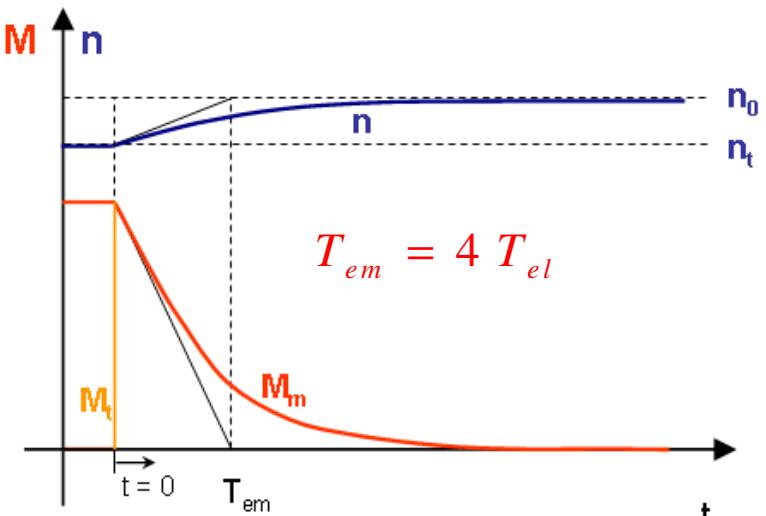
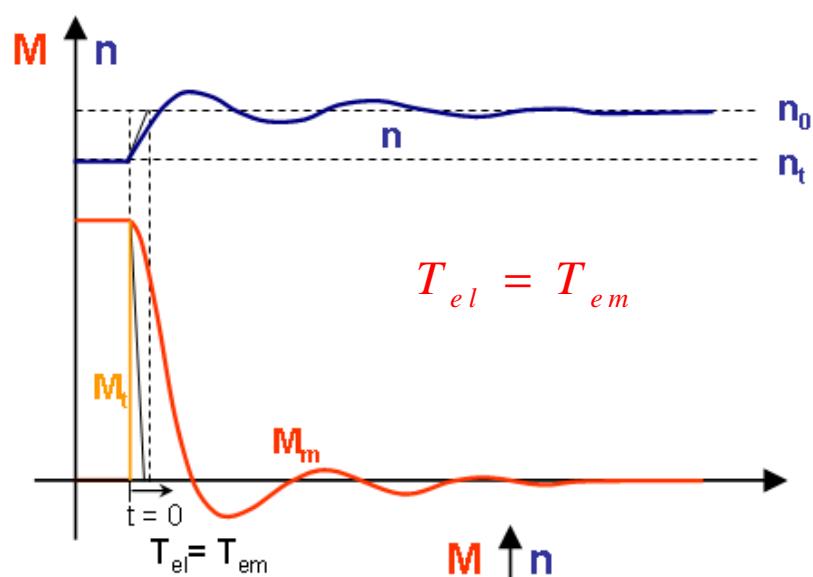
$$i_a(s) = u_a(s) \frac{sT_{em}}{R_a(s^2T_aT_{em} + sT_m + 1)} + m_t(s) \frac{1/C_m}{s^2T_aT_{em} + sT_{em} + 1}$$

$$F(s) = \left. \frac{i_a(s)}{u_a(s)} \right|_{m_t(s)=0} = \frac{sT_{em}}{R_a(s^2T_aT_{em} + sT_{em} + 1)} \quad (34)$$

$$F(s) = \left. \frac{i_a(s)}{m_t(s)} \right|_{u_a(s)=0} = \frac{1/c_m}{R_a(s^2T_aT_{em} + sT_{em} + 1)} \quad (35)$$

- Usporedbom s izrazima (31) i (32) vidljivo je da su nazivnici prijenosne funkcije identični. To pokazuje da vrstu odziva sustava određuje odnos vremenskih konstanti  $T_a$  i  $T_{em}$ .
- Taj odnos vremenskih konstanti definirati će polove prijenosne funkcije u kompleksnoj ravnini.

## Istosmjerni motor - prijelazni proces, odzivi



Odzivi brzine vrtnje i momenta stroja **pri rasterećenju** uz različite odnose armaturne i elektromehaničke vremenske konstante, [1].

# Istosmjerni motor s nezavisnom uzbudom – načini upravljanja

Kako upravljati brzinom vrtnje istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom ?

(1) Promjenom napona armature

(2) Promjenom otpora armature

$$\omega = \frac{u_a - i_a \cdot R_a}{k_1 \cdot \Phi} \quad (36)$$

(3) Promjenom uzbude (magnetskog toka)

U ustaljenom stanju je  $M_t = M_m$ . Pri nazivnom iznosu momenta tereta strojem teče nazivna struja armature.

## DC motor – mehaničke karakteristike upravljanje naponom armature (1)

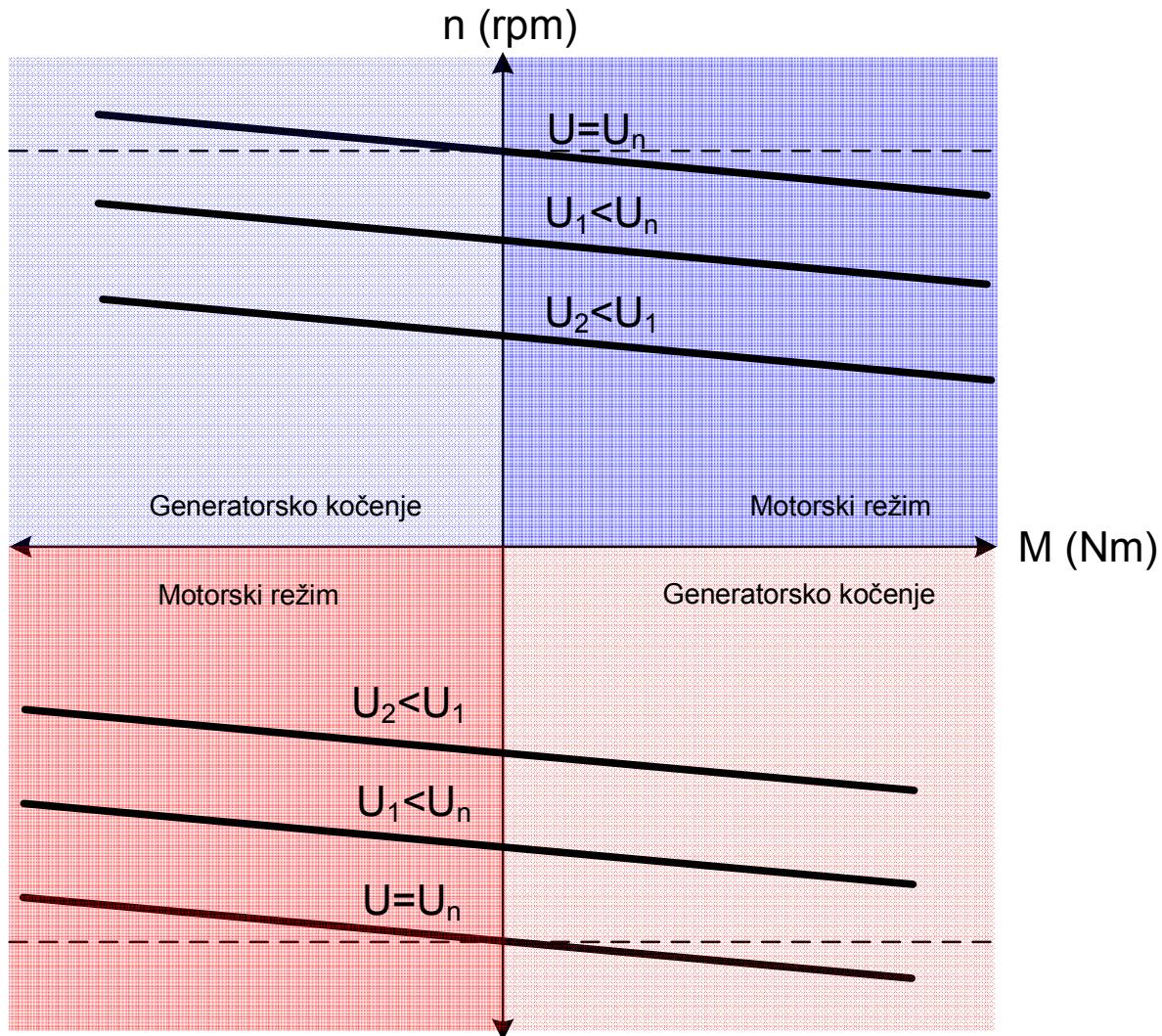
- JEDNOSTAVNOST upravljanja → uz konstantno opterećenje  
brzina vrtnje se mijenja približno PROPORCIONALNO s  
NAPONOM armature

$$\omega_m = \frac{u_a - i_a \cancel{R_a}}{k_1 \Phi} \approx k u_a \quad (36.a)$$

konst.

Promjena srednje vrijednosti napona se jednostavno postiže primjenom usmjerivača (AC/DC) i istosmjernih pretvarača (DC/DC)

## Mehaničke karakteristike-4Q pogon upravljanje naponom armature (2)



Mehaničke karakteristike istosmjernog stroja uz promjenu napona  
armature (4q pogon)

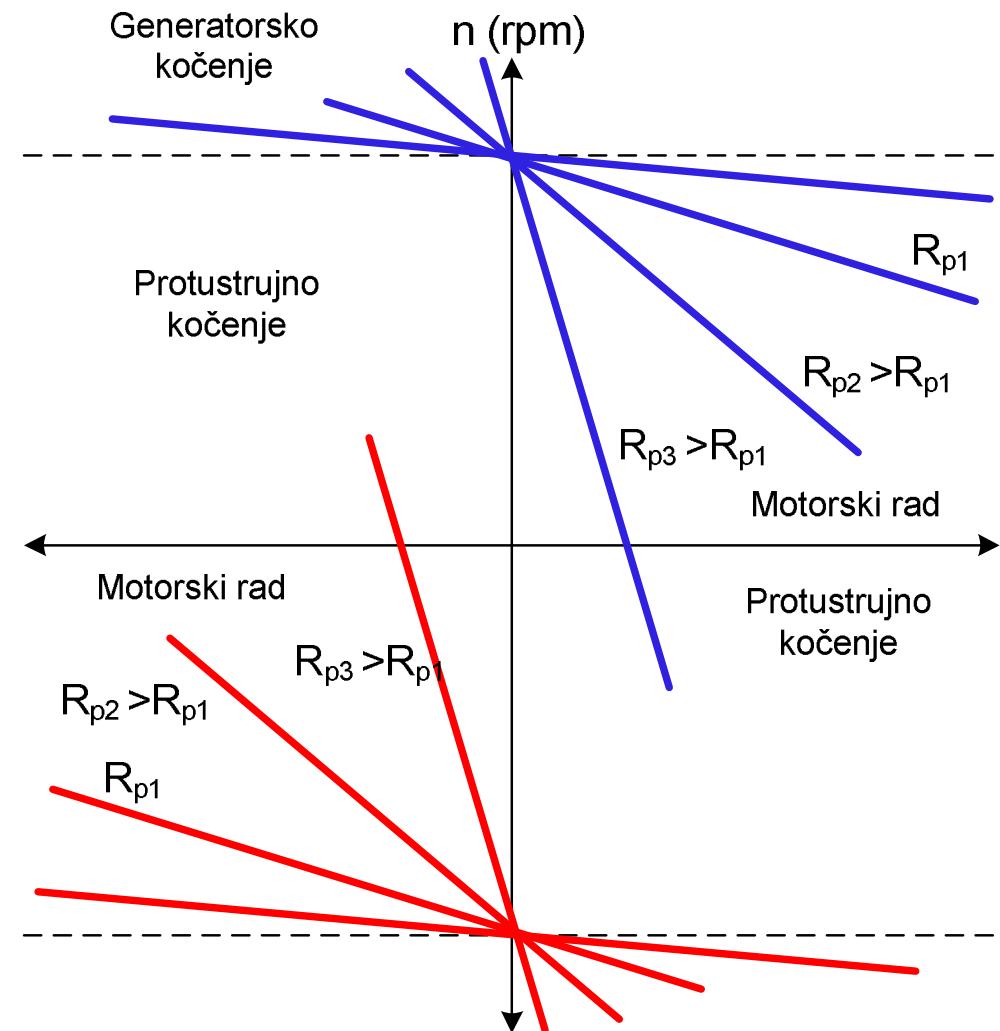
## Statičke karakteristike istosmjernog stroja upravljanog promjenom otpora u armaturnom krugu (**PROTUSTRUJNO KOČENJE**)

- Brzina vrtnje istosmjernog stroja se može mijenjati dodavanjem otpornika u krug armature (**protustrujno kočenje**)!.

$$\omega = \frac{U_a - I_a (R_a + R_p)}{c_e} \quad (41)$$

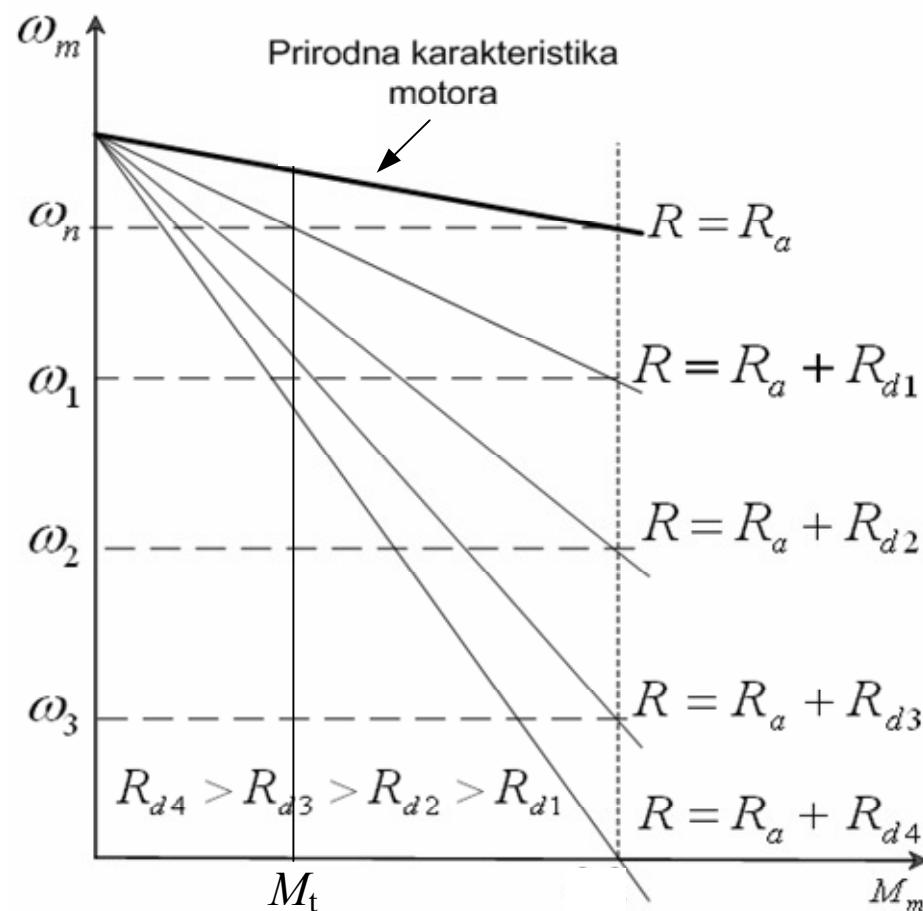
$R_a$  je otpor armature, a  $R_p$  (ili  $R_d$ ) je iznos otpora dodatnog otpornika.

Dodatni otpornik je vanjski otpornik koji se preko kolektora i četkica spaja u seriju s namotom armature (otpor  $R_a$ ). Dodavanje otpornika u krug armature energetski je neučinkovita metoda jer se na otporniku disipira snaga, što znatno umanjuje faktor iskorištenja cijelog pogona.



## DC motor – statičke karakteristike stroja upravljanog promjenom otpora u armaturi, PRIMJER POKRETAČA

- Dodavanjem armaturnom namotu otpor  $R_{d4} - R_{d1}$  motor se ubrzava od  $0 - \omega_1$
- Promjenom iznosa tog otpornika mijenja se nagib vanjske karakteristike.



- Rotorski otpornik u funkciji startera (pokretača)
- Za pokretanje se polazi od najvećeg dodatnog otpornika  $R_{d4}$  (brzina=0) do kratko spojenog dodatnog otpora,  $R_d=0$  (prirodna karakteristika)
- Veliki gubici u otpornicima, neekonomično

## DC motor – upravljanje uzbudnim poljem (3)

- Brzina vrtnje istosmjernog stroja može se mijenjati i **promjenom magnetskog toka**.
- Promjena brzine vrtnje istosmjernog nezavisnog uzbudjenog stroja promjenom iznosa magnetskog toka je metoda koja se **koristi u današnjim industrijskim pretvaračima** za istosmjerne strojeve.
- Ova metoda se najčešće koristi prilikom **povećanja brzine vrtnje iznad nazivnog iznosa**, što se postiže **smanjenjem** iznosa magnetskog polja (slabljenje polja).
- Nije uobičajeno koristiti ovu metodu upravljanja brzinom vrtnje za brzine do nazivnog iznosa. **Zašto!**
  - Povećanje iznosa **magnetskog toka iznad nazivnog iznosa** značilo bi zasićenje u magnetskom materijalu stroja što bi znatno povećavalo gubitke u stroju
  - Iz tog razloga su gotovo svi strojevi dimenzionirani na način da rade na samom rubu zasićenja (“koljeno” karakteristike magnetiziranja)

## DC motor – upravljanje uzbudnim poljem (3)

- Za analizu upravljanja brzinom vrtnje promjenom napona uzbude potrebno je linearizirati krivulju magnetiziranja u okolini radne točke.
- U okolini radne točke vrijedi da je

$$\Phi = k_{\Phi} \cdot i_u \quad \text{uz} \quad k_{\Phi} = \Delta\Phi / \Delta I_u \quad (37)$$

- Uz jednadžbe za inducirani napon i moment stroja

$$e = k_e \cdot \Phi \cdot \omega = k_e \cdot k_{\Phi} \cdot i_u \cdot \omega = k_{e\Phi} \cdot i_u \cdot \omega$$

$$m_m = k_m \cdot \Phi \cdot i_a = k_m \cdot k_{\Phi} \cdot i_u \cdot i_a = k_{m\Phi} \cdot i_u \cdot i_a$$

stroj se sada može opisati s tri jednadžbe:

$$u_a(t) = i_a(t) \cdot R_a + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + k_{e\Phi} \cdot i_u(t) \cdot \omega(t)$$

$$u_u(t) = i_u(t) \cdot R_u + L_u \frac{di_u(t)}{dt}$$

$$k_{m\Phi} \cdot i_u(t) \cdot i_a(t) = m_t(t) + J \frac{d\omega(t)}{dt}$$

## DC motor – upravljanje uzbudnim poljem (3)

$X_0 \rightarrow$  Stacionarno stanje veličine  $X$

Provodi se isti postupak kao i za izvod upravljanja **brzinom vrtnje s naponom armature**. U okolini oko neke radne točke vrijedi

$$u_a = u_a(t) = U_{an} = U_{a0}$$

$$i_a = i_a(t) = I_{a0} + \Delta i_a(t)$$

$$\omega_a = \omega_a(t) = \Omega_0 + \Delta \omega(t)$$

$$m_t = m_t(t) = M_{t0} + \Delta m_t(t)$$

$$m_m = m_m(t) = M_{m0} + \Delta m_m(t)$$

Stacionarna stanja moguće je izraziti na sljedeći način

$$E_{a0} = I_{a0}R_a + k_{e\Phi}I_{u0}\Omega_0$$

$$E_{u0} = I_{u0}R_u$$

$$M_{t0} = k_{m\Phi}I_{u0}I_{a0}$$

Kada se primjeni Laplaceova transformacija, dobije se prijenosna funkcija koja pokazuje **ovisnost brzine vrtnje stroja o naponu uzbude**

## DC motor – upravljanje uzbudnim poljem (3)

$$F(s) = \frac{\omega(s)}{e_u(s)} \Big|_{m_t(s)=0} = \frac{\frac{I_{a0}R_a - k_{e\Phi}I_{u0}\Omega_0}{R_u k_{e\Phi} I_{u0}^2} + s \frac{L_a I_{a0}}{R_u k_{e\Phi} I_{u0}^2}}{(1 + sT_u) \cdot (s^2 T_a T_{m0} + sT_{m0} + 1)} \quad (38)$$

$$T_u = \frac{L_u}{R_u}$$

vremenska konstanta uzbudnog kruga

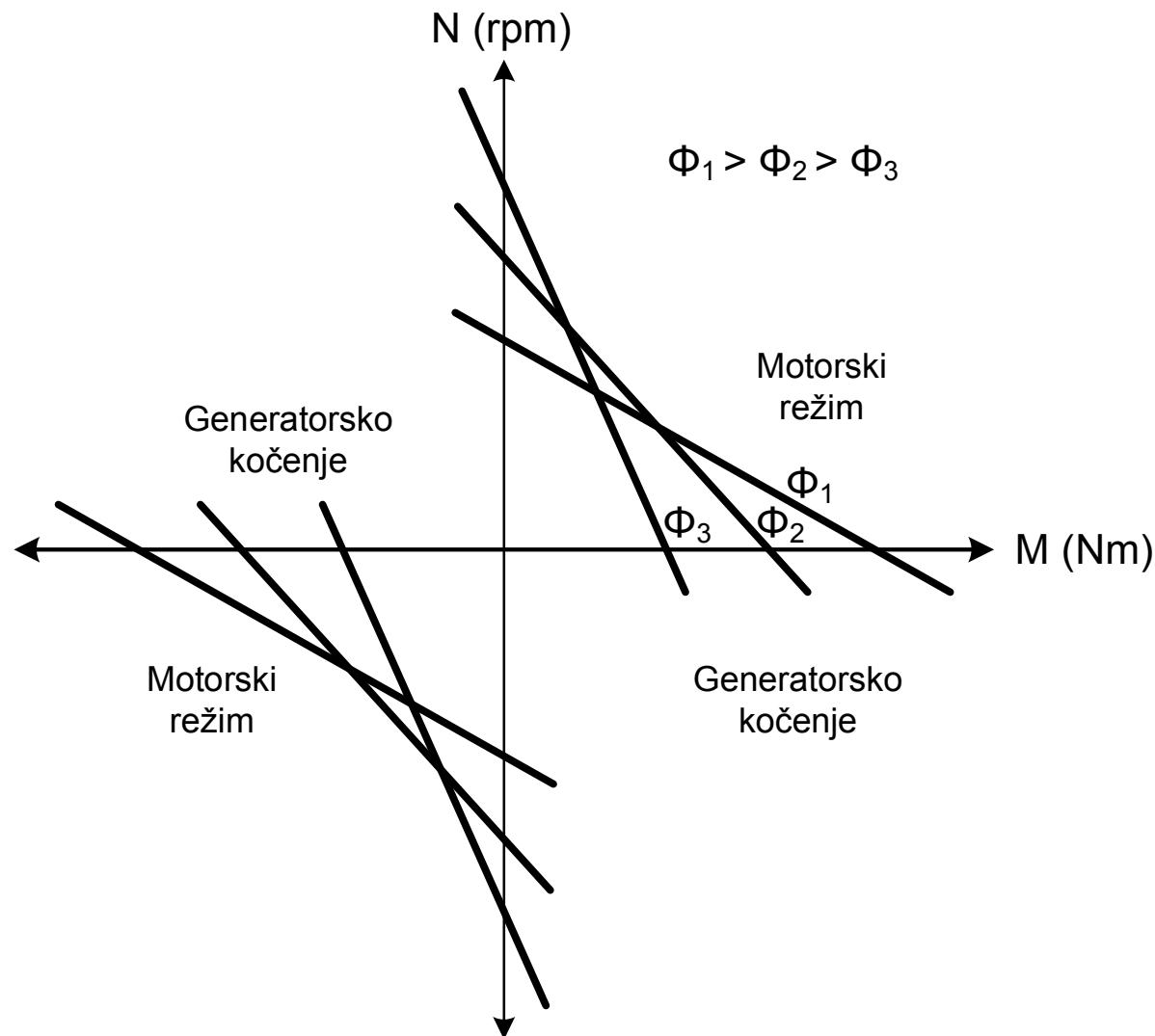
$$T_a = \frac{L_a}{R_a}$$

vremenska konstanta armaturnog kruga

$$T_{m0} = \frac{JR_a}{c_e c_m I_{u0}^2}$$

elektromehanička vremenska konstanta

## DC motor – upravljanje uzbudnim poljem (3)



Statičke karakteristike istosmjernog stroja upravljanog uzbudnim poljem

## DC motor – upravljanje uzbudnim poljem (3)

- Fizikalni opis **uzbudne vremenske konstante** je ekvivalentan opisu armaturne vremenske konstante, s razlikom da se radi o drugom električnom krugu.
- Ako se uspoređuju iznosi vremenskih konstanti uzbudnog i armaturnog kruga može se konstatirati da je  $T_u \gg T_a$
- Razlog tomu je što uzbudni namot ima **mnogo zavoja (vodiči manjeg presjeka)** što rezultira **većim induktivitetom** u odnosu na armaturni namot
- Činjenica da uzbudni krug ima znatno veću vremensku konstantu od armaturnog ima za posljedicu **znatno sporije odzive sustava koji se upravlja uzbudom** u odnosu na onaj koji se upravlja armaturnim naponom.
- Činjenica je da **se smanjenjem magnetskog toka** povećava brzina vrtnje. Slijedi da bi brzina vrtnje uz tok  $\Phi=0$  bila beskonačno velika. To je samo matematička interpretacija, fizikalno to znači da **stroj neće krenuti ukoliko stoji, a magnetski tok nije formiran.**

## DC motor – upravljanje uzbudnim poljem (3)

- Ako je neregulirani stroj u vrtnji, a magnetski tok padne na nulu, brzina vrtnje počinje rasti. Brzina može narasti do granica izdržljivosti mehanike stroja. Ovaj fenomen poznat je pod nazivom „pobjeg stroja“
- Upravljanje brzinom vrtnje promjenom uzbudnog polja primjenljivo je samo u slučajevima malih opterećenja,  $M_t \ll M_n$ .
- Uzrok tome je što se, uz smanjenje toka smanjuje moment motora. Pod pretpostavkom da se teret po iznosu ne mijenja, struja armature mora porasti da bi moment motora ostao nepromijenjen. VAŽNO!!!
- Ako struja pri tome poraste preko nazivnog iznosa, to stanje se ne smije zadržati trajno jer će doći do pregrijavanja stroja.
- Može se zaključiti da se polje mijenja u granicama  $\Phi_{min} < \Phi < \Phi_n$
- Sa smanjenjem uzbudnog toka smanjuje se i dozvoljeni moment s kojim se stroj može opteretiti i on iznosi

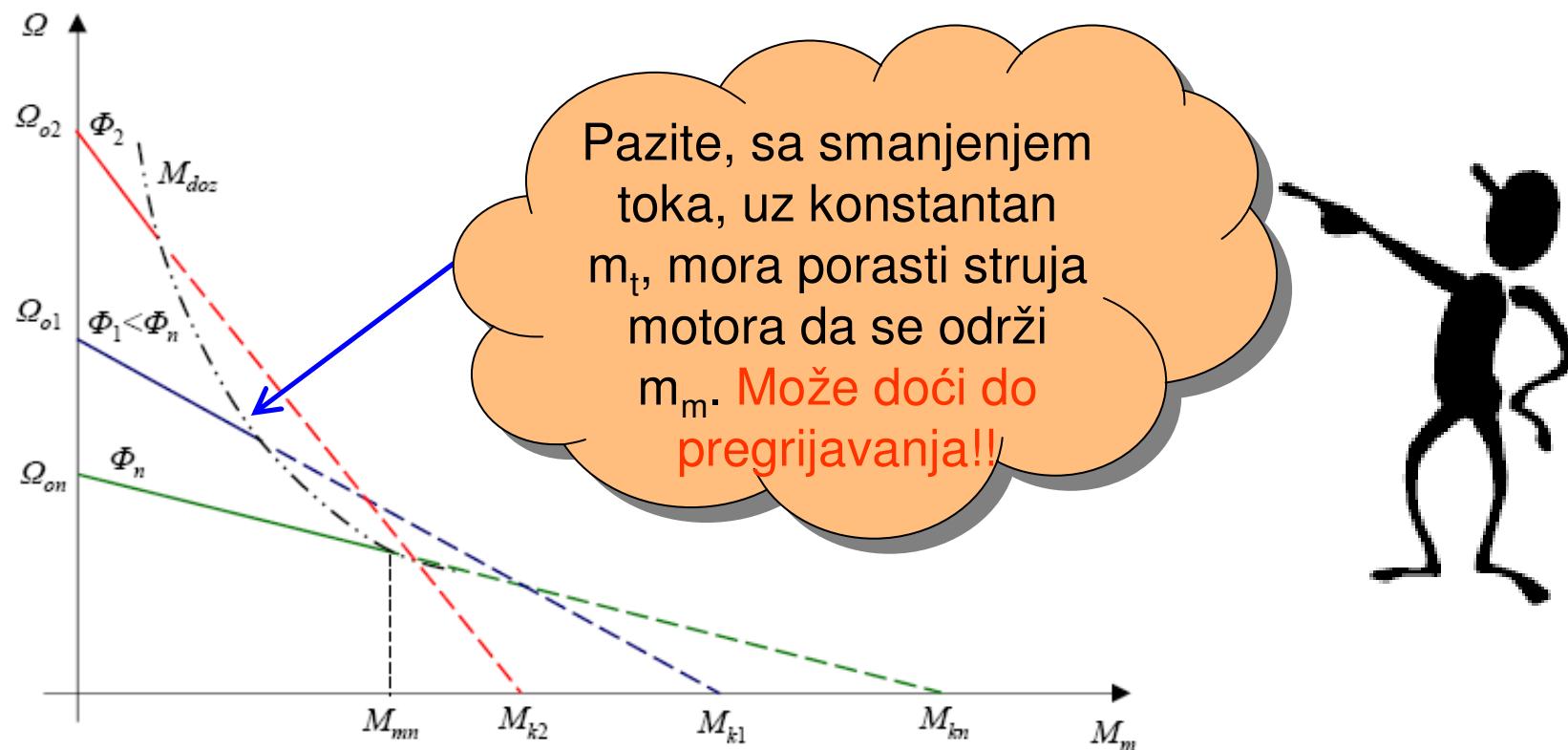
$$M_{doz} = k_m \cdot \Phi_{min} \cdot I_{an} \quad (39)$$

- Pri tome je dozvoljena snaga konstantna

$$P_{doz} = M_{doz} \cdot \Omega \quad (40)$$

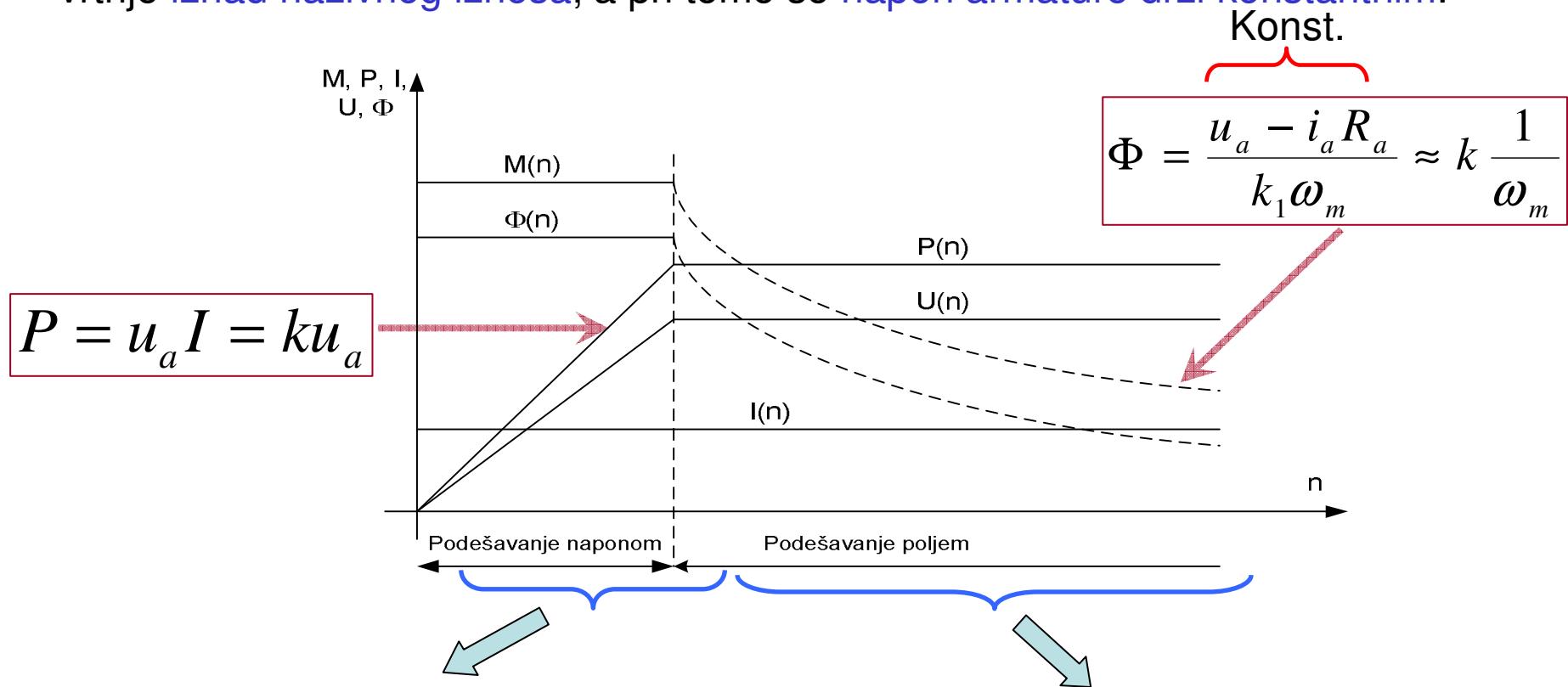
## DC motor – upravljanje uzbudnim poljem (3)

- Promjenom magnetskog toka mijenja se brzina praznog hoda i nagib pravca
- Upravljanje je moguće samo u području dozvoljenog momenta  $M_{doz}$ . Naime, s povećanjem brzine vrtnje, tj smanjenjem magnetskog toka, smanjuje se i moment stroja  $m_m$ , pa bi uz nepromijenjeno opterećenje rasla struja armature.
- Ako struja armature priđe nazivnu vrijednost, dolazi do dodatnog termičkog opterećenja stroja što se mora spriječiti parametrom  $M_{doz}$



# DC motor – staticke karakteristike stroja upravljanog naponom armature i uzbudnim poljem (kombinirano upravljanje)

- Promjena napona armature koristi se za upravljanje brzinom vrtnje do nazivnog iznosa, a uzbuda se pri tome drži konstantnom.
- Promjena magnetskog (uzbudnog) polja koristi se za upravljanje brzinom vrtnje iznad nazivnog iznosa, a pri tome se napon armature drži konstantnim.



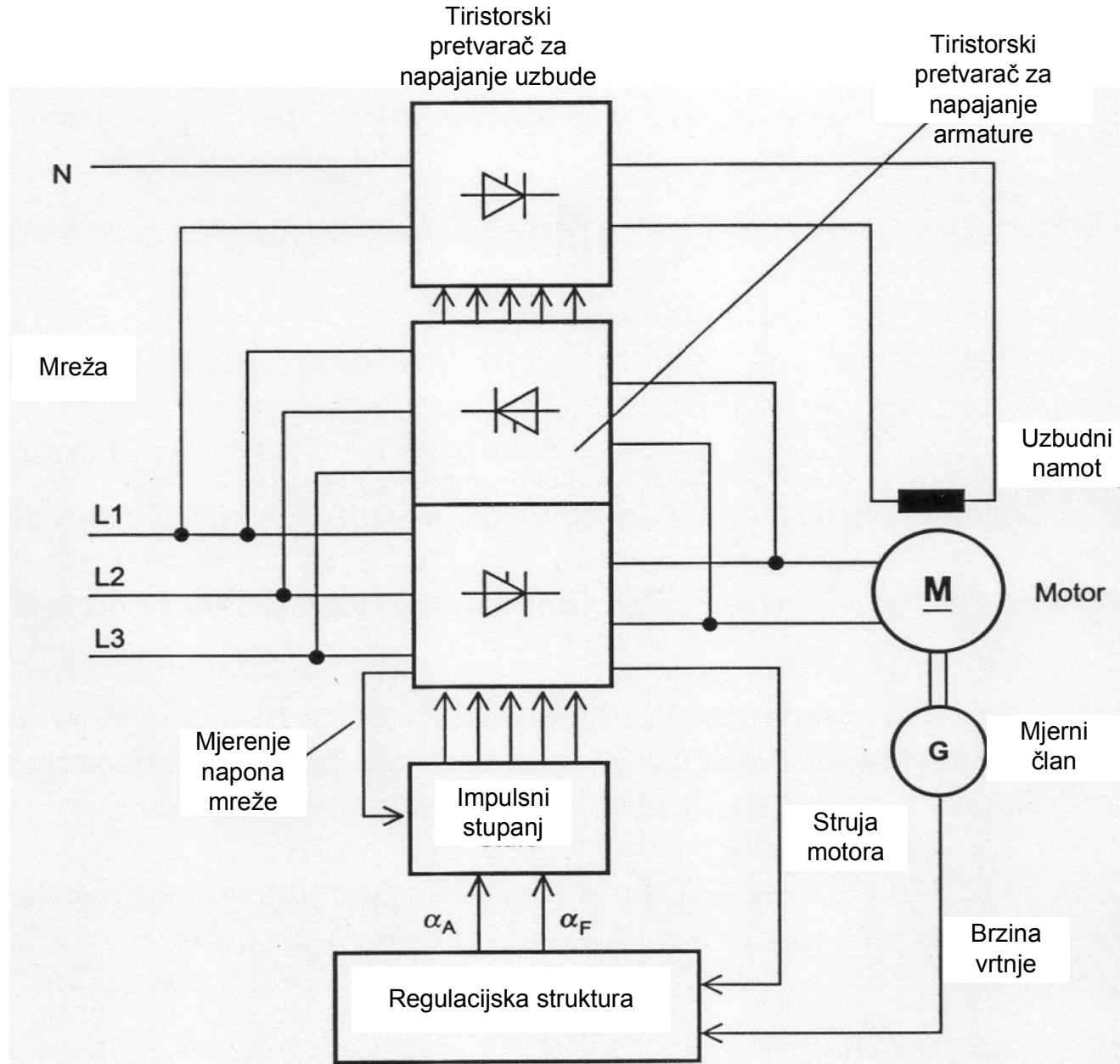
Područje **KONSTANTNOG MOMENTA**  
konstantan → UZBUDNI TOK  
mijenja se → NAPON armature

Područje **KONSTANTNE SNAGE**  
konstantan → NAPON  
mijenja se → UZBUDNI TOK

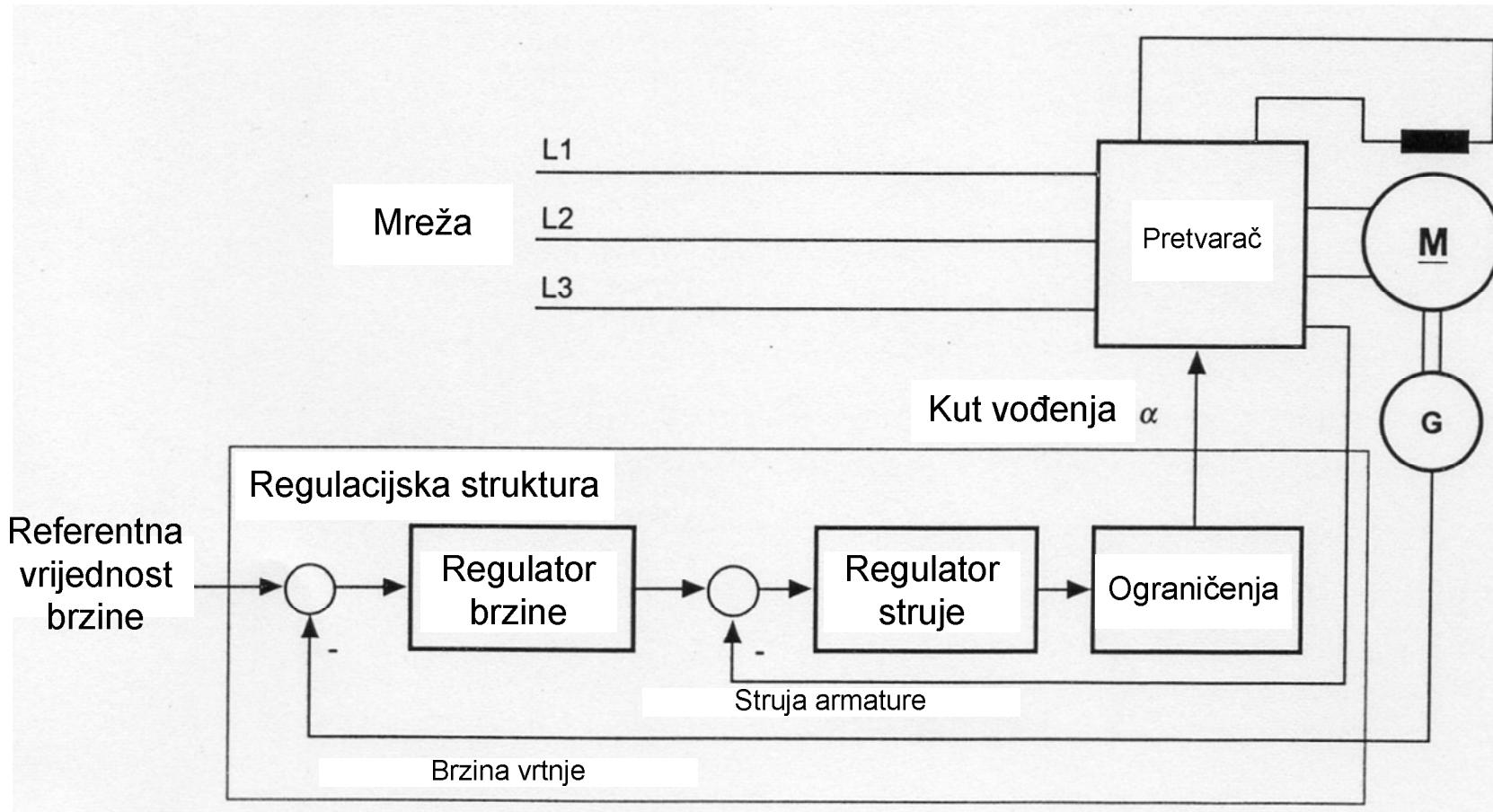
## DC motor – staticke karakteristike stroja upravljanog naponom armature i uzbudnim poljem (kombinirano upravljanje)

- Promjena smjera vrtnje nezavisno uzbudjenog istosmjernog stroja (u dalnjem tekstu *reverziranje*) moguća je
  - promjenom polariteta armaturnog napona uz zadržan polaritet napona uzbude
  - promjenom polariteta napona uzbude uz zadržan polaritet napona armature
- Reverziranje stroja **promjenom polariteta uzbudnog napona** se u praksi rijetko koristi. Razlog tome je mnogo veća vremenska konstanta uzbudnog kruga  $T_u$  u odnosu na vremensku konstantu armaturnog kruga  $T_a$ .
- U uzbudnom krugu je akumulirana **znatna količina magnetske energije**, što ovaj proces čini relativno **sporim** u odnosu na promjenu armaturnog napona
- Prilikom promjene polariteta uzbudnog napona dolazi do **velikih propada momenta stroja** koji mogu potrajati i **do 1 s za veće strojeve**, što je za neke radne mehanizme neprihvatljivo
- Zbog ovih razloga za reverziranje istosmjernih strojeva se koristi metoda promjene polariteta armaturnog napona

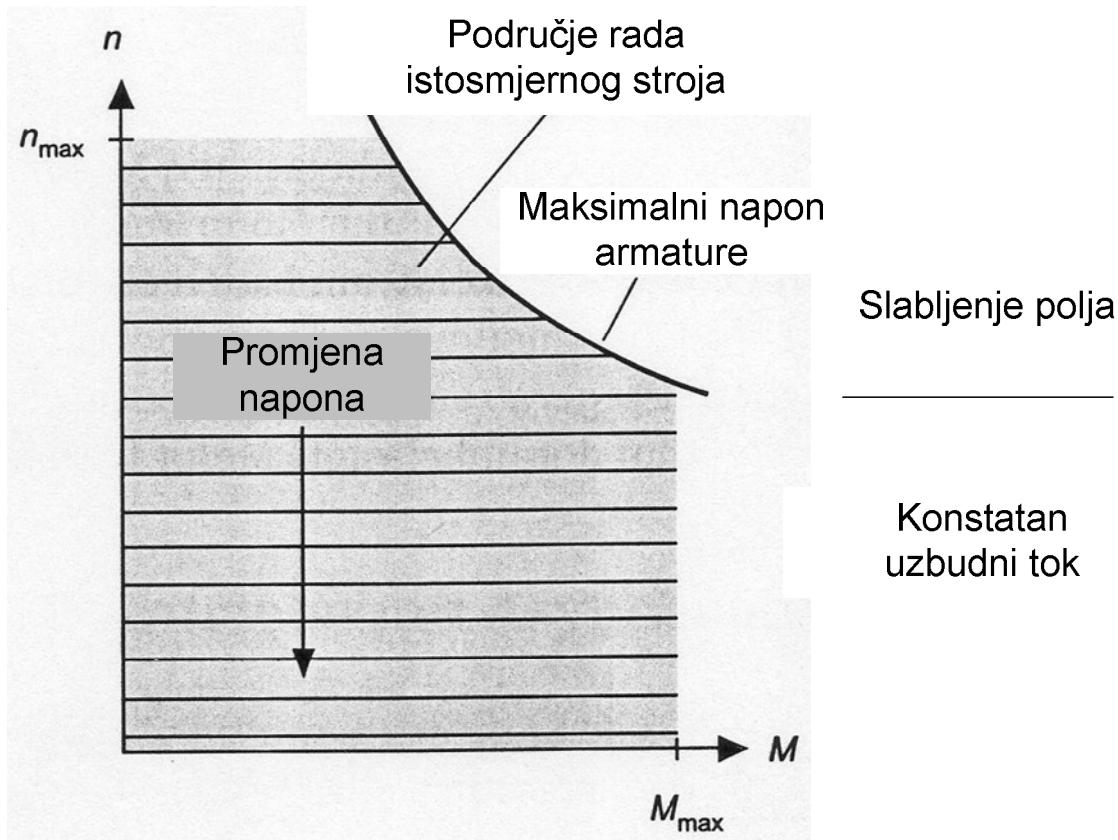
# Upravljanje istosmjernim strojem



# Upravljanje istosmjernim strojem – regulacijska struktura



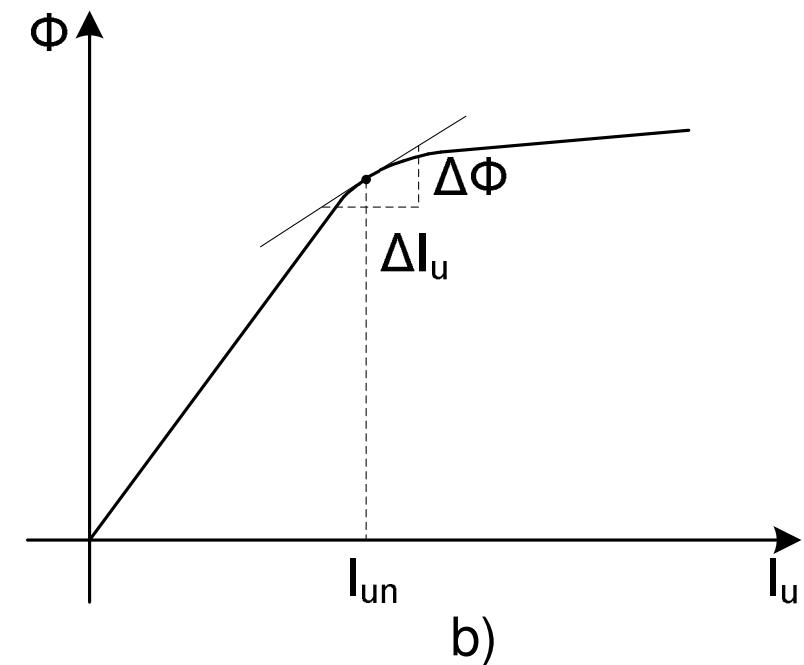
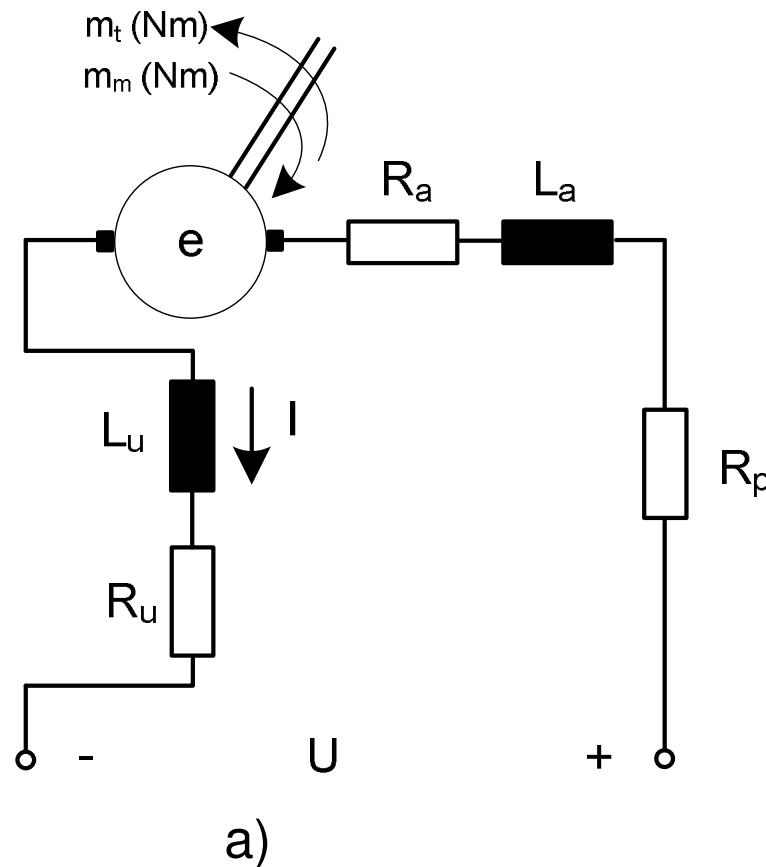
# Upravljanje istosmjernim strojem



## Dodatno

- Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom, Lit:[3], str 28-37
- Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom se razlikuju od nezavisno uzbuđenih **po konstrukciji i spoju uzbudnog kruga.**
- Kod ovih strojeva **uzbudni namot je spojen u seriju s armaturnim namotom i kompletan krug se napaja iz jednog izvora napajanja.**
- U prošlosti su ovi strojevi bili **nezamjenljivi kao motori u električnoj vuči zbog svojih prirodnih karakteristika** (veliki moment na malim brzinama)
- Motori su najčešće bili reda veličine 200 kW za gradsku laku željeznicu, te 1 MW za klasične željezničke lokomotive.
- Razvojem sklopova energetske elektronike (usmjerivači) ovi strojevi gube na važnosti jer se **iste vučne karakteristike mogu postići prikladnim upravljanjem nezavisno uzbuđenih strojeva.**
- Strojevi sa serijskom uzbudom zadržali su se u upotrebi u **pogonima male snage u širokoj potrošnji kao univerzalni motori** (kolektorski motori) koji se mogu napajati iz istosmjernih ili izmjeničnih izvora.

## Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom (2) matematički model



Nadomjesna električna shema istosmjernog stroja sa serijskom uzbudom a) i određivanje koeficijenta pojačanja  $k_\Phi$  struje uzbude b)

## Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom (3) matematički model

Jednadžbe koje opisuju istosmjerni stroj sa serijskom uzbudom su slijedeće:

$$(R_a + R_u) \cdot i + (L_a + L_u) \cdot \frac{di}{dt} + e = u$$

$$(R_a + R_u) = R$$

$$e = k_e \cdot \Phi \cdot n$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = m_m - m_t$$

$$m_m = k_m \cdot \Phi \cdot i$$

$$\Phi = f(i)$$

U ustaljenom stanju za brzinu vrtnje vrijedi

$$n = \frac{U - I \cdot R}{k_e \Phi} \quad (42)$$

U ustaljenom stanju za moment stroja vrijedi

$$M_m = k_m \cdot \Phi \cdot I = k_m \cdot k_\Phi \cdot I^2 \quad (43)$$

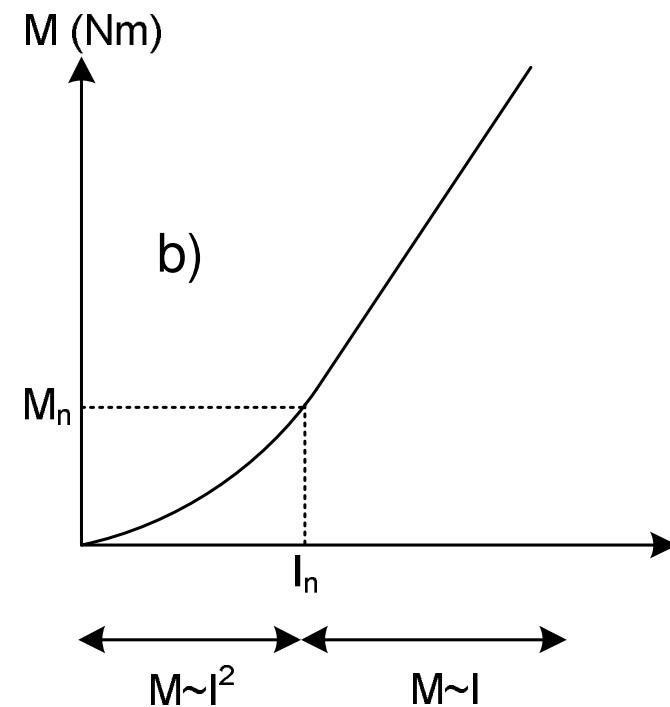
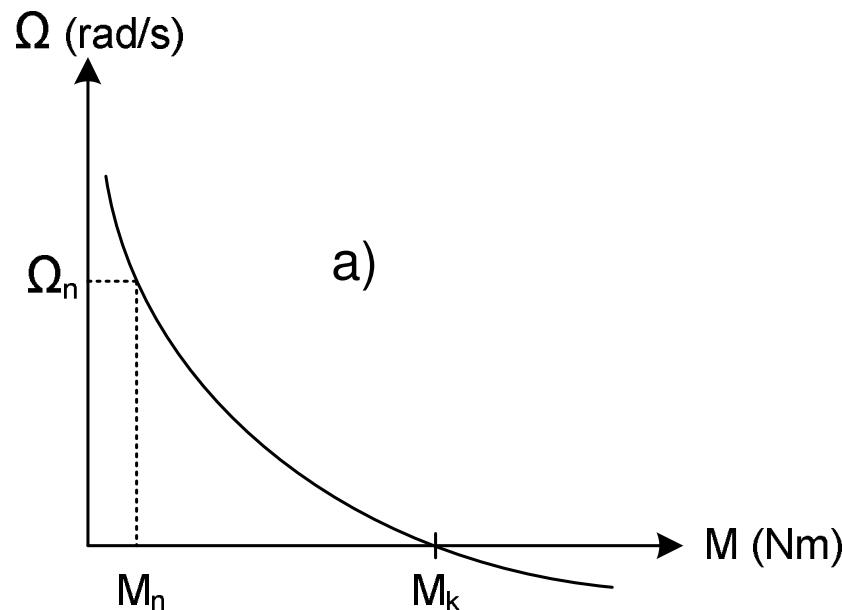
## Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom (4) matematički model

Iz izraza (42) i (43) za brzinu vrtnje u ustaljenom stanju vrijedi:

$$n = \frac{U - I \cdot R}{k_e \cdot \Phi} = \frac{U}{k_e \cdot \sqrt{\frac{k_\Phi \cdot M_m}{k_m}}} - \frac{R}{k_e \cdot k_\Phi} \quad (44)$$

- Na svakom dijelu karakteristike magnetiziranja koeficijent  $k_\Phi$  je drugog iznosa. S povećanjem struje magnetiziranja iznos koeficijenta se smanjuje.
- Stroj sa serijskom uzbudom može razviti veliki moment pri malim brzinama vrtnje, što ga čini pogodnim odabirom za primjene kao što su vučni pogoni.
- U nezasićenom dijelu karakteristike magnetiziranja moment stroja se mijenja proporcionalno kvadratu struje, prema izrazu (43)
- U zasićenom i visokozasićenom dijelu karakteristike magnetiziranja magnetski tok se mijenja proporcionalno sa strujom, ali sa znatno manjim  $k_\Phi$ . Tok je praktički konstantan pa se moment mijenja proporcionalno sa strujom.

## Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom (5) mehaničke karakteristike



Mehanička a) i elektromehanička b) karakteristika istosmjernog stroja sa serijskom uzbudom

- Kod manjih opterećenja momentna je karakteristika hiperbola, a kod većih (zasićenje) prelazi u pravac jer tok  $\Phi$  postaje konstantan. Ta je karakteristika oblikom slična onoj kod nezavisno uzbuđenog motora.

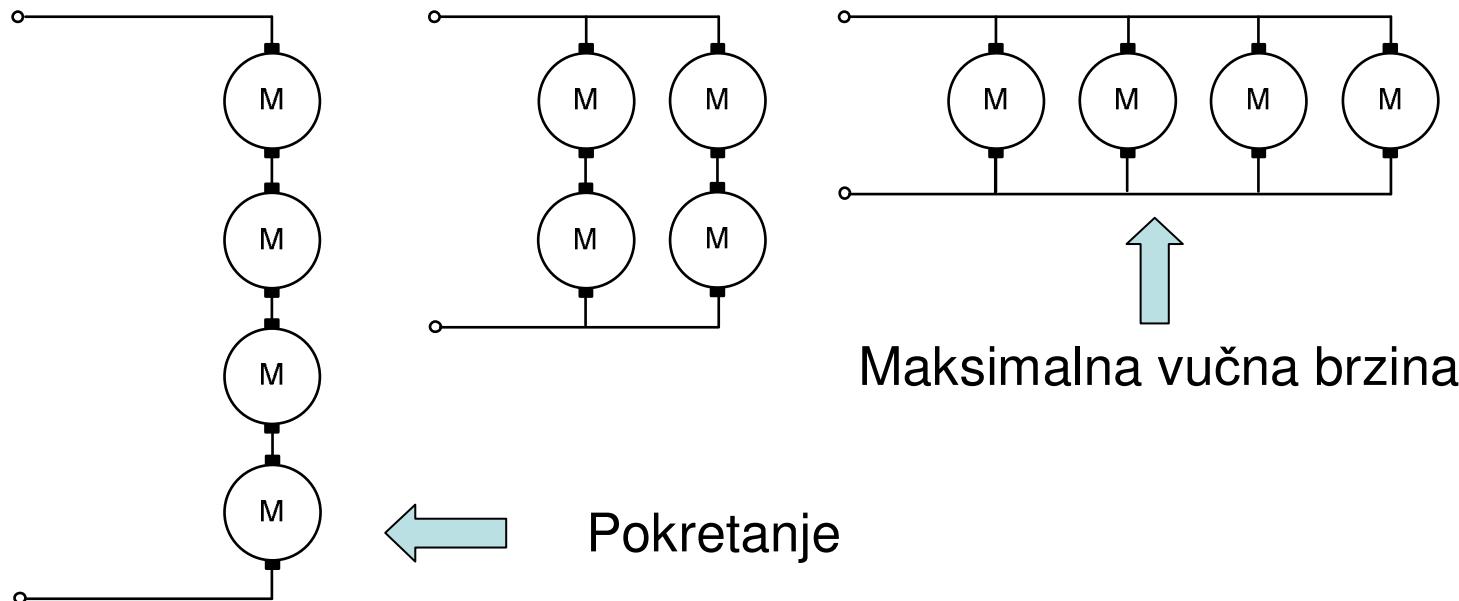
## Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom (6)

### upravljanje brzinom vrtnje

- Brzina vrtnje istosmjernog serijskog stroja može se mijenjati
  - Promjenom napona izvora napajanja (najinteresantnije!!!)
  - Dodavanjem predotpore u strujni krug
  - Šentiranjem uzbudnog namota (smanjenje uzbude, slabljenje polja)
  - Šentiranjem armaturnog namota
- Napon napajanja moguće je mijenjati i primjenom električnih energetskih pretvarača, što se danas uglavnom i radi

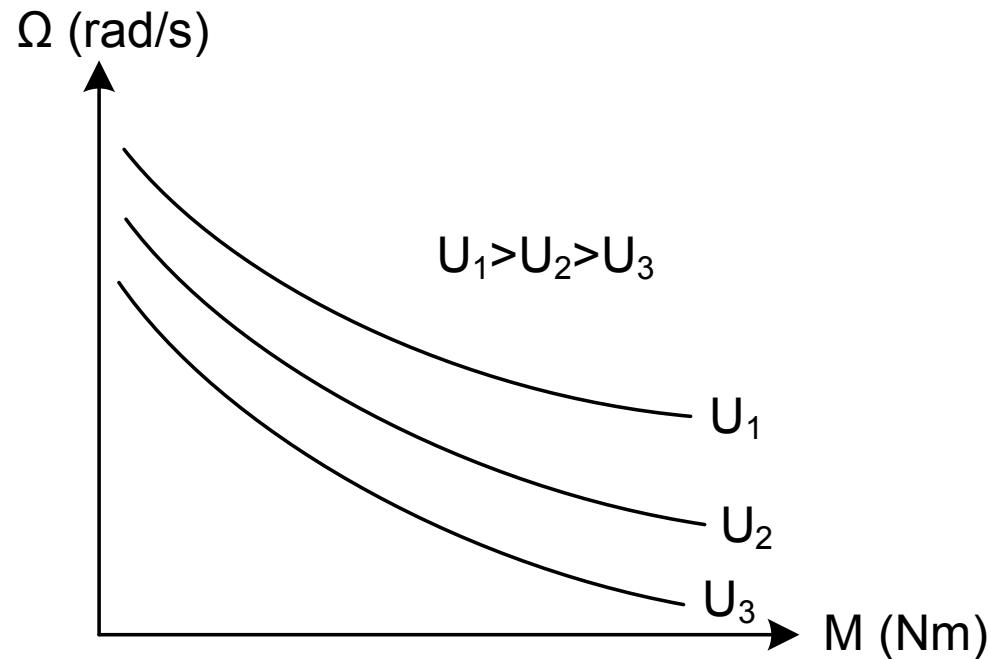
## Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom (7) upravljanje brzinom vrtnje

- **Promjena napona napajanja** moguća je prespajanjem više motora, što je tipičan primjer u električnoj vuči , [1]-[3]



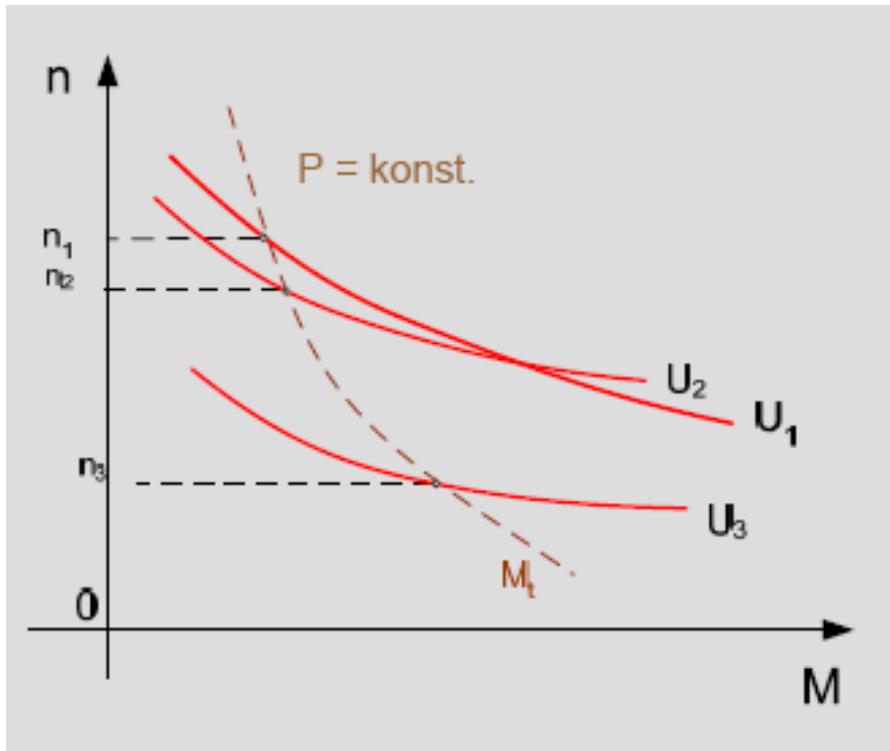
- Kod **pokretanja lokomotive** svi motori se spoje u seriju, a kod **većih  
brzina** motori se prespajaju u paralelu (veći napon napajanja)
- U primjenama gdje se ne koriste višemotorni pogoni, promjena napona se mora osigurati učinskim pretvaračima

## Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom (8) upravljanje brzinom vrtnje



Karakteristike stroja sa serijskom uzbudom za različite iznose napona na stezaljkama stroja

## Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom (9) upravljanje brzinom vrtnje



- Upravljanje promjenom srednje vrijednosti napona na armaturi
- Jednostavno za upravljanje s učinskim pretvaračem (usmjerivačem) iz izmjenične mreže ili istosmjernim pretvaračem iz istosmjerne mreže

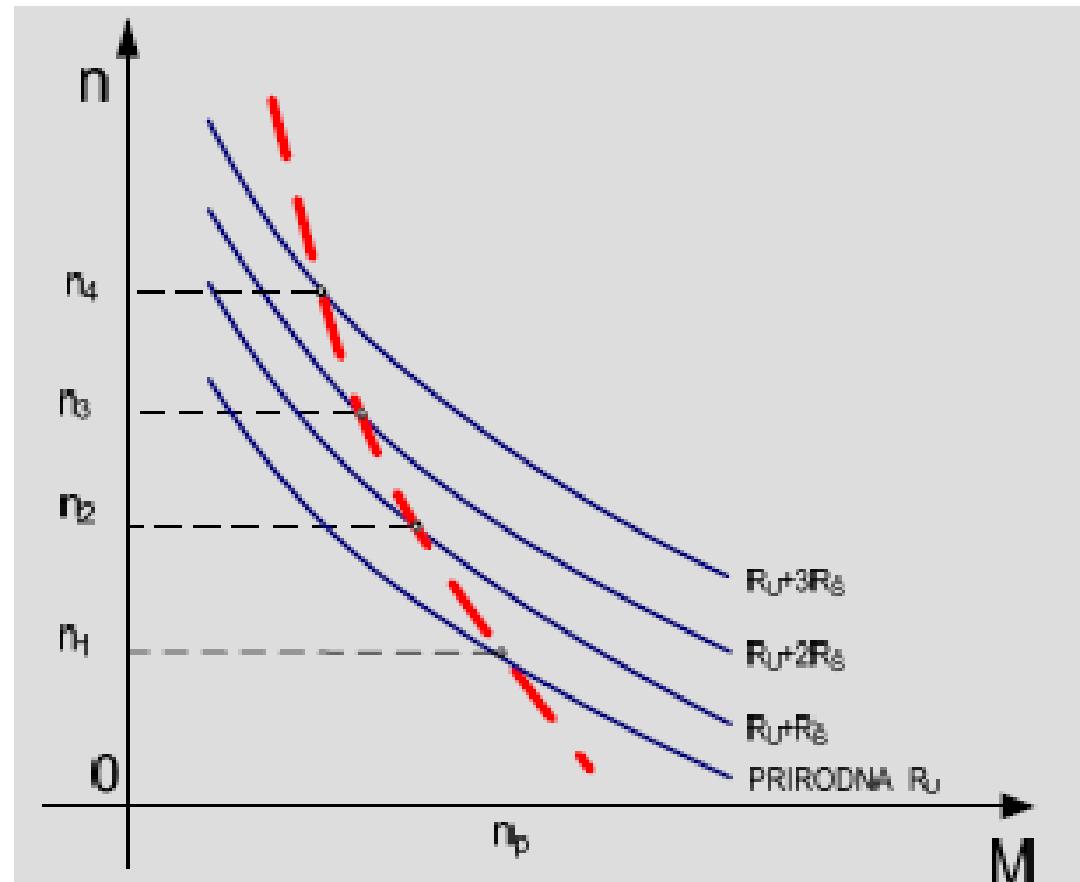
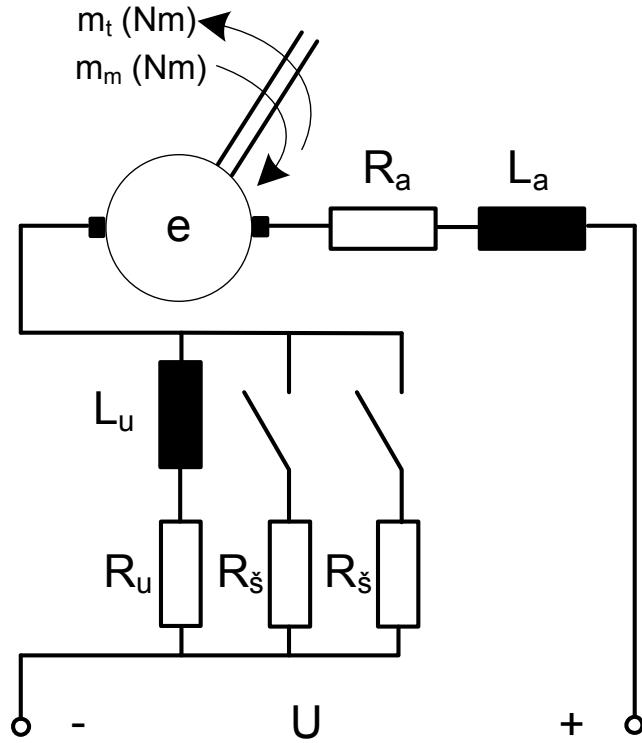
Karakteristike stroja sa serijskom uzbudom za različite iznose napona na **stezaljkama stroja**, opterećenog **radnim mehanizmom konstantne snage**, [1]

Navedite primjer radnog mehanizma koji opterećuje pogonski stroj konstantnom snagom !!

# Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom (10)

## upravljanje brzinom vrtnje

- **Promjena uzbudnog toka** moguća je dodavanjem otpora paralelno uzbudnom namotu (tzv. šentiranje). **Karakteristično za područje vuče!**



Šentiranje uzbude istosmjernog stroja sa serijskom uzbudom, shema i karakteristike, [1]

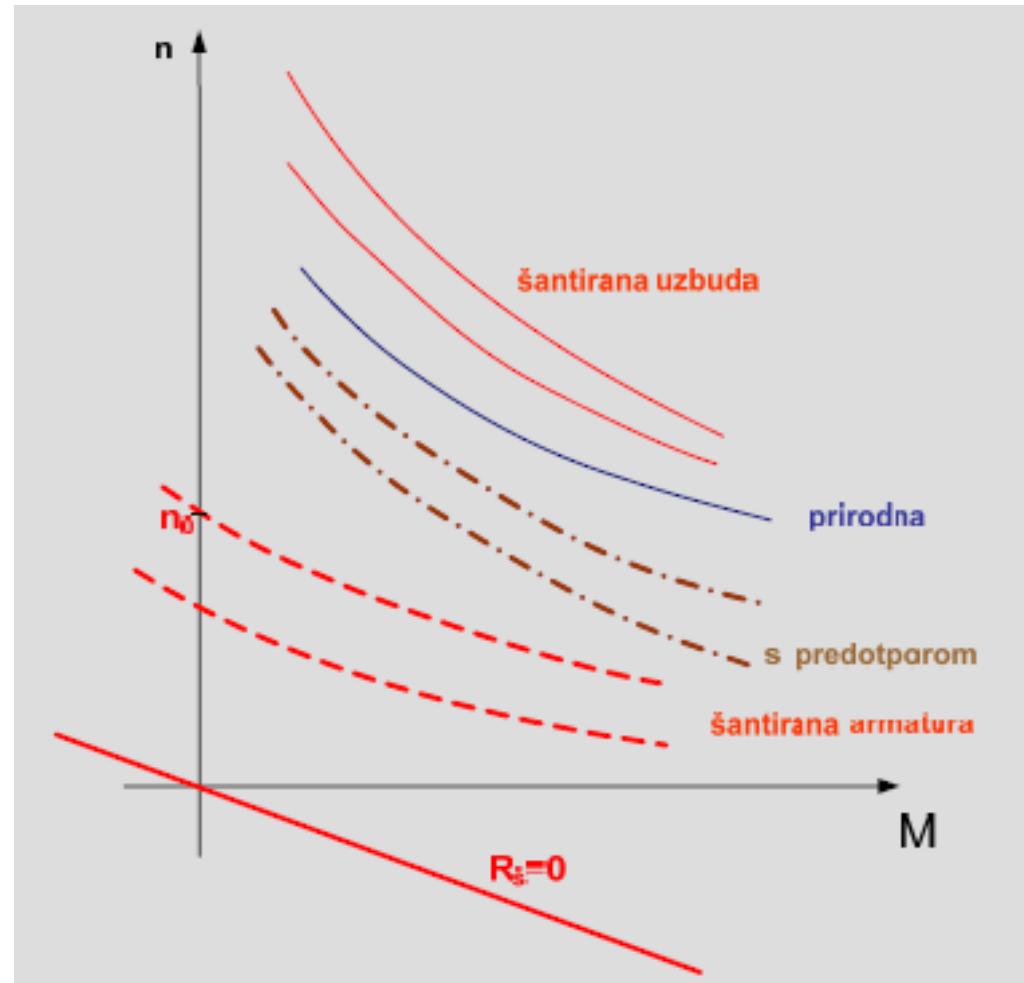
## Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom (11)

### upravljanje brzinom vrtnje

- Dodavanjem otpora u paralelu s uzbudnim namotom **smanjuje se iznos struje koja prolazi uzbudnim krugom čime se postiže efekt smanjenja magnetskog polja u stroja.**
- **Smanjenjem magnetskog polja povećava se brzina vrtnje** stroja (za isti moment tereta), kao što je bio slučaj i kod nezavisno uzbuđenog stroja.
- Dodavanje otpora je **jednostavan način upravljanja brzinom vrtnje**, ali istovremeno je i **energetski neučinkovit !!!**

# Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom (12)

## upravljanje brzinom vrtnje



Mehaničke karakteristike istosmjernog stroja sa serijskom uzbudom, postignute dodavanjem otpornika, [1]

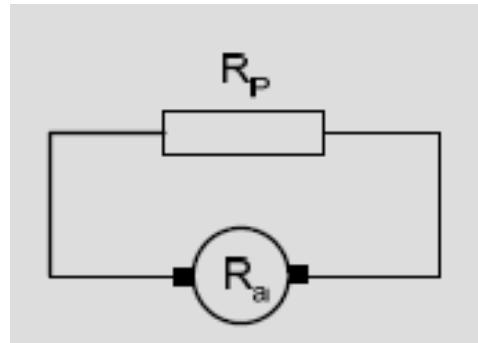
## Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom (13)

### kočna stanja

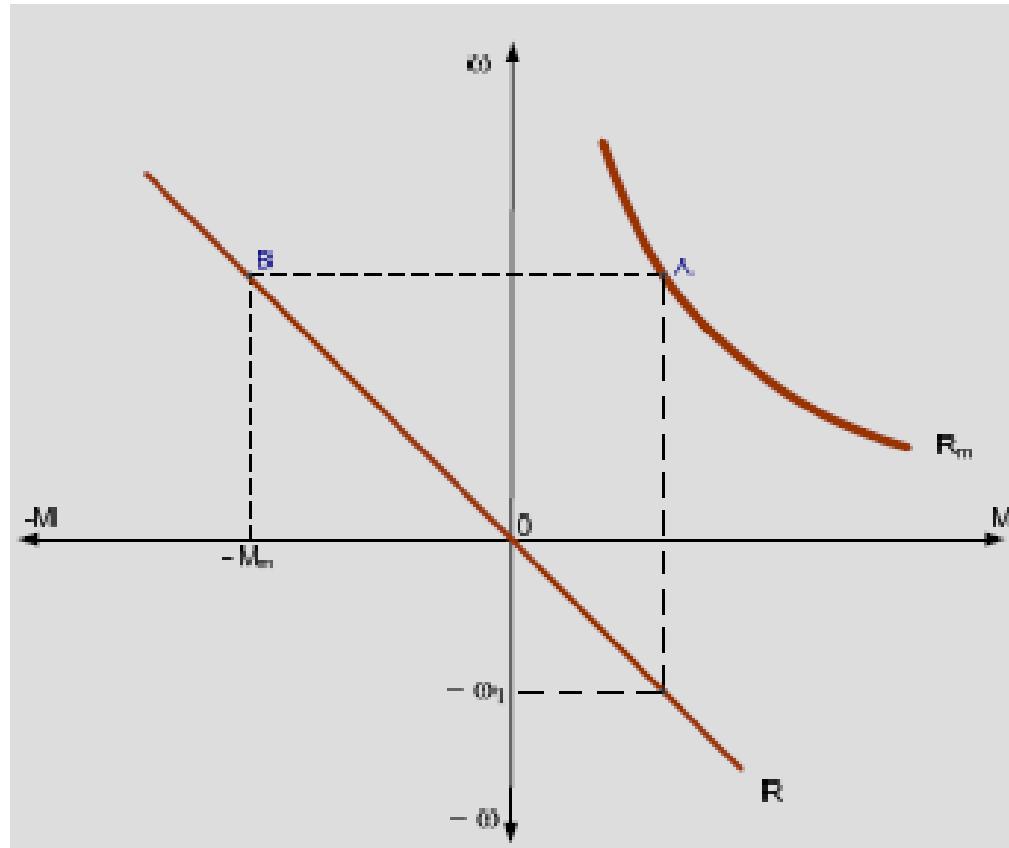
- Kod istosmjernog stroja sa serijskom uzbudom, **nije moguće generatorsko kočenje**, brzina ne može biti veća od brzine praznog hoda – (tzv. *pobjeg stroja*)
- Moguća vrsta kočenja su:
  - **elektrodinamičko kočenje** (na otpore), samouzbudnim kočnim spojem ili nezavisnom uzbudom)
  - **protustrujno kočenje**
- Na slici (prethodni slajd, karakteristika označena sa “ $R_s$ ”) prikazuje elektrodinamičko kočenje.

# Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom (14)

## kočna stanja-elektrodinamičko kočenje

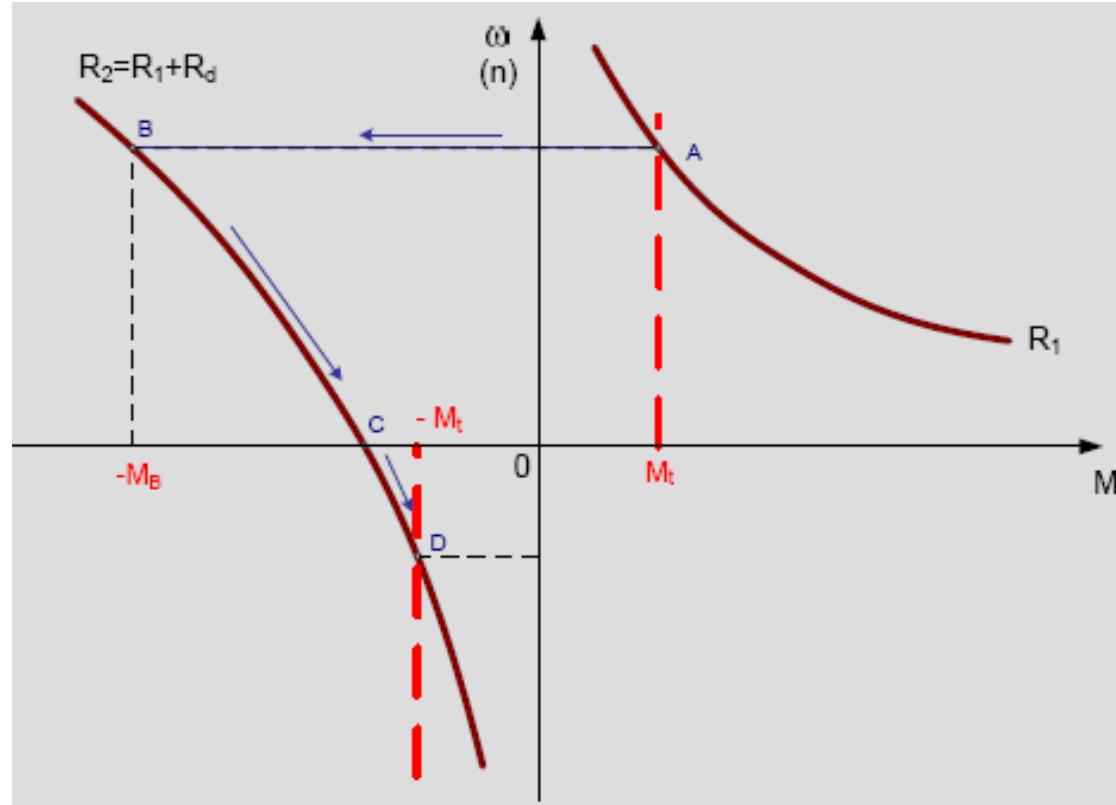


Načelo  
elektrodinamičkog  
kočenja, [1]



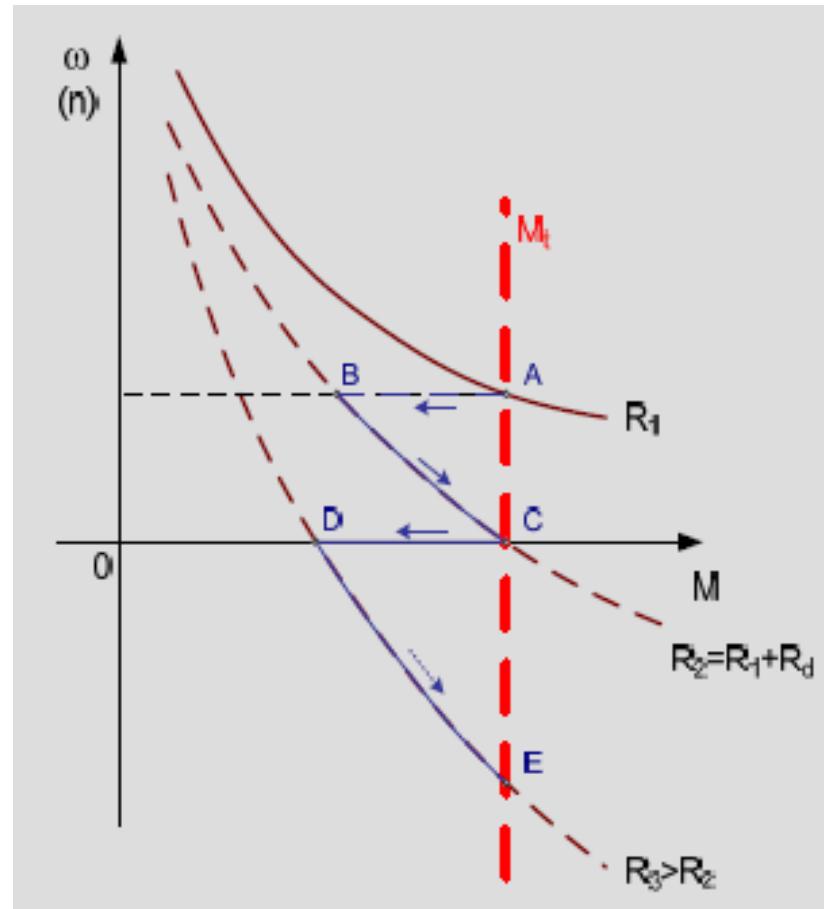
Samouzбудни коčni spoj za elektrodinamičko kočenje (lijevo) i  
karakteristika kočenja (desno), [1]

## Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom (15) kočna stanja-protustrujno kočenje



Protustrujno kočenje stroja sa serijskom uzbudom uz reaktivni moment tereta, [1]. Objasnite kako se postiže kočenje te koje su faze kočenja !

## Istosmjerni strojevi sa serijskom uzbudom (15) kočna stanja- kočenje uz predotpore



Kočenje stroja sa serijskom uzbudom dodavanjem predotpora.  
Objasnite kako se postiže kočenja i faze kočenja !

# LITERATURA

1. D. Ban, *Elektromotorni pogoni sa serijski uzbudjenim motorom*, Predavanja UMP, 2007/08, FER-ZESA, Zagreb
2. W. Leonhard, *Control of electrical drives*, Springer, 1996.
3. B. Jurković, *Elektromotorni pogoni*, Školska knjiga, Zagreb, 1984.

# **Upravljanje elektromotornim pogonima**

## **UEP**

Prof.dr.sc. Fetah Kolonić  
doc.dr.sc. Damir Sumina

Predavanje 04 – Upravljanje elektromotornim  
pogonima s asinkronim strojem

Zagreb, ak. god. 2011/2012

# SADRŽAJ

- Skalarni matematički model, nadomjesna shema, vektorski dijagram
- Bilanca snage za motorski i generatorski način rada
- Upravljanje brzinom vrtnje pomoću frekvencijskih pretvarača, izravni (ciklokonverteri) i neizravni pretvarači
- Modulacijske (skalarne) tehnike; (pravokutna, usporedbom nosećeg i modulacijskog signala, regulacijom statorske struje (histerezni regulator)
- Skalarna  $U/f=\text{konst.}$  upravljačka struktura, upravljanje u otvorenoj i zatvorenoj petlji

# Uvodne napomene

- Osnovna svojstva izmjeničnog stroja detaljno su proučena u okviru temeljnog kolegija na modulu Automatika, “Elektromehanički sustavi” i izbornog predmeta “Praktikum upravljanja električnim strojevima”
- Pretpostavlja se da je osnovna fizikalna slika rada asinkronog stroja jasna, a za podsjetnik se preporuča predavanje “Pred\_ELESUS\_2010/2011”.
- Osnova modela asinkronog stroja zasnovana je **simetričnom okretnom polju**. Ono nastaje kao rezultat protjecanja struje kroz namote statora i namote rotora
- Pretpostavlja da su **namoti simetrično raspoređeni po obodu statora stroja pod kutom od  $120^\circ$**  (električki) i da se napajaju iz trofaznog sustava napona sa **simetričnim strujama fazno pomaknutim za  $120^\circ\text{el}$** .
- U tom slučaju se može pokazati da postoji **jedinstveno** okretno protjecanje u zračnom rasporu koje je **rezultat djelovanja pulsirajućih protjecanja svakog namota pojedinačno**.
- Okretno protjecanje statora stvara u zračnom rasporu magnetski tok  $\Phi$ .

# Brzina, tok, inducirani napon

- Brzina okretnog polja (toka) je definirana izrazom

$$n_s = \frac{60 \cdot f_1}{p} = \frac{30 \cdot \omega_1}{\pi \cdot p} \quad (1)$$

- Ako se uzme u obzir samo **osnovni harmonik magnetskog toka**, magnetski tok u zračnom rasporu moguće je opisati izrazom

$$\Phi = \Phi_m \cdot \cos(\omega_1 t) \quad (2)$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1 \quad (3)$$

- Inducirani se napon računa kao umnožak algebarskog zbroja napona serijski spojenih svitaka,  $N_1(d\Phi/dt)$  i namotnog faktora  $f_{n1}$

$$e_1 = -N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \cdot f_{n1} \rightarrow e_1 = -N_1 \cdot f_{n1} \cdot \omega_1 \cdot \Phi_m \cdot \sin(\omega_1 t) \quad (4)$$

- **Efektivna vrijednost napona** induciriranog u namotu statora iznosi

$$E_1 = \frac{N_1 \cdot f_{n1}}{\sqrt{2}} \cdot \omega_1 \cdot \Phi_m \quad (5)$$

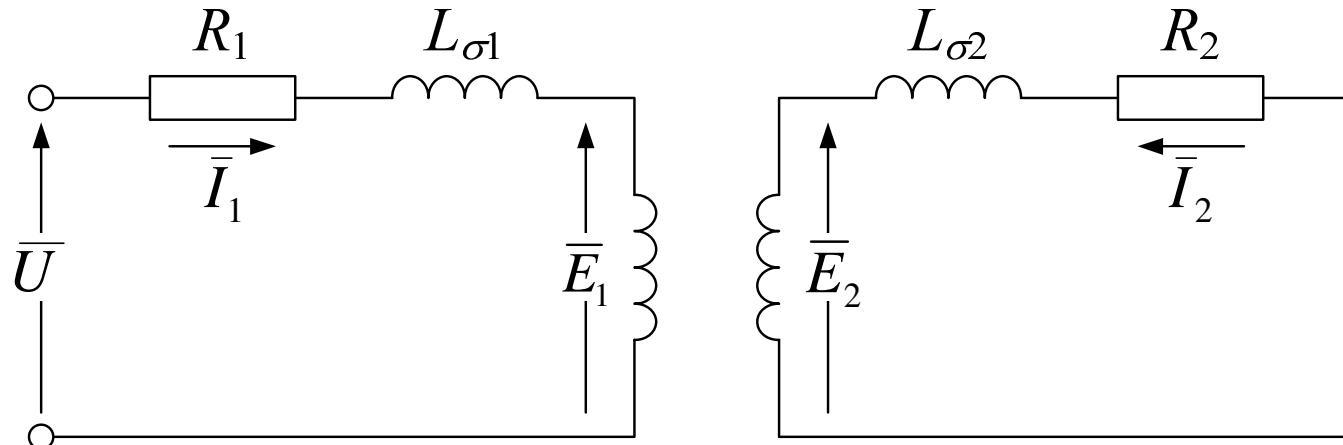
# Nadomjesna shema

- Gledano sa strane rotora, kružna frekvencija magnetskog toka u zračnom rasporu iznosi  $\omega_2 = s \omega_1$ , pa efektivna vrijednost napona induciranih u namotu rotora i klizanje s iznose

$$E_2 = \frac{N_2 \cdot f_{n2}}{\sqrt{2}} \cdot s \cdot \omega_1 \cdot \Phi_m ; \quad (6)$$

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s} ; \quad n_m = n_2 = n \quad (7)$$

- Nadomjesna shema jedne faze asinkronog motora prikazana je na slici pri čemu su su  $R_1$  i  $L_{\sigma 1}$  otpor i rasipni induktivitet namota statora,  $R_2$  i  $L_{\sigma 2}$  otpor i rasipni induktivitet namota rotora,  $E_1$  i  $E_2$  inducirani naponi u namotu statora i rotora,  $I_1$  i  $I_2$  struje statora i rotora, a  $U$  napon napajanja namota statora.



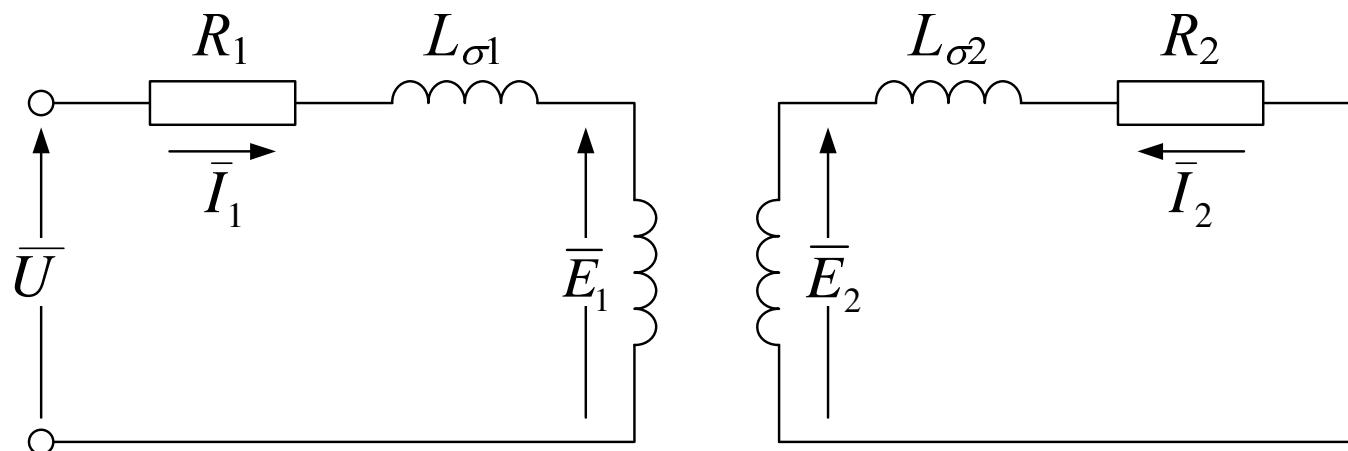
Sl.1.

## Nadomjesna shema

- Prema prethodnoj nadomjesnoj shemi na sl.1. može se zaključiti da je razlika napona između priključnih stezaljki  $\bar{U}$  i induciranog napona  $\bar{E}$  jednaka padu napona na statorskom otpisu  $R_1$  i rasipnom induktivitetu statora  $L_{\sigma 1}$ , koji simbolizira dio rasipnog toka koji nije ulančen statorskim namotom.
- Za sekundarni krug vrijedi da je

$$\bar{E}_2 = R_2 \cdot \bar{I}_2 + j \cdot s \cdot \omega_1 \cdot L_{\sigma 2} \cdot \bar{I}_2 \quad (8)$$

$$X_{\sigma 2} = j \cdot s \cdot \omega_1 \cdot L_{\sigma 2} \quad (9)$$



Sl.1. Nadomjesna shema jedne faze asinkronog motora; razdvojeni parametri

## Nadomjesna shema

- Uobičajeno je sve veličine rotora preračunati na broj zavoja statora, pa je fazor napona induciranih u namotu rotora s parametrima preračunatim na stranu statora definiran s

$$\overline{E}'_2 = R'_2 \cdot \overline{I}'_2 + j \cdot s \cdot \omega_1 \cdot L'_{\sigma 2} \cdot \overline{I}'_2 \quad (10)$$

$$\overline{I}'_2 = \overline{I}_2 \cdot \frac{N_2 \cdot f_{n2}}{N_1 \cdot f_{n1}}$$

$$L'_{\sigma 2} = L_{\sigma 2} \cdot \left( \frac{N_1 \cdot f_{n1}}{N_2 \cdot f_{n2}} \right)^2$$

$$\overline{E}'_2 = \overline{E}_2 \cdot \frac{N_1 \cdot f_{n1}}{N_2 \cdot f_{n2}}$$

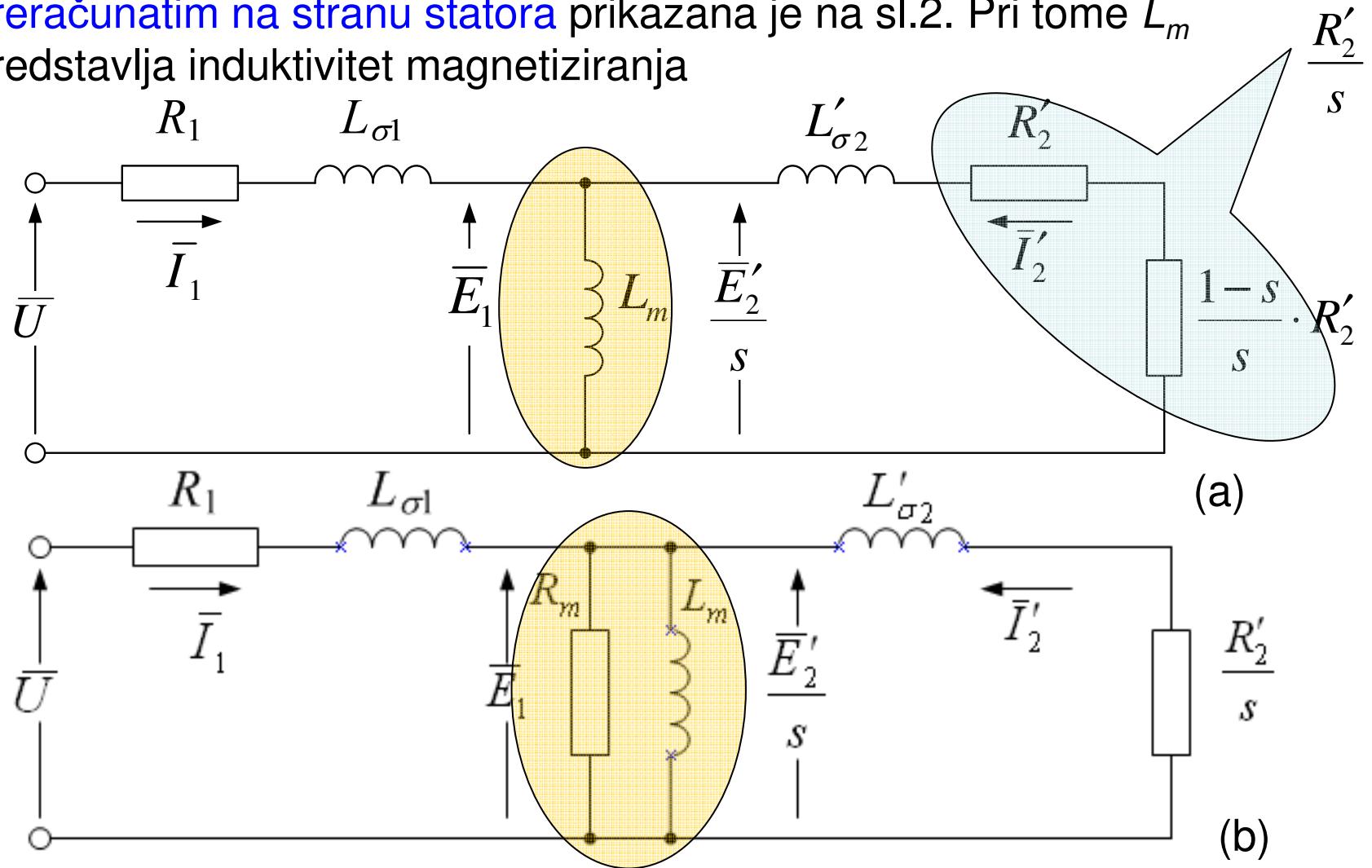
$$R'_2 = R_2 \cdot \left( \frac{N_1 \cdot f_{n1}}{N_2 \cdot f_{n2}} \right)^2 \quad (6)$$

- Iz (5), (6) i (10) slijedi

$$\overline{E}_1 = \frac{\overline{E}'_2}{s} = \frac{R'_2}{s} \cdot \overline{I}'_2 + j \cdot \omega_1 \cdot L'_{\sigma 2} \cdot \overline{I}'_2 \quad (11)$$

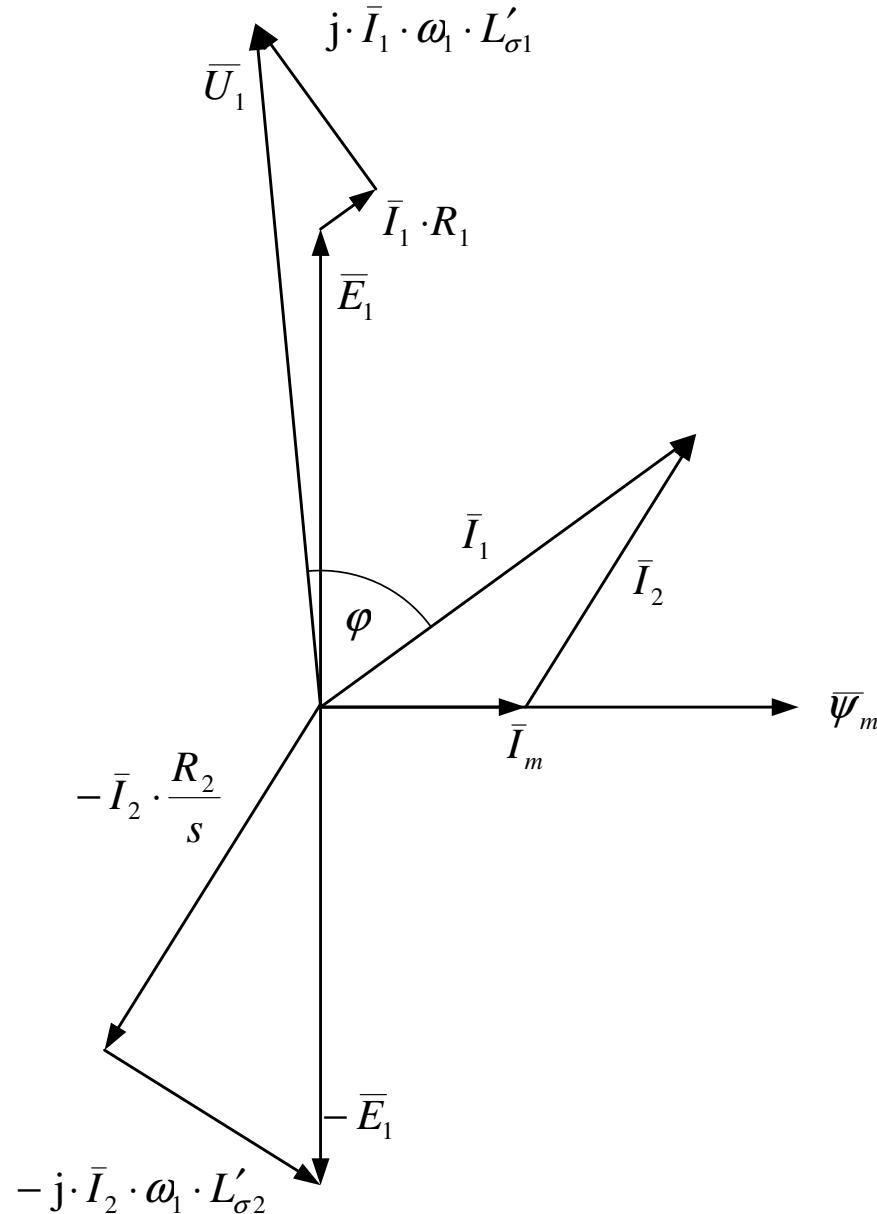
## Nadomjesna shema

- Nadomjesna shema jedne faze asinkronog motora s parametrima rotora preračunatim na stranu statora prikazana je na sl.2. Pri tome  $L_m$  predstavlja induktivitet magnetiziranja



Sl.2. Nadomjesna shema s preračunatim parametrima rotora na stranu statora

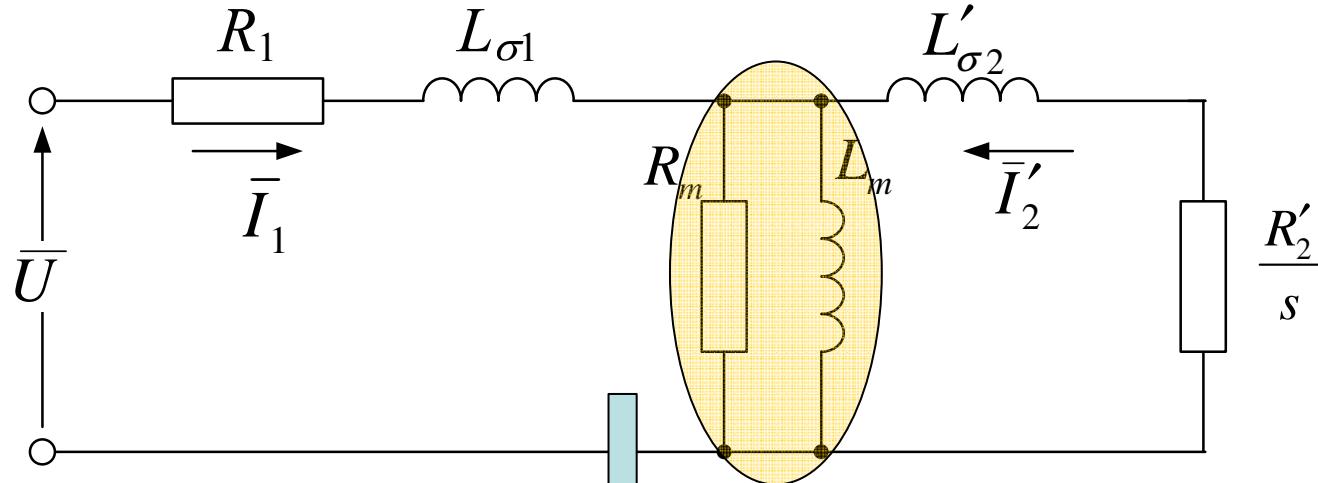
# Vektorski dijagram



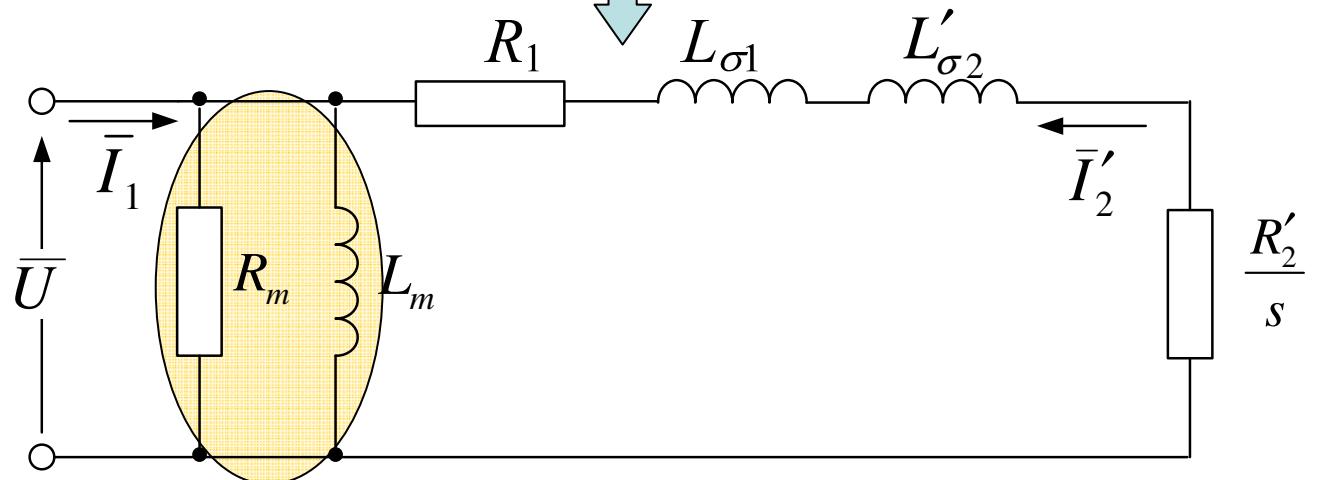
Sl.3. Vektorsko-fazorski  
dijagram asinkronog stroja

## Nadomjesna shema

- Postoje i druge nadomjesne sheme koje se koriste pri modeliranju asinkronog stroja. Shema prikazana na slici se često koristi kod stroja s visokom magnetskom reaktancijom  $X_m$  (veliki induktivitet  $L_m$ )
- U tom slučaju se poprečna grana može staviti na sam ulaz nadomjesne sheme



Sl.4(a)



Sl.4(b)

# Snaga, korisnost asinkronog stroja

- Nadomjesna shema na sl.2 a) posebno je pogodna sa stanovišta analize energetske bilance, gdje je važno izračunati gubitke koji nastaju u radu stroja
- Prema nadomjesnoj shemi na sl.2 a), gubici u statorskim namotima iznose

$$P_{1el} = 3 \cdot R_1 \cdot I_1^2 \quad (12)$$

a u rotorskim namotima

$$P_{2el} = 3 \cdot R'_2 \cdot I'_2^2 \quad (13)$$

Množenjem fazora napona  $E_1$  s fazorom struje  $I'_2$ , dobije se

$$\bar{E}_1 \cdot \bar{I}'_2 = \frac{R'_2}{s} \cdot I'^2_2 + j \cdot \omega_1 \cdot L'_{\sigma 2} \cdot I'^2_2 \quad (14)$$

u kojem realni dio izraza predstavlja snagu po fazi koja prelazi preko zračnog raspora

$$P_{okr} = 3 \cdot \operatorname{Re}[\bar{E}_1 \cdot \bar{I}'_2] = 3 \cdot \frac{R'_2}{s} \cdot I'^2_2 \quad (15)$$

# Snaga, korisnost asinkronog stroja

Elektromehanička (mehanička) snaga se dobije kada se od snage okretnog polja odbiju gubici u namotima rotora  $P_{2el}$

$$P_{2meh} = P_{okr} - P_{2el} = 3 \cdot \frac{R'_2}{s} \cdot I'^2 - 3 \cdot R'_2 \cdot I'^2 = 3 \cdot R'_2 \cdot \frac{1-s}{s} \cdot I'^2 \quad (16)$$

$$P_{2meh} = (1-s) \cdot P_{okr} \quad (17)$$

Mehanička snaga na osovini motora,  $P_2$  dobije se iz mehaničke snage  $P_{2meh}$  umanjene za gubitke trenja i ventilacije  $P_{tr,v}$

$$P_2 = P_{2meh} - P_{tr,v} \quad (18)$$

Korisnost  $\eta$  je omjer između mehaničke snage  $P_2$  i snage na ulazu  $P_1$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 \% \quad (19)$$

## Elektromagnetski moment

Ulagana snaga  $P_1$  je definirana kao

$$P_1 = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi \quad \text{kut } \varphi, \text{ vidjeti sl.3.} \quad (20)$$

Elektromagnetski moment moguće je izraziti kao omjer snage i mehaničke brzine vrtnje rotora

$$M_{em} = \frac{P_{2meh}}{\omega_m} = \frac{(1-s)P_{okr}}{\omega_m} = 3 \cdot R'_2 \cdot \frac{1-s}{s \cdot \omega_m} \cdot I'^2_2 = 3 \cdot p \cdot \frac{R'_2}{\omega_2} \cdot I'^2_2 \quad (21)$$

Moment na osovini motora (moment motora) se onda u skladu s objašnjenjem danom u dodatku, definira kao

$$M_m = \frac{P_2}{\omega_m} \quad (22)$$

Elektromagnetski moment moguće je izraziti i pomoću magnetskog toka  $\Phi$ . Izjednačavanjem izraza (5) s modulom izraza (14) dobije se ovisnost struje rotora  $I_2$  o magnetskom toku  $\Phi$

# Elektromotorni pogoni s asinkronim strojem

$$I'_2 = \frac{\frac{N_1 \cdot f_{n1}}{\sqrt{2}} \cdot \omega_1 \cdot \Phi_m}{\sqrt{\left(\frac{R'_2}{s}\right)^2 + (\omega_1 \cdot L'_{\sigma2})^2}}$$

uvrstiti

$$M_{em} = \frac{P_{em}}{\omega_m} = 3 \cdot p \cdot \frac{R'_2}{\omega_2} \cdot I'^2_2$$

nakon uvrštenja

$$M_{em} = 3 \cdot p \cdot \frac{R'_2}{\omega_2} \cdot \frac{\left(\frac{N_1 \cdot f_{n1}}{\sqrt{2}} \cdot \omega_1 \cdot \Phi_m\right)^2}{\left(\frac{R'_2}{s}\right)^2 + (2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot L'_{\sigma2})^2}$$

(23)

konačan izraz

(24)

$$s_{pr} = \frac{R'_2}{\omega_1 \cdot L'_{\sigma2}}$$



$$M_{em} = \frac{3}{4} \cdot p \cdot \frac{{N_1}^2 \cdot {f_{n1}}^2}{L'_{\sigma2}} \cdot {\Phi_m}^2 \cdot \frac{2}{\frac{s_{pr}}{s} + \frac{s}{s_{pr}}}$$

(25)

# Elektromotorni pogoni s asinkronim strojem

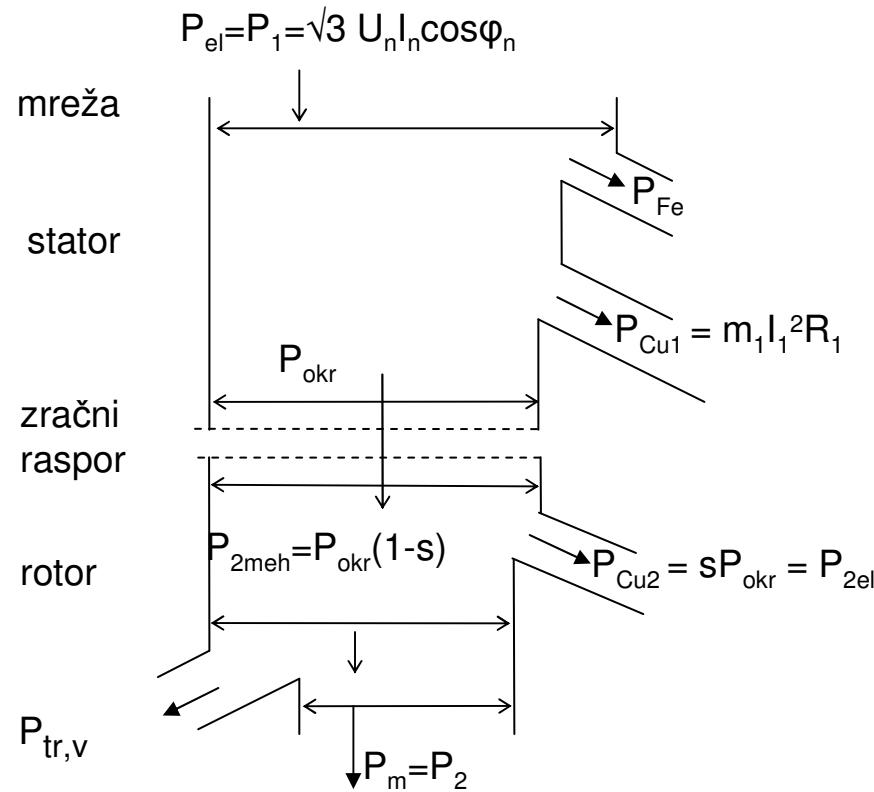
- Izraz (25) poznat je kao pojednostavljena Kloss-ova jednadžba. Ona vrijedi za kolutne strojeve i za kavezne strojeve koji nemaju izražen efekt potiskivanja struje u rotoru.
- Kod kaveznih strojeva s izraženim efektom potiskivanja struje u rotoru Kloss-ova jednadžba vrijedi samo u području malih klizanja. (potiskivanje struje u rotoru je problem vezan za specifičan (duboki utor) gdje se smješta rotorski vodič, vidjeti [1].
- Izraz (26) poprima maksimalnu vrijednost (iznos prekretnog momenta) kada je klizanje  $s = s_{pr}$  i pri tome iznosi

$$M_{pr} = \frac{3}{4} \cdot p \cdot \frac{N_1^2 \cdot f_{n1}^2}{L'_{\sigma 2}} \cdot \Phi_m^2 \quad (26)$$

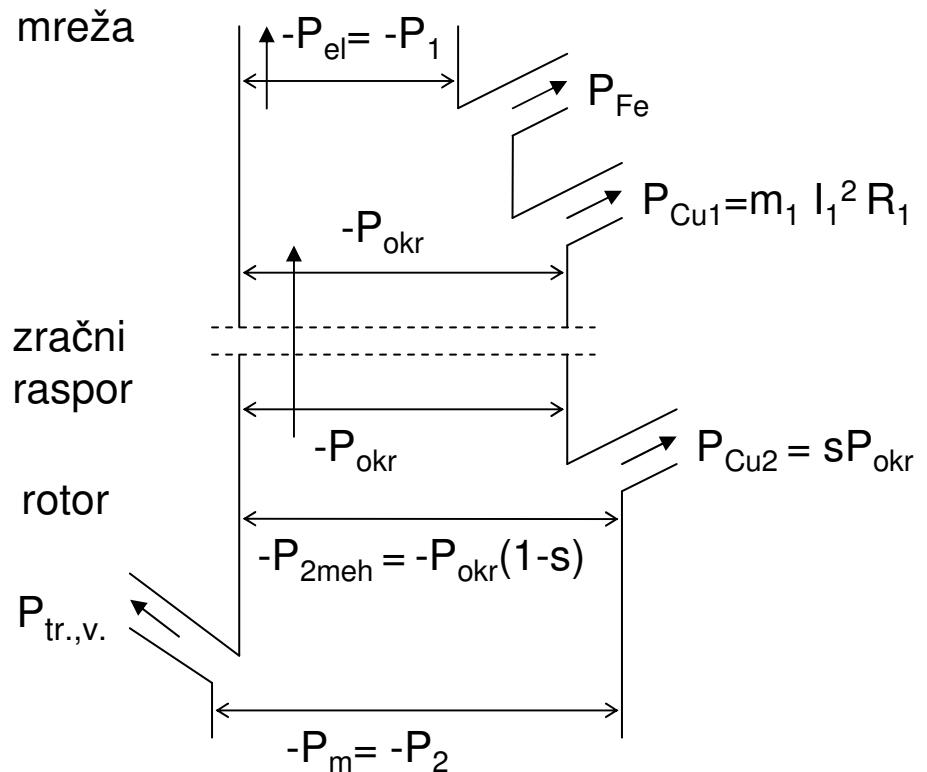
---

Efekt potiskivanja struje je pojava potiskivanja struje prema površini vodiča koji je smješten u dubokom (lijevanom) rotorskom utoru. Efekt rezultira PORASTOM otpora pri visokim frekvencijama (promjena poteznog momenta kod asinkronog motora)

# Bilanca snage za motorski i generatorski način (režim) rada



Sl.5.a) Motorski rad stroja



Sl.5.b) Generatorski rad stroja

# Upravljanje brzinom vrtnje asinkronog stroja

- Koristi se **skalarno i vektorsko** upravljanje.
- **Skalarno upravljanje** se odnosi na upravljanje **iznosom** željene varijable, za razliku od **vektorskog upravljanja**, gdje se upravlja i **iznosom i faznim pomakom (fazom)**.
- Kod **skalarnog upravljanja** su signali povratnih veza **istosmjerne veličine** (srednje i efektivne vrijednosti) **proporcionalne varijablama** koje se upravljaju
- Kod skalarnog upravljanja se **NAPON** koristi za **upravljanje MAGNETSKIM TOKOM**, a **FREKVENCIJA i KLIZANJE** za upravljanje **MOMENTOM**.
- Međutim, **MAGNETSKI TOK i MOMENT** su ovisni i o **FREKVENCIJI i o NAPONU**
- Ova **NERASPREGNUTOST** se u skalarnom upravljanju **ne razmatra!**
- **Skalarno upravljanje** rezultira **lošijim dinamičkim karakteristikama** u usporedbi s vektorskim upravljanjem, ali je zbog toga vrlo jednostavno za realnu implementaciju

# Upravljanje brzinom vrtnje asinkronog stroja

$$\Phi = \frac{E_1}{k_1 \cdot f_1} \approx \frac{U_1}{k_1 \cdot f_1}$$

$$M_{pr} \approx 3 \cdot p \cdot \frac{N_1^2}{4 \cdot L_{\sigma^2}} \cdot \left( \frac{U_1}{k_1 \cdot f_1} \right)^2 \approx k_2 \cdot \left( \frac{U_1}{f_1} \right)^2$$

$$M_{em} = M = 3 \cdot p \cdot \frac{N_1^2}{4 \cdot L_{\sigma^2}} \cdot \frac{\Phi_m^2}{2} \cdot \frac{\frac{2}{s_{pr} + \frac{s}{s_{pr}}}}$$

- Svi gore navedeni izrazi pokazuju ovisnost i o naponu i o frekvenciji
- To je pokazatelj da se neovisno upravljanje momentom i tokom ne može realizirati upravljanjem zasnovanim na skalarnom modelu

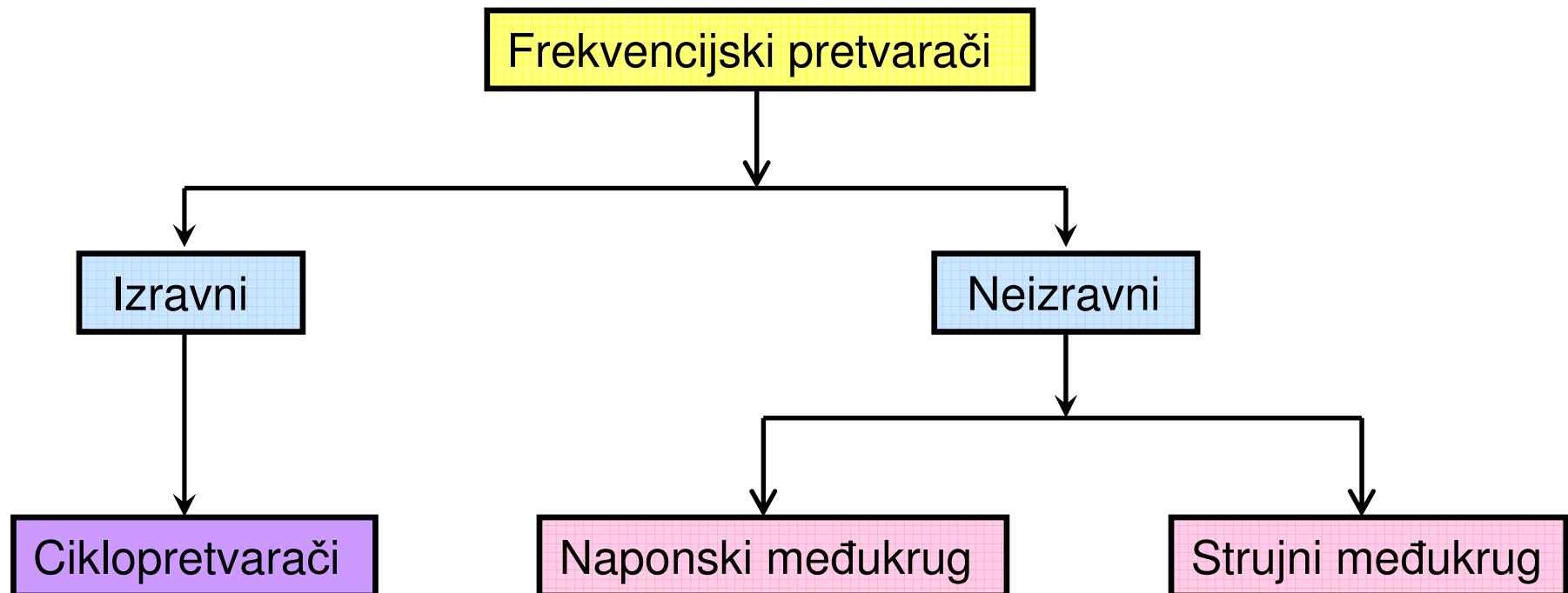
# Upravljanje brzinom vrtnje asinkronog stroja

- Načini **skalarnog upravljanja** brzine vrtnje su:
  - Promjenom frekvencije napajanja (frekvencijski pretvarači)
    - ✓ Izravni pretvarači (AC/AC)
    - ✓ neizravni (AC-DC-AC)
  - Promjenom efektivne vrijednosti izmjeničnog napona
  - Promjenom iznosa rotorskog otpora (vrijedi za klizno-kolutne izvedbe)
  - Promjenom iznosa rotorskog otpora uz istovremenu promjenu efektivne vrijednosti napona statora (klizno-kolutne izvedbe)

## NAPOMENA:

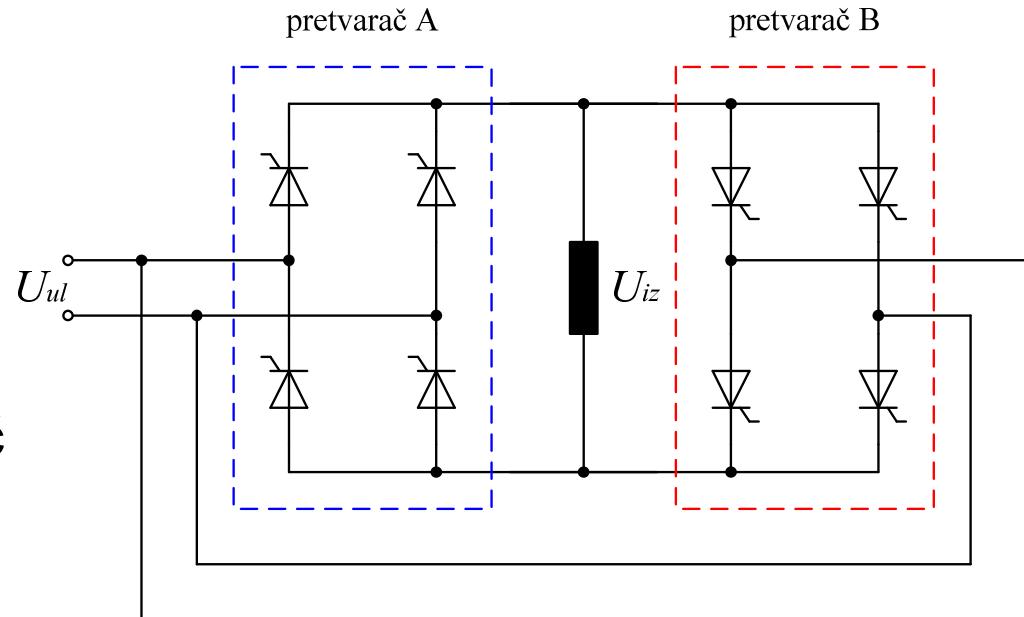
Metode upravljanje brzinom vrtnje asinkronih strojeva koje **NISU zasnovane na sklopovima učinske elektronike** (promjena polova, promjena napona pomoću autotransformatora, kontaktna promjena rotorskih otpornika i slično) neće biti razmatrane

# Podjela frekvencijskih pretvarača



# Izravni frekvencijski pretvarači

- Izmjenično-izmjenična pretvorba korištenjem poluvodičkih sklopki može se izvesti **izravno (ciklopretvarač)** i **neizravno (pretvarač frekvencije s istosmjernim međukrugom)**
- **Izravni pretvarači** poznati su pod nazivom **ciklopretvarači**. Koriste se za regulaciju brzine vrtnje asinkronih i sinkronih strojeva u području velikih snaga (1MW i više) i u slučajevima kada je potrebno regulirati male vrijednosti brzine vrtnje (niske frekvencije).
- **Jednofazni ciklopretvarač** napajan iz jednofazne mreže, prikazan na slici sl.6., sastoji se od **dva antiparalelno spojena punovalna pretvarača** (pretvarač A i pretvarač B)



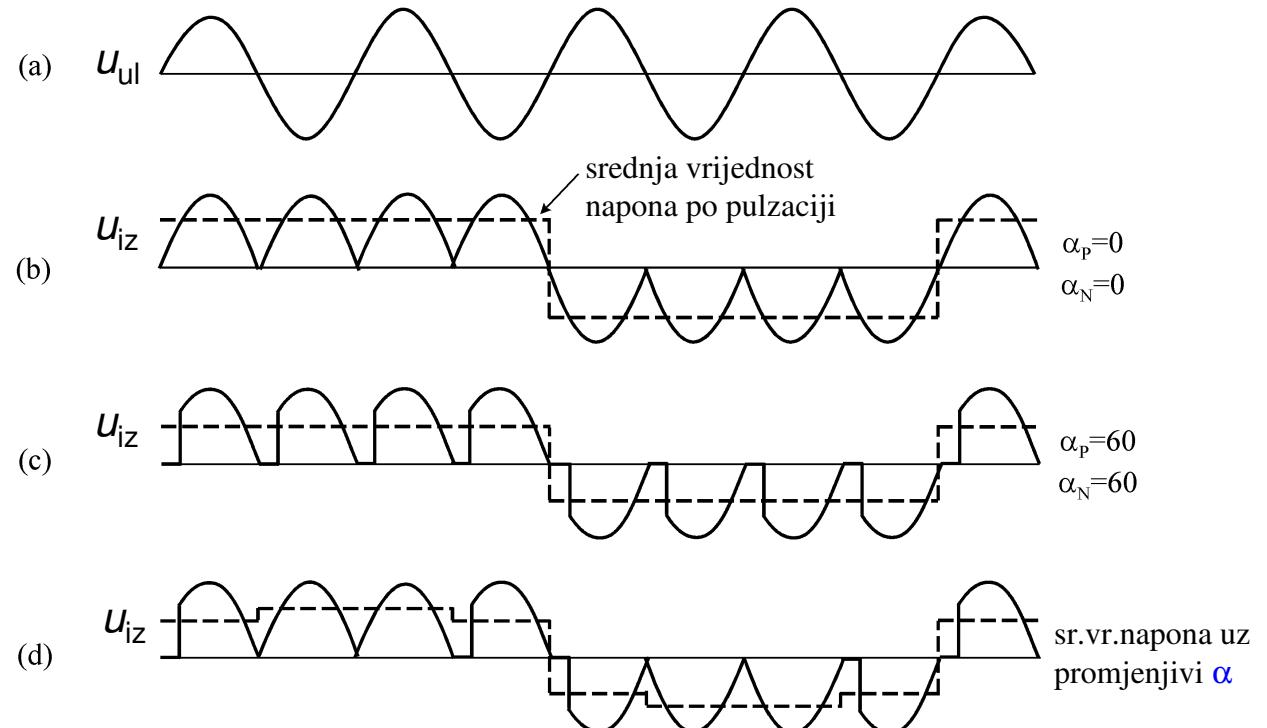
Sl.6. Jednofazni ciklopretvarač napajan iz jednofazne mreže

# Izravni frekvencijski pretvarači

- Faza (namot) motora je spojena na mrežu preko paralelnog spoja "pozitivnog" i "negativnog" pretvarača u tzv. antiparalelnom spolu.
- Valni oblik jedne faze pokazuje da vođenje učinskih sklopki u pretvaraču mora osigurati regulaciju izlazne frekvencije u rasponu od  $0-0,5f_1$  (a najčešće je ograničena na  $1/3$  ulazne frekvencije  $f_1$ ), da bi se sačuvao povoljan valni oblik izlaznog napona s obzirom na sadržaj viših harmoničkih članova.
- Jedna od važnih osobina je da je osnova ciklopretvarača (modul) mrežom vođen (komutirani) tiristorski usmjerivač za istosmjerne strojeve.

# Izravni frekvencijski pretvarači

- Napon na ulazu ciklopretvarača  $U_{ul}$  je izmjenični napon frekvencije  $f_1$ . Frekvenciju izlaznog signala  $U_{iz}$  određuje broj perioda ulaznog napona u kojem je aktivан pretvarač A, odnosno pretvarač B.
- Omjer frekvencija ulaznog i izlaznog napona može biti cjelobrojan samo kod jednofaznih ciklopretvarača napajanih iz jednofazne mreže.



SI.7. Valni oblici napona za slučaj omskog tereta

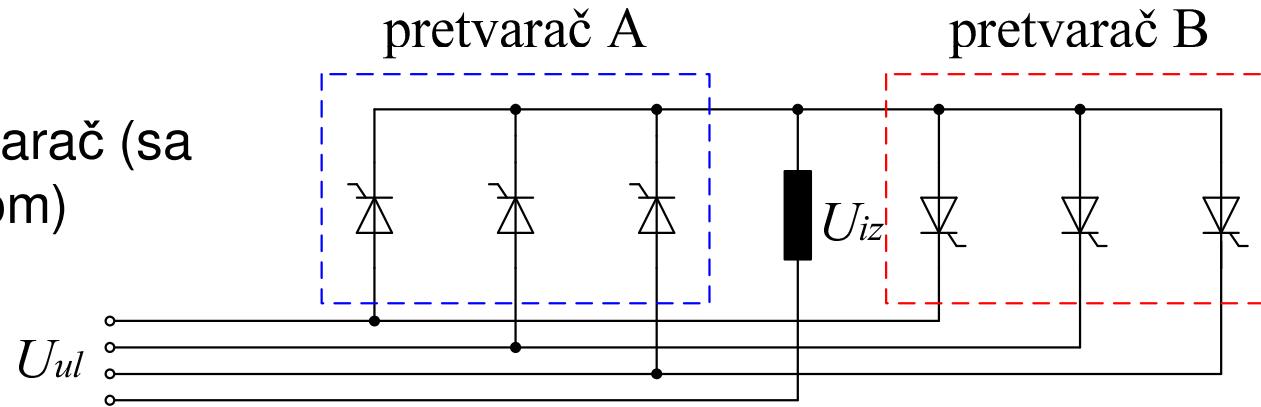
# Izravni frekvencijski pretvarači

- Smjer struje trošila određuje pretvarač koji je aktivan (struja kroz pretvarač može teći samo u jednom smjeru). Ni u jednom trenutku ne smiju biti aktivna oba pretvarača kako ne bi došlo do kružne struje između pretvarača.
- Amplituda osnovnog harmonika izlaznog napona ovisi o kutu upravljanja tiristora  $\alpha$ . U slučaju konstantnog kuta upravljanja izlazni napon sadrži velik broj viših harmonika napona
- Modulacijom kuta upravljanja tiristora smanjuje se amplituda viših harmonika.
- Ako se na izlazu ciklopretvarača želi dobiti napon četiri puta manje frekvencije, prve dvije periode ulaznog napona trošilo se napaja iz pretvarača A, a druge dvije periode iz pretvarača B (sl.7.)
- Valni oblici napona na otpornom trošilu za različite kute upravljanja prikazani su na sl.7.(u primjeru je omski teret što znači da su i struje istog valnog oblika)

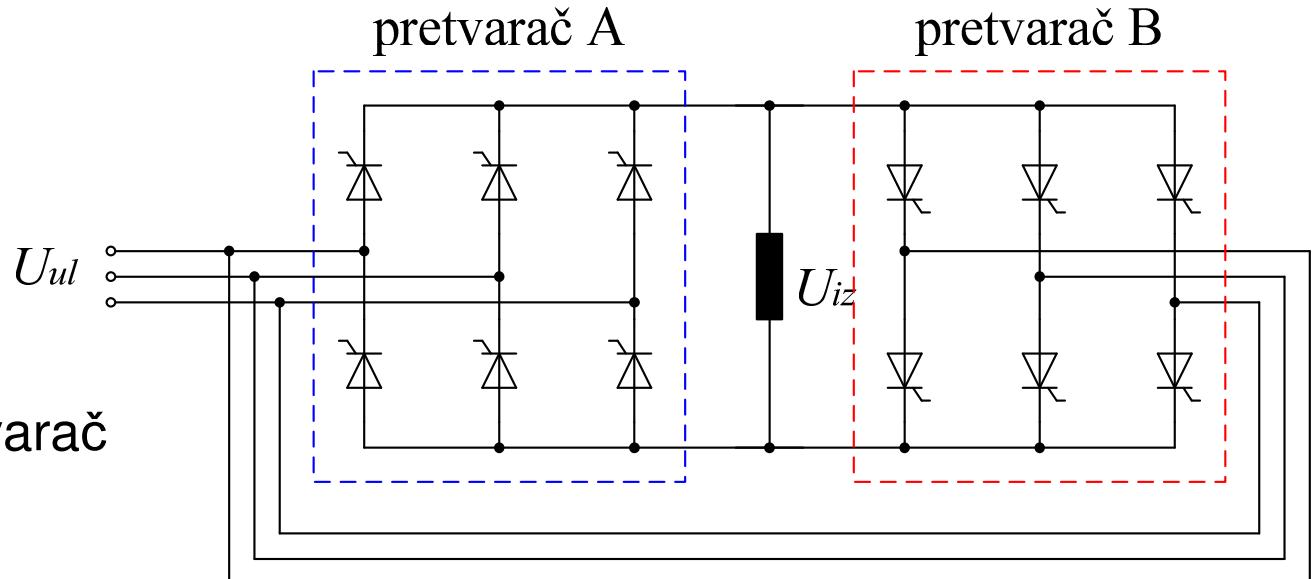
# Izravni frekvencijski pretvarači

- Postoje dvije vrste pretvarača napajanih iz trofazne mreže: **poluvalni** (sl.8.) i **punovalni** (sl. 9.)

Sl.8. **Poluvalni** pretvarač (sa srednjom točkom)



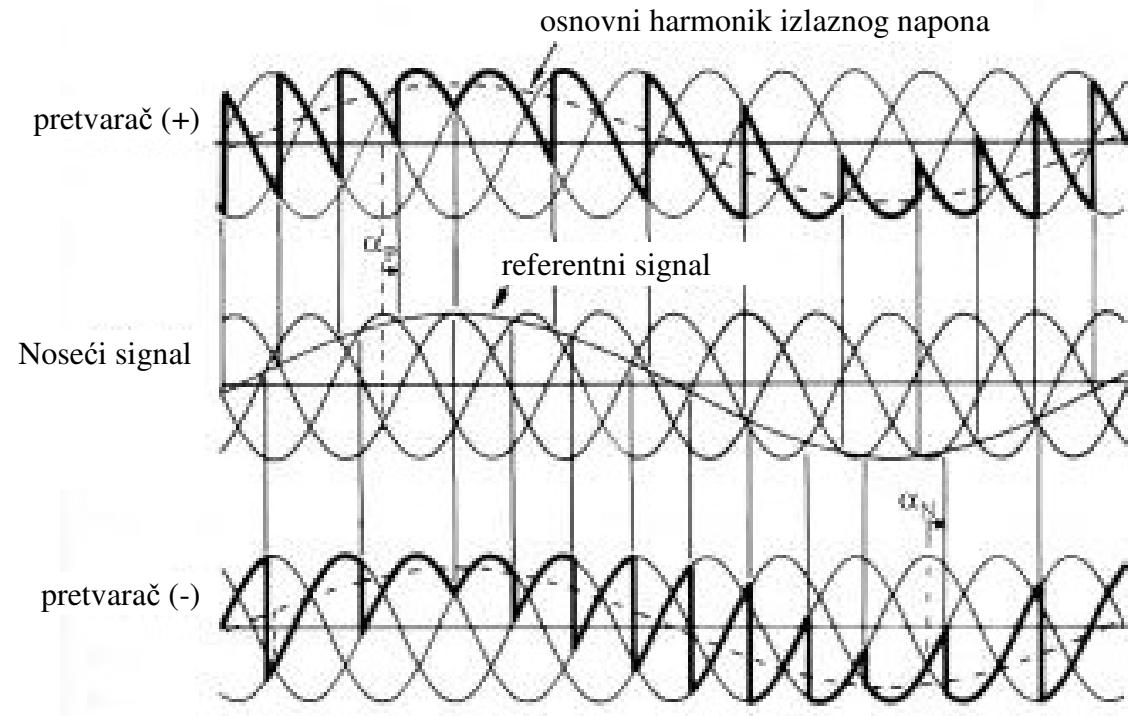
Sl.9. **Punovalni** pretvarač (mosni spoj)



# Izravni frekvencijski pretvarači

- Pretvarači A i B mogu na svom izlazu davati napone oba polariteta, a struju samo jednoga smjera. Antiparalelnim spojem takva dva pretvarača omogućava se rad u sva četiri kvadranta
- Valni oblici napona na izlazu ciklopretvarača napajanog iz trofazne mreže prikazan je na sl.10.
- Kut  $\alpha$  se mijenja sinusoidalno kako bi se na izlazu dobio harmonički optimalan napon.

Sl.10. Valni oblici napona na izlazu ciklopretvarača napajanog iz 3f mreže

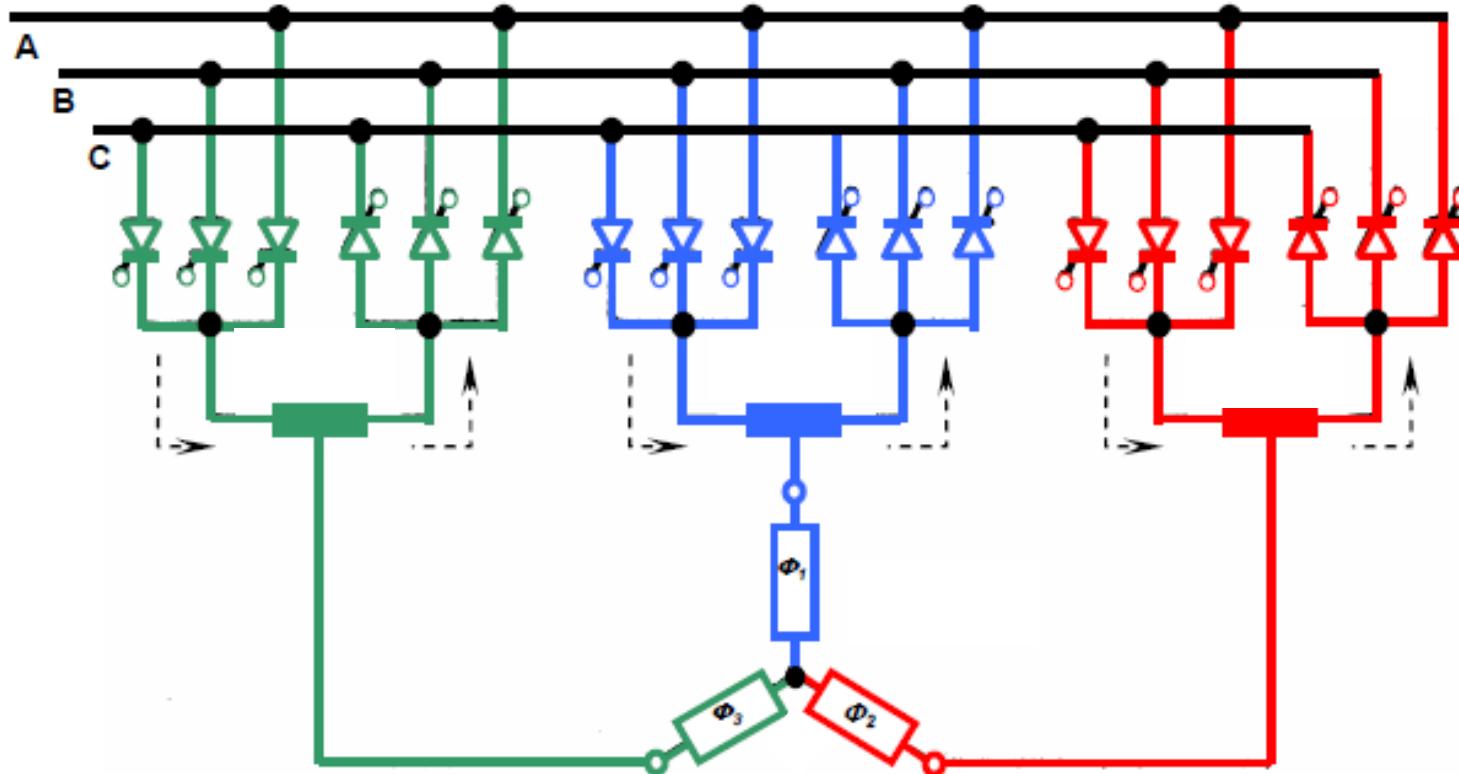


# Izravni frekvencijski pretvarači

- Smjer struje određuje koji od pretvarača treba biti aktivan. Kut upravljanja tiristora pretvarača A označava se s  $\alpha_A$ , a pretvarača B s  $\alpha_B$ .
- Kada struja trošila mijenja smjer, pretvarač koji je napajao trošilo prestaje voditi struju, a drugi pretvarač počinje s vođenjem struje
- Tijekom promjene smjera struje, srednja vrijednost napona na izlazima oba pretvarača treba biti jednaka. U protivnom, prilikom prebacivanja vođenja s jednog pretvarača na drugi, došlo bi do neželjene skokovite promjene napona na trošilu

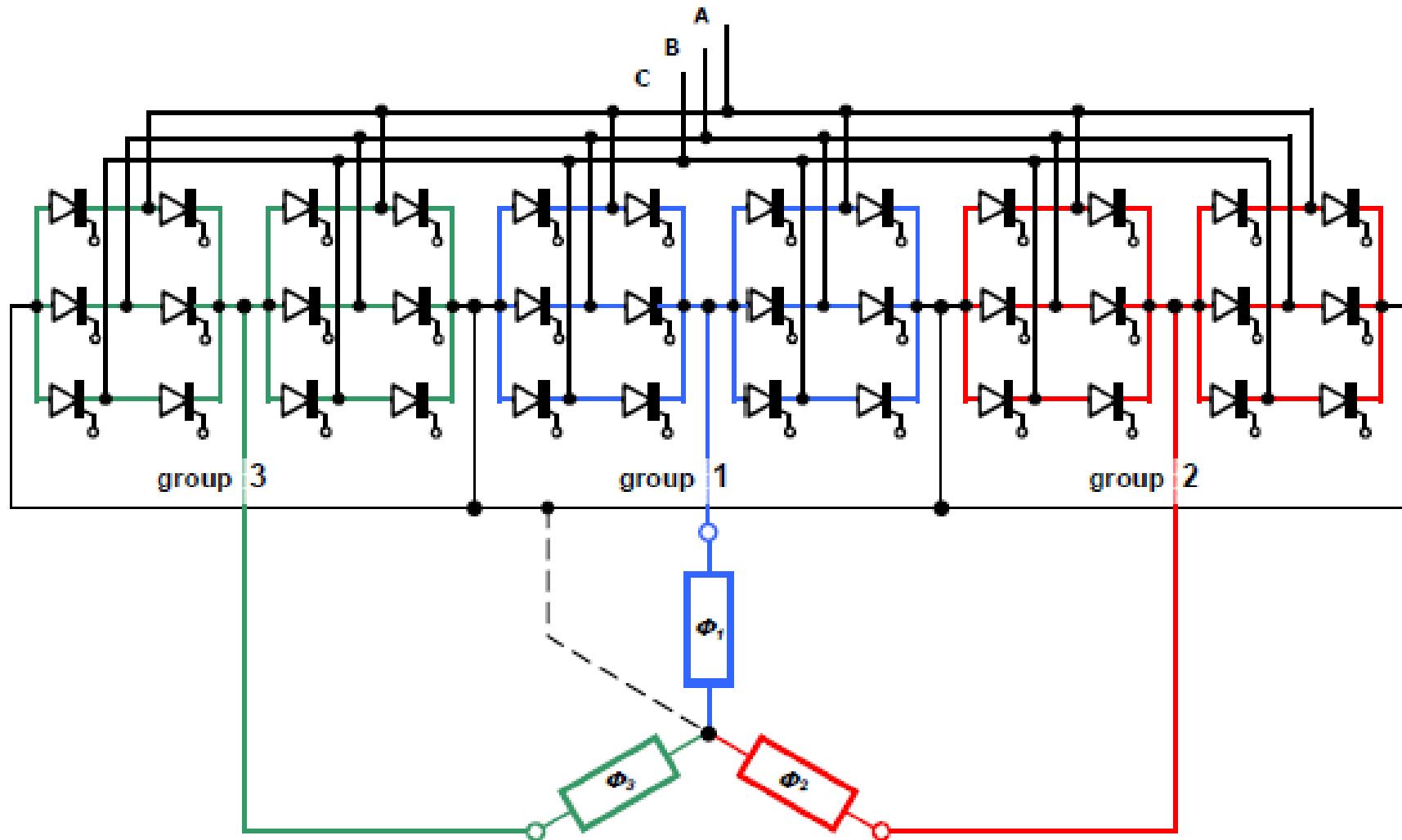
# Izravni frekvencijski pretvarači

- Ako se izlazi 3 jednofazna ciklopretvarača napajana iz trofazne mreže spoje u zvijezdu ili trokut i ako su izlazni naponi međusobno pomaknuti za  $120^\circ$  dobiva se trofazni ciklopretvarač.
- Ovisno o tome da li su jednofazni pretvarači poluvalni ili punovalni, ciklopretvarač može biti **poluvalni** (sl.11.), ili **punovalni**, (sl.12).



Sl.11. Poluvalni trofazni ciklopretvarač (sa srednjom točkom)

# Izravni frekvencijski pretvarači



Sl.12. Punovalni trofazni ciklopretvarač (mosni spoj)

# Izravni frekvencijski pretvarači

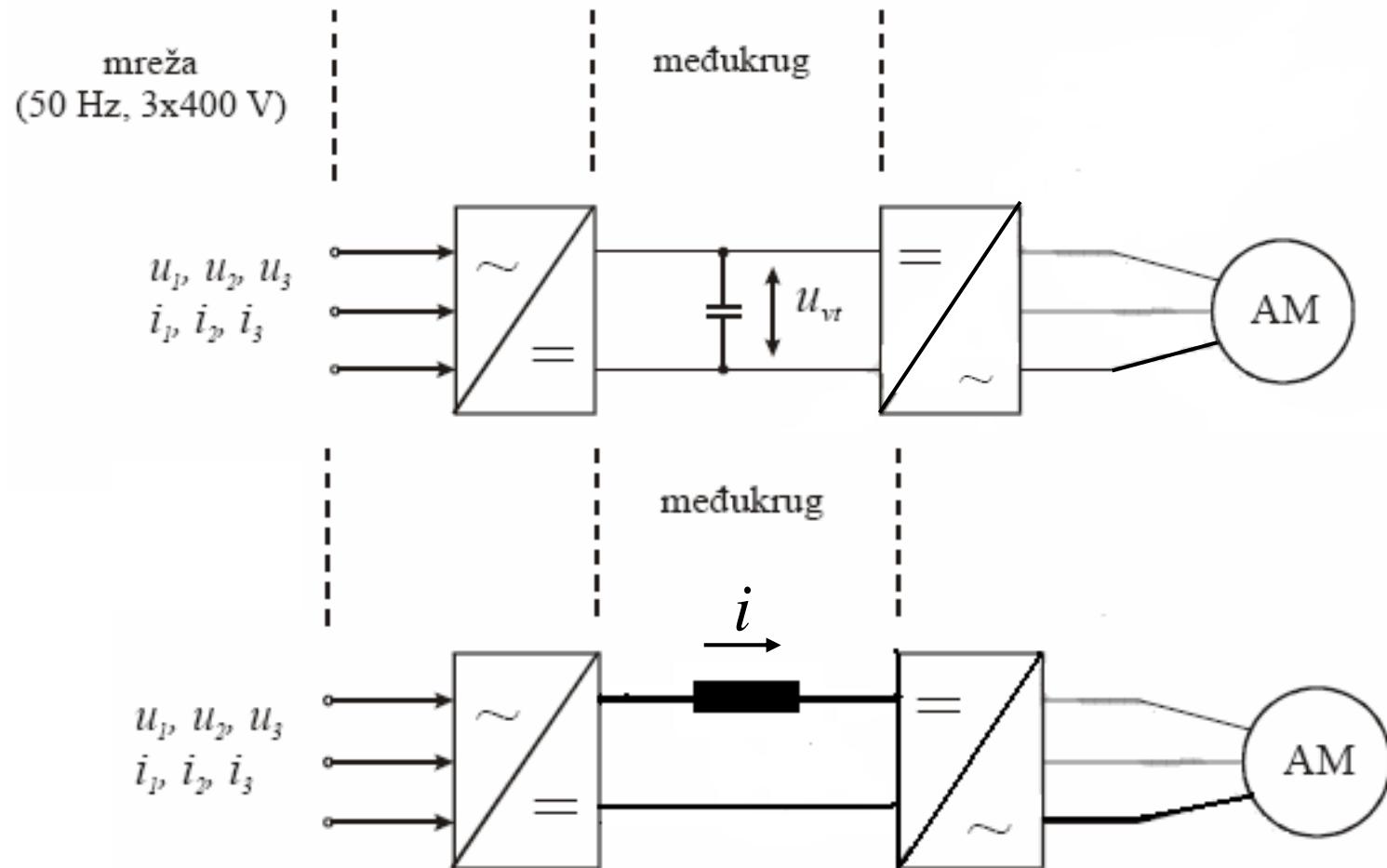
- Na prethodnoj slici uočite da je za 4Q trofazni punoupravljeni ciklopretvarač potrebno  $3(\text{broj faza}) \times 2(\text{+/- smjer struje}) \times 6(\text{broj sklopki za 1 smjer struje}) = \underline{\underline{36}}$ .
- Ciklopretvarači mogu raditi u modu **bez kružnih struja (blokirajući mod)** ili s **kružnim strujama**.
- U radu bez kružnih struja za pozitivni smjer struje aktivan je pretvarač **A**, a pretvarač **B** je blokiran. Za negativni smjer struje aktivan je pretvarač **B**, a pretvarač **A** je blokiran.
- Pri prolasku struje kroz nulu oba pretvarača su u stanju blokiranja kako bi se osigurao prekid toka struje.
- U slučaju ciklopretvarača s kružnim strujama u stanju vođenja su oba pretvarača. Da se izbjegne kratki spoj izvora između izlaznih stezaljki pretvarača A i B, spaja se prigušnica
- Kada su oba pretvarača uključena dolazi do pojave **kružnih struja**. Ta struja teče u jednom smjeru jer tiristori omogućavaju tok struje samo u jednom smjeru.

# Izravni frekvencijski pretvarači

- Važno je istaknuti utjecaj ciklopretvarača na mrežu. Budući da se radi u suštini o faznom upravljanju tiristorskih usmjerivača, mreža je neizbjegno opterećena jalovom snagom ( $\cos\alpha=\cos\phi$ )
- Kod manjih iznosa izlaznog napona (kut komutacije je veći!) opterećenje mreže jalovom snagom je veće
- Posljedica toga je da je kod malih brzina vrtnje faktor snage znatno nizak
- Iz navedenog razloga se često za veće snage (nekoliko 100kVA do nekoliko MVA umjesto asinkronih koriste sinkroni strojevi, sl.13 (valjaonice, rudnička izvozna postrojenja)
- Maksimalna izlazna frekvencija  $f_{i\_max}$  ovisi o frekvenciji napajanja ciklopretvarača  $f_{ul}$  i o broju pulzacija usmjerivača  $P$  i određuje se na osnovi izraza  $f_{i\_max}=(Pf_{ul})/15$ .
- Ako se radi o trifaznom usmjerivaču u mosnom spoju ( $P=6$ ) koji se napajanja naponom frekvencije 50Hz, onda je maksimalna frekvencija ciklopretvarača 20Hz.

# Neizravni frekvencijski pretvarači

- Dva osnovna tipa neizravnih frekvencijskih pretvarača se koriste za upravljanje brzinom vrtnje asinkronog stroja



Neizravni pretvarač s naponskim (gore) i strujnim (dolje) međukrugom

# Neizravni frekvencijski pretvarači

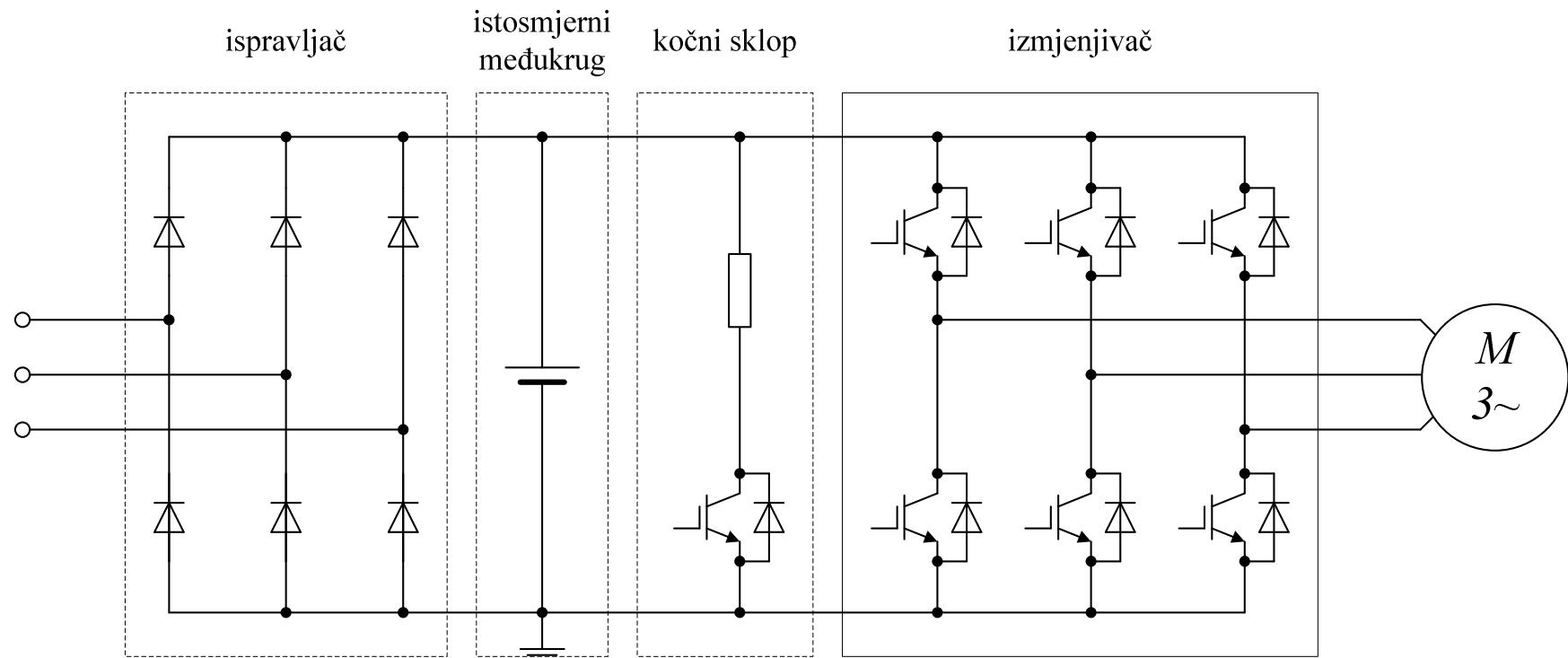
- Kao što se vidi iz prethodne slike, za pretvarače s istosmjernim međukrugom, karakteristično je da se energija uzeta iz mreže pretvara dva puta.
- Najprije se pomoću usmjerivača pretvara u istosmjernu energiju i drugi put pomoću izmjenjivača frekvencije u energiju željenog napona (struje) i frekvencije trofaznog sustava
- Pretvarač frekvencije s naponskim međukrugom (*utisnuti napon*) sastoji se od usmjerivača, istosmjernog međukruga i izmjenjivača upravljanog modulacijom širine impulsa (engl. *pulse width modulation, PWM*).
- Tiristorski pretvarač s *utisnutom strujom* sastoji se od usmjerivača, prigušnice u međukrugu, te izmjenjivača.
- U ovom spoju *utiskuje* se struja pomoću prigušnice u međukrugu, a usmjerivač služi kao izvor konstantne struje.
- Zbog toga je usmjerivač upravljan krugom regulacije struje međukruga

# Neizravni frekvencijski pretvarači

- Izmjenjivački dio neizravnih pretvarača se realizira s **učinskim sklopkama** koje **rade u sklopnom načinu rada**.
- Tranzistorski pretvarači frekvencije s **IGBT** tranzistorom primjenjuju se za snage do oko **600kVA**.
- Umjesto **IGBT tranzistora**, susreću se rješenja s **MOSFET tranzistorima**, koji imaju **iznimno malu potrošnju energije u pobudnom stupnju**, a imaju i veliku brzinu sklapanja ( $< 1\mu\text{s}$ ).
- Pretvarači s **MOSFET tranzistorima** grade se za manje napone ( $< 200\text{V}$ ) i snage uz veću frekvenciju ( $> 25\text{kHz}$ ).
- Primjenom GTO tiristora **smanjuju se broj komponenata, dimenzije, težina i cijena uređaja**, a također se smanjuje buka uređaja, budući da **ne zahtijeva komutacijski krug**. Rade se za velike snage.

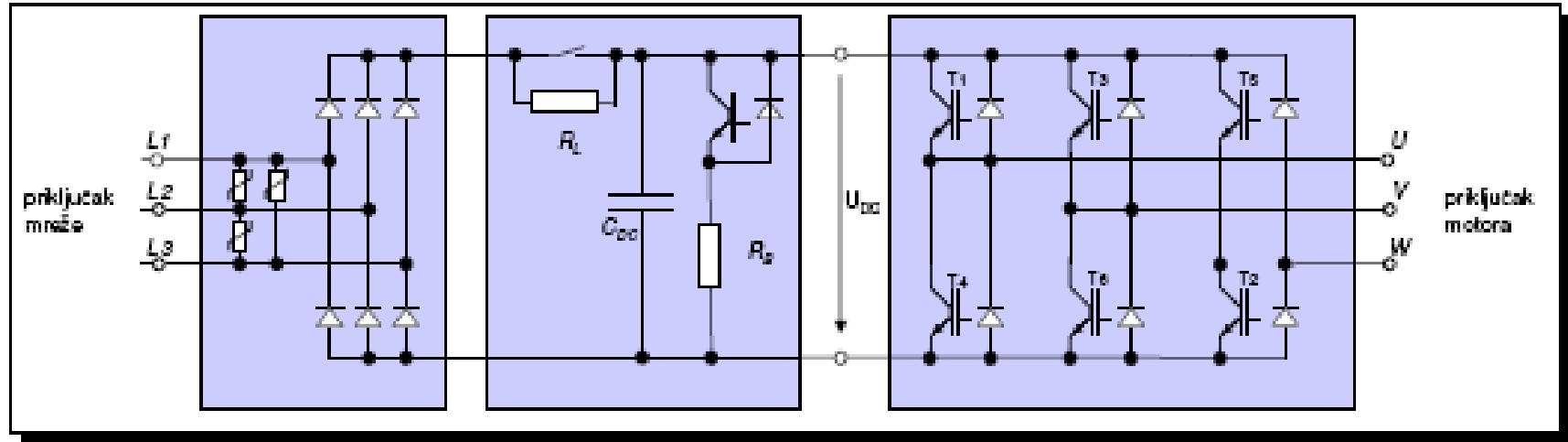
# Neizravni frekvencijski pretvarači

- Od ove dvije inačice neizravnih pretvarača najviše se koristi onaj s **naponskim međukrugom** (pretvarač s *utisnutim naponom*), pa će o njemu biti više riječi



Sl.13. Neizravni frekvencijski pretvarač s naponskim međukrugom

# Neizravni frekvencijski pretvarači



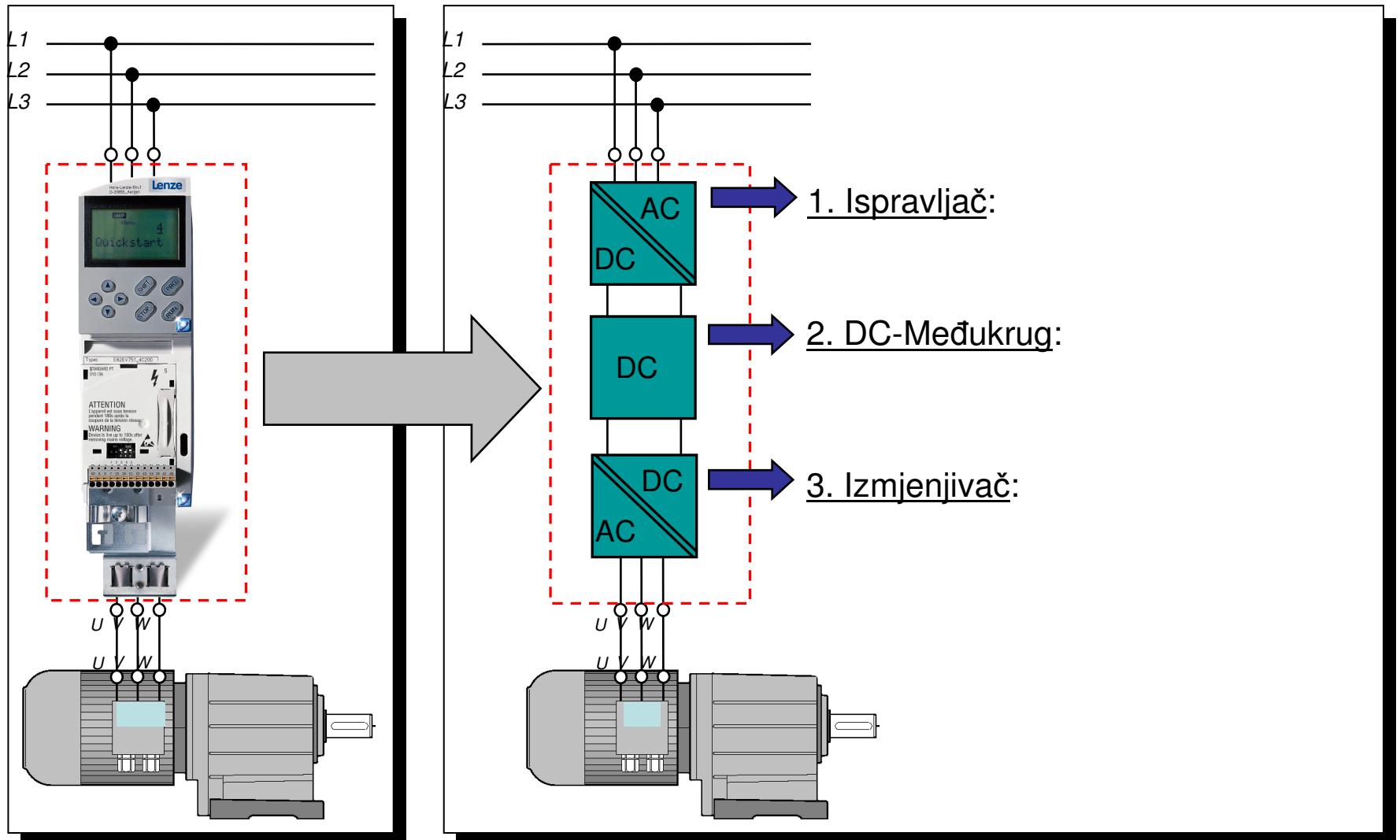
a) električna shema

Blokovska struktura neizravnog AC/AC pretvarača

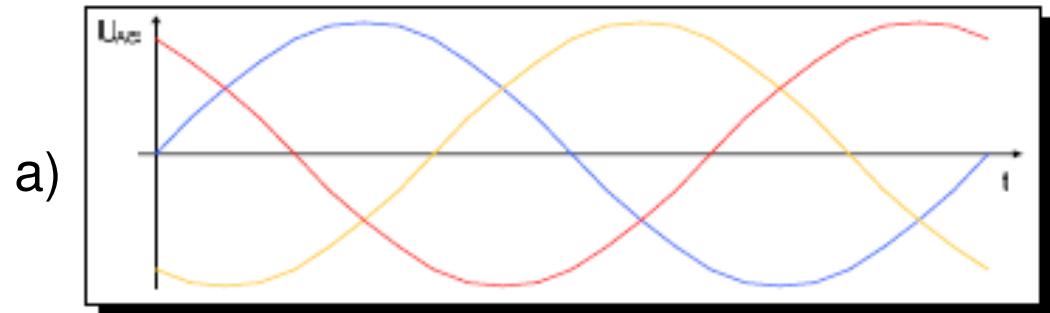
- mrežna strana s ispravljačima (s varistorima, zaštita od prenapona)
- Istosmjerni međukrug s predotporom pri nabijanju kondenzatora i s kočnim čoperom
- izmjenjivač

# UPRAVLJANJE S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

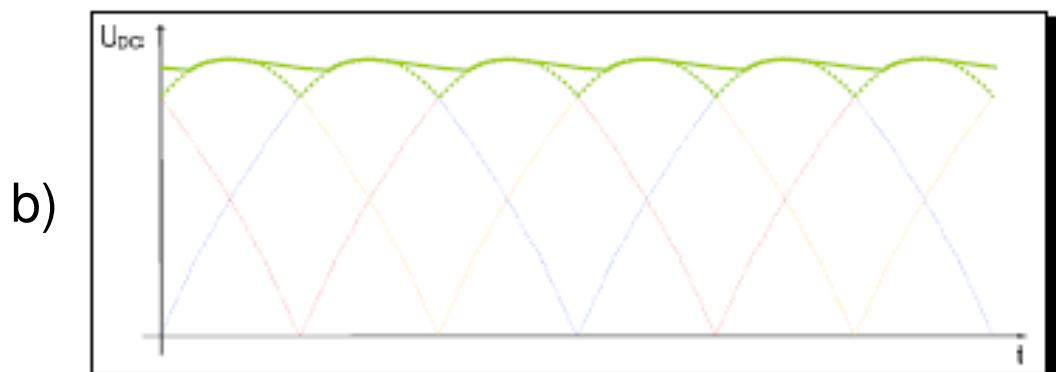
## neizravni AC/AC pretvarač – prikaz industrijskog rješenja



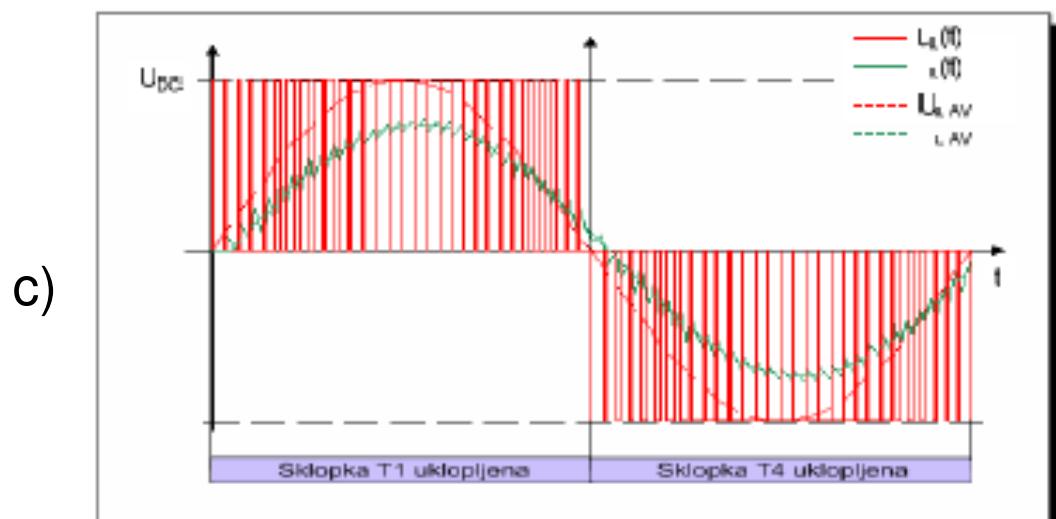
# Pripadni valni oblici neizravnog AC/AC pretvarača



Ulagni (mrežni) napon



Napon istosmjernog  
međukruga



Napon na stezaljkama  
motora, bez filtra (crveno) i  
s filtrom

## Neizravni frekvencijski pretvarači – metoda šest koraka

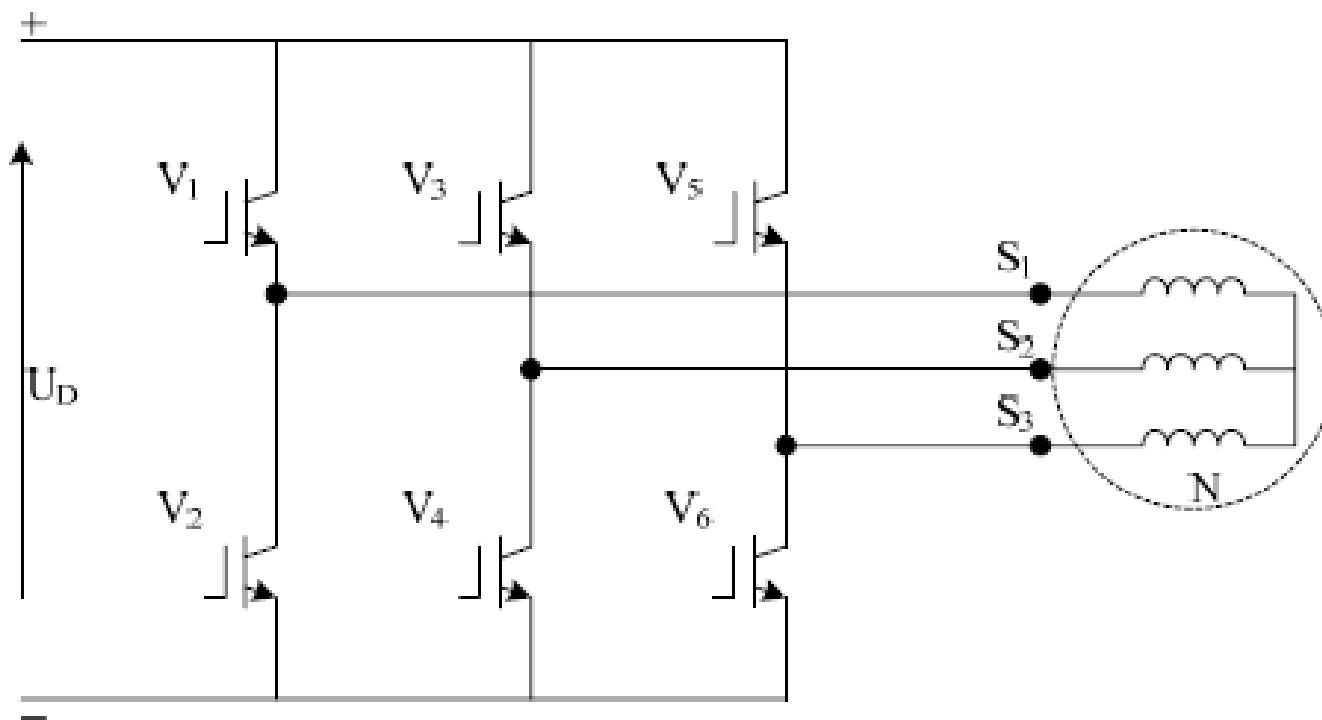
- Kočenje elektromotornog pogona provodi se pomoću upravljivog otpornika (upravljanog tranzistorom) uključenog u istosmjerni međukrug.
- Energija kočenja motora ne vraća se u mrežu, nego se disipira na otporniku.
- Za kočenje s vraćanjem energije u mrežu potrebno je na mrežnoj strani antiparalelno dograditi tiristorski usmjerivač. Za takve primjene potrebno je analizom utvrditi isplativost investicije u takav pretvarač.
- Upravljanje izmjenjivačem se postiže na više načina. Sve metode se svode na sklapanje poluvodičkih sklopki s ciljem da se na izlazu izmjenjivača dobije izmjenični trofazni napon.
- Najjednostavnija metoda formiranja trofaznog simetričnog napona je metoda šest koraka (eng. *Six-Step Method*), kojom se na izlazu pretvarača (izmjenjivača) dobije pravokutni napon frekvencije određene taktom upravljanja poluvodičkih sklopki , sl.14.

## Neizravni frekvencijski pretvarači – metoda šest koraka

- Jednostavno upravljanje
- Mali gubici sklapanja
- Loš harmonički sadržaj u izlaznom naponu – značajan utjecaj harmonika nižeg reda, velika distorzija valnog oblika struje
- Prednost je na strani PWM modulacije sklopki izmjenjivača

## Neizravni frekvencijski pretvarači – metoda šest koraka

- Osnovni spoj izmjenjivača realiziranog IGBT sklopkama



Sl.14. Priklučak izmjenjivača na statorski namot

## Neizravni frekvencijski pretvarači – metoda šest koraka

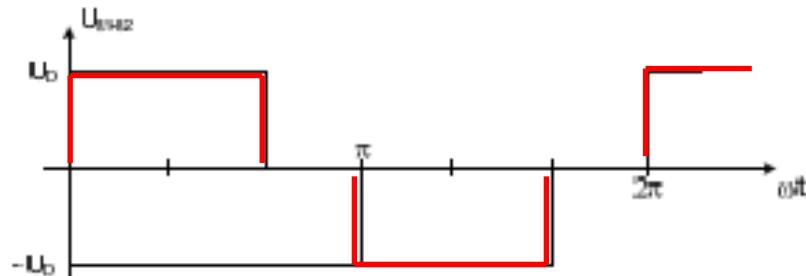
- Da bi se dobio trofazni simetričan oblik napona na izlazu izmjenjivača, potrebno je upravljati sklopkama izmjenjivača [na sl.14.](#) prema prikazanoj [Tablici 1.](#)

Tablica 1. Prikaz vođenja poluvodičkih sklopki

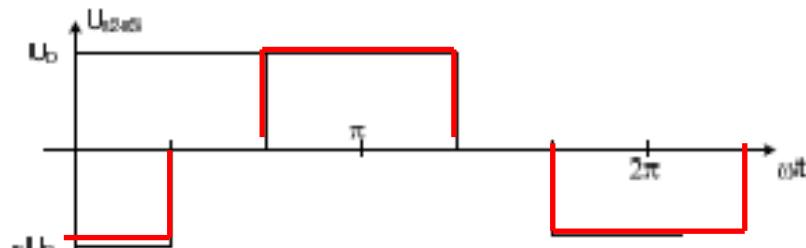
Vremenski interval	I	II	III	IV	V	VI
-	V5	V4	V1	V6	V3	V2
-	V4	V1	V6	V3	V2	V5
-	V1	V6	V3	V2	V5	V4

- U svakom trenutku [uključene su tri poluvodičke sklopke](#)
- Unutar jednog od 6 sektora, [samo jedna sklopka mijenja svoje stanje](#), prema navedenoj tablici
- Primjer: prelaskom iz sektora I u sektor II [sklopka V6 zamijeni sklopku V5](#), sklopke [V4 i V1 ne mijenjaju svoje stanje](#)

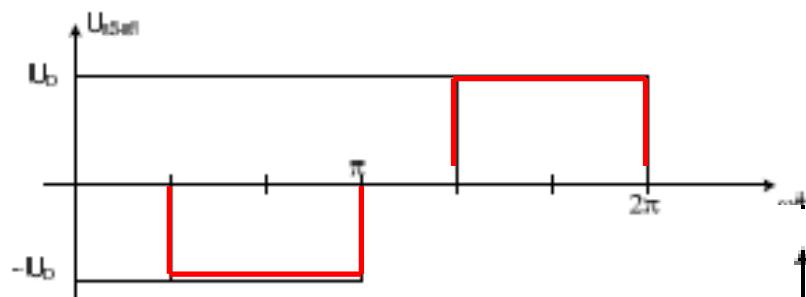
## Neizravni frekvencijski pretvarači – metoda šest koraka



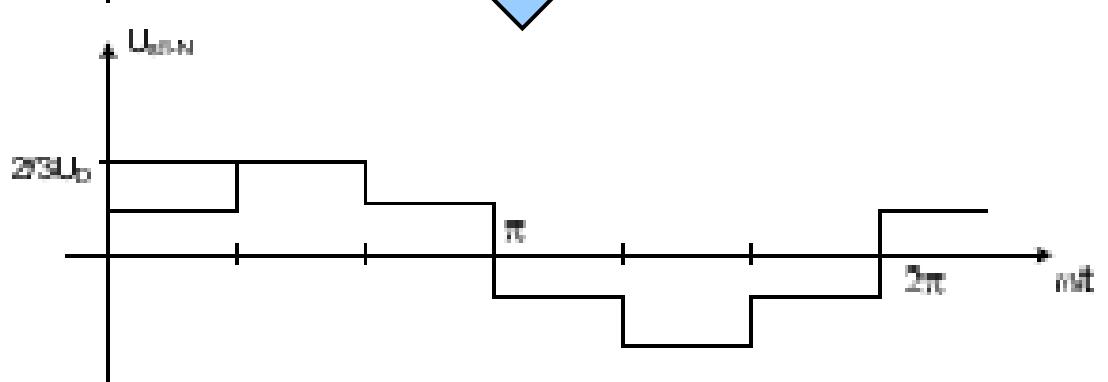
Sl.15. Linijski i fazni naponi na stroju dobiveni pravokutnom modulacijom prema sl.14,



Linijski naponi



Fazni napon  $U_{1N}$



# Neizravni frekvencijski pretvarači

- Ovaj oblik napona, kao rezultat **pravokutne modulacije**, unosi veliko **izobličenje struje**, a **magnetski tok motora je nesinusoidalan**.
- Pretvarač frekvencije bi morao imati oblik izlaznog napona takav da **magnetski tok motora bude što bliži po iznosu i obliku toku proizvedenom sinusnim trofaznim naponom (idealno)**
- Sinusoidalni magnetski tok i struja motora mogu se dobiti **modulacijom širine impulsa**.
- Danas se pretvarači izvode u **različitim inačicama modulacije širine impulsa**.
- Oblik izlaznog napona je tim bolji što je proizvedeni **magnetski tok bliži toku koji bi bio proizведен sinusnim trofaznim naponom**.
- Kako to postići?? Nameće se kriterij po kojem bi srednja vrijednost izlaznog napona izmjenjivača u nekom dovoljno kratkom intervalu vremena morala biti jednaka srednjoj vrijednosti sinusnog napona u tom istom intervalu.

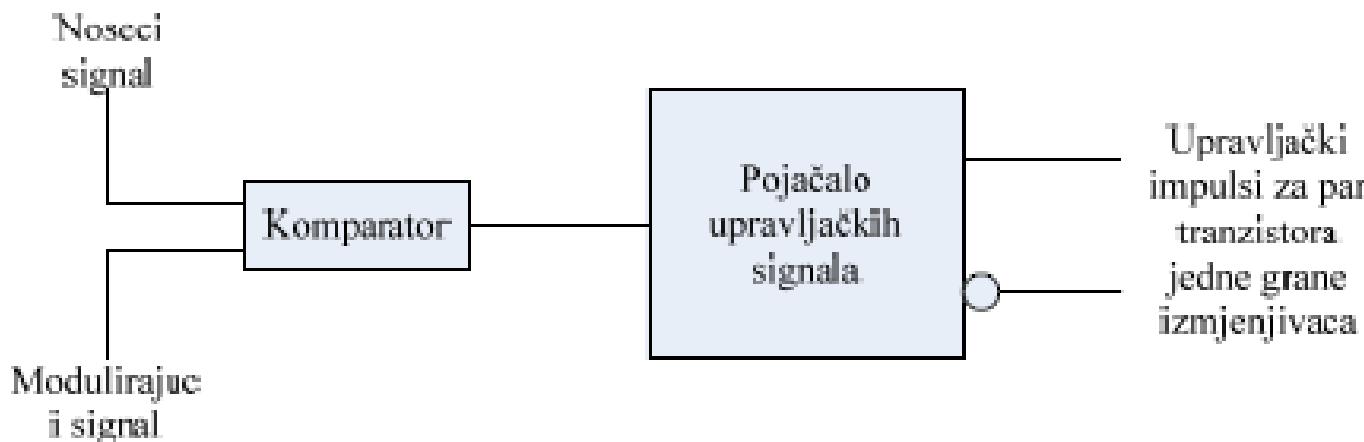
# Neizravni frekvencijski pretvarači

- Što je taj interval kraći, to je bolji oblik proizvedenog magnetskog toka.
- Povećanjem broja impulsa po poluperiodi izlaznog napona, znatno se mogu smanjiti, ili čak potpuno eliminirati, harmonici nižeg reda
- Na taj način se može smanjiti veličina i cijena eventualno ugrađenog filtra.
- Sam stroj, svojom niskopropusnom frekvencijskom karakteristikom filtrira harmonike višeg reda. Tako se postižu dobra upravljačka svojstva u širokom opsegu snaga i frekvencija.

# Neizravni frekvencijski pretvarači – modulacija širine impulsa

## Modulacija usporedbom nosećeg i modulacijskog signala

- Najjednostavniji je način modulacije širine impulsa usporedbom nosećeg signala i istosmjernog modulacijskog signala, sl.16.
- Promjenom razine istosmjernog signala (modulacijski signal) u rasponu amplitude trokutastog signala (noseći signal), linearno se mijenja širina pravokutnih impulsa izlaznog napona.
- Broj impulsa po poluperiodi izlaznog napona mijenja se promjenom frekvencije trokutastog signala (**što se s tim dobiva?**).

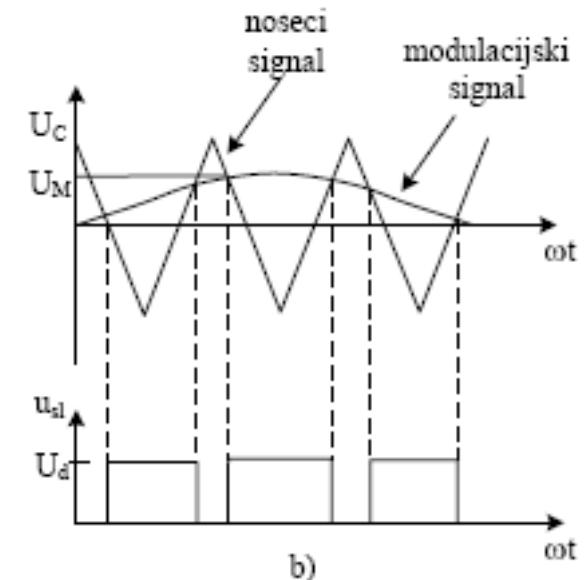
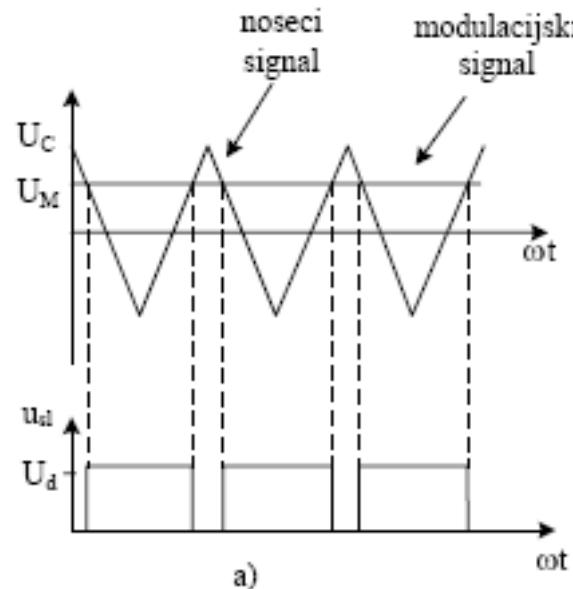


Sl.16.

## Neizravni frekvencijski pretvarači – modulacija širine impulsa

- Upravljački impulsi elektroničkih sklopki se generiraju u trenucima kada su vrijednosti nosećeg i modulacijskog signala jednake, vidi sl.
- Frekvencija sklapanja je jednaka frekvenciji nosećeg signala.
- Pokazuje se da se amplitude harmonika nižeg reda više smanjuju što je broj  $M$  pravokutnih impulsa po poluperiodi izlaznog napona veći. **VAŽNO!**
- S druge strane, uz veći broj pravokutnih impulsa povećavaju se amplitude harmonika višeg reda (koji stvaraju zanemarive gubitke u krugovima s induktivitetima)

Sl.17. Modulacija usporedbom nosećeg i modulacijskog signala



## Neizravni frekvencijski pretvarači – modulacija širine impulsa

- Bolja se svojstva postižu ako je modulacijski signal sinusni signal, sl.17.b
- Širina pravokutnih impulsa je tada sinusna funkcija kuta (položaja) impulsa u periodi modulirajućeg signala.
- Perioda trokutastog signala se odabire tako da bude cjelobrojni višekratnik periode sinusnog signala (tzv. sinkrona modulacija).
- Noseći trokutni signal može biti zajednički svim fazama, dok su modulacijski sinusni signali za svaku fazu međusobno pomaknuti za  $120^\circ$
- Odnos amplitute modulacijskog i nosećeg signala  $m = U_m/U_C$  naziva se indeksom modulacije.
- Promjenom indeksa modulacije upravlja se amplitudom izlaznog napona.
- Za  $m \leq 1$  odnos indeksa  $m$  i srednje vrijednosti amplitute izlaznog signala je linearan.
- Moraju se zadržati minimalna vremena zadrške između dviju komutacija kako bi se omogućilo uspješno komutiranje i tako se izbjegao mogući kratki spoj među granama izmjenjivača.

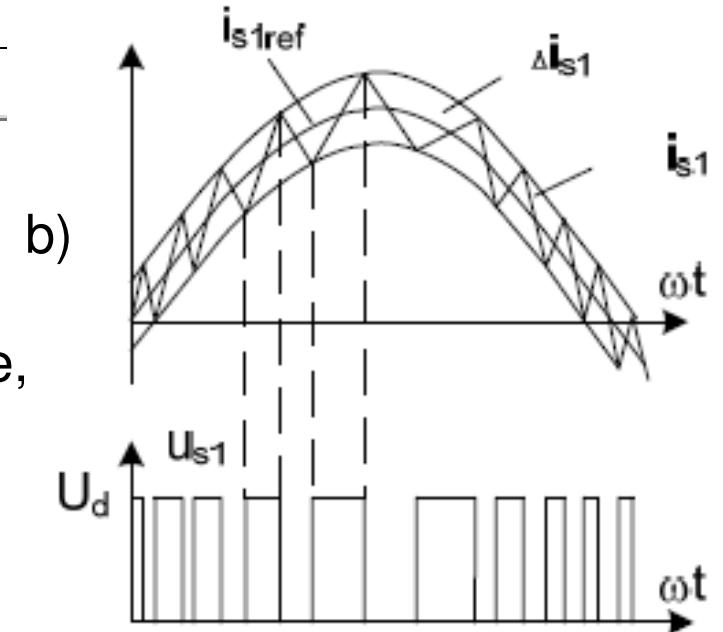
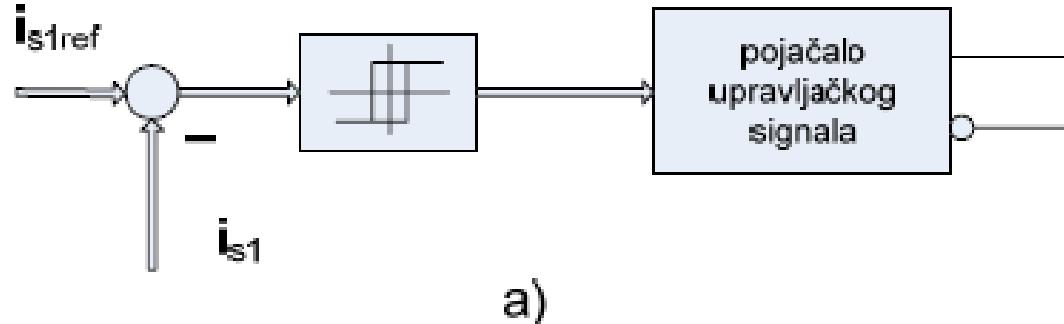
## Neizravni frekvencijski pretvarači – modulacija širine impulsa

- Odnos **frekvencija nosećeg i modulirajućeg signala ( $k$ )** određuje frekvencijski sastav izlaznog napona. Pokazuje se da su **amplitude harmonika neovisne o parametru  $k$**
- Što je veći  $k$ , veći su **gubici sklapanja** sklopki, ali su **manji harmonički gubici u stroju** (KOMPROMIS, da li se želi gubitke iz motora “preseliti” u pretvarač?!)

## Neizravni frekvencijski pretvarači – modulacija reguliranjem statorske struje

- Modulacija izlaznog napona izmjenjivača reguliranjem statorske struje odstranjuje utjecaj pulzacija napona međukruga na struju motora. To se postiže korištenjem tzv. histereznog regulatora statorske struje (BANG-BANG regulacija)
- Na ulaz sklopa, prikazanog na sl.18., dovodi se vodeća veličina struje statora

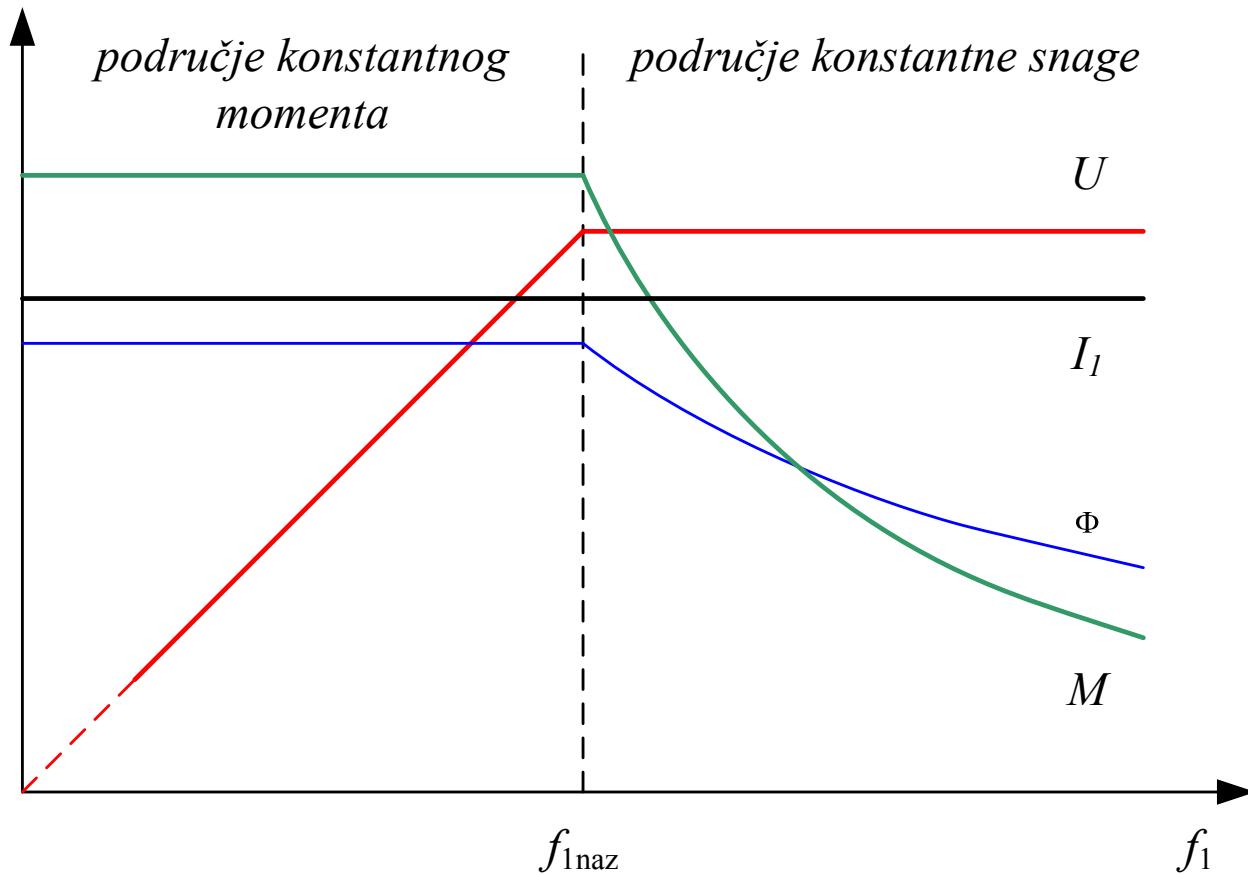
## Neizravni frekvencijski pretvarači – histerezni regulator statorske struje



Sl.18. Modulacija regulacijom statorske struje,  
a) shema regulatora, b) valni oblik struje

- Razlika struje, preko dvopolozajnog regulatora s histerezom, određuje impulse za komutaciju sklopki izmjenjivača.
- Statorska je struja prisiljena pratiti **sinusni oblik referentnog signala u području određenom širinom histereze regulatora**
- Pulzaciije struje (dakle i momenta) određene su širinom histereze i ne ovise o promjenama napona međukruga.
- Regulacijom struje **naponski izmjenjivač se zapravo ponaša kao strujni**.

# Sustavi skalarnog upravljanja asinkronim kaveznim strojem



- Da bi magnetski tok i moment stroja ostali nepromijenjeni i pri malim brzinama, potrebno je kompenzirati pad napona na otporu namota statora, što se vidi iz izraza (1) i (2).

# Sustavi skalarne upravljanja asinkronim kaveznim strojem

- **PODSJETNIK:** Uz pretpostavku da je otpor statorskog namota zanemariv, tj. da je pad napona na tom otporu mnogo manji od napona  $U$ , vrijedi izraz

$$\Phi_m \cong \frac{1}{N_1 \cdot f_{n1} \cdot \sqrt{2} \cdot \pi} \cdot \frac{U}{f_1} \quad (1)$$

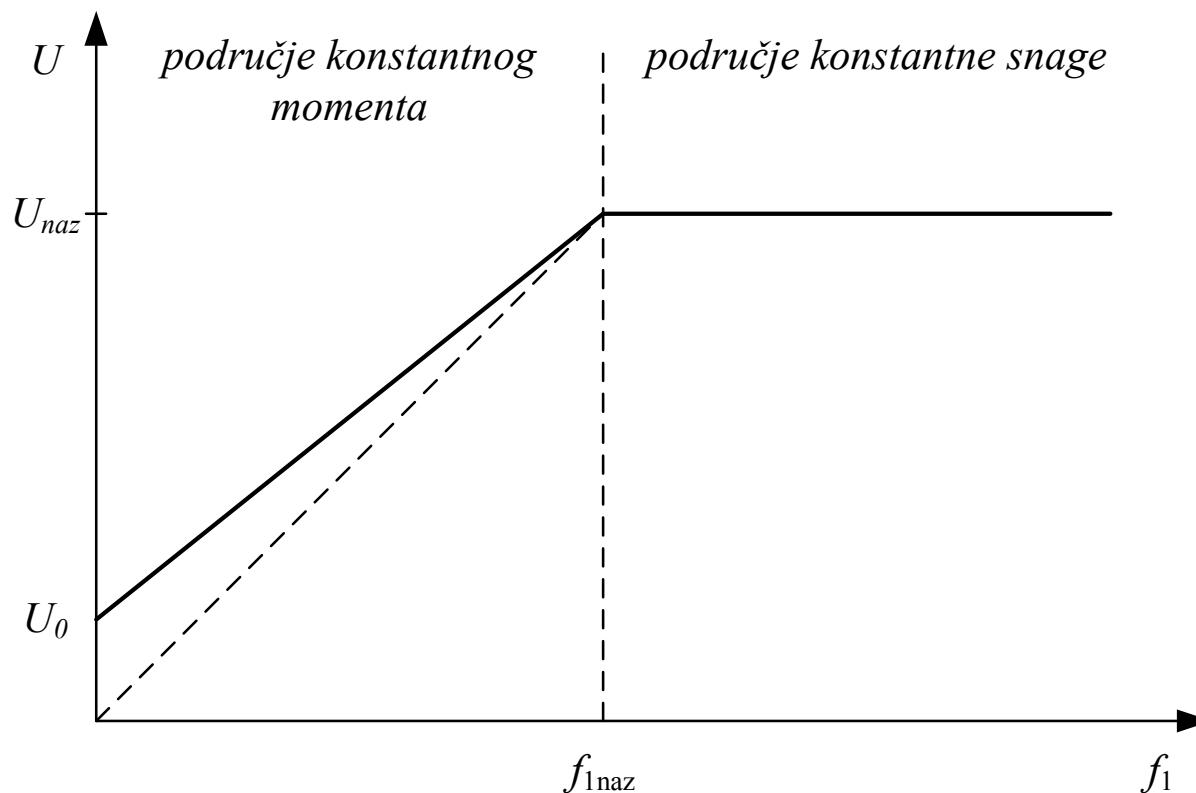
koji pokazuje vezu između magnetskog toka, napona i frekvencije. Isto tako, kombiniranjem osnovnih izraza matematičkog modela AM-a, dobije se izraz za prekretni (maksimalni) moment motora

$$M_{pr} \cong k \cdot \left( \frac{U}{f_1} \right)^2 \quad (2)$$

Iz izraza (2) slijedi da je **za održavanje konstantnog prekretnog momenta potrebno omjer  $U/f_1$  držati konstantnim**. Područje u kojem se tok održava konstantnim naziva se **područje konstantnog momenta**.

# Sustavi skalarnog upravljanja asinkronim kaveznim strojem

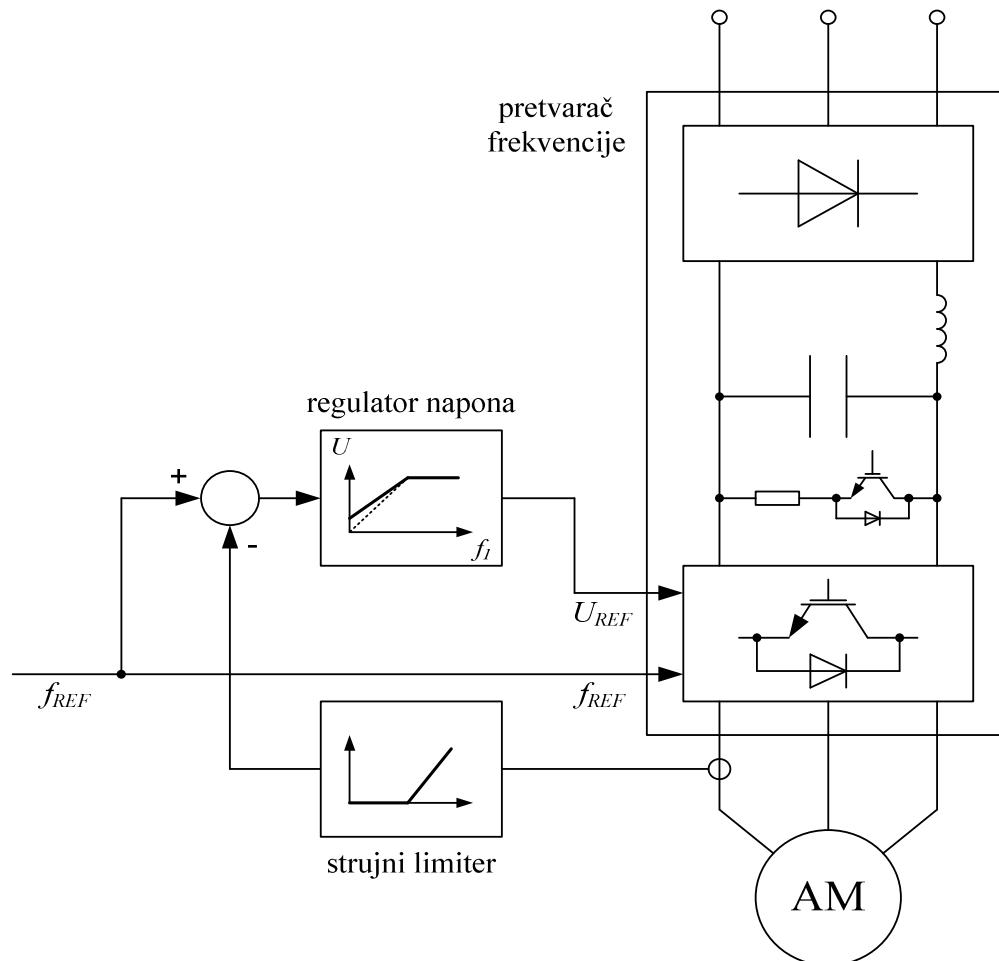
- Skalarno upravljanje **s kompenzacijom pada napona na otporu namota statora** prikazano je na slici



Ovisnost amplitude napona statora o frekvenciji u slučaju kompenzacije pada napona na otporu namota statora

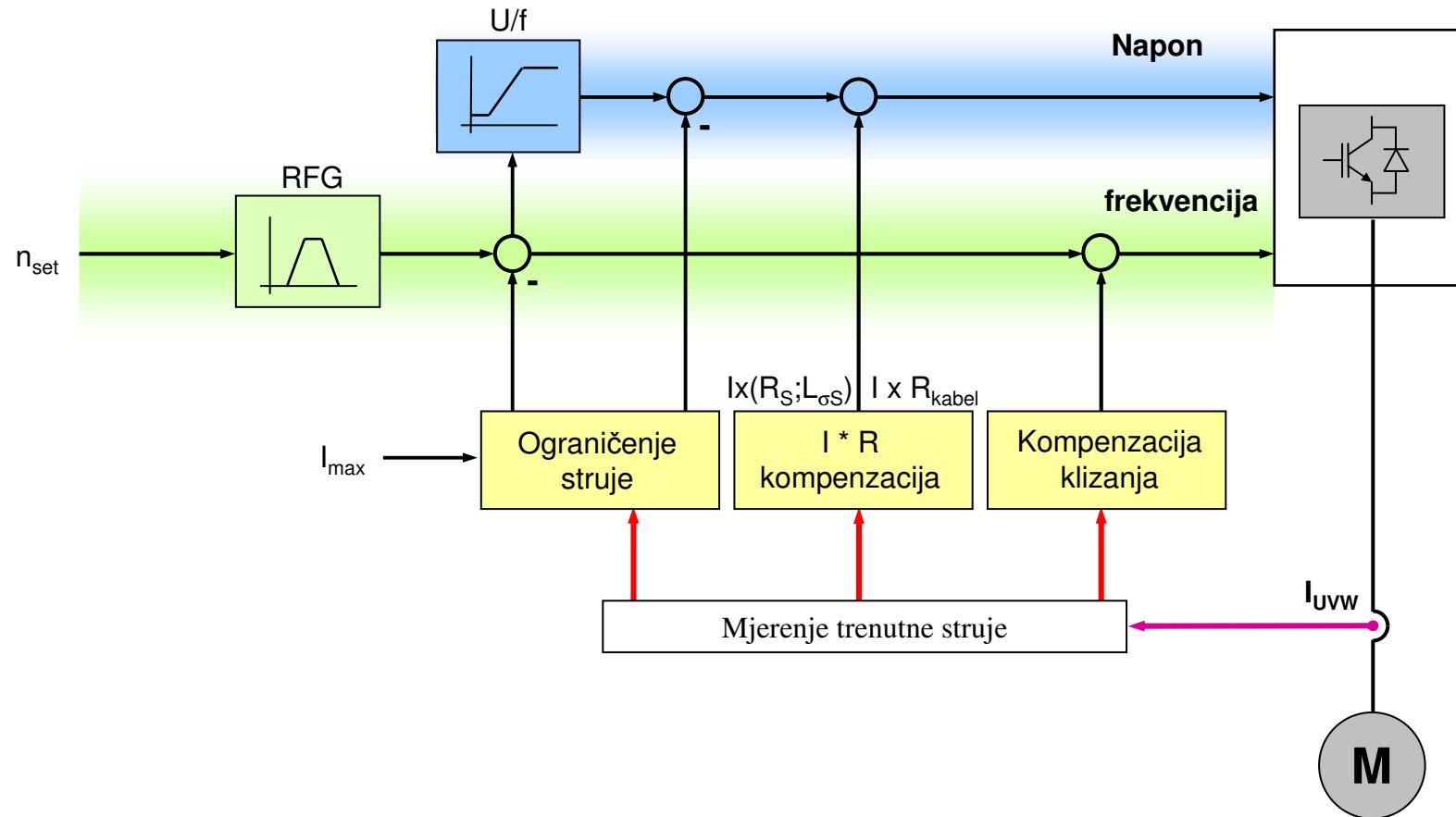
# Sustavi skalarnog upravljanja asinkronim kaveznim strojem – u otvorenoj petlji

- Dvije su **uobičajene izvedbe skalarnog upravljanja**: u otvorenoj i zatvorenoj petlji. Pri tome se koristi **pretvarač frekvencije s utisnutim naponom (naponskim međukrugom)**



- Kao referentna vrijednost zadaje se frekvencija napona statora
- Na osnovu zadane **referentne vrijednosti frekvencije**, regulator napona generira odgovarajuću **referentnu vrijednost napona statora**
- Strujni limiter (ograničavač) automatski smanjuje napon

# Sustavi skalarnog upravljanja asinkronim kaveznim strojem – u otvorenoj petlji



Otvorena petlja  
V / Hz

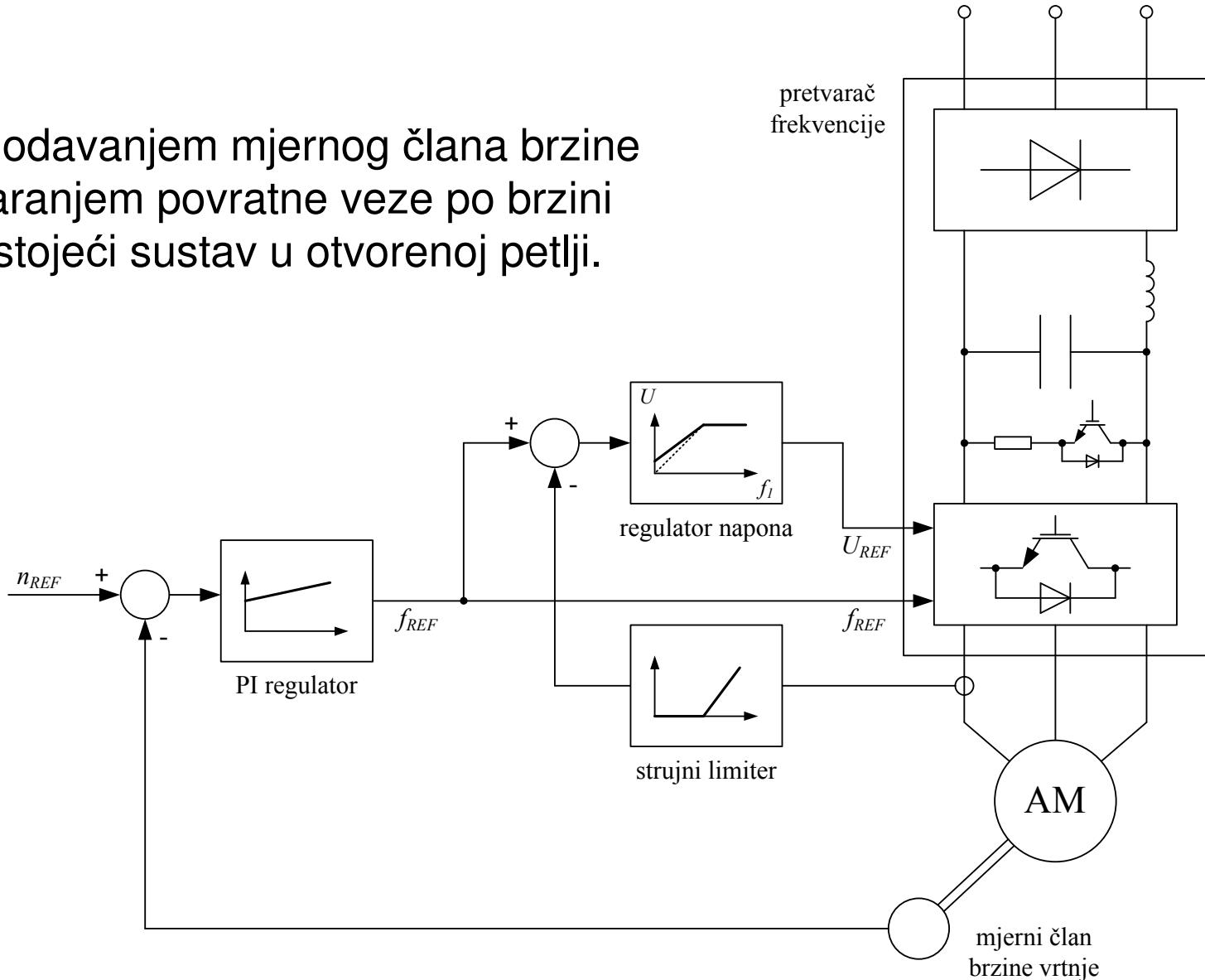
- Za samostalne strojeve malih snaga i male dinamičke performanse
- Za grupe strojeva (čak i različitih snaga) spojenih na jedan izmjenjivač

## Sustavi skalarnog upravljanja asinkronim kaveznim strojem – u otvorenoj petlji

- Svaka **promjena momenta tereta ili amplitude napona statora** pri skalarnom upravljanju **u otvorenoj petlji** uzrokovati će promjenu brzine vrtnje stroja
- Ukoliko tehnološki proces zahtijeva stalno održavanje postavljene brzine vrtnje pri čemu su moguće i **promjene opterećenja stroja tijekom rada**, ovaj nedostatak skalarnog upravljanja u otvorenoj petlji se mora nadomjestiti **zatvaranjem regulacijske petlje po brzini vrtnje**
- U tom slučaju se mora koristiti **mjerni član brzine vrtnje** (najčešće inkrementalni enkoder ili tahogenerator). U slučaju da pretvarač sadrži model motora, može se koristiti i **estimirana (procijenjena) vrijednost brzine dobivene iz modela**.

# Sustavi skalarnog upravljanja asinkronim kaveznim strojem – u zatvorenoj petlji

- Postiže se dodavanjem mjernog člana brzine vrtnje i zatvaranjem povratne veze po brzini vrtnje na postojeći sustav u otvorenoj petlji.



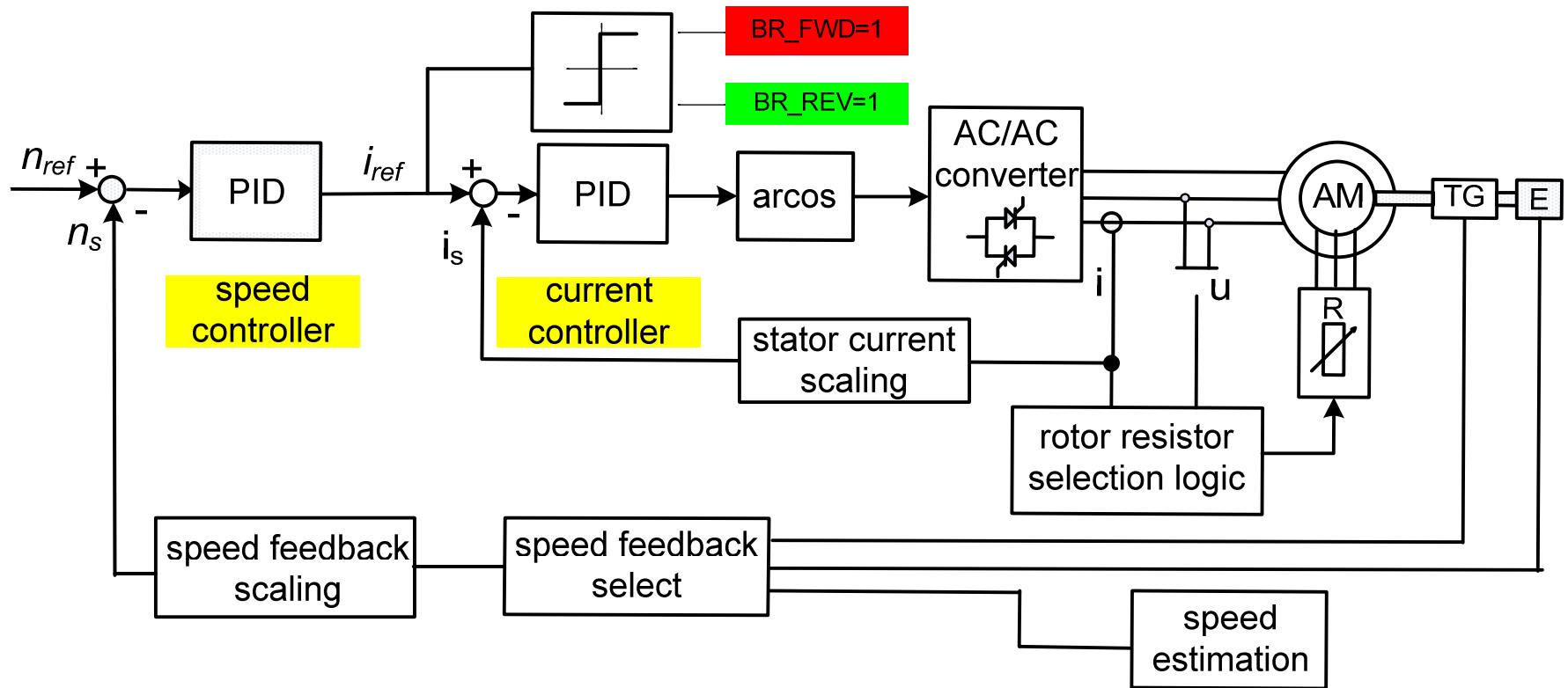
# Sustavi skalarnog upravljanja asinkronim kaveznim strojem – zaključak

- Opisani način upravljanja se naziva **SKALARNO upravljanje** jer je zasnovan na statičkom modelu (stacionarno stanje). **Prijelazne pojave nisu uključene u postojeći model**, pa se u prijelaznim (**dinamičkim**) stanjima ne može dobiti u potpunosti konstantan tok, a s njim i moment stroja
- Za ostvarenje **boljih dinamičkih karakteristika**, koje se traže za zahtjevnije servo-primjene, koriste se **druge metode upravljanja temeljene na analogiji s istosmjernim strojem**
- Te metode koriste tehniku **neovisnog upravljanja tokom i momentom**, što je svojstvo istosmjernih strojeva s nezavisnom uzbudom
- Algoritmi upravljanja, koji se pri tome koriste, zovu se algoritmi **VEKTORSKOG upravljanja**, zahtijevaju brzo izvođenje računskih (matematičkih) operacija, pa su u upravljačkom smislu zasnovane na procesorima za obradu signala, tzv. **DSP-ovima** (engl. *Digital Signal Processor*)

# Upravljanje brzinom vrtnje klizno-kolutnog asinkronog stroja

- Već je rečeno da se brzina vrtnje može mijenjati i promjenom efektivne vrijednosti napona statora te promjenom vrijednosti otpora rotorskog kruga (vidjeti predavanja, *Elektromehanički sustavi*).
- Budući da se radi i o promjeni otpora u rotorskom krugu, metoda je ograničena samo za klizno-kolutne izmjenične asinkrone strojeve
- Primjer pogona, koji je tehnološki unaprijeđen i namijenjen za rad u teškim uvjetima (čeličane, valjaonice i slično)

# Regulacijska struktura klizno-kolutnog AM-a



# LITERATURA

- [1] „*Osnove električnih strojeva*“, Radenko Wolf, Školska knjiga Zagreb, 1995.
- [3] „*Elektromotorni pogoni*“, Jurković, Školska knjiga Zagreb, 1990.
- [5] „*Power Electronics*“, Mohan, Undeland, Robbins, John Wiley & Sons
- [6] „*Control of electrical drives*“, Leonhard, Springer 1996.

## Dodatak-1

- Ovdje bi trebalo istaknuti jednu važnu činjenicu. Kada se govori o momentu motora, moguće su zapravo dvije vrijednosti momenta motora koje bi trebalo razlikovati!
- U suštini, to se dešava ako se *moment* promatra na dva različita mesta u *emp-u*, tj. na dva različita mesta u dijagramu bilance energije. Rotor motora razvije uvijek moment koji odgovara ekvivalentu električne energije prenesene sa statora preko zračnog raspora na rotor,  $P_{2\text{meh}}$ .
- Zato se, precizno rečeno, tako definiran moment stroja zove *elektromagnetski moment*. Moment što ga motor predaje radnom mehanizmu je nešto manji od ovako definiranog *elektromagnetskog momenta* i to za iznos gubitaka trenja i ventilacije. Taj moment se definira jednostavno kao *moment na osovini motora* ili kraće samo kao *moment motora*. On je definiran ekvivalentom električne snage  $P_2$ .
- S tim u vezi su i različite matematičke definicije *elektromagnetskog momenta* i *momenta na osovini motora* (momenta motora) i one su određene u posebnim izrazima

# **Upravljanje elektromotornim pogonima**

## **UEP**

Prof.dr.sc. Fetah Kolonić  
doc.dr.sc. Damir Sumina

Predavanje 03 – Strukture upravljanja učinskim  
pretvaračima za istosmjerne EMP

Zagreb, ak. god. 2011/2012

## SADRŽAJ

- Usmjerivački skloovi za upravljanje istosmjernim strojem
- Prijenosna funkcija usmjerivača, mrtvo vrijeme
- Vanjska karakteristika usmjerivača, područje isprekidane i neisprekidane struje, višepulsni (12) usmjerivači za veće snage
- Adaptacija regulatora struje u području isprekidane struje
- Regulacijske strukture sa IS-om zasnovane na usmjerivačkim spojevima (upravljanje naponom armature i uzbudom, jednosmjerni i dvosmjerni usmjerivači)
- Regulacijske strukture sa IS-om zasnovane na istosmjernim pretvaračima i silaznim pretvaračima (čoperi)
- Regulatori struje s PWM-om i histerezni regulatori struje

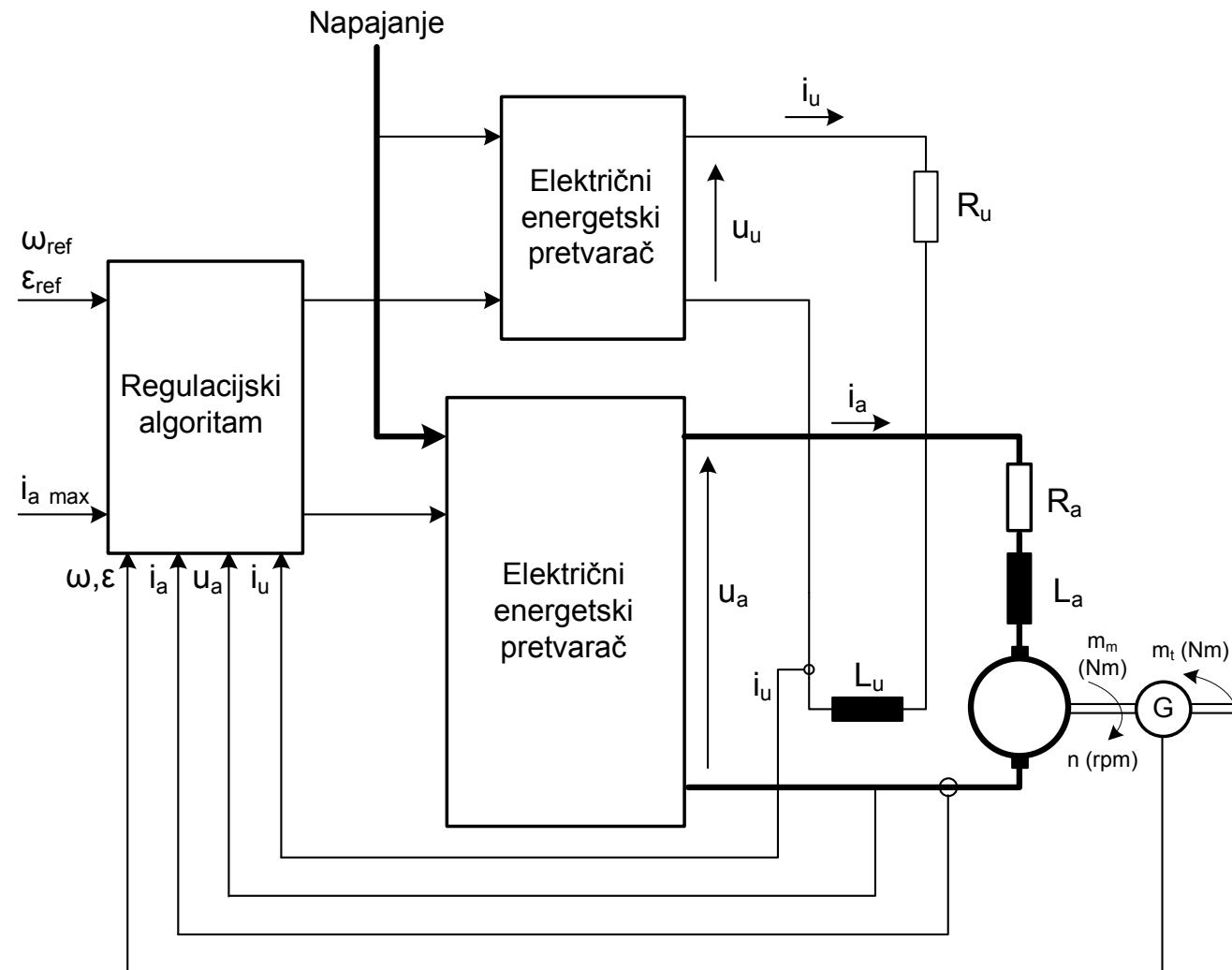
# Regulacija istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom pomoću sklopova učinske elektronike

- Upravljanje istosmjernim strojem: **promjenom napona armature, promjenom uzbudnog polja i promjenom ukupnog otpora u armaturnom krugu**
- Upravljanje brzinom vrtnje promjenom ukupnog otpora u armaturnom krugu energetski neučinkovito zbog disipacije snage na dodanim otpornicima i činjenice da oslobođena toplina ne smije dovesti do povišenja radne temperature emp-a.
- Upravljanje **promjenom napona armature i promjenom napona uzbude** stroja (uzbudnog polja) zahtijeva promjenjivi istosmjerni napon
- Razvojem učinske elektronike, u zadnjih 30-tak godina afirmirala su se kvalitetna rješenja poluvodičkih učinskih pretvarača, koji istosmjerni stroj napajaju s **promjenljivim istosmjernim naponom iz istosmjerne i iz standardne izmjenične mreže: usmjerivači (AC/DC) i istosmjerni pretvarači, tzv. čoperi (DC/DC)**.

# Regulacija istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom pomoću sklopova učinske elektronike

- U određenim primjenama potrebno je upravljati pozicijom stroja, a nekada je potrebno upravljati samo strujom stroja. Sve to mora biti ostvareno sa **što manjim gubicima, što većom točnošću, pouzdanošću i uz što nižu cijenu.**
- Dinamički zahtjevi uvjetuju **korištenje sustava regulacije struje, brzine i pozicije (sustavi s povratnom vezom).** Današnji industrijski sustavi realizirani u digitalnoj tehnici zasnovanoj na mikroprocesorima mogu zadovoljiti zahtjeve za brzim prikupljanjem i procesiranjem mjereneih podataka.
- Sada se u potpunosti mogu definirati komponente **emp-a** s istosmjernim strojem koji može **osigurati regulaciju elektromehaničkih varijabli (struja, akceleracija, brzina, pozicija)** u rasponu od 0 do minimalno nazivnih vrijednosti
- Pored istosmjernog stroja kao osnovne komponente, minimalna **konfiguracija emp-a** bi trebala sadržavati **učinski pretvarač, digitalni sustav na kojem se realiziraju upravljačko-regulacijske strukture i sustav za mjerjenje i prikupljanje podataka o reguliranim varijablama emp-a**

# Regulacija istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom pomoću sklopova učinske elektronike



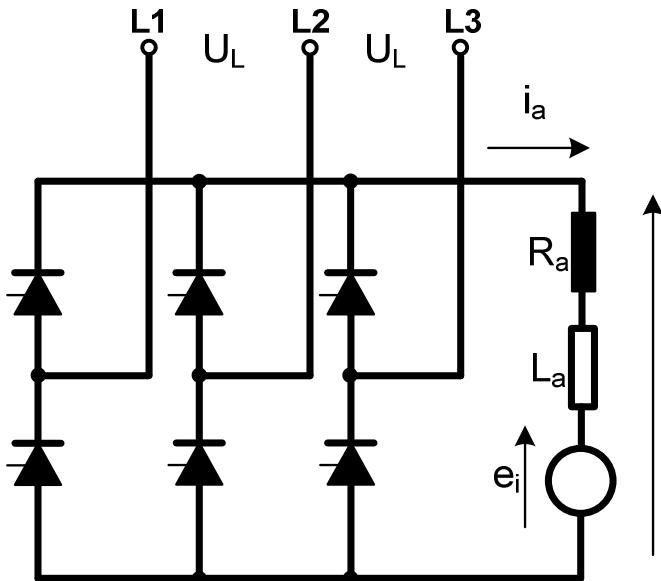
Sl.1 Načelna shema sustava regulacije istosmjernog nez. uzbuđenog stroja

# Regulacija istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom pomoću sklopova učinske elektronike

- U sustavu postoje **dva učinska pretvarača** koji omogućavaju promjenu iznosa napona **napajanja uzbudnog i armaturnog kruga**. Na taj način moguće je mijenjati struju uzbude i struju armature.
- Sustav mjeri varijable koje se žele regulirati, ali i one koje se žele nadzirati. To su struja armature, napon armature, brzina (pozicija) i struja uzbude.
- Mjerene veličine se uvode u sustav za regulaciju čime je ostvarena povratna veza u regulacijskoj strukturi. **Povratnom vezom znatno se mogu poboljšati dinamička svojstva cijelog sustava.**
- Upravljački sustav na osnovu **mjerениh veličina i zadanih referentnih veličina** (postavnih veličina) određuje izlazne veličine koje utječu na promjenu armaturnog i uzbudnog napona.
- **Pretvarači** koji se koriste u upravljanju istosmjernih strojeva, a koji koriste izmjenični (mrežni) napon na ulazu se zovu usmjerivači. Širi naziv je mrežom vođeni (komutirani) usmjerivači (pretvarači), engl. *Line Commutated Converters*.

# Osnovni usmjerivački sklopovi za upravljanje istosmjernog stroja

- Usmjerivač je poseban tip ispravljača (općenitiji pojam) koji omogućava oba smjera energije; s izmjenične na istosmjernu, ali i istosmjerne na izmjeničnu stranu. Više o usmjerivačima može se pronaći u [5].
- Usmjerivač omogućava jedan smjer struje i dva polariteta napona na istosmjernoj strani. Kada energija prelazi s izmjenične na istosmjernu stranu, usmjerivač radi kao ispravljač. Kada energija prelazi s istosmjerne na izmjeničnu stranu, usmjerivač radi kao izmjenjivač.



Sl.2. Trofazni tiristorski usmjerivač u mosnom spoju

Izlazni napon se mijenja prema izrazu

$$U_a = 2,34 \cdot U_f \cos \alpha \quad (1)$$

$U_a$  → srednja vrijednost ispravljenog napona

$U_f$  → efektivna vrijednost izmjeničnog faznog napona

$\alpha$  → kut okidanja tiristora

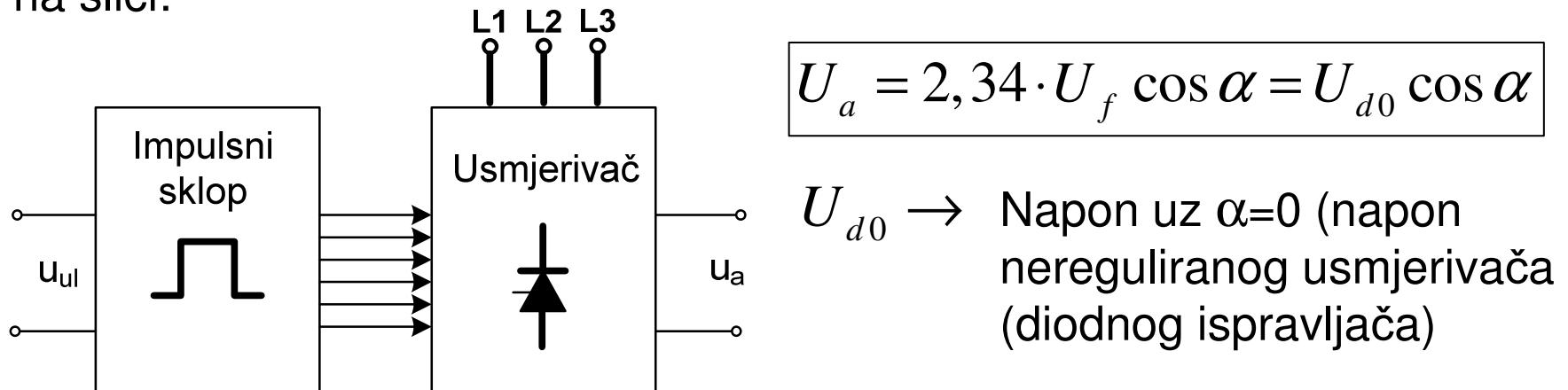
# Regulacija istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom pomoću sklopova učinske elektronike

Koje zahtjeve mora ispuniti učinski pretvarač za istosmjerni elektromotorni pogon ?

- Mora omogućiti izlazni napon oba polariteta i struju u oba smjera za IV-kvadrantni rad, odnosno napon oba polariteta za II-kvadrantni rad (ako se želi samo motorski način rada u oba smjera)
- Za vrijeme kratkih ubrzavanja i usporavanja, struja pretvarača se mora držati na najvišoj dozvoljenoj vrijednosti. Struja armature u dinamičkim prijelaznim pojavama može biti i nekoliko puta veća od struje u stacionarnom režimu rada.
- Srednja vrijednost izlaznog napona treba linearno ovisiti o ulaznom upravljačkom naponu.
- Valovitost struje armature mora biti što manja
- Izlaz iz pretvarača mora što brže slijediti signal na ulazu kako bi se pretvarač mogao nadomjestiti elementom s konstantnim pojačanjem, bez mrtvog vremena

# Osnovni usmjerivački sklopovi za upravljanje istosmjernog stroja

- Usmjerivački spojevi za istosmjerni emp su uglavnom **realizirani s tiristorskim poluvodičkim sklopkama** koje karakterizira visoka strujna i naponska opteretivost.
- **Sastavni dio usmjerivača je upravljački sklop** (impulsni sklop, vidi sliku), koji osigurava sinkroniziran rad poluvodičkih tiristorskih sklopki s frekvencijom pojne mreže (mrežom vođeni usmjerivači).
- Za potrebe regulacije usmjerivač je potrebno matematički opisati prijenosnom funkcijom kako bi ga se moglo uključiti u struktturnu blokovsku shemu istosmjernog emp-a. Usmjerivač se može prikazati kao na slici:



Sl.3. Blokovski prikaz usmjerivača

# Osnovni usmjerivački sklopovi za upravljanje s istosmjernim strojem

- Na ulazu usmjerivača (impulsnog sklopa) djeluje istosmjerni upravljački napon  $u_{ul}$ , kojim se određuje kut okidanja tiristora  $\alpha$ . Na izlazu usmjerivača dobije se srednja vrijednost ispravljenog napona  $u_d$ , tj. napon armature istosmjernog stroja  $u_a$
- Iz izraza (1) očita je nelinearnost izlazne veličine  $u_{ul}$  o kutu okidanja  $\alpha$ . Ako se osigura da kut okidanja  $\alpha$  ovisi o naponu  $u_{ul}$  s funkcijom  $\arccos$ , tada je moguće pisati da je prijenosna funkcija usmjerivača:

$$F(s) = \frac{u_a(s)}{u_{ul}(s)} = K_{Ty} e^{-s\tau} \quad (2)$$

$K_{Ty}$  → pojačanje usmjerivača  
 $\tau$  → mrtvo vrijeme usmjerivača

- Prilikom promjene kuta upravljanja s promjenom napona  $u_{ul}$  dolazi do određenog kašnjenja (mrvog vremena,  $\tau$ ) nakon kojeg se izlazna veličina  $u_d$  počinje mijenjati.
- Do ove pojave dolazi jer se **tiristoru ne može promijeniti kut vođenja u bilo kojem trenutku**. Nakon okidanja tiristora u trenutku  $t_1$ , tiristor može promijeniti kut okidanja tek u narednoj sekvenci vođenja, u trenutku  $t_2$ .

# Osnovni usmjerivački sklopovi za upravljanje s istosmjernim strojem

- Prosječno mrtvo vrijeme usmjerivača se definira kao

$$\tau = \frac{1}{2 \cdot m \cdot f} \quad (3)$$

$m \rightarrow$  broj (pulzacija) u jednoj periodi napona napajanja  
 $f \rightarrow$  frekvencija izmjeničnog napona napajanja

- Trofazni usmjerivač u mosnom spoju ima 6 pulzacija, a frekvencija izmjeničnog napona je najčešće 50 Hz. Prema izrazu (3), mrtvo vrijeme iznosi 1,67ms.
- Budući da se radi o prosječnom mrtvom vremenu, ovaj iznos se, zbog jednostavnijeg računa, najčešće zaokružuje na iznos od 2 ms.
- Prijenosna funkcija usmjerivača se u praksi najčešće aproksimira prema izrazu

$$F(s) = \frac{u_a(s)}{u_{ul}(s)} = K_{Ty} \frac{1}{1 + s\tau} \quad (4)$$

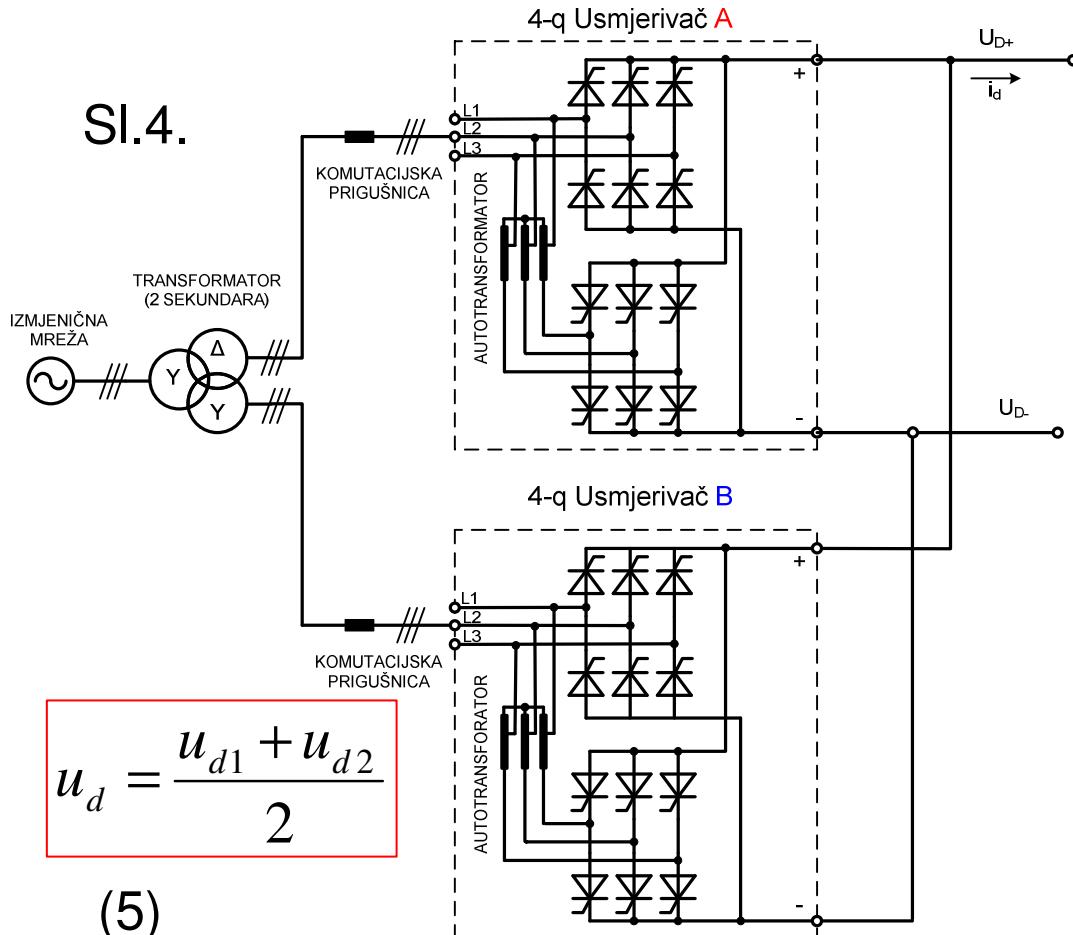
# Osnovni usmjerivački sklopovi za upravljanje s istosmjernim strojem

- Ovakva aproksimacija je dovoljno dobra s obzirom da vremenska konstanta iznosa **2 ms** za elektromotorni pogon **ne predstavlja značajnu vremensku konstantu** (u odnosu na ostale vremenske konstante)
- U prijenosnoj funkciji  $F(s)=\omega(s)/u_a(s)$ ,  $F(s)=i_a(s)/u_a(s)$ , ta vremenska konstanta bi u kompleksnoj ravnini definirala tzv. "**brzi pol**" koji ne bi značajnije utjecao na dinamiku emp-a
- Usmjerivači mogu biti napajani iz jednofaznih ili trofaznih izvora.
- Usmjerivač omogućuje izlazni napon jednog ili oba polariteta, te struju jednog smjera. Tzv. **antiparalelnim spajanjem dvaju usmjerivača moguće je osigurati oba smjera struje**, odnosno rad pogona u sva četiri kvadranta.
- Važna značajka usmjerivača je i osnovna frekvencija valovitosti napona na izlazu. **Valovitost izlaznog napona utjecat će i na valovitost struje**, a to za posljedicu može imati i **valovitost momenta**, što je nepoželjna pojava pogotovo kod sustava pozicioniranja. (**PITANJE: Zašto baš kod emp-a za pozicioniranja?**)

# Osnovni usmjerivački sklopovi za upravljanje s istosmjernim strojem

- U tehnološki zahtjevnim operacijama gdje se zahtjeva iznimno mala valovitost struje (momenta), nije dovoljan samo **6-pulsni pretvarač**. Primjeri su **12-pulsni i 24-pulsni usmjerivači** koji se na trofaznu mrežu priključuju preko posebnih (višenamotnih) transformatora (**1 primar-2 sekundara**)

Sl.4.

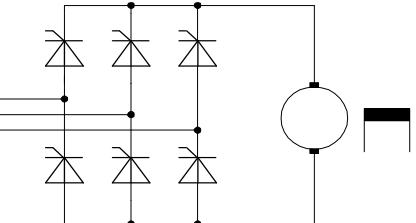
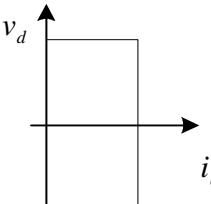
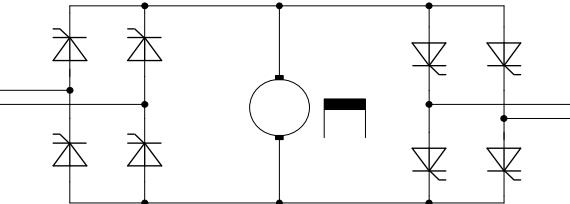
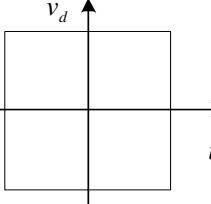
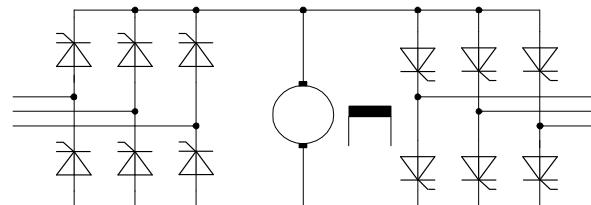
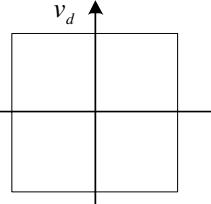


Primjer **12-pulsnog usmjerivača** snage **1MVA** za napajanje istosmjernog međukruga grupe izmjenjivača na tehnološkoj liniji proizvodnje i namatanja žice  $\phi 5$ , brzina linije **100m/s** !

Radi se o sustavu s **vraćanjem energije** iz istosmjernog međukruga u izmjeničnu mrežu.

Komutacijske prigušnice ograničavaju kružnu struju između pretvarača A i B

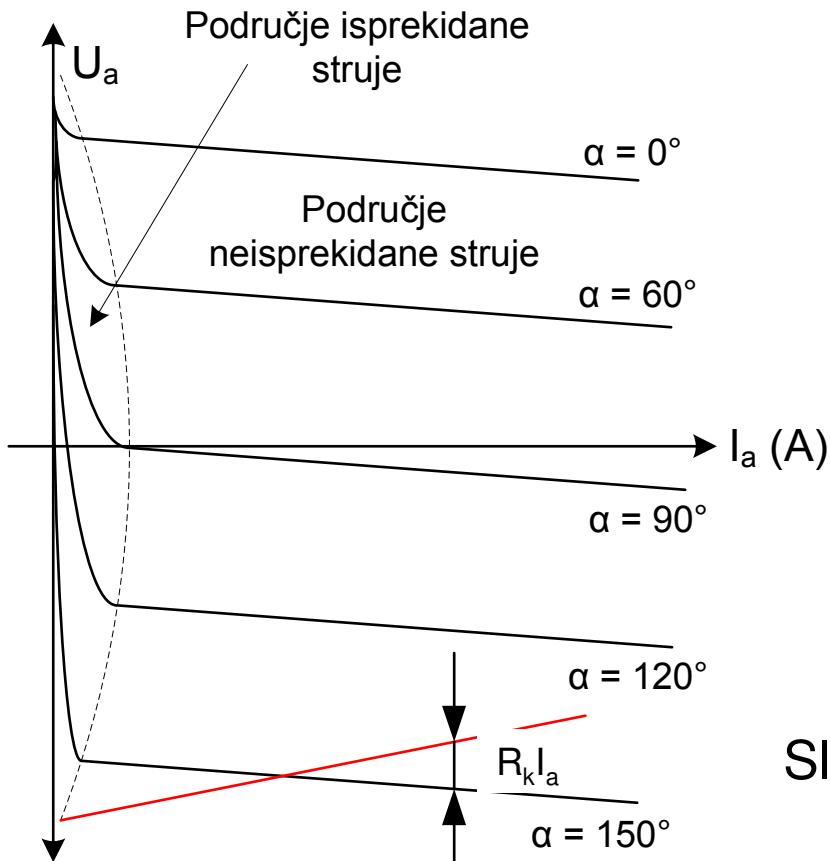
# Osnovni usmjerivački sklopovi za upravljanje s istosmjernim strojem

Topologija	Vrsta sklopa	Raspon snage	Valovitost	Područje rada
	Trofazni punoupravljivi usmjerivač	Do 150 kW	$6 f_s$	 2-kvadrantni
	Jednofazni antiparalelni usmjerivač	Do 15 kW	$2 f_s$	 4-kvadrantni
	Trofazni antiparalelni usmjerivač	Do 1.5 MW	$6 f_s$	 4-kvadrantni

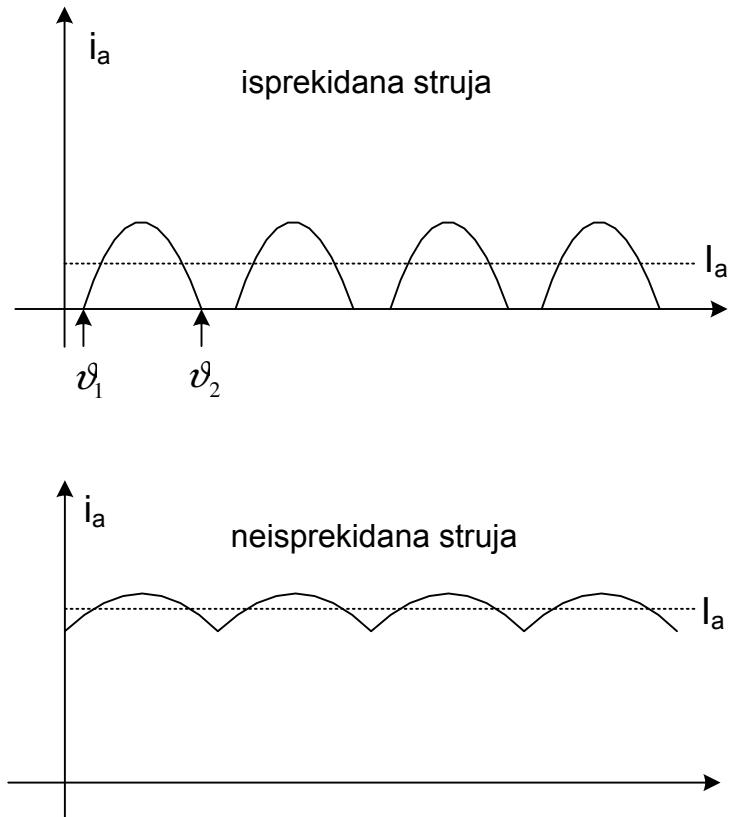
S.5. Najčešće korištene topologije usmjerivačkih spojeva u upravljanju s istosmjernim emp-om

# Osnovni usmjerivački sklopovi za upravljanje s istosmjernim strojem

- Kako bi se istaknula jedna specifičnost kod upravljanja istosmjernim strojevima upotrebom usmjerivača, potrebno je razmotriti vanjsku karakteristiku usmjerivača
- Na slici je prikazana vanjska karakteristika usmjerivača,  $U_d = f(I_d)$ , tj.  $U_a = f(I_a)$ , uz parametar kut okidanja  $\alpha$ .



SI.6.



SI.7.

# Osnovni usmjerivački sklopovi za upravljanje s istosmjernim strojem

- U području izmjenjivačkog načina rada karakteristika opterećenja je ograničena s pravcem koji se može opisati na sljedeći način

$$U_a = -U_{a0} \cos \gamma + R_k \cdot I_a \quad (6)$$

- Pri tome kut  $\gamma$  objedinjuje vrijeme odmaranja tiristorske sklopke i vrijeme komutacije. Ograničenje je također određeno opterećenjem kao što pokazuje gornji izraz.
- Na slikama 6. i 7. se vide dva karakteristična područja vanjske karakteristike usmjerivača:
  - područje isprekidane (diskontinuirane) struje
  - područje neisprekidane (kontinuirane) struje
- U području isprekidanog vođenja (struja pada na nulu) dolazi do znatne promjene nagiba karakteristike.
- U području neisprekidanog vođenja pojačanje, tj. nagib krivulja  $di_a/dU_a$ , je i do 10 puta veći od nagiba u području isprekidane struje

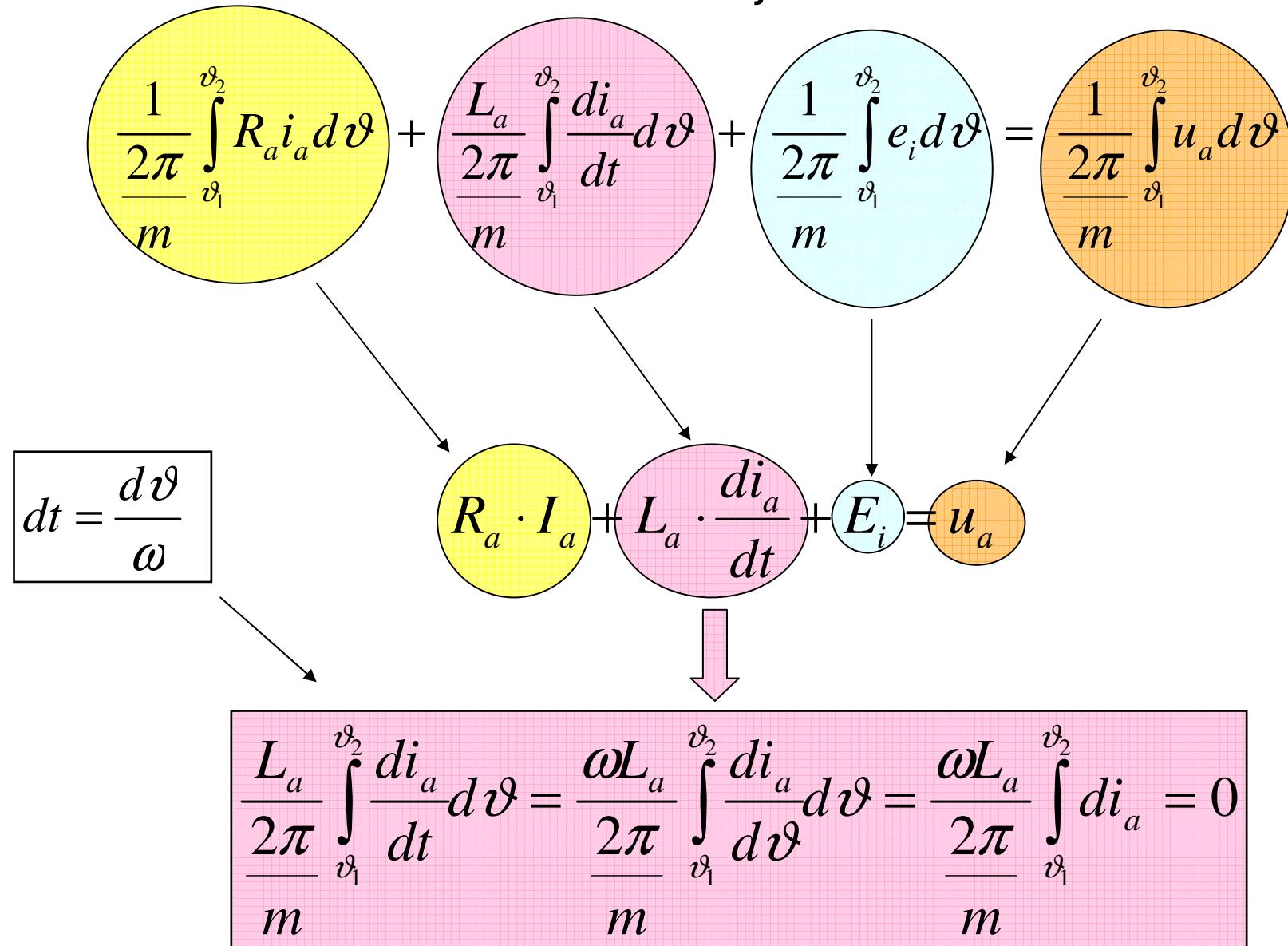
## Osnovni usmjerivački sklopovi za upravljanje s istosmjernim strojem

- Usmjerivač radi u **isprekidanom području** pri malim opterećenjima. Takav rad usmjerivača rezultira i **drugačijim matematičkim opisom istosmjernog stroja koji je napajan isprekidanom strujom**
- Uzevši u obzir da je matematički opis istosmjernog stroja koji radi u području **neisprekidane struje standardan** (uzima se da je struja glatka i iznosa  $i_d$ ), onda će **regulirani emp s istosmjernim strojem napajanim iz usmjerivača zahtijevati adaptivni regulator** (ovisno o području rada).
- Razlog je u tome što se **osim pojačanja**, koje je bitno različito u ova dva slučaja, **mijenja se i struktura (prijenosna funkcija)** kojom se opisuje istosmjerni stroj.
- Polazeći od slike koja prikazuje **isprekidanu struju  $i_a=f(v)$** , jednadžba

$$R_a \cdot i_a + L_a \cdot \frac{di_a}{dt} + e_i = u_a \quad (7)$$

za **m pulsni usmjerivač** se može opisati kao

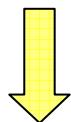
# Osnovni usmjerivački sklopovi za upravljanje s istosmjernim strojem



# Osnovni usmjerivački sklopovi za upravljanje s istosmjernim strojem

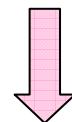
Sada se mogu izračunati i preostale komponente i one iznose:

$$\frac{1}{2\pi} \frac{\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} R_a i_a d\vartheta}{m}$$



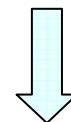
$$\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} i_a R_a d\vartheta = I_a R_a$$

$$\frac{L_a}{2\pi} \frac{\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{di_a}{dt} d\vartheta}{m}$$



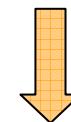
$$= 0$$

$$\frac{1}{2\pi} \frac{\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} e_i d\vartheta}{m}$$

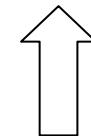


$$\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} e_i d\vartheta = E_i$$

$$\frac{1}{2\pi} \frac{\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} u_a d\vartheta}{m}$$



$$\frac{1}{2} U_{a0} (\cos \vartheta_1 - \cos \vartheta_2)$$



$U_{a0} \rightarrow$  napon usmjerivača pri  $\alpha = 0$

## Osnovni usmjerivački sklopovi za upravljanje s istosmjernim strojem

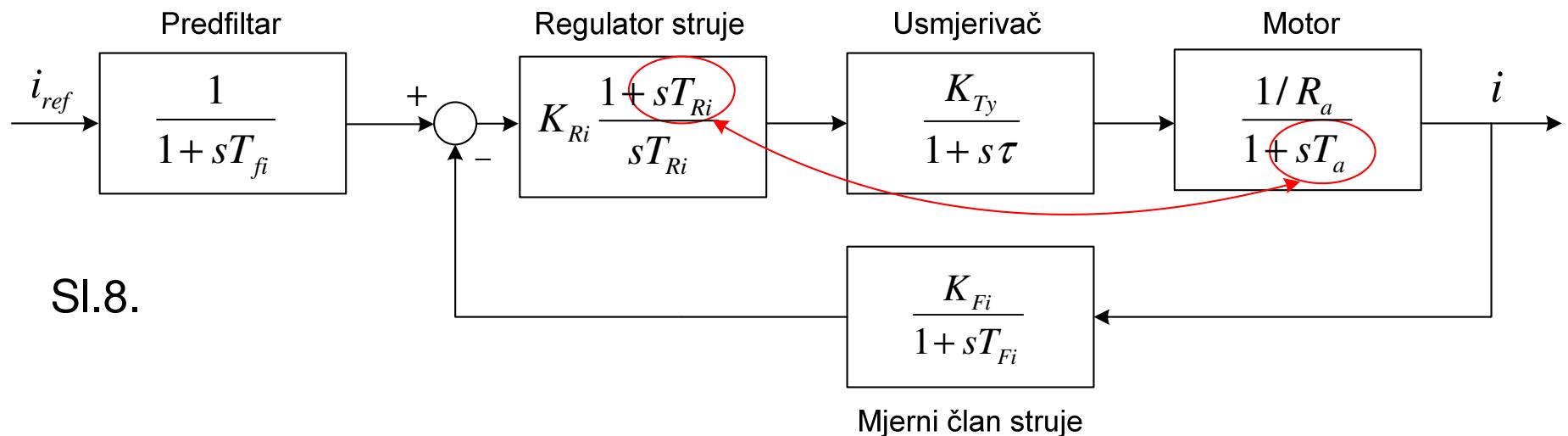
- Konačan opis ponašanja istosmjernog stroja napajanog iz usmjerivača u području isprekidane struje je:

$$I_a R_a + E_i = \frac{1}{2} U_{a0} (\cos \vartheta_1 - \cos \vartheta_2) \quad (8)$$

- Izraz (8) ne sadrži induktivitet  $L_a$ , što znači da u području isprekidane struje struja prati promjene napona armature bez vremenske konstante  $T_a$  ( $T_a=0$ ).
- Sustav regulacije struje armature potrebno je adekvatno prilagoditi ovakvoj prijenosnoj funkciji stroja
- Ako se krug regulacije struje armature optimira po pravilu tehničkog optimuma, regulator struje pri isprekidanom vođenju treba biti "I" tipa (integralni regulator) jer nema armaturne vremenske konstante koju treba poništiti.
- Pri neisprekidanom vođenju regulator treba biti PI tipa (proporcionalno integralni) jer se takvim regulatorom poništava armaturna vremenska konstanta  $T_a$ .

# Osnovni usmjerivački sklopovi za upravljanje s istosmjernim strojem

- Primjer: krug regulacije struje podešen po tehničkom optimumu, regulator struje je PI tipa,  $T_{Ri}$  konstanta regulatora poništava  $T_a$  (dominantnu armaturnu vremensku konstantu motora), vrijedi za neisprekidanu struju !



- Za rad u području isprekidane struje,  $T_a=0$  pa brojnik u prijenosnoj funkciji regulatora struje postaje jednak 1, što znači da PI regulator struje prelazi u I regulator

Sl.9.

$$\xrightarrow{\text{PI Regulator struje}} \xrightarrow{\text{I Regulator struje}}$$

$$K_{Ri} \frac{1 + sT_{Ri}}{sT_{Ri}} \quad K_{Ri} \frac{1}{sT_{Ri}}$$

# Osnovni usmjerivački sklopovi za upravljanje s istosmjernim strojem

- U području kontinuiranog vođenja (**neisprekidana struja**, struja niti u jednom trenutku ne pada na nulu), karakteristika ima blagi i konstantan nagib
- Ovaj nagib je **posljedica padova napona zbog komutacije struje u usmjerivaču te padova napona na poluvodičkim sklopkama, usmjerivačkom transformatoru i spojnim vodovima.**
- Precizniji izraz za srednju vrijednost napona kojim usmjerivač napaja armaturu stroja je:

$$U_a = U_d = U_{d0} \cos \alpha - \Delta U_s - (R_T + R_v + R_k) I_d \quad (9)$$

gdje su:

$\Delta U_s$  → pad napona na poluvodičkim sklopkama

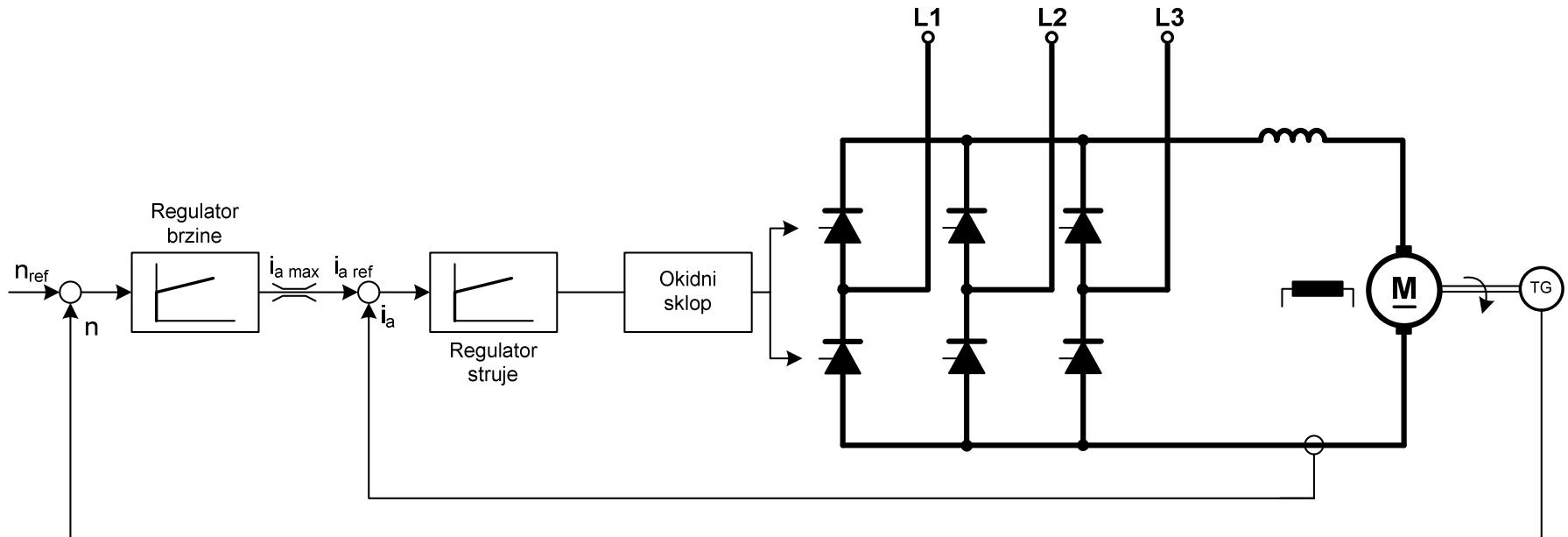
$R_T$  → otpor namota transformatora

$R_k$  → nadomjesni otpor komutacijskog kruga

$R_v$  → otpor spojnih vodova

# Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Na slici je prikazana shema sustava regulacije brzine vrtnje istosmjernog stroja s promjenjivim naponom armature. Uzbuda stroja se održava konstantnom. Sustav se sastoji od dva regulacijska kruga
  - unutarnji krug regulacije struje armature
  - vanjski krug regulacije brzine vrtnje

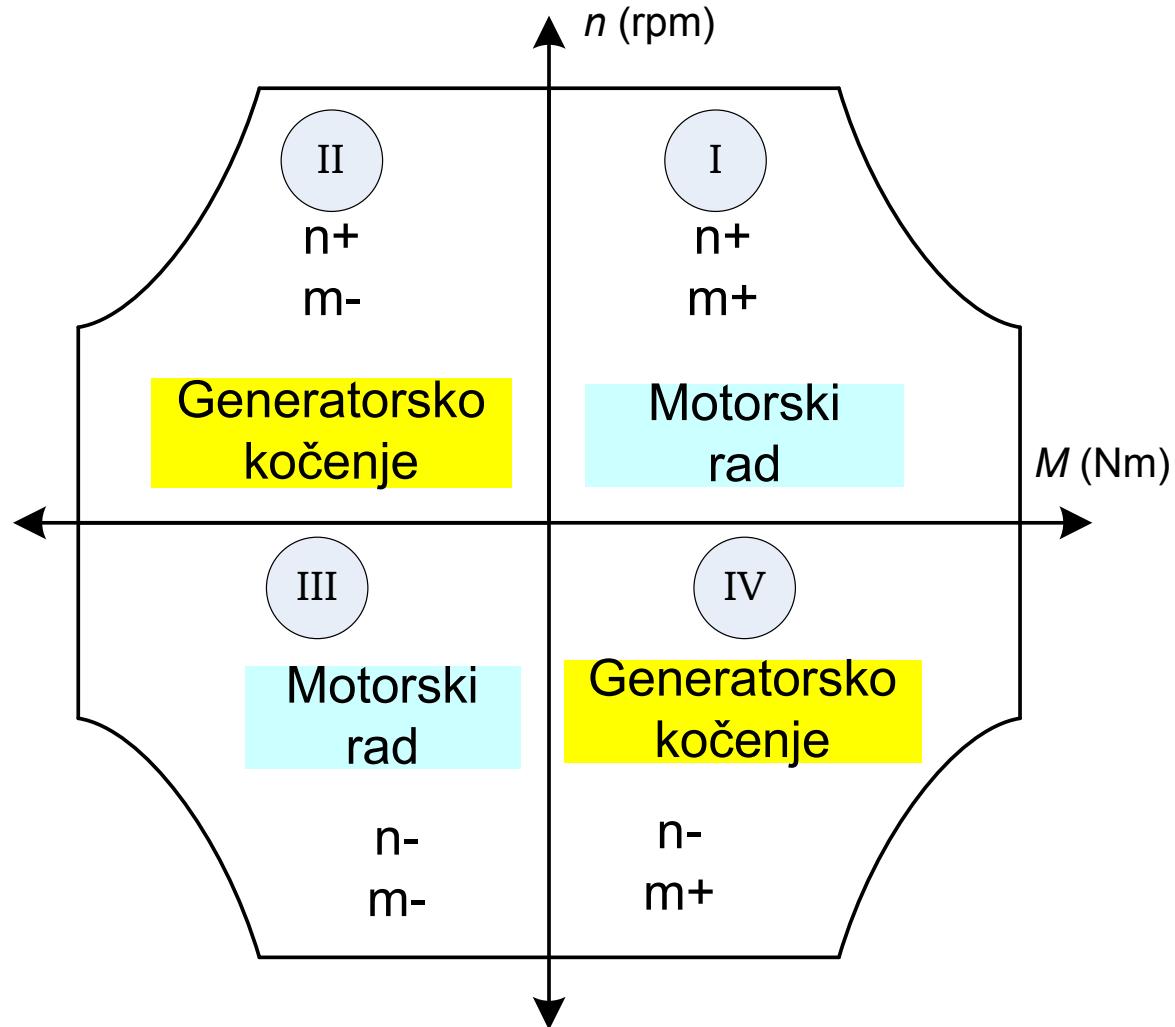


Sl.10. Sustav regulacije brzine vrtnje istosmjernog nezavisno uzbudjenog stroja za dvokvadrantni rad

# Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Unutrašnju povratnu vezu čine **mjerni član struje armature, regulator struje te impulsni uređaj**. Vanjsku povratnu vezu čine mjerni član brzine vrtnje te regulator brzine vrtnje.
- **Regulator struje armature** pomoću **impulsnog uređaja** povećava ili smanjuje struju kako bi brzina vrtnje dospjela zadani iznos.
- Regulatori u ovakvim sustavima obično imaju **proporcionalno i integralno djelovanje (PI)**.
- Struju armature je **potrebno ograničiti na maksimalan iznos** (tipično **dvostruka nazivna struja stroja**) jer bi u protivnom postojala opasnost da struja u određenim uvjetima (brza dinamika) postane toliko velika da može dovesti **do kolektorske vatre ili problema u komutaciji**.
- Sustav na slici omogućava **dvokvadrantni način rada u I. i II. kvadrantu** (jedan smjer momenta i dva smjera brzine vrtnje, sl.11.). Pogon može raditi u motorskom načinu rada za jedan smjer vrtnje (npr. dizanje tereta), te u generatorskom kočenju za drugi smjer vrtnje (spuštanje tereta, izmjenjivački način rada). **U koliko kvadranta radi pogon na slici ako nema potencijalnog momenta tereta?**

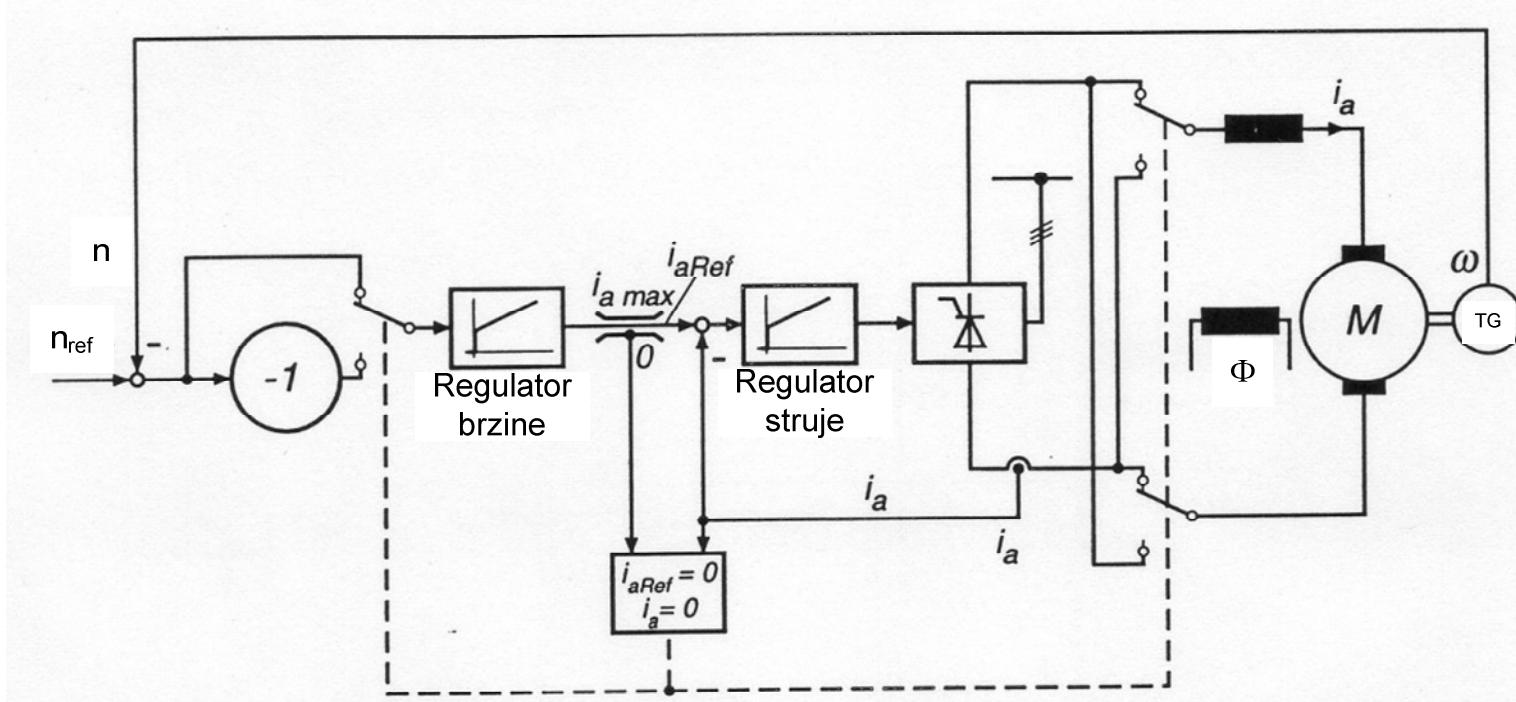
# Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima



Sl.11. Pogonska stanja istosmjernog elektromotornog pogona

# Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

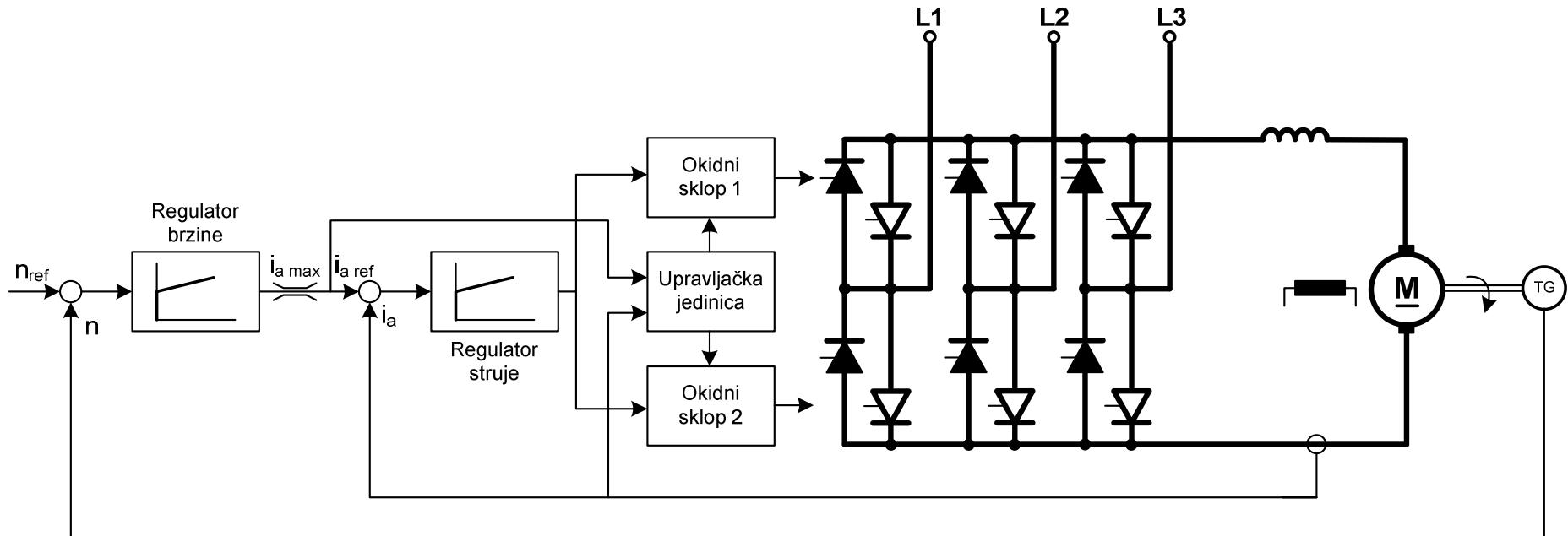
- Sustav prikazan na slici omogućava rad pogona u sva četiri kvadranta.
- Prvotno rješenje sa sklopnicima za reverziranje armature



Sl.12. Sustav regulacije brzine vrtnje istosmjernog nezavisno uzbuđenog motora za četverokvadrantni rad – reverziranje armature

# Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Sustav prikazan na slici omogućava rad pogona u sva četiri kvadranta. Ovaj sustav ima **dva antiparalelno spojena tiristorska mosta**, što omogućava promjenu smjera struje i promjenu polariteta napona
- Sustav zahtijeva upravljačku jedinicu za svaki most. Postoji logika za upravljanje mostova, koja osigurava **vremensku pauzu kod izmjene mostova!**



Sl.13. Sustav regulacije brzine vrtnje istosmjernog nezavisno uzbuđenog motora za četverokvadrantni rad

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Da bi se izbjegao kratki spoj na priključnoj (mrežnoj) strani, mora se osigurati da **SAMO JEDAN usmjerivač mora biti aktivan u svakom trenutku**.
- Prednost ove izvedbe usmjerivača je što samo jedan tiristor u paru stvara gubitke, što znači da se **kompletan tiristorski PAR može staviti na jedan hladnjak** (naravno, mora postojati **električna izolacija između njih!!!**).
- Izlazna vrijednost **regulatora brzine** određuje zahtjev za momentom (strujom) koji se prosljeđuje **regulatoru struje** (npr, kočenje,  $i_{aref} < 0$ ). U tom slučaju regulator struje smanjuje armaturni napon što u jednom trenutku dovodi do  $i_a = 0$ .
- U tom trenutku **upravljačka logika** odlučuje koji most treba biti aktivan:  
 $i_{aref} > 0$  i  $i_a = 0 \rightarrow$  Most "A" uključen ("gornji" most)  
 $i_{aref} < 0$  i  $i_a = 0 \rightarrow$  Most "B" uključen ("donji" most)
- Iz **sigurnosnih razloga** prelazak vođenja s jednog na drugi most se izvodi uz **vremensku pauzu** (tzv "bezstrujna" pauza), **2-5ms**, maksimalno **10ms!**

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Aktiviranje jednog od tiristora u **mostu B** prije nego svi tiristori u **mostu A** ne budu sigurno blokirani, rezultira strujom kratkog spoja na mrežnoj strani i ta struja se ne može kontrolirati regulatorom struje.
- Sprečavanje ove struje kratkog spoja **u nadležnosti su osigurača u mrežnim dovodima usmjerivača**.
- Rezolucija mjerenja struje  $i_a=0$  je od **velike** važnosti za pravilan rad usmjerivača. Naime, ako se okidni impulsi prema usmjerivaču koji vodi struju ukinu samo malo prije nego što je postignuto  $i_a=0$  (slijed: vrem. pauza → priprema za vođenje drugog mosta), tiristor koji bi još uvijek trebao voditi **neće iskomutirati struju što rezultira opet strujom kratkog spoja**, ali sada izazvanom komutacijskim problemom.
- Upravo zbog navedenog problema, često se koriste **2 senzora struje za pogone većih snaga**. Jedan senzor služi za **sustav regulacije struje armature kao signal povratne veze** i takav senzor struje je linearan u čitavom radnom području

# Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Drugi senzor struje služi za mjerjenje struje pri malim vrijednostima struje armature, tj. za detekciju struje  $i_a=0$ . Taj signal opslužuje upravljačku logiku sa zadatkom pravilnog aktiviranja mostova u usmjerivaču.
- Velika se važnost pridaje kvalitetnom senzoru. Upravo je problem detekcije struje  $i_a=0$ , ovog relativno jednostavnog reverzibilnog 4q usmjerivača, bio razlog njegovog kašnjenja uvođenja u opću upotrebu.
- 4q pretvarači pokrivaju široko područje od nekoliko kW do 10MW. Za veće snage predviđeno je zračno i vodeno hlađenje rashladnih tijela tiristorskih sklopki (modula).
- Sa stanovišta kompletног pogona, 4q sustav upravljanja je proširen na područje konstantne snage (upravljanje poljem), a to znači da se u uzbudnom krugu mora osigurati mijenjanje uzbudnog napona (a s tim i struje, polja). To se može postići s poluupravlјivim tiristorskim usmjerivačem.

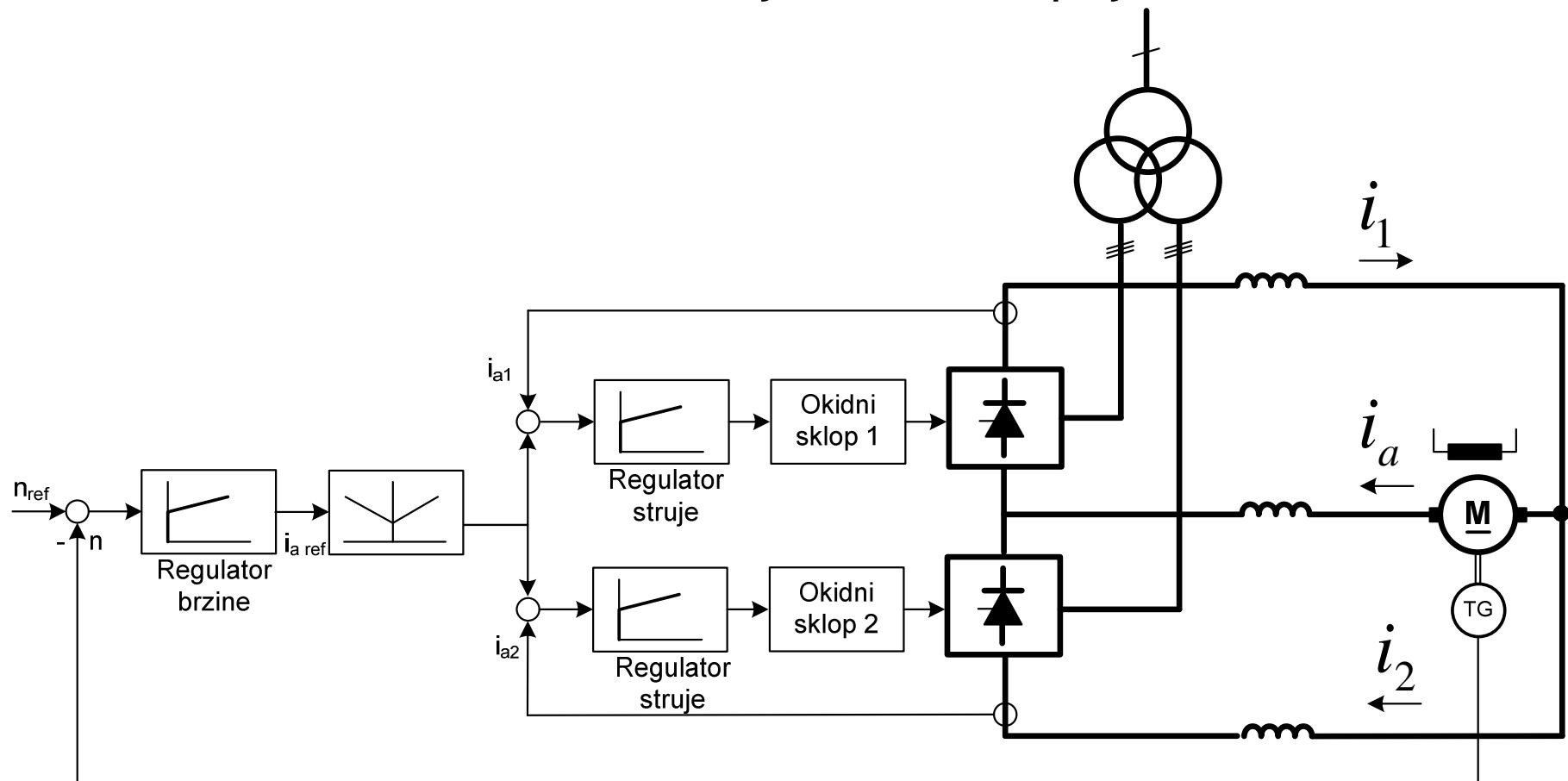
## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Ovakvi sustavi zahtijevaju sofisticirane upravljačke strukture i danas su realizirani u isključivo digitalnoj tehnici zasnovanoj na mikroprocesorskim sustavima
- U prethodnim razmatranjima je napomenuto da, primjerice, sustav u području isprekidane i neisprekidane struje mora zadržati približno iste karakteristike bez obzira što se mijenja ukupno pojačanje u krugu upravljanja.
- Dakle, adaptivni regulator je nužan, struktura regulatora se mijenja ( $PI \rightarrow I$ ), a želja nam je da se sklopovska složenost ne povećava. **Kako se to postiže?**

# Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Dodatna zahtjevna zadaća je **sigurnosno** (tzv. "mrtvo" vrijeme) u 4q pretvaraču koje u nekim zahtjevnim industrijskim primjenama mora biti jako malo (područje "nulte" struje). Primjer su **valjaonički pogoni** gdje taj čak i 5ms nije tolerantno!
- U takvim primjenama se postavljaju i **strožiji zahtjevi na digitalni sustav upravljanja** (brzina procesora). Također, za tako zahtjevne primjene jasno se definira kontinuiran prelazak struje vođenja s jednog usmjerivača na drugi (prediktivno upravljanje, eliminacija skokovitih prijelaza→μP)
- Budući da ovakvi sustavi upravljanja u pravilu trebaju osigurati regulaciju brzine vrtnje **iznad nazivne brzine**, mora se regulirati i uzbudna struja. U tom slučaju se u krugu **regulacije brzine vrtnje mijenja ukupno pojačanje** (zbog promjene pojačanja u uzbudnom dijelu kruga). Zadatak sustava upravljanja je da osigura **kompenzaciju promjenljivog pojačanja, adaptivno upravljanje→μP**.
- Za te primjene koristi se drugi tip 4q pretvarača, tzv. pretvarač s **kružnim strujama**

# Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima



Sl. 14. Sustav regulacije brzine vrtnje istosmjernog nezavisno uzbudjenog motora s **dvosmjernim tiristorskim usmjerivačem s kružnom strujom u krugu armature**

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Ovaj sustav **osim kruga regulacije brzine i kruga regulacije struje armature** sadrži krugove regulacije struja tiristorskih usmjerivača.
- Ovisno o režimu rada stroja, jedan od usmjerivača radi u ispravljačkom, a drugi u izmjenjivačkom režimu rada.
- Dvosmjerni tiristorski usmjerivač **s kružnom strujom** (sl. 14.) ne zahtijeva upravljačku jedinicu. (**Zbog čega?**)
- Oba dvokvadrantna usmjerivača rade istovremeno, što povlači za sobom dva razdvojena sekundarna namota (za trofazno napajanje)
- Iako je na prvi pogled za uvjet istovremenog rada oba usmjerivača dovoljna **jednakost srednjih vrijednosti napona na usmjerivačima**, ostaje problem **različitih trenutnih vrijednosti napona** na usmjerivaču.
- Zbog toga se koriste prigušnice u armaturnom krugu koje ograničavaju tzv. **kružnu struju između dvaju usmjerivača**, koja je upravo posljedica različitih **trenutnih vrijednosti napona**.

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Kao što se vidi iz sl.14, struja armature može biti različitog smjera (naravno, i iznosa)

$$i_a = i_1 - i_2 < 0; \quad i_a = i_1 - i_2 > 0$$

- Manja od struja  $i_1$  i  $i_2$  predstavlja tzv. **kružnu struju**, koja je posljedica različitih trenutnih vrijednosti napona koja daju usmjerivači. Ta struja "premošćuje" armaturu motora, tj. ona se zatvara izravno preko usmjerivača
- Usmjerivači se upravljaju simetrično, što znači da je **kut upravljanja usmjerivača u ispravljačkom načinu rada  $\alpha$**  jednak kutu upravljanja usmjerivača u izmjenjivačkom načinu rada  $\beta$ , odnosno

$$\alpha = 180^\circ - \beta \quad (10)$$

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Kružna struja se mora održavati na što manjoj vrijednosti da bi se **smanjili gubici radne, a posebno jalove snage** (zbog prigušnica za ograničenje kružne struje).
- **Preporučljiva maksimalna vrijednost kružne struje iznosi 10% nazivne struje**
- Ovisno o području rada, za npr.  $m_m > 0$ , jedan od usmjerivača vodi struju **armature i kružnu struju**, dok drugi vodi samo **kružnu struju**. U kvadrantu gdje je  $m_m < 0$ , usmjerivači zamjenjuju uloge
- Treba voditi računa da se prigušnice moraju projektirati na (minimalno) **nazivnu vrijednost struje armature**
- Ako su ispunjeni uvjeti **jednakosti srednje vrijednosti napona usmjerivača i malog iznosa kružne struje koja je prigušnicama dovoljno “filtrirana”**, preuzimanje struje armature svakog pretvarača će biti brzo i bez skokovitog prijelaza (engl. **bumpless**)

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Iznos kružne struje se mora kontrolirati. Da li je dovoljno da se održavanjem uvjeta (10) osigura kontrola kružne struje?
- Odgovor je negativan, a razlog je u tome što uvijek postoji različitost u karakteristikama upravljačkih (okidnih) sklopova te što postoji i stručna ovisnost padova napona na sklopkama
- To može rezultirati povećanom kružnom strujom, ali i isprekidanom kružnom strujom što onda utječe na dinamiku sustava (spor odziv) kod reverziranja
- Rješenje je regulacijska struktura na sl. 14. Na osnovi  $i_{aref}$ , koja dolazi od nadređenog regulatora, određuju se referentne struje  $i_{1ref}$  i  $i_{2ref}$  tako da vrijedi

$$i_{1ref} - i_{2ref} = i_{aref},$$

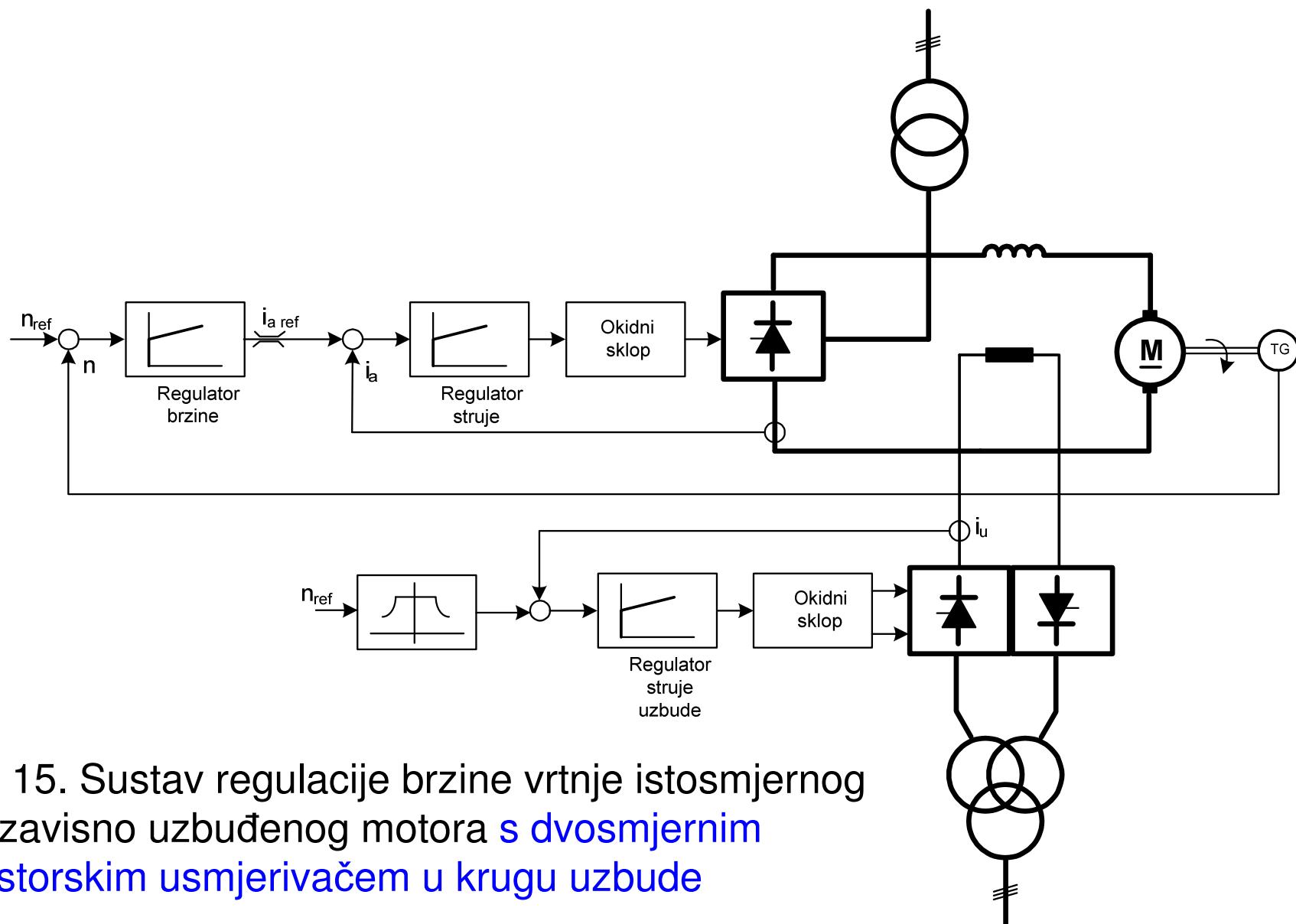
(11)

$$\min(i_{1ref} - i_{2ref}) = i_{kref} = \text{konst}$$

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Upravo funkcionalni generator na sl.13. u grani referentne vrijednosti struje armature osigurava kontrolu kružne struje, tako da ona nikad ne može pasti na nižu vrijednost od  $i_{kref}$  određene izrazom (11)
- Zaključak je da upravljanje s pretvaračem u otvorenoj petlji koristeći izraz (10), o jednakosti srednjih vrijednosti usmjerivača, nije dovoljan za osiguranje optimalnosti sustava (gubici, dinamika, blagi prijelazi pri reverziranju)

# Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima



Sl. 15. Sustav regulacije brzine vrtnje istosmjernog nezavisno uzbudenog motora **s dvosmjernim tiristorskim usmjerivačem u krugu uzbude**

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Smjer brzine vrtnje istosmjernog motora može se mijenjati i **promjenom smjera uzbudne struje** pomoću dvosmjernog tiristorskog usmjerivača za napajanje kruga uzbude (sl.15.)
- U krugu armature je dvokvadrantni usmjerivač; dakle, **polaritet napona se može promijeniti, ali smjer struje se ne može promijeniti**
- Regulator struje uzbude upravlja usmjerivačima u uzbudi na sličan način kao i regulator struje armature pri upravljanju usmjerivačima u armaturi. Pri tome se **kod reverziranja struje uzbude mora "blokirati" usmjerivač u armaturi stroja**, budući da se struja uzbude pri reverziranju mijenja od nula do nazivne struje (u jednu i drugu stranu)
- Karakteristike ovakvog sustava su da mu je dinamika lošija od dinamike kod upravljanja u krugu armature. **Zašto?**

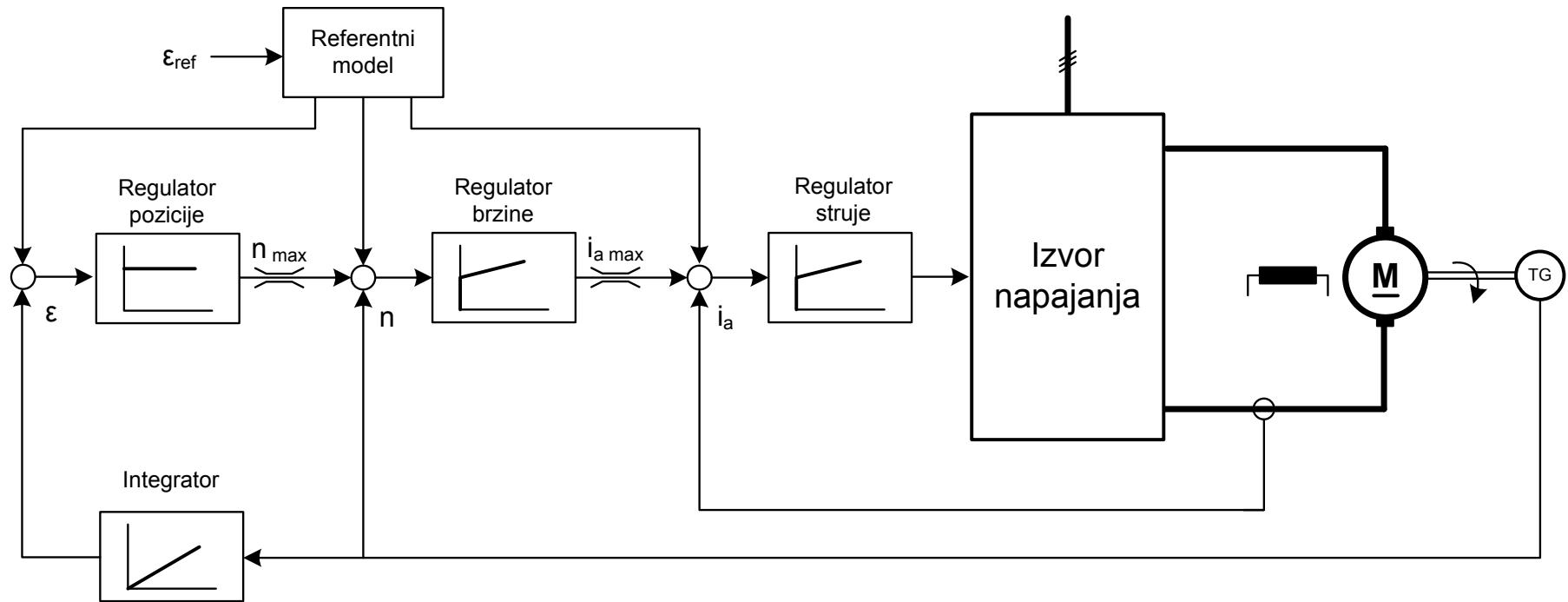
## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Prednosti ovakvog upravljanja je u **jeftinijem rješenju** jer se u uzbudi **upravlja vrlo malom snagom**, pa su **usmjerivači malih snaga**
- Upravljanje malim strujama u uzbudi znači da se **sve komponente u energetskom krugu dimenzioniraju na niže vrijednosti**
- Ovakva koncepcija upravljanja se koristi samo onda ako **zahtjevi za dinamikom u 4q pogonu nisu visoki**

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

- Do sada su uglavnom razmatrani **kaskadni sustavi s nadređenom petljom brzine vrtnje**
- Pri tome su korišteni **P ili PI regulatori brzine** s podređenom petljom struje armature
- Za kaskadne **sustave regulacije pozicije** potrebna je još jedna vanjska povratna veza po poziciji te regulator pozicije koji bi na izlazu davao referentni signal za regulator brzine
- Regulatori pozicije su obično **P tipa** (3 PI regulatora u kaskadi bi sustav mogla učiniti nestabilnim).
- S obzirom da **su kaskadni sustavi** regulacije **sporije dinamike** od onih koji imaju samo jednu povratnu vezu (pod uvjetom da je ostvariva), moguće je u kaskadni sustav uvesti i **predupravljanje** (unaprijedne signale, eng. *feed-forward*) što **poboljšava dinamiku** sustava (**slijedenje** referentne vrijednosti)

# Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima



Sl. 16. Sustav regulacije pozicije istosmjernog nezavisno uzbudjenog stroja **s predupravljanjem** (s unaprijednim signalima) za poboljšanje dinamike emp-a

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na usmjerivačkim spojevima

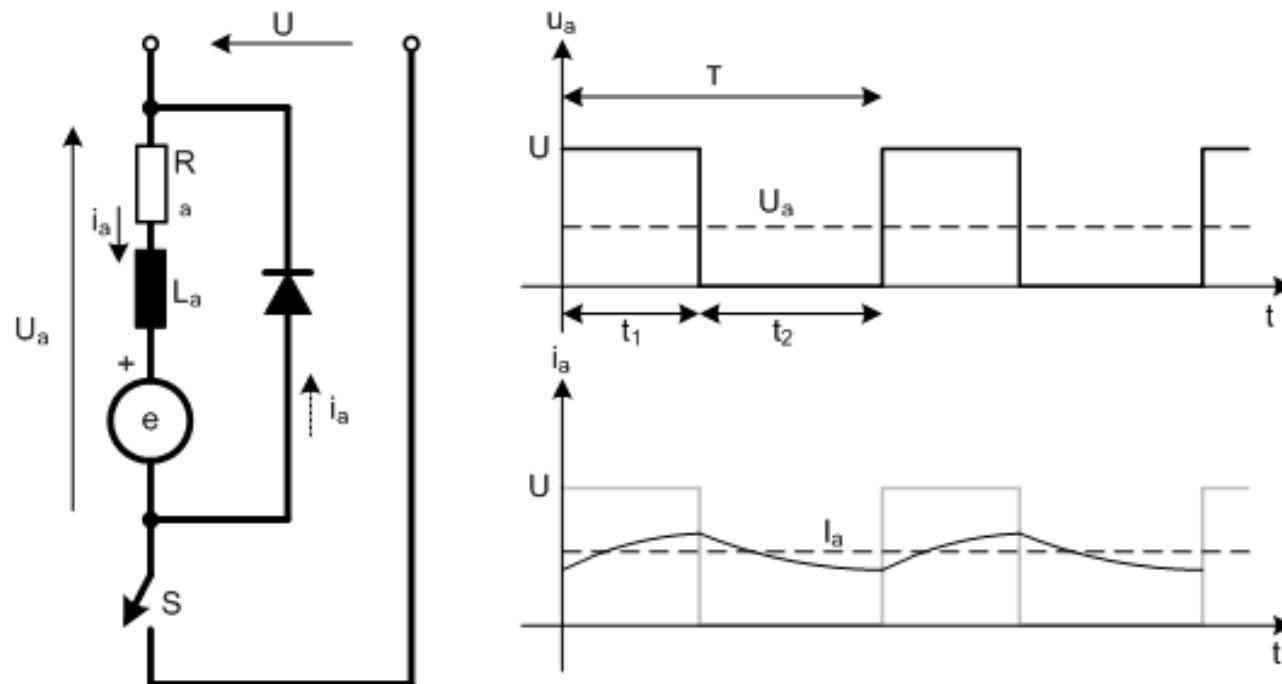
- Na osnovi referentnog modela sustava i zadavanja referentne pozicije u sustavu je moguće „ubrizgati“ signale u unutarnje povratne veze po struji i brzini (u granu referentne vrijednosti brzine i struje struje) kako bi se ubrzao odziv sustava.
- Ukoliko se generira određeni profil trajektorije željene pozicije, jednostavno se mogu dobiti i trajektorije željene brzine i ubrzanja koje se onda kao predupravljački (unaprijedni) signali mogu dodati u direktne grane referentne brzine i struje, sl.16.

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)

- Istosmjerni pretvarači se koriste u upravljanju istosmjernih strojeva gdje postoji konstantan istosmjerni napon kao izvor napajanja
- To može biti baterija, diodni mosni spoj napajan izmjeničnim ulaznim naponom ili bilo koji drugi istosmjerni izvor napajanja.
- Zadaća istosmjernog pretvarača je da konstantan istosmjerni izvor napajanja (neregulirani istosmjerni ulazni napon) pretvori u promjenjivi (izlazni) napon s kojim se napaja stroj (armatura)
- Takvi pretvarači se zovu istosmjerni pretvarači ili čoperi (od engl. *Chopper, DC/DC converter*).
- Osnovne topologije istosmjernih pretvarača su:
  - silazni istosmjerni pretvarač (engl. *step-down (buck)*)
  - uzlazni istosmjerni pretvarač (engl. *step-up (boost)*)
  - silazno-uzlazni istosmjerni pretvarač (eng. *buck-boost*)

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)

- Najčešće korištena topologija istosmjernog pretvarača je **mosni spoj** koji je izведен iz **silaznog istosmjernog pretvarača**



Sl.17. Silazni istosmjerni pretvarač s valnim oblicima napona i struje armature (kao trošilom)

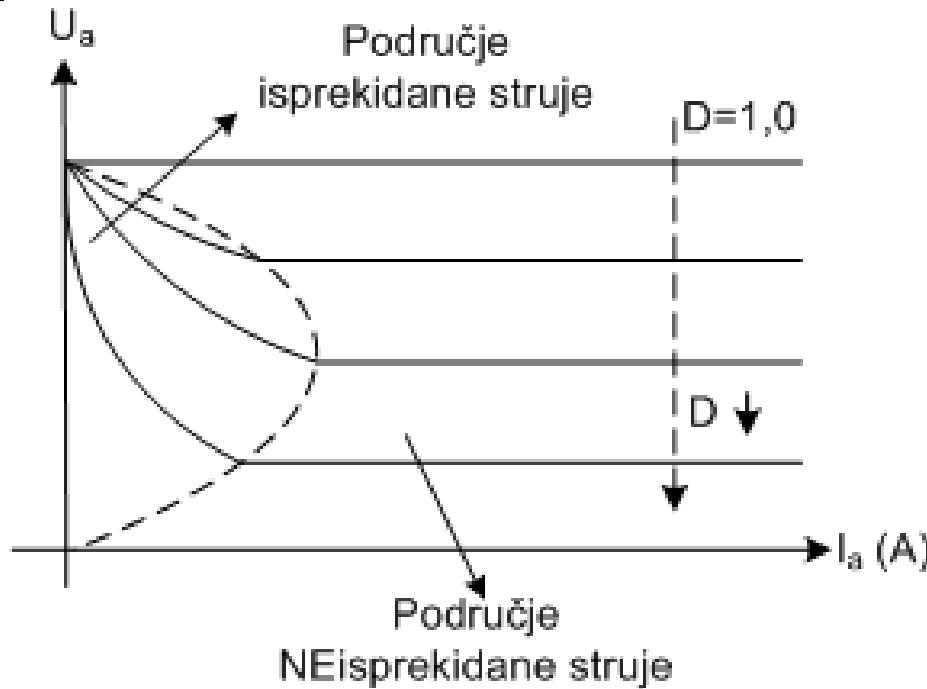
## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)

- Pretvorba istosmjernog napona postiže se **sklapanjem sklopke S**
- Kada je sklopka uključena **armatura stroja je spojena na napon  $U$  i struja armature raste**. Brzina porasta ovisi o **vremenskoj konstanti ( $L_a / R_a$ )**. Kada se sklopka S isključi napon armature jednak je nuli a struja armature pada.
- Na **valovitost struje** može se utjecati promjenom frekvencije sklapanja sklopke S. Uz **veću frekvenciju sklapanja valovitost struje je manja**, ali se istovremeno **povećavaju sklopni gubici**. Valovitost struje armature potrebno je uzeti u obzir zbog njenog utjecaja na **pulzacije momenta i gubitke u željezu motora (izmjenično magnetiziranje!)**
- **Uz manji moment inercije cijelog pogona frekvencija sklapanja treba biti veća. Red veličine sklapanja je 1 kHz.**
- Ako je **D faktor vođenja (opterećenja)** sklopke, srednja vrijednost napona armature računa se prema izrazu

$$U_a = \frac{t_1}{T} U = D \cdot U \quad (12)$$

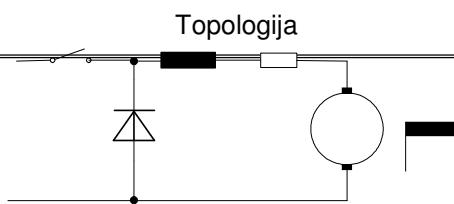
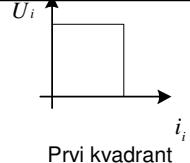
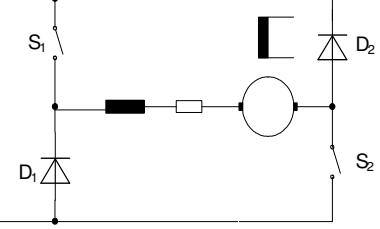
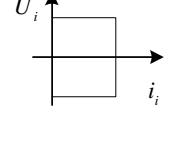
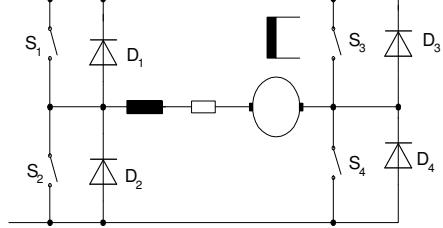
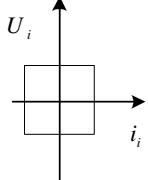
## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)

- Način upravljanja pretvaračem, prilikom kojeg se mijenja širina impulsa, zove se **pulsno širinska modulacija** (engl. **Pulse Width Modulation**, PWM)
- Na sl. 17. struja je **neisprekidana**. Međutim, kao i kod usmjerivača, struja može biti **isprekidana** što narušava **linearnost karakteristike istosmjernog pretvarača**, sl.18.



Sl.18. Strujno-naponska karakteristika istosmjernog silaznog pretvarača

# Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)

Topologija	Vrsta sklopa	Funkcija	Područje rada
	Silazni (1Q) čoper	$U_i = U_{ul}$ za $S=on$ $U_i = 0$ za $S=off$	 Prvi kvadrant
	2Q čoper	$U_i = +U_{ul}$ za $S_1$ i $S_2$ on $U_i = -U_{ul}$ za $S_1$ i $S_2$ off	 2-kvadrantni
	4Q čoper	$S_3$ off, $S_4$ on, upravljanje $S_1$ i $S_2$ $V_i > 0$ , $i_i$ reverzibilna $S_1$ off, $S_2$ on upravljanje $S_3$ i $S_4$ $V_i < 0$ i $i_i$ reverzibilna	 4-kvadrantni

Pregled najčešće korištenih topologija istosmjernih pretvarača u istosmjernim elektromotornim pogonima

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)

- Prijenosna funkcija silaznog pretvarača može se izraziti kao:

$$F(s) = \frac{u_a(s)}{u_{ul}(s)} = K_{sp} e^{-s\tau} \quad (13)$$

$K_{sp}$  - pojačanje istosmjernog silaznog pretvarača

$\tau$  - mrtvo vrijeme pretvarača

$u_{ul}$  - upravljački napon kojim se određuje faktor vođenja  $D$

- Srednja vrijednost mrtvog vremena  $\tau$  može se izraziti kao

$$\tau = T / 2$$

- Prijenosnu funkciju iz izraza (13) moguće je aproksimirati prijenosnom funkcijom prvog reda

$$F(s) = \frac{u_a(s)}{u_{ul}(s)} = K_{sp} \frac{1}{1 + s\tau} \quad (14)$$

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)

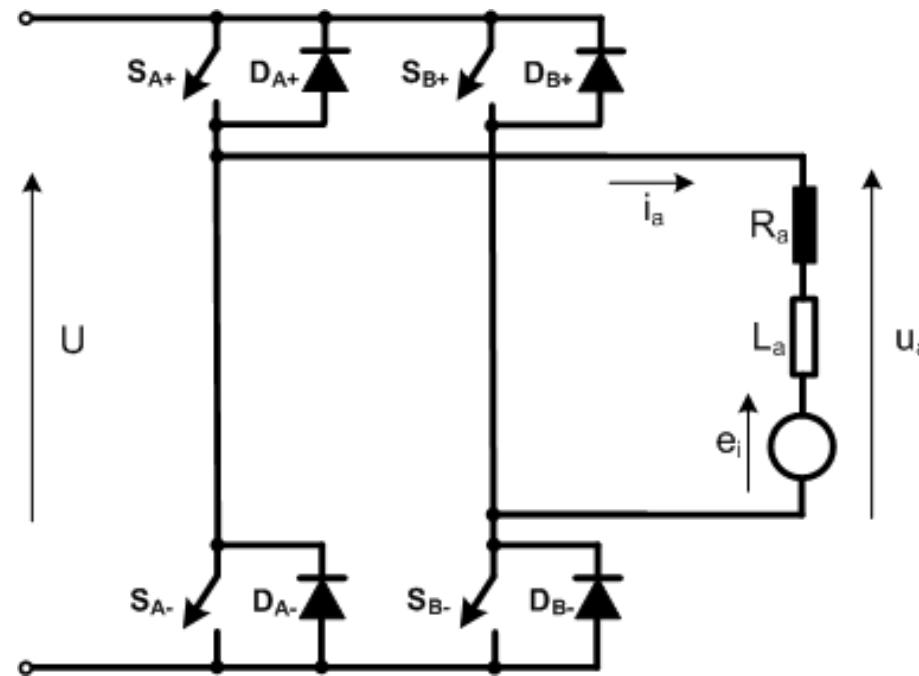
- S obzirom da je frekvencija sklapanja kod istosmjernih pretvarača relativno velika u odnosu na vremenske konstante stroja, prijenosna funkcija istosmjernog pretvarača se može prikazati samo pojačanjem, dakle

$$F(s) = \frac{u_a(s)}{u_{ul}(s)} = K_{sp} \quad (15)$$

- Formalno, struktura prijenosne funkcije kruga regulacije struje armature stroja upravljanog iz usmjerivača i istosmjernog pretvarača se ne razlikuje.
- Ako se usporede izrazi za prenosnu funkciju usmjerivača (4) i istosmjernog pretvarača (14), one su strukturno potpuno iste.
- Ako bi se sada na istosmjerni emp upravljan istosmjernim pretvaračem primijenila tehnika tehničkog optimuma na krug regulacije struje, zaključci doneseni o promjeni strukture regulatora struje u isprekidanom načinu rada vrijede u potpunosti i za slučaj istosmjernog emp-a upravljanog s istosmjernim pretvaračem!!! (VAŽNO)

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)

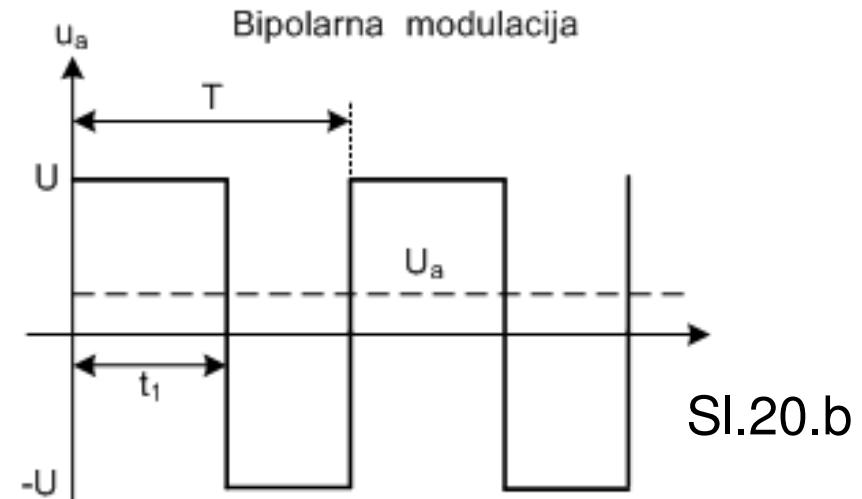
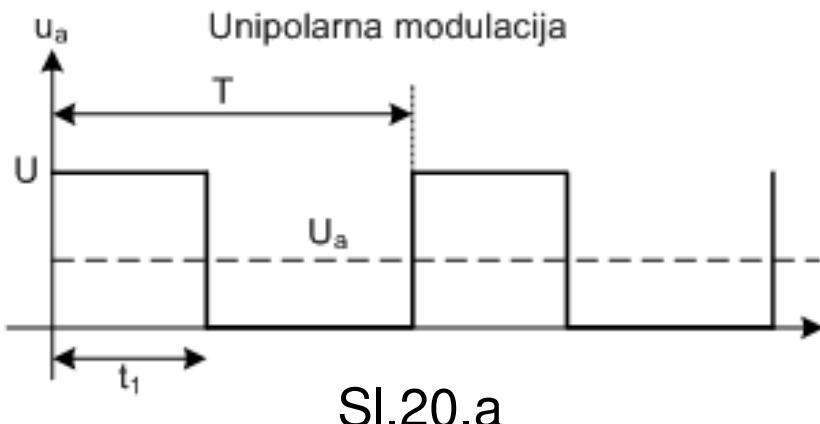
- Najčešće korišten **istosmjerni 4q pretvarač** u upravljanju istosmjernog stroja je prikazan na sl.19



Sl.19. Istosmjerni silazni 4q pretvarač u mosnom spoju

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)

- Dvije sklopke iz iste grane ( $S_{A+}$  i  $S_{A-}$  ili  $S_{B+}$  i  $S_{B-}$ ) ne smiju biti istovremeno uključene jer bi se izvor  $U$  na taj način kratko spojio
- Diode omogućavaju nesmetan smjer struje bez obzira na polaritet napona na stroju. Trenutni iznos napona na stroju, ovisno o stanju upravljivih sklopki, može iznositi  $+U$ ,  $-U$  ili 0.
- Upravljive sklopke su najčešće bipolarni tranzistori, MOSFET, ili IGBT. Dva su osnovna načina upravljanja sklopkama mosnog pretvarača:
  - **Bipolarna modulacija širine impulsa** – napon ima vrijednosti  $+U$  i  $-U$
  - **Unipolarna modulacija širine impulsa** – napon imavrijednosti  $+U$  i 0



## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)

- Ako je faktor opterećenja (omjer vođenja) definiran kao u izrazu (12) onda se je srednja vrijednost napona za unipolarnu modulaciju računa kao:

$$U_a = D \cdot U$$

a za bipolarnu modulaciju kao

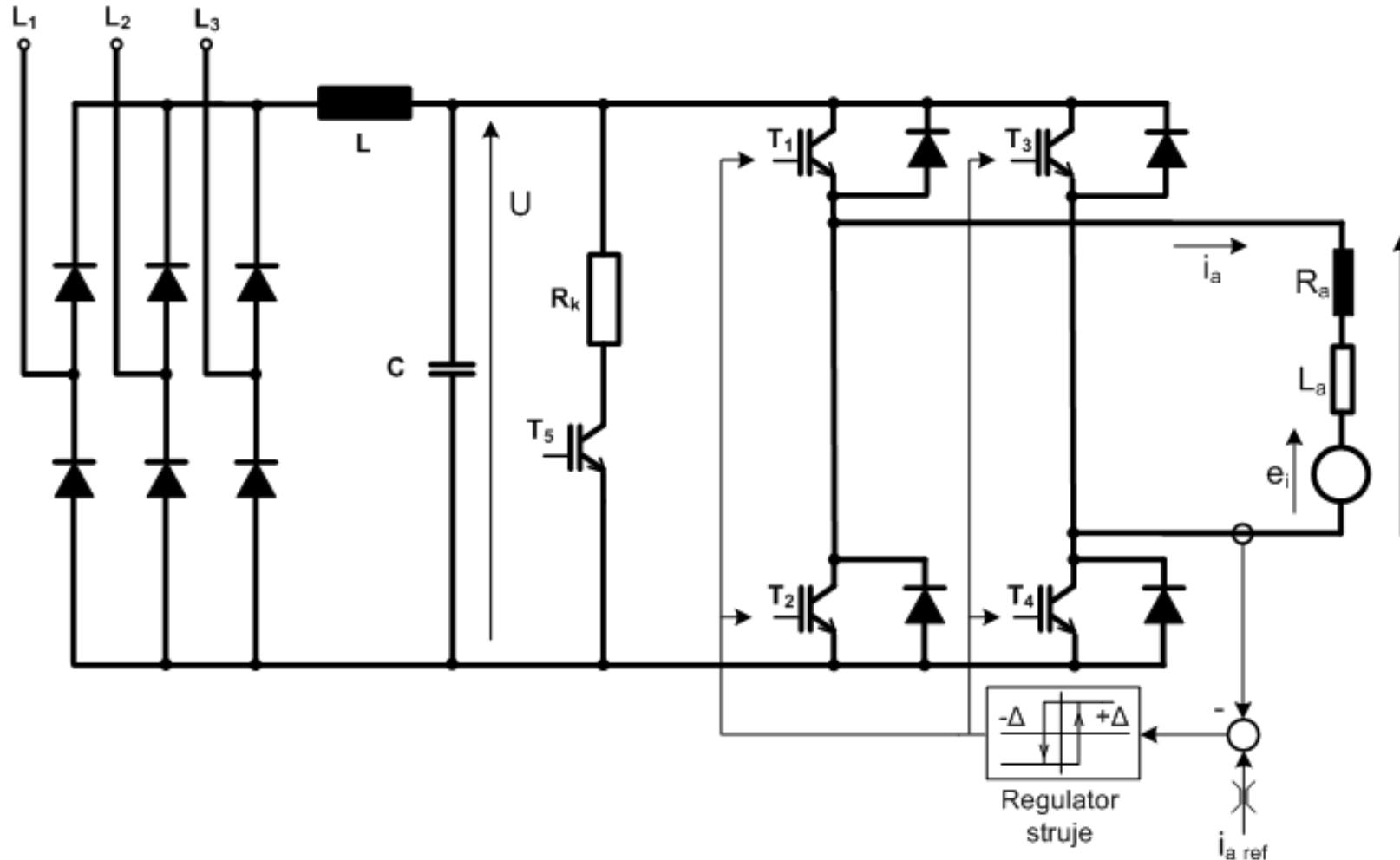
$$U_a = U(2D - 1)$$

- Mijenjanjem srednje vrijednosti napona na izlazu pretvarača ( $U_a$ ) mijenja se struja armature istosmjernog stroja prema karakteristici na sl.18 .

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)

- Sustav regulacije istosmjernog stroja s istosmjernim pretvaračem u mosnom spoju može se realizirati na sličan način kao kad se istosmjerni stroj napaja iz usmjerivača (vidi sl.10.)
- U tom slučaju bi se PI regulator struje s okidnim sklopom kod usmjerivača trebao zamijeniti s PI regulatorom struje s pulsno-širinskom modulacijom impulsa za upravljanje istosmjernim pretvaračem (PWM-om).
- Frekvencija rada sklopki u istosmjernom pretvaraču u tom slučaju bi bila fiksna
- Međutim, sustav regulacije istosmjernog stroja s istosmjernim pretvaračem u mosnom spoju može se realizirati i na drugačiji način; s histereznim regulatorom struje, često korištenim za upravljanje istosmjernim strojem napajanog iz istosmjernog pretvarača, (vidi sl. 21)
- U ovom slučaju frekvencija rada sklopki se mijenja ovisno o definiranom pojasu histereze  $\Delta$  kojom su određene pulzacija struje armature

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)

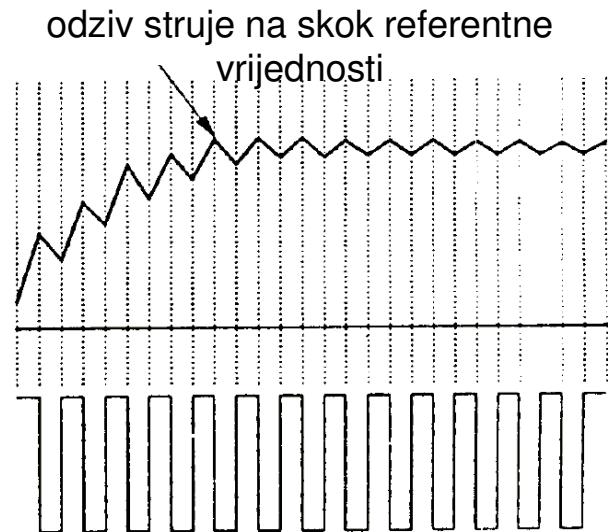


Sl.21. Sustav regulacije istosmjernog stroja s pretvaračem u mosnom spoju i histereznim regulatorom struje

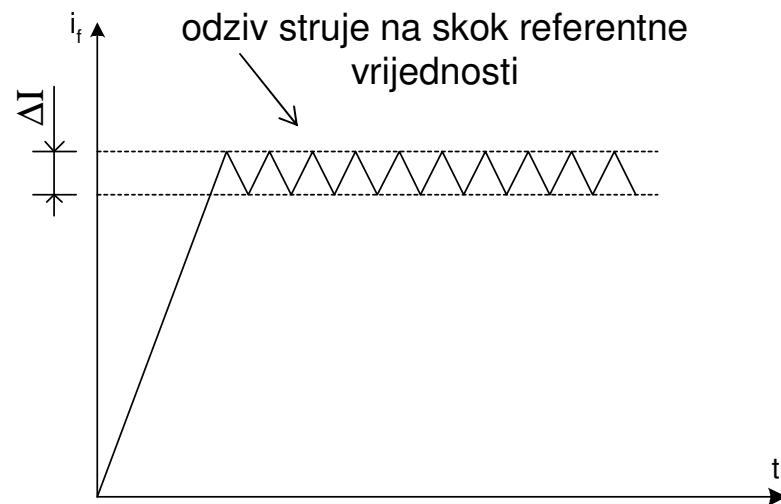
## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)

- Sustav se napaja iz trofaznog izvora napona koji se ispravlja s diodnim ispravljačem.
- Kondenzator služi za smanjenje valovitosti napona, a zavojnica za smanjenje valovitosti struje. Otpornik  $R_k$  i sklopka  $T_5$  su elementi tzv. kočnog sklopa
- Kada istosmjerni stroj vraća struju (generatorski rad), napon na kondenzatoru raste. Uključenjem sklopke dio struje se zatvara preko otpornika  $R_k$  kako bi se smanjilo naponsko naprezanje kondenzatora.
- Mjerena struja armature se uspoređuje sa zadanim referentnom strujom, a signal razlike se odvodi u histerezni regulator.
- Valni oblik struje i napona armature u stacionarnom stanju prikazan je na sl.23.

# Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)

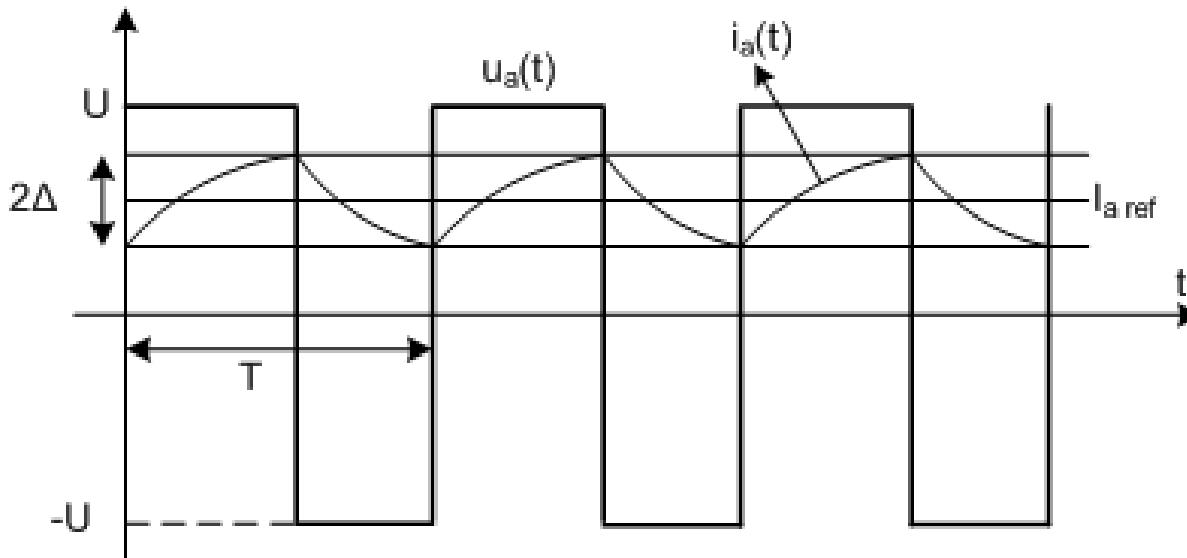


Sl. 22. Regulator struje s PWM-om;  
Odziv struje armature na skokovitu promjenu referentne vrijednosti



Sl.23. Histerezni regulator struje;  
Odziv struje armature na skokovitu promjenu referentne vrijednosti

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)



Sl.24. Valni oblik struje i napona armature istosmjernog stroja s **histereznim regulatorom** struje armature u stacionarnom stanju

Regulacija struje armature s histereznim regulatorom djeluje na slijedeći način:

$$i_a < I_{a \text{ ref}} - \Delta$$

sklopke se postavljaju u sklopljeno stanje koje osigurava porast struje, odnosno napon armature iznosa  $+U$ ,

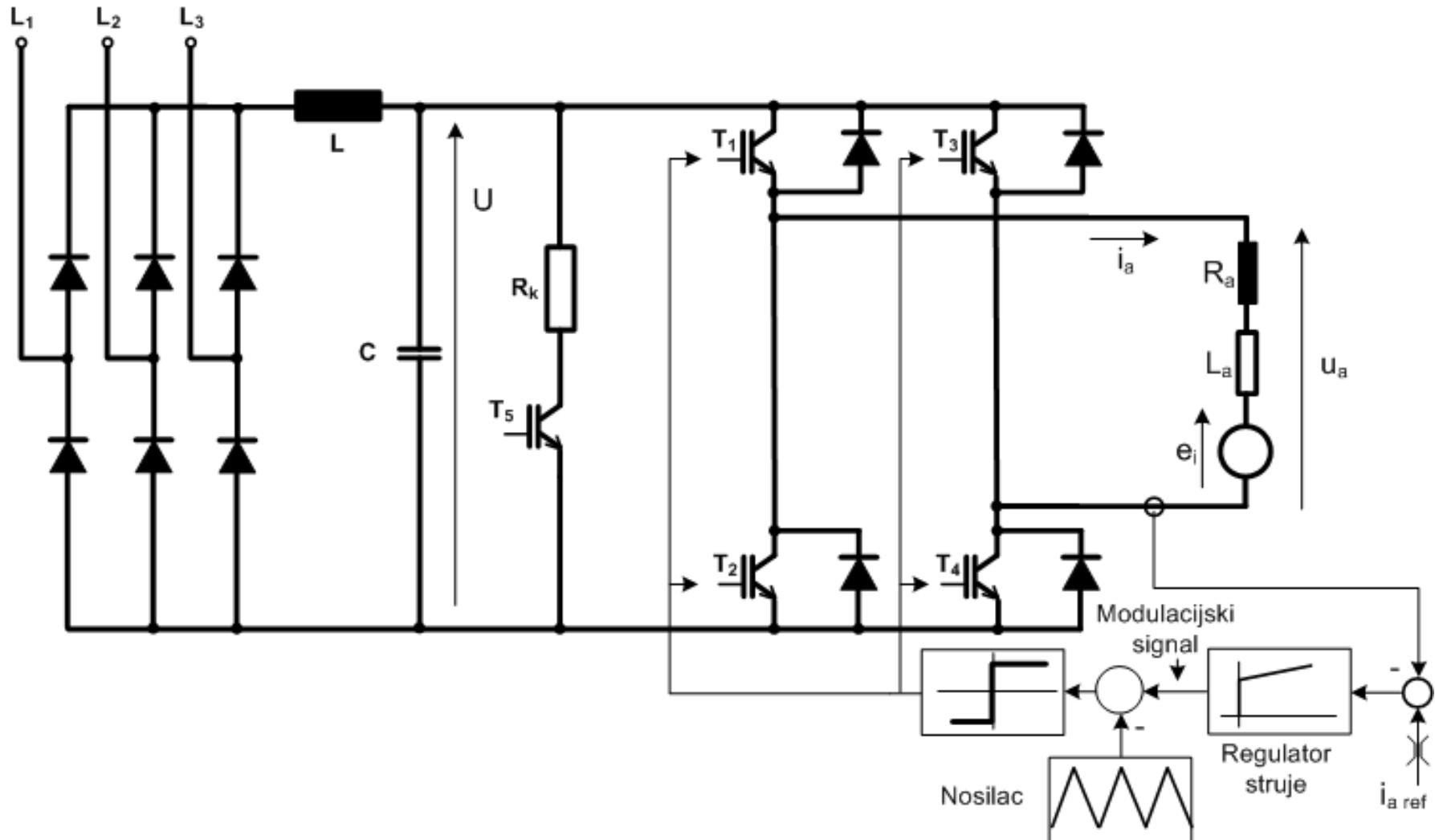
$$i_a > I_{a \text{ ref}} + \Delta$$

sklopke se postavljaju u sklopljeno stanje koje **osigurava pad struje**, odnosno napon armature iznosa  $-U$  (ili 0).

## Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)

- Povećanjem iznosa  $\Delta$  povećava se valovitost struje. Ako je  $\Delta$  konstantnog iznosa, tada se za različite iznose  $I_{aref}$  mijenja i vrijeme  $T$ , odnosno frekvencija sklapanja, a s tim i valovitost napona i struje armature.  
**VAŽNO!**
- Sustav regulacije istosmjernog stroja s istosmjernim pretvaračem u mosnom spoju i PI regulatorom struje (s PWM-om) prikazan je na sl.25.
- Na osnovi odstupanja mjerene struje od zadane referentne vrijednosti, sustav regulacije generira **upravljačke signale** za sklapanje sklopki.
- Napon armature u ustaljenom stanju ima iznos koji osigurava da struja armature bude na zadanim referentnim iznosima
- Za razliku od regulacije struje histereznim regulatorom, frekvencija napona armature i valovitosti struje kod ovakve regulacije je nepromjenljiva, a određena je frekvencijom signala kojim se generiraju impulsi za sklopke
- Regulacija brzine vrtnje i pozicije istosmjernih strojeva napajanih iz istosmjernih pretvarača ne razlikuje se od onih napajanih iz usmjerivača

# Uobičajene regulacijske strukture s istosmjernim strojem zasnovane na istosmjernim pretvaračima (DC/DC)



Sl.25. Sustav regulacije istosmjernog stroja s pretvaračem u mosnom spoju i PI regulatorom struje (s PWM-om).

# LITERATURA

- [1] R Wolf, *Osnove električnih strojeva*, Školska knjiga Zagreb, 1995.
- [2] Z.Vukić, Lj. Kuljača, *Automatsko upravljanje*, Kigen Zagreb, 2005.
- [3] B. Jurković, *Elektromotorni pogoni*, Školska knjiga Zagreb, 1990.
- [4] R. Krishnan, *Electric motor drives*, Prentince Hall New Jersey, 2001.
- [5] Mohan, Undeland, Robbins, *Power Electronics* John Wiley & Sons
- [6] W. Leonhard, *Control of electrical drives*, Springer 1996.

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

## SADRŽAJ

- Usporedba skalarno - vektorsko upravljanje
- Zašto želimo logiku upravljanja s IS-om primijeniti i na AS
- Uvođenje rotirajućeg  $d-q$  koordinatnog sustava
- Analogija vektorski upravljanog asinkronog stroja u  $d-q$  rotirajućem sustavu s istosmjernim strojem
- Transformacija koordinatnih sustava

# SUSTAVI **VEKTORSKOG** UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

- **SKALARNO** upravljanje je zasnovano na statičkom modelu (stacionarno stanje). Prijelazne pojave nisu uključene u postojeći model, pa se u prijelaznim (dinamičkim) stanjima ne može dobiti u potpunosti konstantan tok, a s njim i moment stroja
- Za ostvarenje boljih dinamičkih karakteristika koje se traže za zahtjevnije servo-primjene, koriste se druge metode upravljanja temeljene na analogiji s istosmjernim strojem
- Te metode koriste tehniku neovisnog upravljanja tokom i momentom kao što je inherentno kod istosmjernih strojeva s nezavisnom uzbudom
- Algoritmi upravljanja koji se pri tome koriste zovu se algoritmi **VEKTORSKOG** upravljanja i zahtijevaju brzo izvođenje računskih (matematičkih) operacija.
- Upravljačke rutine za ovaj tip upravljanja izvode se na brzim procesorima za obradu signala, tzv. **DSP-om** (engl. *Digital Signal Processor*)

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

- Uzrok lošim dinamičkim karakteristikama sustava skalarnog upravljanja je u **promjenama magnetskog toka u zračnom rasporu stroja**.
- Te promjene su ne samo po **iznosu** već i po **faznom pomaku** (u odnosu na neku referentnu os).
- Ako se matematički dinamički model **istosmjernog stroja** usporedi s **dinamičkim modelom asinkronog stroja** (bit će također izведен i u ovom poglavlju) može se primijetiti da je ovaj **zadnji znatno složeniji**.
- Poznato je da su **magnetski tok i struja armature** u prostoru **nepomični** i mogu se **direktno i neovisno upravljati**, za razliku od izmjeničnog stroja gdje **te veličine utječu jedna na drugu (neraspregnute su)**, i u odnosu na **statorsku i rotorsku os mijenjaju svoj položaj**.
- Općenito uzevši, izmjenični stroj **je izrazito nelinearan i više-varijabilan proces**

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

- Za razliku od skalarnog upravljanja, vektorsko upravljanje nudi puno kvalitetnija rješenja upravljanja u sustavima koji su visokih zahtjeva (eliminiraju oscilacije u magnetskom toku stroja)
- Zbog čega su sustavi vektorskog upravljanja kvalitetniji u odnosu na sustave skalarnog upravljanja? Vrijedi ponoviti još jednom, magnetski tok i moment kod skalarnog upravljanja nisu raspregnuti, tj. i jedna i druga veličina ovise o frekvenciji i naponu (struji) pa se s njima ne može odvojeno upravljati (nisu raspregnuti, engl. *decoupled*)
- Vektorsko upravljanje upravo osigurava odvojeno (raspregnuto) upravljanje magnetskim tokom i momentom
- Treba proučiti (ponoviti) znanja vezana za upravljanje istosmjernim strojem, jer postoji velika sličnost u načinu upravljanja s magnetskim tokom i momentom (strujom armature) istosmjernog stroja s vektorskim upravljanjem asinkronog stroja

# Upravljanje brzinom vrtnje asinkronog stroja

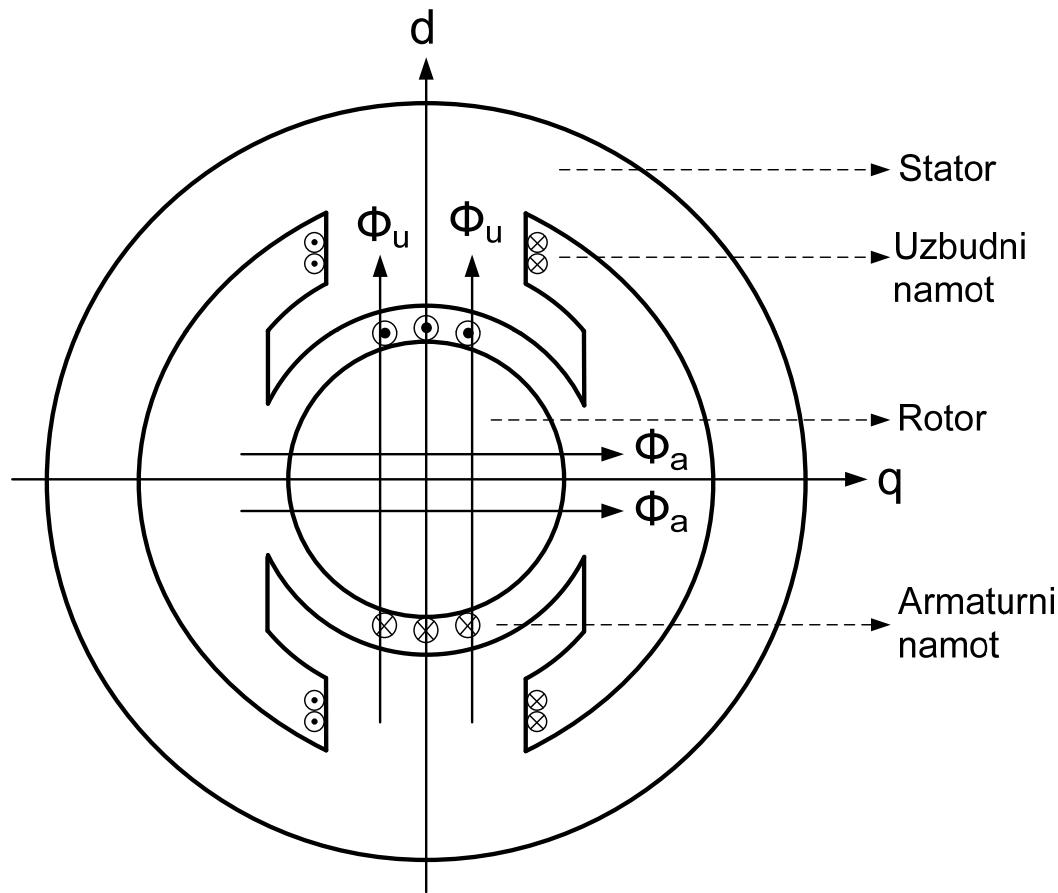
$$\Phi = \frac{E_1}{k_1 \cdot f_1} \approx \frac{U_1}{k_1 \cdot f_1}$$

$$M_{pr} \approx 3 \cdot p \cdot \frac{N_1^2}{4 \cdot L_{\sigma 2}} \cdot \left( \frac{U_1}{k_1 \cdot f_1} \right)^2 \approx k_2 \cdot \left( \frac{U_1}{f_1} \right)^2$$

$$M_{em} = M = 3 \cdot p \cdot \frac{N_1^2}{4 \cdot L_{\sigma 2}} \cdot \frac{\Phi_m^2}{\frac{s_{pr}}{s} + \frac{2}{s_{pr}}}$$

- Svi gore navedeni izrazi pokazuju ovisnost i o naponu i o frekvenciji
- To je pokazatelj da se neovisno upravljanje momentom i tokom ne može realizirati upravljanjem zasnovanim na skalarnom modelu

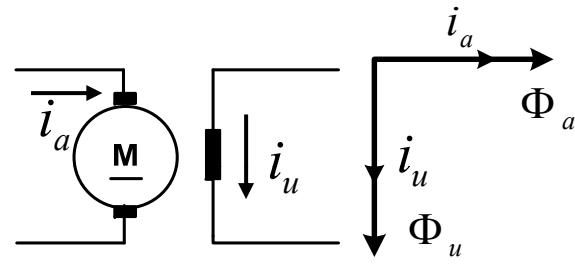
# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM



Poprečni presjek istosmjernog stroja (IS)

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

- Istosmjerni stroj ima stacionarno (prostorno mirujuće) magnetsko polje realizirano permanentnim (stalnim) magnetima ili uzbudnim namotom i rotirajući armaturni namot napajan preko sustava kolektor-četkica



Sl.2. Nadomjesna shema istosmjernog stroja

$$m_{em} = k_m i_a \Phi_u = k_m i_a i_u$$

komponenta momenta

komponenta polja

- Magnetski tok  $\Phi_u$  proizведен uzbudnom strujom  $i_u$  je okomit na tok  $\Phi_a$  proizведен armaturnom strujom  $i_a$ . Razvijeni elektromagnetski moment se može izraziti kao

$$m_{em} = k \cdot \Phi_u \cdot \Phi_a = k \cdot i_u \cdot i_a \quad (1)$$

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

- VAŽAN ZAKLJUČAK: Budući da su magnetski tokovi stvoreni protjecanjem (strujom) armature i uzbude **okomiti**, oni su **RASPREGNUTI!**
- To znači da uzbudna struja  $i_u$  utječe **samo** na uzbudni tok  $\Phi_u$  a armaturna struja **samo** na tok  $\Phi_a$
- Opisani sustav s navedenim karakteristikama **može se u potpunosti dobiti i sa izmjeničnim strojem. KAKO??**
- Ako se rad izmjeničnog stroja promatra u **koordinatnom sustavu d-q** koji **rotira sinkronom vrtnje  $\Omega_s$**  i ako se u tom sustavu **promatraju sinusne statorske varijable stroja**, onda “promatrač koji sjedi na tom rotirajućem koordinatnom sustavu” **sinusne veličine VIDI kao ISTOSMJERNE !!!**
- Ako komponente statorske struje  $i_s$  označimo s  $i_{ds}$  i  $i_{qs}$ , (**uzdužna (d)** i **poprečna (q) komponenta statorske struje**) i promatramo ih kao reprezentante izmjenične komponente sinusne struje magnetiziranja (toka) i izmjenične sinusne komponente struje momenta, dobije se slijedeća ekvivalencija prikazana u Tablici2.

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

AS  IS

Tablica 1.

$i_{ds}$ (Asinkroni stroj, AS, uzdužna <b>d</b> komponenta, komponenta statorske struje magnetiziranja, komponenta toka)	$i_u$ (Istosmjerni stroj, IS, struja uzbude, reprezentant uzbudnog toka stroja, komponenta toka)
$i_{qs}$ (Asinkroni stroj, poprečna <b>q</b> komponenta, komponenta statorske struje momenta, komponenta momenta)	$i_a$ (Istosmjerni stroj, struja armature, reprezentant momenta stroja, komponenta momenta)



Komponente vezane za magnetsko **polje, tok**



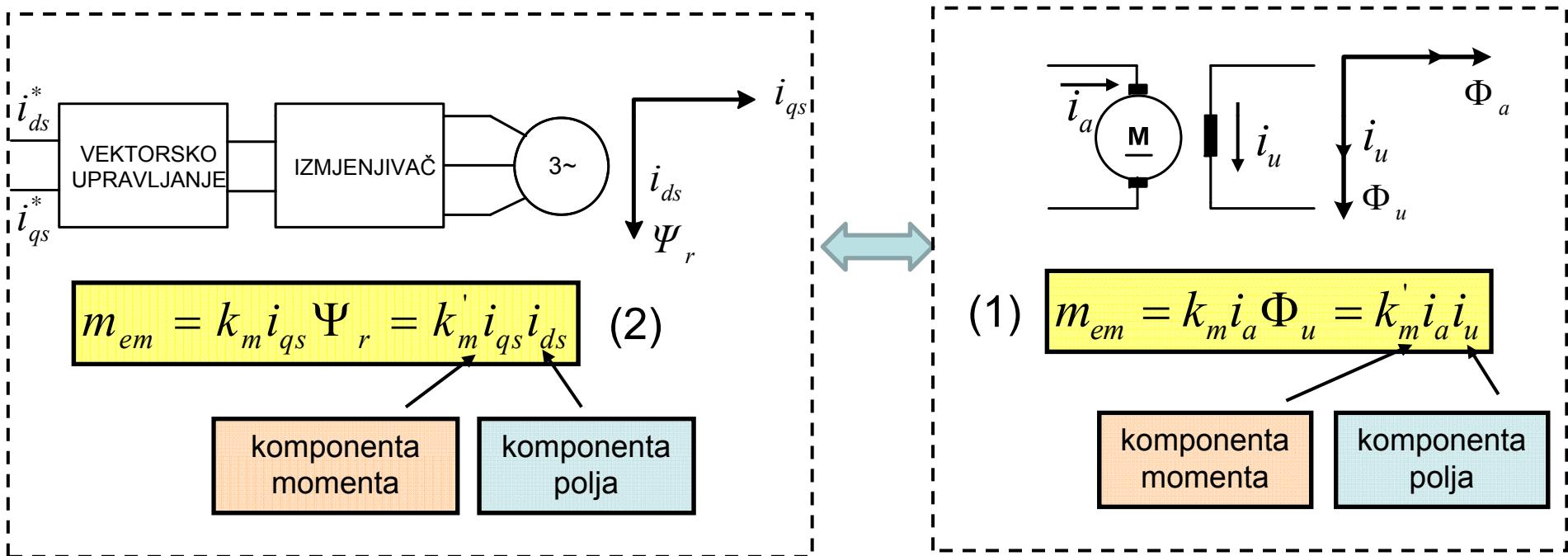
Komponente vezane za **moment stroja**

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

- Može se zaključiti da vrijedi ekvivalencija između  $d$  i  $q$  komponenata statorskih struja  $i_{ds}$  i  $i_{qs}$  (engl. *direct, quadrature component*) vektorski upravljanog asinkronog stroja i struja uzbude  $i_u$  i armature  $i_a$  istosmjernog stroja
- Izraz (2) za moment asinkronog stroja vrijedi onda kada komponenta  $i_{qs}^*$  upravlja samo s  $i_{qs}$  i ne utječe na tok  $\Psi_r$ , što znači da su  $i_{qs}$  i  $i_{ds}$  okomiti vektori u svim radnim točkama (u cijelom radnom području)
- Samo uz takve uvjete će sustav vektorskog upravljanja osigurati ispravnu orijentaciju vektora u prostoru, bez pogreške između željene i stvarne vrijednosti struje

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

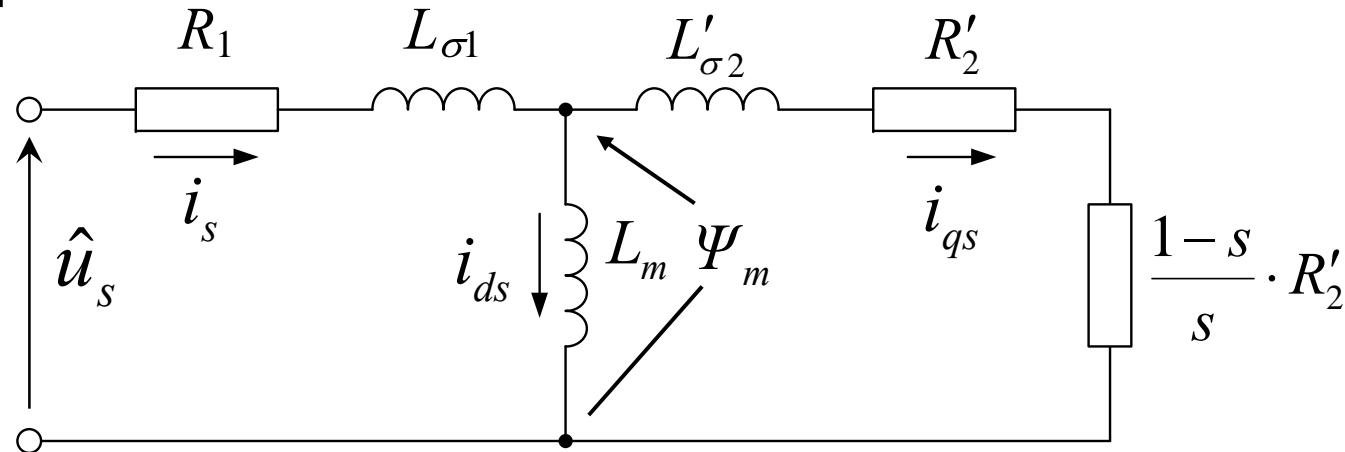
- VAŽAN ZAKLJUČAK: Budući da su magnetski tokovi stvoreni protjecanjem (strujom) armature i uzbude okomiti, oni su RASPREGNUTI!



Sl.2. Analogija vektorski upravljanog asinkronog stroja u d-q rotirajućem sustavu s istosmjernim strojem

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

- Budući da je u Tablici 1. utvrđena **ekvivalencija** između **d** i **q** komponenata statorske struje  $i_{ds}$  i  $i_{qs}$  vektorski upravljanog asinkronog stroja i struja uzbude  $i_u$  i armature  $i_a$  istosmjernog stroja, može se po analogiji izvesti i ekvivalentna nadomjesna shema asinkronog stroja u rotirajućem **d-q** sustavu



Sl.3. Nadomjesna shema vektorski upravljanog asinkronog stroja u d-g (rotirajućem) koordinatnom sustavu)

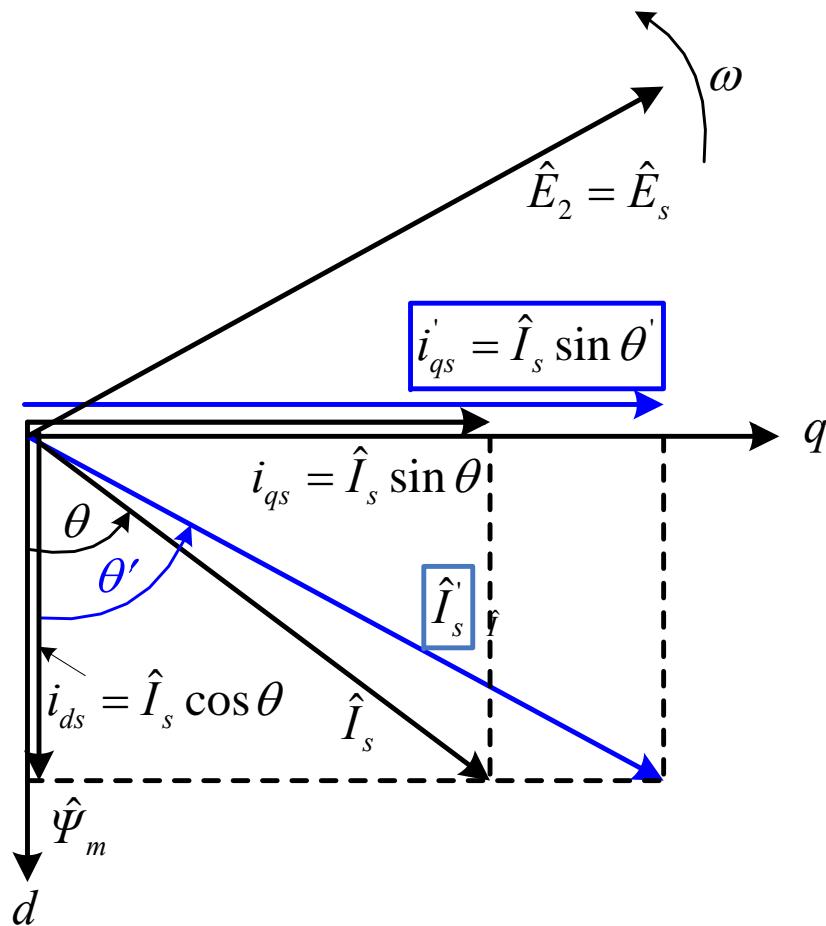
# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

- Ako se na sl.3. zanemari rasipni induktivitet rotora  $L_{\sigma 2}$ , onda je glavni magnetski tok jednak rotorskom toku (nema rasipnog toka rotora), tj.  
 $\Psi_m = \Psi_r$
- Vektor statorske struje  $i_s$  je zbroj vektora  $i_{ds}$  i  $i_{qs}$ . Amplituda (iznos) statorske struje je

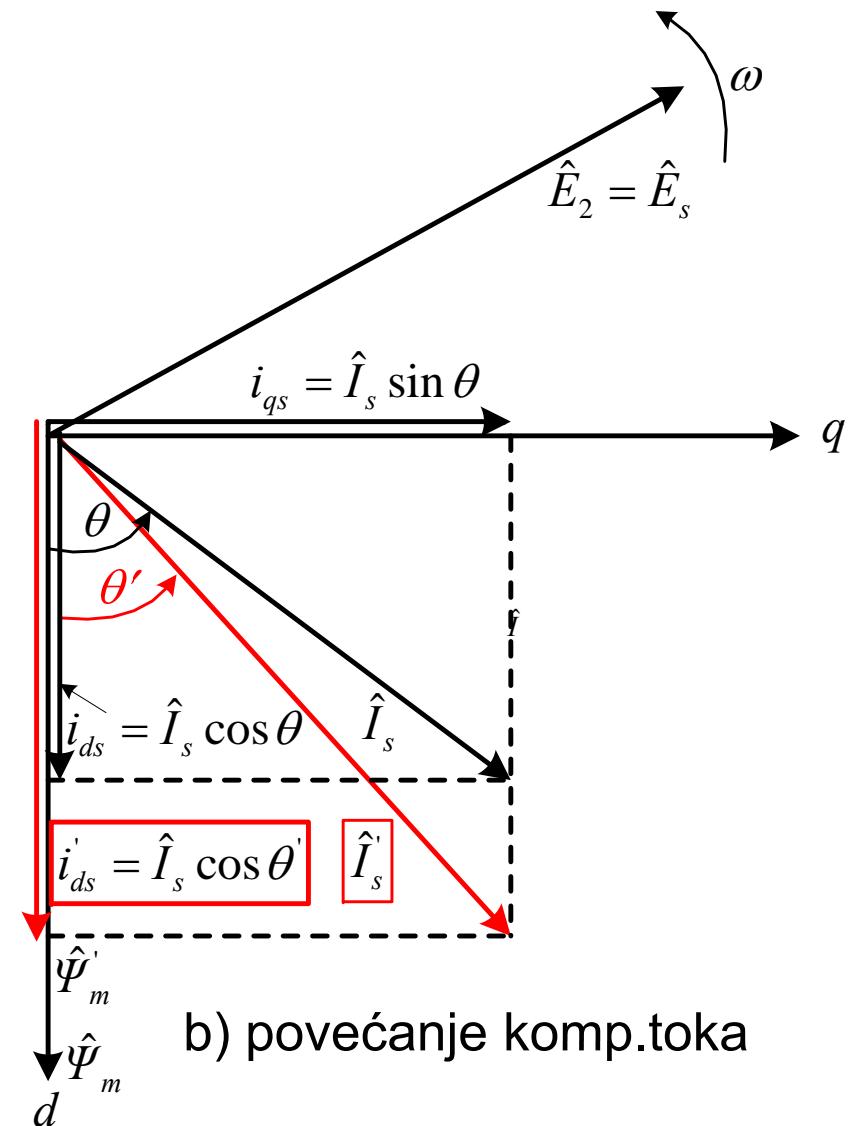
$$\hat{I}_s = \sqrt{i_{ds}^2 + i_{qs}^2} \quad (3)$$

- Budući da bi uz zanemarenje rasipnog induktiviteta rotora  $L_{\sigma 2}$ , vrijedilo da je  $\Psi_m = \Psi_r (= \Psi_2)$ , rotorski tok bi bio postavljen u smjeru d-osi, a inducirana elektromotorna sila  $E_2$  u skladu s tim bi bila postavljena u q-os,  $E_2 = d\Psi_2/dt$ )
- Važno! Struja  $i_{qs}$  je prema sl.3 ekvivalent momenta (radne snage) dok je struja  $i_{ds}$  ekvivalent reaktivne (jalove) snage koja je utrošena za stvaranje magnetskog toka .

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM



a) povećanje komp.momenta



b) povećanje komp.toka

Sl.4 Fazorski dijagram AS u stacionarnom stanju u d-q (rotirajućem) sustavu

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

- Na sl.4. je prikazan fazorski (vektorski) dijagram AS-a. Jednostavnosti radi, **rotorska rasipna reaktancija je zanemarena**
- Fazor (vektor) ulančanog toka  $\Psi_r (= \Psi_2 = \Psi_m)$
- Statorska struja  $I_s$  kasni za naponom  $E_2$  (induktivni krug!).
- Komponenta statorske struje **momenta**, struja  $i_{qs}$  je **aktivna komponenta statorske struje**, jer doprinosi prijenosu djelatne (aktivne) snage preko zračnog raspora stroja ( $P = E_2 i_{qs}$ )
- Komponenta statorske struje **toka**, struja  $i_{ds}$  je **reaktivna komponenta statorske struje**, jer je odgovorna za stvaranje magnetskog toka u zračnom rasporu  $\Psi_m$  doprinosi prijenosu **reaktivne (jalove) snage** preko zračnog raspora ( $Q = E_2 i_{ds}$ )
- U izrazu (2) je definiran elektromagnetski moment stroja, pri čemu su d i q komponente statorske struje prikazane na fazorskem dijagramu na sl.4.

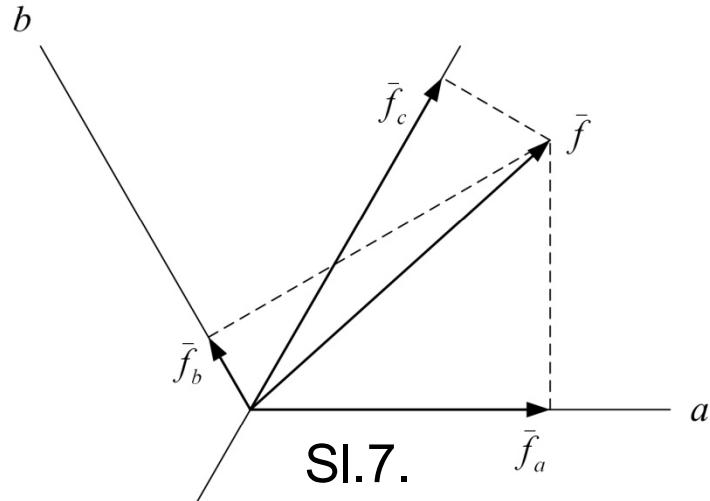
# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

- Sl.4.a i b daju objašnjenje kako se s  $d$  i  $q$  komponentama struje statora  $i_{ds}$  i  $i_{qs}$  može realizirati **sustav vektorskog upravljanja** izmjeničnim strojem
- Fazorski dijagram na slici 4.a) pokazuje da se **povećanjem  $q$  komponente** statorske struje momenta  $i_{qs}$ , povećava iznos statorske struje  $I_s$ , ali se  **$d$  komponenta toka  $i_{ds}$  ne mijenja!** ZAKLJUČAK: promjena struje  $i_{qs}$  ne utječe na  **$d$  komponentu toka  $i_{ds}$**  AS-a.
- Sl. 4.b) pokazuje da se **povećanjem  $d$  komponente statorske struje toka  $i_{ds}$** , povećava iznos statorske struje  $I_s$ , ali se  **$q$  komponenta momenta  $i_{qs}$  ne mijenja!** ZAKLJUČAK: promjena struje  $i_{ds}$  ne utječe na  $q$  komponentu momenta  $i_{qs}$  AS-a.
- U normalnom radu, primjerice kod **AS-a**, struja  $i_{ds}$  (**struja uzbude, magnetski tok**) se drži konstantnim, a **moment se mijenja promjenom struje  $i_{qs}$**  (armaturne struje)

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S AS-om – definicija rezultirajućeg vektora

- Skupu varijabli trofaznog simetričnog sustava  $f_a$ ,  $f_b$  i  $f_c$ , koje mogu predstavljati trenutačne vrijednosti struja, napona i ulančanih tokova, može se pridružiti rezultirajući vektor  $f$ .
- Jedini uvjet je da projekcija vektora na pojedinu os trofaznog a-b-c simetričnog sustava daje trenutačnu vrijednost fazne veličine u toj osi
- Vektori  $f_a$ ,  $f_b$  i  $f_c$  predstavljaju u prostoru orijentirane fazne veličine koje djeluju u osi pojedine faze, a modul im je jednak trenutnoj vrijednosti promatrane fazne veličine.

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S AS-om – definicija rezultirajućeg vektora



- Rezultirajući vektor  $f$  definiran je izrazom

$$\bar{f} = \frac{2}{3}(\bar{f}_a + \bar{f}_b + \bar{f}_c) \quad (4)$$

- Ako trofaznom  $a-b-c$  sustavu pridružimo kompleksnu ravninu tako da se njezina realna os poklapa s osi faze  $a$ , tada će biti

$$\begin{aligned} \bar{f}_a &= f_a \\ \bar{f}_b &= \bar{a}f_b \\ \bar{f}_c &= \bar{a}^2f_c \end{aligned} \quad \leftarrow \quad \begin{array}{l} \text{Vektori koji djeluju u} \\ \text{osi pojedine faze} \end{array} \quad (5)$$

gdje je:

$$\begin{aligned} \bar{a} &= e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \bar{a}^2 &= e^{j\frac{4\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \quad (6)$$

## SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S AS-om definicija rezultirajućeg vektora

- Kompleksni operatori  $\bar{a}$  i  $\bar{a}^2$  imaju značenje jediničnih vektoru u smjeru osi  $b$  odnosno  $c$  (zakret  $120^\circ$  i  $240^\circ$ )
- Veličine  $f_a$ ,  $f_b$  i  $f_c$  su realni brojevi i množenjem tih veličina odgovarajućim jediničnim vektorom iz (5) dobije se smisao njihove orientacije u os dotične faze (funkcija jediničnih vektoru je zakret za određeni kut).
- Uvrštavanjem (5) u (4) dobije se rezultirajući vektor kao funkcija trenutačnih vrijednosti faznih veličina

$$\bar{f} = \frac{2}{3} (f_a + \bar{a} f_b + \bar{a}^2 f_c) \quad (7)$$

## SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S AS-om definicija rezultirajućeg vektora

Trenutne vrijednosti struja u 3f sustavu napajanog simetričnim sustavom napona mogu se zapisati kao

$$i_1(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t) ;$$

$$i_2(t) = \sqrt{2}I \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) ;$$

$$i_3(t) = \sqrt{2}I \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) .$$

Njihov algebarski zbroj u ovakovom slučaju je 0 (nula).

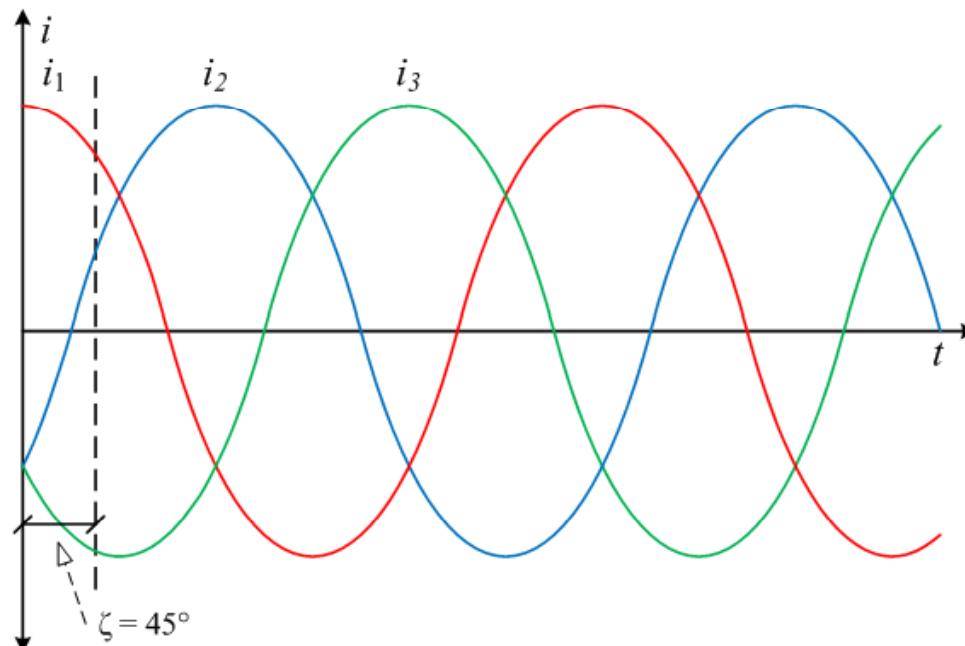
$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^3 i_n(t) &= \sqrt{2}I [\cos(\omega t) + \cos(\omega t) \cos(2\pi/3) + \sin(\omega t) \sin(2\pi/3) \\ &\quad + \cos(\omega t) \cos(4\pi/3) + \sin(\omega t) \sin(4\pi/3)] \\ &= \sqrt{2}I \left[ \cos(\omega t) - \frac{1}{2} \cos(\omega t) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\omega t) - \frac{1}{2} \cos(\omega t) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\omega t) \right] = 0 . \end{aligned}$$

## SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S AS-om definicija rezultirajućeg vektora

- Međutim, ne smije se zaboraviti da su struje **međusobno pomaknute u prostoru** za kut ( $120^\circ$  el, pa nas zanima resultantna struja)

$$\vec{i}(t) = i_1(t)e^{j0} + i_2(t)e^{j\gamma} + i_3(t)e^{j2\gamma}$$

- Izračun resultantne struje se može napraviti za proizvoljan kut  $\zeta = \omega t = 45^\circ$ .



# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

kod  $\gamma = 45^\circ = \pi/4$  rad [ $t = \pi/(4\omega)$ ] vrijedi:

$$i_1 \left( \frac{\pi/4}{\omega} \right) = \sqrt{2}I \cos(\pi/4 - 0) = 0,707 \cdot \sqrt{2}I = I ;$$

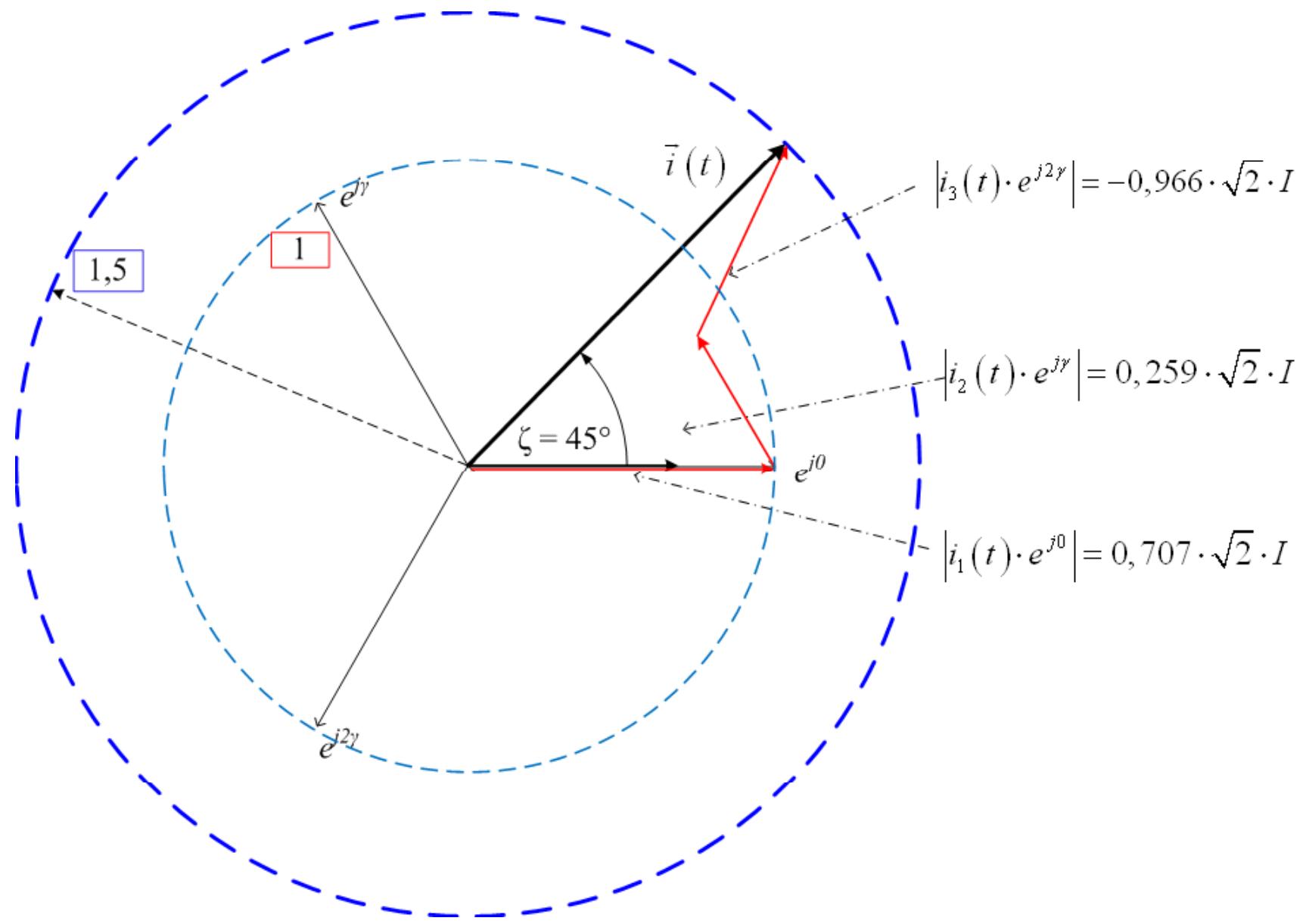
$$i_2 \left( \frac{\pi/4}{\omega} \right) = \sqrt{2}I \cos(\pi/4 - \gamma) = 0,259 \cdot \sqrt{2}I ;$$

$$i_3 \left( \frac{\pi/4}{\omega} \right) = \sqrt{2}I \cos(\pi/4 - 2\gamma) = -0,966 \cdot \sqrt{2}I .$$

Geometrijskom konstrukcijom dobije se trenutačni **resultantni prostorni vektor struje**

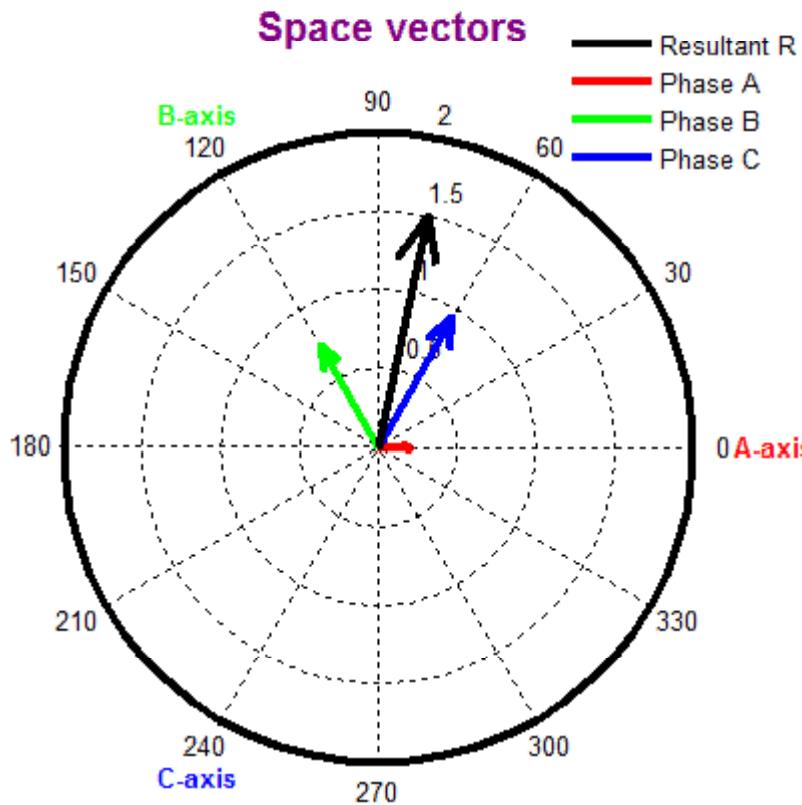


# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S AS-om rezultirajući (rezultantni) vektor



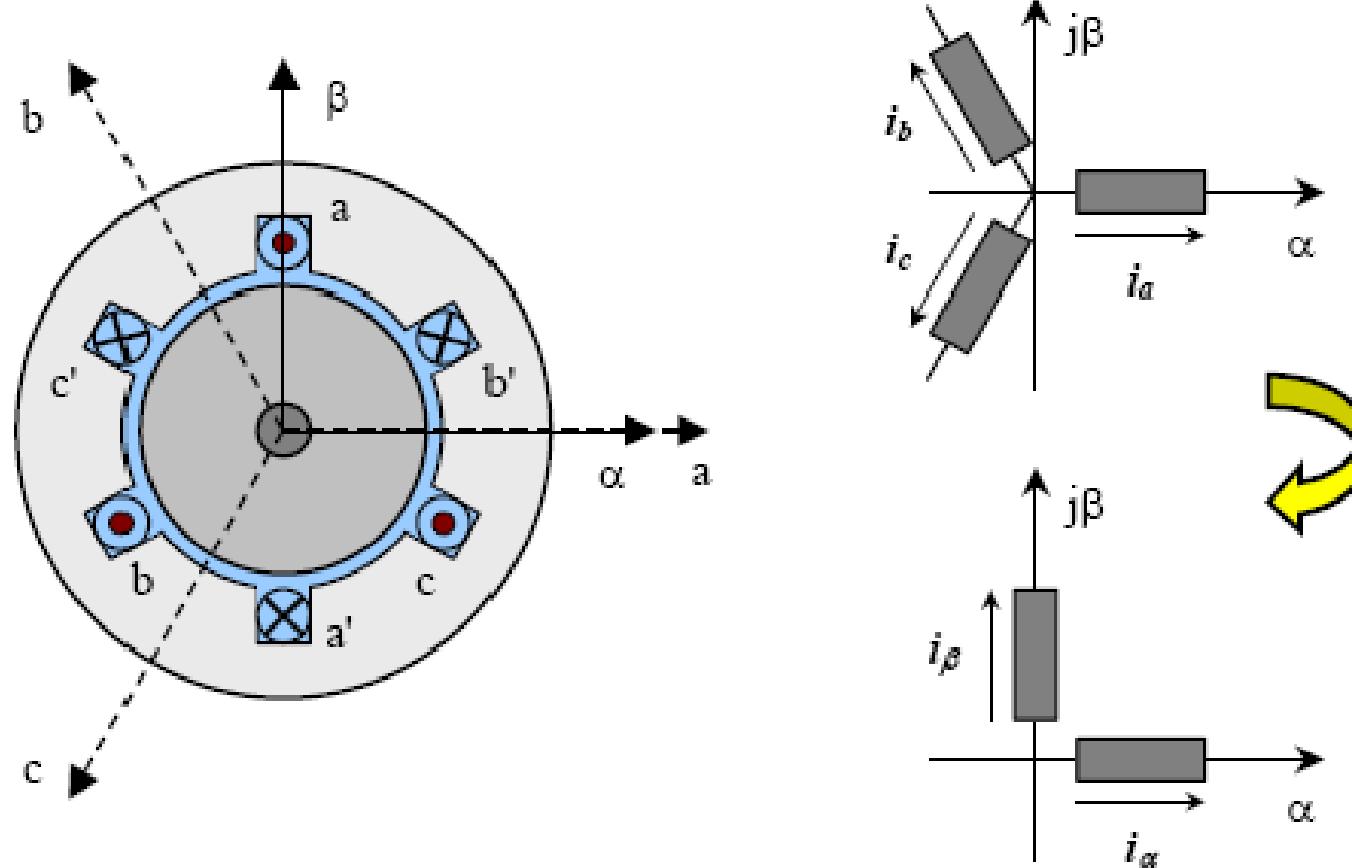
# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

Primjer: Neka su  $f_a$ ,  $f_b$  i  $f_c$  predstavljaju simetrične ulančane tokove



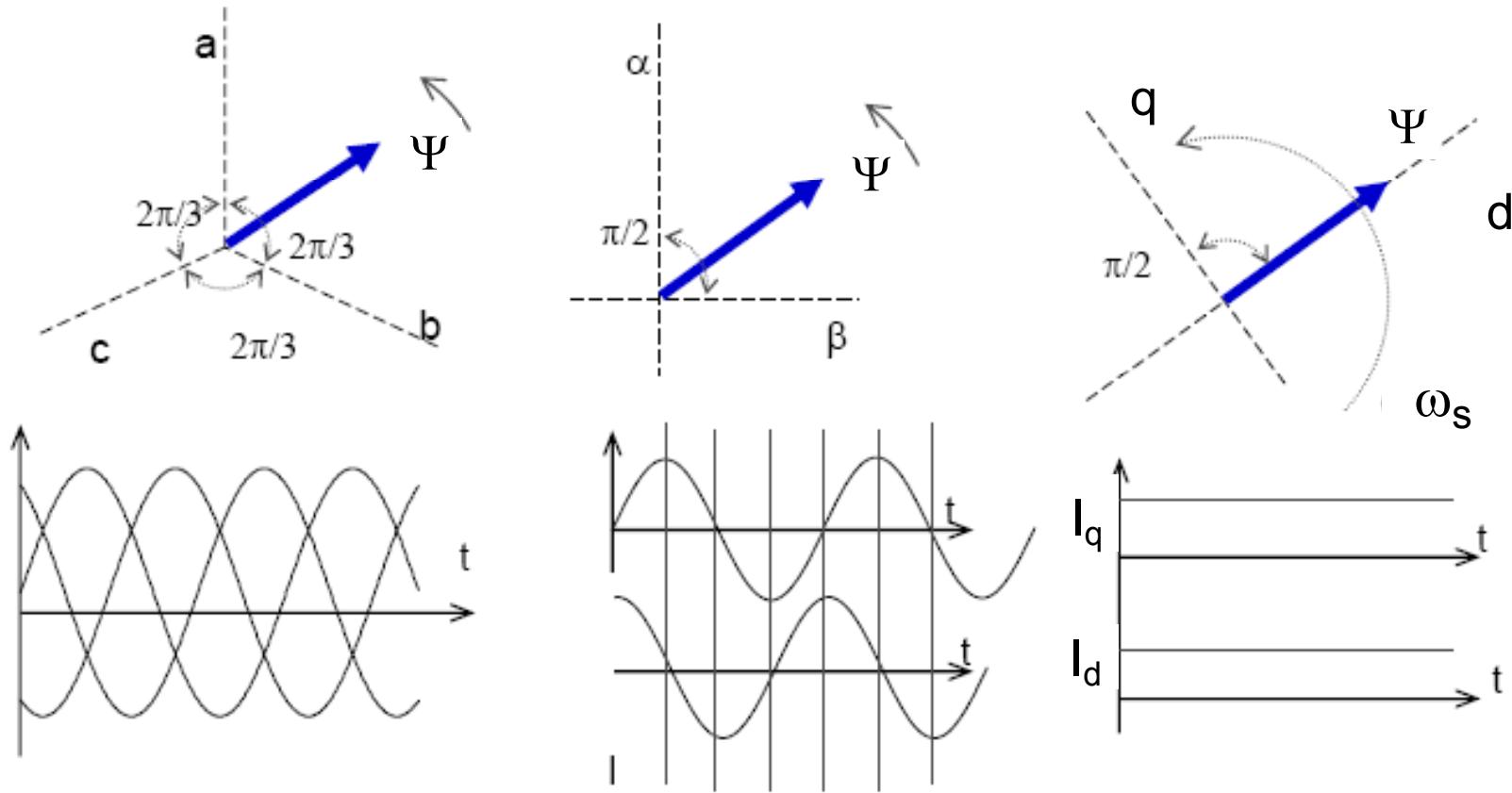
Simetrično okretno polje kao primjer rezultirajućeg vektora  
(ANIMACIJA)

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM



Sl.8. Trofazni namot u troosnom sustavu s ekvivalentnim mirujućim  $\alpha\beta$  koordinatnim sustavom

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM



3f koordinatni (mirujući) sustav

2f ortogonalni (mirujući) sustav

d-g ortogonalni rotirajući sustav

Sl.6. Sinusne veličine prikazane u različitim koordinatnim sustavima

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S AS-om transformacija koordinata

- Transformacija vektora iz trofaznog  $a-b-c$  sustava u dvofazni  $\alpha-\beta$  sustav

## Clarkeova transformacija

- Razmatra se uz pretpostavku da su ti sustavi međusobno nepomični. Ako se rezultirajući vektor  $\bar{f}$  izrazi pomoću dvofaznih  $\alpha\beta$  i trofaznih  $abc$  varijabli, sl.6., izraz (7), može se napisati

$$\bar{f} = f_\alpha + j f_\beta = \frac{2}{3} \left( f_a + \bar{a} f_b + \bar{a}^2 f_c \right) \quad (8)$$

- Izjednačavanjem realnih i imaginarnih dijelova na lijevoj i desnoj strani izraza (8), te uz (6), dobiva se veza između dvofaznih i trofaznih varijabli

$$f_\alpha = \frac{2}{3} \left[ f_a - \frac{1}{2} (f_b + f_c) \right] \quad (9a)$$

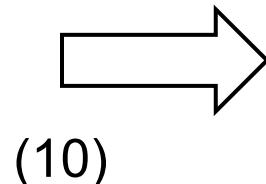
$$f_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}} (f_b - f_c) \quad (9b)$$

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S AS-om transformacija koordinata

## Clarkeova transformacija

Uz pretpostavku da se radi o strujama kao varijablama (isto se može primijeniti na napone, tokove,...) vrijede relacije

$$\begin{aligned} i_{s\alpha} &= i_{sa} \\ i_{s\beta} &= \frac{i_{sb} - i_{sc}}{\sqrt{3}} \end{aligned} \quad (10)$$



$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} = [3 \rightarrow 2] \quad (12)$$

(12)

Transformacijska matrica,  $T_{32}$

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S AS-om transformacija koordinata

- Transformacija vektora iz mirujućeg  $\alpha$ - $\beta$  u mirujući  $a$ - $b$ - $c$  koordinatni sustav

## Inverzna Clarkeova transformacija

$$\begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Transformacija struja u 3f sustav

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = [2 \rightarrow 3] \quad (16)$$

Transformacijska matrica  $T_{23}$

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S AS-om

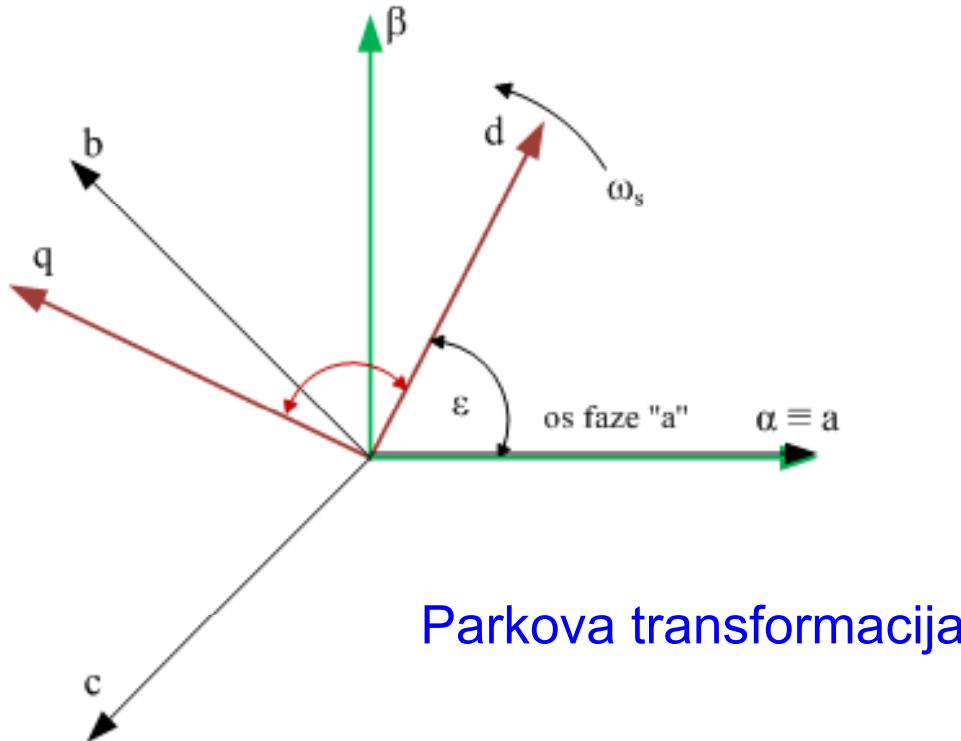
## transformacija koordinata

- Transformacija vektora iz mirujućeg  $\alpha$ - $\beta$  u  $d$ - $q$  rotirajući koordinatni sustav

### Parkova transformacija

- Općenito gledano, radi se o transformaciji vektora između dvofaznih koordinatnih sustava s različitim brzinama rotacije (Parkova transformacija)
- U našem slučaju se iz općenitog oblika može doći tako da se mirujući  $\alpha$ - $\beta$  sustav promatra kao da se giba brzinom=0, tj. miruje, sl.10.

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S AS-om transformacija koordinata



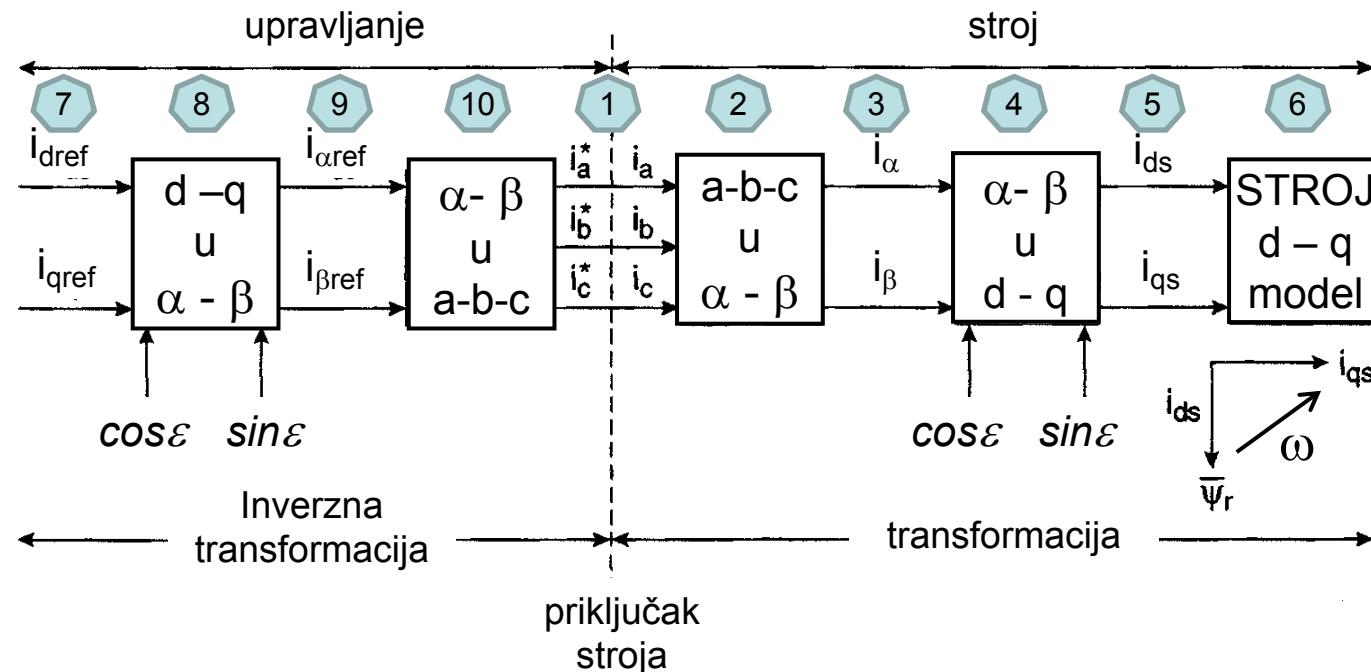
Sl.10. Transformacija između mirujućeg  $\alpha$ - $\beta$  i rotirajućeg  $d$ - $q$  dvoosnog sustava

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon & \sin \varepsilon \\ -\sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{bmatrix} \quad (13)$$

Ovisnost faznih varijabli u mirujućem  $\alpha$ - $\beta$  i rotirajućem  $d$ - $q$  sustavu

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

- Postavlja se pitanje: Na koji način se može upravljati sa strujama  $i_{qs}$  i  $i_{ds}$  komponentama struje  $i_s$  neovisno i o željenoj orijentaciji tih struja?
- Osnovni koncept primjene vektorskog upravljanja je prikazan na sl.5



Sl.5. Osnovni koncept vektorskog upravljanja AS-a u d-q koordinatnom sustavu (pretvarač je izostavljen, ne razmatra se)

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

- 7 a) Ulazne veličine u regulator su referentne d-q komponente ( $i_{dref}$ ,  $i_{gref}$ ) struje statora označene na sl.5
  - 8 a) Na ovom mjestu se inverznom Parkovom transformacijom varijable transformiraju u mirujući  $\alpha$ - $\beta$  mirujući sustav, vidi sl.5.
  - 9 a) Nakon inverzne Parkove transformacije dobiju se  $\alpha$ - $\beta$  komponente referentne vrijednosti struje statora u mirujućem koordinatnom sustavu
  - 10 a) U zadnjoj fazi se obavlja transformacija u trofazni koordinatni sustav prema inverznoj Clarkeovoj transformaciji, vidi sl.5.
- Transformacija vektora iz rotirajućeg d-q u mirujući  $\alpha$ - $\beta$  koordinatni sustav

## Inverzna Parkova transformacija

Potrebno je napraviti inverziju izraza (13), pa se jednostavno dobije

$$\begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon \\ \sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} \quad (14)$$

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

Objašnjenje dijelova upravljačke sheme vektorskog upravljanja sa sl.5.

- 1 a) Pretpostavlja se da je izmjenjivač idealan, što znači da na osnovi sinusnih referentnih vrijednosti statorskih struja  $a^*$ ,  $b^*$  i  $c^*$  na izlazu upravljačkog bloka, modulacijom sklopki osigura stvarne sinusne struje u stroju (a,b i c).
- 2 a) Na strani stroja se te struje mijere i iz trofaznog mirujućeg a-b-c sustava statora transformiraju u struje dvofaznog (dvoosnog) mirujućeg sustava  $\alpha-\beta$  ( $d^s-q^s$ ) koordinatnog sustava  
b) Pri tome se primjenjuje tzv. Clarkeova transformacija  
c) Za opis ove transformacije, promotrimo rezultirajući vektor 3f varijabli

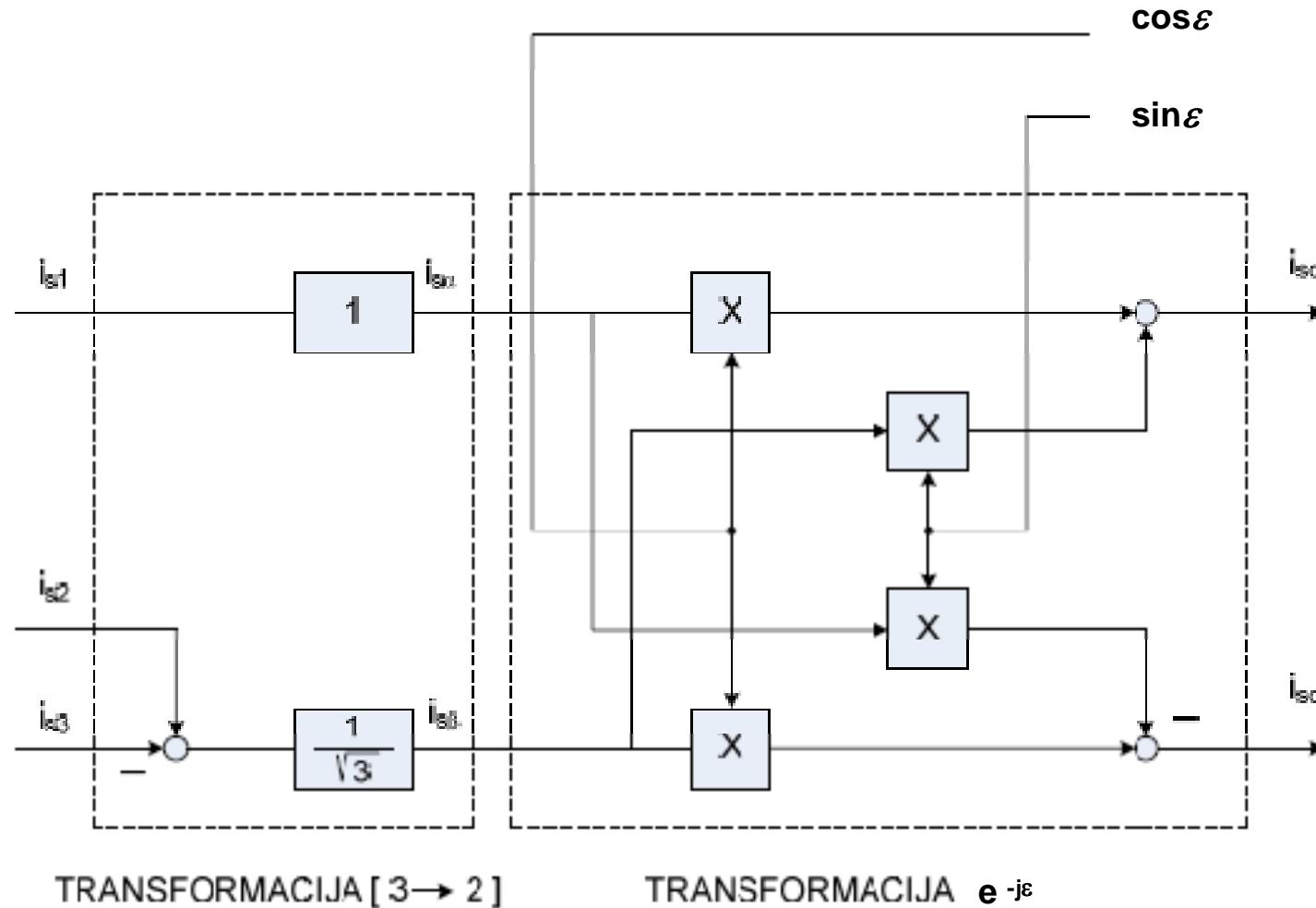
# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

- 3 Na osnovi transformacije prikazane pod 2, konačan izraz (9), mogu se dobiti struje u mirujućem  $\alpha\beta$  koordinatnom sustavu za struje  $i_{\alpha}, i_{\beta}$
- 4 Na ovom se mjestu obavlja transformacija varijabli iz mirujućeg  $\alpha\beta$  u rotirajući  $d-q$  koordinatni sustav koji rotira sinkronom brzinom vrtnje
- 5 Na osnovi transformacije prikazane pod 4, konačan izraz (13), mogu se dobiti struje u rotirajućem  $d-q$  koordinatnom sustavu za struje  $i_d, i_q$
- 6 U konačnici se dobije model stroja u rotirajućem  $d-q$  koordinatnom sustavu, pogodan za sintezu sustava upravljanja (nadređene petlje), vidi sl.5.

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

- b) Budući se radi o realnom stroju, d-g komponente struje statora treba dobiti (izmjeriti, izračunati) za potrebe nadređenog kruga upravljanja
- c) To se postiže prema sl.11.

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM



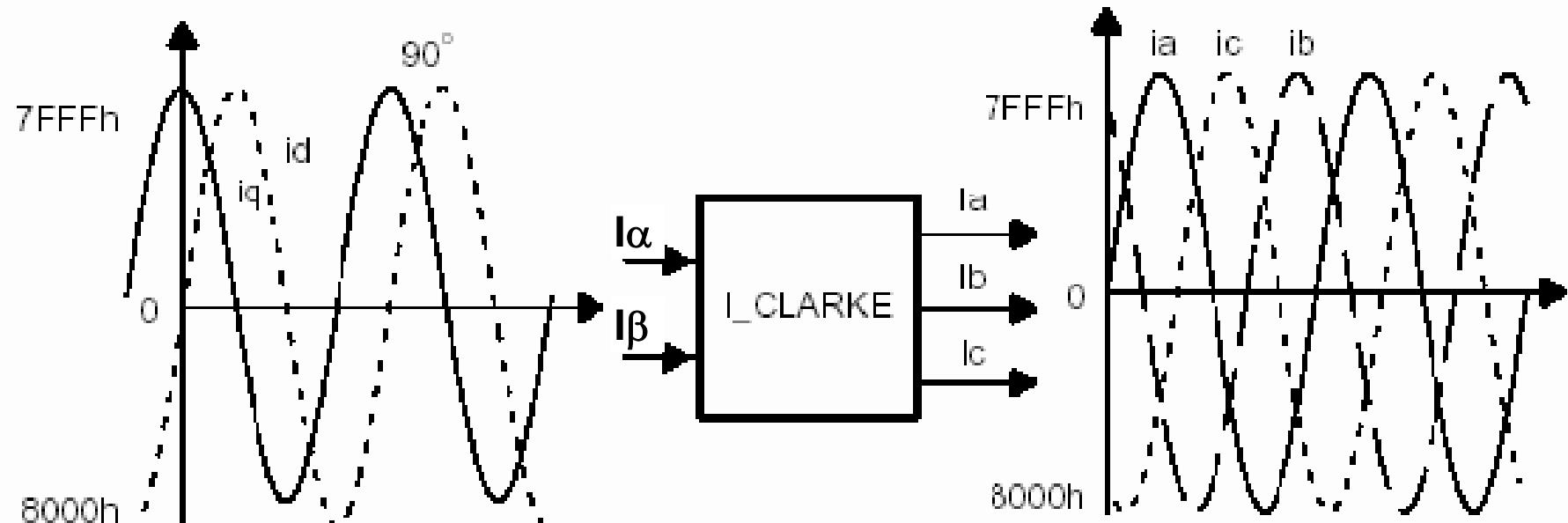
Sl.11. Određivanje komponenti  $i_{sd}$  i  $i_{sq}$  komponenata vektora statorske struje na osnovi statorskih struja mirujućeg a-b-c koordinatnog sustava

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM

- 7 a) Ulazne veličine u regulator su referentne d-g komponente ( $i_{dref}$ ,  $i_{gref}$ ) struje statora označene na sl.5
- 8 a) Na ovom mjestu se **inverznom Parkovom transformacijom** varijable transformiraju u mirujući  $\alpha$ - $\beta$  mirujući sustav, vidi sl.5.

$$\begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon \\ \sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix}$$

# SUSTAVI VEKTORSKOG UPRAVLJANJA S ASINKRONIM KAVEZNIM STROJEM



Sl.12. Inverzna Clarkeova transformacija – struktura implementacije na DSP-u

KRAJ

# MODULACIJSKE METODE

## SADRŽAJ

- Sinusna modulacija sklopki izmjenjivača, indeks amplitudne i frekvencijske modulacije, premodulacija
- Utjecaj modulacijskih indeksa (faktora) na osnovni harmonik napona izmjenjivača
- Vektorska modulacija, prikaz rezultantnog vektora u  $\alpha$ - $\beta$  koordinatnom sustavu

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA Upravljanje sklopkama izmjenjivača – sinusna i vektorska modulacija

Do sada je u području skalarnog upravljanja spomenuto:

- pravokutna modulacija,
- modulacija usporedbom nosećeg i modulirajućeg (upravljačkog signala)
- modulacija reguliranjem struje izmjenjivača (histerezni regulator)

U sklopu vektorske regulacije detaljnije će biti izložena

- vektorska modulacija širine impulsa (vektorska modulacija)

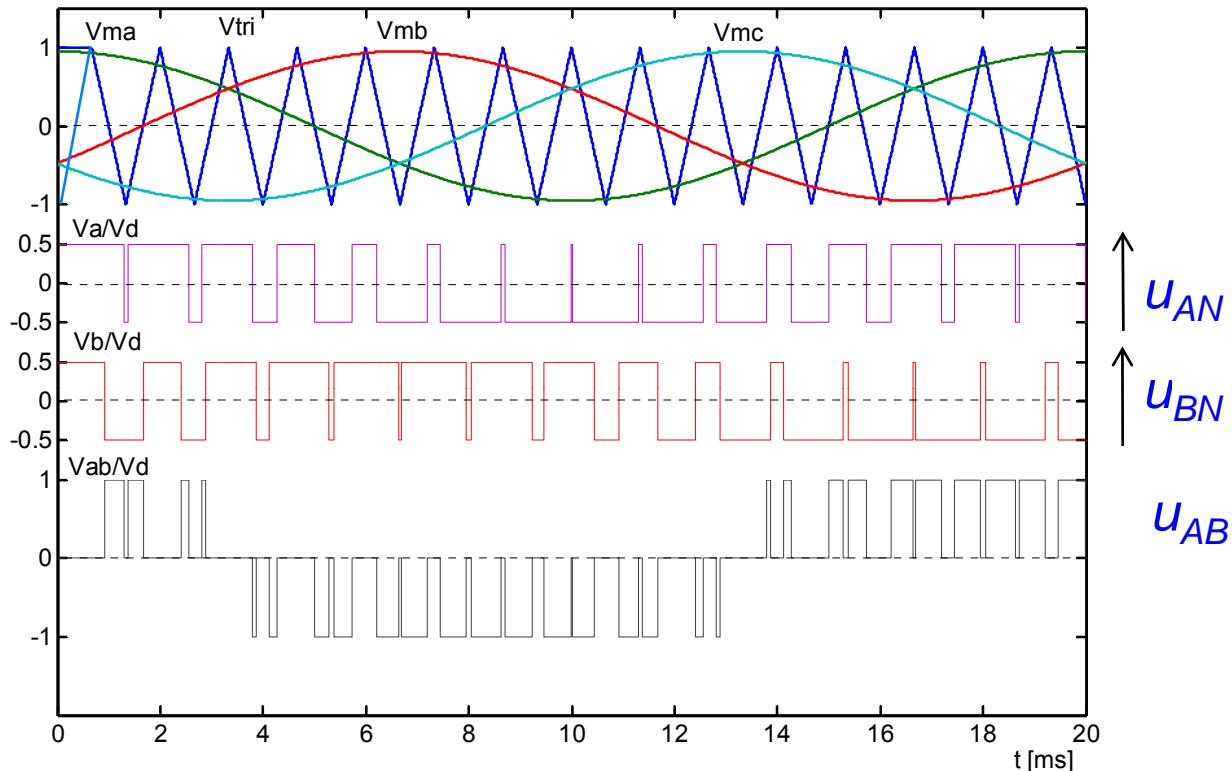
# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – sinusna modulacija

- Metoda **sinusne modulacije širine impulsa** zasniva se na usporedbi visokofrekvencijskog trokutastog signala nosioca  $u_{tr}$  i niskofrekvencijskog referentnog signala  $u_{ref}$ .
- Pri tome frekvenciju izlaznog napona određuje frekvencija referentnog signala  $u_{ref}$ , dok frekvenciju sklapanja određuje frekvencija signala nosioca  $u_{tr}$ .
- Frekvencija i amplituda signala  $u_{tr}$  u pravilu se drže konstantnim.
- Da bi se dobio **trofazni simetrični izlaz**, isti signal nosilac  $u_{tr}$  uspoređuje se s tri sinusna referentna signala  $u_{ref}$  koja su međusobno pomaknuta  $120^\circ$ .
- Ovisno o **odnosu** između **signala nosioca** i **referentnog signala** za pojedinu fazu određuje se upravljački signal za tu fazu:
  - ako je  $u_{ref} > u_{tr}$  gornji tranzistor u grani je uključen, a donji je isključen
  - ako je  $u_{ref} < u_{tr}$  donji tranzistor u grani je uključen, a gornji je isključen

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – sinusna modulacija



Sl.1. Valni oblici napona kod sinusne modulacije uz  $m_f=15$

- Izlazni naponi faza **a** i **b** su rezultat usporedbe signala nosioca (trokut) i modulacijskog sinusnog signala (prikazani u relativnom p.u. sustavu)
- Linijski napon **a-b** je dobiven računski- razlika faznih napona **a** i **b** (p.u.)

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – sinusna modulacija

- Faktor amplitudne modulacije  $m_a$  definira se kao omjer vršne vrijednosti upravljačkog (referentnog) signala i vršne vrijednosti signala nosioca (1)
- Faktor frekvencijske modulacije  $m_f$  definira se kao omjer frekvencije signala nosioca i frekvencije upravljačkog signala

$$m_a = \hat{u}_{ref} / \hat{u}_{tr} \quad (1)$$

$$m_f = f_{tr} / f_{ref} \quad (2)$$

- Valni oblici faznog napona  $u_{AN}$  i  $u_{BN}$ , linijskog napona  $u_{AB}$  prikazani su na sl.2 za faktor frekvencijske modulacije  $m_f = 15$  i faktor amplitudne modulacije  $m_a = 1$

## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – sinusna modulacija

- Vršna vrijednost osnovnog harmonika faznog napona (3)  
i efektivna vrijednost osnovnog harmonika linijskog napona (4) iznose

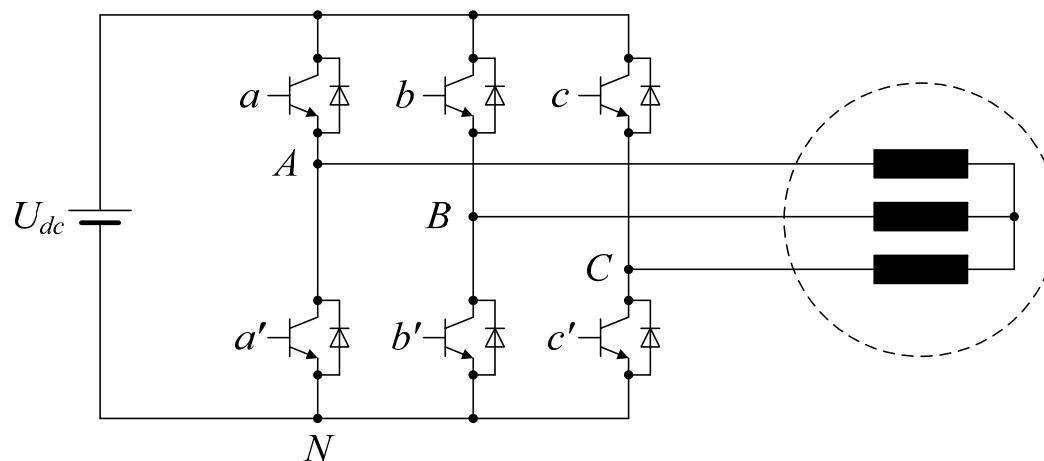
$$(\hat{u}_a)_1 = m_a \cdot \frac{U_{dc}}{2} \quad (3)$$

$$(u_{ab})_1 = m_a \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot U_{dc}}{2 \cdot \sqrt{2}} \quad (4)$$

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – sinusna modulacija

- Struktura trofaznog izmjenjivača u mosnom spoju s utisnutim naponom prikazana je na sl.2. Cilj je oblikovanje trofaznog izlaznog napona izmjenjivača te njegovo upravljanje kako po amplitudi tako i po frekvenciji.
- Oblik napona na izlazu iz pretvarača određuju upravljački signali  $a$ ,  $a'$ ,  $b$ ,  $b'$ ,  $c$  i  $c'$ .
- Kada je gornji tranzistor u grani uključen ( $a$ ,  $b$  ili  $c$  je 1), donji tranzistor u grani je isključen ( $a'$ ,  $b'$  ili  $c'$  je 0).



Sl.2. Izmjenjivač s naponskim ulazom (utisnuti napon)

# Upravljanje sklopkama izmjenjivača – vektorska modulacija

- Trofazni izmjenjivač ima osam mogućih sklopnih stanja gornjih tranzistora u granama (donji tranzistori su komplementarni gornjima): šest aktivnih i dva nulta sklopna stanja.
- Iznosi faznih napona  $U_{AN}$ ,  $U_{BN}$  i  $U_{CN}$  za svih osam sklopnih stanja tranzistora, uz simetričan teret i napon istosmjernog međukruga  $U_{dc}$ , dani su u tablici 1 .

Tablica 1. Stanja sklopki izmjenjivača pri vektorskoj modulaciji

$c$	$b$	$a$	$U_{AN}$	$U_{BN}$	$U_{CN}$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	$\frac{2U_{dc}}{3}$	$-\frac{U_{dc}}{3}$	$-\frac{U_{dc}}{3}$
0	1	0	$-\frac{U_{dc}}{3}$	$\frac{2U_{dc}}{3}$	$-\frac{U_{dc}}{3}$
0	1	1	$\frac{U_{dc}}{3}$	$\frac{U_{dc}}{3}$	$-\frac{2U_{dc}}{3}$
1	0	0	$-\frac{U_{dc}}{3}$	$-\frac{U_{dc}}{3}$	$\frac{2U_{dc}}{3}$
1	0	1	$\frac{U_{dc}}{3}$	$-\frac{2U_{dc}}{3}$	$\frac{U_{dc}}{3}$
1	1	0	$-\frac{2U_{dc}}{3}$	$\frac{U_{dc}}{3}$	$\frac{U_{dc}}{3}$
1	1	1	0	0	0

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – vektorska modulacija

- Vektorska modulacija temelji se na prikazu faznih napona  $U_{AN}$ ,  $U_{BN}$  i  $U_{CN}$  pomoću rezultirajućeg vektora u dvofaznom  $\alpha$ - $\beta$  sustav.
- Transformacija vektora napona iz trofaznog  $a$ - $b$ - $c$  sustava u dvofazni  $\alpha$ - $\beta$  ostvaruje se pomoću slijedećih izraza, Clarke transformacija ( $3 \rightarrow 2$ ).

$$U_\alpha = U_a$$

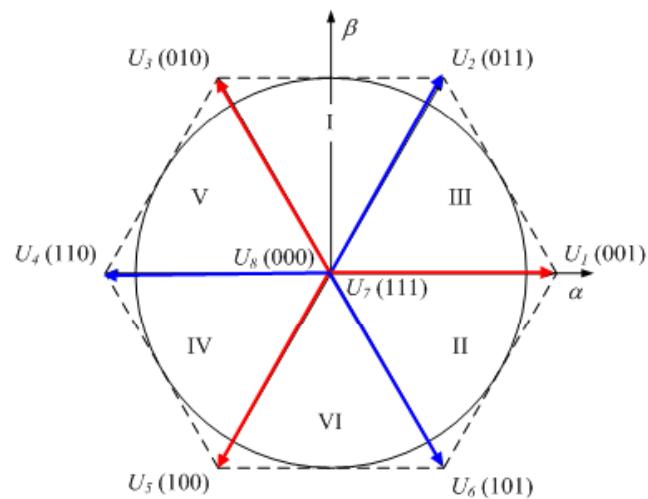
$$U_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}(U_b - U_c) \quad (6)$$

- Iznosi  $\alpha$  i  $\beta$  komponente napona za svih osam sklopnih stanja dani su u tablici 2.
- Svako sklopno stanje moguće je predstaviti s odgovarajućim vektorom u  $\alpha$ - $\beta$  koordinatnom sustavu (šest aktivnih vektora i dva nul -vektora)
- Šest aktivnih vektora dijele  $\alpha$ - $\beta$  koordinatni sustav na šest sektora

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – vektorska modulacija

**Tablica 2.** Iznos  $\alpha$  i  $\beta$  komponente napona za određeno sklopno stanje

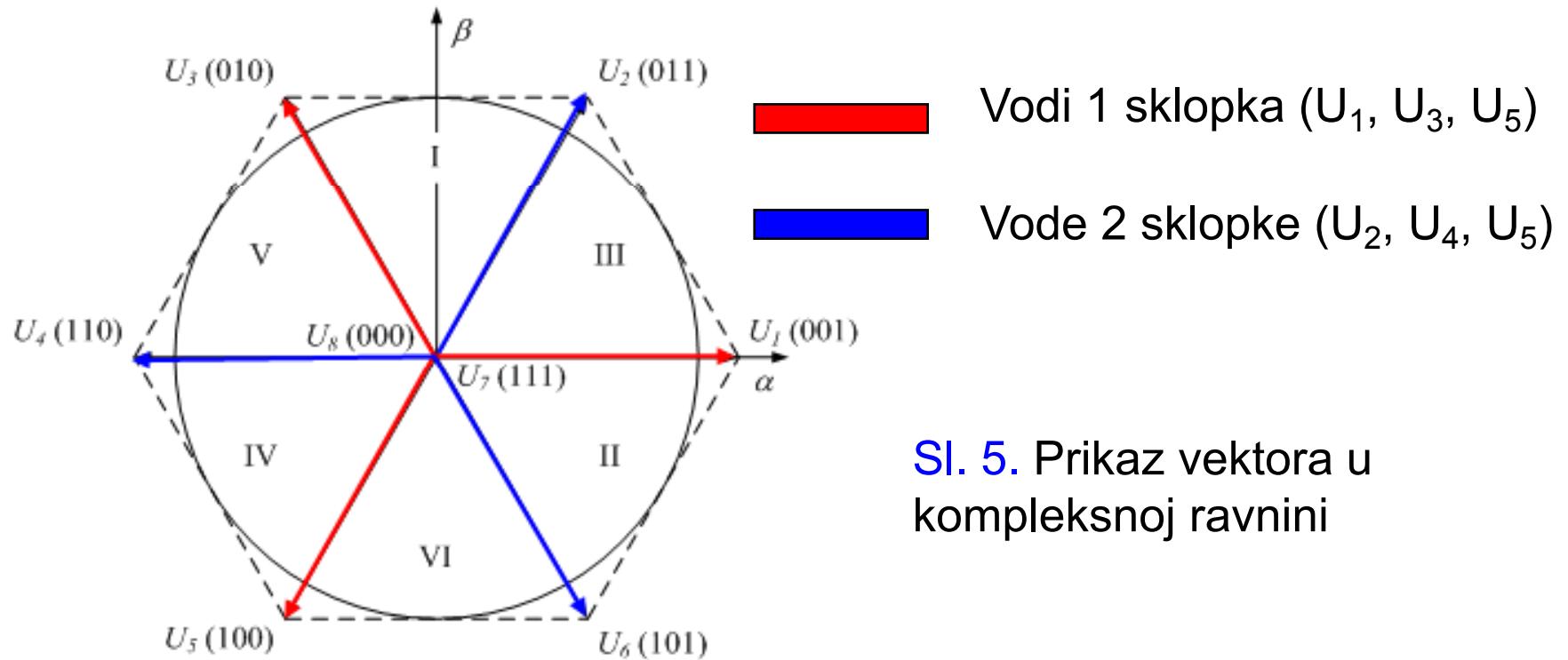


$c$	$b$	$a$	$U_\alpha$	$U_\beta$	vektor
0	0	0	0	0	$U_8$
0	0	1	$\frac{2U_{dc}}{3}$	0	$U_1$
0	1	0	$-\frac{U_{dc}}{3}$	$\frac{U_{dc}}{\sqrt{3}}$	$U_3$
0	1	1	$\frac{U_{dc}}{3}$	$\frac{U_{dc}}{\sqrt{3}}$	$U_2$
1	0	0	$-\frac{U_{dc}}{3}$	$-\frac{U_{dc}}{\sqrt{3}}$	$U_5$
1	0	1	$\frac{U_{dc}}{3}$	$-\frac{U_{dc}}{\sqrt{3}}$	$U_6$
1	1	0	$-\frac{2U_{dc}}{3}$	0	$U_4$
1	1	1	0	0	$U_7$

- Vrhovi aktivnih vektora tvore pravilni šesterokut sa stranicama duljine  $2U_{dc}/3$ , dok su nul-vektori smješteni u ishodištu tog šesterokuta.
- Raspored aktivnih i pasivnih vektora u kompleksnoj ravnini prikazan je na slici 5.

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

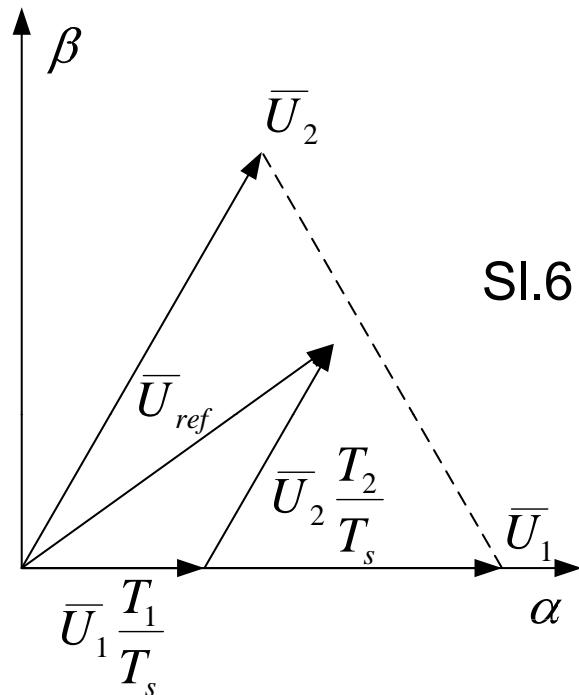
## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – vektorska modulacija



- Zadatak vektorske modulacije je da aproksimira referentni vektor napona  $U_{ref}$  odgovarajućom kombinacijom dva susjedna aktivna vektora i nul-vektora.
- Na sl.6. prikazan je referentni vektor napona u sektorу III i aktivni vektori  $U_1$  i  $U_2$

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – vektorska modulacija



Sl.6 Aproksimacija referentnog vektora napona  $U_{ref}$

- Za svaki kratki period  $T_s$  srednja vrijednost na izlazu iz izmjenjivača treba biti jednaka srednjoj vrijednosti referentnog vektora napona  $U_{ref}$

$$\frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} U_{ref} dt = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_1} U_1 dt + \frac{1}{T_s} \int_{T_1}^{T_1+T_2} U_2 dt = U_1 \frac{T_1}{T_s} + U_2 \frac{T_2}{T_s} \quad (7)$$

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – vektorska modulacija

- $T_1$  i  $T_2$  predstavljaju vrijeme trajanja aktivnog vektora  $U_1$  i  $U_2$ , pri čemu mora biti zadovoljen uvjet  $T_1 + T_2 \leq T_s$
- Ako se referentni vektor napona  $U_{ref}$  sporo mijenja unutar perioda  $T_s$ , izraz (7) nakon integracije poprima slijedeći oblik

$$U_{ref} = U_1 \frac{T_1}{T_s} + U_2 \frac{T_2}{T_s} \quad (8)$$

- Rastavljanjem referentnog i aktivnih vektora ( $U_1$  i  $U_2$ ) u izrazu (8) na realni i kompleksni dio dobije se (pogledati sl.5. i tablicu 2.)

$$U_\alpha + jU_\beta = \left( \frac{2}{3} U_{dc} \right) \frac{T_1}{T_s} + \left( \frac{U_{dc}}{3} + j \frac{U_{dc}}{\sqrt{3}} \right) \frac{T_2}{T_s} \quad (9)$$

- Izjednačavanjem realnih i imaginarnih dijelova u (9) moguće je izraziti  $\alpha$  i  $\beta$  komponentu napona

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – vektorska modulacija

$$U_\alpha = \frac{2}{3} U_{dc} \frac{T_1}{T_s} + \frac{1}{3} U_{dc} \frac{T_2}{T_s} \quad (10)$$

$$U_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}} U_{dc} \frac{T_2}{T_s} \quad (11)$$

- Iz izraza (10) i (11) može se odrediti vrijeme trajanja aktivnih vektoru  $U_1$  i  $U_2$  potrebno za aproksimaciju referentnog vektora napona

$$T_1 = T_s \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} \frac{1}{2} (\sqrt{3} U_\alpha - U_\beta) \quad (12)$$

$$T_2 = T_s \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} U_\beta \quad (13)$$

- Na identičan način određuju se vremena trajanja aktivnih vektoru i za ostale sektore.
- Izrazi za određivanje trajanja aktivnih vektoru za sve sektore prikazani su u tablici 3.

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – vektorska modulacija

- Vrijeme  $t_1$  predstavlja vrijeme trajanja aktivnog vektora  $U_1$ ,  $U_3$  ili  $U_5$  (vektori koji predstavljaju sklopno stanje kod kojeg je uključen jedan tranzistor), dok vrijeme  $t_2$  predstavlja vrijeme trajanja aktivnog vektora  $U_2$ ,  $U_4$  ili  $U_6$  (vektori koji predstavljaju sklopno stanje kod kojih su uključena dva tranzistora).
- Zašto se uvode ova vremena? Budući da se želi u vremenu  $T_s$  dobiti “vremenski simetrično raspoređeno” vođenje sklopki, onda se trajanje određenog sklopnnog stanja (aktivnog vektora) raspoređuje po toj logici.
- Pri tome se uzima u obzir da simetrija obuhvaća ravnomjeran raspored sklopnih stanja u vremenu  $T_s$ , a to znači stanja kad je uklopljen samo jedan tranzistor ( $U_1$ ,  $U_3$ ,  $U_5$ ) i stanja kada su uklopljena dva tranzistora ( $U_2$ ,  $U_4$ ,  $U_6$ ), [slika 7.](#)

SEKTOR	$t_1$	$t_2$
(III)T1 i T2	$T_s \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} \frac{1}{2} (\sqrt{3}U_\alpha - U_\beta)$	$T_s \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} U_\beta$
(I)T2 i T3	$-T_s \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} \frac{1}{2} (\sqrt{3}U_\alpha - U_\beta)$	$T_s \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} \frac{1}{2} (\sqrt{3}U_\alpha + U_\beta)$
(V)T3 i T4	$T_s \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} U_\beta$	$-T_s \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} \frac{1}{2} (\sqrt{3}U_\alpha + U_\beta)$
(IV)T4 i T5	$-T_s \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} U_\beta$	$-T_s \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} \frac{1}{2} (\sqrt{3}U_\alpha - U_\beta)$
(VI)T5 i T6	$-T_s \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} \frac{1}{2} (\sqrt{3}U_\alpha + U_\beta)$	$T_s \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} \frac{1}{2} (\sqrt{3}U_\alpha - U_\beta)$
(II)T6 i T1	$T_s \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} \frac{1}{2} (\sqrt{3}U_\alpha + U_\beta)$	$-T_s \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} U_\beta$

Tablica 3. Vremena trajanja sklopnih stanja u pojedinim sektorima

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – vektorska modulacija

- Nakon što se izračunaju vremena  $t_1$  i  $t_2$ , ostatak sklopne periode je namijenjen nultim vektorima  $U_8$  i  $U_7$ . Izrazi za  $t_1$  i  $t_2$  vrijede za sve tipove vektorske modulacije, dok smještaj nultih vektora  $U_8$  i  $U_7$  ovisi o tipu vektorske modulacije.
- Jednadžbe koje definiraju  $t_7$  i  $t_8$  su različite za svaku metodu, ali ukupno vrijeme trajanja nultog vektora mora zadovoljavati uvjet

$$t_{7,8} = T_s - T_1 - T_2 = t_7 + t_8 \quad (14)$$

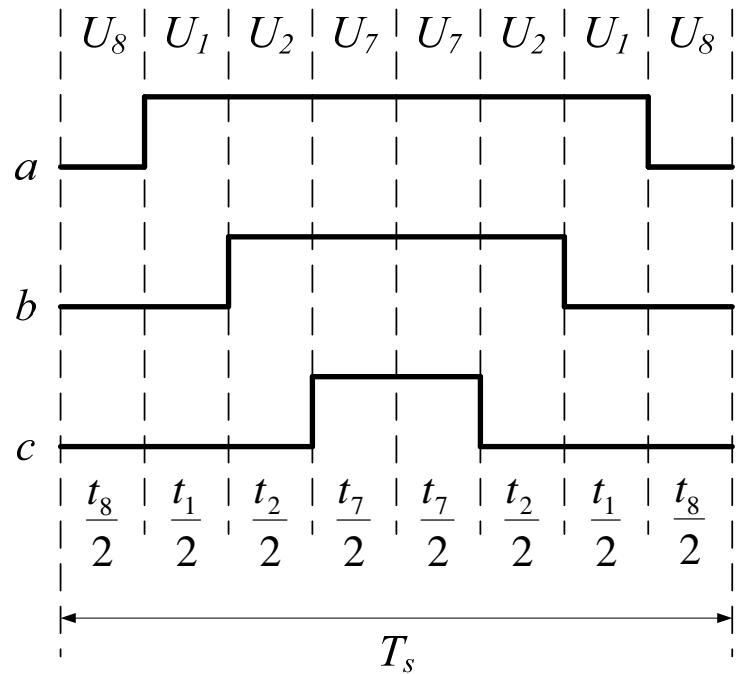
- Najpopularnija među vektorskim modulacijama širine impulsa je modulacija sa simetričnim smještajem nultih vektora, kod koje nul vektori  $U_7$  i  $U_8$  jednako traju (ostatak vremena dijele “po pola”)

$$t_7 = t_8 = \frac{T_s - t_1 - t_2}{2} \quad (15)$$

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – vektorska modulacija

- Na sl.7. prikazani su valni oblici upravljačkih signala  $a$ ,  $b$  i  $c$  unutar perioda  $T_s$  za sektor III.



Sl.7. Valni oblici upravljačkih signala  $a$ ,  $b$  i  $c$  unutar perioda  $T_s$

- Maksimalna veličina referentnog vektora napona koja se može prikazati odgovarajućim slijedom dva susjedna vektora mijenja se s položajem referentnog vektora

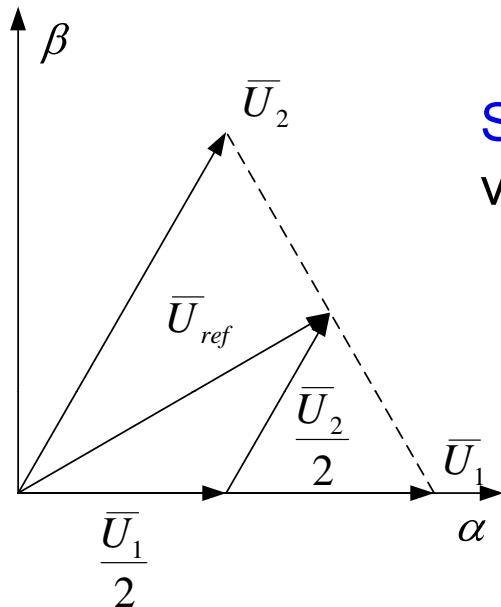
# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – vektorska modulacija

- Kada se referentni vektor nalazi točno između dva aktivna vektora njegova maksimalna vrijednost je najmanja.
- Za aproksimaciju referentnog vektora napona koji se nalazi u tom položaju, oba aktivna vektora moraju jednako trajati.
- Da bi bio zadovoljen uvjet  $t_1 + t_2 \leq T_s$ , trajanje aktivnih vektora mora biti manje ili jednako polovici periode  $T_s$ .
- Aproksimacija referentnog vektora napona koji se nalazi točno između dva aktivna vektora prikazana je na sl.8.

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

## Upravljanje sklopkama izmjenjivača – vektorska modulacija



Sl. 8. Maksimalna dopuštena duljina referentnog vektora napona

- Pomoću sl.8. može se odrediti maksimalna duljina referentnog vektora napona
- Da bi se referentni vektor mogao prikazati s dva susjedna aktivna vektora u svakom položaju, njegov modul ne smije biti veći od  $U_{dc} / \sqrt{3}$

$$\left| U_{ref} \right|_{\max} = \frac{1}{2} |U_1| \cos(30) + \frac{1}{2} |U_2| \cos(30) = \frac{U_{dc}}{\sqrt{3}} \quad (16)$$

# MATEMATIČKI MODELI AS-a PRILAGOĐENI VEKTORSKOM UPRAVLJANJU (2)

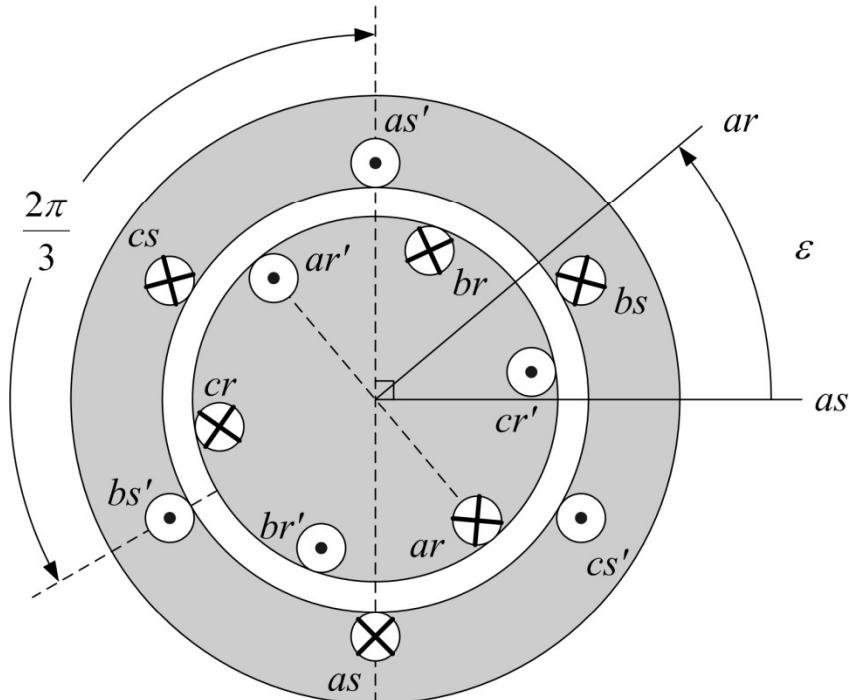
# SADRŽAJ

- Jednadžbe AS-a u prirodnim koordinatama
- Prikaz preko rezultantnih (rezultirajućih) vektora
- Vektorski prikaz jednadžbi AS-a
- Odnosi među vektorima u modelu AS-a u koordinatnom sustavu toka rotora

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA Vektorski prikaz izmjeničnog stroja

- Kod vektorskog prikaza asinkronog stroja polazi se od sljedećih uobičajenih pretpostavki:
  - motor je geometrijski i električki simetričan u svim fazama
  - zasićenje i gubici u željezu se zanemaruju
  - utjecaj potiskivanja struje u namotu statora i rotora se zanemaruje
  - raspodjela protjecanja i polja u zračnom rasporu je sinusna
  - otpori i induktiviteti uzimaju se kao koncentrirani parametri
- Poprečni presjek simetričnog asinkronog motora prikazan je na sl.9., gdje  $as$  predstavlja os namota faze  $a$  statora, a  $ar$  predstavlja os namota faze  $a$  rotora,  $\epsilon$  predstavlja kut između istoimenih namota na statoru i rotoru

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA Vektorski prikaz izmjeničnog stroja



Sl.9. Poprečni presjek simetričnog asinkronog stroja

- Budući da se radi o simetričnom trofaznom namotu na statoru i rotoru, za fazne otpore statora i rotora vrijedi  $R_{sa}=R_{sb}=R_{sc}=R_s$  ( $R_1$ ), odnosno  $R_{ra}=R_{rb}=R_{rc}=R_r$  ( $R_2$ )

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA Vektorski prikaz izmjeničnog stroja

- Naponske jednadžbe statora i rotora asinkronog stroja zapisane u pripadnim koordinatnim sustavima, **statorskom (za stator)** i **rotorskog (za rotor)**, predstavljene su izrazima

$$\begin{aligned} u_{sa} &= R_s i_{sa} + \frac{d\psi_{sa}}{dt} \\ u_{sb} &= R_s i_{sb} + \frac{d\psi_{sb}}{dt} \\ u_{sc} &= R_s i_{sc} + \frac{d\psi_{sc}}{dt} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} u_{ra} &= R_r i_{ra} + \frac{d\psi_{ra}}{dt} \\ u_{rb} &= R_r i_{rb} + \frac{d\psi_{rb}}{dt} \\ u_{rc} &= R_r i_{rc} + \frac{d\psi_{rc}}{dt} \end{aligned} \quad (18)$$

- Neka je  $L_{os}$  ( $L_{or}$ ) rasipni induktivitet faze statora (rotora),  $I_{ms}$  ( $I_{mr}$ ) glavni induktivitet faze statora (rotora), a  $I_{sr}$  međuinduktivitet između faze statora i rotora kada im se osi poklapaju
- U tom slučaju je veza između ulančanih tokova i struja statora stroja određena slijedećim izrazima:

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

Vektorski prikaz izmjeničnog stroja (statorski dio)

$$\begin{aligned} \psi_{sa} = & \textcircled{(L_{os} + l_{ms})i_{sa}} - \frac{1}{2}l_{ms}i_{sb} - \frac{1}{2}l_{ms}i_{sc} + \\ & + l_{sr} \cos(\varepsilon)i_{ra} + l_{sr} \cos\left(\varepsilon + \frac{2\pi}{3}\right)i_{rb} + l_{sr} \cos\left(\varepsilon - \frac{2\pi}{3}\right)i_{rc} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \psi_{sb} = & -\frac{1}{2}l_{ms}i_{sa} + \textcircled{(L_{os} + l_{ms})i_{sb}} - \frac{1}{2}l_{ms}i_{sc} + \\ & + l_{sr} \cos\left(\varepsilon - \frac{2\pi}{3}\right)i_{ra} + l_{sr} \cos(\varepsilon)i_{rb} + l_{sr} \cos\left(\varepsilon + \frac{2\pi}{3}\right)i_{rc} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \psi_{sc} = & -\frac{1}{2}l_{ms}i_{sa} - \frac{1}{2}l_{ms}i_{sb} + \textcircled{(L_{os} + l_{ms})i_{sc}} + \\ & + l_{sr} \cos\left(\varepsilon + \frac{2\pi}{3}\right)i_{ra} + l_{sr} \cos\left(\varepsilon - \frac{2\pi}{3}\right)i_{rb} + l_{sr} \cos(\varepsilon)i_{rc} \end{aligned} \quad (21)$$

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA

## Vektorski prikaz izmjeničnog stroja ([rotorski dio](#))

- Veza između [ulančanih tokova i struja rotora](#) određena je izrazima

$$\begin{aligned} \psi_{ra} = & l_{sr} \cos(\varepsilon) i_{sa} + l_{sr} \cos\left(\varepsilon - \frac{2\pi}{3}\right) i_{sb} + l_{sr} \cos\left(\varepsilon + \frac{2\pi}{3}\right) i_{sc} + \\ & + \textcircled{(L_{\sigma r} + l_{mr}) i_{ra}} - \frac{1}{2} l_{mr} i_{rb} - \frac{1}{2} l_{mr} i_{rc} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \psi_{rb} = & l_{sr} \cos\left(\varepsilon + \frac{2\pi}{3}\right) i_{sa} + l_{sr} \cos(\varepsilon) i_{sb} + l_{sr} \cos\left(\varepsilon - \frac{2\pi}{3}\right) i_{sc} - \\ & - \frac{1}{2} l_{mr} i_{ra} + \textcircled{(L_{\sigma r} + l_{mr}) i_{rb}} - \frac{1}{2} l_{mr} i_{rc} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \psi_{rc} = & l_{sr} \cos\left(\varepsilon - \frac{2\pi}{3}\right) i_{sa} + l_{sr} \cos\left(\varepsilon + \frac{2\pi}{3}\right) i_{sb} + l_{sr} \cos(\varepsilon) i_{sc} \\ & - \frac{1}{2} l_{mr} i_{ra} - \frac{1}{2} l_{mr} i_{rb} + \textcircled{(L_{\sigma r} + l_{mr}) i_{rc}} \end{aligned} \quad (24)$$

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA Vektorski prikaz izmjeničnog stroja ([prikaz rezultirajućim vektorom](#))

- Za rotorski krug je  $L_{\sigma r}$  rasipni induktivitet faze rotora, a  $I_{mr}$  glavni induktivitet faze rotora
- Rezultantni vektori fizikalnih veličina statora imaju oblik:

$$\bar{u}_s = \frac{2}{3} \left( u_{sa} + u_{sb} e^{j\frac{2\pi}{3}} + u_{sc} e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \quad (25)$$

$$\bar{i}_s = \frac{2}{3} \left( i_{sa} + i_{sb} e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_{sc} e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \quad (26)$$

$$\bar{\psi}_s = \frac{2}{3} \left( \psi_{sa} + \psi_{sb} e^{j\frac{2\pi}{3}} + \psi_{sc} e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \quad (27)$$

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA Vektorski prikaz izmjeničnog stroja

- Rezultantni vektori rotorskih fizikalnih veličina imaju jednak oblik kao i rezultantni vektori statorskih fizikalnih veličina, samo je indeks "s" zamijenjen indeksom  $r$  (zapis u rotorskom koordinatnom sustavu!)
- Nakon uvođenja rezultantnih vektora (25-27), naponske jednadžbe statorskog i rotorskog kruga poprimaju slijedeće oblike

$$\bar{u}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\psi}_s}{dt} \quad (28)$$

$$\bar{u}_r = R_r \bar{i}_r + \frac{d\bar{\psi}_r}{dt} \quad (29)$$

- I veze između struja i ulančanih tokova se mogu izraziti pomoću rezultirajućih vektora

$$\bar{\psi}_s = L_s \bar{i}_s + L_m \bar{i}_r e^{j\varepsilon} \quad (30)$$

$$\bar{\psi}_r = L_m \bar{i}_s e^{-j\varepsilon} + L_r \bar{i}_r \quad (31)$$

$$L_s = L_{\sigma s} + \frac{3}{2} l_{ms} \quad (32)$$

$$L_m = \frac{3}{2} l_{sr} \quad (33)$$

$$L_r = L_{\sigma r} + \frac{3}{2} l_{mr} \quad (34)$$

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA Vektorski prikaz izmjeničnog stroja

- $L_m$  je reprezentant međuinduktivne veze (stator-rotor) i iznosi  $3/2$  iznosa međuinduktivne veze po fazi  $I_{sr}$ .
- Izrazi (28) i (30) vrijede u statorskom koordinatnom sustavu, a izrazi (29) i (31) vrijede u rotorskom koordinatnom sustavu, pa između tih izraza nema izravne veze.
- Da bi se ti izrazi doveli u izravnu vezu nužno je sve rezultirajuće vektore transformirati u zajednički koordinatni sustav.
- U ovom slučaju vektori se transformiraju u koordinatni sustav koji rotira proizvoljnom brzinom  $\omega_k$ .
- Transformacija vektora između dvofaznih koordinatnih sustava s različitim brzinama rotacije izvodi se pomoću izraza 1.21, (Materijali za učenje na web stranicama, str. 5.).

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA U ZAJEDNIČKOM koordinatnom sustavu

- Ako se prepostavi da kut između statorskog i zajedničkog koordinatnog sustava iznosi  $\rho$ , tada kut između rotorskog i zajedničkog koordinatnog sustava iznosi ( $\rho - \varepsilon$ ), [sl.9a](#))
- Pri tome je  $\varepsilon$  kut između statorske i rotorske osi, [sl.9](#), pa vrijedi

$$\bar{u}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d \bar{\psi}_s}{dt} / \cdot e^{-j\rho} \quad (37)$$

$$\bar{u}_r = R_r \bar{i}_r + \frac{d \bar{\psi}_r}{dt} / \cdot e^{-j(\rho-\varepsilon)} \quad (38)$$

- Vektori koji označavaju fizikalne veličine statora i rotora u zajedničkom koordinatnom sustavu definirani su slijedećim izrazima.

$$\bar{u}_{sk} = \bar{u}_s e^{-j\rho} \quad (39)$$

$$\bar{u}_{rk} = \bar{u}_r e^{-j(\rho-\varepsilon)} \quad (42)$$

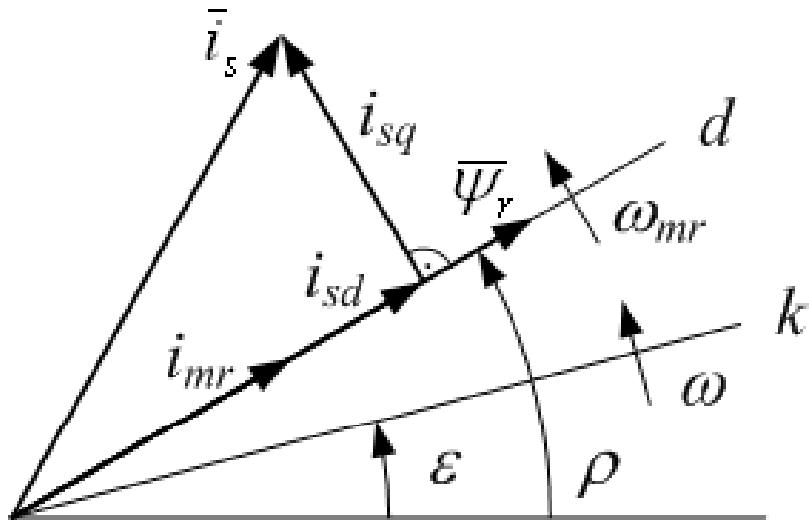
$$\bar{i}_{sk} = \bar{i}_s e^{-j\rho} \quad (40)$$

$$\bar{i}_{rk} = \bar{i}_r e^{-j(\rho-\varepsilon)} \quad (43)$$

$$\bar{\psi}_{sk} = \bar{\psi}_s e^{-j\rho} \quad (41)$$

$$\bar{\psi}_{rk} = \bar{\psi}_r e^{-j(\rho-\varepsilon)} \quad (44)$$

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA U ZAJEDNIČKOM koordinatnom sustavu



Sl.9.a) Odnosi među vektorima u modelu AS-a u koordinatnom sustavu toka rotora

- os zajedničkog koordinatnog sustava ( $\omega_k$ ) postavljena u os rotorskog polja=d-os (PROIZVOLJNO, SAMO ZA OVAJ PRIMJER ,  $\omega_k = \omega_{mr}!!$  )
- kut između statorskog i zajedničkog koordinatnog sustava iznosi  $\rho$ .
- kut između rotorskog i zajedničkog koordinatnog sustava iznosi ( $\rho - \varepsilon$ ).
- kut između statorskog i rotorskog koordinatnog sustava iznosi  $\varepsilon$
- os rotora  $k$
- os zajedničkog koordinatnog sustava=os rotorskog polja=d-os

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA U ZAJEDNIČKOM koordinatnom sustavu

- Nakon transformacije, izrazi za napon statora i rotora u zajedničkom koordinatnom sustavu poprimaju slijedeće oblike

$$\bar{u}_{sk} = \bar{i}_{sk} R_s + \frac{d\bar{\psi}_{sk}}{dt} + j\bar{\psi}_{sk} \omega_k \quad (45)$$

$$\bar{u}_{rk} = \bar{i}_{rk} R_r + \frac{d\bar{\psi}_{rk}}{dt} + j\bar{\psi}_{rk} (\omega_k - \omega) \quad (46)$$

- Vektori tokova statora i rotora transformiraju se u zajednički koordinatni sustav na slijedeći način

$$\bar{\psi}_s = L_s \bar{i}_s + L_m \bar{i}_r e^{j\varepsilon} / \cdot e^{-j\rho} \quad (47)$$

$$\bar{\psi}_r = L_m \bar{i}_s e^{-j\varepsilon} + L_r \bar{i}_r / \cdot e^{-j(\rho-\varepsilon)} \quad (48)$$

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA U ZAJEDNIČKOM koordinatnom sustavu

- Nakon transformacije izrazi za **tok statora i rotora u zajedničkom koordinatnom sustavu** poprimaju slijedeće oblike:

$$\bar{\psi}_{sk} = L_s \bar{i}_{sk} + L_m \bar{i}_{rk} \quad (49)$$

$$L_s = L_{\sigma s} + \frac{3}{2} l_{ms}$$

$$\bar{\psi}_{rk} = L_m \bar{i}_{sk} + L_r \bar{i}_{rk} \quad (50)$$

$$L_r = L_{\sigma r} + \frac{3}{2} l_{mr}$$

- Elektromagnetski moment** može se izraziti pomoću **vektorskog produkta rezultirajućeg vektora struje statora i rezultirajućeg vektora toka statora;** ili pomoću **vektorskog produkta rezultirajućeg vektora struje rotora i rezultirajućeg vektora toka rotora**
- Ta dva momenta su istog iznosa, a suprotnog predznaka

$$\bar{m}_e = -\frac{3}{2} p \bar{\psi}_s \times \bar{i}_s = \frac{3}{2} p \bar{\psi}_r \times \bar{i}_r \quad (51)$$

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA U ZAJEDNIČKOM koordinatnom sustavu

- Transformiranjem izraza (51) u proizvoljno rotirajući koordinatni sustav, oba vektora zakrenu se za isti kut, pa se njihov vektorski produkt ne mijenja. Iz toga slijedi da moment izražen pomoću struje i toka definiranih u zajedničkom koordinatnom sustavu ima oblik

$$\overline{m}_e = -\frac{3}{2} p \overline{\psi}_{sk} \times \bar{i}_{sk} = \frac{3}{2} p \overline{\psi}_{rk} \times \bar{i}_{rk} \quad (52)$$

- Uvođenjem izraza za tok statora (49), odnosno tok rotora (50) u izraz za moment (52), dobiva se:

$$\overline{m}_e = -\frac{3}{2} p L_m \bar{i}_{rk} \times \bar{i}_{sk} = \frac{3}{2} p L_m \bar{i}_{sk} \times \bar{i}_{rk} \quad (53)$$

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA U ZAJEDNIČKOM koordinatnom sustavu

- Ako se pretpostavi da se radi o **kaveznom asinkronom stroju** ( $u_r = 0$ ) i ako se indeks  $k$  ispusti iz izraza (45), (46), (49), (50) i (53), vodeći računa da se **svi vektori nalaze u zajedničkom koordinatnom sustavu**, sustav jednadžbi asinkronog motora u **zajedničkom koordinatom sustavu** može se zapisati na slijedeći način:

$$\bar{u}_s = \bar{i}_s R_s + \frac{d\bar{\psi}_s}{dt} + j\omega_k \bar{\psi}_s \quad (54)$$

$$0 = \bar{i}_r R_r + \frac{d\bar{\psi}_r}{dt} + j(\omega_k - \omega) \bar{\psi}_r \quad (55)$$

$$\bar{\psi}_s = L_s \bar{i}_s + L_m \bar{i}_r \quad (56)$$

$$\bar{\psi}_r = L_m \bar{i}_s + L_r \bar{i}_r \quad (57)$$

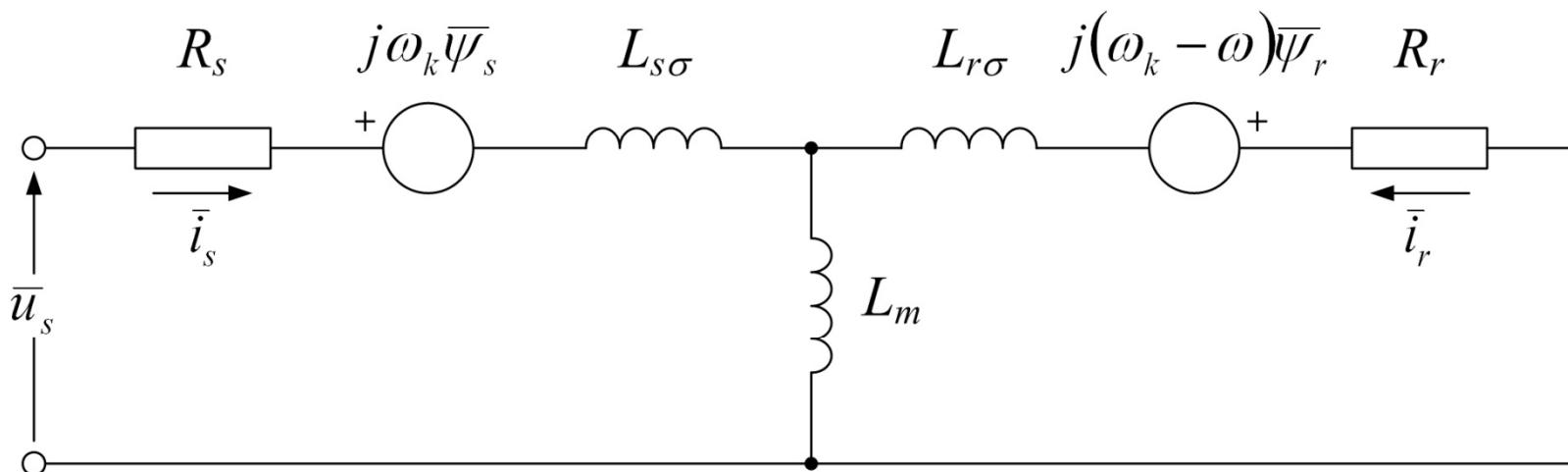
$$\bar{m}_e = -\frac{3}{2} p L_m \bar{i}_s \times \bar{i}_r \quad (58)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = m_e - m_t \quad (59)$$

$$\omega = p \omega_m \quad (60)$$

# MATEMATIČKI MODEL ASINKRONOG STROJA U ZAJEDNIČKOM koordinatnom sustavu

Na osnovi izraza (54)-(60) izvodi se električna nadomjesna shema asinkronog motora u proizvoljno rotirajućem koordinatnom sustavu

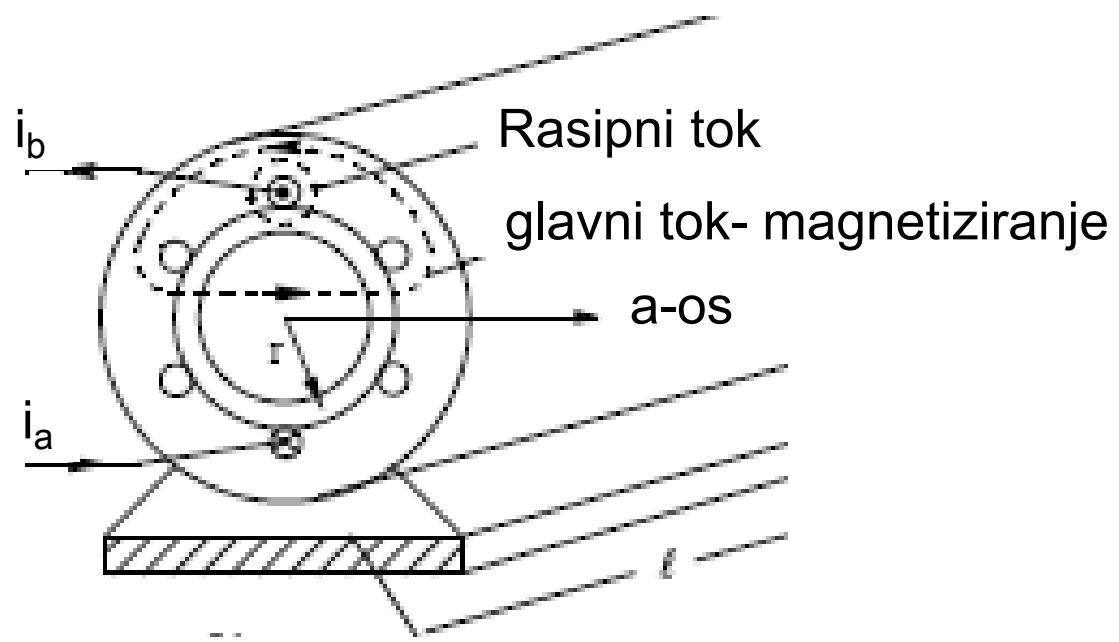


Sl.10. Model asinkronog stroja u dvofaznom sustavu koji rotira brzinom  $\omega_k$

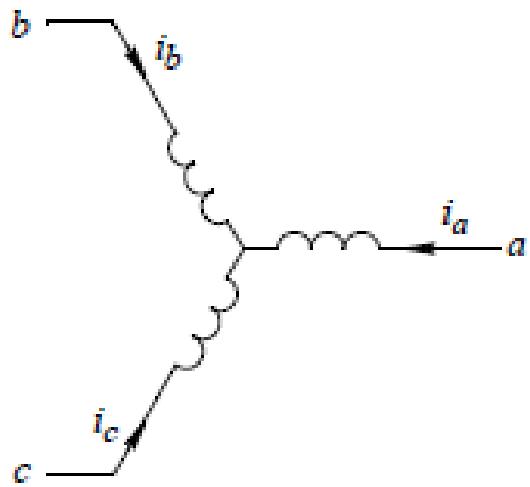
# LITERATURA

- [1] N. Mohan, W. P. Robbin, and T. Undeland, *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*, 2nd ed. New York: Wiley, 1995.
- [2] B.K.Bose, *Modern Power Electronics and AC Drives*, 2005.
- [3] R. Krishnan, *Electric Motor Drives, Modeling, Analysis and Control*, Prentice Hall, 2001.

# KRAJ



## Međuinduktiviteti



$$\frac{\Psi_b}{i_a} \downarrow i_b, i_c = 0 \text{ (otvoren)}$$

# Algoritam vektorske modulacije

Predloženi algoritam vektorske modulacije je prilagođen digitalnom signal procesoru

(DSP) *TMS320F240 (proizvođač Texas Instruments)*  
*implementiranom u upravljačku karticu*  
*dSpace DS1104.*

Algoritam vektorske modulacije se može opisati u sljedećih 7 točaka:

1. Na temelju zadanih komponenti vektora faznog napona statora u  $\alpha, \beta$  koordinatnom sustavu  $u_{\alpha}$  i  $u_{\beta}$  izračunava se modul referentnog vektora faznog napona statora  $\bar{u}_{ref}$  na način da je  $|\bar{u}_{ref}| = \sqrt{u_{\alpha}^2 + u_{\beta}^2}$ . Modul ovog vektora treba u svakom trenutku biti manji od  $|\bar{u}_{ref}|_{max}$  definiranog jednadžbom (2.14).

MATEMATIČKI MODEL BIM-a (SMPM-a)  
PRILAGOĐEN VEKTORSKOM  
UPRAVLJANJU (2)

## **SADRŽAJ**

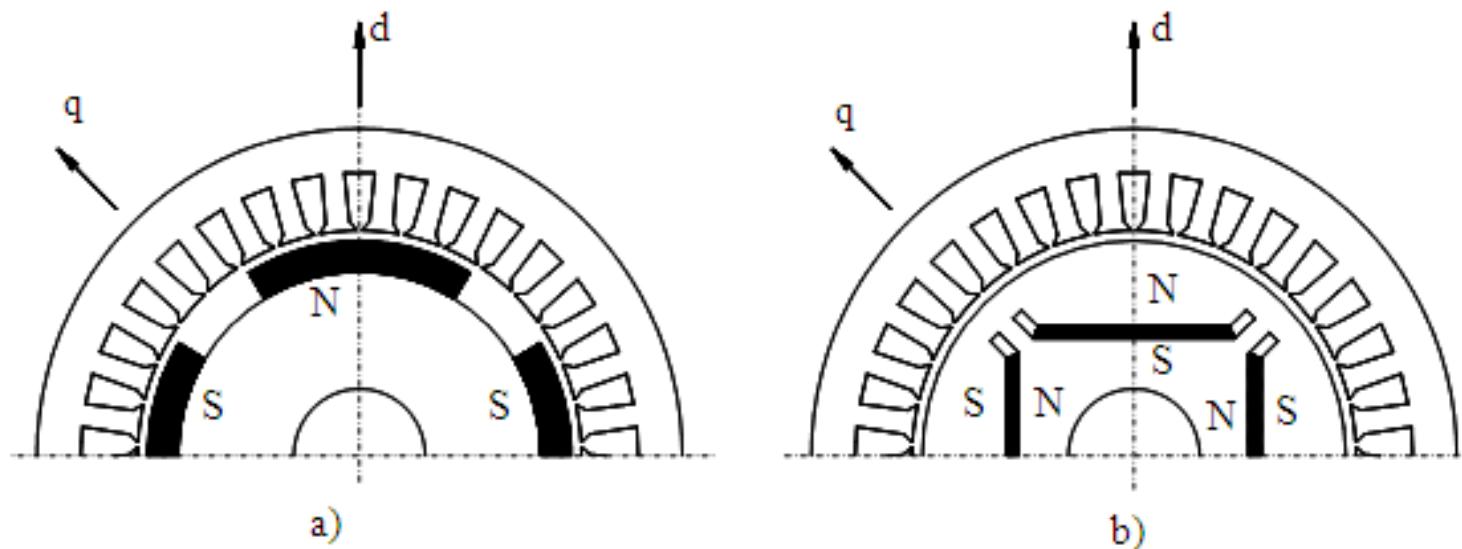
- Osnovne značajke i tipovi BIM-a
- Matematički model u koordinatnom sustavu rotora (prilagođen vektorskom upravljanju)
- Blokovska shema jedne vektorske strukture upravljanja
- Primjer analogne vektorske regulacije BIM-a u jednom industrijskom rješenju BIM-a)

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA sa SINKRONIM STROJEM

- Sinkroni motor s permanentnim magnetima je sinkroni stroj s višefaznim (uglavnom trofaznim) namotom na statoru i permanentnim magnetima na rotoru
- Statorski namot je praktički identičan namotu asinkronog stroja
- Glavna karakteristika SMPM-a je da ima približno sinusnu raspodjelu magnetskog toka u zračnom rasporu, dok su sinusno prostorno raspodijeljeni vodiči statorskog namota protjecani sinusnim strujama
- Položaj rotora se određuje rezolverom
- Važan način generiranja vodećih vrijednosti referentnih sinusnih struja
- Signal povratne veze po brzini i kutu (položaju) generira mjerni član pozicije (rezolver) preko posebnog sučelja, R/D, (engl. *Rezolver to Digital*) koji vrši pretvorbu naponskih signala s ulaza (tzv.rezolverski format) u analogni podatak brzine vrtnje i digitalni podatak pozicije (kuta) osovine stroja.
- Sinusne veličine (struja, indukcija, inducirani napon) omogućuju modeliranje ovog motora u vektorskem obliku pa se i upravljački krug oslanja na vektorski koncept upravljanja

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA sa SINKRONIM STROJEM

- Permanentni magneti na rotoru se prema vanjskom magnetskom polju ponašaju se kao zrak (relativna permeabilnost  $\mu_r$  između 1.02-1.20).
- Konačan efekt je da ovakvi sinkroni strojevi imaju relativno veliki zračni raspor
- Zbog male relativne permeabilnosti, reaktancije u  $d$  i  $q$  osi su praktički jednake



Sl.9.Poprečni presjek SMPM-a s površinskim a) i unutarnjim b) magnetima

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA sa SINKRONIM STROJEM

- Za izvedbu stroja prema sl.9.b. reaktancija u  $d$  osi je veća od reaktancije u  $q$  osi, za razliku od motora s elektromagnetskom uzbudom i istaknutim polovima gdje je reaktancija u  $d$  osi manja od reaktancije u  $q$  osi.
- Zbog smanjene efektivne duljine zračnog raspora, reakcija armature je izraženija, te ovaj stroj ima znatno bolja svojstva u području slabljenja toka (području konstantne snage) nego SMPM s površinskim magnetima.
- Slabljenje magnetskog toka permanentnih magneta inače nije izvedivo.
- Da bi stroj mogao raditi u području konstantne snage u cilju proširenja upravljanja brzinom vrtnje, slabljenje polja u zračnom rasporu provodi se reakcijom armature
- SMPM-i s unutarnjim magnetima se koriste u primjenama gdje se zahtijeva visoka radna brzina vrtnje motora. Zračni raspor nije jednolik, pa ni reaktancije u  $d$  i  $q$  osima nisu jednake

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA sa SINKRONIM STROJEM

- Za projektiranje upravljačkog algoritma sustava sa SMPM-om, potrebno je odrediti matematički model. On se određuje uz sljedeće pretpostavke
  - ✓ stroj je geometrijski i električki simetričan u sve tri faze
  - ✓ raspodjela magnetskog toka u zračnom rasporu je sinusna
  - ✓ zasićenje i gubici u željezu se zanemaruju
  - ✓ na rotoru nema prigušnog kaveza
  - ✓ magnetski tok rotora, te otpori i induktivitet statora imaju konstantnu vrijednost
  - ✓ efektivna duljina zračnog raspora po obodu stroja je konstantna
  - ✓ magnetske reaktancije su jednake u **d** i **g** osi (površinski magneti)
- Dinamički model SMPM-a se zbog jednostavnosti, preglednosti te mogućnosti transformiranja u drugi koordinatni sustav, **uglavnom prikazuje u vektorskom obliku**
- U **mirujućem koordinatnom sustavu statora**, dinamičko ponašanje SMPM-a se može prikazati sljedećim jednadžbama

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA sa SINKRONIM STROJEM

$$\bar{u}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\Psi}_s}{dt} \quad (33)$$

$$\bar{\Psi}_s = L_s \bar{i}_{\sigma s} + \bar{\Psi}_r \quad (34)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = m - m_t = \frac{3}{2} p \operatorname{Im} \left[ i_s \hat{\bar{\Psi}}_r \right] - m_t \quad (35)$$

- U koordinatnom sustavu rotora vrijede jednadžbe

$$\bar{u}_s^r = R_s \bar{i}_s^r + \frac{d\bar{\Psi}_s^r}{dt} + j\omega \bar{\Psi}_s^r \quad (36)$$

$$\bar{\Psi}_s^r = L_{\sigma s} \bar{i}_s^r + \bar{\Psi}_r \quad (37)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = m - m_t = \frac{3}{2} p \bar{\Psi}_r \operatorname{Im} \left( \bar{i}_s^r \right) - m_t \quad (38)$$

# VEKTORSKO UPRAVLJANJE sa SINKRONIM STROJEM

- Razdvajanjem pojedinog vektora na realnu  $d$  i imaginarnu  $q$  komponentu dobije se dinamički model u koordinatnom sustavu rotora u **skalarnom obliku**

$$u_d = R_s i_d + L_s \frac{di_d}{dt} - \omega \Psi_q \quad (39)$$

$$u_q = R_s i_q + L_s \frac{di_q}{dt} - \omega \Psi_d \quad (40)$$

$$\Psi_d = L_s i_d + \Psi_r \quad (41)$$

$$\Psi_q = L_s i_q \quad (42)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = m - m_t = \frac{3}{2} p \Psi_r i_q - m_t \quad (43)$$

# VEKTORSKO UPRAVLJANJE sa SINKRONIM STROJEM

- Iz izraza (43) slijedi da je razvijeni moment motora proporcionalan q komponenti vektora struje statora

$$m(t) = k_m i_q(t) \quad (44)$$

- Koeficijent proporcionalnosti ujedno i konstanta momenta

$$k_m = \frac{3}{2} p \Psi_r \quad (45)$$

- Iz izraza (44) se vidi da se upravljanje momentom motora može ostvariti promjenom struje  $i_q$ .
- Ako se motor koristi samo u području konstantnog momenta, referentna vrijednost struje  $i_d^*$  ( $i_{dref}$ ) drži se jednakom nuli.
- Ako se u inverznu Parkovu transformaciju uvrsti  $i_d=0$ , dobije se

## VEKTORSKO UPRAVLJANJE sa SINKRONIM STROJEM

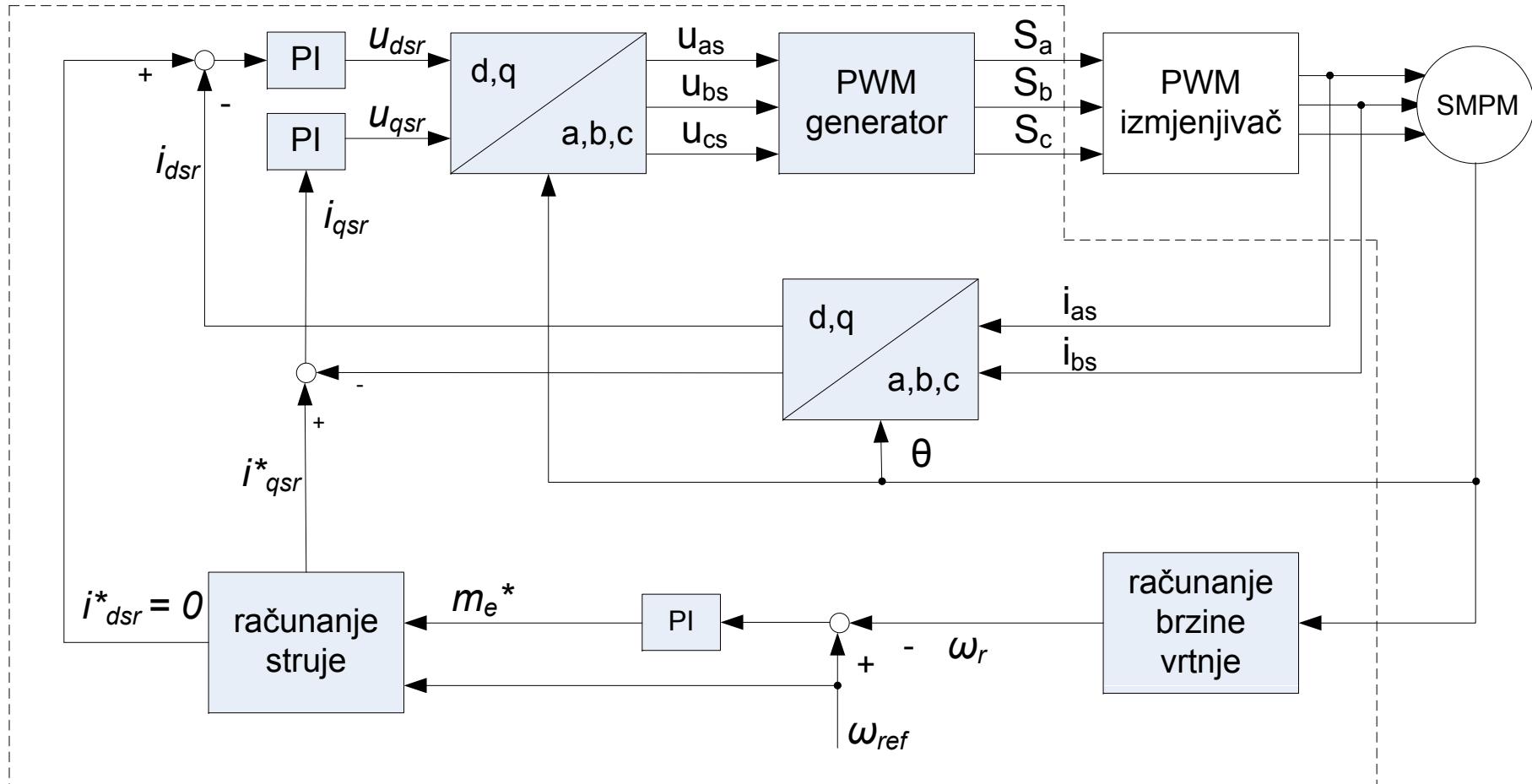
$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3/2} \\ -1/2 & -\sqrt{3/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_e & -\sin \varepsilon_e \\ \sin \varepsilon_e & \cos \varepsilon_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ i_q \end{bmatrix} \quad (46)$$

Nakon sređivanja slijedi

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = i_q \begin{bmatrix} \sin(\varepsilon_e + 120^\circ) \\ \sin(\varepsilon_e + 60^\circ) \\ \sin(\varepsilon_e - 60^\circ) \end{bmatrix} = i_q \cdot \begin{bmatrix} i_{av}^* \\ i_{bv}^* \\ i_{cv}^* \end{bmatrix} \quad (47)$$

- Ovdje su  $i_{av}^*$ ,  $i_{bv}^*$  i  $i_{cv}^*$  vodeći signali faznih struja (valni oblici referentnih vrijednosti faznih struja a  $\varepsilon_e$  električni kut rotora (treba uzeti u obzir broj pari polova, p))

# STRUKTURA VEKTORSKOG UPRAVLJANJA sa SINKRONIM STROJEM – dinamički model



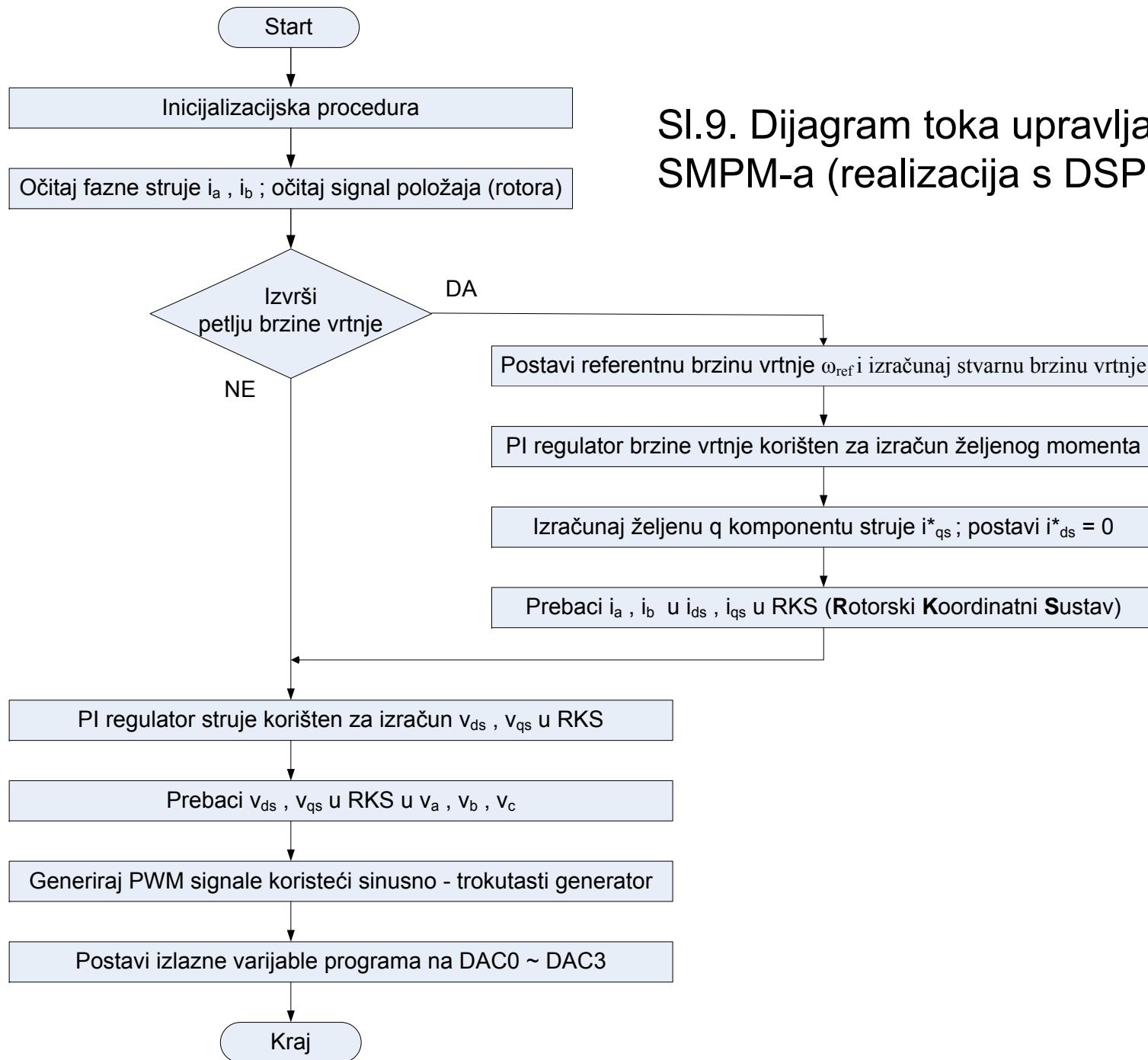
Sl.8. Blokovski dijagram vektorskog upravljanja SMPM-a

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA sa SINKRONIM STROJEM – dinamički model

- Prikazan je sustav vektorskog upravljanja sa SMPM-om zasnovan na izloženom matematičkom modelu
- Radi se o SMPM sa površinskim magnetima (jednoliki zračni raspor i jednak magnetski otpor u d i q osi.)
- Vanjska regulacijska petlja je krug regulacije brzine vrtnje s podređenim krugom regulacije direktne i inverzne struje statora
- Budući da se radi o permanentnim magnetima na rotoru, željena vrijednost struje komponente toka struje statora  $i_{ds}$  se postavlja na nulu ( $i_{ds} = 0$ )
- Uzimajući u obzir ograničenje absolutne vrijednosti struje statora, komponenta struje  $i_{qs}$  mora se održavati ispod granične vrijednosti tako da vrijedi

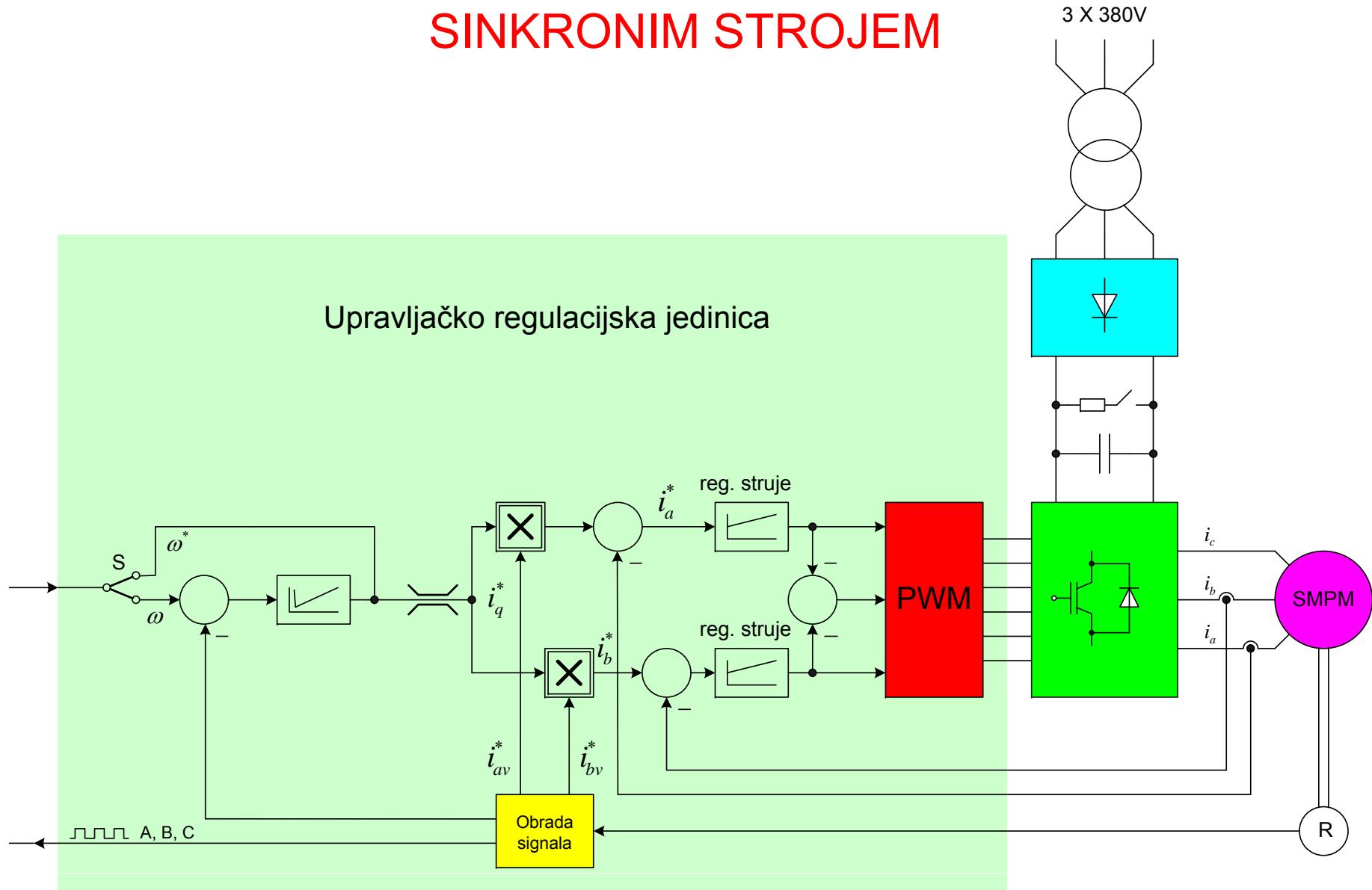
$$i_{qs} < \sqrt{I_{s\max}^2 - i_{ds}^2}$$

- gdje je  $I_{s\max}$  maksimalna (trajna) dopuštena struja statora



SI.9. Dijagram toka upravljačkog sustava SMPM-a (realizacija s DSP-om).

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA sa SINKRONIM STROJEM



SI.10. Primjer ANALOGNOG vektorskog upravljanja SS-om

# LITERATURA

- [1] N. Mohan, W. P. Robbins, and T. Undeland, *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*, 2nd ed. New York: Wiley, 1995.
- [2] B.K.Bose, *Modern Power Electronics and AC Drives*, 2005.
- [3] R. Krishnan, *Electric Motor Drives, Modeling, Analysis and Control*, Prentice Hall, 2001.
- [4] F. Kolonić, *Pred\_UP\_6*, predavanja iz kolegija Upravljanje elektromotornim pogonima, web stranice predmeta, 2008.
- [5] F.Kolonić , predavanje *Pred\_ELESUS\_9\_BIM i 4Q pogoni* ), predavanja iz kolegija Elektromehanički sustavi, web stranice predmeta, 2007.

KRAJ

# **STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om ORJENTACIJOM ROTORSKOG TOKA**

- AS napajan pretvaračem sa strujnim međukrugom (strujni pretvarač, utisnuta struja)
- Regulacija brzine vrtnje vektorski upravljanog AS-a upravljanog iz pretvarača s utisnutom strujom
- AS napajan pretvaračem s naponskim međukrugom (napski pretvarač, utisnuti napon)
- Regulacija brzine vrtnje vektorski upravljanog AS-a upravljanog iz pretvarača s utisnutim naponom
- Estimacija (rekonstrukcija) rotorskog toka (struje magnetiziranja) uz pomoć modela toka

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka**

AS napajan iz pretvarača frekvencije



**MODEL AS-a napajanog iz  
strujnog pretvarača  
(utisnuta struja) frekvencije**



**SHEMA VEKTORSKOG  
UPRAVLJANJA AS-a sa  
strujnim pretvaračem  
frekvencije**

**MODEL AS-a napajanog iz  
naponskog pretvarača  
frekvencije (utisnuti napon)**



**SHEMA VEKTORSKOG  
UPRAVLJANJA AS-a sa  
naponskim pretvaračem  
frekvencije**

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka**

Asinkroni motor napajan iz pretvarača frekvencije

- Izrazi (1)-(7), izvedeni u predavanju *UEP\_Pred7*, pod oznakama (54)- (60), prikazuju model asinkronog stroja prilagođen vektorskom upravljanju realiziran u zajedničkom koordinatnom sustavu koji se giba brzinom  $\omega_k$ .

$$\bar{u}_s = \bar{i}_s R_s + \frac{d\bar{\psi}_s}{dt} + j\omega_k \bar{\psi}_s \quad (1)$$

$$0 = \bar{i}_r R_r + \frac{d\bar{\psi}_r}{dt} + j(\omega_k - \omega) \bar{\psi}_r \quad (2)$$

$$\bar{\psi}_s = L_s \bar{i}_s + L_m \bar{i}_r \quad (3)$$

$$\bar{\psi}_r = L_m \bar{i}_s + L_r \bar{i}_r \quad (4)$$

$$L_m = \frac{3}{2} l_{sr}$$

$$\bar{m}_e = -\frac{3}{2} p L_m \bar{i}_s \times \bar{i}_r \quad (5)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = m_e - m_t \quad (6)$$

$$\omega = p \omega_m \quad (7)$$

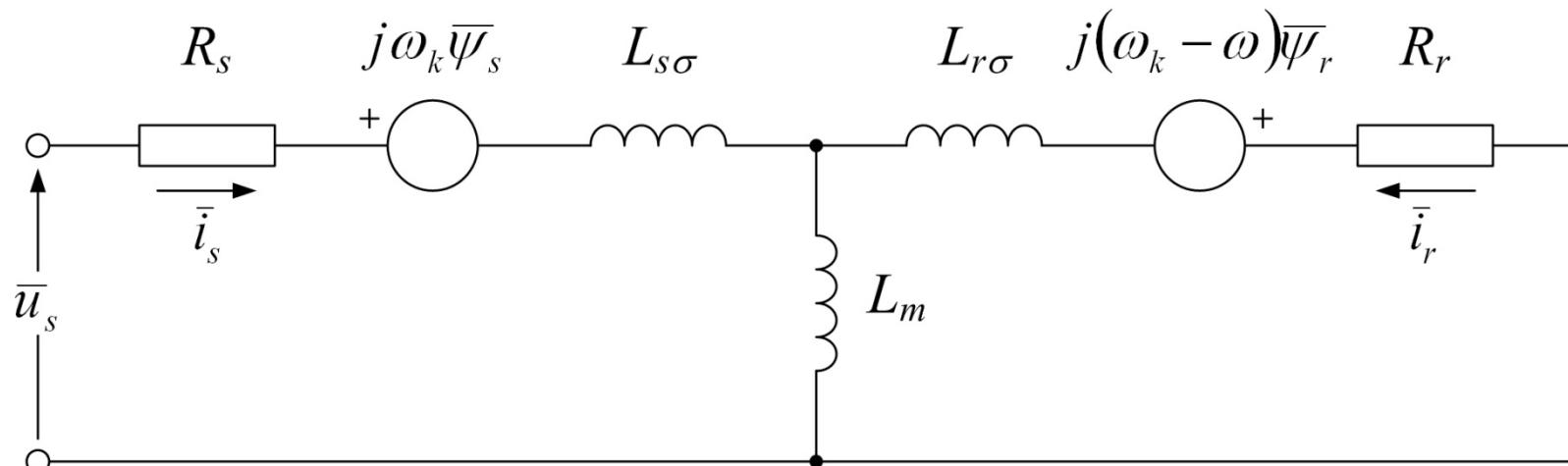
$$L_r = L_{\sigma r} + \frac{3}{2} l_{mr}$$

$$L_s = L_{\sigma s} + \frac{3}{2} l_{ms}$$

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka**

- Na osnovi izraza (1) -(7) izvedena je električna nadomjesna shema asinkronog stroja u proizvoljno rotirajućem koordinatnom sustavu
- Matematički model asinkronog motora u koordinatnom sustavu toka rotora dobije se iz izraza (1) – (7) zamjenom proizvoljne brzine  $\omega_k$  s brzinom toka rotora  $\omega_{mr}$ .
- Treba voditi računa da se svi vektori iz izraza (1) – (7) sada nalaze u koordinatnom sustavu toka rotora



Sl.1. Model asinkronog stroja u dvofaznom sustavu koji rotira brzinom  $\omega_k$

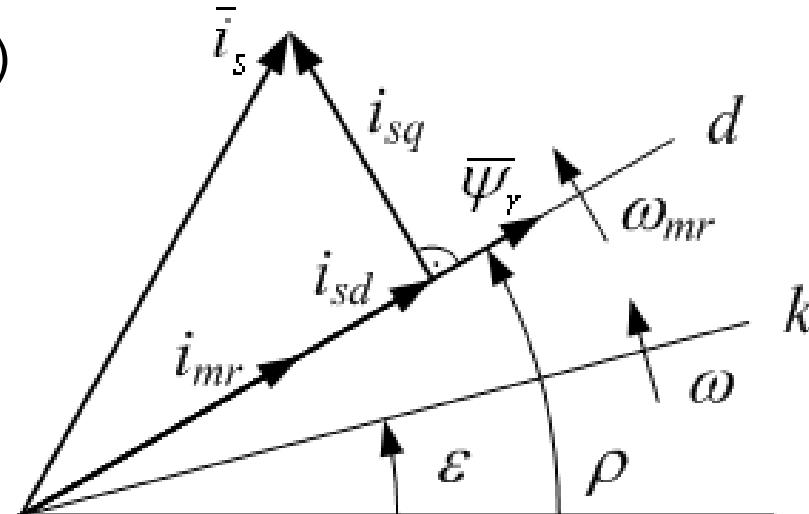
# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka**

- Kod vektorskog upravljanja **orientacijom rotorskog toka**, realna os *d* koordinatnog sustava toka rotora se postavlja u smjeru vektora toka rotora  $\bar{\psi}_r$ , pa se tok rotora može izraziti kao
- $$\bar{\psi}_r = \psi_{rd} + j0 \quad (8)$$
- Struja magnetiziranja koja stvara **rotorski magnetski tok** definira se kao

$$\bar{i}_{mr} = \frac{\bar{\psi}_r}{L_m} = i_{mr} + j0 = \frac{\psi_{rd}}{L_m} \quad (9)$$

- Odnosi među vektorima su prikazani na slici sl.2.



Sl.2. Odnosi među vektorima u modelu AS-a u **koordinatnom sustavu toka rotora**

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje orientacijom rotorskog toka (strujni izmjenjivač)

- kut između **statorskog i zajedničkog koordinatnog sustava** iznosi  $\rho$ .
- kut između **rotorskog i zajedničkog koordinatnog sustava** iznosi  $(\rho - \varepsilon)$ .
- kut između **statorskog i rotorskog koordinatnog sustava** iznosi  $\varepsilon$
- os **rotora**  $k$
- os **zajedničkog koordinatnog sustava**=os **rotorskog polja**= $d$ -os
- Ako se asinkroni motor napaja iz pretvarača frekvencije sa strujnim međukrugom (ulazom), nije potrebno razmatrati statorsku naponsku jednadžbu
- Iz izraza za tok rotora (4),  $(\bar{\psi}_r = L_m \bar{i}_s + L_r \bar{i}_r)$  moguće je izraziti vektor

$$\bar{i}_r = \frac{1}{L_r} \bar{\psi}_r - \frac{L_m}{L_r} \bar{i}_s \quad (10)$$

$$0 = \bar{i}_r R_r + \frac{d \bar{\psi}_r}{dt} + j(\omega_k - \omega) \bar{\psi}_r$$

- Uvrštavanjem izraza (10) u (2), dobije se

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka**

$$0 = \frac{R_r}{L_r} \bar{\psi}_r - \frac{L_m}{L_r} R_r \bar{i}_s + \frac{d\bar{\psi}_r}{dt} + j(\omega_{mr} - \omega) \bar{\psi}_r \quad (11)$$

- Rastavljanjem struje statora iz (11) na realni i imaginarni dio koordinatnog sustava toka rotora i uvrštavanjem izraza (8) dobije se

$$0 = \frac{R_r}{L_r} \psi_{rd} - L_m \frac{R_r}{L_r} (i_{sd} + j i_{sq}) + \frac{d\psi_{rd}}{dt} + j(\omega_{mr} - \omega) \psi_{rd} \quad (12)$$

- Razdvajanjem realnog i imaginarnog dijela i uvođenjem vremenske konstante rotora  $T_r = L_r / R_r$  dobivaju se slijedeći izrazi:

$$\frac{1}{T_r} \psi_{rd} + \frac{d\psi_{rd}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} i_{sd} \quad (13)$$

$$(\omega_{mr} - \omega) \psi_{rd} = \frac{L_m}{T_r} i_{sq} \quad (14)$$

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka**

- Uvođenjem izraza za **rotorski tok** u izraze (13) i (14), izrazi poprimaju oblik

$$i_{mr} + T_r \frac{di_{mr}}{dt} = i_{sd} \quad (15)$$

$$\omega_{mr} = \omega + \frac{i_{sq}}{T_r i_{mr}} \quad (16)$$

- Primjenom Laplaceove transformacije na izraz (15), odnos između struje  $i_{mr}$  i  $i_{sd}$  može se zapisati kao

$$\frac{i_{mr}(s)}{i_{sd}(s)} = \frac{1}{1 + sT_r} \quad (17)$$

- Elektromagnetski moment stroja dan je izrazom

$$\bar{m}_e = -\frac{3}{2} p L_m \bar{i}_s \times \frac{\bar{\psi}_r}{L_r} \quad (18)$$

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka**

- Raspisivanjem vektorskog umnoška iz [\(18\)](#), dobije se

$$\bar{i}_s \times \bar{\psi}_r = \begin{bmatrix} \bar{h} & \bar{j} & \bar{k} \\ i_{sd} & i_{sq} & 0 \\ \psi_{rd} & 0 & 0 \end{bmatrix} = -\bar{k} i_{sq} \psi_{rd} \quad (19)$$

- Ako se izraz (19) uvrsti u izraz (18) dobiva se izraz za **apsolutnu vrijednost momenta**

$$m_e = \frac{3}{2} p L_m \frac{\psi_{rd}}{L_r} i_{sq} \quad (20)$$

- Ako se u jednadžbu (20) uvrsti **tok rotora**  $\psi_d$  iz jednadžbe [\(9\)](#) dobije se

$$m_e = \frac{3}{2} p \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} i_{sq} = k_m i_{mr} i_{sq} \quad (21)$$

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

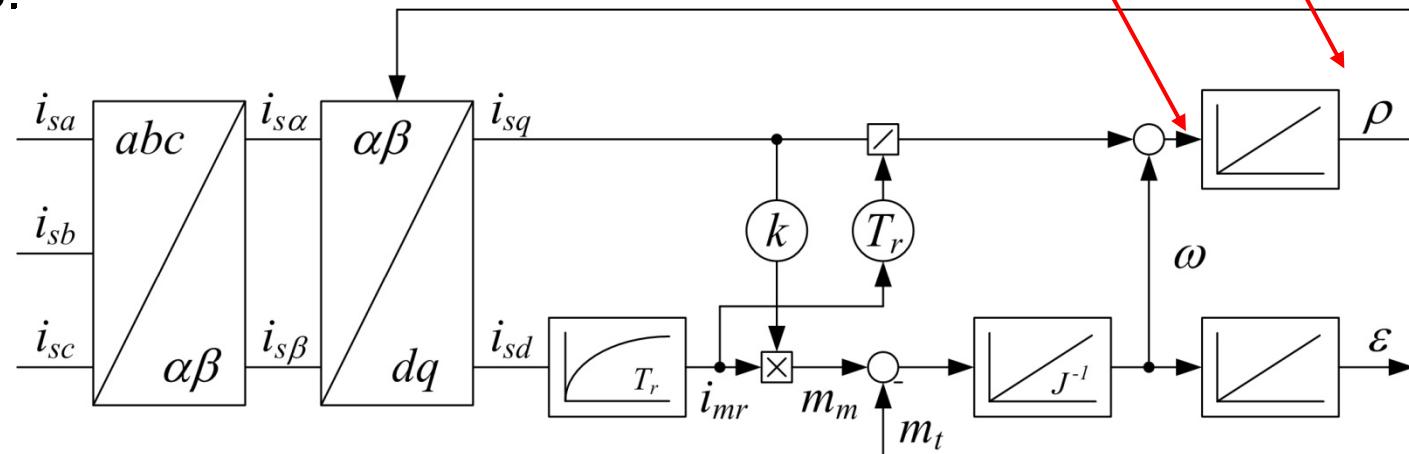
## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka**

- Ovaj izraz je **ključan za vektorsko upravljanje** asinkronog stroja.
- Jednadžba gibanja (6), nakon što se u nju uvrsti izraz za moment motora (21), poprima oblik

$$J \frac{d\omega}{dt} = k_m i_{mr} i_{sq} - m_t \quad (22)$$

$$\omega_{mr} = \omega + \frac{i_{sq}}{T_r i_{mr}}$$

- Model asinkronog stroja** u **koordinatnom sustavu vektora rotorskog toka** određen izrazima prikazan je strukturalnom blokovskom shemom na sl.3.

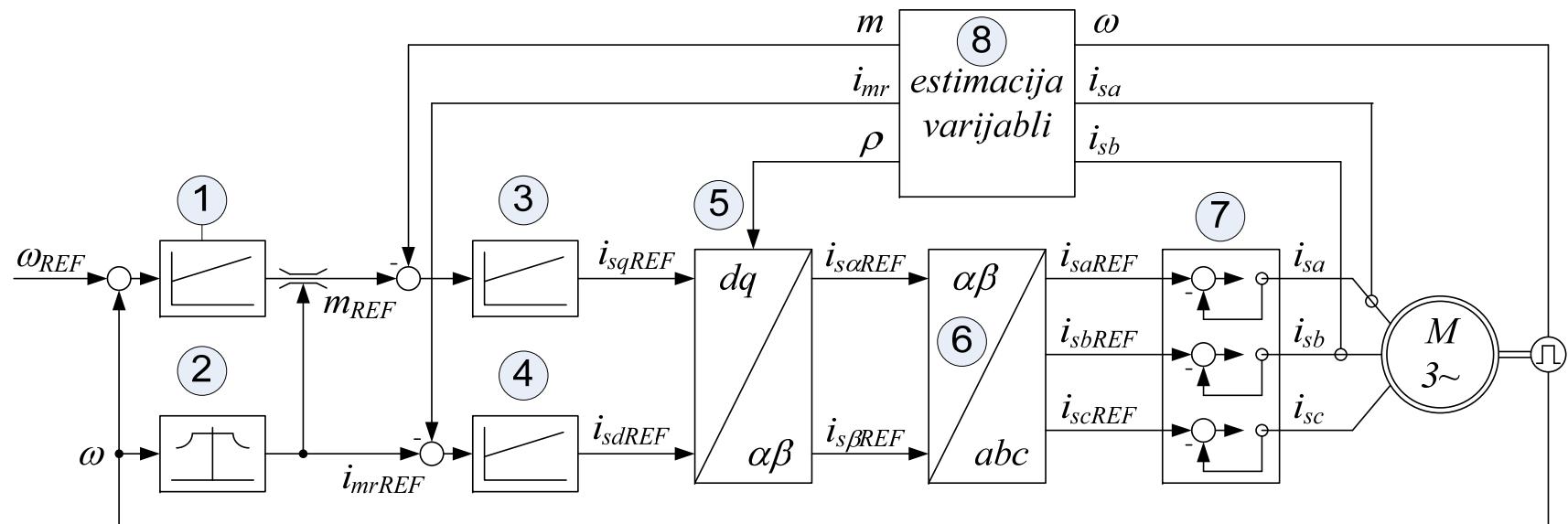


Sl.3. Strukturalna blokovska shema **modela asinkronog stroja** napajanog iz pretvarača frekvencije **sa strujnim međukrugom**

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje orijentacijom rotorskog toka (strujni izmjenjivač)

- PITANJA:
- Za što se prema blokovskoj shemi na sl.3. koristi kut  $\rho$ ?
- Uz pretpostavku da su izračunate komponente struje statora u osi toka rotora, izvedite izraz za dobivanje kuta  $\rho$ . ODGOVORITE!
- Funkcijska blok shema regulacije brzine vrtnje vektorski upravljanog asinkronog stroja napajanog iz pretvarača frekvencije sa strujnim međukrugom (utisnuta struja) prikazana je na sl.4.



Sl.4. Funkcijska blokovska shema vektorskog upravljanja asinkronog stroja s pretvaračem frekvencije sa strujnim međukrugom

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka**

- Radi se o sustavu **kombinirane vektorske regulacije** – regulacija u području **konstantnog momenta i konstantne snage** (slično kao i kod **istosmjernog stroja**), sl.4.
- Glavna regulacijska grana je **regulacija brzine vrtnje** (blok 1), s **podređenom regulacijskom petljom po momentu stroja** (blok 3)
- Sve dok je **stvarna vrijednost brzine vrtnje ispod nazivne**, nelinearni blok 2 osigurava konstantnu referentnu vrijednost  **$d$**  komponente struje statora, tj. magnetiziranja rotora (uzbuda!)
- U tom području regulator brzine preko podređenog regulatora momenta upravlja sustavom **preko  $q$  komponente (komponente momenta) struje statora**
- Kada se regulatoru brzine vrtnje **zada referentna vrijednost veća od nazivne, povećanjem stvarne brzine stroja do nazivne**, preko bloka 2 se **smanji referentna vrijednost struje magnetiziranja rotora**  $i_{mrREF}$ .
- Istovremeno se preko bloka 2 **smanjuje referentna vrijednost momenta stroja**  $m_{REF}$ , da bi se osiguralo da snaga stroja ( $m \cdot \omega = p$ ) ne pređe nazivnu snagu (područje **konstantne snage**).

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka**

- Regulator struje magnetiziranja rotora (blok 4) preko *d* komponente struje statora osigurava željeni tok rotora
- Blokovi 5 i 6 izvršavaju inverznu Parkovu i Clarkeovu transformaciju; informaciju o potrebnom kutu  $\rho$  za Parkovu transformaciju se dobije iz estimacijskog bloka 8.
- Estimacijski blok određuje sljedeće fizikalne veličine: elektromagnetski moment  $m_e$ , struju magnetiziranja  $i_{mr}$ , (komponentu toka) i  $q$  komponentu statorske struje  $i_{sg}$  (komponentu momenta).
- Blok 6 zajedno s blokom 7 određeni su izborom izmjenjivača i pripadne modulacijske metode. Npr, za ovaj slučaj bi prikladna metoda mogla biti **modulacija izvedena regulacijom statorske struje** (histerezni regulator struje),

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka**

Asinkroni stroj napajan iz pretvarača frekvencije  
**s naponskim međukrugom (utisnutim naponom)**

- Ako se asinkroni stroj napaja iz pretvarača frekvencije s utisnutim naponom, tokom i momentom se upravlja preko komponenata napona statora.
- Izraz za struju rotora (10) uvodi se u izraz za **tok statora** (3), pa slijedi

$$\bar{\psi}_s = L_s \bar{i}_s + L_m \left( \frac{1}{L_r} \bar{\psi}_r - \frac{L_m}{L_r} \bar{i}_s \right) \quad (23)$$

$$\bar{u}_s = \bar{i}_s R_s + \frac{d \bar{\psi}_s}{dt} + j \omega_k \bar{\psi}_s$$

- Naponska jednadžba statora (1) nakon uvrštenja izraza za tok statora (23) poprima oblik

(24)

$$\bar{u}_s = \bar{i}_s R_s + \frac{d}{dt} \left[ L_s \bar{i}_s + L_m \left( \frac{1}{L_r} \bar{\psi}_r - \frac{L_m}{L_r} \bar{i}_s \right) \right] + j \omega_{mr} \left[ L_s \bar{i}_s + L_m \left( \frac{1}{L_r} \bar{\psi}_r - \frac{L_m}{L_r} \bar{i}_s \right) \right]$$

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje orientacijom rotorskog toka s naponskim međukrugom (utisnutim naponom)

- Uvođenjem izraza za rotorski tok  $\bar{\psi}_r = \psi_{rd} = L_m i_{mr}$  u izraz (24) slijedi

$$\bar{u}_s = \bar{i}_s R_s + L_s \frac{d\bar{i}_s}{dt} \left( 1 - \frac{L_m^2}{L_r L_s} \right) + j \omega_{mr} L_s \bar{i}_s \left( 1 - \frac{L_m^2}{L_r L_s} \right) + \frac{L_m^2}{L_r} \frac{di_{mr}}{dt} + j \omega_{mr} \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr}$$

- Uvođenjem  $di_{mr}/dt$  iz izraza (15), vremenske konstante rotora  $T_r = L_r/R_r$  i koeficijenta rasipanja  $\sigma = 1 - (L_m^2/L_r L_s)$ , dobije se za statorski napon

$$\bar{u}_s = \bar{i}_s R_s + \sigma L_s \frac{d\bar{i}_s}{dt} + j \omega_{mr} \sigma L_s \bar{i}_s + \frac{L_m^2}{L_r} \frac{i_{sd} - i_{mr}}{T_r} + j \omega_{mr} \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr}$$

- Rastavljanjem jednadžbe (26) na realni i imaginarni dio i izjednačavanjem realnih i imaginarnih dijelova dobivaju se komponente vektora napona  $u_{sd}$  i  $u_{sq}$

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka** **(naponski izmjenjivač)**

$$u_{sd} = \left( R_s + \frac{L_m^2}{L_r^2} R_r \right) i_{sd} + \sigma L_s \frac{di_{sd}}{dt} - \frac{1}{T_r} \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} - \omega_{mr} \sigma L_s i_{sq} \quad (27)$$

$$u_{sq} = \left( R_s + \frac{L_m^2}{L_r^2} R_r \right) i_{sq} + \sigma L_s \frac{di_{sq}}{dt} + \omega \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} + \omega_{mr} \sigma L_s i_{sd} \quad (28)$$

- Iz izraza (27) i (28) vidi se da **d** i **q** koordinate nisu u potpunosti raspregnute, tj. da postoji međusobna ovisnost d komponenata napona i q komponenata struja i obratno. Zbog toga se uvode slijedeći izrazi

$$\Delta u_{sd} = \frac{1}{T_r} \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} + \omega_{mr} \sigma L_s i_{sq} \quad (29)$$

$$\Delta u_{sq} = -\omega \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} - \omega_{mr} \sigma L_s i_{sd} \quad (30)$$

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje orijentacijom rotorskog toka (naponski izmjenjivač)

- Dodavanjem izraza (29) izrazu (27), te izraza (30) izrazu (28) dobivaju se izrazi koji su u potpunosti raspregnuti

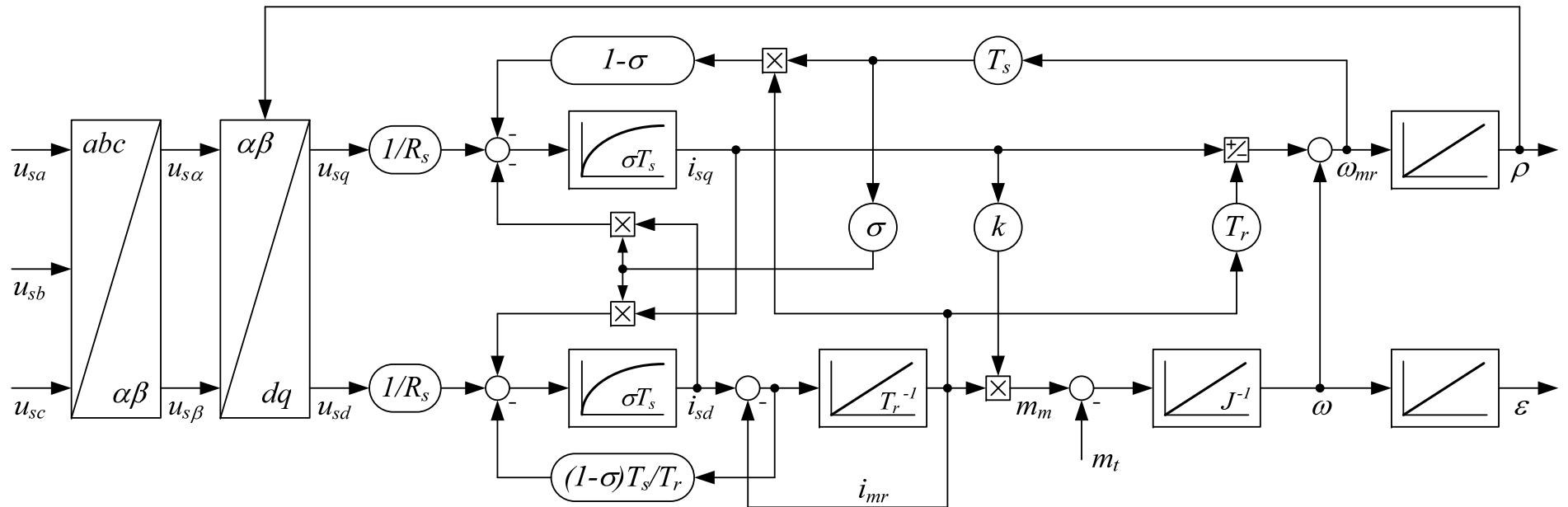
$$u_{sd} + \Delta u_{sd} = \left( R_s + \frac{L_m^2}{L_r^2} R_r \right) i_{sd} + \sigma L_s \frac{di_{sd}}{dt} \quad (31)$$

$$u_{sq} + \Delta u_{sq} = \left( R_s + \frac{L_m^2}{L_r^2} R_r \right) i_{sq} + \sigma L_s \frac{di_{sq}}{dt} \quad (32)$$

- Kao što se vidi u izrazu (31), postoje samo funkcionalne ovisnosti između d komponenata struje i napona; analogno vrijedi i za izraz (32) gdje postoji samo veza među q komponentama struje i napona
- Izrazi (27) i (28) zajedno s izrazima (15), (16) i (18) tvore potpuni matematički model asinkronog stroja u koordinatama toka rotora napajanog iz naponskog pretvarača frekvencije, prikazanog na sl.5.

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

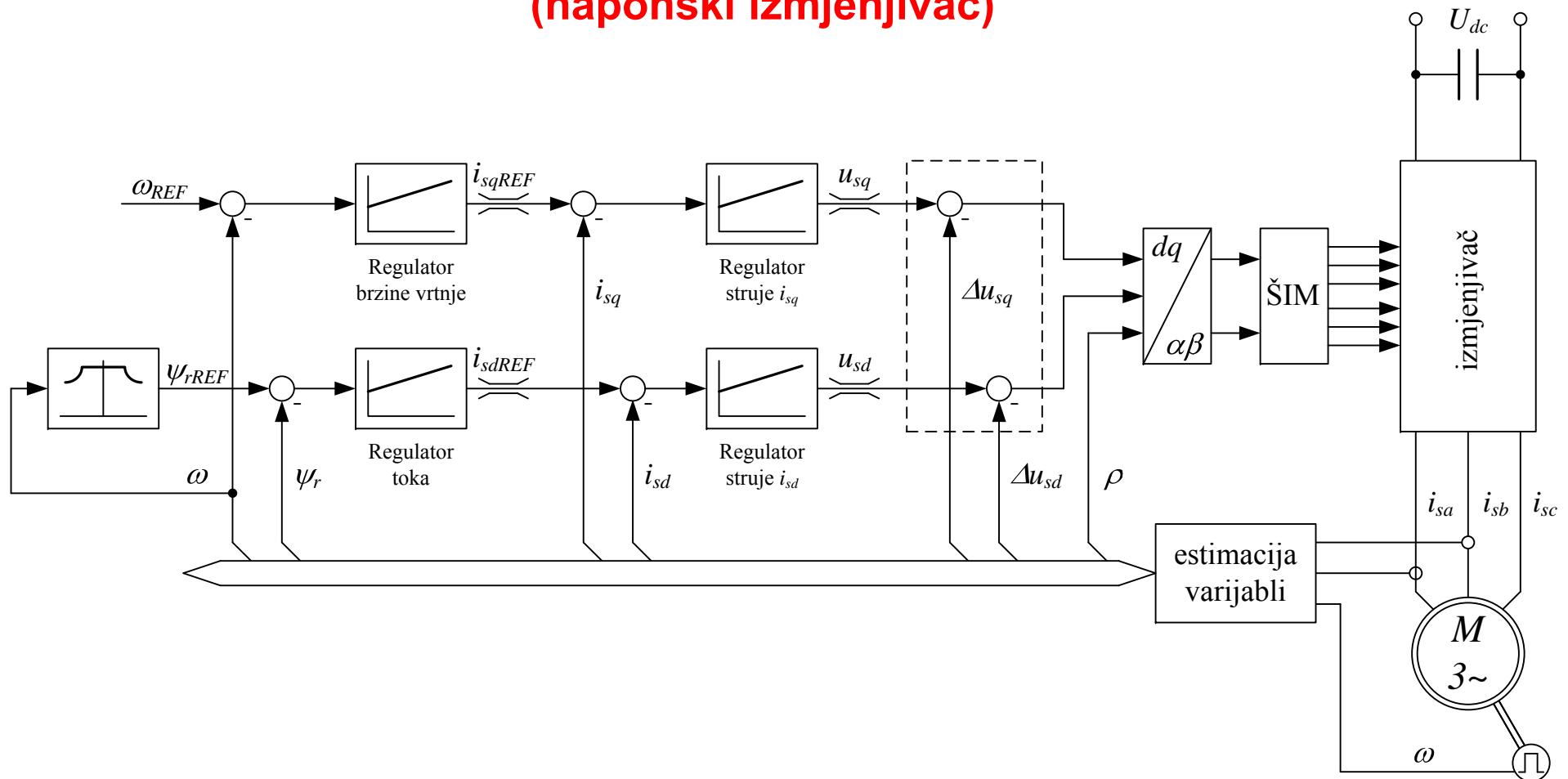
## Vektorsko upravljanje orijentacijom rotorskog toka (naponski izmjenjivač)



Sl.5. Strukturna blokovska shema AS-a napajanog iz pretvarača frekvencije s utisnutim naponom

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje orientacijom rotorskog toka (naponski izmjenjivač)



Sl.6. Funkcijska blokovska shema vektorskog upravljanja AS-a s pretvaračem frekvencije s utisnutim naponom

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka**

- Na sl.6. prikazana je jedna od struktura vektorskog upravljanja s AS-om napajanog iz naponskog izmjenjivača.
- Radi se o sustavu regulacije brzine vrtnje u području konstantnog momenta (magnetski tok se održava konstantnim) i u području konstantne snage (magnetski tok se smanjuje)
- Referentna vrijednost brzine vrtnje upravlja q komponentom statorske struje (komponenta momenta) a referentna vrijednost toka određuje d komponentu statorske struje (komponenta magnetskog toka)
- Referentne vrijednosti statorske struje ( $i_{sqREF}$  i  $i_{sdREF}$ , izlazi regulatora brzine i toka) upravljaju s d i g komponentama napona, koji nakon transformacije u  $\alpha\text{-}\beta$  KS određuju sklopna stanja sklopki izmjenjivača
- Raspregnutost upravljanja tokom i momentom se osigurava korekcijskim signalima  $\Delta u_{sd}$  i  $\Delta u_{sq}$ .

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka**

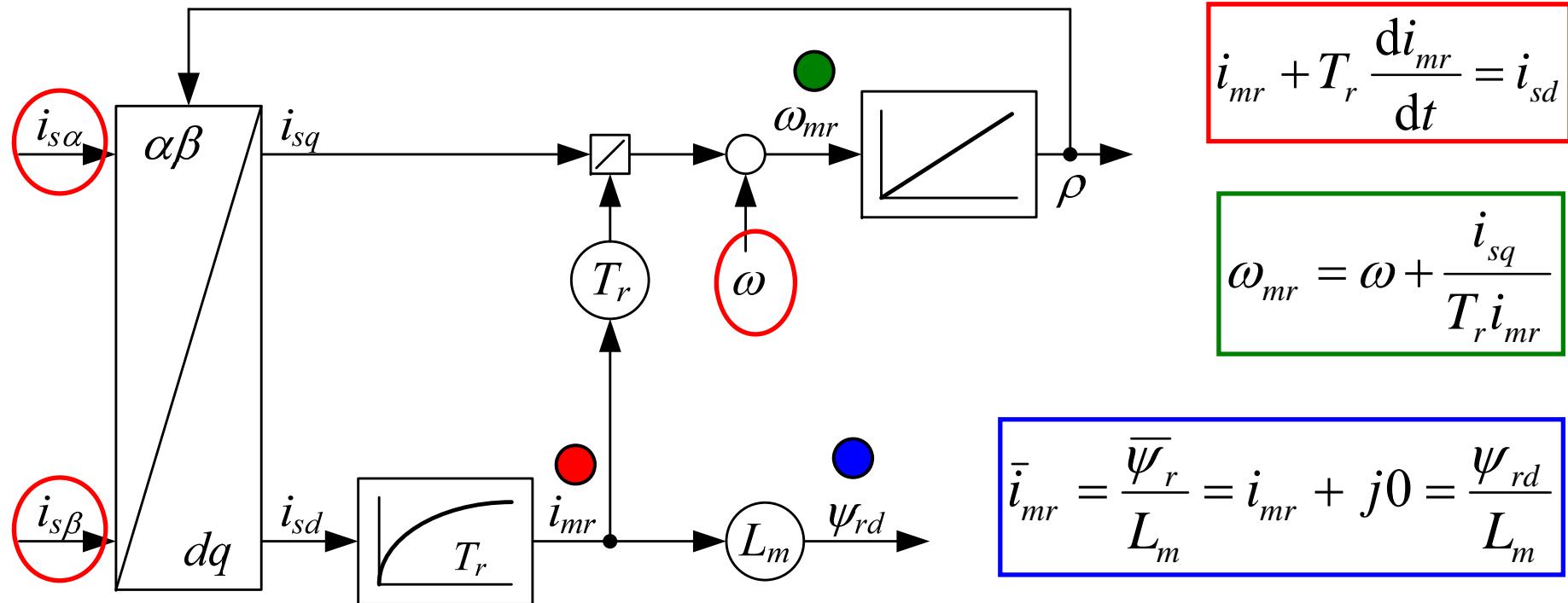
### Estimacija toka rotora uz pomoć modela toka

- Posebno značenje za vektorsko upravljanje AS-a u koordinatama rotorskog toka ima određivanje iznosa i kuta vektora toka rotora ( $\rho$ ), tj. vektora struje magnetiziranja  $i_{mr}$ .
- Ako kut vektora toka rotora nije točno određen, iščezava neovisnost upravljanja u  $d$  i  $q$  osi.
- To konkretno znači da djelovanje u jednoj osi (unutar regulacijskih krugova) stroj osjeća kao djelovanje u obje osi.
- Tok rotora (struju magnetiziranja  $i_{mr}$ ) moguće je rekonstruirati pomoću modela prikazanog na sl.7, a temelji se na izrazima (9), (15) i (16).
- Vrijednosti rekonstruiranog toka rotora i kuta vektora toka rotora ( $\Psi_{rd}$  i  $\rho$ ) su prikazani kao izlazi iz estimatora na sl.5. i 6.

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka**

Estimacija toka rotora uz pomoć modela toka



Sl.7. Strukturna blok shema modela rekonstrukcije  
toka rotora

# STRUKTURE VEKTORSKOG UPRAVLJANJA s AS-om

## Vektorsko upravljanje **orientacijom rotorskog toka**

### Estimacija toka rotora uz pomoć modela toka

- Iznos i položaj vektora struje magnetiziranja računa se pomoću mjerenih struja statora i brzine vrtnje motora
- Odstupanje vektora koji se rekonstruira modelom od stvarnog kompleksnog vektora rotorskog toka, posljedica je zagrijavanja stroja, odnosno promjene magnetskog stanja stroja, te točnosti mjerena ulaznih veličina modela.
- U praktičnoj realizaciji pogona nužno je u stvarnom vremenu prepoznati promjenu pojedinog parametra te je potom kompenzirati

KRAJ

**TEMA:**

IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I  
TOKOM (Engl. *Direct Torque Control*)

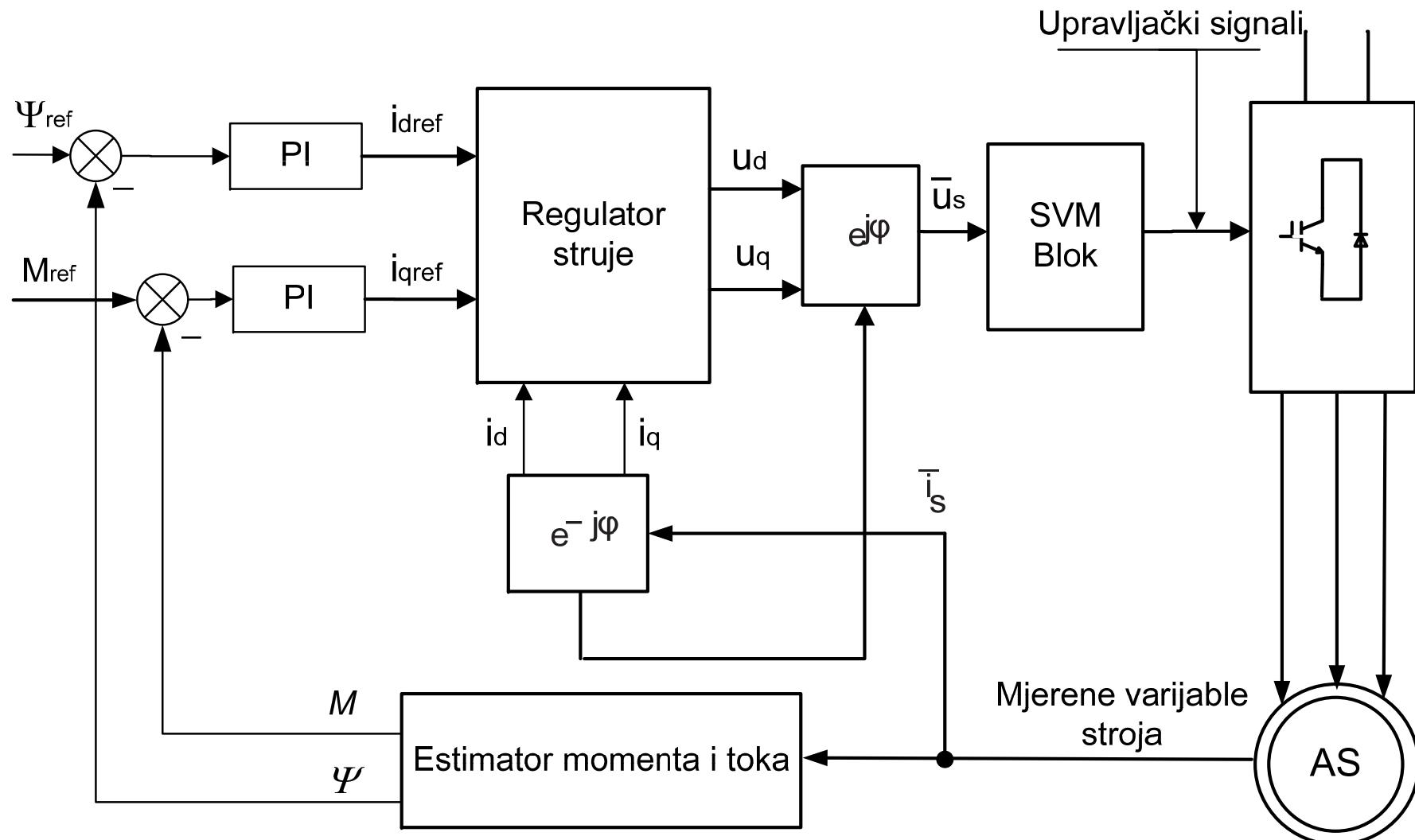
# SADRŽAJ

- Osnovne karakteristike tehnike izravnog upravljanja momentom i tokom AS-a (usporedba s vektorskim upravljanjem)
- Osnove DTC upravljanja
- Određivanje sektora za neovisno upravljanje statorskim tokom i momentom
- Odabir sklopnog stanja pretvarača

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

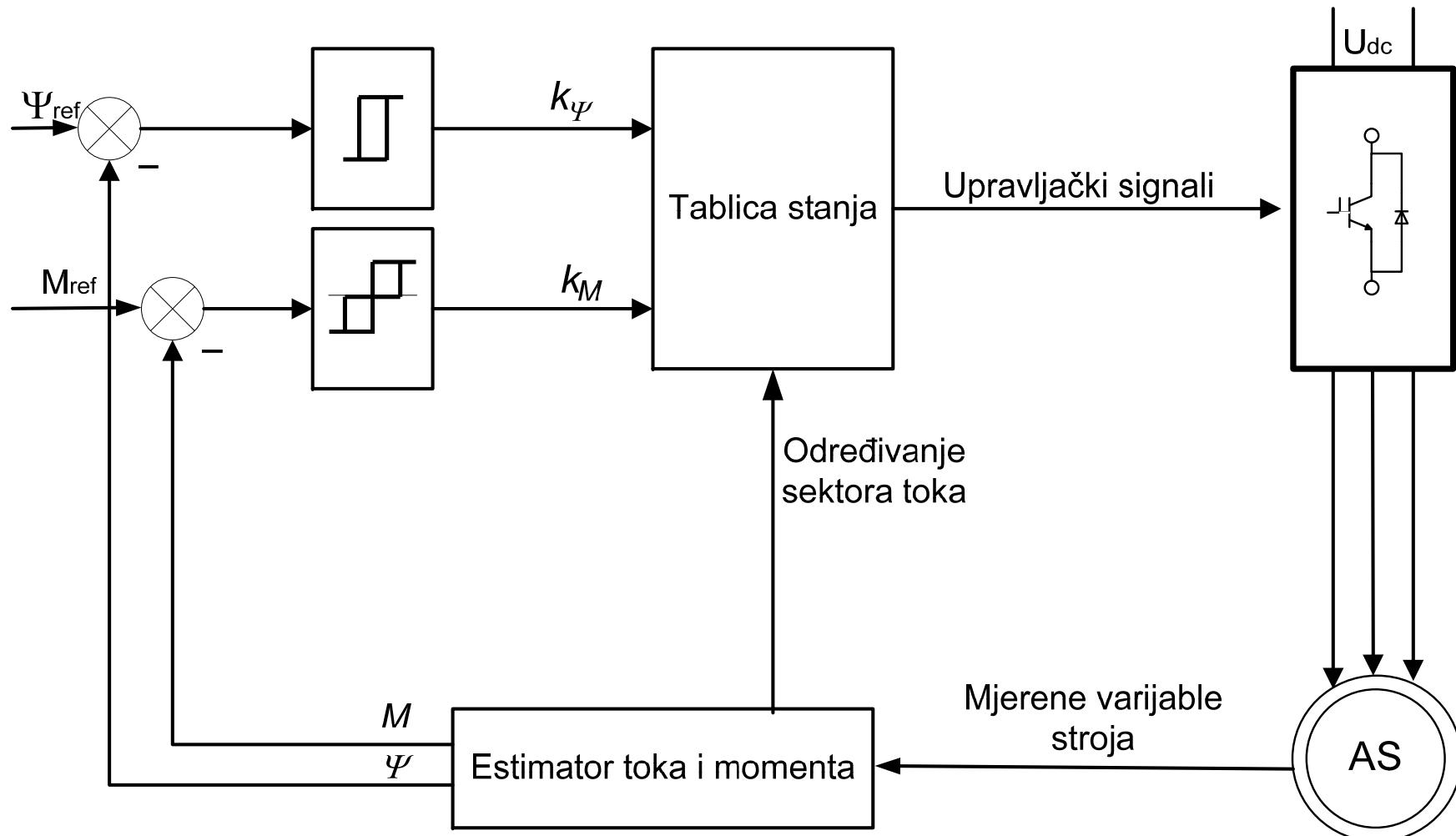
- Tehnika izravnog upravljanja momentom i tokom (engl. *Direct Torque Control*, DTC) razvijena je neovisno od strane **Takahashia** (Japan, 1984. i 1985. god) i **Dopenbrocka** (Njemačka , 1985.)
- Odmah nakon toga Švedska **firma ABB** je razvila industrijski pogon s **asinkronim strojem** upravljan tehnikom DTC-a (Tiiainen, 1996.)
- Dalji razvoj je išao u smjeru razvoja pogona **bez mjernog člana brzine vrtnje ili pozicije**. ABB tvrdi da je prvi razvio jednu formu sensorless DTC pogona koji može raditi kvalitetno i kod **iznimno niskih brzina vrtnje** (što je rijetko za tzv. sensorless pogone).
- Općenito, za rješavanje problema rada na niskim frekvencijama (brzinama) vrtnje, predložene su različite tehnike, pri čemu se najčešće koriste **svojstva asimetrije stroja** ili se pak koristi **postupak injektiranja dodatnih signala u statorski namot**.
- Međutim, ove tehnike nisu značajno zaživjele u industriji zbog **nepoželjnih negativnih efekata primjenjenih metoda estimacije** kod malih brzina vrtnje

# Usporedba vektorskog upravljanja i DTC-a



Slika 1. Shema klasičnog vektorskog upravljanja (NEizravno upravljanje tokom i momentom)

## Usporedba vektorskog upravljanja i DTC-a

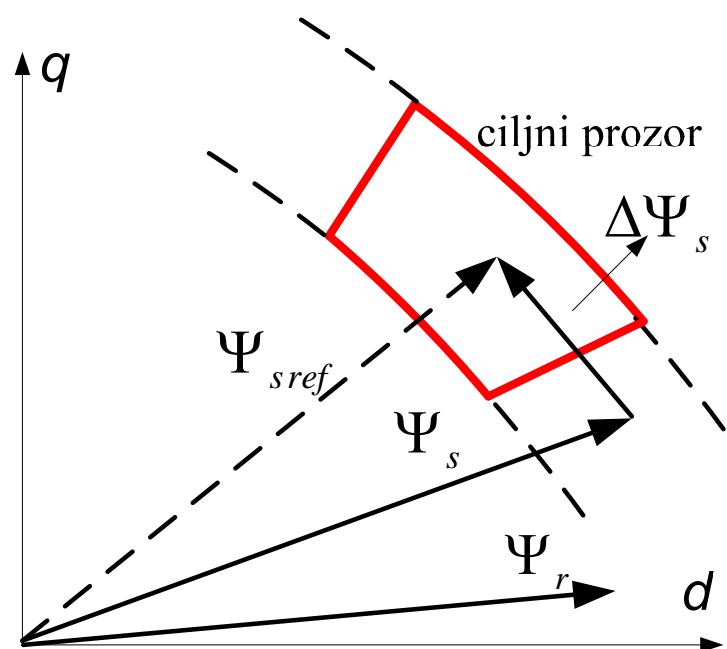


Slika 2. Shema **Izravnog** upravljanja tokom i momentom – **DTC**

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

## Osnovno načelo izravnog upravljanja momentom

- Tehnikom izravnog upravljanja momentom (DTC) moguće je izravno upravljati statorskim tokom i momentom izborom odgovarajućih stanja naponskog izmjenjivača.
- Izborom kombinacije sklopki izmjenjivača , tj. postavljanjem odabranog naponskog vektora na namot stroja, pozicionira se vektor statorskog toka u ciljni prozor, koji je definiran širinom histereze histerezognog regulatora toka (slika 3.)



Slika 3. Osnovno načelo izravnog upravljanja momentom (DTC)

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

- Pojavljuje se kao alternativa vektorskog načinu upravljanja. **Izravno upravljanje momentom i tokom** nudi dobre karakteristike upravljanja uz jednostavnu strukturu upravljanja.
- Tehnikom **izravnog upravljanja momentom** moguće je izravno upravljati statorskim tokom i momentom izborom odgovarajućih stanja naponskog izmjenjivača.

Osnovne prednosti DTC-a su:

- **Raspregnuto upravljanje** momentom i tokom.
- Iznimno **brza dinamika momenta stroja** s minimalnim vremenom odziva
- Inherentno (svojstveno) upravljanje bez mehaničkog mjernog člana brzine vrtnje stroja budući da za upravljanje momentom nije potrebna nadređena petlja brzine vrtnje, pa samim tim niti mehanički mjerni član brzine vrtnje
- **Nije potrebna transformacija koordinata** kao kod vektorskog upravljanja, što znači **brzo vrijeme izvođenja** potrebnih matematičkih operacija (manja složenost algoritma upravljanja)

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

- Nije potreban modulator napona kao ni regulatori struja (koji se inače koriste u vektorskom upravljanju)
- Za estimaciju toka i momenta jedini potreban parametar je iznos otpora statorskog namota (robustnost s obzirom na promjenu parametara rotorskog kruga).
- Za puštanje u pogon (engl. *commissioning*), elektromotorni pogoni s DTC-om zahtijevaju također jedino vrijednost statorskog otpora. To značajno pojednostavljuje i sam postupak puštanja u pogon (**vrijeme je novac !!**).

Nedostaci DTC-a su:

- Mogući problemi prilikom starta, pri malim brzinama vrtnje i kod promjena referentne vrijednosti momenta
- Potreba za estimacijom toka i momenta stroja što implicira identifikaciju parametara stroja (kao i za vektorsko upravljanje, gdje se estimirani tok i moment koriste kao mjerene veličine regulacijskih krugova toka i momenta)

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

- Promjenljiva frekvencija sklapanja kao posljedica histereznih regulatora momenta i toka
- Buka kao rezultat promjenljive frekvencije sklapanja sklopki izmjenjivača (može biti posebno izražena kod malih brzina vrtnje)
- Oscilatori valni oblici toka i momenta
- Propadi u valnim oblicima toka i struje kao rezultat promjene sektora položaja toka
- Veća harmonička distorzija u valnim oblicima statorske struje i napona u usporedbi s vektorskim upravljanjem

Tehnike za prevazilaženje nedostataka DTC-a:

- DTC s vektorskim upravljanjem
- Uvođenje modulacije između aktivnih vektorova odabranih iz tablice vektora (engl. *look-up table*) i nultih vektora
- Korištenje tehnika umjetne inteligencije (neuronske mreže, neizrazita logika) u kombinaciji s vektorskim upravljanjem

## IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

- ▶ Ove metode rezultiraju izvjesnim poboljšanjima kao što je **reduciranje oscilacija u valnom obliku momenta** (približavanje fiksnoj frekvenciji sklapanja sklopki izmjenjivača), međutim **složenost upravljačkog algoritma značajno raste**.

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

## Osnovno načelo izravnog upravljanja momentom

- U objašnjenju tehnike izravnog upravljanja momentom i tokom, polazi se od jednadžbe razvijenog elektromagnetskog momenta  $M_e$ .

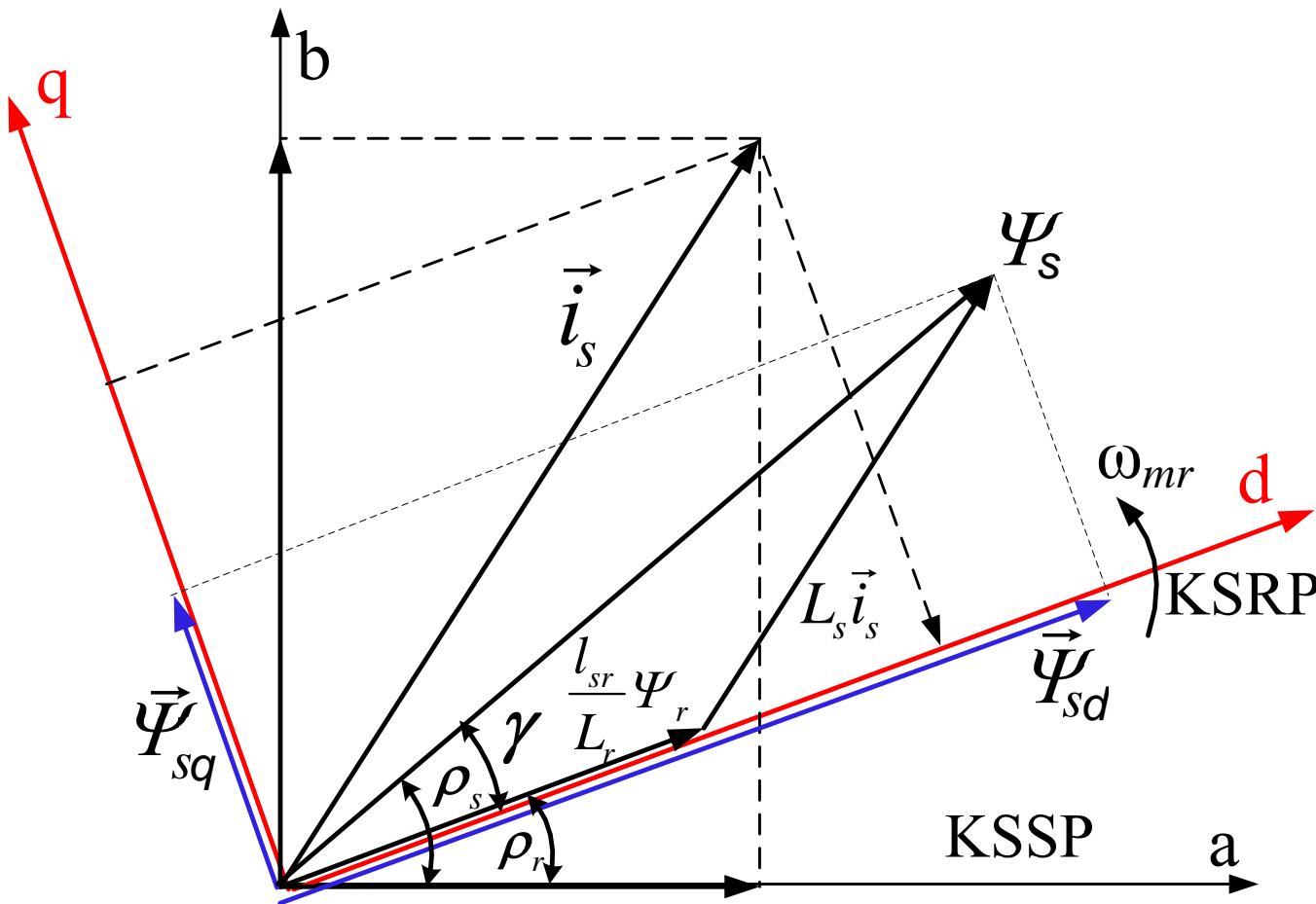
$$\vec{M}_e = -\frac{3}{2} p \frac{l_{sr}}{L_s L_r - l_{sr}^2} \vec{\Psi}_s x \vec{\Psi}_r = -\frac{3}{2} p \frac{l_{sr}}{\sigma L_s L_r} \vec{\Psi}_s x \vec{\Psi}_r \quad (1)$$

- Pri tome su  $L_s$  i  $L_r$  samoinduktiviteti statora i rotora (ukupni induktiviteti statora i rotora), a  $l_{sr}$  je reprezentant međuinduktivne veze između statorskih i rotorskih namota. Iznos (modul) momenta je

$$M_e = \frac{3}{2} p \frac{l_{sr}}{\sigma L_s L_r} \psi_s \psi_r \sin(\rho_s - \rho_r) = \frac{3}{2} p \frac{l_{sr}}{\sigma L_s L_r} \psi_s \psi_r \sin \gamma \quad (2)$$

gdje je  $\rho_s$  kut koji vektor toka statora zatvara s realnom ( $a=\alpha$ ) osi statorskog koordinatnog sustava, a kut  $\rho_r$  kut koji vektor toka rotora zatvara s realnom osi statorskog koordinatnog sustava. Kut  $\gamma$  predstavlja kut između vektora toka statora  $\Psi_s$  i vektora toka rotora  $\Psi_r$ .

## IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM



Slika 4. Položaj vektora toka statora, vektora toka rotora i struje statora u **Koordinatnom Sustavu Statorskog Polja(KSSP)** i **Koordinatnom Sustavu Rotorskog Polja (KSRP, d-q sustav koji rotira sinkronom brzinom )**

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

- Uz pretpostavku da su u izrazu (2) statorski i rotorski tok konstantni, moment stroja se može mijenjati promjenom relativnog kuta između vektora statorskog i rotorskog toka
- Statorski tok se dobije iz poznate napomske statorske jednadžbe (u mirujućem koordinatnom sustavu)

$$\vec{u}_s = R_s \cdot \vec{i}_s + \frac{d\vec{\Psi}_s}{dt} \quad (3)$$

- Ako se za početak zanemari pad napona na statorskom otporu, promjena statorskog toka je izravno proporcionalna narinutom statorskog naponu

$$\vec{u}_s \approx \frac{d\vec{\Psi}_s}{dt} \quad \vec{u}_s \approx \frac{d\vec{\Psi}_s}{\Delta t} \quad (4)$$

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

- Izravno upravljanje se upravo zasniva na činjenici da **kut između vektora toka statora i toka rotora određuje iznos elektromagnetskog momenta stroja.**
- U odnosu na **vektorsko upravljanje** gdje se tokom i elektromagnetskim momentom upravlja preko  **$d$  i  $q$  komponente struje statora**, pri izravnom upravljanju momentom **izravno se upravlja momentom i tokom statora.**
- Iz slike 4. se vidi da je pri izravnom upravljanju momentom

$$\psi_s \sin \gamma = \psi_{sq}$$

(5)

i da  **$q$  komponenta** vektora toka statora određuje iznos **elektromagnetskog momenta** (pri konstantnom iznosu toka rotora), dok je  **$d$  komponenta kolinearna s vektorom toka rotora** te određuje iznos magnetskog toka.

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

- Budući da je kod standardnih kaveznih asinkronih strojeva vremenska konstanta rotora veća od statorske, rotorski tok se mijenja sporije od statorskog toka.
- Tijekom kratke prijelazne pojave tok rotora je gotovo nepromijenjen, pa se brza promjena elektromagnetskog momenta ostvaruje zakretanjem vektora toka statora (brzom promjenom položaja vektora statorskog toka kao posljedica promjene statorskog napona na motoru).
- Ako se radi jednostavnosti zanemari pad napona na otporu namota statora, naponska jednadžba statora u mirujućem koordinatnom sustavu statora (KSS) poprima oblik

$$\bar{u}_s = \frac{d\bar{\psi}_s}{dt} \quad (6)$$

- Iz gornjeg izraza se vidi da napon statora izravno utječe na tok statora pa je odgovarajući tok statora moguće dobiti odabirom odgovarajućeg vektora napona (tj. sklopnog stanja).

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

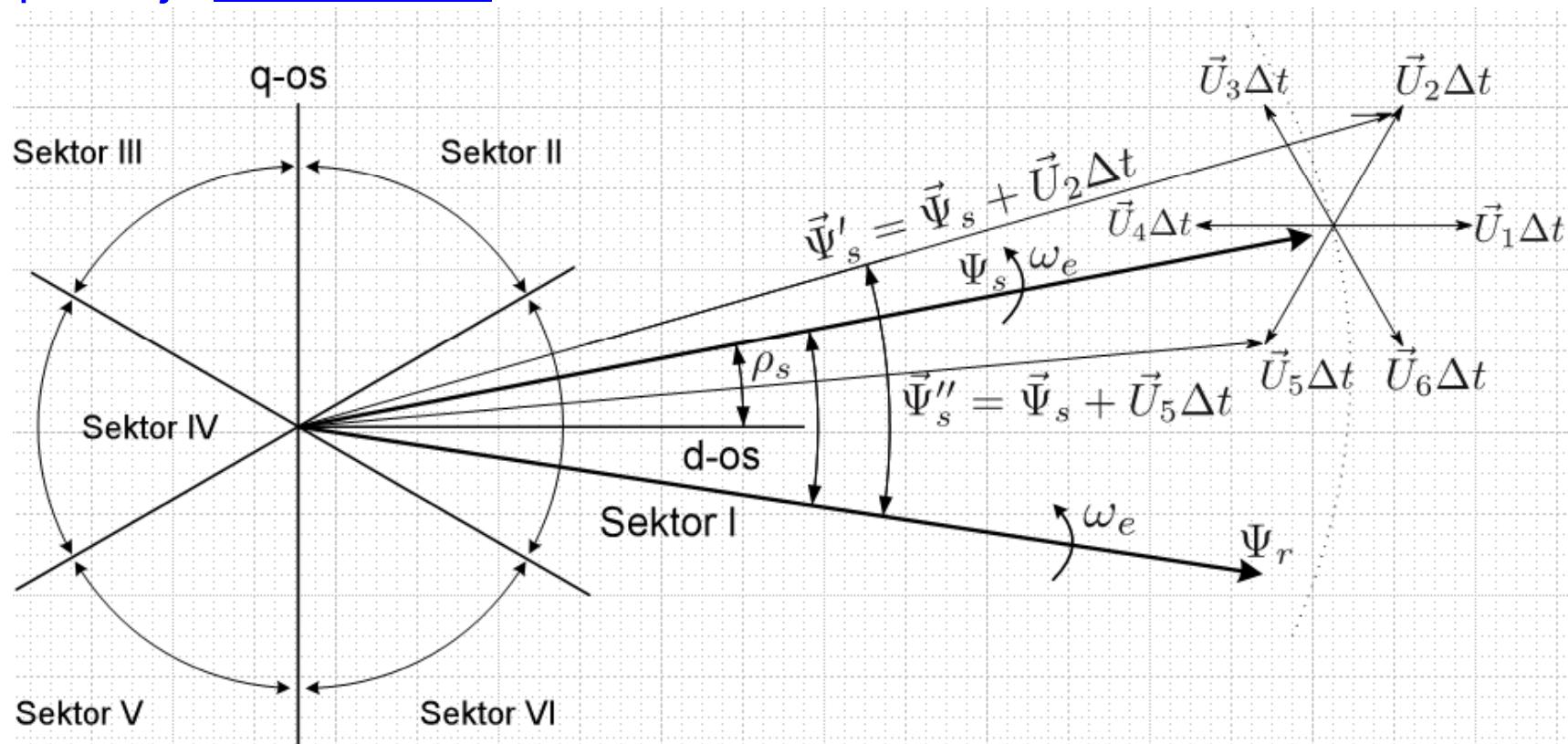
- Ako je na statorskom namotu stroja u kratkom vremenskom intervalu  $\Delta t$  prisutan vektor napona  $u_s$ , statorski tok se promijeni za

$$\Delta \bar{\psi}_s = \bar{u}_s \Delta t \quad (7)$$

- Vrh vektora toka statora se pomiče za  $\Delta \bar{\psi}_s$  u smjeru vektora napona statora.
- Kod trofaznog izmjenjivača u mosnom spoju na raspolaganju su 8 vektora napona statora i to 6 aktivnih vektora i 2 nul vektora (poznato iz područja vektorskog upravljanja orijentacijom rotorskog toka)
- Brzina promjene vektora magnetskog toka statora ovisi o iznosu vektora napona, odnosno o iznosu napona u istosmjernom međukrugu.
- Odabirom odgovarajućeg vektora napona mijenja se tok u željenom smjeru.
- Raspregnuto upravljanje momentom i tokom statora ostvareno je djelovanjem na radikalnu i tangencijalnu komponentu vektora toka statora. (slika 4.)

## IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

- Te dvije komponente su **izravno proporcionalne komponentama vektora napona statora** (uz zanemarenje pada napona na otporu namota statora) pa se njima upravlja **odabirom odgovarajućeg vektora napona**.
- Nul vektor napona statora zaustavlja rotaciju vektora toka statora, te do promjene iznosa elektromagnetskog momenta dolazi zbog promjene položaja vektora toka rotora.



Slika 5. Utjecaj vektora napona statora na iznos i orijentaciju toka i momenta

## IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

- Ako je prilično **dugo aktivan nul vektor napona**, vektor toka statora miruje (u stvarnosti se neznatno pomiče zbog pada napona na otporu namota statora) pa vektor toka rotora prelazi vektor toka statora.
- Kut između tih vektora mijenja predznak pa elektromagnetski moment mijenja smjer.
- Pri izravnom upravljanju momentom iznos **vektora toka statora i elektromagnetskog momenta** želi se držati u granicama  $2\Delta\psi$  ,  $2\Delta M$
- Ako se prepostavi da se vektor toka statora nalazi u **I. sektoru** i da rotira u **smjeru suprotnom od kazaljke na satu**, za povećanje elektromagnetskog momenta potrebno je vektor toka statora zakrenuti u **smjeru obrnutom od smjera kazaljke na satu**.
- Ukoliko je pri tome potrebno povećati i iznos toka statora odabire se vektora napona  **$U_2$** , a ako je potrebo smanjiti iznos toka statora odabire se vektor  **$U_3$** .

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

Uz uključen početni naponski vektor  $\vec{U}_1$  prema slici 5. , elektromagnetski moment  $M_e$  i statorski tok  $\hat{\Psi}_s$  se promjenom naponskih vektora od  $\vec{U}_2 - \vec{U}_5$  mijenjaju prema tablici 1.

$\vec{U}_s$	$M_e$	$\hat{\Psi}_s$
$\vec{U}_2$	raste	raste
$\vec{U}_3$	raste	smanjuje se
$\vec{U}_4$	smanjuje se	smanjuje se
$\vec{U}_5$	smanjuje se	raste

Tablica 1. Ovisnost elektromagnetskog momenta i iznosa statorskog toka o promjeni naponskog vektora (prema slici 5.)

## IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

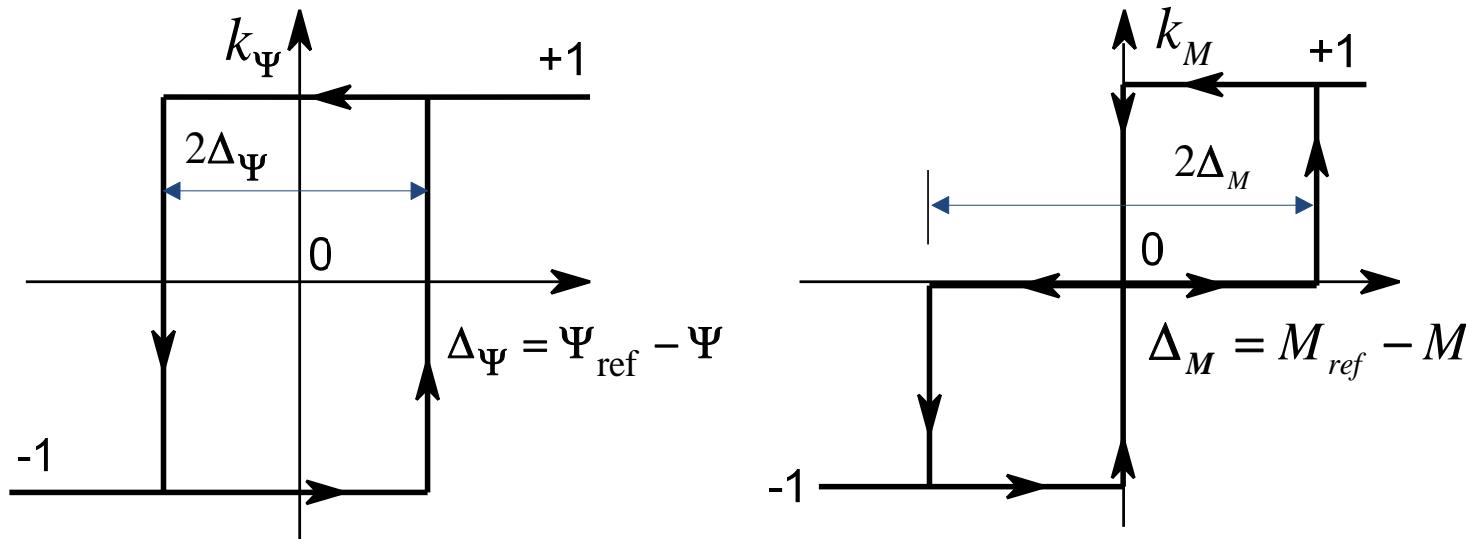
- Ukoliko se želi **smanjiti elektromagnetski moment**, vektor toka statora treba zakrenuti u smjeru kazaljke na satu.
- Ukoliko je pri tome potrebno i **smanjiti iznos vektora toka** statora, odabire se vektor  $U_5$ , ali ako se iznos **vektora toka statora** treba **povećati** odabire se vektor  $U_6$ .
- Sličnim razmatranjem moguće je odrediti kako vektori napona statora utječu na **promjenu iznosa elektromagnetskog momenta i toka statora** i u svim **ostalim sektorima**.
- Ukoliko elektromagnetski moment treba ostati **nepromijenjen**, odabire se **nul vektor**  $U_7$  ili  $U_8$ . Koji od ova dva vektora se odabire **ovisi o vektoru napona koji je prije njega bio aktivan**.
- Ako je bio aktivan vektor napona kod kojega **vode dvije gornje sklopke u grani**, odabire se **vektor napona**  $U_7$  (potrebno je promijeniti stanje samo jednog para sklopki).
- Ukoliko se želi **smanjiti elektromagnetski moment**, vektor toka statora treba zakrenuti u smjeru kazaljke na satu.

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

- Pri izravnom upravljanju momentom, u svakom periodu uzorkovanja odabire se odgovarajući vektor napona statora, kako bi se iznos vektora toka i elektromagnetskog momenta držao u zadanim granicama (u zadanom histereznom pojasu).
- Za održavanje toka statora i elektromagnetskog momenta u predviđenim granicama koriste se histerezni regulatori.
- Tokom statora upravlja dvorazinski histerezni regulator, dok elektromagnetskim momentom upravlja trorazinski histerezni regulator.
- Na osnovi izlaza iz histereznih regulatora i provedenog razmatranja kako pojedini vektor napona statora utječe na tok statora i elektromagnetski moment, moguće je definirati tablicu za odabir optimalnog vektora napona statora.

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

- U svakom periodu uzorkovanja odabire se odgovarajući vektor napona statora, kako bi se **iznos vektora toka i elektromagnetskog momenta** držao u zadanim granicama (u zadanom histereznom pojasu).
- Za održavanje **toka statora i elektromagnetskog momenta** u predviđenim granicama, koriste se **histerezni regulatori**
- **Tokom statora upravlja dvorazinski histerezni regulator, dok elektromagnetskim momentom upravlja trorazinski histerezni regulator,** slika 2.



Slika 6. Histerezni regulatori toka i momenta (korišteni u shemi na [slici 2](#)).

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

- Tablica za odabir optimalnog vektora napona statora formira se na osnovi :
  - izlaza iz histereznih regulatora ( $k_\Psi$  i  $k_M$ ) , slika 2.
  - poznavanja sektora u kojem se nalazi vektor toka statora (njegov trenutni položaj)
  - poznavanja kako pojedini vektor napona statora utječe na tok statora i elektromagnetski moment,
- Sektor u kojem se vektor toka statora nalazi moguće je odrediti na osnovi predznaka komponenata vektora toka statora.
- Mjeranjem napona na priključku stroja, u bloku “Estimator toka i momenta” na slici 2, određuje se iznos  $\alpha$  i  $\beta$  komponenata toka statora. Na osnovi njih se računa kut  $\rho_s$  vektora statorskog toka  $\Psi_s$  kao

$$\rho_s = \tan^{-1} \left( \frac{\psi_{s\beta}}{\psi_{s\alpha}} \right) \quad (8)$$

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

- Kut vektora **toka statora** moguće je odrediti na osnovu **estimiranih komponenata vektora toka statora** (pojednostavljeno, radi se o integraciji napona statora umanjenog za pad napona na statorskom otporu, vidjeti literaturu)
- Moguće je i izbjegći upotrebu **trigonometrijskih funkcija** za određivanje sektora (ako nije potrebno poznavanje položaja vektora).
- Sektor u kojem se vektor toka statora nalazi moguće je odrediti na osnovi **predznaka pojedinih ( $\alpha$ ,  $\beta$  i  $b$ ) komponenata vektora toka statora**, što omogućuje **jednostavnu implementaciju** koja zahtjeva samo upotrebu komparatora.

Sektor \ Predznak	1	2	3	4	5	6
$\alpha$	+	+	-	-	-	+
$\beta$	- / +	+	+	- / +	-	-
$b$	-	+	+	+	-	-

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

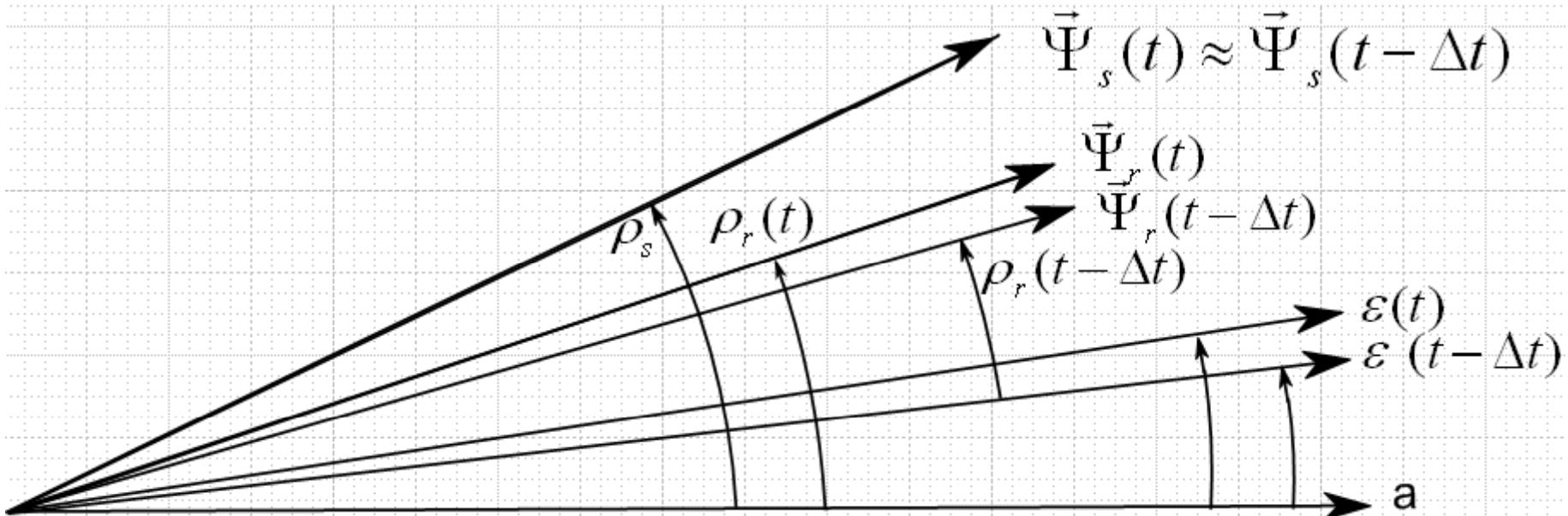
- Na osnovi izlaza iz histereznih regulatora ( $k_\Psi$  i  $k_M$ ) i provedenog razmatranja kako pojedini **vektor napona statora** utječe na **tok statora** i **elektromagnetski moment**, moguće je definirati tablicu za odabir optimalnog vektora napona statora (Tablica 1.).
- Sektor u kojem se vektor toka statora nalazi moguće je odrediti na osnovi predznaka komponenata **vektora toka statora**.

$k_\Psi$	$k_M$	I. sektor	II. sektor	III. sektor	IV. sektor	V. sektor	VI. sektor
1	1	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$	$u_1$
1	0	$u_7$	$u_8$	$u_7$	$u_8$	$u_7$	$u_8$
1	-1	$u_6$	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$
-1	1	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$	$u_1$	$u_2$
-1	0	$u_8$	$u_7$	$u_8$	$u_7$	$u_8$	$u_7$
-1	-1	$u_5$	$u_6$	$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$

Tablica 1. Odabir optimalnih vektora napona statora

# IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

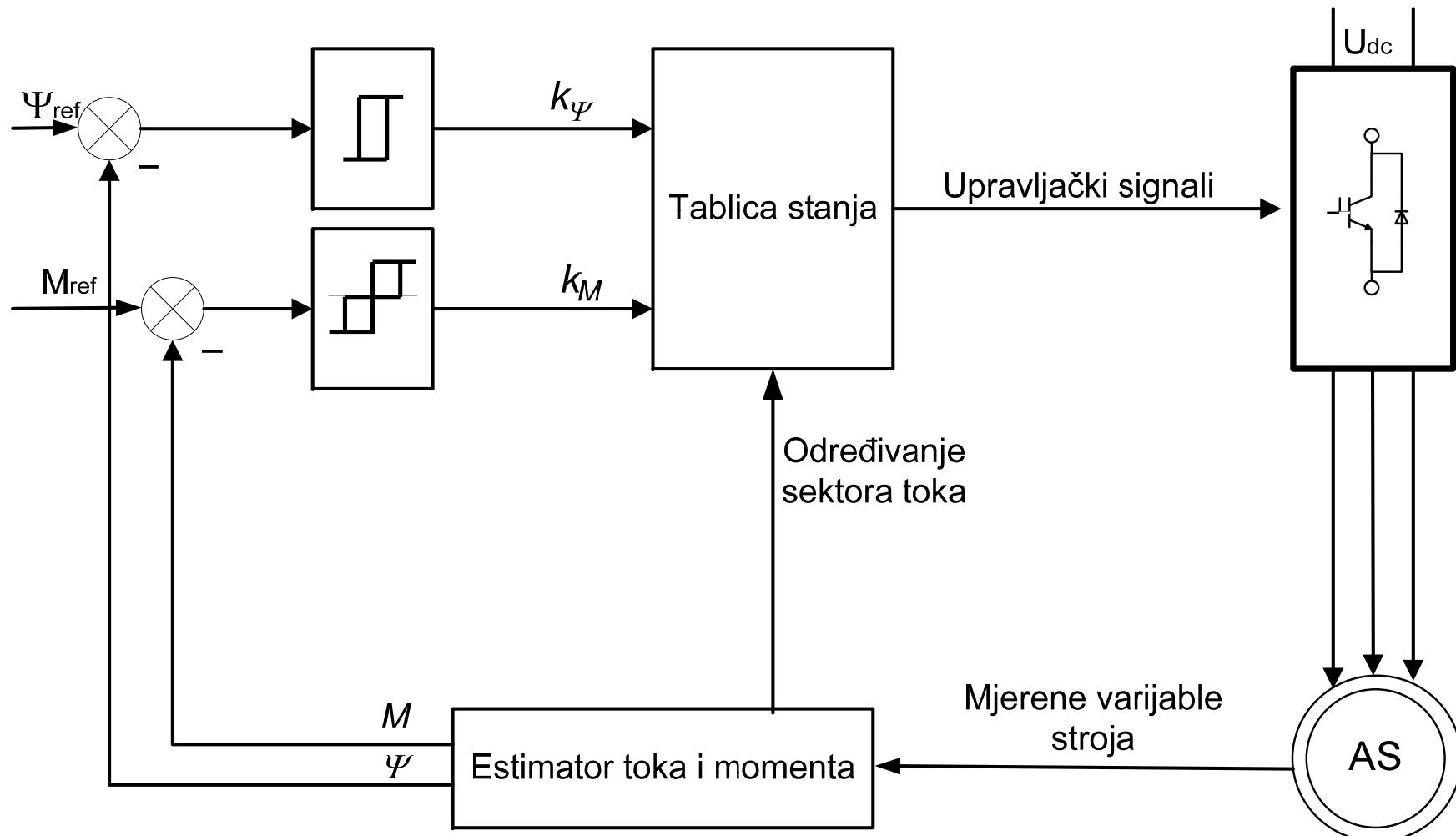
Efekt uključenja nultog naponskog vektora



Slika 7. Prikaz odnosa vektora statorskog i rotorskog toka pri uključenju nultog naponskog vektora

- Statorski tok se uključenjem nultog vektora nije praktički uopće promijenio (integracija nultog vektora napona daje približno konstantan statorski tok)
- Rotorski tok se promijenio, a s njim i položaj rotora, pa se smanjio kut  $\gamma$  ( $\rho_s - \rho_r$ ). Rezultat je smanjenje elektromagnetskog momenta

## Usporedba vektorskog upravljanja i DTC-a



Slika 8. (isto kao sl.2) . Shema **Izravnog** upravljanja tokom i momentom – DTC

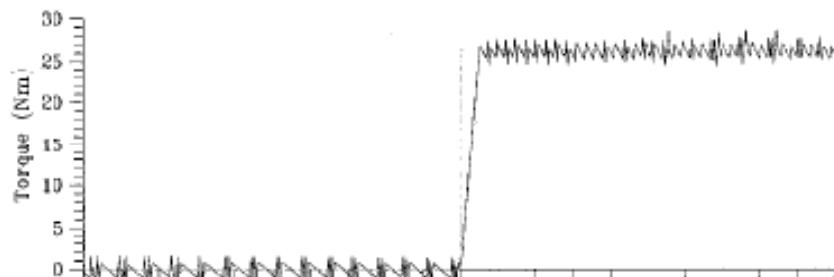
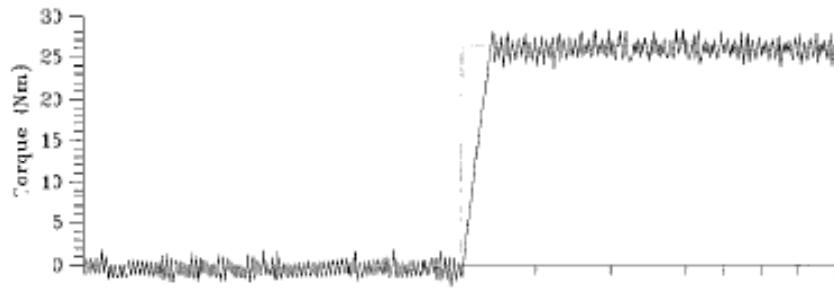
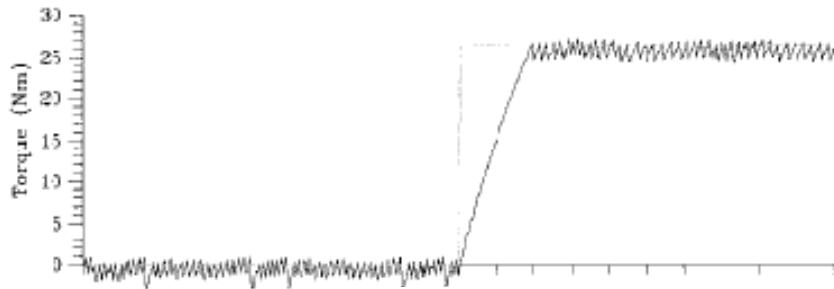
## IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

- Referentna vrijednost toka statora uspoređuje se sa trenutnom vrijednosti toka statora, te se dobivena razlika dovodi na ulaz dvorazinskog histereznog regulatora toka
- Na isti način se i referentna vrijednost elektromagnetskog momenta uspoređuje sa stvarnom vrijednosti elektromagnetskog momenta te se pogreška dovodi na ulaz trorazinskog histereznog regulatora momenta.
- Vrijednosti toka statora i elektromagnetskog momenta dobivaju se estimacijom.
- Izlazi iz regulatora toka i momenta, zajedno s podatkom o sektoru u kojem se vektor toka statora nalazi, koriste se za odabir optimalnog sklopnog stanja (prema tablici za odabir optimalnog vektora napona statora).
- Odabir širine histereze unutar kojega se žele držati vrijednosti toka statora i elektromagnetskog momenta ima značajan utjecaj.
- Preuska histereza može rezultirati nestabilnošću, npr. vektor toka statora može izlaziti izvan zadanog područja.

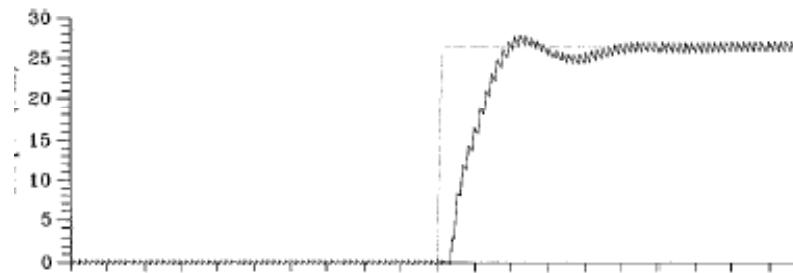
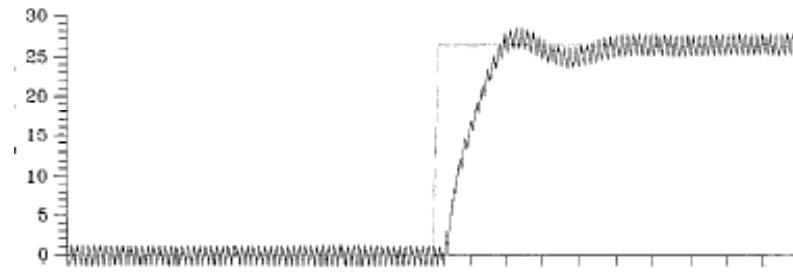
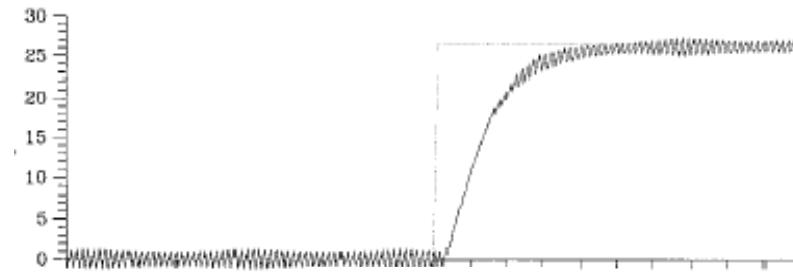
## IZRAVNO UPRAVLJANJE MOMENTOM I TOKOM

- Širina histereze regulatora toka statora uglavnom utječe na izobličenje struje statora (harmonike niske frekvencije), dok širina histereze regulatora elektromagnetskog momenta utječe na frekvenciju sklapanja i sklopne gubitke.

# USPOREDBA POGONA S DTC-om i VEKTORSKIM UPRAVLJANJEM



Odzivi momenta stroja pri 1200,  
600 i 100 okr/min (**DTC**)



Odzivi momenta stroja pri 1200, 600 i  
100 okr/min (**Vektorsko upravljanje**)

# Kaskadno upravljanje



Nedjeljko Perić  
Jadranko Matuško  
Mario Vašak

Fakultet elektrotehnike i računarstva

01. prosinca 2011

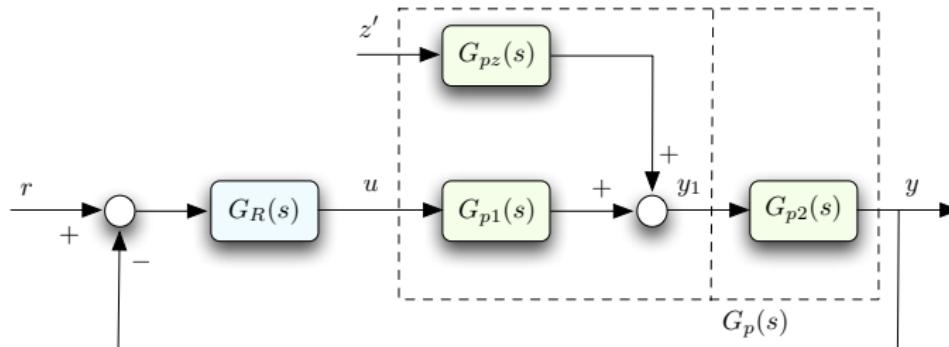
## Nedostaci jednopoljastih struktura regulacije

---

- Visoke performanse upravljanja složenim sustavima često nije moguće postići korištenjem jednopoljastih struktura upravljanja.
- Razlog tome ponajprije leži u činjenici da se složenim sustavima (sustavima s većim brojem spremnika energije) nastoji upravljati na temelju samo jedne informacije o sustavu tj. samo na temelju njegove izlazne veličine.
- Regulator reagira na promjene koje se dogode unutar sustava tek nakon što se njihov efekt registrira na iznosu izlazne veličine (spora reakcija na djelovanje poremećaja).

# Kaskadna regulacija (1)

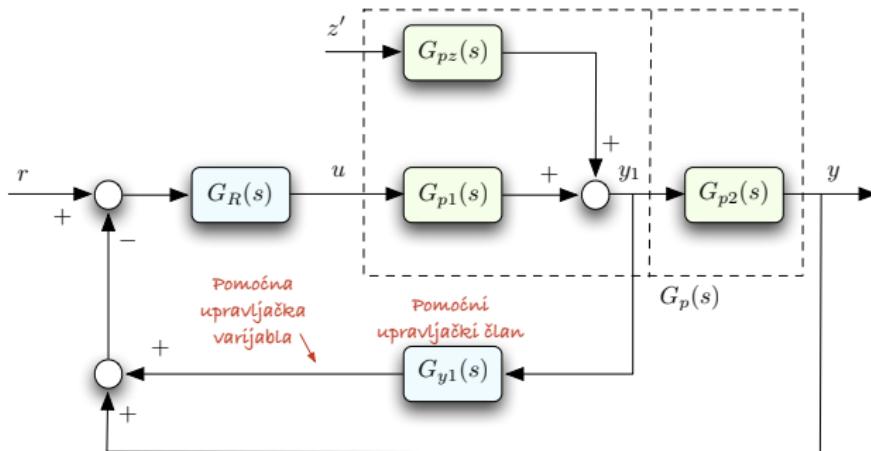
- Često je moguće proces promatrati kroz više parcijalnih, međusobno povezanih potprocesa.
- Pretpostavimo da se proces može prikazati pomoću dva potprocesa.



Slika 1: Proces s dva potprocesa u sustavu upravljanja

## Kaskadna regulacija (2)

- Prema Slici 1, osnovnoj jednopetljastoj strukturi upravljanja dodaje se pomoćni upravljački član  $G_{y1}(s)$  koji na temelju mjerena pomoćne varijable  $y_1$  tvori pomoćnu upravljačku veličinu.



Slika 2: Sustav upravljanja nadograđen pomoćnim upravljačkim članom

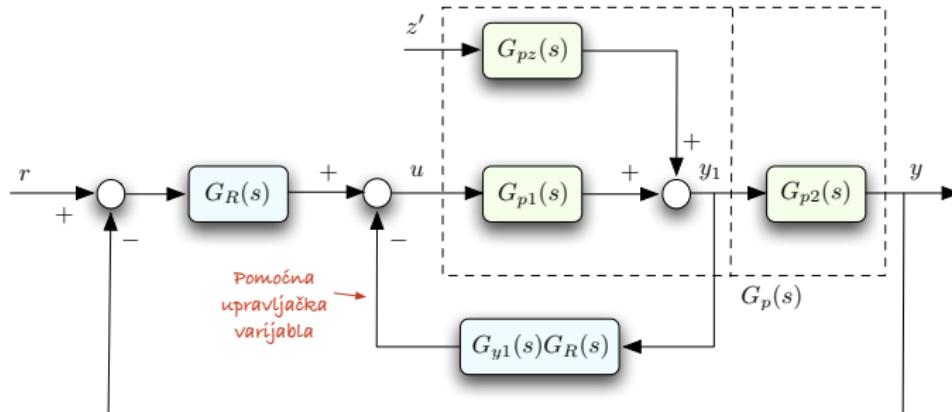
## Kaskadna regulacija (3)

---

- Pomoćnom upravljačkom veličinom korigira se signal povratne veze sustava
- Upravljački član  $G_{y1}(s)$  treba imati sljedeća svojstva:
  - ne smije utjecati na stacionarno stanje, odnosno  $G_{y1}(s)$  ima derivacijski karakter ("elastična povratna veza");
  - ima korekcijski karakter i doprinosi boljem dinamičkom vladanju sustava, uz relativno jednostavnu izvedbu regulatora  $G_R(s)$ ;
  - ima svojstvo predikcije
- Regulacijska struktura prikazana na Slici 2 naziva se i regulacijskom strukturom s pomoćnom upravljačkom veličinom
- Obično se takva struktura ne realizira u suvremenim rješenjima sustava upravljanja

## Kaskadna regulacija (4)

- Koristeći se pravilima blokovske algebre, blokovsku shemu na Slici 2 moguće je prikazati i na način kao na Slici 3

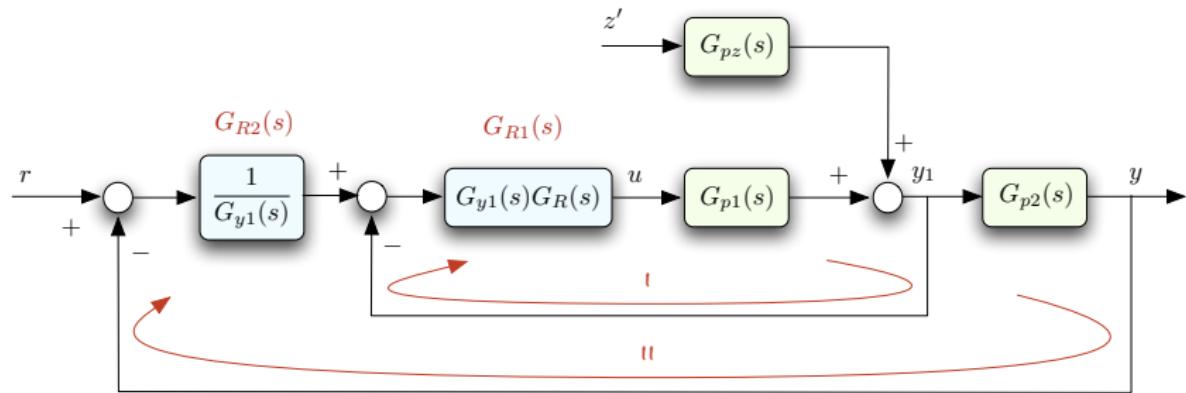


Slika 3: Blokovska shema ekvivalentna blokovskoj shemi na Slici 2

- Sustav na Slici 3 promatran izvana nije se promijenio u odnosu na sustav sa Slike 2 ( $Y(s)/R(s)$  je nepromijenjen) – pri tome su samo neke unutarnje varijable izgubile svoj identitet.

# Kaskadna regulacija (5)

- Shema sa Slike 3 može se dalje transformirati te se dobije sustav prikazan na Slici 4



Slika 4: Blokovska shema ekvivalentna blokovskoj shemi na Slici 3

## Kaskadna regulacija (6)

---

- Sustav upravljanja sa Slike 4 ima dva regulacijska kruga (petlje):
  - I-pomoćni regulacijski krug (unutarnji regulacijski krug, podređeni regulacijskikrug)
  - II-glavni regulacijski krug (vanjski regulacijski krug, nadređeni regulacijski krug)
- Regulacijska struktura prema Slici 4 naziva se kaskadnom strukturom upravljanja (kaskadnom regulacijom)
- U takvoj je strukturi evidentna sljedeća hijerarhija:
  - Glavni regulator  $G_{R2}$  ne djeluje neposredno na izvršni element nego tvori referentnu (vodeću) veličinu za podređeni regulator  $G_{R1}$
  - Utjecaj smetnje u podređenom regulacijskom krugu praktički se kompenzira u tom krugu.

## Kaskadna regulacija (7)

---

- Ako se mjeri više pomoćnih veličina u procesu (prikazanom kroz potprocese), onda se može dobiti višestruka kaskadna struktura upravljanja.
- Kaskadna regulacijska struktura pokazuje određene sličnosti sa strukturom upravljanja zasnovanoj na varijablama stanja – za optimalni regulator stanja postoje povratne veze za sva stanja

# Kaskadna regulacija (8)

---

- Iz Slike 4 slijedi:

$$Y = \left\{ \left[ (R - Y)G_{R2} - \frac{Y}{G_{p2}} \right] G_{R1}G_{p1} + Z'G_{pz} \right\} G_{p2}, \quad (1)$$

odnosno:

$$Y = \frac{G_{pz}G_{p2}}{1 + G_{R1}G_{p1}(1 + G_{R2}G_{p2})}Z' + \frac{G_{R1}G_{R2}G_{p1}G_{p2}}{1 + G_{R1}G_{p1}(1 + G_{R2}G_{p2})}R. \quad (2)$$

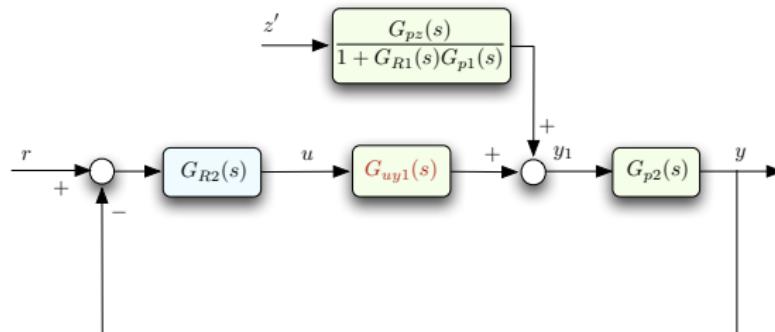
- Iz izraza (2) evidentno je da stabilnost sustava ovisi i o podređenom regulacijskog krugu.
- Stoga je prvi korak u sintezi kaskadnog sustava upravljanja sinteza podređenog regulacijskog kruga.

## Kaskadna regulacija (9)

- Iz Slike 4 slijedi prijenosna funkcija zatvorenog podređenog regulacijskog kruga s obzirom na njegovu vodeću veličinu ( $z' = 0$ ):

$$G_{uy1} = \frac{G_{R1} G_{p1}}{1 + G_{R1} G_{p1}}. \quad (3)$$

- $G_{uy1}$  predstavlja dio procesa glavnog regulacijskog kruga (Slika 5).



Slika 5: Shema glavnog regulacijskog kruga

## Kaskadna regulacija (9)

---

- Nakon obavljene sinteze podređenog regulacijskog kruga, problem sinteze vanjskog kruga svodi se na standardni problem sinteze jednopetljastog regulacijskog kruga (ako se radi o dvopetljastojoj kaskadnoj strukturi).
- Podređeni regulacijski krugovi su obično brži od nadređenih, te se često prijenosna funkcija podređenog regulacijskog kruga može strukturno pojednostaviti pri sintezi nadređenog regulacijskog kruga.
- Regulatori smješteni u pojedinim regulacijskim petljama obično su jednostavnije strukture (PID regulatori, ili iz njih izvedeni regulatori)
- Kaskadni se sustavi upravljanja vrlo često primjenjuju u automatizaciji raznih postrojenja i procesa gdje je potrebno imati dobru slijednu regulaciju te dobru čvrstu regulaciju (regulaciju smetnje).
- Također se nerijetko kaskadna regulacija kombinira s unaprijednom regulacijom po smetnji.

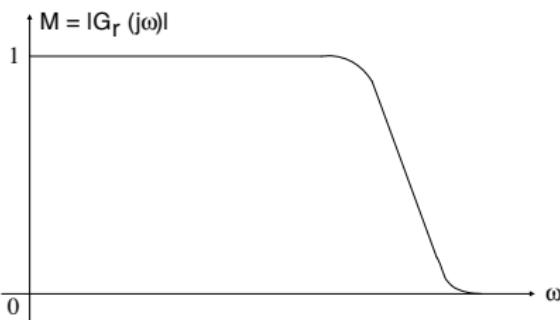
## Kaskadna regulacija (10)

---

- U primjenama kaskadnih sustava upravljanja afirmirali su se praktični postupci parametriranja regulatora:
  - Tehnički optimum,
  - Simetrični optimum.

# Tehnički optimum (1)

- Prepostavka za provedbu sinteze prema tehničkom optimumu (engl. magnitude optimum) jest da je proces bez astatizma.



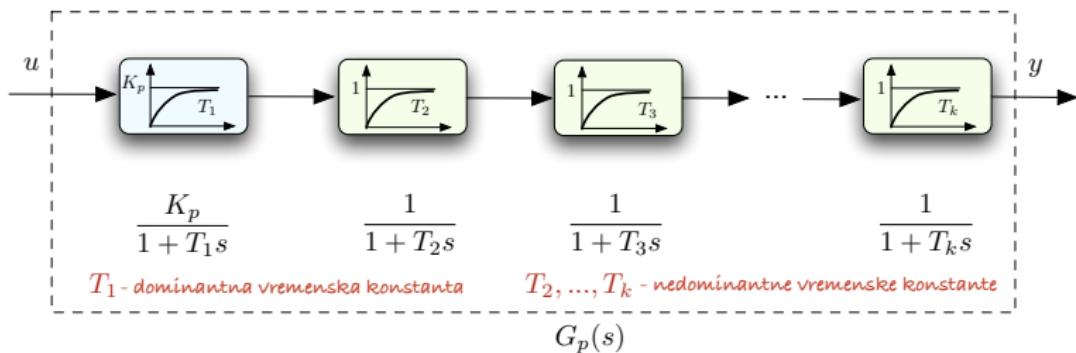
Slika 6: Amplitudno-frekvencijska karakteristika zatvorenog kruga kod primjene tehničkog optimuma

- Zasniva se na zahtjevima:
  - amplitudno-frekvencijska karakteristika zatvorenog regulacijskog kruga  $|G_r(j\omega)|$  treba imati konstantnu vrijednost u čim širem frekvencijskom području ( $\omega_b$  čim veće)
  - $|G_r(j\omega)|$  praktički ne smije imati rezonantno uzdizanje ( $M = 1$  za sustave svedene na jediničnu povratnu vezu)

- Temeljem ovih zahtjeva postiže se brzi, približno aperiodski odziv sustava upravljanja

## Tehnički optimum (2)

- Za daljnja razmatranja pretpostavimo strukturu procesa prikazanu na Slici 7 koja se sastoji od jednog aperiodskog člana s dominantnom vremenskom konstantom i njemu u seriju povezanih više aperiodskih članova s nedominantnim vremenskim konstantama



Slika 7: Struktura procesa pogodna za primjenu sinteze prema tehničkom optimumu

# Tehnički optimum (3)

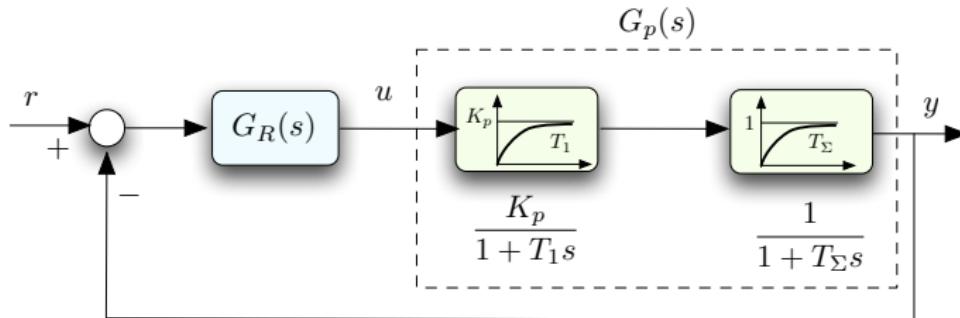
- Ako je:

$$T_2 + T_3 + \dots + T_k = T_{\Sigma} \ll T_1, \text{ npr. } T_1 > (5 - 10)T_{\Sigma}, \quad (4)$$

onda se može primjeniti sljedeća aproksimacija:

$$\frac{1}{1 + T_2 s} \cdot \frac{1}{1 + T_3 s} \cdots \frac{1}{1 + T_k s} \approx \frac{1}{1 + (T_2 + T_3 + \dots + T_k)s} = \frac{1}{1 + T_{\Sigma}s}. \quad (5)$$

- U tom se slučaju dobije regulacijski krug prikazan na Slici 8.



Slika 8: Regulacijski krug pri sintezi prema tehničkom optimumu

## Tehnički optimum (4)

---

- Za strukturu procesa na Slici 8 preporuča se koristiti PI regulator:

$$G_R(s) = K_R \frac{1 + T_I s}{T_I s}. \quad (6)$$

- Integracijskom vremenskom konstantnom kompenzira se dominantna vremenska konstanta procesa, tj. odabiremo:

$$T_I = T_1, \quad (7)$$

pa slijedi (uz  $K_o = K_R K_p$  - kružno pojačanje):

$$G_o(s) = K_R \frac{1 + T_I s}{T_I s} \frac{K_p}{1 + T_1 s} \frac{1}{1 + T_{\Sigma} s} = \frac{K_o}{T_I s (1 + T_{\Sigma} s)}. \quad (8)$$

- Prijenosna funkcija zatvorenog kruga s obzirom na vodeću veličinu glasi:

$$G_r(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{\frac{K_o}{T_I s (1 + T_{\Sigma} s)}}{1 + \frac{K_o}{T_I s (1 + T_{\Sigma} s)}} = \frac{K_o}{K_o + T_I s + T_I T_{\Sigma} s^2}. \quad (9)$$

## Tehnički optimum (5)

---

- Ako se prijenosna funkcija svede na opći oblik prijenosne funkcije drugog reda ( $G(s) = 1/(1 + 2\zeta/\omega_n s + s^2/\omega_n^2)$ ) dobije se:

$$G_R(s) = \frac{1}{1 + \frac{T_I s}{K_o} + \frac{T_I T_\Sigma s^2}{K_o}}, \quad (10)$$

iz čega slijedi:

$$\frac{2\zeta}{\omega_n} = \frac{T_I}{K_o}, \quad \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{T_I T_\Sigma}{K_o} \rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{K_o}{T_I T_\Sigma}}, \quad (11)$$

$$\zeta = \frac{\omega_n}{2} \frac{T_I}{K_o} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{K_o}{T_I T_\Sigma}} \frac{T_I}{K_o} \rightarrow \zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{K_o} \frac{T_I}{T_\Sigma}}, \quad (12)$$

$$K_o = \frac{1}{4\zeta^2} \cdot \frac{T_I}{T_\Sigma}, \quad K_R = \frac{1}{4\zeta^2} \cdot \frac{1}{K_p} \frac{T_I}{T_\Sigma}. \quad (13)$$

## Tehnički optimum (6)

---

- Izbor  $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$  predstavlja tehnički najprihvatljiviji izbor za većinu primjena ( $\sigma_m = 4.3\%$ ).
- Preporuča se:

$$\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow K_R = \frac{1}{2} \frac{1}{K_s} \frac{T_1}{T_\Sigma}. \quad (14)$$

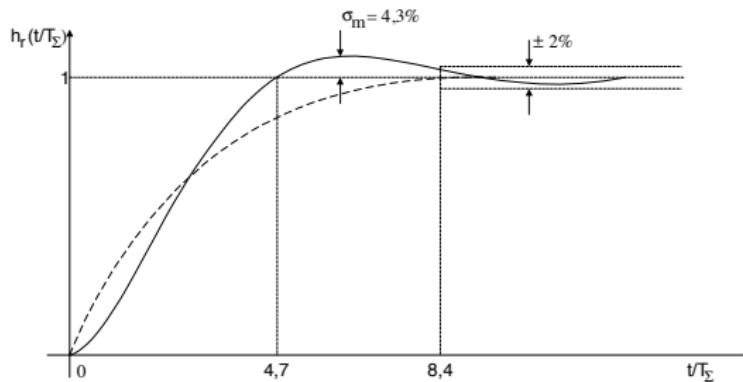
- Iz (10) za  $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$  dobije se prijenosna funkcija zatvorenog kruga u kojem su parametri PI regulatora određeni prema tehničkom optimumu:

$$G_r(s) = \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s + 2T_\Sigma^2 s^2}. \quad (15)$$

# Tehnički optimum (7)

- Analitički izraz za prijelaznu funkciju zatvorenog sustava s obzirom na referentnu veličinu glasi (Slika 9):

$$h_r(t/T_\Sigma) = 1 - e^{-\frac{t}{2T_\Sigma}} \left( \cos \frac{t}{2T_\Sigma} + \sin \frac{t}{2T_\Sigma} \right). \quad (16)$$



Slika 9: Prijelazna funkcija zatvorenog sustava upravljanja podešenog prema tehničkom optimumu

## Tehnički optimum (8)

- Kao što je vidljivo iz (16) i Slike 9, odziv sustava isključivo ovisi o zbroju  $T_{\Sigma}$  nedominantnih (nekompenziranih) vremenskih konstanti.
- Iz prijelazne funkcije (Slika 9) može se očitati:
  - ulazno vrijeme (vrijeme porasta (0 - 100%))

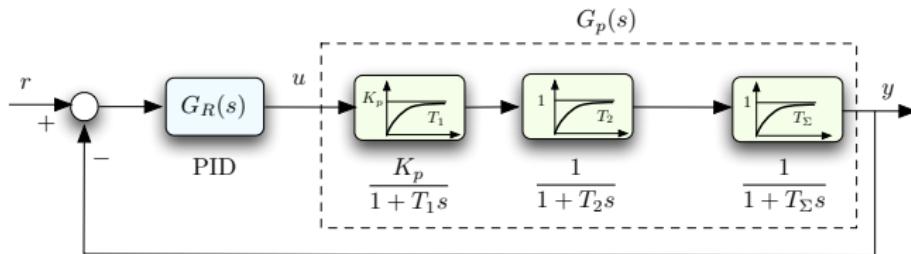
$$t_u \approx 4.7T_{\Sigma}, \quad (17)$$

- vrijeme ustaljivanja ( $\varepsilon = \pm 2\%$ )

$$t_{2\%} = 8.4T_{\Sigma}. \quad (18)$$

# Primjer 1: Proces s dvije dominantne vremenske konstante (1)

- Proces u regulacijskom krugu na Slici 10 upravlja se PID regulatorom.

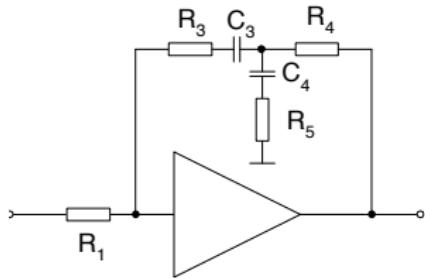


Slika 10: Regulacijski krug u Primjeru 1

- Pri tome su  $T_1$  i  $T_2$  dominantne vremenske konstante, a  $T_\Sigma$  je zbroj nedominantnih vremenskih konstanata regulacijskog kruga
- Potrebno je odrediti prijenosnu funkciju zatvorenog sustava  $G_r(s)$  uz kompenzaciju dominantnih vremenskih konstanata procesa integracijskom i derivacijskom vremenskom konstantom regulatora.

# Primjer 1: Proces s dvije dominantne vremenske konstante (2)

---



Slika 11: Načelna shema realnog PID regulatora s operacijskim pojačalom

- Prijenosna funkcija PID regulatora sa Slike 11 glasi:

$$G_R = K_R \frac{1 + T_I s}{T_{I s}} \frac{1 + T_D s}{1 + T_\nu s}, \quad (19)$$

gdje je  $K_R = R_3/R_1$ ,  $T_I = R_3 C_3$ ,  
 $T_D = R_4 C_4$ ,  $T_\nu = R_5 C_4$ .

# Primjer 1: Proces s dvije dominantne vremenske konstante (3)

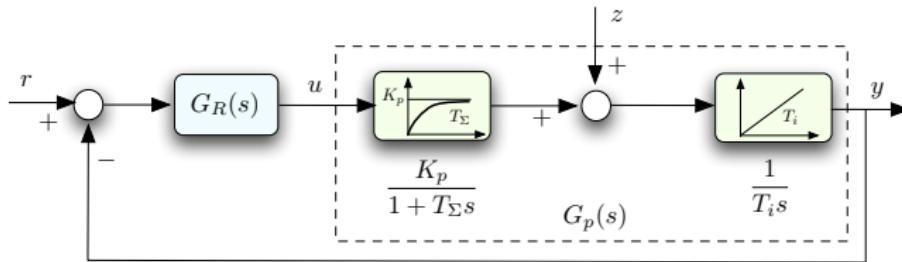
- $T_\nu \ll T_D$  postiže se izborom  $R_5 \ll R_4$ .
- Izborom primjerice:  $T_I = T_1$ ,  $T_D = T_2$ , te  $K_R$  prema (13) dobije se:

$$G_r(s) = \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s + 2T_\Sigma^2 s^2}. \quad (20)$$

- Ovdje je u  $T_\Sigma$  uračunata i mala parazitna vremenska konstanta  $T_\nu$ .
- Prijenosna funkcija (20) identična je prijenosnoj funkciji (15).
- Prema tome, prikladnim izborom strukture regulatora i prikladnim parametrimanjem regulatora može se dobiti za različite strukture procesa jednako vladanje zatvorenog sustava.

# Simetrični optimum (1)

- Prepostavka za primjenu simetričnog optimuma (engl. symmetrical optimum) (Kessler 1958.) jest da je proces s astatizmom 1. reda (Slika 12)



Slika 12: Regulacijski krug prikladan za sintezu prema simetričnom optimumu

- $T_\Sigma$  je zbroj nedominantnih vremenskih konstanata procesa.
- Uz odabrani (preporučeni) regulator PI djelovanja  $G_R(s) = K_R \frac{1+T_{Is}}{T_{Is}}$  dobije se prijenosna funkcija otvorenog kruga:

$$G_o(s) = K_R \frac{1+T_{Is}}{T_{Is}} \frac{K_p}{1+T_\Sigma s} \frac{1}{T_i s} = K_o \frac{1}{T_i T_s s^2} \cdot \underbrace{\frac{1+T_i s}{1+T_\Sigma s}}_{\text{fazno prethođenje}} \quad (21)$$

## Simetrični optimum (2)

---

- Da bi sustav upravljanja, čija je prijenosna funkcija otvorenog kruga (21), bio stabilan, mora vrijediti:

$$T_I > T_\Sigma. \quad (22)$$

- Izraz za fazno-frekvencijsku karakteristiku za (21) glasi:

$$\varphi_o(\omega) = -180^\circ + \operatorname{arctg} \omega T_I - \operatorname{arctg} \omega T_\Sigma. \quad (23)$$

- Maksimalna vrijednost fazno-frekvencijske karakteristike (23) dobije se kako slijedi:

$$\frac{d\varphi_o(\omega)}{d\omega} = \frac{T_I}{1 + (\omega T_I)^2} - \frac{T_\Sigma}{1 + (\omega T_\Sigma)^2} = 0 \rightarrow \omega_m = \frac{1}{\sqrt{T_I T_\Sigma}}, \quad (24)$$

odnosno

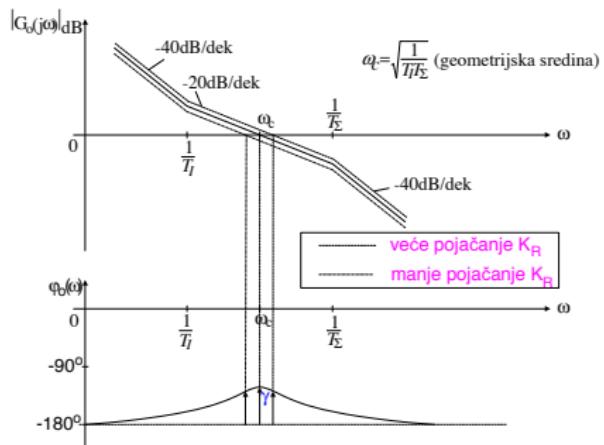
$$\varphi_o(\omega_m) = -180^\circ + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{T_I}{T_\Sigma}} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{T_\Sigma}{T_I}}. \quad (25)$$

## Simetrični optimum (3)

- Ako se odabere da je presječna frekvencija

$$\omega_c = \omega_m \quad (26)$$

dobiju se simetrična amplitudno-frekvencijska i simetrična fazno-frekvencijska karakteristika kao na Slici 13.



Slika 13: Frekvenčne karakteristike sustava – simetrični optimum

- Iz fazno-frekvencijske karakteristike je vidljivo da se dobije maksimalno fazno osiguranje pri  $\omega_c = \omega_m$
- Da bi se postigla simetričnost frekvenčnih karakteristika, tj. maksimalno fazno osiguranje, potrebno je da parametri regulatora  $K_R$  i  $T_I$  imaju točno određene vrijednosti.

## Simetrični optimum (4)

---

- Neka je integracijska vremenska konstanta regulatora:

$$T_I = a^2 T_\Sigma, \quad (27)$$

pri čemu je  $a$  konstanta koju treba odrediti ( $a > 1$  prema (22) jer  $T_I > T_\Sigma$ ).

- Iz (23), (24) i (26), uz (27) slijedi izraz za fazno osiguranje:

$$\gamma = \varphi_o(\omega_c) + 180^\circ = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{T_I}{T_\Sigma}} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{T_\Sigma}{T_I}}, \quad (28)$$

odnosno

$$\gamma = \operatorname{arctg} a - \operatorname{arctg} \frac{1}{a} = \operatorname{arctg} \frac{1}{2} \left( a - \frac{1}{a} \right). \quad (29)$$

- Iz (29) dobije se:

$$a = \operatorname{tg} \gamma + \frac{1}{\cos \gamma} = \frac{1 + \sin \gamma}{\cos \gamma}. \quad (30)$$

## Simetrični optimum (5)

---

- Iz (27) i (30) slijedi:

$$T_I = \left( \frac{1 + \sin \gamma}{\cos \gamma} \right)^2 T_{\Sigma}. \quad (31)$$

- Za određivanje pojačanja  $K_R$  polazi se od izraza:

$$|G_o(j\omega_c)| = 1, \quad (32)$$

pa se iz izraza (21) dobije:

$$|G_o(j\omega_c)| = \frac{K_o}{T_I T_i \omega_c^2} \frac{\sqrt{1 + (\omega_c T_I)^2}}{\sqrt{1 + (\omega_c T_{\Sigma})^2}} = 1. \quad (33)$$

- Iz (33), uz (26) i (27) slijedi:

$$K_R = \frac{1}{a} \frac{1}{K_p} \frac{T_i}{T_{\Sigma}}. \quad (34)$$

## Simetrični optimum (6)

---

- Lako se može pokazati da  $\forall k \in \mathbb{R}$  vrijedi svojstvo simetričnosti:

$$|G_o(jk\omega_c)| = \frac{1}{|G_o(j\frac{\omega_c}{k})|}, \quad (35)$$

$$\varphi_o(k\omega_c) = \varphi_o(\frac{\omega_c}{k}). \quad (36)$$

- Uvrštenjem izraz za  $T_I$  i  $K_R$  u izraz (21) dobije prijenosna funkcija zatvorenog sustava s obzirom na referentnu veličinu:

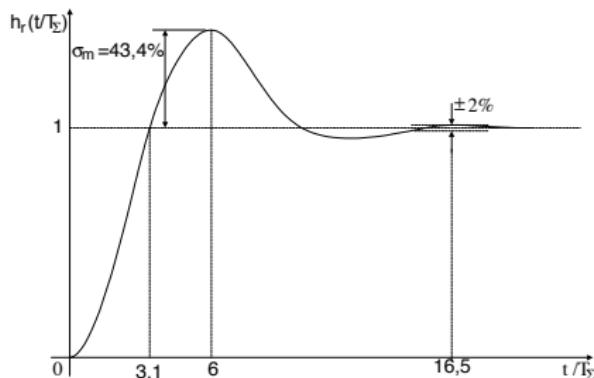
$$G_r(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{1 + a^2 T_{\Sigma} s}{1 + a^2 T_{\Sigma} s + a^3 T_{\Sigma}^2 s^2 + a^3 T_{\Sigma}^3 s^3}. \quad (37)$$

- Za  $a = 2$  fazno osiguranje iznosi  $\gamma = 37^\circ$ .

## Simetrični optimum (7)

- Iz izraza (37), uz  $a = 2$  dobije se prijelazna funkcija

$$h_r(t/T_\Sigma) = 1 + e^{-\frac{t}{2T_\Sigma}} - 2e^{-\frac{t}{4T_\Sigma}} \cos \frac{\sqrt{3}}{4T_\Sigma} t. \quad (38)$$



Slika 14: Prijelazna funkcija zatvorenog sustava upravljanja podešenog prema simetričnom optimumu

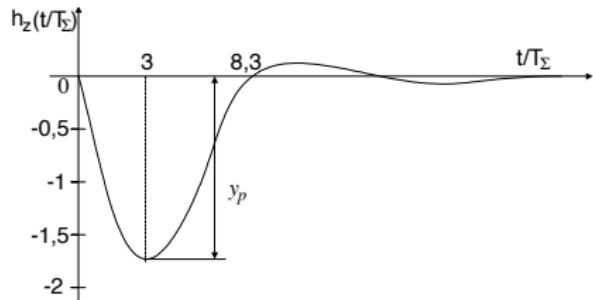
- Karakteristične veličine odziva sa Slike 14:
  - Ulagano vrijeme -  $t_u \approx 3.1T_\Sigma$
  - Vrijeme prvog maksimuma -  $t_m \approx 6T_\Sigma$
  - Vrijeme ustaljivanja -  $t_{2\%} \approx 16.5T_\Sigma$
  - Vrijeme porasta -  $t_r \approx 3.1T_\Sigma$

## Simetrični optimum (8)

- Prijenosna funkcija zatvorenog kruga s obzirom na smetnju  $z$ :

$$G_{zz}(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{aT_\Sigma}{T_i} \frac{a^2 T_\Sigma s (1 + T_\Sigma s)}{1 + a^2 T_\Sigma s + a^3 T_\Sigma^2 s^2 + a^3 T_\Sigma^3 s^3}. \quad (39)$$

- Za  $z = -S(t)$  i  $a = 2$  dobije se prijelazna funkcija (Slika 15)

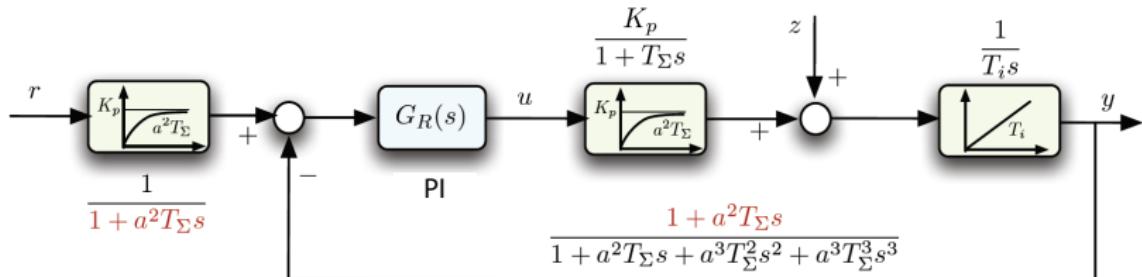


Slika 15: Prijelazna funkcija s obzirom naporemećaj

- Karakteristične veličine odziva sa Slike 15:
  - Maksimalni propad -  $y_p \approx 1.75 T_\Sigma / T_i$
  - Vrijeme maksimalnog propada -  $t_{mz} \approx 3 T_\Sigma$
  - Ulagano vrijeme -  $t_u \approx 8.3 T_\Sigma$

## Simetrični optimum (9)

- Na temelju prijelaznih funkcija  $h_r$  i  $h_z$  može se konstatirati
  - odziv sustava na vodeću veličinu je brz, ali s velikim regulacijskim nadvišenjem  $\sigma_m$
  - postiže se veoma brza kompenzacija utjecaja smetnje
- Kompenzacija regulacijskog nadvišenja efikasno se može postići ugradnjom prefiltrata u granu referentne veličine (Slika 16)



Slika 16: Regulacijski krug podešen prema simetričnom optimumu, uz dodan prefiltar

# Simetrični optimum (10)

---

- Prijenosna funkcija prefiltrata je:

$$G_v = \frac{1}{1 + a^2 T_\Sigma} \quad (40)$$

- Pri tome se kompenziraju nule prijenosne funkcije (37), dok se polovi ne mijenjaju.
- Nakon kompenzacije nula prijenosne funkcije zatvorenog sustava, s regulatorom podešenim prema simetričnom optimimumu dobije:

$$G_r(a) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{1}{1 + a^2 T_\Sigma s + a^3 T_\Sigma^2 s^2 + a^3 T_\Sigma^3 s^3}. \quad (41)$$

- Polovi prijenosne funkcije (41) su:

$$s_{p1} = -\frac{1}{aT_\Sigma}, \quad s_{p23} = -\frac{1}{aT_\Sigma} \left[ \frac{a-1}{2} \pm \sqrt{1 - \left( \frac{a-1}{2} \right)^2} \right]. \quad (42)$$

# Simetrični optimum (11)

---

- Za  $a = 3$  je (trostruki pol):

$$s_{p1} = s_{p2} = s_{p3} = -\frac{1}{3T_\Sigma}. \quad (43)$$

- Za  $1 < a < 3$  dobije se:

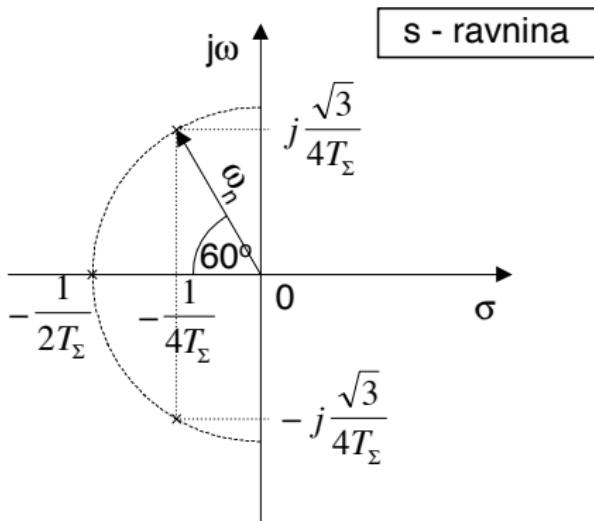
$$s_{p1} = -\frac{1}{aT_\Sigma}, \quad s_{p23} = -\frac{1}{aT_\Sigma} \left[ \frac{a-1}{2} \pm \sqrt{1 - \left( \frac{a-1}{2} \right)^2} \right] = -\frac{1}{aT_\Sigma} e^{\pm j\alpha}, \quad (44)$$

gdje je:

$$\alpha = \arccos \frac{a-1}{2} = \arccos \zeta. \quad (45)$$

## Simetrični optimum (12)

- Za  $a = 2$  dobije se razmještaj polova u kompleksnoj s-ravnini kao na Slici 17.



Slika 17: Raspored polova zatvorenog sustava uz  $a = 2$

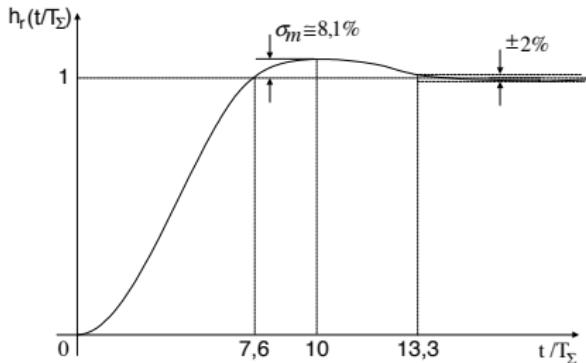
- Raspored polova isti je kao i za Butterworthov filter trećeg reda
- Uočimo da je (Slika (17)):

$$\omega_n = \frac{1}{2T_\Sigma} \quad (46)$$

# Simetrični optimum (13)

- Za prijenosnu funkciju (41) uz  $a = 2$  dobije se prijelazna funkcija  $h_r$  prikazana Slikom 18, a čiji je analitički oblik:

$$h_r(t/T_\Sigma) = 1 - e^{-\frac{t}{2T_\Sigma}} - \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-\frac{t}{4T_\Sigma}} \sin \frac{\sqrt{3}}{4T_\Sigma} t. \quad (47)$$

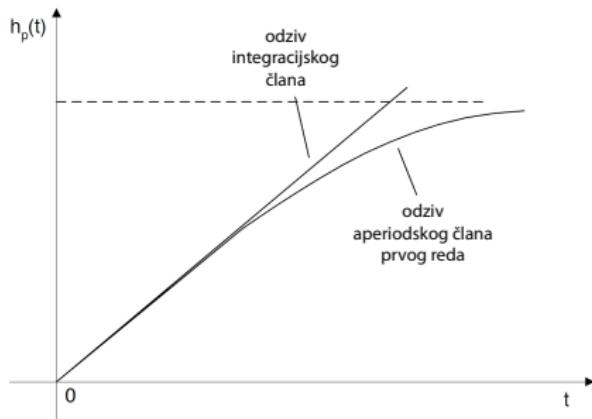


Slika 18: Prijelazna funkcija sustava upravljanja podešenog prema simetričnom optimumu s prefiltrom

- Karakteristične veličine odziva sa Slike 14:
  - Ulazno vrijeme -  $t_u \approx 7.6T_\Sigma$
  - Vrijeme prvog maksimuma -  $t_m \approx 10T_\Sigma$
  - Vrijeme ustaljivanja -  $t_{2\%} \approx 13.3T_\Sigma$
- Kakvo je vladanje sustava prema poremećaju? Zašto?

## Simetrični optimum (14)

- Ako je u procesu sa statičkim svojstvima dominantna vremenska konstanta izrazito velikog iznosa, tada se može primijeniti aproksimacija (Slika 19):



Slika 19: Aproksimacija PT1-člana s I-članom

$$\frac{1}{1 + T_1 s} \approx \frac{1}{T_1 s} \quad (48)$$

- U takvim se slučajevima može također primijeniti simetrični optimum (u modificiranom obliku)

## Zaključak

---

- Koncept kaskadnog višepetljastog upravljanja hijerarhijski je koncept svojstven uređenim i organiziranim sustavima
- Koncept kaskadnog višepetljastog upravljanja afirmirao se u automatizaciji raznih proizvodnih i radnih procesa jer osigurava učinkovitu kompenzaciju poremećajnih veličina procesa kao i dobro slijedenje referentne veličine (uz određene dodatne funkcije)
- U kaskadnim sustavima upravljanja afirmirali su se praktični postupci sinteze regulatora – tehnički optimum i simetrični optimum
- Tehnički se optimum primjenjuje za upravljanje procesima sa statičkim svojstvima
- Simetrični se optimum primjenjuje za upravljanje procesima s astatickim svojstvima

# Primjena kaskadne regulacije u upravljanju pogonima



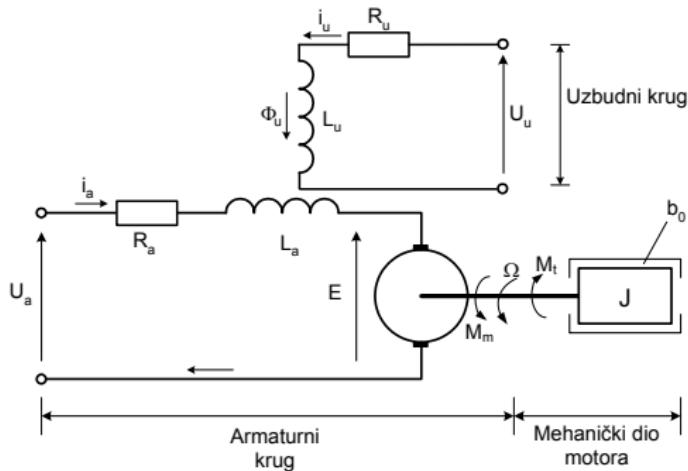
Nedjeljko Perić  
Jadranko Matuško  
Mario Vašak

Fakultet elektrotehnike i računarstva

01. prosinca 2011

# Nadomjesna shema DC motora s nezavisnom uzbudom

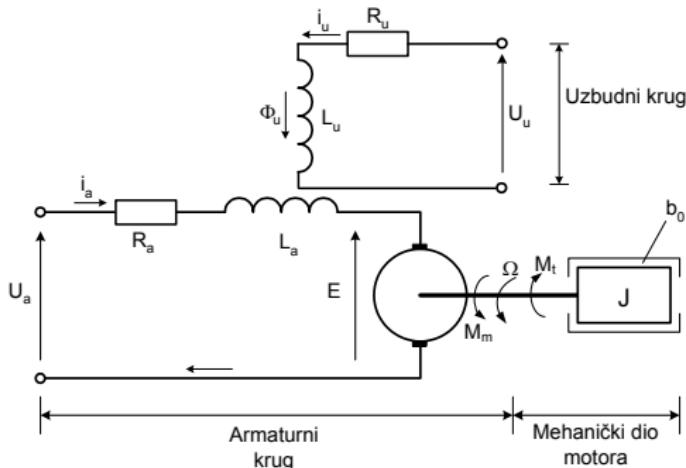
## VARIJABLE MOTORA



Slika 1: Nadomjesna shema istosmjernog motora s nezavisnom pobudom

- $U_u, U_a$  - napon uzbudnog i armaturnog kruga,
- $i_u, i_a$  - struja uzbudnog i armaturnog kruga,
- $\Phi_u$  - magnetski tok uzbudnog kruga,
- $E$  - protuelektromotorna sila,
- $M_m$  - razvijeni moment motora,
- $\Omega$  - brzina vrtnje,
- $M_f$  - moment trenja,
- $M_t$  - moment tereta.

# Nadomjesna shema DC motora s nezavisnom uzbudom



Slika 2: Nadomjesna shema istosmjernog motora s nezavisnom pobudom

## PARAMETRI MOTORA

- $R_a, L_a$  - otpor i induktivitet namota armaturnog kruga,
- $R_u, L_u$  - otpor i induktivitet namota uzbudnog kruga
- $J$  - moment inercije rotirajućih masa,
- $N_u$  - broj zavoja uzbudnog namota,
- $b_0$  - koeficijent trenja u ležaju

# Nadomjesna shema DC motora s nezavisnom uzbudom

## UZBUDNI KRUG

$$U_u = R_u i_u + N_u \frac{d\Phi_u}{dt} \quad (1)$$

- Za linearni odnos između  $\Phi_u$  i  $i_u$ :

$$U_u = R_u i_u + L_u \frac{di_u}{dt} \quad (2)$$

- Općenito je ovisnost uzbudne struje o uzbudnom toku nelinearna:

$$i_u = f_2(\Phi_u). \quad (3)$$

## ARMATURNI KRUG

$$U_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + E \quad (4)$$

$$E = K_e \Phi_u \Omega \quad (5)$$

- Razvijeni moment

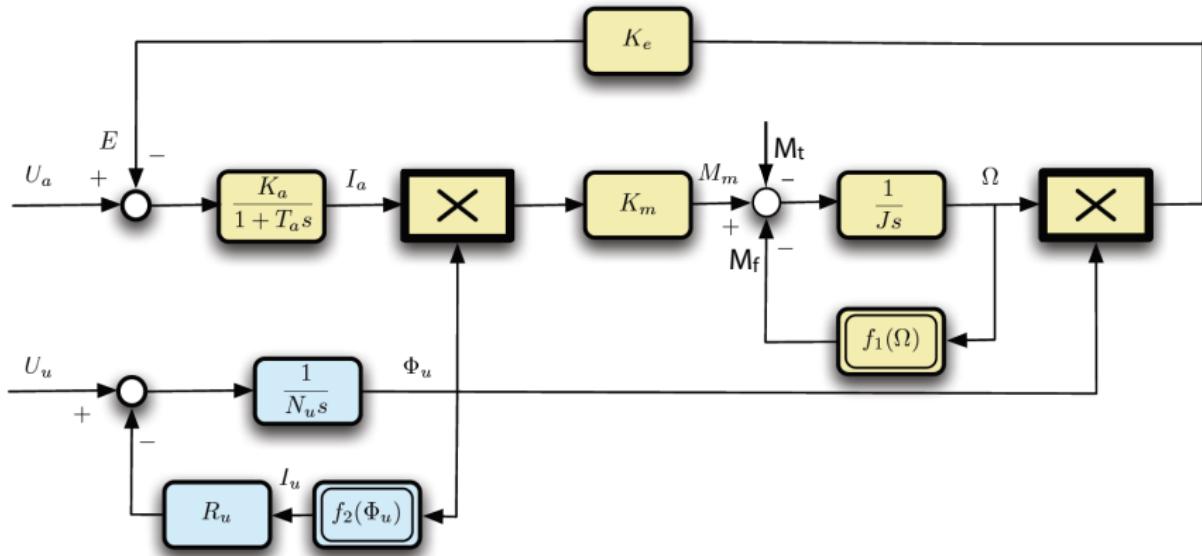
$$M_m = K_m \Phi_u i_a \quad (6)$$

- Jednadžba ravoteže

$$M_m = M_t + M_f + J \frac{d\Omega}{dt} \quad (7)$$

$J \frac{d\Omega}{dt}$  - dinamički moment.

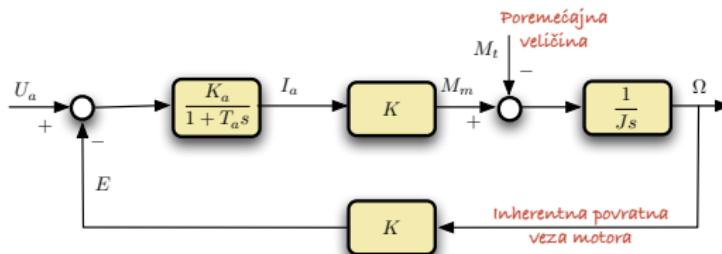
# Nelinearni model istosmernog motora



Slika 3: Nelinearni model istosmernog motora

# Linearizirani model istosmernog motora

- Linearizirani model dobiven je uz pretpostavku konstantne uzbude, tj.  $\Phi_u = \text{const.}$



Slika 4: Blokovska shema lineariziranog modela istosmernog motora s nezavisnom i konstantnom uzbudom

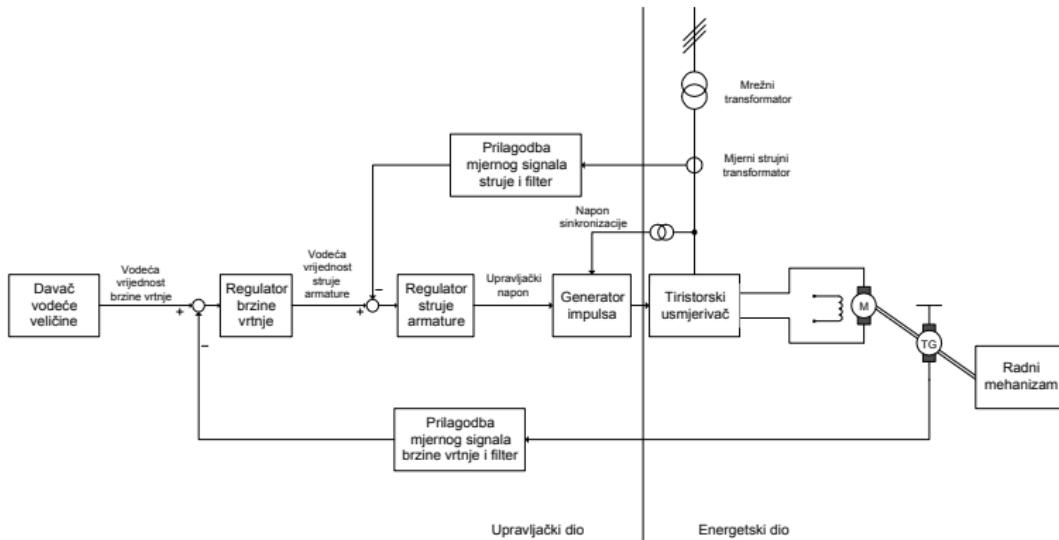
- Prijenosne funkcije brzine vrtnje motora s obzirom na napon armature i moment tereta glase:

$$\frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1}{K} \frac{1}{1 + T_m s + T_a T_m s^2}, \quad (8)$$

$$\frac{\Omega(s)}{M_t(s)} = \frac{1 + T_a s}{K_a K^2} \frac{1}{1 + T_m s + T_a T_m s^2} \quad (9)$$

# Načelna shema upravljanja istosmernim EMP-om

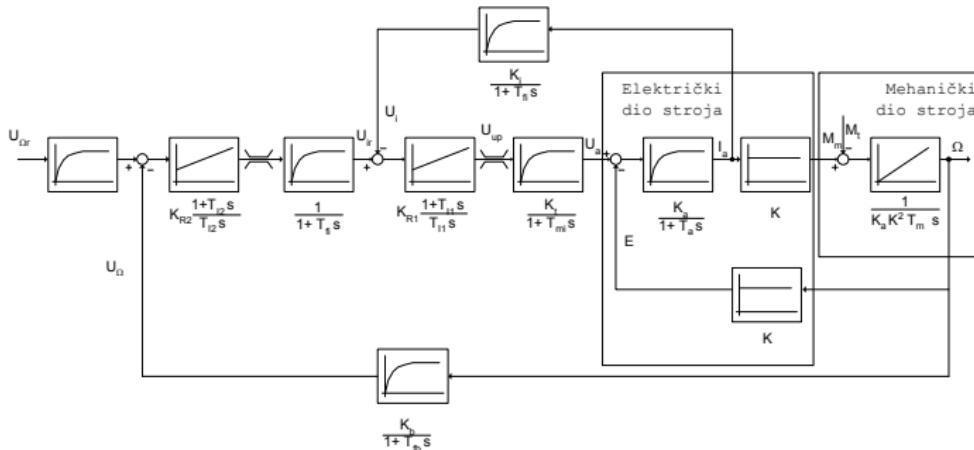
- Principna shema kaskadne regulacije istosmernog elektromotornog pogona prikazana je na slici 5.



Slika 5: Načelna shema upravljanja brzinom istosmjerenog motora

# Shema upravljanja istosmjernim EMP-om

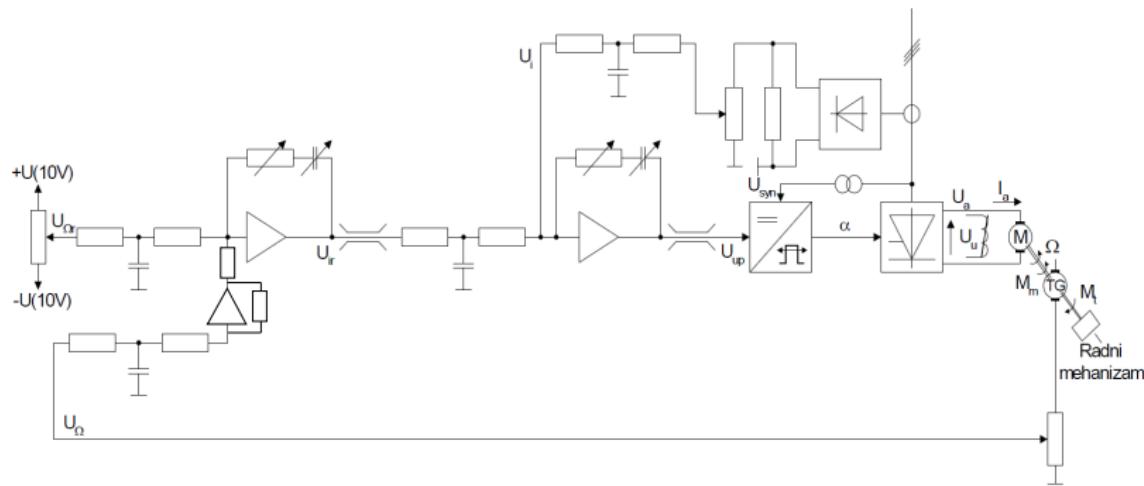
- Unutarnju (podređenu) petlju predstavlja petlja struje armature, a vanjsku (nadređenu) petlju predstavlja petlja brzine vrtnje.
- Strukturalna shema sustava regulacije istosmjernog motora s nezavisnom i konstantnom uzbudom prikazana je na slici 6



Slika 6: Blokovska shema upravljanja brzinom istosmjenog motora

# Izvedba sustava kaskadne regulacije

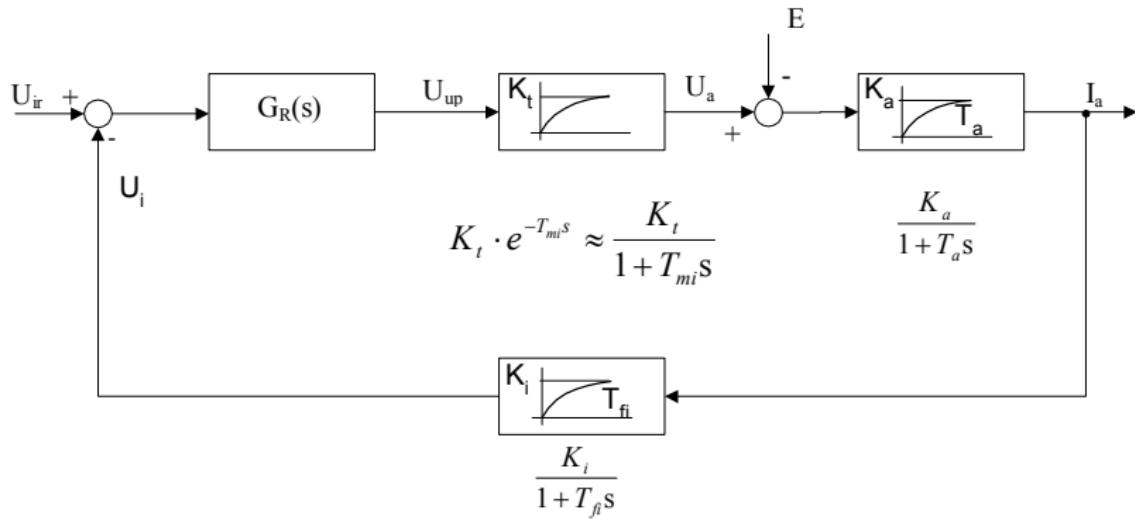
- Pojednostavljena izvedba sustava regulacije prikazana je na slici 7.



Slika 7: Izvedba kaskadne regulacije DC pogona

# Sinteza regulatora struje armature

- Iz strukturne sheme sustava upravljanja (Sl. 6) dobije se zatvoreni regulacijski krug struje armature prikazan na slici 8.



*Slika 8: Zatvoreni regulacijski krug po struji armature*

## Sinteza regulatora struje armature (2)

---

- U regulacijskom krugu (slika 8) inducirana protueletromotorna sila  $E$  manifestira se kao smetnja sustava. Pri promjenljivoj brzini vrtnje ova je smetnja, također, promjenljiva.
- Primjerice, pri zaletu (kočenju) motora konstantnim momentom (strujom) linearno raste (opada) brzina vrtnje (protueletromotorna) sila.
- Za dovoljno veliki odnos  $T_m/T_a$  može se pri sintezi regulatora struje armature zanemariti  $E$  ( $E = 0$ , tj. motor zakočen).
- Prema blokovskoj shemi istosmjernog motora slijedi:

$$\frac{I_a(s)}{U_a(s)} = \frac{K_a T_m s}{1 + T_m s + T_a T_m s^2}, \quad (10)$$

odakle se uz uvjet  $T_m >> T_a$  dobije:

$$\frac{I_a(s)}{U_a(s)} = \frac{T_m s}{T_m s} \frac{K_a T_a s}{\frac{T_a}{T_m s} + T_a + T_a^2 s} = \frac{K_a}{1 + T_a s}. \quad (11)$$

## Sinteza regulatora struje armature (3)

---

- Prema slici 8 proces kojim se upravlja ima prijenosnu funkciju:

$$G_{s1}(s) = \frac{K_t}{1 + T_{mi}s} \frac{K_i}{1 + T_{fi}s} \frac{K_a}{1 + T_a s}, \quad T_{mi}, T_{fi} \ll T_a, \quad (12)$$

gdje je:

- $T_{mi}$  - nadomjesno mrtvo vrijeme tiristorskog usmjerivača:

$$T_{mi} = \frac{1}{2} \frac{1}{mf}, \quad (13)$$

pri čemu je  $m$  pulsni broj usmjerivača a  $f$  frekvencija naponske mreže.

- $T_{fi}$  - vremenska konstanta povratne veze struje.
- $K_t$  - pojačanje tiristorskog usmjerivača i generatora impulsa.
- $K_i$  - pojačanje povratne veze struje armature.

## Sinteza regulatora struje armature (3)

- S obzirom da je u (12) vremenska konstanta  $T_a$  jedina dominantna vremenska konstanta, može se dobiti strukturnim pojednostavljenjem:

$$G_{s1}(s) = \frac{K_{s1}}{(1 + T_a s)(1 + T_\Sigma s)} \quad (14)$$

gdje je  $K_{s1} = K_t K_i K_a$  i  $T_\Sigma = T_{mi} + T_{fi}$ .

- Struktura procesa dana izrazom (14) prikladna je za primjenu **tehničkog optimuma**.
- Mogu se primijeniti i drugi postupci sinteze (npr. Bodeov dijagram, Ziegler- Nicholsov postupak).

## Sinteza regulatora struje armature (5)

- Za regulator struje armature:

$$G_{R1}(s) = K_{R1} \frac{1 + T_{I1}}{T_{I1}s}, \quad (15)$$

odabere se prema relacijama za tehnički optimum:

$$T_{I1} = T_a, \quad (16)$$

$$K_{R1} = \frac{1}{2} \frac{1}{K_{s1}} \frac{T_a}{T_\Sigma}. \quad (17)$$

## Sinteza regulatora struje armature (6)

---

- Prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga struje armature, uz parametre PI regulatora određene prema izrazima (16) i (17) glasi:

$$\frac{I_a(s)}{U_{ir}(s)} = \frac{1 + T_{fi}s}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_{\Sigma}s + 2T_{\Sigma}^2s^2}. \quad (18)$$

- Član  $(1 + T_{fi}s)$  u izrazu (18) kompenzira se s prefiltrom u grani referentne vrijednosti struje armature:

$$G_V(s) = \frac{1}{1 + T_{fi}s}, \quad (19)$$

pa se dobije:

$$\frac{I_a(s)}{U_{ir}(s)} = \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_{\Sigma}s + 2T_{\Sigma}^2s^2}. \quad (20)$$

## Sinteza regulatora struje armature (7)

---

- S obzirom da je regulacijski krug struje armature podređen regulacijskom krugu brzine vrtnje vrlo je praktično, sa stajališta sinteze regulatora brzine vrtnje, strukturno pojednostaviti prijenosnu funkciju (20), tj. nadomjestiti je prijenosnom funkcijom:

$$\frac{I_a(s)}{U_{ir}(s)} \approx \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + T_s s}, \quad (21)$$

gdje je  $T_s$  - nadomjesna vremenska konstanta.

- Prikidan način određivanja  $T_s$  zasniva se na jednakosti integrala regulacijskih pogrešaka nereduciranog i reduciranih (nadomjesnog) modela:

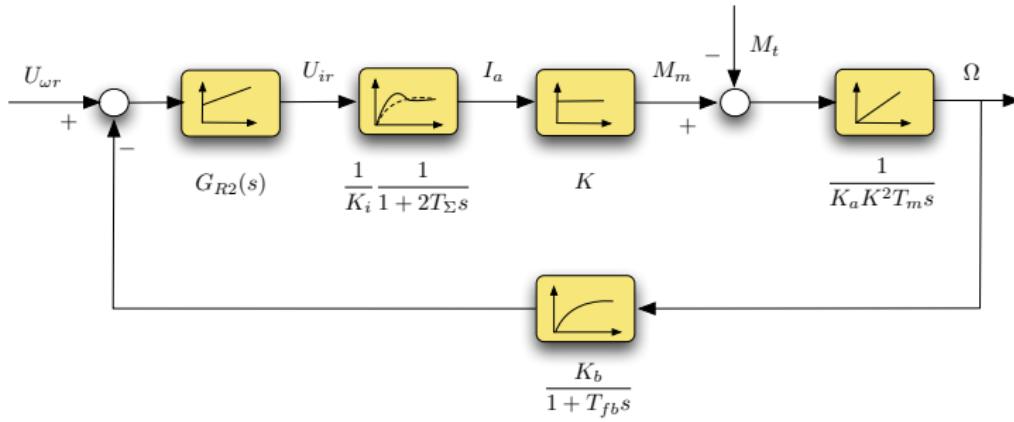
$$\int_0^{\infty} \left[ 1 - \left( 1 - e^{-t/T_s} \right) \right] dt = \int_0^{\infty} \left\{ 1 - \left[ 1 - e^{t/2T_{\Sigma}} \left( \cos \frac{t}{2T_{\Sigma}} + \sin \frac{t}{2T_{\Sigma}} \right) \right] \right\} dt. \quad (22)$$

Iz prethodnog izraza slijedi:

$$T_s = 2T_{\Sigma}. \quad (23)$$

# Sinteza regulatora brzine vrtnje

- Sinteza regulatora brzine vrtnje obavlja se uz pretpostavku strukturnog pojednostavljenja zatvorenog regulacijskog kruga struje armature, prema (21).
- U tom slučaju strukturalna shema sa slike 6 poprima oblik (Sl. 9).



Slika 9: Zatvoreni regulacijski krug po brzini vrtnje

## Sinteza regulatora brzine vrtnje (2)

---

- Proces kojim upravlja regulator brzine vrtnje ima prijenosnu funkciju:

$$G_{s2} = \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s} K \frac{K_b}{1 + T_{fb}s} \frac{1}{K_a K^2 T_m s}, \quad (24)$$

gdje je:

- $K_b$  - pojačanje povratne veze brzine vrtnje,
  - $T_{fb}$  - vremenska konstanta filtra povratne veze,
  - $T_m$  - elektromehanička vremenska konstanta.
- Pritom su  $2T_\Sigma$  i  $T_{fb}$  nedominantne vremenske konstante.
  - Iz izraza (24) slijedi:

$$G_{s2} = \frac{K_{s2}}{1 + T_\Sigma^* s} \frac{1}{T_m s}, \quad (25)$$

gdje je:  $T_\Sigma^* = 2T_\Sigma + T_{fb}$  i  $K_{s2} = K_b / (K_i K_a K)$ .

## Sinteza regulatora brzine vrtnje (3)

- Struktura procesa (26) prikladna je za primjenu **simetričnog optimuma**.

$$G_{s2} = \frac{K_{s2}}{1 + T_{\Sigma}^* s} \frac{1}{T_m s}, \quad (26)$$

- Za regulator brzine vrtnje:

$$G_{R2} = K_{R2} \frac{1 + T_{I2} s}{T_{I2} s}, \quad (27)$$

odabere se prema relacijama za **simetrični optimum**:

$$T_{R2} = 4T_{\Sigma}^*, \quad (28)$$

$$K_{R2} = \frac{1}{2} \frac{1}{K_{s2}} \frac{T_m}{T_{\Sigma}^*}. \quad (29)$$

## Sinteza regulatora brzine vrtnje (4)

---

- Prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga brzine vrtnje, uz parametre PI - regulatora prema (28) i (29) glasi:

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega r}(s)} = \frac{1 + T_{fb}s}{K_b} \frac{1 + 4T_{\Sigma}^*s}{1 + 4T_{\Sigma}^*s + 8T_{\Sigma}^{*2}s^2 + 4T_{\Sigma}^{*3}s^3}. \quad (30)$$

- Član  $(1 + T_{fb}s)(1 + 4T_{\Sigma}^*s)$  u (30) kompenzira se prefiltrom u grani referentne vrijednosti brzine vrtnje:

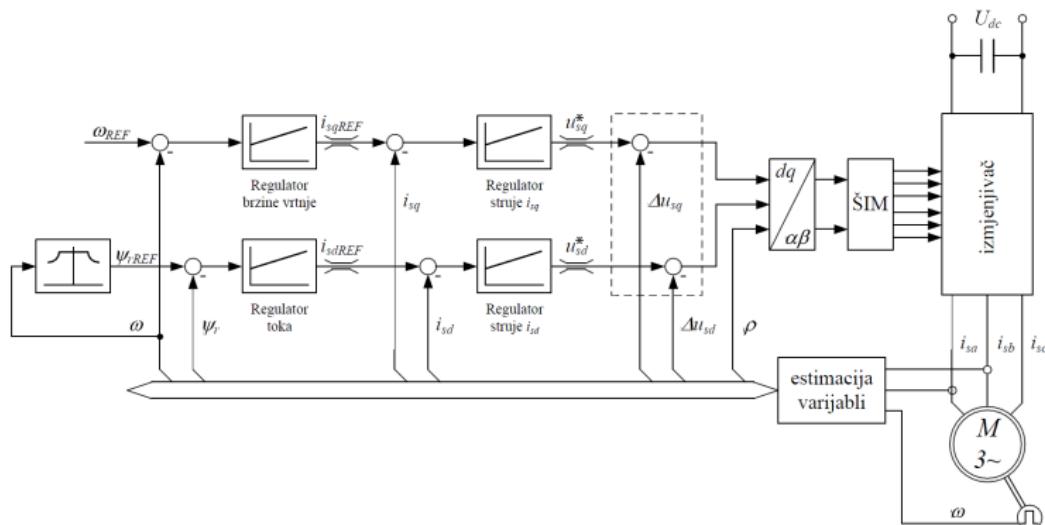
$$G_V(s) = \frac{1}{(1 + T_{fb}s)(1 + 4T_{\Sigma}^*s)}, \quad (31)$$

pa se dobije:

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega r}(s)} = \frac{1}{K_b} \frac{1}{1 + 4T_{\Sigma}^*s + 8T_{\Sigma}^{*2}s^2 + 4T_{\Sigma}^{*3}s^3}. \quad (32)$$

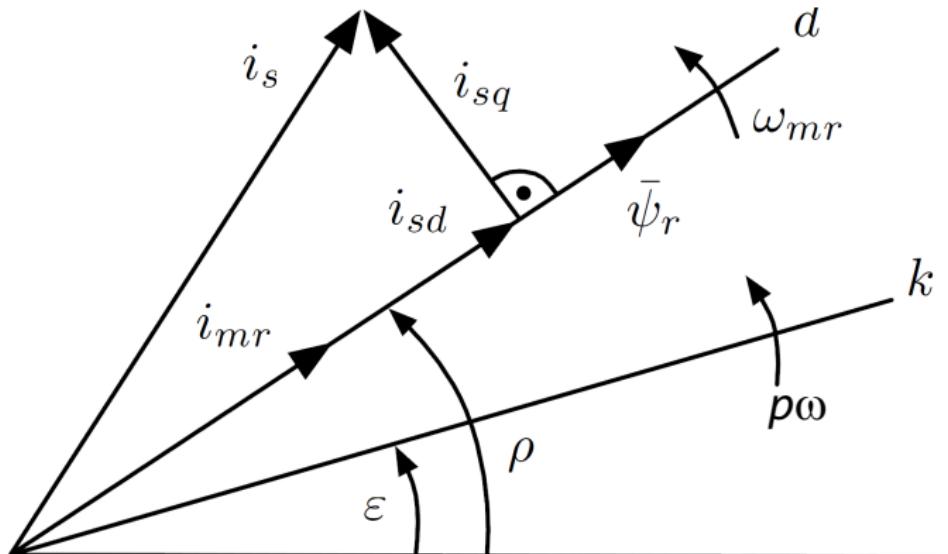
# Vektorsko upravljanje AS-em na temelju orijentacije rotorskog toka

- engl. Rotor Field-Oriented Control (RFOC)



Slika 10: Blokovska shema vektorskog upravljanja orijentacijom rotorskog toka

# Vektorski dijagram AS-a u d-q koordinatama



Slika 11: Vektorski dijagram AS u d-q koordinatama

# Dinamički model AS-a

---

- Vladanje AS-a u d-q koordinatnom sustavu vezanom za rotorski tok opisan je skupom sljedećih jednadžbi:

$$u_{sd} = \left( R_s + \frac{L_m^2}{L_r^2} R_r \right) i_{sd} + \sigma L_s \frac{di_{sd}}{dt} - \frac{1}{T_r} \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} - \omega_{mr} \sigma L_s i_{sq} \quad (33)$$

$$u_{sq} = \left( R_s + \frac{L_m^2}{L_r^2} R_r \right) i_{sq} + \sigma L_s \frac{di_{sq}}{dt} + p\omega \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} + \omega_{mr} \sigma L_s i_{sd} \quad (34)$$

- Razvijeni moment motora opisan je izrazom:

$$M = \frac{3}{2} p \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} i_{sq} = k_m i_{mr} i_{sq}, \quad (35)$$

pri čemu je  $i_{mr}$  struja magnetiziranja povezana sa strujom  $i_{sd}$  sljedećom diferencijalnom jednadžbom:

$$i_{mr} + \underbrace{\frac{L_r}{R_r}}_{T_r} \frac{di_{mr}}{dt} = i_{sd} \quad (36)$$

# Dinamički model AS-a (2)

## MODEL AS-A

$$u_{sd} = R_s^* i_{sd} + L_s^* \frac{di_{sd}}{dt} - \Delta u_{sd}, \quad u_{sd}^* = u_{sd} + \Delta u_{sd} \quad (37)$$

$$u_{sq} = R_s^* i_{sq} + L_s^* \frac{di_{sq}}{dt} - \Delta u_{sq}, \quad u_{sq}^* = u_{sq} + \Delta u_{sq} \quad (38)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = k_m i_{mr} i_{sq} - M_t, \quad (39)$$

uz:

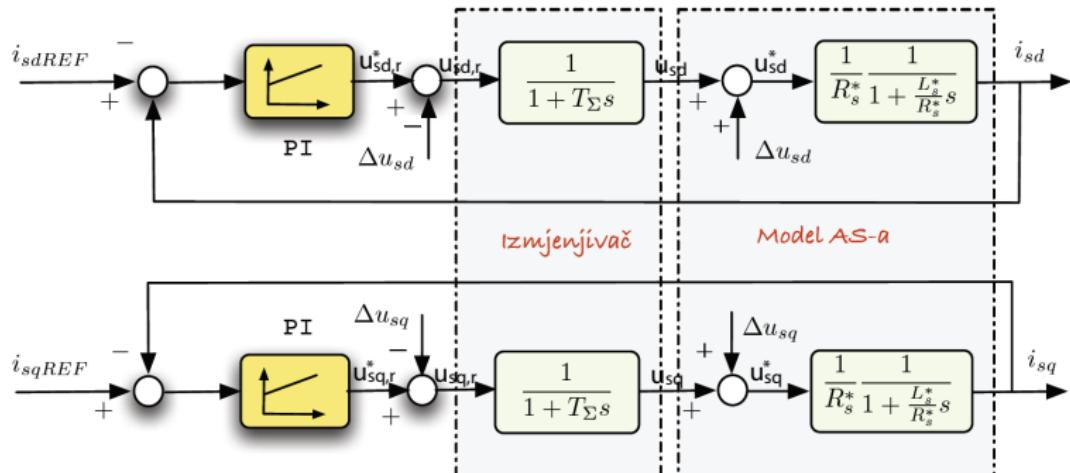
$$\Delta u_{sd} = \frac{1}{T_r} \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} + \omega_{mr} \sigma L_s i_{sq} \quad (40)$$

$$\Delta u_{sq} = -p \omega \frac{L_m^2}{L_r} i_{mr} - \omega_{mr} \sigma L_s i_{sd}. \quad (41)$$

$$i_{mr} + T_r \frac{di_{mr}}{dt} = i_{sd} \quad (42)$$

# Upravljanje strujom AS-a

- Prilikom projektiranja regulatora za struje  $i_{sd}$  i  $i_{sq}$  pretpostavlja se potpuna raspregnutost petlji upravljanja po  $i_{sq}$  i  $i_{sd}$ , što se postiže dodavanjem predupravljačkih signala  $u_{sd}$  i  $u_{sq}$ .



Slika 12: Blokovska shema upravljanja strujom AS-a u d-q koordinatnom sustavu

# Parametriranje PI regulatora za podređene petlje

- Regulatori za podređene petlje po strujama  $i_{sd}$  i  $i_{sq}$  projektirat će se prema **tehničkom optimumu**.
- Regulator za petlje po stujama  $i_{sd}$  i  $i_{sq}$  je PI tipa:

$$G_{R1}(s) = K_{R1} \frac{1 + sT_{I1}}{sT_{I1}}. \quad (43)$$

- Prijenosna funkcija otvorenog kruga glasi:

$$G_{o1}(s) = K_{R1} \frac{1 + sT_{I1}}{sT_{I1}} \cdot \frac{1}{1 + sT_{\Sigma}} \frac{1}{R_s^*} \frac{1}{1 + s\frac{L_s^*}{R_s^*}}. \quad (44)$$

- Budući da je vremenska konstanta  $\frac{L_s^*}{R_s^*}$  dominantna u odnosu na  $T_{\Sigma}$ , tj. vrijedi  $\frac{L_s^*}{R_s^*} \gg T_{\Sigma}$  integralna se vremenska konstanta PI regulatora odabire kao:

$$T_{I1} = \frac{L_s^*}{R_s^*}. \quad (45)$$

# Parametriranje PI regulatora za podređene petlje (2)

- Nakon kraćenja dominantne vremenske konstante prijenosna funkcija otvorene petlje glasi:

$$G_{o1}(s) = K_{R1} \frac{1}{sT_{I1}} \cdot \frac{1}{1 + sT_{\Sigma}} \frac{1}{R_s^*}. \quad (46)$$

- Pojačanje regulatora  $K_{R1}$  određuje se tako da relativni koeficijent prigušenja zatvorenog regulacijskog kruga iznosi  $\sqrt{2}/2$ :

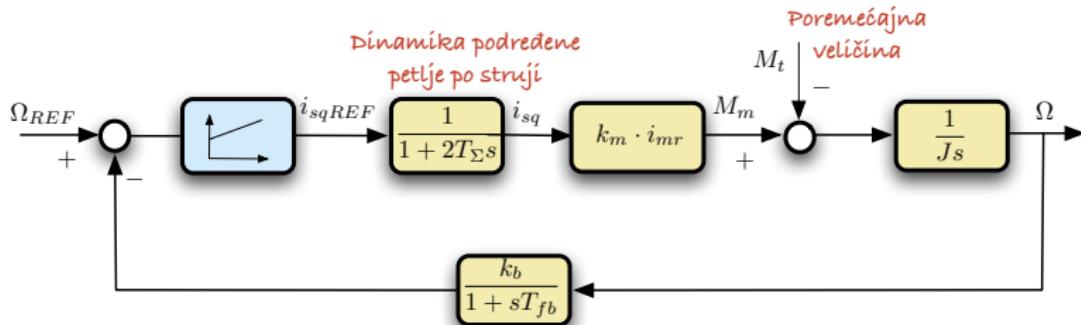
$$K_{R1} = \frac{R_s^*}{2} \frac{T_{I1}}{T_{\Sigma}}. \quad (47)$$

- U tom slučaju dinamika podređene petlje po struji  $i_{sd}$ , odnosno  $i_{sq}$  glasi:

$$\frac{i_{sd}(s)}{i_{sdREF}(s)} = \frac{i_{sq}(s)}{i_{sqREF}(s)} = \frac{1}{1 + 2T_{\Sigma}s + 2T_{\Sigma}^2s^2} \approx \frac{1}{1 + 2T_{\Sigma}s} \quad (48)$$

# Upravljanje brzinom AS-a

- Blokvska shema upravljanja brzinom asinkronog stroja prikazana je na slici 13



Slika 13: Blokovska shema upravljanja brzinom asinkronog stroja u d-q koordinatnom sustavu

## Upravljanje brzinom AS-a (2)

---

- Proces kojim se upravlja ima oblik:

$$G_{s2}(s) = \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s} \frac{k_m i_{mr}}{Js} \frac{K_b}{1 + T_{fb}s} \approx \frac{K_{s2}}{T_m s (1 + T_\Sigma^* s)}, \quad (49)$$

pri čemu je  $T_\Sigma^* = 2T_\Sigma + T_{fb}$ .

- Proces opisan prijenosnom funkcijom  $G_{s2}(s)$  pogodan je za projektiranje regulatora prema **simetričnom optimumu**.
- Regulator brzine AS-a prepostavlja se u PI obliku:

$$G_{R2}(s) = K_{R2} \frac{1 + sT_{I2}s}{sT_{I2}}. \quad (50)$$

## Parametri regulatora brzine

- Vremenska konstanta i pojačanje PI regulatora određuju se prema izrazima za simetrični optimum (uz  $a = 2$ ):

$$T_{I2} = 4T_{\Sigma}^*, \quad (51)$$

$$K_{R2} = \frac{1}{2} \frac{1}{K_{s2}} \frac{T_m}{T_{\Sigma}^*}. \quad (52)$$

- Kao i u slučaju istosmjernog stroja, u granu referentne vrijednosti brzine vrtnje dodaje se prefiltar oblika:

$$G_V(s) = \frac{K_b}{(1 + T_{fb}s)(1 + 4T_{\Sigma}^*s)}, \quad (53)$$

čime se eliminira značajno nadvišenje u odzivu na referentnu vrijednost.

# Primjena simetričnog optimuma u digitalnom upravljanju elektromotornim pogonima

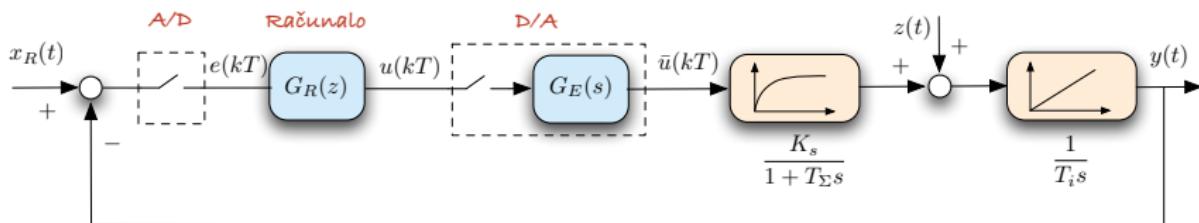


Nedjeljko Perić  
Jadranko Matuško  
Mario Vašak

Fakultet elektrotehnike i računarstva

8. prosinca 2011

# Digitalno upravljanje slijednim sustavom



Slika 1: Sustav upravljanja prikladan za primjenu simetričnog optimuma

- Sustav upravljanja brzinom vrtnje istosmjernih elektromotornih pogona s podređenim upravljanjem strujom armature motora.
- Razmotrit će se sinteza diskretnog (digitalnog) regulatora.
- Rezultati provedene sinteze primijenit će se na upravljanje brzinom vrtnje istosmjernog elektromotornog pogona.

# Analiza sustava upravljanja

- Ekvivalentna diskretna prijenosna funkcija procesa dobiva se iz kontinuiranog procesa uz primjenu ekstrapolatora nultog reda (ZOH):

$$G_s(z) = \mathcal{Z} \left\{ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{K_s}{1 + T_{\Sigma}s} \frac{1}{T_i s} \right\}. \quad (1)$$

- Odavde slijedi prijenosna funkcija procesa u z-području:

$$G_s(z) = K_s \frac{T_{\Sigma}}{T_i} \left( \frac{T_{\Sigma}}{T_i} + e^{-T/T_{\Sigma}} - 1 \right) \frac{z - \frac{1-T/T_{\Sigma}e^{-T/T_{\Sigma}} - e^{-T/T_{\Sigma}}}{1-T/T_{\Sigma}-e^{-T/T_{\Sigma}}}}{(z-1)(z-e^{-T/T_{\Sigma}})}. \quad (2)$$

- Sinteza vremenski diskretnog regulatora  $G_R(z)$  PI djelovanja može se provesti na sljedeća dva načina:
  - Sinteza u kontinuiranom području, pa diskretizacija PI regulatora.
  - Diskretizacija pa sinteza u diskretnom području korištenjem bilinearne transformacije.

## Diskretizacija analognog PI regulatora

- Prijenosna funkcija PI regulatora u s – području:

$$G_R(s) = K_R \frac{1 + T_I s}{T_I s} = K_R \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right). \quad (3)$$

- Uobičajeno se koristi, uz  $T \ll$ , postupak diskretizacije zasnovan na:
  - Tustinovoj relaciji,
  - Pravokutnoj integraciji (Eulerova unazadna diferencija).

# Diskretizacija analognog PI regulatora

## Diskretizacija primjenom pravokutne integracije

- Uz primjenu pravokutne integracije dobije se sljedeća veza između varijabli  $s$  i  $z$ :

$$\frac{1}{s} = \frac{Tz}{z - 1}. \quad (4)$$

- Uvrštavanjem u prijenosnu funkciju kontinuiranog PI regulatora dobije se:

$$G_R(z) = K_R \left( 1 + \frac{T}{T_I} \right) \frac{z - \frac{T_I}{T_I+T}}{z - 1}. \quad (5)$$

- U postupku sinteze regulacijskog kruga koriste se razni postupci.

# Diskretizacija analognog PI regulatora

## Diskretizacija primjenom Tustinove relacije - Bilinearna transformacija

- Izraz za trapeznu integraciju (Tustinova relacija, bilinearna transformacija) glasi:

$$\frac{1}{s} = \frac{Tz + 1}{2z - 1}. \quad (6)$$

- Primjenom Tustinove relacije dobije se sljedeća prijenosna funkcija diskretnog PI regulatora:

$$G_R(z) = K_R \left( 1 + \frac{T}{2T_I} \right) \frac{z - \frac{2T_I - T}{2T_I + T}}{z - 1}. \quad (7)$$

## Primjena bilinearne transformacije

- Relacija za bilinearnu transformaciju glasi:

$$\Omega = \frac{2z - 1}{Tz + 1} \rightarrow z = \frac{1 + \Omega T/2}{1 - \Omega T/2}. \quad (8)$$

- Za frekvencijsku karakteristiku vrijedi ( $z = e^{j\omega T}$ ):

$$\Omega = \frac{2e^{j\omega T} - 1}{Te^{j\omega T} + 1} = \frac{2e^{j\omega T/2} - e^{j\omega T/2}}{Te^{j\omega T/2} + e^{j\omega T/2}} = j\frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} = j\omega^* \quad (9)$$

- Pritom  $\omega^*$  predstavlja tzv. **pseudofrekvenciju**, za koju vrijedi:

$$\omega^* = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} \rightarrow \omega = \frac{2}{T} \operatorname{arctg} \frac{\omega^* T}{2}. \quad (10)$$

- Jedinična kružnica  $z$ -ravnine preslikava se u lijevu  $\Omega$ -poluravnninu (i obrnuto).
- Sustav stoga možemo dizajnirati tako da podešavamo vladanje kvazikarakterističnog kruga.

## Primjena bilinearne transformacije (2)

- Također se može pokazati da vrijedi i sljedeća relacija:

$$\lim_{T \rightarrow 0} \Omega = s, \quad (11)$$

Dokaz:

$$\Omega = \frac{2z - 1}{Tz + 1} \rightarrow \frac{e^{sT} - 1}{e^{sT} + 1}. \quad (12)$$

$$\lim_{T \rightarrow 0} \Omega = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{2}{T} \frac{Ts + \frac{(Ts)^2}{2} + \dots}{2 + Ts + \frac{(Ts)^2}{2} + \dots} = s \quad (13)$$

- Primjenom **bilinearne transformacije** mogu se koristiti frekvencijske metode sinteze linearnih kontinuiranih sustava (npr. Bodeov postupak sinteze) za **sintezu diskretnih sustava**.

# Parametri diskretnog PI regulatora prema simetričnom optimumu (1)

## Pravokutna integracija

---

- Primjena pravokutne integracije daje za prijenosnu funkciju PI regulatora prema simetričnom optimumu:

$$G_R(z) = \frac{K_R}{a^*} \frac{z - a^*}{z - 1}, \quad (14)$$

gdje je:

$$a^* = \frac{T_I}{T_I + T} \quad (15)$$

- Za diskretni PI regulator (14) potrebno je odrediti  $K_R$  i  $T_I$  koji osiguravaju simetrične frekvencijske karakteristike otvorenog **kvazikontinuiranog** regulacijskog kruga.

# Parametri diskretnog PI regulatora prema simetričnom optimumu (2)

## Pravokutna integracija

- Za prijenosnu funkciju procesa s astatizmom 1. reda danu izrazom (2) dobije se:

$$G_s(z) = \frac{K_z}{T_i} \frac{z - z_0}{T_i(z - 1)(z - p_0)}, \quad (16)$$

uz:

$$K_z = K_s \left[ T + T_{\Sigma} (e^{-T/T_{\Sigma}} - 1) \right], \quad (17)$$

$$z_0 = \frac{1 - T/T_{\Sigma} e^{-T/T_{\Sigma}} - e^{-T/T_{\Sigma}}}{1 - T/T_{\Sigma} - e^{-T/T_{\Sigma}}}, \quad (18)$$

$$p_0 = e^{-T/T_{\Sigma}}. \quad (19)$$

# Parametri diskretnog PI regulatora prema simetričnom optimumu (3)

## Pravokutna integracija

---

- Primjenom bilinearne transformacije na izraz (16) za diskretni PI regulator prema simetričnom optimumu slijedi:

$$G_R = \frac{K_R}{a^*} \frac{\frac{1 + \frac{T\Omega}{2}}{\frac{T\Omega}{2} - a^*}}{\frac{1 + \frac{T\Omega}{2}}{\frac{T\Omega}{2} - 1}} = \frac{K_R}{a^*} \frac{1 - a^* + \frac{T\Omega}{2}(1 + a^*)}{T\Omega}. \quad (20)$$

- Nakon sređivanja dobije se:

$$G_R(\Omega) = \frac{K_R(1 + a^*)}{2a^*} \frac{1 + \frac{T\Omega}{2} \frac{1 + a^*}{1 - a^*}}{\frac{T\Omega}{2} \frac{1 + a^*}{1 - a^*}}. \quad (21)$$

# Parametri diskretnog PI regulatora prema simetričnom optimumu (4)

## Pravokutna integracija

- Izraz (21) za PI regulator u kvazikontinuiranom području može se još prikazati i kao:

$$G_R(\Omega) = K'_R \frac{1 + T'_I \Omega}{T'_I \Omega}, \quad (22)$$

gdje je:

$$K'_R = \frac{K_R(1 + a^*)}{2a^*} \rightarrow K'_R = K_R \left( 1 + \frac{T/2}{T_I} \right), \quad (23)$$

$$T'_I = \frac{1 + a^*}{1 - a^*} \frac{T}{2} \rightarrow T'_I = T_I + \frac{T}{2}. \quad (24)$$

- Izraz (22) za PI regulator u kvazikontinuiranom području analogan je izrazu za prijenosnu funkciju PI regulatora u s - području.

# Parametri diskretnog PI regulatora prema simetričnom optimumu (5)

## Pravokutna integracija

---

- Primjenom bilinearne transformacije na izraz (16) za prijenosnu funkciju procesa u z – području slijedi:

$$G_s(\Omega) = \frac{K_z}{T_i} \frac{\frac{1 + \frac{T\Omega}{2}}{1 - \frac{T\Omega}{2}} - z_0}{\left( \frac{1 + \frac{T\Omega}{2}}{1 - \frac{T\Omega}{2}} - 1 \right) \left( \frac{1 + \frac{T\Omega}{2}}{1 - \frac{T\Omega}{2}} - p_0 \right)} \quad (25)$$

# Parametri diskretnog PI regulatora prema simetričnom optimumu (6)

## Pravokutna integracija

---

- Nakon sređivanja, konačni izraz za prijenosnu funkciju u kvazikontinuiranom području glasi:

$$G_s(\Omega) = \frac{K_{z\omega}}{T_i} \frac{\left(1 + b \frac{T\Omega}{2}\right) \left(1 - \frac{T\Omega}{2}\right)}{\left(1 + c \frac{T\Omega}{2}\right) T\Omega}, \quad (26)$$

gdje je:

$$K_{z\Omega} = K_z \frac{1 - z_0}{1 - p_0} = K_s T, \quad (27)$$

$$b = \frac{1 + z_0}{1 - z_0} = \frac{1 + e^{-T/T_\Sigma}}{1 - e^{-T/T_\Sigma}} - \frac{2T_\Sigma}{T}, \quad (28)$$

$$c = \frac{1 + p_0}{1 - p_0} = \frac{1 + e^{-T/T_\Sigma}}{1 - e^{-T/T_\Sigma}} = b + \frac{2T_\Sigma}{T}. \quad (29)$$

# Parametri diskretnog PI regulatora prema simetričnom optimumu (7)

## Pravokutna integracija

---

- Izraz (26) za prijenosnu funkciju procesa može se prikazati i u obliku:

$$G_s(\Omega) = \underbrace{\frac{K_{z\Omega}}{\left(1 + c\frac{T\Omega}{2}\right)T_i\Omega}}_{\text{Analogija s } G_s(s) \text{ (bez ZOH)}} \underbrace{\frac{1}{T} \left(1 + b\frac{T\Omega}{2}\right) \left(1 - \frac{T\Omega}{2}\right)}_{\text{Doprinos ZOH}} \quad (30)$$

- Prijenosna funkcija otvorenog regulacijskog kruga u  $\Omega$ - području prema (22) i (26) glasi:

$$G_o(\Omega) = K'_R \frac{1 + T'_I\Omega}{T'_I\Omega} \frac{K_{z\omega}}{T_i} \frac{\left(1 + b\frac{T\Omega}{2}\right) \left(1 - \frac{T\Omega}{2}\right)}{\left(1 + c\frac{T\Omega}{2}\right) T\Omega} \quad (31)$$

# Parametri diskretnog PI regulatora prema simetričnom optimumu (8)

## Pravokutna integracija

- Konačni izraz nakon sređivanja glasi:

$$G_o(\Omega) = K_o \frac{1}{T'_I T_i \Omega^2} \frac{(1 + T'_I \Omega) \left(1 + b \frac{T \Omega}{2}\right) \left(1 - \frac{T \Omega}{2}\right)}{\left(1 + c \frac{T \Omega}{2}\right)} \quad (32)$$

$$K_o = \frac{K'_R K_{z\Omega}}{T} = K'_R K_s \quad (33)$$

- Uz dovoljno malo vrijeme uzorkovanja, prijenosna funkcija procesa u  $\Omega$ -području može se zapisati kao:

$$G_o(\Omega) = K_o \frac{1}{T'_I T_i \Omega^2} \frac{1 + T'_I \Omega}{1 + T^*_\Sigma \Omega}, \quad (34)$$

gdje je:

$$T^*_\Sigma = (c - b) \frac{T}{2} + \frac{T}{2}. \quad (35)$$

# Parametri diskretnog PI regulatora prema simetričnom optimumu (9)

## Pravokutna integracija

---

- Izraz je analogan izrazu  $G_o(s)$  koji može poprimiti simetrične frekvencijske karakteristike otvorenog sustava.
- Kako je prema (26):

$$c - b = \frac{2T_{\Sigma}}{T}, \quad (36)$$

slijedi:

$$T_{\Sigma}^* = T_{\Sigma} + \frac{T}{2}. \quad (37)$$

- U prethodnome izrazu  $\frac{T}{2}$  predstavlja doprinos ekstrapolatora nultog reda.

# Parametri diskretnog PI regulatora prema simetričnom optimumu (10)

## Pravokutna integracija

- Uz sljedeći izbor parametara regulatora:

$$T'_I = a^2 T_\Sigma^*, \quad (38)$$

$$K'_R = \frac{1}{a} \frac{1}{K_s} \frac{T_i}{T_\Sigma^*}, \quad (39)$$

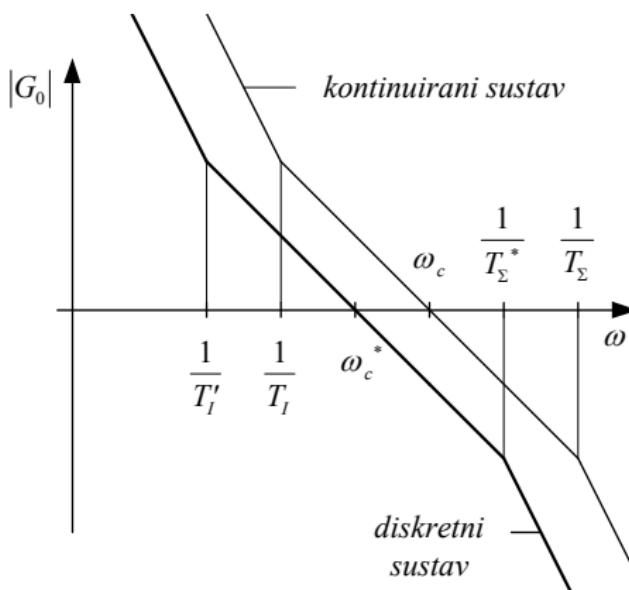
osigurane su simetrične kvazifrekvencijske karakteristike otvorenog sustava.

- Pritom je:

$$\omega_c^* = \frac{1}{\sqrt{T'_I T_\Sigma^*}} = \frac{1}{a T_\Sigma^*} \text{ i } \omega_c^* < \omega_c. \quad (40)$$

# Parametri diskretnog PI regulatora prema simetričnom optimumu (11)

## Pravokutna integracija



Slika 2: Simetrične amplitudno-frekvencijske karakteristike otvorenog sustava

# Parametri diskretnog PI regulatora prema simetričnom optimumu (12)

## Pravokutna integracija

- Iz izraza (22), (38) i (39) za parametre PI regulatora slijedi:

$$T'_I = T_I + \frac{T}{2} \rightarrow T_I = T'_I - \frac{T}{2} = a^2 \left( T_\Sigma + \frac{T}{2} \right) - \frac{T}{2} \quad (41)$$

$$K_R = K'_R \frac{T_I}{T_I + \frac{T}{2}} = \frac{1}{a} \frac{1}{K_s} \frac{T_i}{T_\Sigma^*} \frac{a^2 T_\Sigma^* - T/2}{a^2 T_\Sigma^*}. \quad (42)$$

- Uz izbor  $a = 2$  dobije se

$$T_I = 4T_\Sigma + \frac{3}{2}T, \quad (43)$$

$$K_R = \frac{1}{2} \frac{1}{K_s} \frac{T_i}{T_\Sigma} \left( \frac{T_\Sigma}{T_\Sigma + \frac{T}{2}} \frac{4T_\Sigma + \frac{3}{2}T}{4T_\Sigma + 2T} \right) \quad (44)$$

# Parametri diskretnog PI regulatora prema simetričnom optimumu (13)

## Trapezna integracija

---

- Primjenom bilinearne transformacije na izraz (7) za prijenosnu funkciju diskretnog PI regulatora dobivenog prema Tustinovoj relaciji dobije se:

$$G_R(\Omega) = K_R \frac{1 + T_I \Omega}{T_I \Omega}. \quad (45)$$

- Izraz je analogan prijenosnoj funkciji PI regulatora u s - području. Prema tome slijedi:

$$T_I = a^2 T_{\Sigma}^*, \quad (46)$$

$$K_R = \frac{1}{a} \frac{1}{K_s} \frac{T_i}{T_{\Sigma}^*}. \quad (47)$$

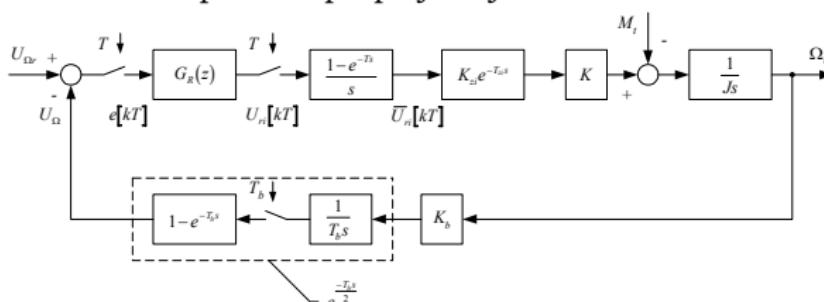
- Uz izbor  $a = 2$  dobije se:

$$T_I = 4T_{\Sigma} + 2T, \quad (48)$$

$$K_R = \frac{1}{2} \frac{1}{K_s} \frac{T_i}{T_{\Sigma}} \left( \frac{T_{\Sigma}}{T_{\Sigma} + T/2} \right). \quad (49)$$

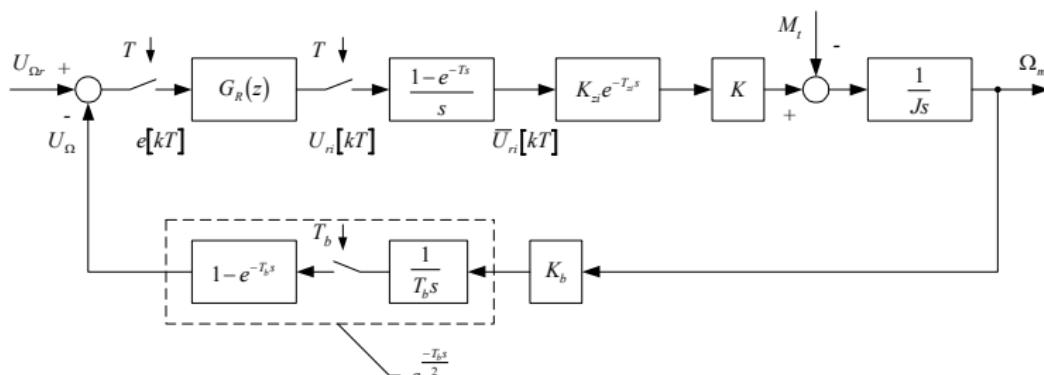
# Upravljanje brzinom vrtnje istosmjernog elektromotornog pogona

- Prepostavlja se da je armaturni krug motora napajan iz trofaznog punoupravlјivog mosnog spoja tiristora.
- Sinteza sustava upravljanja brzinom vrtnje istosmjernog elektromotornog pogona provedena je uz sljedeće uvjete:
  - upravljanje strujom armature vremenski je optimalno;
  - mjerjenje brzine vrtnje obavlja se pomoću inkrementalnog davača impulsa sinkronizirano s impulsima propaljivanja tiristora.



Slika 3: Digitalni sustav upravljanja brzinom istosmjernog motora

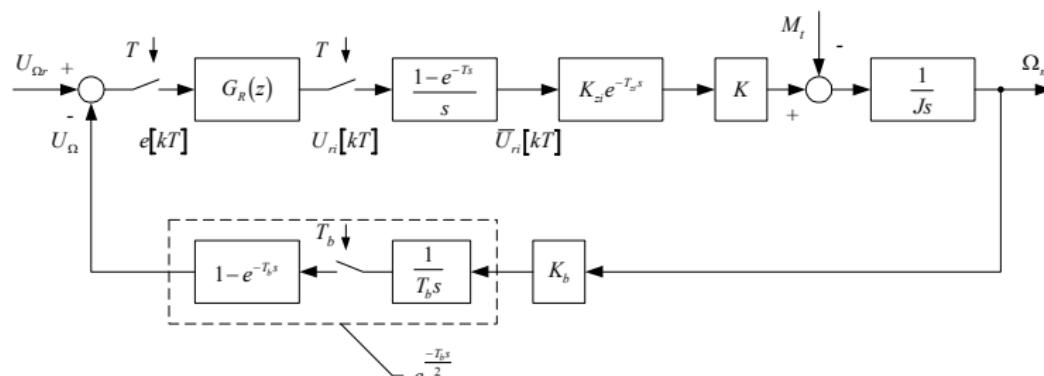
# Upravljanje brzinom vrtnje istosmjernog elektromotornog pogona (2)



Slika 4: Digitalni sustav upravljanja brzinom istosmjernog motora

- Nadomjesno mrtvo vrijeme vremenski optimalnog sustava upravljanja strujom armature  $T_{zi} = T$
- Nadomjesno mrtvo vrijeme digitalnog mjernog člana brzine vrtnje zasnovanog na P/T postupku  $T_{mb} = T_b/2 = T/2$ .

# Upravljanje brzinom vrtnje istosmjernog elektromotornog pogona (3)



Slika 5: Digitalni sustav upravljanja brzinom istosmjernog motora

- Prema tome slijedi:

$$T_{\Sigma} = \frac{3}{2}T \rightarrow T_{\Sigma}^* = \frac{3}{2}T + \frac{T}{2} = 2T. \quad (50)$$

# Upravljanje brzinom vrtnje istosmernog elektromotornog pogona (4)

## Pravokutna integracija

- Parametri PI regulatora prema (41), (42) i (50) slijedi:

### Parametri PI regulatora

$$T_I = 2a^2 T - \frac{T}{2} \quad (51)$$

$$K_R = \frac{1}{a} \frac{K_a}{K_{zi}} \frac{K}{K_b} \frac{T_m}{2T} \frac{2a^2 T - T/2}{2a^2 T} \quad (52)$$

- Uz izbor  $a = 2$ , dobije se:

$$T_I = 7.5T, \quad (53)$$

$$K_R = \frac{1}{2} \frac{K_a}{K_{zi}} \frac{K}{K_b} \frac{T_m}{2T} \frac{7.5}{8} \quad (54)$$

# Upravljanje brzinom vrtnje istosmernog elektromotornog pogona (5)

## Trapezna integracija

- Parametri PI regulatora prema (46), (47) i (50) slijedi:

$$T_I = 2a^2 T \quad (55)$$

$$K_R = \frac{1}{a} \frac{K_a}{K_{zi}} \frac{K}{K_b} \frac{T_m}{2T} \quad (56)$$

- Uz izbor  $a = 2$ , dobije se:

$$T_I = 8T, \quad (57)$$

$$K_R = \frac{1}{2} \frac{K_a}{K_{zi}} \frac{K}{K_b} \frac{T_m}{2T} \quad (58)$$

# Dvomaseni elektromehanički sustav

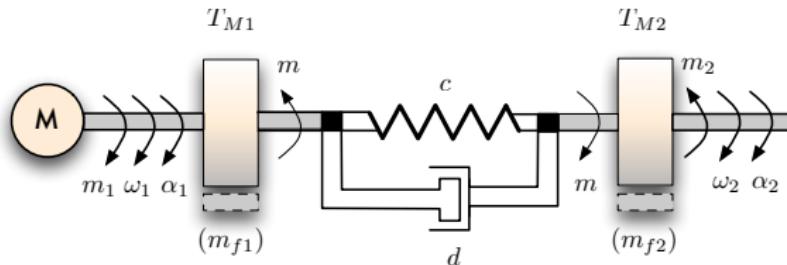


Nedjeljko Perić  
Jadranko Matuško  
Mario Vašak

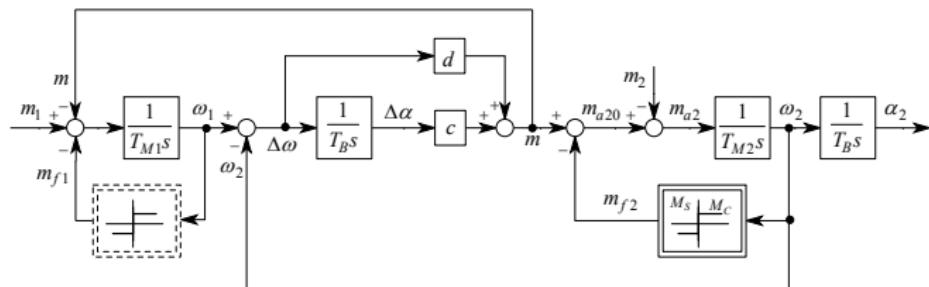
Fakultet elektrotehnike i računarstva

8. prosinca 2011

# Dvomaseni elastični sustav



Slika 1: Načelna shema dvomasenog elastičnog sustava



Slika 2: Blokvska shema dvomasenog elastičnog sustava

# Dinamički model dvomasenog elastičnog sustava

---

- Matematičko modeliranje dvomasenog elastičnog sustava obavlja se uz sljedeće prepostavke:
  - Sve mase sustava koncentrirane su u rotirajućim masama na strani motora i tereta, s momentima inercija  $J_1$  i  $J_2$  i pripadajućim mehaničkim vremenskim konstantama  $T_{M1}$  i  $T_{M2}$ .
  - Elementi prijenosnog mehanizma su bez mase i zračnosti, te posjeduju elastičnost određenu konstantama krutosti  $c$  i prigušenja  $d$ .
- Pod navedenim prepostavkama dinamički model sustava opisan je sljedećim jednadžbama:

$$T_{M1} \frac{d\omega_1}{dt} = m_1 - m - m_{f1}, \quad (1)$$

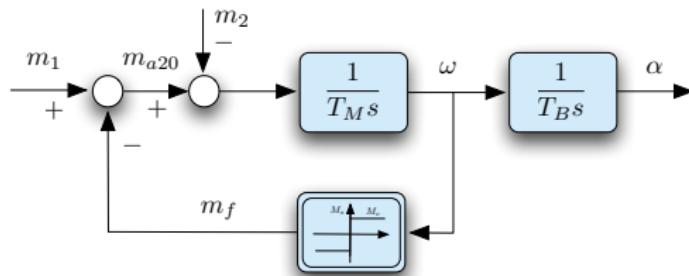
$$T_B \frac{d\Delta\alpha}{dt} = T_B \frac{d(\alpha_1 - \alpha_2)}{dt} = \omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega, \quad (2)$$

$$m = c\Delta\alpha + d\Delta\omega, \quad (3)$$

$$T_{M2} \frac{d\omega_2}{dt} = m - m_{f2} - m_2 = m_{a20} - m_2. \quad (4)$$

# Dinamički model dvomasenog elastičnog sustava (2)

- U slučaju krutog prijenosa ( $c \rightarrow \infty$ ) dinamički se model značajno pojednostavljuje i prikazan je na slici 3.



Slika 3: Blokovska shema dvomasenog sustava s krutim prijenosom

- Pritom vrijedi:

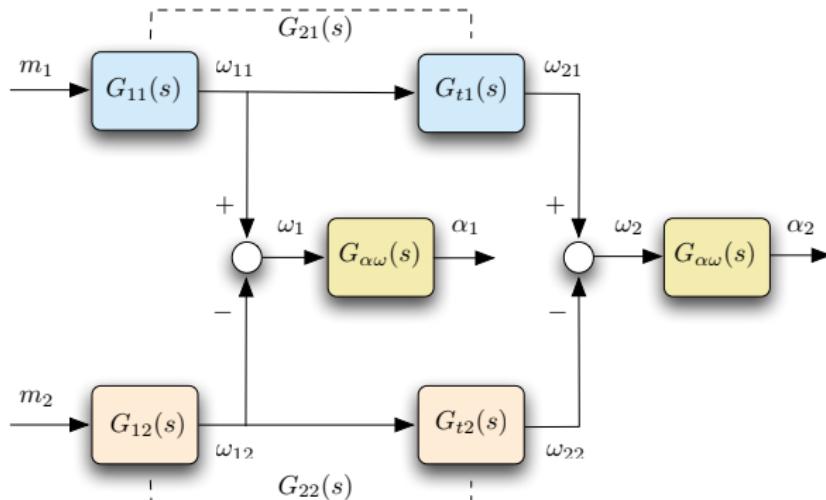
$$\omega = \omega_1 = \omega_2, \quad (5)$$

$$T_M = T_{M1} + T_{M2}, \quad (6)$$

$$m_f = m_{f1} + m_{f2}. \quad (7)$$

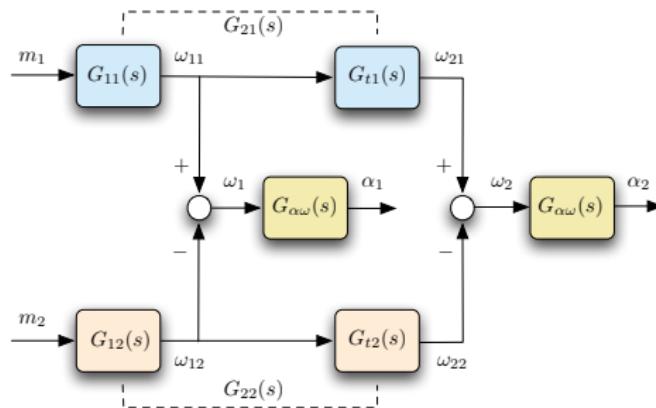
# Dinamički model dvomasenog elastičnog sustava (3)

- Zanemarenjem trenja ( $m_{f1} = m_{f2} = 0$ ), mehanički sustav dade se primjenom pravila blokovske algebre opisati linearnim ulazno/izlaznim modelom prikazanim na slici 4.



Slika 4: Blokovska shema dvomasenog sustava

# Dinamički model dvomasenog elastičnog sustava (4)



- Moment motora  $m_1$  je izvršna, a moment tereta  $m_2$  poremećajna veličina.
- Regulirane veličine su brzina vrtnje  $\omega_2$  ili položaj  $\alpha_2$  tereta.
- Moguće mjerljive veličine su položaj motora  $\alpha_1$  ili tereta  $\alpha_2$ , brzina vrtnje motora  $\omega_1$  ili tereta  $\omega_2$  i prijenosni moment (moment na osovini)  $m$ .

# Dinamički model dvomasenog elastičnog sustava (5)

---

Prijenosne funkcije ulazno/izlaznog modela mehaničkog sustava određene su izrazima:

$$G_{11}(s) = \frac{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + \Omega_{02}^{-2}s^2}{T_\Sigma s(1 + 2\zeta\Omega_0^{-1}s + \Omega_0^{-2}s^2)} \quad (8)$$

$$G_{12}(s) = \frac{1 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s}{T_\Sigma s(1 + 2\zeta\Omega_0^{-1}s + \Omega_0^{-2}s^2)} \quad (9)$$

$$G_{t1}(s) = \frac{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s}{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + \Omega_{02}^{-2}s^2} \quad (10)$$

$$G_{12}(s) = \frac{1 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s + \Omega_{01}^{-2}s^2}{T_\Sigma s(1 + 2\zeta\Omega_0^{-1}s + \Omega_0^{-2}s^2)} \quad (14)$$

$$G_{t1}(s) = \frac{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s}{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + \Omega_{02}^{-2}s^2} \quad (11)$$

$$G_{t2}(s) = \frac{1 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s + \Omega_{01}^{-2}s^2}{1 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s} \quad (12)$$

$$G_{21}(s) = \frac{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s}{T_\Sigma s(1 + 2\zeta\Omega_0^{-1}s + \Omega_0^{-2}s^2)} \quad (13)$$

# Dinamički model dvomasenog elastičnog sustava (6)

---

Pritom su uvedene sljedeće pokrate:

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{c}{T_B} \left( \frac{1}{T_{M1}} + \frac{1}{T_{M2}} \right)},$$

$$\Omega_{0i} = \sqrt{\frac{c}{T_B} \frac{1}{T_{Mi}}}, \quad i = 1, 2,$$

$$\zeta = \frac{T_B d}{2c} \Omega_0,$$

$$\zeta_i = \frac{T_B d}{2c} \Omega_{0i}, \quad i = 1, 2,$$

$$T_{M\Sigma} = T_{M1} + T_{M2}.$$

- $T_B$  ima značenje osnovne jedinice vremena uvedene za potrebe skaliranja veličina matematičkog modela. U nastavku može se prepostaviti da je  $T_B = 1 [s]$ .

# Strujno-regulirani energetski pretvornik (1)

---

- Izlazna veličina regulatora brzine vrtnje predstavlja referentnu vrijednost momenta motora  $m_{1R}$ , odnosno referentnu vrijednost struje  $i_R$ (kaskadna regulacija).
- Kod istosmjernog motora to je armaturna struja, a kod izmjeničnog fiktivna struja momenta  $i_{sq}$  koja je povezana s faznim strujama (prema Parkovoj transformaciji).
- Zadanu referentnu vrijednost struje ostvaruje strujno-regulirani elektronički energetski pretvornik, odnosno podređeni regulacijski krug struje.
- Ako se regulatori struje PI tipa podese prema tehničkom optimumu, tada se vladanje zatvorenog regulacijskog kruga struje može opisati prijenosnom funkcijom:

$$G_{ei}(s) = \frac{i(s)}{i_R(s)} = \frac{m_1(s)}{m_{1R}(s)} = \frac{1}{1 + T_{ei}s}. \quad (15)$$

gdje je  $T_{ei}$  nadomjesna vremenska konstantna.

## Strujno-regulirani energetski pretvornik (2)

- Korištenjem modernih tranzistorских energetskih pretvornika visoke sklopne frekvencije postiže se vrlo brz odziv regulacijskog kruga struje ( $T_{ei} \approx 1ms$ ).

Trofazni punoupravljeni tiristorski usmjerivač ( $m = 6, f = 50Hz$ )

Nadomjesno mrtvo vrijeme pretvornika:

$$T_{mi} = \frac{1}{2mf} = 1.67[ms] \quad (16)$$

Nadomjesna vremenska konstanta:

$$T_{ei} \approx 4T_{mi} = 6.68[ms] \quad (17)$$

Tranzistorски pretvornik (sklopna frekvencija  $f_c = 5kHz$ )

Nadomjesno mrtvo vrijeme pretvornika:

$$T_{mi} = \frac{1}{2f_c} = 0.1[ms] \quad (18)$$

Nadomjesna vremenska konstanta:

$$T_{ei} \approx 4T_{mi} = 0.4[ms] \quad (19)$$

# Mjerni članovi mehaničkih veličina

- U standardnim reguliranim pogonima koriste se **senzori brzine vrtnje** (tahogeneratori) i **položaja** (inkrementalni i absolutni davači, resloveri).
- Kod danas prevladavajućih izmjeničnih pogona senzor položaja neophodan je za realizaciju sustava vektorske regulacije.
- Senzor položaja može se iskoristiti i za mjerjenje brzine vrtnje (pretpostavlja se digitalno mjerjenje položaja i brzine vrtnje inkrementalnim davačem)
- Mjerni član položaja s inkrementalnim davačem ima proporcionalno vladanje:

$$G_{m\alpha} = \frac{\alpha_m}{\alpha} = 1. \quad (20)$$

# Mjerni član položaja

---

- Brzina vrtnje mjeri se diferenciranjem mjernog podatka položaja  $\alpha_m$  u koracima uzorkovanja  $k$  prema jednadžbi diferencija:

$$\omega_m(k) = \frac{T_B}{T} [\alpha_m(k) - \alpha_m(k-1)] \quad (21)$$

odnosno prijenosna funkcija digitalnog mjernog člana brzine vrtnje u  $z$ -području:

$$G_{m\omega}(z) = \frac{\omega_m(z)}{\alpha_m(z)} = \frac{T_B}{T} \frac{z-1}{z} \quad (22)$$

- U svrhu kvazikontinuirane sinteze digitalnog regulacijskog kruga brzine vrtnje koristi se aproksimativna prijenosna funkcija:

$$G_{m\omega c}(s) = \frac{\omega_m(s)}{\omega(s)} = \frac{1 - e^{-Ts}}{Ts} \approx e^{-sT/2} \approx \frac{1}{1 + sT/2}. \quad (23)$$

## Senzor prijenosnog momenta

---

- Realizira se s pomoću tenzometarskih traka nalijepljenih na mjernu elastičnu osovINU i spojenih u Wheatstoneov most.
- Pri modeliranju mehaničkog sustava s ugrađenim senzorom momenta treba voditi računa o elastičnosti koju u prijenosni mehanizam unosi sam senzor.
- Usporenje mjernog člana momenta, koje je posljedica filtriranja mjernog signala i elastičnosti prijenosnog mehanizma između motora i senzora momenta, približno se modelira PT1 članom:

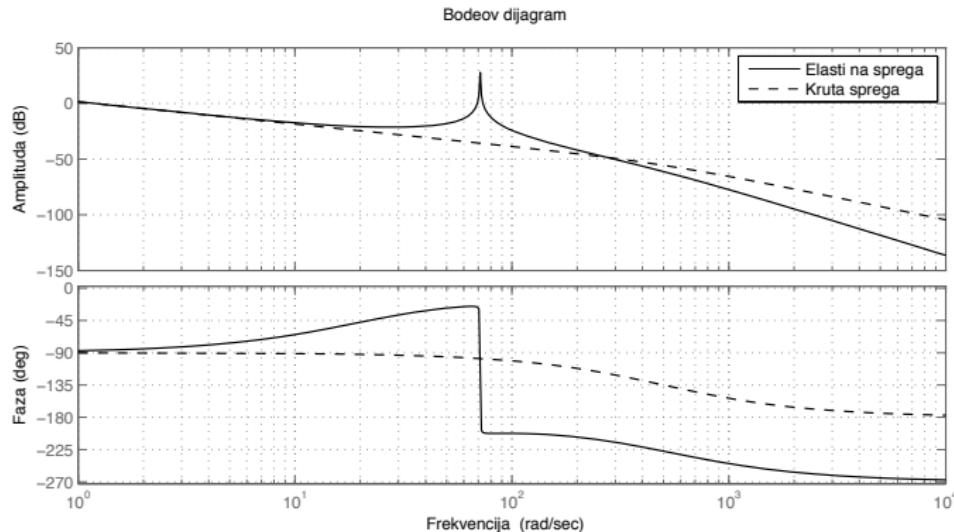
$$G_{mm}(s) = \frac{m_m(s)}{m(s)} = \frac{1}{1 + T_{mm}s}. \quad (24)$$

## Dvomaseni elastični sustav - Primjer

---

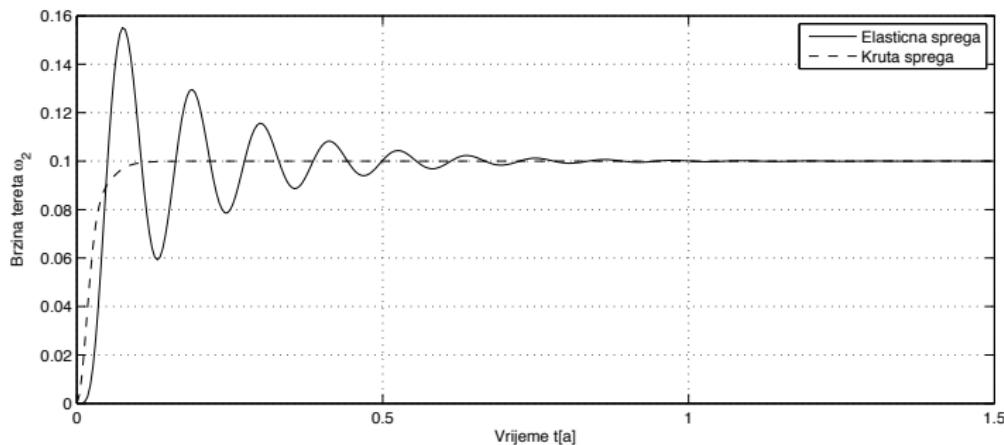
- Razmatra se upravljanje dvomasenim elektromehaničkim sustavom za slučaj:
  - a) **krutog prijenosa** između motora i tereta,
  - b) **elastičnog prijenosa** između motora i tereta.
- Koristi se kaskadna upravljačka struktura pri čemu je regulator struje armature podešen prema tehničkom optimumu.
- Regulator brzine PI strukture podešen je prema simetričnom optimumu uz pretpostavku krutog prijenosa i zanemaren utjecaj trenja.
- Analizira se utjecaj elastične sprege motora i tereta na frekvencijsku karakteristiku procesa kao i na odziv na skokovitu promjenu referentne vrijednosti brzine vrtnje.

# Dvomaseni elastični sustav - Primjer (2)



Slika 5: Bodeov dijagram dvomasenog sustava s krutim i s elastičnim prijenosom

## Dvomaseni elastični sustav - Primjer (3)



Slika 6: Odziv brzine tereta dvomasenog sustava s krutim i s elastičnim prijenosom

# Optimum dvostrukog odnosa



Nedjeljko Perić  
Jadranko Matuško  
Mario Vašak

Fakultet elektrotehnike i računarstva

15. prosinca 2011

# Sinteza linearnih sustava primjenom praktičnih optimuma

---

- Razrađuju se postupci sinteze temeljeni na dva praktična optimuma:
  - optimum dvostrukog odnosa,
  - modulni optimum.
- U postupku sinteze potrebno je odrediti strukturu i parametre:
  - regulatora,
  - prekompenzatora (engl. feedforward controller).

# Optimum dvostrukog odnosa (1)

njem. *Optimum der Doppelverhältnisse, Dämpfungsoptimum*, engl. *Double Ratios Optimum, Damping Optimum*

---

- Mnogi analitički postupci sinteze sustava upravljanja temelje se na definiranju željene modelske funkcije zatvorenog regulacijskog kruga (postupak postavljanja polova, Truxal-Guillemain).
- Da bi se definirala modelska funkcija zatvorenog regulacijskog kruga potrebno je poznavati vezu između pokazatelja vladanja u vremenskoj domeni i položaja polova i nula u kompleksnoj s-ravnini.
- U slučaju modelske funkcije drugog reda:

$$G(s) = \frac{1}{1 + 2\zeta/\omega_0 s + s^2/\omega_0^2} \quad (1)$$

ta je veza egzaktna.

- Pritom koeficijent relativnog prigušenja  $\zeta$  određuje nadvišenje u odzivu  $\sigma_m$  (oblik prijelazne pojave), dok frekvencija neprigušenih oscilacija određuje brzinu odziva (vremensko skaliranje).

## Optimum dvostrukog odnosa (2)

---

- Za prijenosne funkcije reda  $n \geq 2$  ne postoje parametri relativnog koeficijenta prigušenja i prirodne frekvencije neprigušenih oscilacija.  
**PROBLEM!!**
- Postavlja se pitanje što bi to kod prijenosnih funkcija višeg reda bilo analogno ovim dvama parametrima?

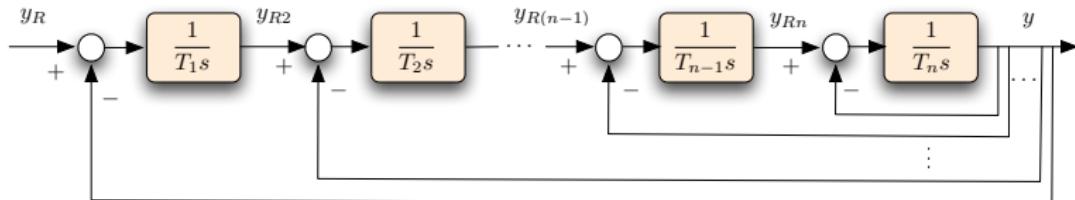
# Optimum dvostrukog odnosa (3)

- Kao polazište za izvod optimuma dvostrukog odnosa prijenosna je funkcija n-tog stupnja bez nula:

$$G(s) = \frac{1}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}, \quad (2)$$

pri čemu se bez gubitka općenitosti može pretpostaviti  $a_0 = 1$ .

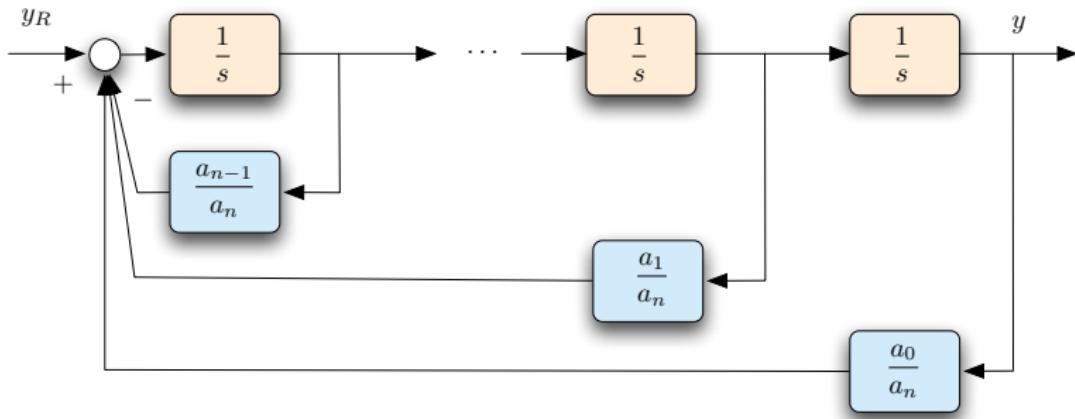
- Cilj je prijenosnu funkciju (2) prikazati višepetljastom (kaskadnom) strukturu danom na slici 1



Slika 1: Nadomjesna kaskadna struktura

# Optimum dvostrukog odnosa (4)

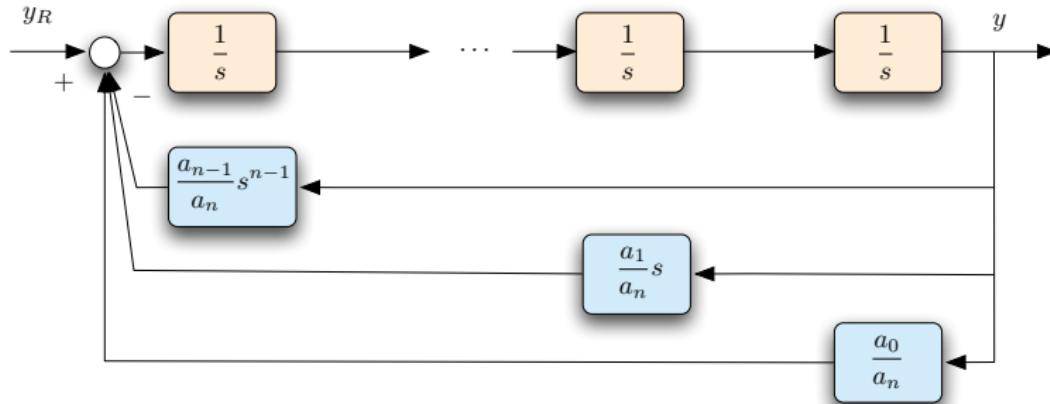
- Prijenosna funkcija (2) može se predstaviti standardnom blokovskom shemom prikazanom na slici 2



Slika 2: Standardni blokovski prikaz prijenosne funkcije (2)

# Optimum dvostrukog odnosa (5)

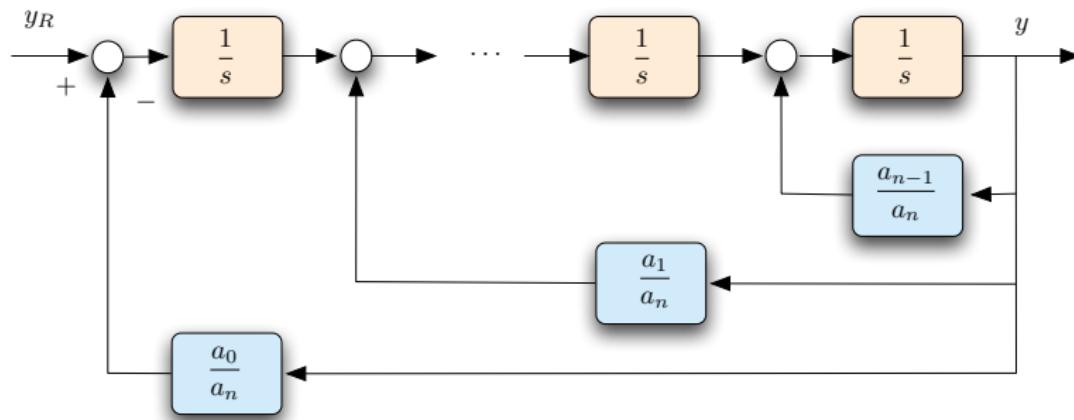
- Povratne veze na shemi slici 2 realizirane su po varijablama  $y, y'', \dots, y^{(n-1)}$ . Umjesto toga moguće je sve povratne veze izvesti po izlaznoj varijabli  $y$  uz odgovarajuća derivacijska djelovanja u pojedinim povratnim vezama.



Slika 3: Modificirani blokovski prikaz prijenosne funkcije (2)

# Optimum dvostrukog odnosa (6)

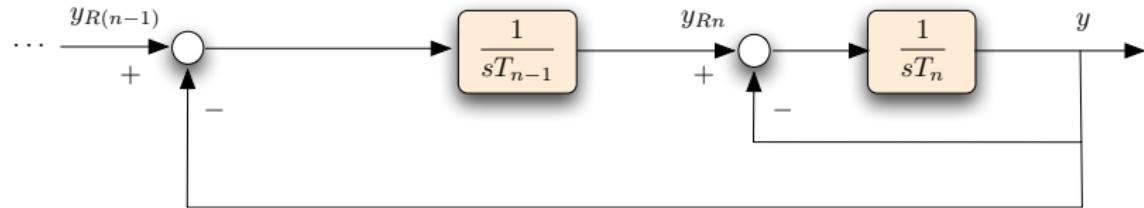
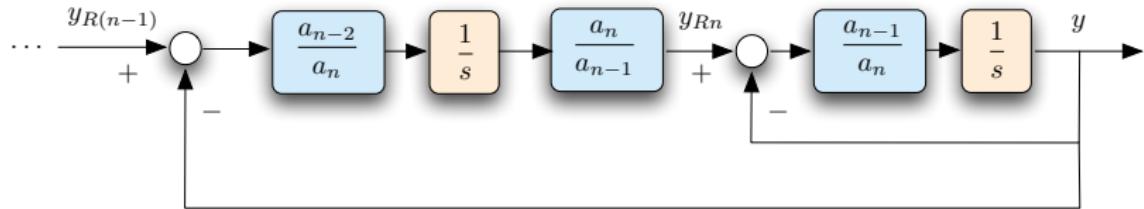
- Shema na slici 3 može se dodatno modificirati kako je prikazno slikom 4.



Slika 4: Modificirani blokovski prikaz prijenosne funkcije (2)

# Optimum dvostrukog odnosa (7)

- Svođenjem na jedinične povratne veze dobije blokovski prikaz dan slikom 5.



*Slika 5: Modificirani blokovski prikaz prijenosne funkcije (2)*

# Optimum dvostrukog odnosa (8)

- Na temelju blokovske sheme na slici 5 može se zaključiti da su koeficijenti nazivnika prijenosne funkcije (2) i vremenske konstante  $T_1, \dots, T_n$  povezani sljedećom relacijom:

$$T_i = \frac{a_i}{a_{i-1}}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

- Analogno se na temelju poznatih iznosa vremenskih konstanti  $T_1, \dots, T_n$  mogu proračunati koeficijenti  $a_1, \dots, a_n$  prema izrazu:

$$a_i = \prod_{j=1}^i T_j = T_1 T_2 \dots T_i. \quad (4)$$

- Odnosom vremenskih konstanti susjednih integralnih članova definirani su bezdimenzionalni **karakteristični odnosi**:

$$D_i = \frac{T_i}{T_{i-1}} = \frac{a_i a_{i-2}}{a_{i-1}^2}. \quad (5)$$

## Optimum dvostrukog odnosa (9)

---

- Do odnosa između koeficijenata prijenosne funkcije (2) i vremenskih konstanti  $T_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  može se doći i na drugi način.
- Polazeći od strukturne sheme prikazane na slici 1 može se proračunati prijenosna funkcija zatvorenog kruga, polazeći pritom od podređenih petlji prema nadređenim.
- Prijenosna funkcija n-te podređene petlje glasi:

$$G_n(s) = \frac{1}{1 + sT_n}. \quad (6)$$

- Prijenosna funkcija njoj nadređene petlja glasi:

$$G_{n-1}(s) = \frac{\frac{1}{sT_{n-1}}G_n(s)}{1 + \frac{1}{sT_{n-1}}G_n(s)} = \frac{1}{1 + sT_{n-1} + s^2T_{n-1}T_n} \quad (7)$$

# Optimum dvostrukog odnosa (10)

---

- Općenit izraz za prijenosnu funkciju  $(n - i)$ -te podređene petlje glasi:

$$G_{n-i}(s) = \frac{1}{1 + sT_{n-i} + s^2T_{n-i}T_{n-i+1} + \dots + s^{i+1} \prod_{j=n-i}^n T_j} \quad (8)$$

- Ukupna prijenosna funkcija kaskadne strukture prikazane na slici 1 dana je izrazom:

$$G(s) = G_1(s) = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n s^i \prod_{j=1}^i T_j}. \quad (9)$$

- Iz izraza (9) razvidno je da je veza između koeficijenata  $a_i$  prijenosne funkcije (2) i vremenskih konstanata  $T_i$  određena izrazom:

$$a_i = \prod_{j=1}^i T_j = T_1 T_2 \dots T_i \Rightarrow T_i = \frac{a_i}{a_{i-1}}. \quad (10)$$

# Optimum dvostrukog odnosa (11)

---

- Prijenosna funkcija  $(n - 1)$ -te kaskade, kao što smo ranije vidjeli, ima oblik:

$$G_{n-1}(s) = \frac{1}{1 + sT_{n-1} + s^2T_{n-1}T_n} = \frac{1}{1 + 2\zeta_n/\omega_n + s^2/\omega_n^2}, \quad (11)$$

odakle slijedi:

$$4\zeta_n^2 = \frac{T_{n-1}}{T_n} = \frac{1}{D_n}, \quad (12)$$

odnosno

$$D_n = \frac{1}{4\zeta_n^2}. \quad (13)$$

- Prijenosna se funkcija (11) može, uz pretpostavku dovoljno velikog iznosa koeficijenta relativnog prigušenja  $\zeta_n$  aproksimirati PT1 članom:

$$G_{n-1}(s) = \frac{1}{1 + sT_{n-1} + s^2T_{n-1}T_n} = \frac{1}{1 + sT_{n-1} + D_n s^2 T_{n-1}^2} \approx \frac{1}{1 + sT_{n-1}}. \quad (14)$$

# Optimum dvostrukog odnosa (12)

- Dalnjom primjenom prikazanog postupka za  $(i - 1)$ -tu kaskadu se dobije:

$$G_{i-1}(s) = \frac{1}{1 + sT_{i-1} + s^2T_{i-1}T_i} = \frac{1}{1 + 2\zeta_i/\omega_i + s^2/\omega_i^2}, \quad (15)$$

odakle slijedi opći izraz za vezu između koeficijenta relativnog prigušenja i karakterističnih odnosa:

$$D_i = \frac{1}{4\zeta_i^2} = \frac{T_i}{T_{i-1}}, \quad i = 2, \dots, n. \quad (16)$$

- Optimalan iznos karakterističnih odnosa dobije se, uz  $\zeta_i = \sqrt{2}/2$ :

$$D_2 = D_3 = \dots = D_n = 0.5, \quad (17)$$

te otuda dolazi i naziv samog postupka - **optimum dvostrukog odnosa**.

# Optimum dvostrukog odnosa (13)

---

- Karakteristični polinom (nazivnik) prijenosne funkcije (2) može se izraziti i preko karakterističnih odnosa:

$$\begin{aligned} A(s) &= 1 + T_1 s + T_1 T_2 s^2 + \dots + T_1 T_2 \dots T_{n-1} s^{n-1} + T_1 T_2 \dots T_n s^n \\ &= 1 + T_e s + D_2 T_e^2 s^2 + \dots + D_{n-1} D_{n-2}^2 \dots D_2^{n-2} T_e^{n-1} s^{n-1} + D_n D_{n-1}^2 \dots D_2^{n-1} T_e^n s^n \end{aligned} \quad (18)$$

pri čemu  $T_e = T_1$  označava **nadomjesnu vremensku konstantu**  
ukupnog zatvorenog sustava nadomještenog prijenosnom funkcijom:

$$G_e = G_1(s) = \frac{1}{1 + T_e s}. \quad (19)$$

## Optimum dvostrukog odnosa (14)

- Veza nadomjesnih vremenskih konstanata pojedinih krugova kaskadne strukture sustava u općem i optimalnom obliku proizlazi iz izraza (5) i (17):

$$T_e = T_1 = \frac{1}{D_2} T_2 = \frac{1}{D_3 D_2} T_3 = \dots = \frac{1}{D_i D_{i-1} D_2} T_i = \dots = \frac{1}{D_n D_{n-1} D_2} T_n. \quad (20)$$

$$T_e = T_1 = 2T_2 = 4T_3 = \dots = 2^{i-1} T_i = \dots = 2^{n-1} T_n. \quad (21)$$

- Dakle, svaki krug kaskadne strukture sustava ima dvostruko veće vrijeme odziva od njemu podređenog kruga.

# Optimum dvostrukog odnosa - Primjer

---

Neka je dana prijenosna funkcija sustava:

$$G(s) = \frac{1}{0.0045s^4 + 0.075s^3 + 0.5s^2 + s + 1} \quad (22)$$

Potrebno je odrediti prijenosnu funkciju sustava koja rezultira jednakim oblikom ali dvostruko bržom prijelaznom pojmom.

## Rješenje

- Kao prvi korak potrebno je proračunati karakteristične odnose  $D_i$ ,  $i = 2, 3, 4$ , te iznos nadomjesne vremenske konstante  $T_e$

$$T_e = T_1 = \frac{a_1}{a_0} = 1 [s] \quad (23)$$

$$D_i = \frac{a_i a_{i-2}}{a_{i-1}^2} \Rightarrow \{D_2 \ D_3 \ D_4\} = \{0.5 \ 0.3 \ 0.4\}. \quad (24)$$

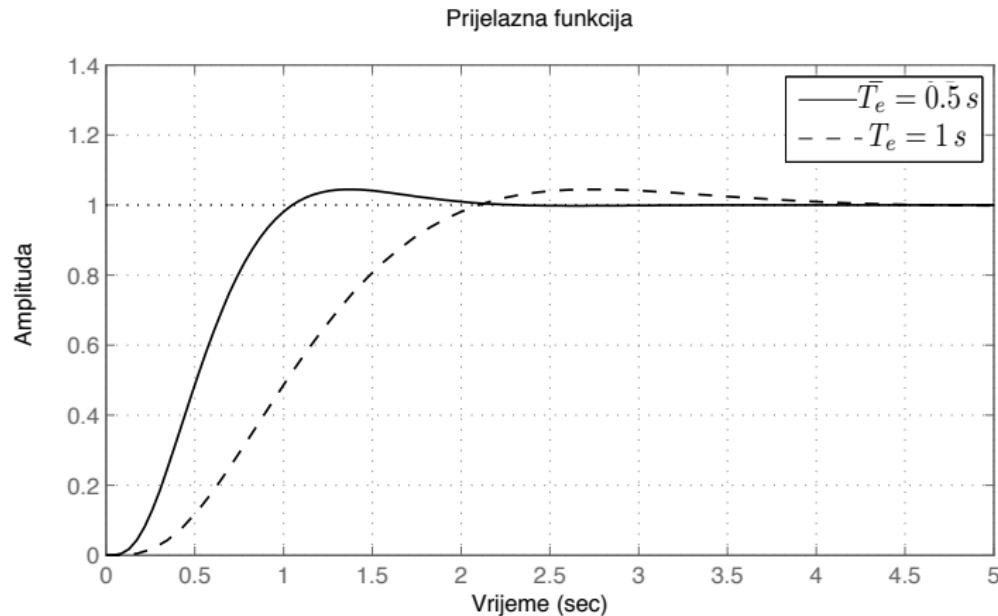
## Optimum dvostrukog odnosa - Primjer (2)

- Budući da je potrebno samo dvostruko ubrzati prijelaznu pojavu uz nepromijenjen oblik prijelazne pojave potrebno je zadržati jednake vrijednosti karakterističnih odnosa te odabrati  $T_e = 0.5$ , odakle slijedi tražena prijenosna funkcija:

$$G'(s) = \frac{1}{D_4 D_3^2 D_2^3 T_e^4 s^4 + D_3 D_2^2 T_e^3 s^3 + D_2 T_e^2 s^2 + T_e s + 1} \quad (25)$$

$$G'(s) = \frac{1}{0.00028125 s^4 + 0.0093753 s^3 + 0.125 s^2 + 0.5 s + 1} \quad (26)$$

# Optimum dvostrukog odnosa - Primjer (3)



Slika 6: Prijelazne pojave sustava uz  $T_e = 1$  i  $T_e = 0.5$  i nepromjenjen iznos karakterističnih odnosa

# Analiza vladanja sustava uz optimalan iznos svih karakterističnih odnosa

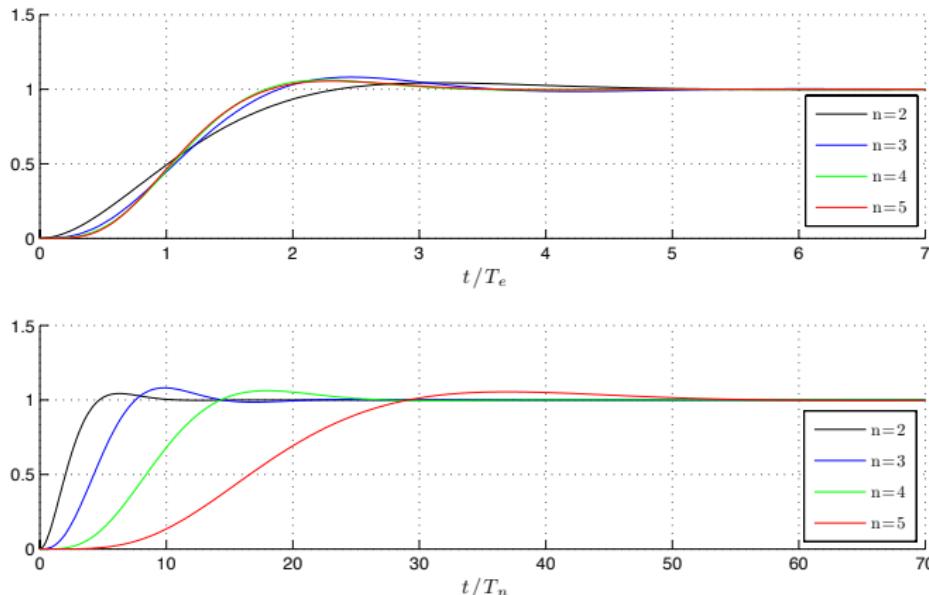
- Rezultati analize sustava, različitog reda  $n$ , s karakterističnim polinomom  $A(s)$  prema izrazu:

$$A(s) = 1 + T_e s + D_2 T_e^2 s^2 + \dots + D_n D_{n-1}^2 \dots D_2^{n-1} T_e^n s^n \quad (27)$$

dani su na slikama 7 i 8.

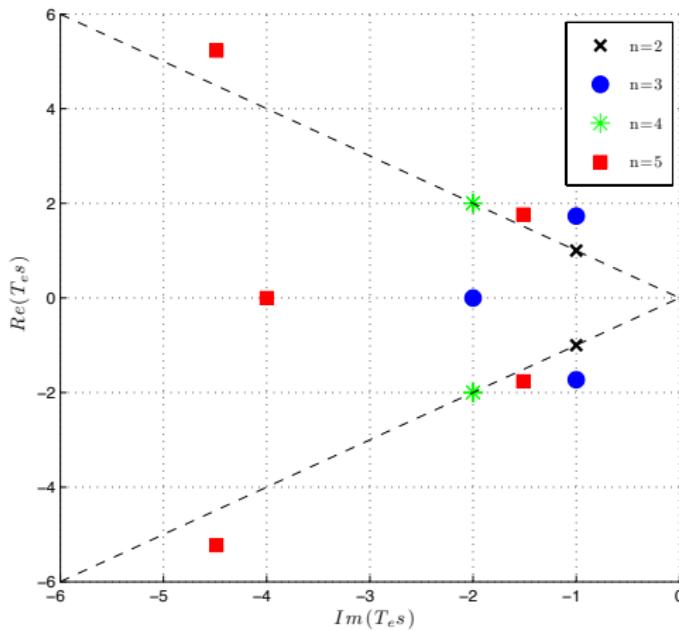
- Sve prijelazne funkcije, bez obzira na red sustava, imaju sličan kvaziperiodski oblik. Takav oblik predstavlja rezultat optimalnog izbora između veće brzine odziva i manje oscilatornosti.
- Regulacijsko nadvišenje  $\sigma_m < 8\%$ , vrijeme porasta  $t_1 < 2.4T_e$ .
- Sporiji odziv sustava višeg reda. Svako povećanje reda sustava za 1, uz jednaku sistemsku vremensku konstantu  $T_n$ , udvostručuje vrijeme odziva.
- Dobro prigušenje optimiranog sustava (očituje se i kroz raspored polova).

# Analiza vladanja sustava uz optimalan iznos svih karakterističnih odnosa (2)



Slika 7: Prijelazne funkcije u vremenu normiranom na nadomjesnu ( $T_e$ ), odnosno sistemsku ( $T_n$ ) vremensku konstantu

# Analiza vladanja sustava uz optimalan iznos svih karakterističnih odnosa (3)



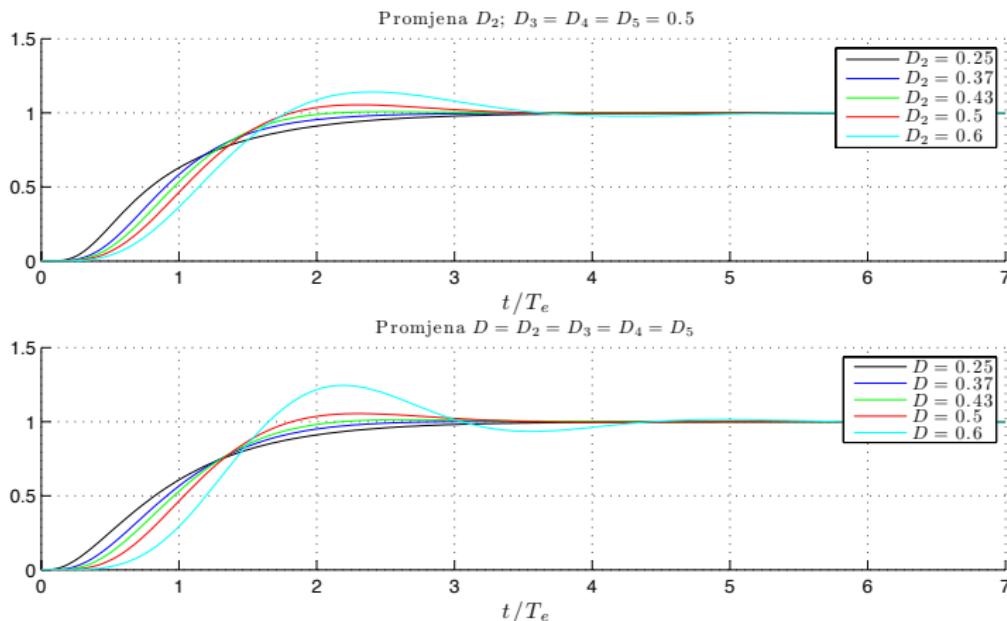
Slika 8: Položaj polova optimiranog sustava u normiranoj  $T_{es}$  ravnini

# Podešavanje prigušenja

---

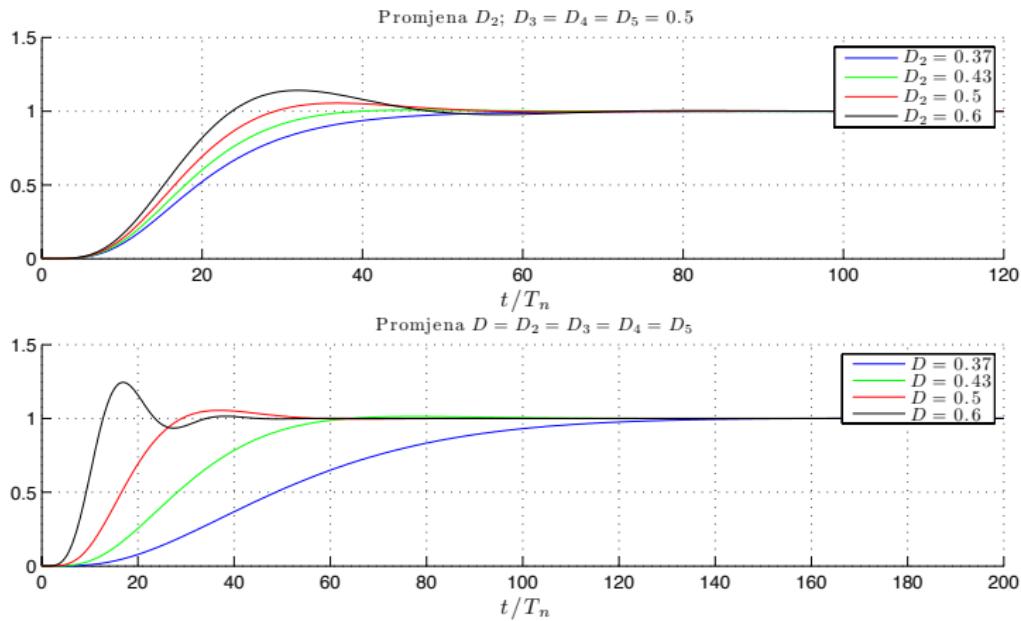
- Ponekad je potrebno odstupiti od optimalnog prigušenja sustava određenog optimalnim izborom karakterističnih odnosa.
- Npr. kod pozicioniranja uobičajeno se ne dopušta nadvišenje (potrebno je ostvariti što brži odziv bez nadvišenja).
- U nekim se primjenama tolerira povećano nadvišenje i oscilatornost s ciljem postizanja bržeg odziva i kvalitetnijeg otklanjanja utjecaja poremećaja
- Mogući način podešavanja prigušenja:
  - promjenom samo dominantnog karakterističnog odnosa  $D_2$
  - postavljanjem svih karakterističnih odnosa na jednak iznos  $D$  različit od 0.5.

# Podešavanja prigušenja (2)



Slika 9: Prijelazne funkcije u vremenu normiranom na nadomjesnu ( $T_e$ ), vremensku konstantu, uz a) promjenu samo odnosa  $D_2$  i b) promjenu svih karakterističnih odnosa

# Podešavanja prigušenja (3)



Slika 10: Prijelazne funkcije u vremenu normiranom na nadomjesnu ( $T_n$ ), vremensku konstantu, uz a) promjenu samo odnosa  $D_2$  i b) promjenu svih karakterističnih odnosa

## Podešavanja prigušenja (4)

- Smanjenjem  $D_2 < 0.5$  povećava se prigušenje prijelazne funkcije, tj. smanjuje se njena oscilatornost i nadvišenje.
- Granični aperiodski oblik prijelazne funkcije dobije se uz  $D_2 = 0.37$  (Slika 9).
- Odzivi, dani na slici 10 pokazuju da je besmisleno mijenjati iznos  $D < 0.5$  svih karakterističnih odnosa, jer se tako značajno usporava odziv.
- Povećanjem  $D_2 > 0.5$  smanjuje se prigušenje prijelazne funkcije, tj. povećava njena oscilatornost i nadvišenje. Približno jednako nadvišenje za oba načina podešavanja prigušenja postiže se uz različite iznose karakterističnih odnosa  $D$  i  $D_2$  ( $D < D_2$ ).
- Nasuprot prethodnom slučaju  $D_2 = D < 0.5$ , povoljniji (brži) odziv u vremenu normiranom na sistemsku vremensku konstantu  $T_n$  dobije se ukoliko se prigušenje podešava promjenom iznosa  $D$  svih karakterističnih odnosa.

# Utjecaj nedominantnih karakterističnih odnosa

- U primjenama se često koristi **regulator reduciranih reda** kojim nije moguće nezavisno postaviti svih  $n - 1$  karakterističnih odnosa na optimalan iznos  $D = 0.5$ .
- Približno optimalno vladanje sustava može se postići tako da se optimiraju nadređeni krugovi kaskadne strukture sustava, koji dominantno određuju vladanje sustava.
- Po dominantnosti viši karakteristični odnosi  $D_2, \dots, D_{l+1}$  postave se na iznos 0.5.
- Utjecaj podoptimalnog iznosa preostalih, po dominantnosti nižih karakterističnih odnosa  $D_{l+2}, \dots, D_n$  na kvalitetu vladanja sustava razmatra se u analizi koja slijedi.

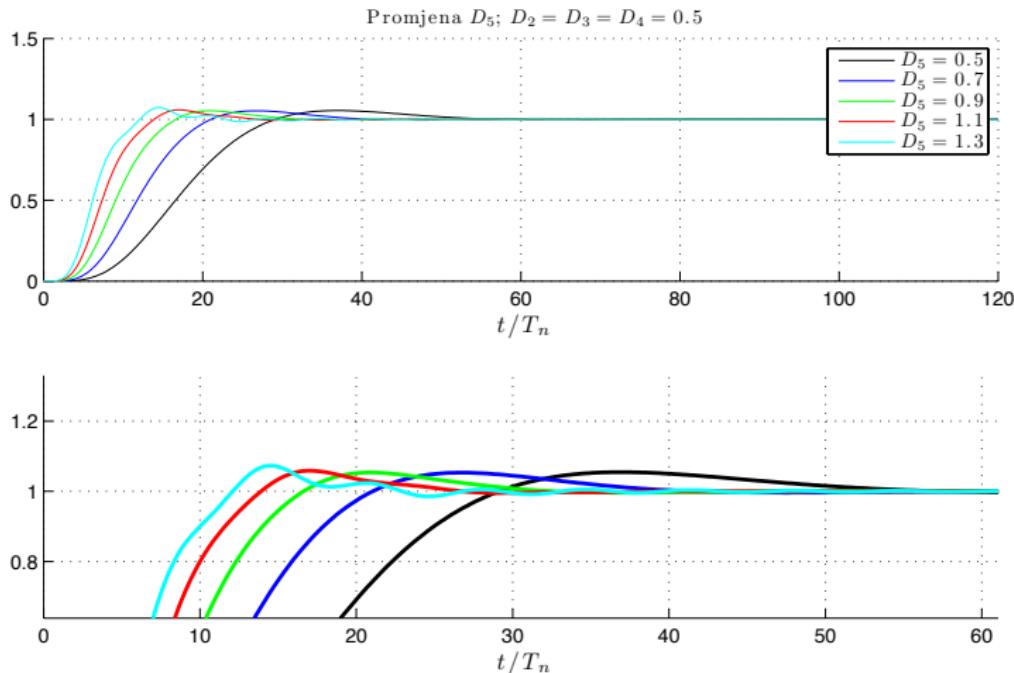
## Utjecaj nedominantnih karakterističnih odnosa (2)

- Analizira se utjecaj nedominantnog karakterističnog odnosa  $D_5$  ( $l = 3$ , regulator s tri stupanja slobode) na vladanje sustava 5. reda ( $n = 5$ ) optimiranog za  $D_2 = D_3 = D_4 = 0.5$ .
- Vrijeme odziva sustava određeno je iznosom nadomjesne vremenske konstante  $T_e$  koja se računa prema izrazu:

$$T_e = 2^l \frac{T_n}{D_n D_{n-1} \dots D_{l+2}} = \frac{2T_n}{D_5}. \quad (28)$$

- Povećanjem iznosa najnižeg karakterističnog odnosa  $D_5 > 0.5$ , povećava se oscilatornost 4. kruga kaskadne strukture sustava što se odražava i na povećanu oscilatornost nadređenih krugova.
- Prijelazne funkcije sustava pokazuju (Sl. 11) da se odziv sustava gotovo ne mijenja ako je zadovoljena nejednakost  $D_5 < D_{5\max} \approx 0.9$ . Manja oscilatornost je prisutna kod iznosa  $D_5 = 1.1$  da bi tek kod iznosa  $D_5 = 1.3$  ta oscilatornost bila značajna.

# Utjecaj nedominantnih karakterističnih odnosa (3)



Slika 11: Prijelazne funkcije u vremenu normiranom na nadomjesnu ( $T_n$ ), vremensku konstantu, uz promjenjiv karakteristični odnos  $D_5$  te uz optimalne iznose ostalih karakterističnih odnosa

# Usporedba optimuma dvostrukog odnosa i simetričnog optimuma

---

- Prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga podešenog prema simetričnom optimumu uz uključen prefiltar u grani referentne vrijednosti, glasi:

$$G_z(s) = \frac{Y(s)}{Y_R(s)} = \frac{1}{1 + 4T_{\Sigma}^*s + 8T_{\Sigma}^{*2}s^2 + 8T_{\Sigma}^{*3}s^3}. \quad (29)$$

- Karakteristični odnosi prijenosne funkcije (32) imaju sljedeće iznose:

$$D_2 = \frac{a_2 a_0}{a_1^2} = \frac{8T_{\Sigma}^{*2} \cdot 1}{16T_{\Sigma}^{*2}} = 0.5, \quad (30)$$

$$D_3 = \frac{a_3 a_1}{a_2^2} = \frac{8T_{\Sigma}^{*3} \cdot 4T_{\Sigma}^*}{64T_{\Sigma}^{*4}} = 0.5. \quad (31)$$

- Razvidno je da simetrični optimum predstavlja samo specijalni slučaj optimuma dvostrukog odnosa za slučaj sustava 3. reda.

## Usporedba optimuma dvostrukog odnosa i simetričnog optimuma (2)

- Ako razmotrimo prijenosnu funkciju zatvorenog kruga prema simetričnom optimumu u općem obliku:

$$G_z(s) = \frac{Y(s)}{Y_R(s)} = \frac{1}{1 + a^2 T_{\Sigma}^* s + a^3 T_{\Sigma}^{*2} s^2 + a^3 T_{\Sigma}^{*3} s^3}, \quad (32)$$

lako se pokazuje da dominantni karakteristični odnosi iznose:

$$D_2 = D_3 = \frac{1}{a}. \quad (33)$$

- Promjena željenog faznog osiguranja  $\gamma$  promjenom iznosa parametra  $a$  kod simetričnog optimuma odgovara istovremenoj promjeni svih karakterističnih odnosa ( $D_2$  i  $D_3$ ).
- Analiza utjecaja nedominantnih karakterističnih odnosa ((Sl. 11)) pokazuje opravdanost zanemarenja dinamike podređene petlje po struji (momentu) unatoč eventualnim oscilacijama u prijelaznoj pojavi.

# Postupci parametriranja regulatora

## Diskretni postupak sinteze

---

- Uz primjenu regulatora punog reda, npr. polinomskog regulatora, moguće je **nezavisno** postaviti položaj svih polova sustava.
- Sinteza se može provesti u diskretnom ( $z$ ) području, pri čemu se polazi od karakterističnog polinoma sustava:

$$A_d(z) = \prod_{i=1}^n (z - z_i) = \sum_{i=0}^n a_{di} z^i = a_{dn} z^n + a_{dn-1} z^{n-1} + \dots + a_d z + 1. \quad (34)$$

- Korijeni  $z_i$  polinoma  $A_d(z)$  određuju se iz korijena  $s_i$  optimalnog polinoma  $A(s)$  (18) prema:

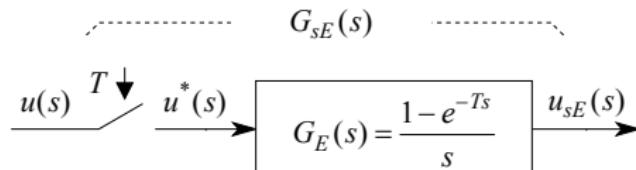
$$z_i = e^{Ts_i}, \quad A(s_i) = 0 \Rightarrow \text{ za } i = 1, \dots, n, \quad (35)$$

gdje je  $T$  vrijeme uzorkovanja.

# Postupci parametriranja regulatora

## Kvazikontinuirani postupak sinteze

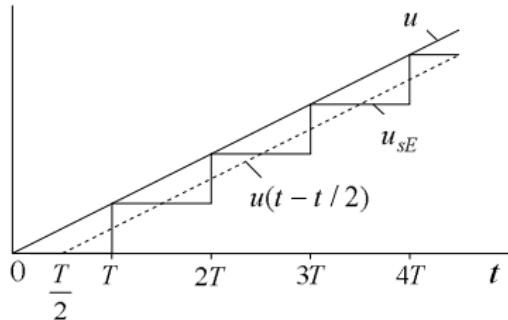
- U slučaju primjene **diskretnog regulatora reduciranog reda** potrebno je postupak sinteze provesti u kontinuiranom ( $s$ ) području.
- Prethodno se diskretni sustav nadomješta ekvivalentnim kontinuiranim sustavom.
- Element koji povezuje diskretni s kontinuiranim dijelom sustava je i ekstrapolator nultog reda. Odziv serijskog spoja idealnog impulsnog elementa i ekstrapolatora nultog reda na pobudnu funkciju linearног porasta dan je na slici 12.
- Stepeničasti odziv karakterističan za diskrete sustave aproksimira se pravcem koji za pobudnim signalom kasni za  $T/2$ , te se aproksimira  $PT_1$  članom.



Slika 12: Serijski spoj idealnog impulskog elementa i ekstrapolatora nultog reda(ZOH)

# Postupci parametriranja regulatora

## Kvazikontinuirani postupak sinteze (2)



$$G_{sE}(s) \approx e^{-sT/2} \approx \frac{1}{1 + sT/2} \quad (36)$$

Slika 13: Aproksimacija ekstrapolatora nultog reda(ZOH)

- U nadomjesnom kontinuiranom sustavu vremenska konstanta  $T/2$  člana  $G_{sE}(s)$  promatra se kao parazitna konstanta koja se zbraja s ostalim parazitnim vremenskim konstantama  $T_{\Sigma i}$  otvorenog regulacijskog kruga:

$$T_{\Sigma} = \frac{T}{2} + \sum_i T_{\Sigma i} \quad (37)$$

# Prošireni optimum dvostrukog odnosa

---

- Optimum dvostrukog odnosa može se proširiti na linearne sustave opisane prijenosnom funkcijom proširenom nulama:

$$\frac{y(s)}{y_R(s)} = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1s + 1}{a_ns^n + \dots + a_1s + 1} = \frac{T_n^*T_{n-1}^* \dots T_1^*s^n + \dots + T_1^*s + 1}{T_nT_{n-1} \dots T_1s^n + \dots + T_1s + 1} \quad (38)$$

- Bez izvoda daje se skup jednadžbi proširenog optimuma dvostrukog odnosa:

$$\begin{aligned} T_1^2 - 2T_1T_2 &= T_1^{*2} - 2T_1^*T_2^* \\ &\vdots \\ T_i^2 - 2T_{i+1}T_i &= T_i^{*2} - 2T_{i+1}^*T_i^* \\ &\vdots \\ T_{n-1}^2 - 2T_nT_{n-1} &= T_{n-1}^{*2}. \end{aligned} \quad (39)$$

odnosno:

$$a_i^2 - 2a_{i-1}a_{i+1} = \frac{a_{i-1}^2}{b_{i-1}^2} (b_i^2 - 2b_{i-1}b_{i+1}) \quad (40)$$

## Prošireni optimum dvostrukog odnosa (2)

---

- Zadovoljavanje jednadžbi (39) položaj polova prilagođava se položaju nule prijenosne funkcije (38) tako da sustav ima dobro prigušen odziv.
- Izjednačenjem desnih strana izraza (39) s nulom i zamjenom  $2 s / D_{i+1}$  dobije se opća jednadžba (5) standardnog oblika optimuma dvostrukog odnosa.

# Modulni optimum i projektiranje prekompenatora



Nedjeljko Perić  
Jadranko Matuško  
Mario Vašak

Fakultet elektrotehnike i računarstva

15. prosinca 2011

# Modulni optimum

njem. *Betragsoptimum*, engl. *Magnitude Optimum*

---

- Polazi od zahtjeva da amplitudno-frekvencijska karakteristika linearног sustava proizvoljnog reda ima **što širi propusni opseg bez rezonantnog izdizanja**.
- Modulni optimum poznat je još iz 1946. godine, a šire značenje dobiva u radu Kesslera iz 1955. godine.
- Kao polazište za izvod modulnog optimuma koristi se prijenosna funkcija n-tog reda:

$$G(s) = \frac{1}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + 1}. \quad (1)$$

- Amplitudno-frekvencijska karakteristika sustava (1) glasi:

$$M(\omega) = |G(j\omega)|. \quad (2)$$

## Modulni optimum (2)

---

- Da bi amplitudno-frekvencijska karakteristika sustava imala vrijednost 1 u širem frekvencijskom pojasu potrebno je zadovoljiti sljedeći uvjet:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{d^i M(\omega)}{d\omega^i} = 0; \quad i = 1, 2, \dots, l; \quad 1 \leq l \leq n - 1 \quad (3)$$

- Umjesto funkcije  $|G(j\omega)|$  prikladnije je razmatrati funkciju  $|G(j\omega)|^2$  te prethodni uvjet glasi:

$$\lim_{\omega^2 \rightarrow 0} \frac{d^i M(\omega)^2}{d(\omega^2)^i} = 0; \quad i = 1, 2, \dots, l; \quad 1 \leq l \leq n - 1 \quad (4)$$

- Pritom je kvadrat amplitudno frekvencijske karakteristike sustava (1) jednak:

$$M(\omega)^2 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{\min(i, n-i)} (-1)^j a_{i-j} a_{i+j} \omega^{2i}} \quad (5)$$

## Modulni optimum (3)

- Deriviranjem izraza (5) po  $\omega^2$  te proračunom granične vrijednosti dobivenog izraza kada  $\omega \rightarrow 0$  i izjednačavanjem s nulom slijede izrazi za (standardni) **modulni optimum**:

$$\begin{aligned} a_1^2 - 2a_0a_2 &= 0 \\ a_2^2 - 2a_1a_3 + 2a_0a_4 &= 0 \\ &\vdots \\ a_{n-1}^2 - 2a_{n-2}a_n &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

# Prošireni modulni optimum (1)

---

- Prijenosna funkcija sustava u općem obliku:

$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}. \quad (7)$$

- Prethodna se prijenosna funkcija može zapisati kao:

$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s) - B(s) + B(s)} = \frac{1}{1 + \frac{A(s) - B(s)}{B(s)}}. \quad (8)$$

- Kvadrat amplitudno-frekvencijske karakteristike sustava glasi:

$$|G(j\omega)|^2 = G(j\omega) \cdot \overline{G(j\omega)} = \frac{1}{1 + \frac{A(j\omega) - B(j\omega)}{B(j\omega)}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\overline{A(j\omega)} - \overline{B(j\omega)}}{\overline{B(j\omega)}}}. \quad (9)$$

## Prošireni modulni optimum (2)

- Sređivanjem izraza (9) slijedi:

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{1 + \frac{A(j\omega) - B(j\omega)}{B(j\omega)} + \frac{\overline{A(j\omega)} - \overline{B(j\omega)}}{\overline{B(j\omega)}} + \frac{A(j\omega) - B(j\omega)}{B(j\omega)} \frac{\overline{A(j\omega)} - \overline{B(j\omega)}}{\overline{B(j\omega)}}}. \quad (10)$$

- Da bi amplitudno-frekvencijska karakteristika bila jednaka 1 potrebno je ispuniti uvjet:

$$\frac{A(j\omega) - B(j\omega)}{B(j\omega)} + \frac{\overline{A(j\omega)} - \overline{B(j\omega)}}{\overline{B(j\omega)}} + \frac{A(j\omega) - B(j\omega)}{B(j\omega)} \frac{\overline{A(j\omega)} - \overline{B(j\omega)}}{\overline{B(j\omega)}} = 0 \quad (11)$$

- Sređivanjem prethodnog izraza slijedi:

$$A(j\omega)\overline{A(j\omega)} = B(j\omega)\overline{B(j\omega)} \quad (12)$$

## Prošireni modulni optimum (3)

- Ukoliko su  $A(s)$  i  $B(s)$  polinomi s **realnim koeficijentima** tada vrijedi:

$$\overline{A(j\omega)} = A(-j\omega) \text{ i } \overline{B(j\omega)} = B(-j\omega) \quad (13)$$

te se izraz (12) može zapisati kao:

$$A(j\omega)A(-j\omega) = B(j\omega)B(-j\omega) \quad (14)$$

- Neka su polinomi  $A(s)$  i  $B(s)$  polinomi  $n$ -tog stupnja:

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 + 1, \quad (15)$$

$$B(s) = b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 + 1. \quad (16)$$

## Prošireni modulni optimum (4)

- Uz tako definirane polinome slijedi:

$$A(j\omega)A(-j\omega) = 1 + (a_1 - 2a_0a_2)\omega^2 + (a_2^2 - 2a_1a_3 + 2a_0a_4)\omega^4 + \dots \quad (17)$$

$$B(j\omega)B(-j\omega) = 1 + (b_1 - 2b_0b_2)\omega^2 + (b_2^2 - 2b_1b_3 + 2b_0b_4)\omega^4 + \dots \quad (18)$$

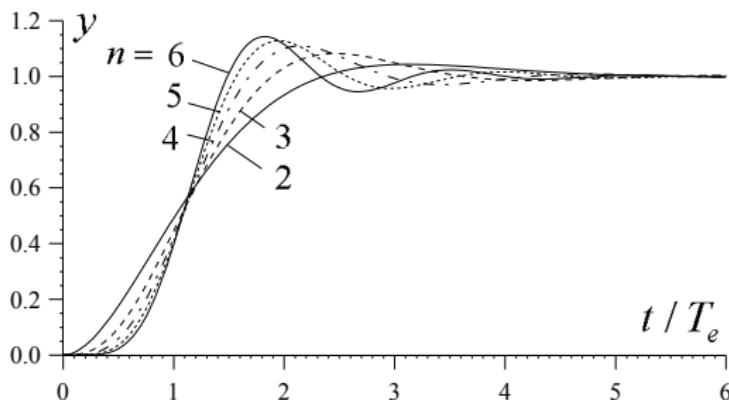
- Izjednačavanjem koeficijenata uz pojedine potencije slijede izrazi za **modulni optimum**:

$$\begin{aligned} a_1^2 - 2a_0a_2 &= b_1^2 - 2b_0b_2 \\ a_2^2 - 2a_1a_3 + 2a_0a_4 &= b_2^2 - 2b_1b_3 + 2b_0b_4 \\ &\vdots \\ a_{n-1}^2 - 2a_{n-2}a_n &= b_{n-1}^2 - 2b_{n-2}b_n \end{aligned} \quad (19)$$

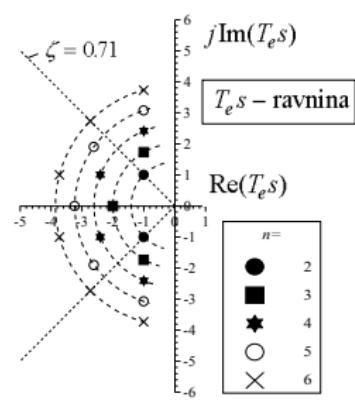
- U slučaju da je  $B(s) = 1$ , tj. da prijenosna funkcija  $G(s)$  nema konačnih nula tada su desne strane jednakosti u izrazima (19) jednaki nula.

# Modulni optimum (4)

- Rezultati analize sustava različitog reda  $n$  projektiranih prema modulnom optimumu.
- Dobiveni su polovi Butterworthovog filtra s karakterističnom frekvencijom  $\Omega_L = \sqrt[n]{1/a_n}$ .



Slika 1: Prijelazne funkcije



Slika 2: Polovi

# Modulni optimum (4)

---

- Rastom reda sustava  $n$  dio polova primiče se sve bliže imaginarnoj osi. Posljedica je slabljenje prigušenja optimiranog sustava, što se ogleda u povećanom iznosu karakterističnih odnosa  $D_i > 0.5$
- Povećani iznosi karakterističnih odnosa rezultiraju nešto bržim odzivom sustava u odnosu na primjenu optimuma dvostrukog odnosa.

Odnos	Red Sustava $n$				
	2	3	4	5	6
$D_2$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$D_3$	-	0.5	0.586	0.618	0.634
$D_4$	-	-	0.5	0.618	0.667
$D_5$	-	-	-	0.5	0.634
$D_6$	-	-	-	-	0.5

# Diskretni oblik modulnog optimuma

- Kao i kod optimuma dvostrukog odnosa moguć je izravan postupak optimiranja diskretnih sustava temeljen na diskretnom obliku modulnog optimuma.
- Neka je linearни diskretni sustav opisan sljedećom prijenosnom funkcijom:

$$G(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_m z^m + \dots + b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{a_n z^n + \dots + a_2 z^2 + a_1 z + a_0}. \quad (20)$$

- Primjenom kriterija optimiranja (4) slijede jednadžbe modulnog optimuma:

$$K^2(a_1^* + 2^2 a_2^* + \dots + n^2 a_n^*) = b_1^* + 2^2 b_2^* + \dots + m^2 a_m^*,$$

$$\vdots$$

$$K^2(a_1^* + 2^{2i} a_2^* + \dots + n^{2i} a_n^*) = b_1^* + 2^{2i} b_2^* + \dots + m^{2i} a_m^*, \quad (21)$$

$$\vdots$$

$$K^2(a_1^* + 2^{2(n-1)} a_2^* + \dots + n^{2(n-1)} a_n^*) = b_1^* + 2^{2(n-1)} b_2^* + \dots + m^{2(n-1)} a_m^*.$$

## Diskretni oblik modulnog optimuma (2)

---

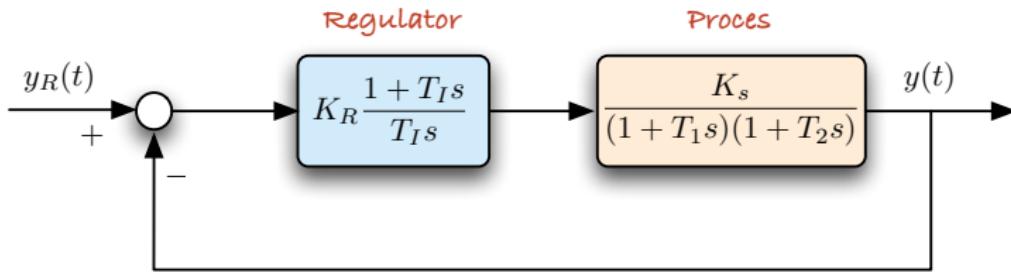
- Koeficijenti  $a_i^*$  i  $b_i^*$ , te pojačanje sustava  $K$  povezani su s koeficijentima prijenosne funkcije (20) diskretnog sustava preko izraza:

$$a_i^* = \sum_{j=0}^{n-1} a_j a_{j+1} = a_0 a_1 + a_1 a_2 + \dots + a_{n-1} a_n, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (22)$$

$$b_i^* = \sum_{j=0}^{n-1} b_j b_{j+1} = b_0 b_1 + b_1 b_2 + \dots + b_{m-1} b_m, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (23)$$

$$K = G(1) = \frac{b_0 + b_1 + \dots + b_m}{a_0 + a_1 + \dots + a_n}. \quad (24)$$

# Primjer modulnog optimuma (1)



Slika 3: Proces drugog reda s PI regulatorom

- Prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga za sustav na slici 3 glasi:

$$\frac{y(s)}{y_R(s)} = \frac{b_0 + b_1 s}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3}, \quad (25)$$

pri čemu su:  $a_0 = K_R K_s$ ,  $a_1 = T_I (1 + K_R K_s)$ ,  $a_2 = T_I (T_1 + T_2)$ ,  
 $a_3 = T_I T_1 T_2$ ,  $b_0 = K_R K_s$  i  $b_1 = K_R K_s T_I$ .

## Primjer modulnog optimuma (2)

---

- Uvjeti za prošireni modulni optimum za prijenosnu funkciju (25) glase:

$$\begin{aligned} a_1^2 - 2a_0a_2 &= b_1^2 \\ a_2^2 - 2a_1a_3 &= 0 \end{aligned} \quad (26)$$

- Uvrštenjem pokrata iz izraza (25) u izraz (26) dobiju se izrazi za parametre PI regulatora:

$$T_I = (T_1 + T_2) \frac{\frac{T_1}{T_2} + \frac{T_2}{T_1}}{1 + \frac{T_1}{T_2} + \frac{T_2}{T_1}}, \quad (27)$$

$$K_R = \frac{1}{2K_s} \left( \frac{T_1}{T_2} + \frac{T_2}{T_1} \right). \quad (28)$$

## Primjer modulnog optimuma (3)

- Za specijalan slučaj kada je  $T_1 \gg T_2$  izrazi (27) i (28) poprimaju sljedeći oblik:

$$T_I = T_1, \quad (29)$$

$$K_R = \frac{1}{2K_s} \frac{T_1}{T_2}. \quad (30)$$

- Prethodni izrazi identični su izrazima za **tehnički optimum**.
- Prema tome, tehnički optimum predstavlja specijalni slučaj modulnog optimuma za sustav drugog reda s jednom dominantnom vremenskom konstantom upravljan PI regulatorom.

# Usporedba optimuma dvostrukog odnosa i modulnog optimuma

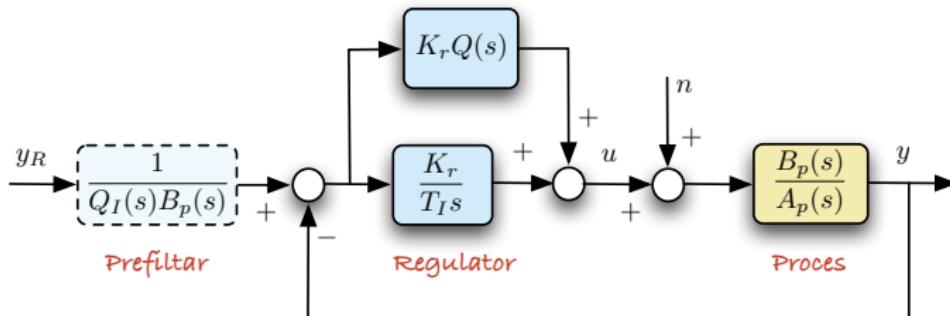
---

- Optimum dvostrukog odnosa i modulni optimum ekvivalentni su za sustave reda  $n \leq 3$ .
- U primjenama se obično daje prednost optimumu dvostrukog odnosa iz sljedećih razloga:
  - jednostavnost postupka sinteze sustava s regulatorom reduciranih reda,
  - potpuna fleksibilnost i jednostavnost podešavanja prigušenja i vremena odziva sustava promjenom iznosa karakterističnih odnosa
  - mogućnost algebarske analize optimiranog sustava temeljene na iznosima nedominantnih karakterističnih odnosa.

# Usporedba standardnog i proširenog optimuma

- Klasična struktura linearog kontinuiranog regulacijskog kruga s  $\text{PID}_V$  regulatorom prikazana je blokovskom shemom na slici 4.
- $\text{PID}_V$  regulator se sastoji od integralnog člana  $K_r/T_I s$  i proporcionalno-derivacijskog (PD) člana v-tog reda predstavljenog polinomom:

$$Q(s) = 1 + q_1 s + \dots + q_v s^v. \quad (31)$$



Slika 4: Sustav upravljanja s  $\text{PID}_V$  regulatorom

## Usporedba standardnog i proširenog optimuma (2)

- PID<sub>V</sub> regulator je ekvivalentan regulatoru stanja s pojačanjima  $K_r q_i$ .
- U grani referentne veličine regulacijskog kruga ugrađen je kao opcija prefiltar, koji sadrži polinom  $Q_I(s)$  definiran prema:

$$Q_I(s) = 1 + T_I s Q(s). \quad (32)$$

- Prijenosne funkcije zatvorenog regulacijskog kruga s obzirom na referentnu veličinu  $y_R$  (**bez prefiltera**) i poremećajnu veličinu  $n$  jesu redom:

$$G(s) = \frac{y(s)}{y_R(s)} = \frac{K_r Q_I(s) B_p(s)}{T_I s A_p(s) + K_r Q_I(s) B_p(s)}, \quad (33)$$

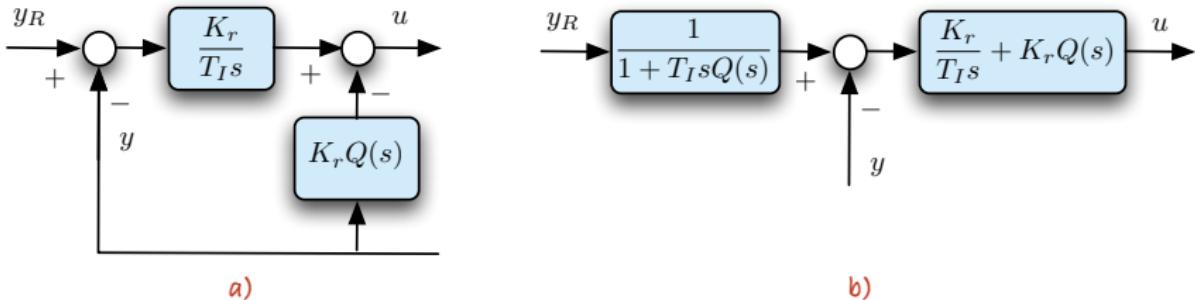
$$G_n(s) = \frac{y(s)}{n(s)} = \frac{T_I s B_p(s)}{T_I s A_p(s) + K_r Q_I(s) B_p(s)}. \quad (34)$$

## Usporedba standardnog i proširenog optimuma (3)

- Uz primjenu proširenog oblika **optimuma dvostrukog odnosa** ili **modulnog optimuma** nule regulatora razmještaju se u blizini dominantnih polova procesa, kompenzirajući tako njihov utjecaj na usporenje odziva regulacijskog kruga s obzirom na referencu.
- U prijenosnoj funkciji (34) s obzirom na poremećajnu veličinu ne pojavljuju se nule koje bi pokratile dominantne polove procesa.
- Posljedica je spor odziv regulacijskog kruga s obzirom na poremećajnu veličinu.
- Povoljan odziv regulacijskog kruga s obzirom na poremećajnu veličinu postiže se optimiranjem položaja polova prijenosnih funkcija (33) i (34), ne vodeći računa o položaju nula.
- Nepovoljan utjecaj nula prijenosne funkcije (33) s obzirom na referencu ogleda se u izraženom forsiranju izvršne veličine  $u$  i velikom nadvišenju regulirane veličine  $y$ .

#### Usporedba standardnog i proširenog optimuma (4)

- Da bi se to spriječilo ugrađuje se prefiltar u granu referentne veličine čiji polovi krate nule prijenosne funkcije zatvorenog regulacijskog kruga.
  - Realizacija prefiltara se pojednostavljuje, odnosno uz  $B_p(s) = 1$  izbjegava, ako se primjeni modificirana struktura regulatora kod koje proporcionalna i derivacijska komponenta regulatora djeluje samo na signal povratne veze.



Slika 5: Realizacije PIDv regulatora

## Usporedba standardnog i proširenog optimuma (5)

---

- Na temelju slike 5 može se zapisati:

$$u = \frac{K_r}{T_I s} (y_R - y) - K_r Q(s) y = \frac{K_r}{T_I s} y_R - \left( \frac{K_r}{T_I s} + K_r Q(s) \right) y \quad (35)$$

$$u = \frac{K_r}{T_I s} \frac{\frac{K_r}{T_I s} + K_r Q(s)}{\frac{K_r}{T_I s} + K_r Q(s)} y_R - \left( \frac{K_r}{T_I s} + K_r Q(s) \right) y \quad (36)$$

$$u = \left( \frac{K_r}{T_I s} + K_r Q(s) \right) \left( \frac{1}{1 + T_I s Q(s)} y_R - y \right) \quad (37)$$

- Tako izведен regulator ne unosi nule u prijenosnoj funkciji zatvorenog regulacijskog kruga (33).

## Usporedba standardnog i proširenog optimuma (6)

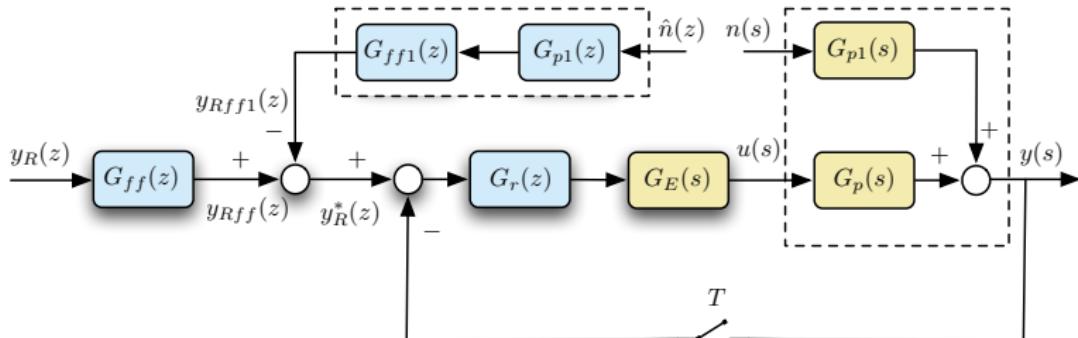
- Nedostatak primjene standardnog u odnosu na prošireni oblik optimuma je sporiji odziv regulacijskog kruga s obzirom na referentnu veličinu.
- Ovaj se nedostatak otklanja ugradnjom **pretkompenzatora** u granu referentne veličine.
- Ako su nule procesa (korijeni polinoma  $B_p(s)$ ) nestabilne, odnosno slabo prigušene, tada je realizacija prefiltera nemoguća, odnosno problematična.
- U slučaju nepovoljnog utjecaja ovih nepokraćenih nula procesa neophodna je primjena proširenog oblika optimuma.

Regulacijski krug proširuje se **pretkompenzatorom** s ciljem:

- ubrzanje odziva regulacijskog kruga s obzirom na referentnu veličinu,
- smanjenja pogreške slijedeњa referentne veličine.

# Sinteza pretkompenzatora (1)

- Sustav se sastoji od regulacijskog kruga danog u digitalnoj izvedbi i linearnog digitalnog pretkompenzatora  $G_{ff}(z)$  (engl. feedforward controller) smještenog u grani referentne veličine.
- Dodatno se može ugraditi i pretkompenzator  $G_{ff1}(z)$  s ciljem efikasne kompenzacije utjecaja poremećajne veličine  $n$ .



Slika 6: Shema upravljanja s pretkompenzatorom

## Sinteza pretkompenzatora (2)

Sinteza sustava upravljanja s pretkompenzatorom provodi se u dva temeljna koraka:

- sinteza regulacijskog kruga
  - sinteza pretkompenzatora.
- 
- Sa stajališta jednostavnosti postupka optimiranja regulacijskog kruga i kvalitete vladanja s obzirom na poremećajnu veličinu pogodno je odrediti parametre regulatora primjenom standardnog oblika optimuma dvostrukog odnosa

## Sinteza pretkompenzatora (3)

---

- Prijenosna funkcija optimiranog zatvorenog regulacijskog kruga glasi:

$$G_{cl}(z) = \frac{y(z)}{y_R^*(z)} = \frac{B_{cl}(z)}{A(z)} = \frac{B_{cl}^+ B_{cl}^-}{A(z)}. \quad (38)$$

- Polinom  $A(z)$  zadovoljava optimum dvostrukog odnosa.
- Nule prijenosne funkcije razvrstane su u dvije skupine:
  - nestabilne ili slabo prigušene nule (polinom  $B_{cl}^-(z)$ ),
  - dobro prigušene nule uključene u polinom  $B_{cl}^+(z)$ .
- Kraćenje dobro prigušenih nula zatvorenog regulacijskog kruga i uvođenje novih, kompenzacijskih nula (preko polinoma  $B(z)$ ) postiže se pretkompenzatorom s prijenosnom funkcijom:

$$G_{ff}(z) = \frac{y_{Rff}(z)}{y_R(z)} = \frac{A_F(1)}{B_{cl}^-(1)} \frac{B(z)}{A_F(z)B_{cl}^+(z)}. \quad (39)$$

## Sinteza pretkompenzatora (4)

---

- Kraćenjem dobro prigušenih nula regulacijskog kruga pretkompenzator preuzima i ulogu prefiltera.
- Kompenzacijeske nule kompenziraju utjecaj polova regulacijskog kruga sadržanih u polinomu  $A(z)$ , čime se ubrzava odziv sustava s obzirom na referentnu veličinu, odnosno smanjuje pogreška slijedenja referentne trajektorije.
- U primjenama kod kojih **referentna trajektorija nije unaprijed poznata** pretkompenzator (39) **mora biti kauzalan**. Radi toga je u prijenosnu funkciju pretkompenzatora (39) uključen polinom  $A_F(z)$  reda:

$$n_F = \deg A_F = \deg B - \deg B_{cl}^+. \quad (40)$$

- **Dead-beat** polinom  $A_F(z) = z^{n_F}$  daje najjednostavniju realizaciju i neizmjenjen oblik odziva sustava s minimalnim unijetim kašnjenjem iznosa  $n_F T$ .
- Nedostatak **dead-beat** polinoma  $A_F(z)$ :
  - vrlo izraženo forsiranje izlaznog signala pretkompenzatora  $y_{Rff}$  i izvršnog signala  $u$ ,
  - velika osjetljivost sustava na šum u referentnom signalu  $y_R$ .

## Sinteza pretkompenzatora (5)

---

- Ovi nedostaci dolaze više do izražaja uz manje vrijeme uzorkovanja  $T$ , te se u tim slučajevima koristi modificirani dead-beat polinom s jednim polom izvan ishodišta:

$$A_F(z) = z^{n_F-1} (z - e^{-T/T_F}) = z^{n_F-1} (z - z_F). \quad (41)$$

- Ako se zahtijeva jače filtrirajuće djelovanje polinoma  $A_F(z)$  povoljno je svih  $n_F$  polova postaviti izvan ishodišta na iznose koje daje npr. Butterworthov filter.
- U primjenama kod kojih je referentna veličina unaprijed poznata (npr. roboti ili alatni strojevi) može se polinom  $A_F(z)$  isključiti iz prijenosne funkcije prekompenzatora.
- Prijenosna funkcija sustava (prema (38) i (39) glasi:

$$G(z) = \frac{y(z)}{y_R(z)} = G_{ff}(z)G_{cl}(z) = \frac{A_F(1)}{B_{cl}^-(1)} \frac{B_{cl}^-(z)}{A_F(z)} \frac{B(z)}{A(z)}. \quad (42)$$

- Uvjet stacionarne točnosti sustava (42) je  $B(1) = A(1)$ .
- Parametri polinoma  $B(z)$  obično se određuju primjenom **proširenog modulnog optimuma** budući da se želi osigurati što bolje (brže) slijedenje referentne veličine (što širi propusni opseg).

# Pretkompenzator punog reda

---

- Optimalni pretkompenzator punog reda određen je trivijalnim izborom parametara:

$$B(z) = A(z). \quad (43)$$

- Nulama pretkompenzatora punog reda krate se svi polovi zatvorenog regulacijskog kruga.
- Tako se u potpunosti kompenzira utjecaj polova na usporenje odziva sustava prema referentnoj vrijednosti.
- Izborom **dead-beat** polinoma  $A_F(z)$ , ukupna prijenosna funkcija sustava prelazi u:

$$G(z) = G_{ff}(z)G_{cl}(z) = \frac{A_F(1)}{B_{cl}^-(1)} \frac{B_{cl}^-(z)}{A_F(z)} = \frac{1}{B_{cl}^-(1)} \frac{B_{cl}^-(z)}{z^{n_F}}. \quad (44)$$

- Tako projektirani sustav ima vremenski optimalno (dead-beat) vladanje:
  - aperiodski oblik prijelazne funkcije,
  - konačno vrijeme smirivanja u  $n_F$  koraka uzorkovanja.

# Pretkompenzator reduciranih reda

---

- U slučaju projektiranja pretkompenzatora reduciranih reda potrebno je odrediti koeficijente polinoma  $B(z)$  tako da omjer  $B(z)/A(z)$  u izrazu (42)

$$G(z) = \frac{y(z)}{y_R(z)} = G_{ff}(z)G_{cl}(z) = \frac{A_F(1)}{B_{cl}^-(1)} \frac{B_{cl}^-(z)}{A_F(z)} \frac{B(z)}{A(z)}. \quad (45)$$

bude optimalan prema **diskretnom proširenom modulnom optimumu**.

- Uvjet stacionarne točnosti ( $A(1) = B(1)$ ) u ovom slučaju glasi:

$$b_0 + b_1 + \dots + b_m = a_0 + a_1 + \dots + a_n = a_{\Sigma}. \quad (46)$$

## Pretkompenzator reduciranih reda (2)

- Ove jednadžbe tvore sustav algebarskih jednadžbi po traženim koeficijentima kompenzacijskog polinoma  $B(z)$

$$\begin{bmatrix} 0 & b_0 & b_1 & \dots & b_{m-2} & b_{m-1} \\ 0 & 0 & b_0 & \dots & b_{m-3} & b_{m-2} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & b_{m-4} & b_{m-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & b_0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{m-1} \\ b_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1^* \\ b_2^* \\ b_3^* \\ \vdots \\ b_m^* \\ a_\Sigma \end{bmatrix} \quad (47)$$

gdje je:

$$\begin{bmatrix} b_1^* \\ b_2^* \\ \vdots \\ b_m^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1^2 & \dots & m^2 \\ 1^4 & \dots & m^4 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1^{2m} & \dots & m^{2m} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1^2 & \dots & n^2 \\ 1^4 & \dots & n^4 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1^{2m} & \dots & n^{2m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & a_0 & \dots & a_{n-1} \\ 0 & 0 & \dots & a_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

## Pretkompenzator reduciranih reda (3)

---

- Analitičko rješenje ovog sustava postoji samo za pretkompenzator prvog ili drugog reda:

  - Za  $m = 1$ :

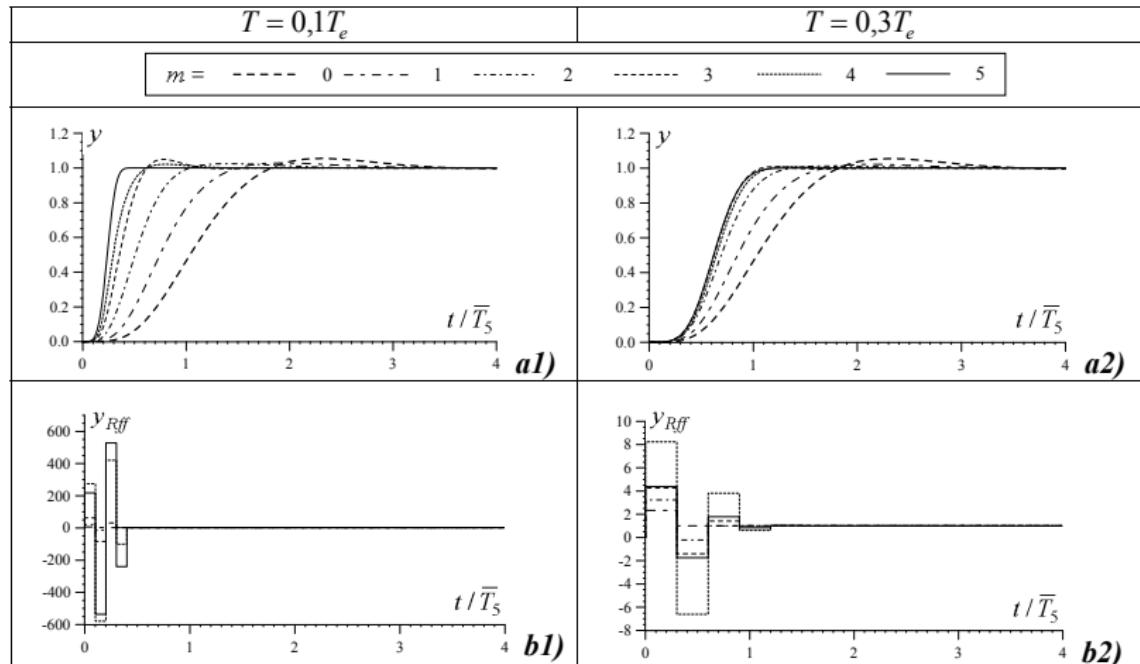
$$b_{0,1} = \frac{a_\Sigma \pm \sqrt{a_\Sigma^2 - 4b_1^*}}{2} \quad (48)$$

  - Za  $m = 2$ :

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{a_\Sigma - \sqrt{a_\Sigma^2 - 4b_1^*}}{2} \\ b_2 &= \frac{a_\Sigma - b_1 + \sqrt{(a_\Sigma - b_1)^2 - 4b_2^*}}{2} \\ b_0 &= a_\Sigma - b_1 - b_2. \end{aligned} \quad (49)$$

- Optimalni parametri pretkompenzatora reda  $m > 2$  računaju se numeričkim postupkom, npr. kao funkcija u MATLAB-u.

# Pretkompenzator reduciranih reda (4)



Slika 7: Prijelazne funkcije optimiranog sustava 5. reda za različiti red pretkompenzatora  $m$  i dva različita vremena uzorkovanja  $T$

# Pretkompenzator reduciranih reda (5)

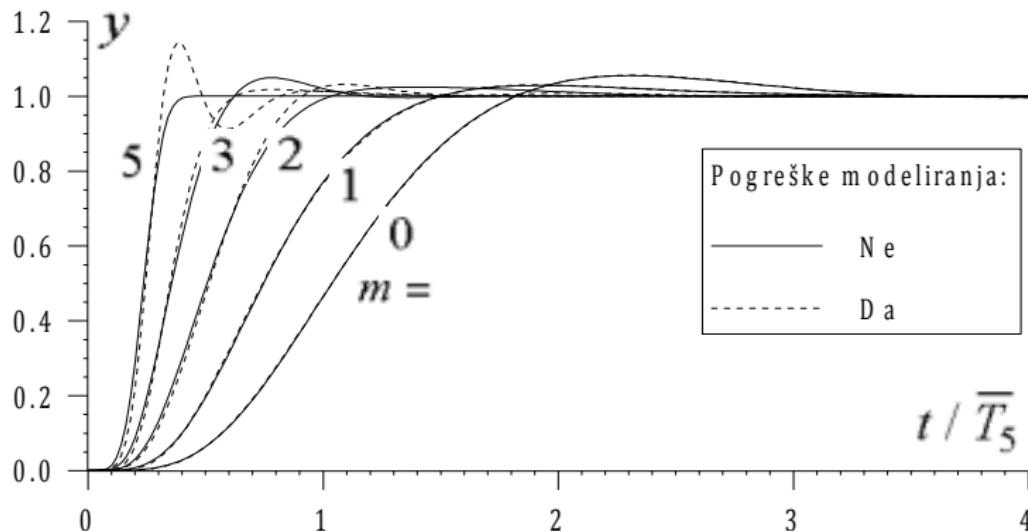
Primjer: Utjecaj nemodelirane dinamike

---

- Realni zatvoreni regulacijski krug 6. reda, podešen prema optimumu dvostrukog odnosa, aproksimira se pri sintezi pretkompenzatora modelom 5. reda.
- To zapravo znači da dinamika najpodređenijeg 6. kruga kaskadne strukture sustava.
- Usporedni prikaz prijelaznih funkcija sustava s pretkompenzatorima različitog reda  $m$ , za slučajeve točno i približno modelirane dinamike regulacijskog kruga, dan je na slici 8 (sljedeći slajd).
- Najveću osjetljivost na pogreške modeliranja pokazuje sustav s pretkompenzatorom punog reda  $m = 5$ . Vrijeme porasta prijelazne funkcije ostaje približno jednako, ali se značajno povećava vrijeme smirivanja i nadvišenje.
- Sustav s pretkompenzatorom reduciranih reda znatno je manje osjetljiv na pogreške modeliranja, posebno uz niži red pretkompenzatora  $m$ .

# Pretkompenzator reduciranih reda (6)

Primjer: Utjecaj nemodelirane dinamike



Slika 8: Ilustracija utjecaja pogreški modeliranja regulacijskog kruga na kvalitetu predupravljanja ( $T = 0.1T_e$ )

# Regulacija brzine vrtnje i položaja elektromotornog pogona s elastičnim prijenosnim mehanizmom



Nedjeljko Perić  
Jadranko Matuško  
Mario Vašak

Fakultet elektrotehnike i računarstva

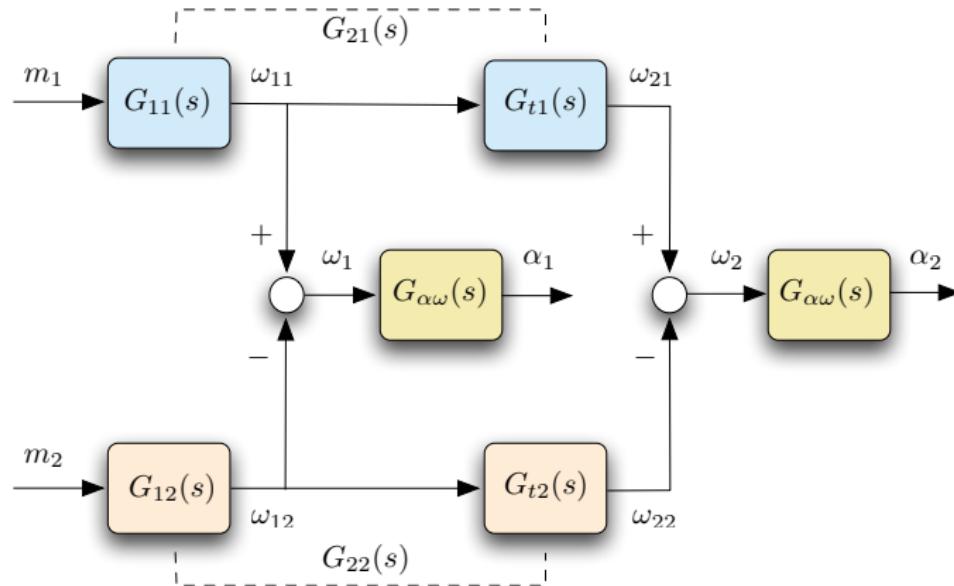
22. prosinca 2011

# Uvod

---

- Primjena PI regulatora brzine podešenog prema simetričnom optimumu daje slabo prigušene odzive elektromotornog pogona s elastičnim prijenosnim mehanizmom.
- Stoga je važno istražiti mogućnost prigušenja odziva pogona uz zadržavanje jednostavnog i široko primjenjivanog PI regulatora.
- U slučaju da PI regulator brzine vrtnje ne može dati dobro prigušen odziv, potrebno je primijeniti složenije strukture regulatora, npr.:
  - regulator stanja ili
  - polinomski regulator.
- Kada se postigne dobro prigušen (kvaziaperiodski) odziv regulacijskog kruga brzine vrtnje, tada je postupak optimiranja nadređenog regulacijskog kruga položaja jednak kao kod pogona s krutim prijenosnim mehanizmom.

## Dinamički model dvomasenog elastičnog sustava



# Dinamički model dvomasenog elastičnog sustava

Prijenosne funkcije ulazno/izlaznog modela mehaničkog sustava određene su izrazima:

$$G_{11}(s) = \frac{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + \Omega_{02}^{-2}s^2}{T_\Sigma s(1 + 2\zeta\Omega_0^{-1}s + \Omega_0^{-2}s^2)} \quad (1)$$

$$G_{12}(s) = \frac{1 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s}{T_\Sigma s(1 + 2\zeta\Omega_0^{-1}s + \Omega_0^{-2}s^2)} \quad (2)$$

$$G_{t1}(s) = \frac{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s}{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + \Omega_{02}^{-2}s^2} \quad (3)$$

$$G_{t1}(s) = \frac{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s}{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + \Omega_{02}^{-2}s^2} \quad (4)$$

$$G_{t2}(s) = \frac{1 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s + \Omega_{01}^{-2}s^2}{1 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s} \quad (5)$$

$$G_{21}(s) = \frac{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s}{T_\Sigma s(1 + 2\zeta\Omega_0^{-1}s + \Omega_0^{-2}s^2)} \quad (6)$$

$$G_{22}(s) = \frac{1 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s + \Omega_{01}^{-2}s^2}{T_\Sigma s(1 + 2\zeta\Omega_0^{-1}s + \Omega_0^{-2}s^2)} \quad (7)$$

## Dinamički model dvomasenog elastičnog sustava

Pritom su uvedene sljedeće pokrate:

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{c}{T_B} \left( \frac{1}{T_{M1}} + \frac{1}{T_{M2}} \right)},$$

$$\Omega_{0i} = \sqrt{\frac{c}{T_B} \frac{1}{T_{Mi}}}, \quad i = 1, 2,$$

$$\zeta = \frac{T_B d}{2c} \Omega_0,$$

$$\zeta_i = \frac{T_B d}{2c} \Omega_{0i}, \quad i = 1, 2,$$

$$T_{M\Sigma} = T_{M1} + T_{M2}.$$

- $T_B$  ima značenje osnovne jedinice vremena uvedene za potrebe skaliranja veličina matematičkog modela. U nastavku može se pretpostaviti da je  $T_B = 1 [s]$ .

# Regulacija brzine vrtnje uz primjenu PI regulatora i regulatora stanja

---

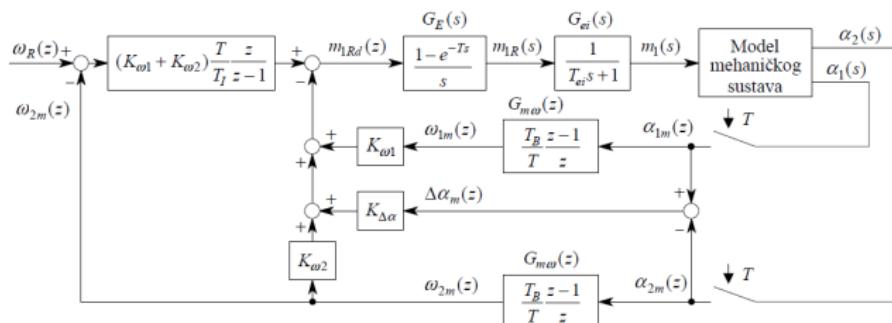
- PI regulator brzine vrtnje može se proširiti dodatnim stabilizirajućim povratnim vezama po različitim stanjima mehaničkog sustava
- Uvođenjem samo jedne dodatne povratne veze:
  - po prijenosnom momentu  $m$ ,
  - razlici brzina vrtnje motora i tereta  $\Delta\omega$ ,dobiju se regulatori stanja reduciranih reda:  $PIm$ , odnosno  $PI\Delta\omega$  regulator.
- Uvođenjem dviju dodatnih povratnih veza po brzini vrtnje tereta  $\omega_2$  i kutu uvijanja  $\Delta\alpha$  dobije se regulator stanja punog reda.
- Nedostatak uvođenja dodatnih povratnih veza - ugradnja dodatnih senzora.
- To se može izbjegći realizacijom djelomičnog ili potpunog estimatora stanja.

# Regulacija brzine vrtnje uz primjenu PI regulatora i regulatora stanja

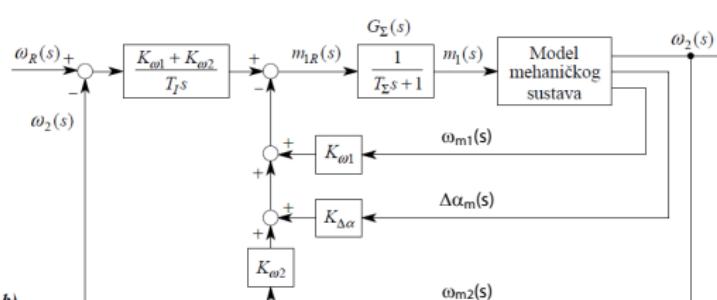
---

- Provodi se analitički postupak optimiranja i usporedbe regulacijskog sustava za četiri spomenuta tipa regulatora za široki raspon dvaju karakterističnih odnosa parametara procesa:
  - odnosa frekvencija  $r_{EM} = \Omega_0 T_\Sigma$ ,
  - odnosa inercija  $r_M = \frac{T_{M2}}{T_{M1}}$ .
- Primjenjuje se kvazikontinuirani postupak optimiranja prema optimumu dvostrukog odnosa.
- Pretpostavlja se mjerljivost svih korištenih varijabli stanja mehaničkog sustava.
- Zahvaljujući načelu razlučivanja (engl. separation principle), rezultati optimiranja vrijede i u slučaju primjene estimatora stanja.
- Razmatraju se i sljedeći praktični aspekti sinteze regulacijskog sustava:
  - utjecaj izbora vremena uzorkovanja na stabilnost i kvalitetu vladanja sustava,
  - robusnost sustava s obzirom na pogreške modeliranja zatvorenog regulacijskog kruga struje.

# Struktura regulacijskog kruga



a)



Slika 1: Struktura regulacijskog kruga

## Struktura regulacijskog kruga

- Struktura digitalnog regulacijskog kruga brzine vrtnje s regulatorom stanja punog reda opisana je blokovskom shemom na slici 1 a).
- Diskretni regulacijski krug sa slike 1 a) nadomješta se u svrhu kvazikontinuirane sinteze s pojednostavljenim kontinuiranim regulacijskim krugom prikazanim na slici 1 b).
- Pritom se serijski spoj idealnog impulsnog elementa i ekstrapolatora nultog reda  $G_E(s)$ , te digitalni mjerni član brzine vrtnje  $G_{m\omega}(z)$  nadomješta kontinuiranim PT1 članom

$$G_\Sigma(s) = \frac{1}{1 + T_\Sigma s} \quad (8)$$

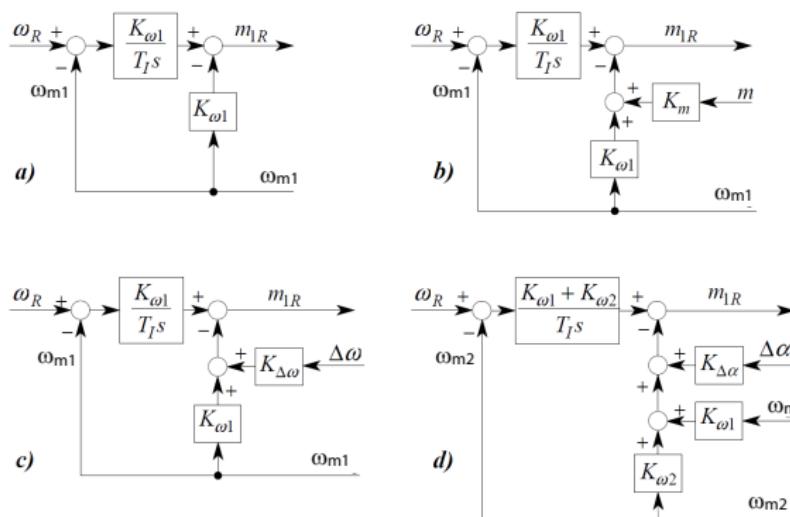
s vremenskom konstantom:

$$T_\Sigma = \frac{T}{2} + T_{ei} + \frac{T}{2} = T_{ei} + T \quad (9)$$

gdje je  $T_{ei}$  nadomesna vremenska konstanta podređenog regulacijskog kruga struje.

# Struktura regulatora

- Na mjesto regulatora u regulacijskom sustavu (Sl. 2) mogu se ugraditi različiti tipovi regulatora prikazani nadomjesnim kontinuiranim shemama:



Slika 2: Strukture regulatora: a) PI, b) PIm c)  $PI\Delta\Omega$ , c) Regulator stanja punog reda

# Optimiranje regulacijskog kruga

- Parametri regulatora pojedinih struktura određuju se na način da prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga zadovoljava **optimum dvostrukog odnosa**.
- Stoga je najprije potrebno odrediti prijenosnu funkciju zatvorenog kruga pri čemu su pojedini njeni koeficijenti funkcije parametara elektromehaničkog sustava te parametara regulatora.
- Prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga  $G_{cl}$ , za sva četiri navedena tipa regulatora, ima sljedeći oblik:

$$G_{cl}(s) = \frac{\omega_{2m}(s)}{\omega_R(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + 1}{a_5s^5 + a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + 1} \quad (10)$$

## Optimiranje regulacijskog kruga (2)

- Parametri  $a_2$  i  $a_3$  u prijenosnoj funkciji 10, ovisno o tipu odabranog regulatora, imaju sljedeće vrijednosti:

Regulator	Koeficijenti $a_2$ i $a_3$
PI	$a_2 = K_{\omega 1}^{-1} T_I T_{M\Sigma} + 2\zeta_2 T_I \Omega_{02}^{-1} + \Omega_{02}^{-2}$ $a_3 = K_{\omega 1}^{-1} T_I T_{M\Sigma} (T_\Sigma + 2\zeta \Omega_0^{-1}) + T_I \Omega_{02}^{-2}$
PI $m$	$a_2 = K_{\omega 1}^{-1} T_I T_{M\Sigma} + K_{\omega 1}^{-1} K_m T_I T_{M2} + 2\zeta_2 T_I \Omega_{02}^{-1} + \Omega_{02}^{-2}$ $a_3 = K_{\omega 1}^{-1} T_I T_{M\Sigma} (T_\Sigma + 2\zeta \Omega_0^{-1}) + K_{\omega 1}^{-1} K_m T_I T_{M2} 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1} + T_I \Omega_{02}^{-2}$
PI $\Delta\omega$	$a_2 = K_{\omega 1}^{-1} T_I T_{M\Sigma} + 2\zeta_2 T_I \Omega_{02}^{-1} + \Omega_{02}^{-2}$ $a_3 = K_{\omega 1}^{-1} T_I T_{M\Sigma} (T_\Sigma + 2\zeta \Omega_0^{-1}) + K_{\omega 1}^{-1} K_{\Delta\omega} T_I \Omega_{02}^{-2} + T_I \Omega_{02}^{-2}$
Regulator stanja	$a_2 = (K_{\omega 1} + K_{\omega 2})^{-1} T_I T_{M\Sigma} + 2\zeta_2 T_I \Omega_{02}^{-1} + (K_{\omega 1} + K_{\omega 2})^{-1} K_{\Delta\alpha} T_I T_B^{-1} \Omega_{02}^{-2}$ $a_3 = (K_{\omega 1} + K_{\omega 2})^{-1} T_I T_{M\Sigma} (T_\Sigma + 2\zeta \Omega_0^{-1}) + (K_{\omega 1} + K_{\omega 2})^{-1} K_{\omega 1} T_I \Omega_{02}^{-2}$

## Optimiranje regulacijskog kruga (3)

- Za ostale koeficijente  $a_1$ ,  $a_4$  i  $a_5$  vrijede sljedeći izrazi neovisni o tipu regulatora:

$$a_1 = T_I + 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1} \quad (11)$$

$$a_4 = K_r^{-1} T_I T_{M\Sigma} (2\zeta \Omega_0^{-1} T_\Sigma + \Omega_0^{-2}) \quad (12)$$

$$a_5 = K_r^{-1} T_I T_{M\Sigma} T_\Sigma \Omega_0^{-2} \quad (13)$$

gdje je "pojačanje regulatora"  $K_r$  određeno kao:

$$K_r = \begin{cases} K_{\omega 1}, & \text{Za } PI, PIm \text{ i } PI\Delta\omega \text{ regulator} \\ K_{\omega 1} + K_{\omega 2}, & \text{za regulator stanja punog reda} \end{cases} \quad (14)$$

## Optimiranje regulacijskog kruga (4)

- Karakteristični polinom u prijenosnoj funkciji zatvorenog kruga, reda  $n = 5$ , može se zapisati u obliku karakterističnom za optimum dvostrukog odnosa:

$$A(s) = D_5 D_4^2 D_3^3 D_2^4 T_e^5 s^5 + D_4 D_3^2 D_2^3 T_e^4 s^4 + D_3 D_2^2 T_e^3 s^3 + D_2 T_e^2 s^2 + T_e s + 1 \quad (15)$$

- Budući da je utjecaj nižih karakterističnih odnosa dominantan, a koji se istovremeno nalaze uz niže potencije polinoma  $A(s)$ , tada je potrebno izjednačiti prvih  $l + 1$  koeficijenata polinoma (15) i nazivnika izraza (10) ( $l$  - broj parametara regulatora), odakle slijedi:
  - izrazi za  $l$  pojačanja različitih tipova regulatora,
  - jednadžbe za računanje nadomjesne vremenske konstante zatvorenog regulacijskog kruga  $T_e$ ,
  - zajednički izraz za integralnu vremensku konstantu  $T_I$  svih regulatora, koji se dobije izjednačavanjem koeficijenta uz  $s^1$ :

$$T_I = T_e - 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1} \quad (16)$$

## Optimiranje regulacijskog kruga (5)

- Neovisno o tipu regulatora dobiju se sljedeći izrazi za nedominantne karakteristične odnose:

$$D_4 = \frac{1}{K_r} \frac{T_{M\Sigma} T_I (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)}{D_3^2 D_2^3 T_e^4 \Omega_0^2} \quad (17)$$

$$D_5 = \frac{1}{K_r} \frac{T_{M\Sigma} T_\Sigma T_I}{D_4^2 D_3^3 D_2^4 T_e^5 \Omega_0^2} = K_r \frac{D_3 D_2^2 T_e^3 T_\Sigma \Omega_0^2}{T_{M\Sigma} T_I (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)^2} \quad (18)$$

- Veza između nadomjesnih vremenskih konstanata  $T_e$  i  $T_\Sigma$  dana je kao (slijedi iz (17) i (18)):

$$T_e = \frac{T_\Sigma}{D_5 D_4 D_3 D_2 (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)} \quad (19)$$

- Postupak optimiranja regulacijskog kruga brzine vrtnje razrađuje se nadalje pojedinačno za svaki tip regulatora.

# PI regulator

## Proračun parametara regulatora

### Jednadžba za računanje nadomjesne vremenske konstante $T_e$

$$D_3 D_2^2 \Omega_0 \Omega_{02}^3 T_e^3 - D_2 (T_\Sigma \Omega_0 + 2\zeta) \Omega_{02}^3 T_e^2 - [\Omega_0 \Omega_{02} - 2\zeta_2 (2\zeta + T_\Sigma \Omega_0) \Omega_{02}^2] T_e - (4\zeta^2 - 1) (T_\Sigma \Omega_0 + 2\zeta) \Omega_{02} + 2\zeta_2 \Omega_0 = 0 \quad (20)$$

### Parametri regulatora

$$K_\omega = \frac{T_I T_{M\Sigma} \Omega_{02}^2}{D_2 T_e^2 \Omega_{02}^2 - 2\zeta_2 (T_e \Omega_{02} - 2\zeta_2) - 1} \quad (21)$$

$$T_I = T_e - 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1} \quad (22)$$

## PI regulator (2)

### Analiza vladanja

---

- Prilikom analize pretpostaviti će se da su iznosi prigušenja vrlo mali, tj. da vrijedi:  $\zeta = \zeta_1 = \zeta_2 = 0$ . Također se pretpostavljaju optimalni iznosi karakterističnih odnosa  $D_i = 0.5$ ,  $i = 2, 3$ .
- U tom slučaju jednadžba za proračun nadomjesne vremenske konstante  $T_e$  glasi:

$$P(T_e) = T_e^3 - 4T_\Sigma T_e^2 - 8\Omega_{02}^{-2}T_e + 8\Omega_{02}^{-2}T_\Sigma = 0 \quad (23)$$

- Fizikalno prihvatljivo rješenje prethodne jednadžbe je sljedeće.

$$T_e \approx \frac{3}{2}T_\Sigma + \sqrt{\frac{21}{4}T_\Sigma^2 + 8\Omega_{02}^{-2}} \quad (24)$$

## PI regulator (3)

### Analiza vladanja

- Nadomjesna vremenska konstanta  $T_e$ , određena prema (24), mijenja se u funkciji parametara procesa  $T_\Sigma$  i  $\Omega_{02}$  između sljedeće dvije krajnje vrijednosti:
  - "meka" veza,  $T_\Sigma \Omega_{02} < r_{EM} = T_\Sigma \Omega_0 \ll 1$ :

$$T_e = \frac{2\sqrt{2}}{\Omega_{02}} = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{1+r_M}}{\Omega_0} \quad (25)$$

- "kruta" veza,  $T_\Sigma \Omega_{02} \gg 1, r_{EM} \gg 1$ :

$$T_e = 3,8T_\Sigma \approx 4T_\Sigma \quad (26)$$

- U slučaju "meke veze" vrijeme odziva ovisi samo o vlastitoj frekvenciji tereta  $\Omega_{02}$ , tj. raste s povećanjem odnosa inercija  $r_M$ .
- U slučaju "krute veze" dobije se rezultat u skladu sa simetričnim optimumom, kao specijalnim slučajem optimuma dvostrukog odnosa.

# PIm regulator

## Proračun parametara regulatora

Jednadžba za računanje nadomjesne vremenske konstante  $T_e$

$$D_4 D_3^2 D_2^3 \Omega_0 \Omega_{02}^2 (T_\Sigma \Omega_0 \Omega_{02} + 2\zeta \Omega_{02} - 2\zeta_2 \Omega_0) (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)^{-1} T_e^4 - \\ - D_3 D_2^2 \Omega_{02}^3 T_e^3 + 2D_2 \zeta_2 \Omega_{02}^2 T_e^2 + (1 - 4\zeta_2^2) \Omega_{02} T_e + 4\zeta_2 (2\zeta_2^2 - 1) = 0 \quad (27)$$

Parametri regulatora

$$K_\omega = \frac{T_I T_{M\Sigma} (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)}{D_4 D_3^2 D_2^3 T_e^4 \Omega_0^2} \quad (28)$$

$$K_m = \frac{D_2 T_e^2 \Omega_{02}^2 - K_\omega^{-1} T_{M\Sigma} T_I \Omega_{02}^2 - 2\zeta_2 (T_e \Omega_{02} - 2\zeta_2) - 1}{K_\omega^{-1} T_{M2} T_I \Omega_{02}^2} \quad (29)$$

$$T_I = T_e - 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1} \quad (30)$$

# PIm regulator

## Analiza vladanja

- Uz  $\zeta = \zeta_1 = \zeta_2 = 0$  i uvrštenjem iznosa dominantnih karakterističnih odnosa  $D_2 = D_3 = 0.5$ , jednadžba za računanje nadomjesne vremenske konstante  $T_e$  prelazi u:

$$\frac{1}{32}D_4\Omega_0^2\Omega_{02}^2T_\Sigma T_e^3 - \frac{1}{8}\Omega_{02}^2T_e^2 + 1 = 0 \quad (31)$$

- Analiza kubne jednadžbe pokazuje da je jedno od rješenja uvijek negativno, dok je među ostala dva rješenja fizikalno prihvatljivo ono nižeg iznosa:

$$T_e = 2\rho \cos\left(\frac{\phi + \pi}{3}\right) + \rho \quad (32)$$

gdje je:

$$\phi = \arccos\left(\frac{27D_4^2T_\Sigma^2\Omega_0^4}{4\Omega_{02}^2} - 1\right) \quad (33)$$

$$\rho = \frac{4}{3D_4T_\Sigma\Omega_0^2} \quad (34)$$

## PIm regulator (3)

### Analiza vladanja

- Rješenje je realno, ako je:

$$D_4 \leq D_{4max} = \frac{2\sqrt{2}\Omega_{02}}{3\sqrt{3}T_{\Sigma}\Omega_0^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}r_{EM}\sqrt{1+r_M}} \quad (35)$$

- Uz optimalan iznos 0.5 karakterističnog odnosa  $D_4$  i relativno velike iznose odnosa  $r_M$  i  $r_{EM}$  dobila bi se kompleksna rješenja za nadomjesnu vremensku koeficijentnu konstantu  $T_e$ .
- Ovo se može izbjegći smanjenjem karakterističnog odnosa  $D_4$ , i to upravo na granični iznos  $D_{4max}$  da bi se dobio najbrži odziv regulacijskog kruga (najmanji  $T_e$ ).
- Karakteristični odnos  $D_4$  računa se prema:

$$D_4 = \min(0, 5; D_{4max}) \quad (36)$$

# $PI\Delta\omega$ regulator

## Proračun parametara regulatora

Jednadžba za računanje nadomjesne vremenske konstante  $T_e$

$$D_4 D_3^2 D_2^3 \Omega_0^2 \Omega_{02}^2 (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)^{-1} T_e^4 - D_2 \Omega_{02}^2 T_e^2 + 2\zeta_2 \Omega_{02} T_e + 1 - 4\zeta_2^2 = 0 \quad (37)$$

Parametri regulatora

$$K_\omega = \frac{T_I T_{M\Sigma} \Omega_{02}^2}{D_2 T_e^2 \Omega_{02}^2 - 2\zeta_2 (T_e \Omega_{02} - 2\zeta_2) - 1} \quad (38)$$

$$K_{\Delta\omega} = \frac{D_3 D_2^2 T_e^3 \Omega_0 \Omega_{02}^3 - K_{\omega 1}^{-1} T_{M\Sigma} T_I \Omega_{02}^3 (T_\Sigma \Omega_0 + 2\zeta) - \Omega_0 (T_e \Omega_{02} - 2\zeta_2)}{K_{\omega 1}^{-1} T_I \Omega_0 \Omega_{02}} \quad (39)$$

$$T_I = T_e - 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1} \quad (40)$$

# $PI\Delta\omega$ regulator

## Analiza vladanja

---

- Uz  $\zeta = \zeta_1 = \zeta_2 = 0$  i uvrštenjem iznosa dominantnih karakterističnih odnosa  $D_2 = D_3 = 0.5$ , jednadžba za računanje nadomjesne vremenske konstante  $T_e$  prelazi u:

$$\frac{1}{32}D_4\Omega_0^2\Omega_{02}^2T_e^4 - \frac{1}{2}\Omega_{02}^2T_e^2 + 1 = 0 \quad (41)$$

- Fizikalno prihvatljivo (realno) rješenje bikvadratne jednadžbe:

$$T_e = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 - 0,5D_4(1 + r_M)}}{1/8 \cdot D_4\Omega_0^2}} \quad (42)$$

uz zadovoljen uvjet:

$$D_4 \leq D_{4max} = \frac{2}{1 + r_M} \quad (43)$$

# Regulator punog reda

## Proračun parametara regulatora

Jednadžba za računanje nadomjesne vremenske konstante  $T_e$

$$T_e = \frac{T_\Sigma}{D_5 D_4 D_3 D_2 (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)} \quad (44)$$

## Parametri regulatora

$$K_{\omega 1} = \frac{T_{M\Sigma} \Omega_{02}^2}{\Omega_0} \left( \frac{1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0}{D_4 D_3 D_2 T_e \Omega_0} - T_\Sigma \Omega_0 - 2\zeta \right), \quad K_{\omega 2} = \frac{T_I T_{M\Sigma} (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)}{D_4 D_3^2 D_2^3 T_e^4 \Omega_0^2} - K_{\omega 1} \quad (45)$$

$$K_{\Delta\alpha} = \frac{D_2 T_e^2 \Omega_{02}^2 - (K_{\omega 1} + K_{\omega 2})^{-1} T_{M\Sigma} T_I \Omega_{02}^2 - 2\zeta_2 (T_e \Omega_{02} - 2\zeta_2)}{(K_{\omega 1} + K_{\omega 2})^{-1} T_B^{-1} T_I} \quad (46)$$

$$T_I = T_e - 2\zeta_2 \Omega_{02}^{-1} \quad (47)$$

## Regulator punog reda (2)

### Analiza vladanja

- Uvrštenjem optimalnog iznosa dominantnih karakterističnih odnosa  $D_2 = D_3 = 0.5$ , izraz za nadomjesnu vremensku konstantu  $T_e$ , prelazi u:

$$T_e = \frac{4T_\Sigma}{D_5 D_4 (1 + 2\zeta T_\Sigma \Omega_0)} \quad (48)$$

- Budući da regulator ima 4 slobodna parametra, osim dominantnih karakterističnih odnosa  $D_2$  i  $D_3$  mogu se i nedominantni odnosi  $D_4$  i  $D_5$  postaviti na proizvoljne iznose.
- Uz optimalan izbor nedominantnih karakterističnih odnosa 0.5 i uz zanemarenje relativnog koeficijenta prigušenja dobije se:

$$T_e = 16T_\Sigma. \quad (49)$$

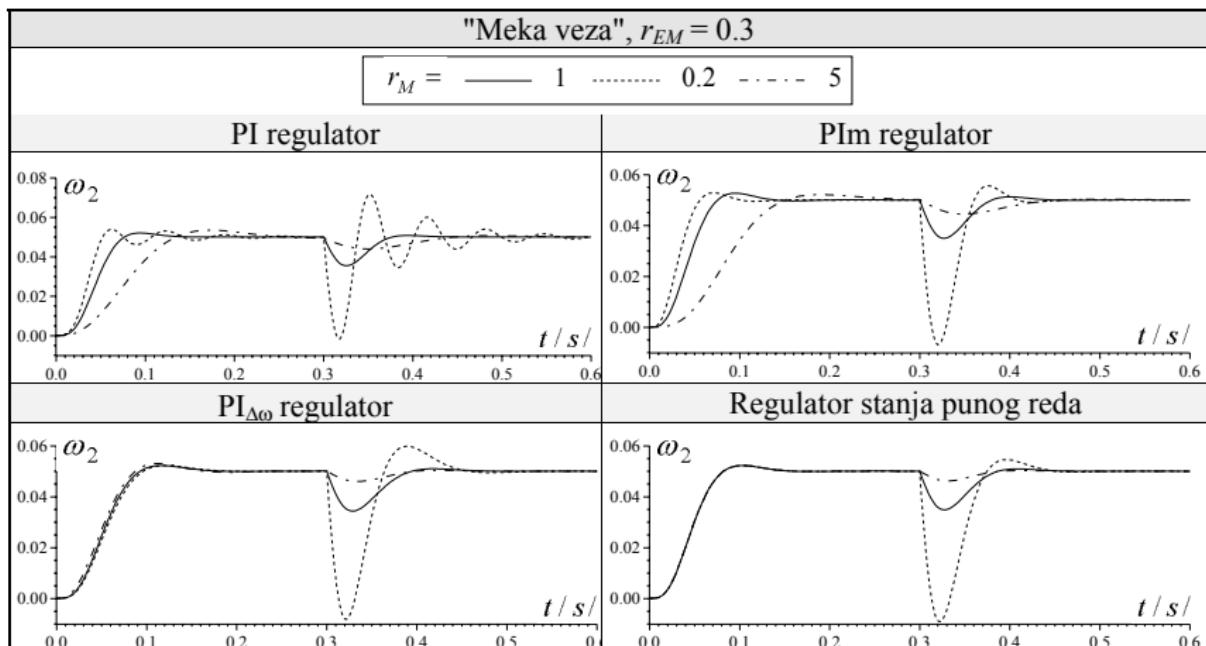
- Nadomjesna vremenska konstanta  $T_e \neq f(\Omega_0)$ .

## Simulacijske provjere

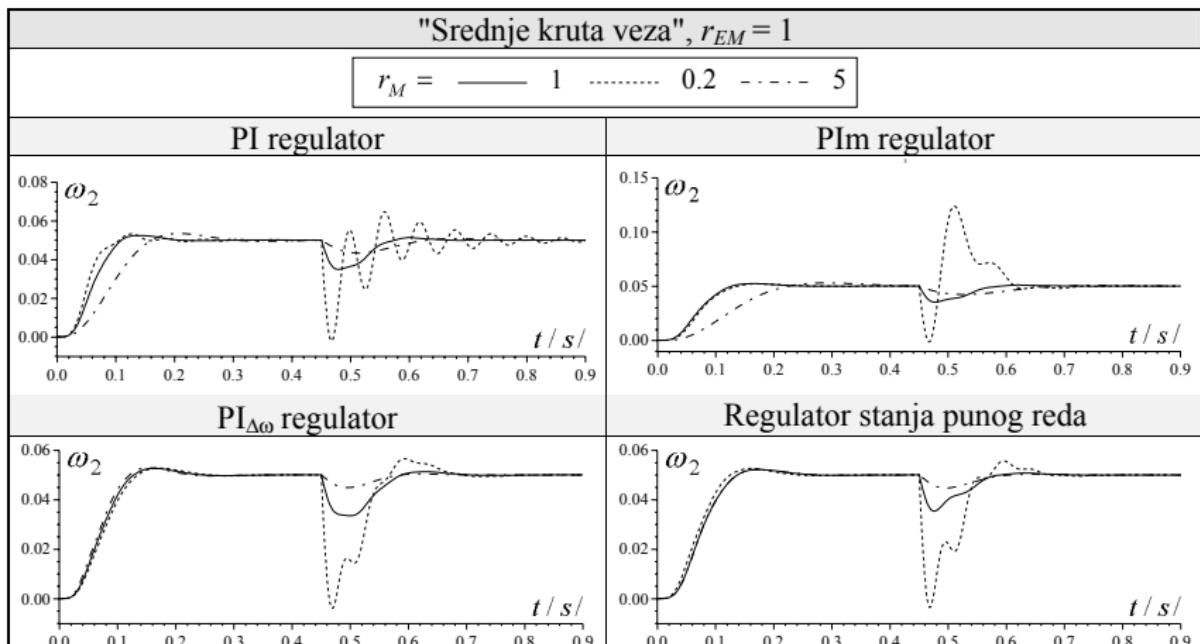
---

- Vladanje optimiranog regulacijskog kruga brzine vrtnje ispituje se simulacijom na računalu.
- Ispitni signali su skokovita promjena referentne veličine  $\omega_R$  i skokovita promjena poremećajne veličine - momenta tereta  $m_2$  (udarno opterećenje).
- Vrijeme uzorkovanja T postavlja se na  $T = 1/(5\Omega_0) = 2\text{ ms}$ .
- Uz tako nizak iznos vremena uzorkovanja zanemarive su razlike u vladanju stvarnog diskretnog i optimiranog nadomjesnog kontinuiranog regulacijskog kruga.
- Prikazuju se usporedni odzivi za različite tipove regulatora.

## Simulacijske provjere (2)

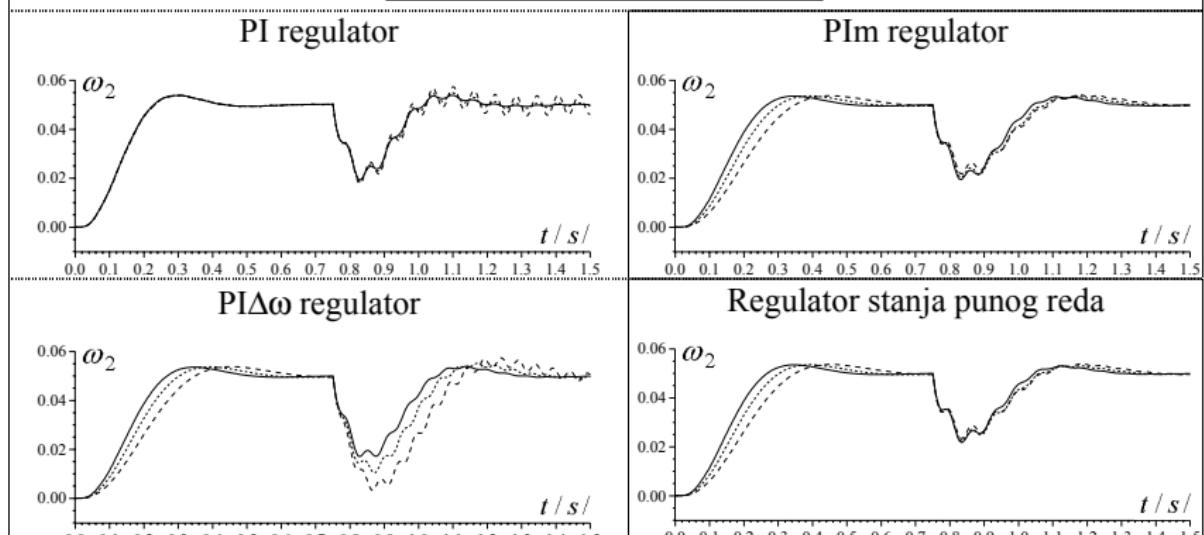


## Simulacijske provjere (3)



## Simulacijske provjere (4)

$$\zeta = \underline{0.05} \quad \dots \underline{0.025} \quad \dots \underline{0}$$



Slika 5

## Analiza simulacijskih rezultata - PI regulator

---

- U slučaju "meke veze", PI regulator osigurava povoljan, dobro prigušen odziv regulacijskog kruga samo za odnose inercija  $r_M \geq 1$ .
- Vrijeme odziva raste, a propad brzine vrtnje uslijed udarnog opterećenja pada s povećanjem odnosa inercija  $r_M$ .
- Kvalitativno slično vladanje regulacijskog kruga dobije se i za slučaj "srednje krute veze" - relativno male oscilacije odziva uočljive i uz odnos inercija  $r_M = 1$ .
- Oscilacije su izraženije u odzivu na udarno opterećenje.
- Ovaj se učinak javlja kao posljedica derivacijskog djelovanja nula prijenosne funkcije s obzirom na moment tereta.
- Oscilacije odziva na udarno opterećenje pojavljuju se i kod pogona s "krutom vezom".
- Amplituda ovih oscilacija veća je i prigušenje slabije uz niže iznose relativnog koeficijenta prigušenja mehaničkog sustava  $\zeta$ .

## Analiza simulacijskih rezultata - PI<sub>m</sub> regulator

---

- Prednost uvođenja dodatne povratne veze po prijenosnom momentu  $m$  dolazi do izražaja kod pogona s malim odnosom inercija  $r_M < 1$ .
- Tako se u slučaju "meke veze" potpuno prigušuju oscilacije odziva karakteristične za regulacijski krug s PI regulatorom.
- Kod "srednje-krute veze" dolazi do značajnog prigušenja oscilacija odziva u odnosu na sustav s PI regulatorom.
- No, pritom se javlja negativni učinak velikog prebačaja brzine vrtnje tereta  $\omega_2$  u odzivu na udarno opterećenje.
- Bolje prigušenje visokofrekveničkih oscilacija odziva na udarno opterećenje pogona s "krutom vezom".
- Uz  $\zeta = 0$  usporava se odziv regulacijskog kruga s PI<sub>m</sub> regulatorom – izbjegnute su oscilacije karakteristične za PI regulator.

## Analiza simulacijskih rezultata - $PI\Delta\omega$ regulator

---

- $PI\Delta\omega$  regulator ima nekoliko bitnih prednosti u odnosu na  $PIm$  regulator:
  - odziv je dobro prigušen u cijeloj  $(r_M, r_{EM})$ -ravnini,
  - nema izraženog prebačaja brzine vrtnje u odzivu na udarno opterećenje pogona sa "srednje-krutom vezom",
  - vrijeme odziva pogona s velikim odnosom inercija  $r_M \gg 1$  je manje.
- Nedostaci  $PI\Delta\omega$  regulatora su:
  - veći propad brzine vrtnje tereta  $\omega_2$  u odzivu na udarno opterećenje pogona s "krutom vezom" i vrlo slabo prigušenim mehaničkim sustavom,
  - sporiji odziv pogona s malim odnosom inercija.

## Analiza simulacijskih rezultata - regulator punog reda

---

- Usporedni odzivi pokazuju da regulator stanja punog reda objedinjuje sva dobra svojstva regulatora nižeg reda.
- K tome, ovaj regulator postiže brže odzive i bolju kompenzaciju poremećaja za slučaj "izrazito meke veze" uz  $D_5 = 0.5$ .
- Posljedica je izraženo forsiranje referentne veličine momenta motora  $m_{1R}$  i povećanje vršne vrijednosti kuta uvijanja prijenosnog mehanizma  $\Delta\alpha \approx m/c$ .
- Proizvoljnim smanjenjem karakterističnog odnosa  $D_5 = D_{5\ min} > \hat{D}_5$  ispod optimalne vrijednosti 0.5 smanjuje se regulacijsko forsiranje pod cijenu usporenja odziva.
- Isto se tako u slučaju "meke veze" povećanjem odnosa  $D_5 = D_{5\ min} > \hat{D}_5$  iznad optimalne vrijednosti 0.5 može smanjiti vrijeme odziva uz popratno povećanje regulacijskog forsiranja.

# Utjecaj izbora vremena uzorkovanja na stabilnost regulacijskog sustava

- U prethodnom razmatranju izabrana je relativno mala vrijednost vremena uzorkovanja.
- S praktičnog je stanovišta važno analizirati do koje se granice može povećavati vrijeme uzorkovanja, a da se značajno ne naruši stabilnost regulacijskog kruga.
- Analiza se provodi za PI regulator i regulator stanja punog reda.
- Izbor vremena uzorkovanja  $T$  povezan je s recipročnom vrijednošću vlastite frekvencije mehaničkog sustava  $\Omega_0$ .
- Stoga je pogodno uvesti bezdimenzionalni faktor uzorkovanja:

$$K_s = \Omega_0 T \quad (50)$$

koji će se mijenjati od iznosa 0.2 do 1.

## Utjecaj izbora vremena uzorkovanja na stabilnost regulacijskog sustava (2)

- Povećanjem vremena uzorkovanja raste nadomjesna vremenska konstanta  $T_{\Sigma}$ , i omjer frekvencija:

$$r_{EM} = \Omega_0 T_{\Sigma} = \Omega_0(T_{ei} + T) = \Omega_0 T_{ei} + K_s \quad (51)$$

- Najmanja moguća vrijednost omjera frekvencija  $r_{EM}$  dobije se uz  $T_{ei} \rightarrow 0$ :

$$r_{EMmin} = \Omega_0 T = K_s. \quad (52)$$

# Utjecaj izbora vremena uzorkovanja na stabilnost regulacijskog sustava - PI regulator

- Prijenosna funkcija zatvorenog diskretnog regulacijskog kruga je

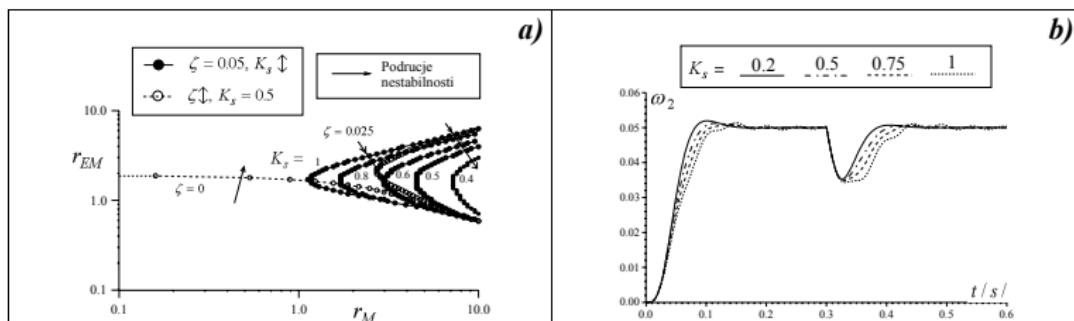
$$G(z) = \frac{\omega_{1m}(z)}{\omega_R(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{K_{\omega 1} T_I^{-1} T z B_p(z)}{(z - 1) A_p(z) + K_{\omega 1} [(1 + T_I^{-1} T) z - 1] B_p(z)} \quad (53)$$

- $A_p(z)$  i  $B_p(z)$  su polinomi u nazivniku i brojniku prijenosne funkcije procesa:

$$G_p(z) = \frac{\omega_{1m}(z)}{m_{1Rd}(z)} = \frac{B_p(z)}{A_p(z)} = G_{m\omega}(z) \cdot G_E G_{ei} G_{11} G_{\alpha\omega}(z) \quad (54)$$

- Zatvoreni diskreti regulacijski krug brzine vrtnje je stabilan ako se svi polovi prijenosne funkcije (53) nalaze unutar jedinične kružnice kompleksne z-ravnine.
- Numeričkim ispitivanjem ovog uvjeta za različite faktore uzorkovanja  $0.2 < K_s < 1$ , odnose inercija  $0.1 \leq r_M \leq 10$  i odnose frekvencija  $r_{EM \min} \leq R_{EM} \leq 10$  dobivene su u  $(r_M, r_{EM})$ -ravnini granične krivulje stabilnosti diskretnog regulacijskog kruga.

## Utjecaj izbora vremena uzorkovanja na stabilnost regulacijskog sustava - PI regulator (2)



Slika 6: a) granične krivulje stabilnosti i b) odzivi regulacijskog kruga ( $r_M = 1$ ).

- Iz prikazanih odziva i graničnih krivulja stabilnosti mogu se uočiti dva negativna učinka povećanja vremena (faktora) uzorkovanja:
  - Proširenje područja nestabilnosti u  $(r_M, r_{EM})$ -ravnini. Povećanjem faktora uzorkovanja  $K_s$  proširuje se područje nestabilnosti prema nižim iznosima odnosa inercija  $r_M$ .
  - Usporenje odziva regulacijskog kruga. Povećanjem faktora uzorkovanja povećava se i odnos frekvencija  $r_{EM}$ , odnosno  $T_\Sigma$ .

# Utjecaj izbora vremena uzorkovanja - regulator punog reda

- Prijenosna funkcija diskretnog regulacijskog kruga brzine vrtnje s regulatorom stanja punog reda je:

$$G(z) = \frac{\omega_{2m}(z)}{\omega_R(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{(K_{\omega 1} + K_{\omega 2})T_I^{-1}TzB_{p\omega 2}(z)}{[A_p(z) + K_{\omega 1}B_{p\omega 1}(z) + K_{\omega 2}B_{p\omega 2}(z) + K_{\Delta\alpha}B_{p\Delta\alpha}(z)](z-1) + (K_{\omega 1} + K_{\omega 2})T_I^{-1}TzB_{p\omega 2}(z)} \quad (55)$$

gdje je:

- $A_p(z)$  polinom u nazivniku,
- $B_{p\omega 1}(z)$ ,  $B_{p\omega 2}(z)$  i  $B_{p\Delta\alpha}(z)$  polinomi u brojniku sljedećih prijenosnih funkcija:

$$G_{p\omega 1}(z) = \frac{\omega_{1m}(z)}{m_{1Rd}(z)} = \frac{B_{p\omega 1}(z)}{A_p(z)} = G_{m\omega}(z) \cdot G_E G_{ei} G_{11} G_{\alpha\omega}(z) \quad (56)$$

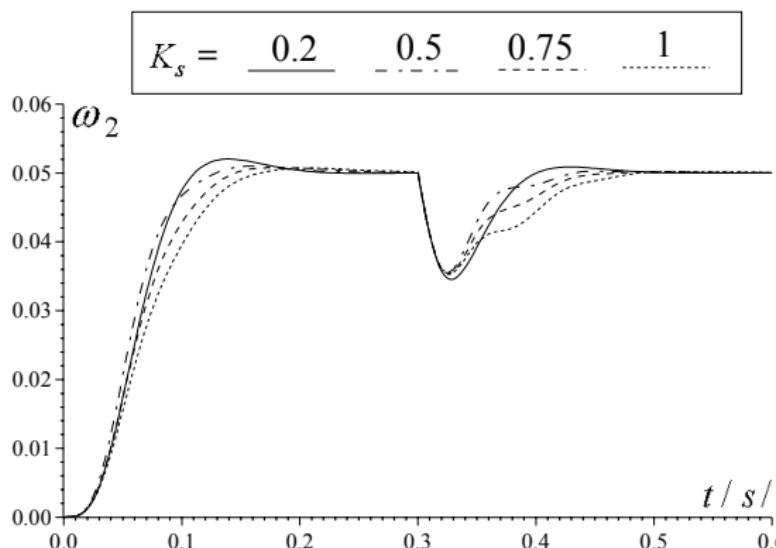
## Utjecaj izbora vremena uzorkovanja - regulator punog reda

$$G_{p\omega 2}(z) = \frac{\omega_{2m}(z)}{m_{1Rd}(z)} = \frac{B_{p\omega 2}(z)}{A_p(z)} = G_{m\omega}(z) \cdot G_E G_{ei} G_{21} G_{\alpha\omega}(z) \quad (57)$$

$$G_{p\Delta\alpha}(z) = \frac{\Delta\alpha(z)}{m_{1Rd}(z)} = G_E G_{ei} G_{\Delta\alpha}(z) = \frac{B'_{p\Delta\alpha}(z)}{\frac{A_p(z)}{z(z-1)}} = \frac{B_{p\Delta\alpha}(z)}{A_p(z)} \quad (58)$$

- Numeričko ispitivanje pokazuje da je regulacijski krug brzine vrtnje s regulatorom stanja stabilan za sve iznose faktora uzorkovanja  $K_s$  u cijeloj  $(r_M, r_{EM})$ -ravnini.
- Izbor vremena uzorkovanja nije kritičan za razliku od sustava s PI regulatorom (slika 7).

## Utjecaj izbora vremena uzorkovanja - regulator punog reda



Slika 7: Odzivi regulacijskog kruga uz različite iznose faktora uzorkovanja  $K_s$

# Robusnost sustava na pogreške modeliranja dinamike zatvorenog regulacijskog kruga struje

- Podređeni zatvoreni regulacijski krug struje (momenta) uobičajeno se opisuje  $PT_1$  članom s vremenskom konstantom  $T_{ei}$ .
- Stvarni model zatvorenog regulacijskog kruga je višeg reda.
- Stoga je potrebno ispitati robusnost optimiranog regulacijskog kruga brzine vrtnje s obzirom na pogreške modeliranja regulacijskog kruga struje.
- Ispitivanje se provodi polazeći od točnijeg opisa zatvorenog regulacijskog kruga struje općim  $PT_1$  modelom:

$$G_{ei}(s) = \frac{i(s)}{i_R(s)} = \frac{m_1(s)}{m_{1R}(s)} = \frac{1}{D_{2i}T_{ei}^2s^2 + T_{ei}s + 1} \quad (59)$$

- Podešenje regulacijskog kruga struje prema tehničkom optimumu daje  $D_{2i} = 0.5$ .
- Uz  $D_{2i} \leq 0.5$  dobije se (kvazi)aperiodski odziv regulacijskog kruga struje, te se pojednostavljenje  $PT_2$  člana s  $PT_1$  članom smatra opravdanim.

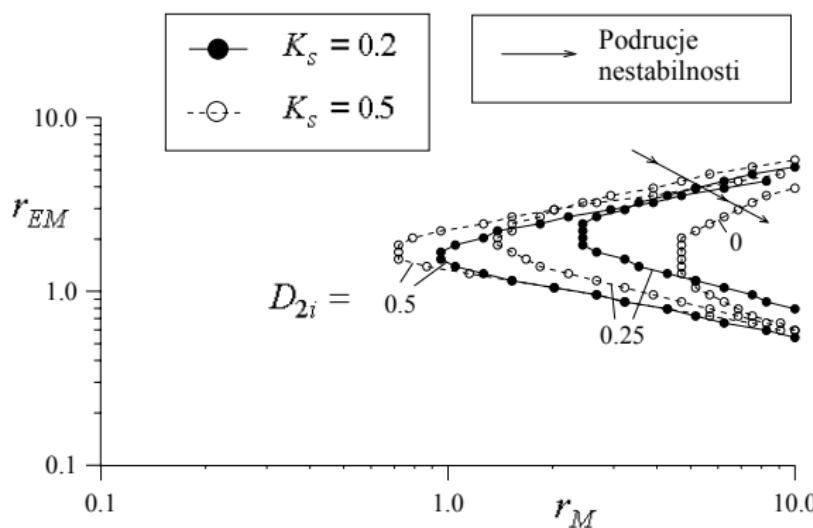
# Robusnost sustava na pogreške modeliranja dinamike zatvorenog regulacijskog kruga struje

## PI regulator

- Za različite iznose karakterističnog odnosa  $D_{2i}$  i faktora uzorkovanja  $K_s$  određene su granične krivulje stabilnosti.
- Uz veću pogrešku modeliranja regulacijskog kruga struje, područje nestabilnosti regulacijskog kruga brzine vrtnje širi se prema nižim iznosima odnosa inercija  $r_M$ , s tim da ostaje u području "srednje-krute veze" (slika 9).

# Robusnost sustava na pogreške modeliranja dinamike zatvorenog regulacijskog kruga struje

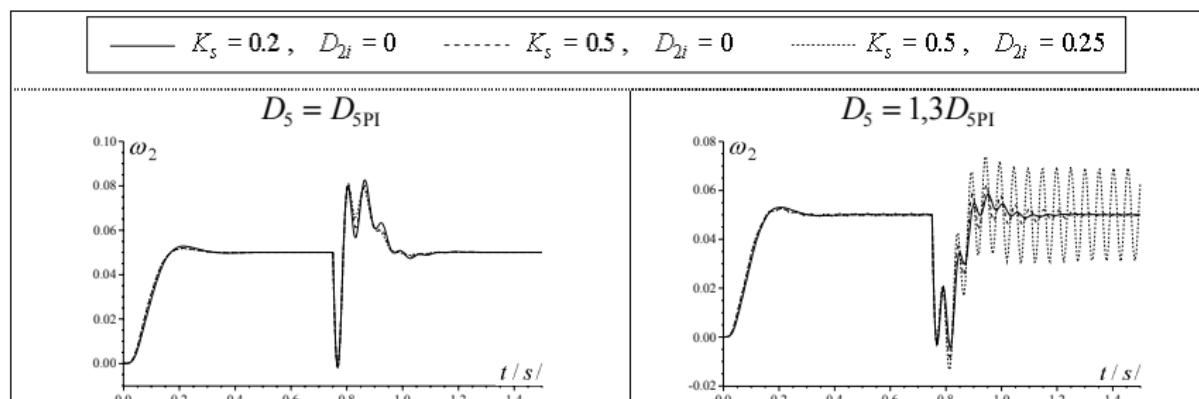
## PI regulator



Slika 8: Granične krivulje stabilnosti regulacijskog kruga brzine vrtnje s PI regulatorom za različite iznose karakterističnog odnosa zatvorenog regulacijskog kruga struje  $D_{2i}$  i faktora uzorkovanja  $K_s = \Omega_0 T$ .

# Robusnost sustava na pogreške modeliranja dinamike zatvorenog regulacijskog kruga struje

## Regulator stanja



Slika 9: Ilustracija osjetljivosti na izbor vremena uzorkovanja  $T = K_s/\Omega_0$  i pogreške modeliranja zatvorenog regulacijskog kruga struje

# Robusnost sustava na pogreške modeliranja dinamike zatvorenog regulacijskog kruga struje

## Regulator stanja

- Regulacijski krug brzine vrtnje s regulatorom stanja je stabilan:
  - za sve iznose karakterističnog odnosa
  - sve iznose faktora uzorkovanja  $K_s \leq 1$  u cijeloj  $(r_M, r_{EM})$ -ravnini.
- Dakle, regulator stanja u usporedbi s PI regulatorom daje povoljnije vladanje sustava.

# Regulacija brzine vrtnje uz primjenu polinomskog regulatora



Nedjeljko Perić  
Jadranko Matuško  
Mario Vašak

Fakultet elektrotehnike i računarstva

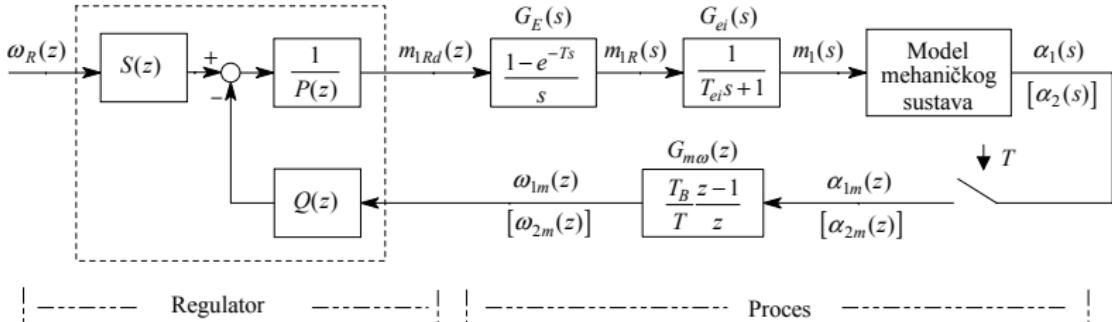
12. siječnja 2012

# Regulacija brzine vrtnje uz primjenu polinomskog regulatora

---

- Polinomski regulator - regulator stanja punog reda s implicitno uključenim estimatorom stanja (observerom).
- Ovaj tip regulatora u literaturi se može naći i pod imenom RST regulatora ili dvoparametarskog regulatora.
- Može se očekivati postizanje visoke kvalitete vladanja regulacijskog sustava.
- Korištenje samo jednog mjernog signala - brzine vrtnje motora ili tereta.

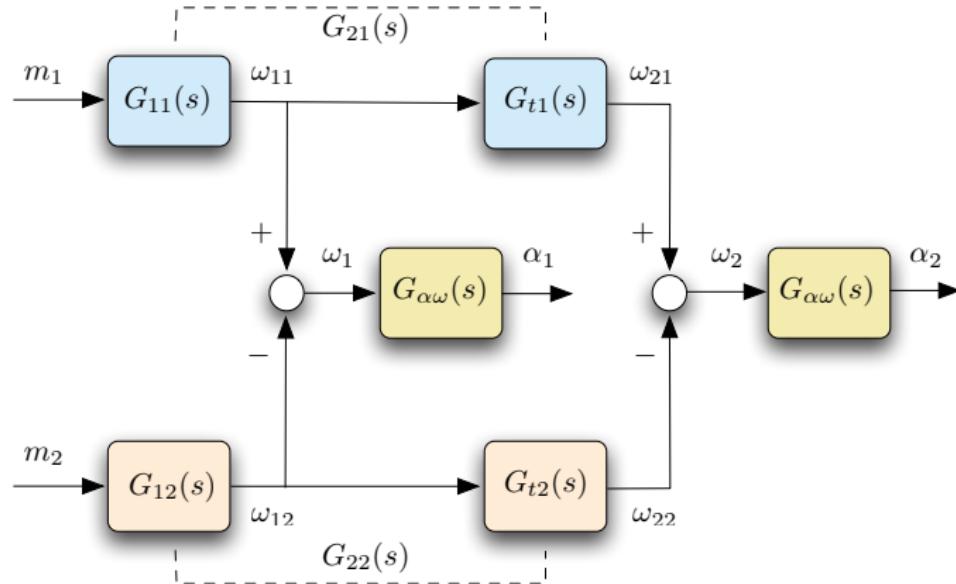
# Struktura regulacijskog kruga



Slika 1: Struktura upravljanja uz primjenu polinomskog regulatora

- Mjeranje samo položaja motora  $\alpha_1$  ili tereta  $\alpha_2$ .
- Mjerni signal brzine vrtnje, rekonstruira se diferenciranjem mjernog signala položaja.

# Dinamički model dvomasenog elastičnog sustava



# Dinamički model dvomasenog elastičnog sustava

Prijenosne funkcije ulazno/izlaznog modela mehaničkog sustava određene su izrazima:

$$G_{11}(s) = \frac{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + \Omega_{02}^{-2}s^2}{T_\Sigma s(1 + 2\zeta\Omega_0^{-1}s + \Omega_0^{-2}s^2)} \quad (1)$$

$$G_{12}(s) = \frac{1 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s}{T_\Sigma s(1 + 2\zeta\Omega_0^{-1}s + \Omega_0^{-2}s^2)} \quad (2)$$

$$G_{t1}(s) = \frac{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s}{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + \Omega_{02}^{-2}s^2} \quad (3)$$

$$G_{t1}(s) = \frac{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s}{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + \Omega_{02}^{-2}s^2} \quad (4)$$

$$G_{t2}(s) = \frac{1 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s + \Omega_{01}^{-2}s^2}{1 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s} \quad (5)$$

$$G_{21}(s) = \frac{1 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s}{T_\Sigma s(1 + 2\zeta\Omega_0^{-1}s + \Omega_0^{-2}s^2)} \quad (6)$$

$$G_{22}(s) = \frac{1 + 2\zeta_1\Omega_{01}^{-1}s + \Omega_{01}^{-2}s^2}{T_\Sigma s(1 + 2\zeta\Omega_0^{-1}s + \Omega_0^{-2}s^2)} \quad (7)$$

# Dinamički model dvomasenog elastičnog sustava

---

Pritom su uvedene sljedeće pokrate:

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{c}{T_B} \left( \frac{1}{T_{M1}} + \frac{1}{T_{M2}} \right)},$$

$$\Omega_{0i} = \sqrt{\frac{c}{T_B} \frac{1}{T_{Mi}}}, \quad i = 1, 2,$$

$$\zeta = \frac{T_B d}{2c} \Omega_0,$$

$$\zeta_i = \frac{T_B d}{2c} \Omega_{0i}, \quad i = 1, 2,$$

$$T_{M\Sigma} = T_{M1} + T_{M2}.$$

- $T_B$  ima značenje osnovne jedinice vremena uvedene za potrebe skaliranja veličina matematičkog modela. U nastavku može se pretpostaviti da je  $T_B = 1 [s]$ .

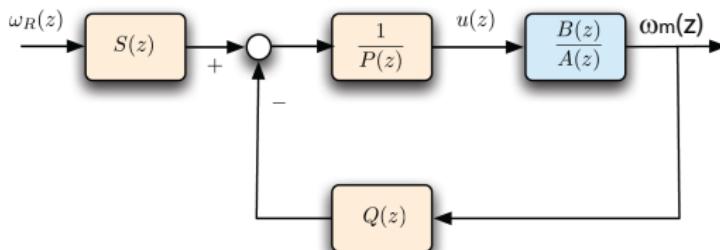
# Polinomski regulator

- Polinomski regulator predstavlja opći linearni regulator koji je u z - području dan jednadžbom:

$$m_{1Rd}(z) = \frac{S(z)}{P(z)}\omega_R(z) - \frac{Q(z)}{P(z)}\omega_m(z) \quad (8)$$

- Jednak oblik ima i odgovarajući polinomski regulator u s-području.
- Budući da se u suštini radi o implicitnom upravljanju po varijablama stanja u standardnoj formi, regulator **nema integralno djelovanje**.
- Kako bi se osigurala stacionarna točnost regulacijskog kruga potrebno je posebno uključiti integralno djelovanje u regulator.
- **Cilj sinteze regulacijskog kruga je određivanje koeficijenata polinoma  $P(z)$ ,  $Q(z)$  i  $S(z)$ .**
- Pritom regulacijski krug treba imati:
  - brzo i dobro prigušeno vladanje s obzirom na referentnu veličinu  $\omega_R$  i moment tereta  $m_2$ ,
  - malu osjetljivost na mjerni šum i pogreške modeliranja procesa.

# Polinomski regulator - postupak sinteze



- Prijenosna funkcija zatvorenog kruga:

$$G_{z\omega R} = \frac{B(z)S(z)}{A(z)P(z) + B(z)Q(z)} = \frac{B_M(z)A_o(z)}{A_M(z)A_o(z)} = \frac{B_z(z)}{A_z(z)} \quad (9)$$

- Polovi zatvorenog kruga definirani su tzv. **Diophantovom jednadžbom**:

$$A(z)P(z) + B(z)Q(z) = A_M(z)A_o(z) = A_z(z) \quad (10)$$

dok su nule prijenosne funkcije zatvorenog regulacijskog kruga definirane relacijom:

$$B(z)S(z) = B_M(z)A_o(z) = B_z(z). \quad (11)$$

## Polinomski regulator - postupak sinteze (2)

- Diophantova jednadžba (10) ima rješenja samo ako su  $A(z)$  i  $B(z)$  koprime polinomi, tj. nemaju zajedničkih faktora. Ukoliko imaju zajednički faktor tada on mora biti sadržan i u polinomu  $A_z(z)$ , kako bi postojalo rješenje.
- Regulator **minimalnog reda** dobije se uz sljedeće uvjete:

$$\deg B_M = \deg B, \quad (12)$$

$$\deg A_M = \deg A = n, \quad (13)$$

$$\deg A_o = \deg A - 1 = n - 1. \quad (14)$$

$$\deg P = \deg Q = \deg S = \deg A_z - \deg A = n - 1. \quad (15)$$

## Polinomski regulator - postupak sinteze (3)

---

- Red polinoma  $A_M$  jednak je redu polinoma  $A$  što znači da se  $n$  polova otvorenog kruga premješta na  $n$  novih lokacija određenih polinomom  $A_M$ .
- Budući da je mjerljiva samo jedna varijabla stanja  $\omega$  tada je preostalih  $n - 1$  potrebno "estimirati", te je stoga red observerskog polinoma  $n - 1$ .
- Kako observerski polinom ne bi utjecao na dinamiku po referentnoj veličini tada polinom  $S(z)$  treba u sebi sadržavati polinom  $A_o(z)$ :

$$S(z) = \frac{A_M(1)}{B(1)} A_o(z) \quad (16)$$

- Član  $A_M(1)/B(1)$  dodaje se radi osiguranja točnosti u ustaljenom stanju.
- U tom slučaju prijenosna funkcija zatvorenog kruga prema referentnoj veličini glasi:

$$G_{zr\omega} = \frac{A_M(1)}{B(1)} \frac{B(z)}{A_M(z)} \quad (17)$$

# Rješavanje Diophantove jednadžbe

---

- U slučaju regulatora minimalnog reda Diophantova jednadžba

$$AX + BY = C \quad (18)$$

ima jedinstveno rješenje.

$$\left[ \begin{array}{ccccccccc} a_0 & 0 & \dots & 0 & b_0 & 0 & \dots & 0 \\ a_1 & a_0 & \ddots & 0 & b_1 & b_0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_n & a_{n-1} & \ddots & a_0 & b_n & b_{n-1} & \ddots & b_0 \\ 0 & a_n & \ddots & \vdots & 0 & b_n & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & a_{n-1} & \vdots & \ddots & \ddots & b_{n-1} \\ 0 & 0 & \dots & a_n & 0 & 0 & \dots & b_n \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \\ y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_n \\ c_{n+1} \\ c_{n+2} \\ \vdots \\ c_{2n} \end{array} \right] \quad (19)$$

## Rješavanje Diophantove jednadžbe (2)

---

- Prethodna se matrična jednadžba može matrično zapisati kao:

$$S_{AB}\bar{X} = \bar{C}, \quad (20)$$

pri čemu se matrica  $S_{AB}$  naziva **Sylvesterovom** matricom.

- Rješenje prethodne matrične jednadžbe dano je izrazom:

$$\bar{X} = S_{AB}^{-1}\bar{C}, \quad (21)$$

- Ukoliko je red regulatora veći od minimalnog tada rješenje nije **jedinstveno**.
- Neka su polinomi  $X$  i  $Y$  polinomi koji zadovoljavaju Diophantovu jednadžbu te neka su polinomi  $U$  i  $V$  takvi da zadovoljavaju jednadžbu:

$$AU + BV = 0, \quad (22)$$

tada su  $X^* = X + U$  i  $Y^* = Y + V$  također rješenja Diophantove jednadžbe.

## Rješavanje Diophantove jednadžbe (3)

- Dokaz prethodne tvrdnje:

$$AX^* + BY^* = A(X + U) + B(Y + V) = AX + BY + AU + BV = C \quad (23)$$

- Najjednostavniji izbor polinoma  $U$  i  $V$  koji zadovoljava jednadžbu (22) je:

$$U = B, \quad (24)$$

$$V = -A. \quad (25)$$

- Prema tome  $X^* = X + B$  i  $Y^* = Y - A$  su također rješenja Diophantove jednadžbe.

# Dodavanje integralnog djelovanja

---

- Polinomski regulator minimalnog reda u standardnoj formi nema integralnog djelovanja.
- Stoga je, ukoliko se želi osigurati točnost slijedeњa sustava u ustaljenom stanju nužno dodati integralno djelovanje.
- Dodavanje integralnog djelovanja polinomskom regulatoru može se obaviti na dva načina:
  - Virtualnim proširenjem procesa integralnim djelovanjem prije sinteze polinomskog regulatora ne naknadnim izmještanjem integralnog djelovanja u regulator,
  - Proširenjem postojećeg polinomskog regulatora bez integralnog djelovanja.

# Dodavanje integralnog djelovanja

Virtualno proširenje procesa integralnim djelovanjem

- Da bi polinomski regulator imao integralno djelovanje polinom  $P(z)$  mora imati nultočku u  $z = 1$ , koji se u tom slučaju može zapisati kao:

$$P^*(z) = (z - 1)P(z). \quad (26)$$

- Uvrštenjem u Diophantsku jednadžbu slijedi:

$$A(z)(z - 1)P(z) + B(z)Q(z) = A^*(z)P(z) + B(z)Q(z) = A_z(z), \quad (27)$$

gdje je  $A^*(z) = (z - 1)A(z)$ .

- Regulator minimalnog reda koji zadovoljava Diophantsku jednadžbu u ovom slučaju treba zadovoljiti sljedeće uvjete:

$$\deg P = \deg Q = \deg S = \deg A^* - 1 = \deg A + 1 - 1 = n, \quad (28)$$

$$\deg A_M = \deg A = n, \quad \deg A_o = \deg A^* - 1 = n \quad (29)$$

- Daljnji je postupak identičan kao u slučaju kada nema integralnog djelovanja.

# Dodavanje integralnog djelovanja

## Modifikacija postojećeg polinomskog regulatora

- Neka su  $P(z)$  i  $Q(z)$  rješenja Diophantove jednadžbe, te neka polinomi  $U(z)$  i  $V(z)$  zadovoljavaju jednadžbu:

$$A(z)U(z) + B(z)V(z) = 0, \quad (30)$$

tada za:

$$P^*(z) = X(z)P(z) + Y(z)U(z), \quad X(z) \text{ i } Y(z) \text{ su proizvoljni polinomi.} \quad (31)$$

$$Q^*(z) = X(z)Q(z) + Y(z)V(z), \quad X(z) \text{ i } Y(z) \text{ su proizvoljni polinomi.} \quad (32)$$

vrijedi:

$$A(z)(X(z)P(z) + Y(z)U(z)) + B(z)(X(z)Q(z) + Y(z)V(z)) = X(z)A_z(z). \quad (33)$$

# Dodavanje integralnog djelovanja

## Modifikacija postojećeg polinomskog regulatora (2)

- Budući da polinom  $P^*(z)$  treba imati integralno djelovanje tada vrijedi:

$$P^*(z=1) = 0, \Rightarrow P^*(1) = X(1)P(1) + Y(1)B(1). \quad (34)$$

odakle slijedi da se polinom  $Y(z)$  može odabrati kao:

$$Y(z) = Y(1) = \frac{X(1)P(1)}{B(1)}. \quad (35)$$

- Prema tome, polinomski regulator uz dodatno integralno djelovanje ima sljedeći oblik:

$$P^*(z) = X(z)P(z) + \frac{X(1)P(1)}{B(1)}B(z), \quad (36)$$

$$Q^*(z) = X(z)Q(z) + \frac{X(1)P(1)}{B(1)}A(z). \quad (37)$$

# Dodavanje integralnog djelovanja

## Modifikacija postojećeg polinomskog regulatora (3)

- Kako dodatni polovi u prijenosnoj funkciji zatvorenog regulacijskog kruga, definirani polinomom  $X(z)$ , ne bi utjecali na vladanje sustava prema referentnoj veličini može ih se smatrati dodatnim observerskim polovima te ih stoga dodati u polinom  $S(z)$  kako bi se pokratili:

$$S^*(z) = S(z)X(z). \quad (38)$$

- Ukoliko se dodaje samo jedno integralno djelovanje tada je dovoljno da polinom  $X(z)$  bude prvog reda:

$$X(z) = z + x_1. \quad (39)$$

- Na opisani način moguće je modificirati i ostale karakteristike regulatora (vladanje s obzirom na poremećaj, robusnost na modelske neodređenosti) a da se pritom vladanje s obzirom na vodeću veličinu ne mijenja.

# Kraćenje polova i nula

- Prikazani postupak sinteze pretpostavlja da nema kraćenja polova i nula procesa s nulama i polovima regulatora.
- Međutim, ako proces sadrži stabilne i dobro prigušene polove i nule tada se one mogu pokratiti i time se postupak sinteze značajno pojednostavljuje, odnosno dobiva se Diophantova jednadžba nižeg reda.
- Pretpostavimo da se polinomi  $A(z)$  i  $B(z)$  u prijenosnoj funkciji procesa mogu prikazati:

$$A(z) = A^+(z)A^-(z), \quad (40)$$

$$B(z) = B^+(z)B^-(z), \quad (41)$$

pri čemu su polinomi  $A^+(z)$  i  $B^+(z)$  sadržavaju dobro prigušene polove odnosno nule procesa. Polinomi  $A^-(z)$  i  $B^-(z)$  sadržavaju nestabilne ili slabo prigušene polove i nule procesa.

## Kraćenje polova i nula (2)

---

- Ukoliko želimo pokratiti dobro prigušene polove i nule procesa tada polinomi regulatora trebaju sadržavati sljedeće faktore:

$$P(z) = B^+(z)\bar{P}(z), \quad (42)$$

$$Q(z) = A^+(z)\bar{Q}(z), \quad (43)$$

$$S(z) = A^+(z)\bar{S}(z). \quad (44)$$

- U tom slučaju nazivnik prijenosne funkcije zatvorenog kruga glasi:

$$A(z)P(z) + B(z)Q(z) = A^+(z)A^-(z)B^+(z)\bar{P}(z) + B^+(z)B^-(z)A^+(z)\bar{Q}(z) \quad (45)$$

odakle slijedi:

$$A^+(z)B^+(z) [A^-(z)\bar{P}(z) + B^-(z)\bar{Q}(z)] = A^+(z)B^+(z)\bar{A}_M(z)\bar{A}_o(z) \quad (46)$$

## Kraćenje polova i nula (3)

---

- S druge strane, za polinom u brojniku prijenosne funkcije zatvorenog kruga vrijedi:

$$B(z)S(z) = B^+(z)B^-(z)A^+(z)\bar{S}(z) = B_M(z)A_o(z) \quad (47)$$

odakle slijedi:

$$A^+(z)B^+(z)B^-(z)\bar{S}(z) = A^+(z)B^+(z)\bar{B}_m(z)\bar{A}_o(z) \quad (48)$$

- Pritom su:

$$A_o(z) = A^+(z)\bar{A}_o(z)$$

$$A_M(z) = B^+(z)\bar{A}_M(z)$$

$$B_M(z) = B^+(z)\bar{B}_M(z)$$

- Dakle, očito je da se sada dobiva Diophantova jednadžba nižeg reda:

$$A^-(z)\bar{P}(z) + B^-(z)\bar{Q}(z) = \bar{A}_M(z)\bar{A}_o(z), \quad (49)$$

koja sadržava samo polove i nule procesa koji se ne smiju pokratiti.

# Postupak projektiranja polinomskog regulatora

Bez kraćenja polova i nula

1. Proračunati diskretnu prijenosnu funkciju procesa  $B(z)/A(z)$  uvezši u obzir doprinose ekstrapolatora nultog reda te mjernih članova.
2. Odrediti redove polinoma  $P(z)$ ,  $Q(z)$ ,  $S(z)$ ,  $A_M(z)$ ,  $A_o(z)$  prema izrazima (12)-(15) (bez integratora) ili izrazima (28) i (29) (s integratorom)
3. Definirati željeno vladanje sustava  $A_M(z)$  (npr. prema optimumu dvostrukog odnosa), te observerski polinom  $A_o(z)$  (npr. deadbeat polinom).
4. Formirati Sylvesterovu matricu  $S_{AB}$ , prema izrazu (19), te rješiti sustav linearnih jednadžbi  $S_{AB}X = C$ . Rezultat su polinomi  $P(z)$  i  $Q(z)$ .
5. Polinom  $S(z)$  odrediti kao  $S(z) = A_M(1)/B(1) \cdot A_o(z)$ .

# Regulacija brzine vrtnje

## Povratna veza po brzini vrtnje tereta

- Prijenosne funkcije procesa izražene preko mjernih signala položaja  $\alpha_{2m}$  i brzine vrtnje tereta  $\omega_{2m}$  (prema Sl. 4.22. i Sl. 2.3.) glase:

$$G_{p\alpha}(z) = \frac{\alpha_{2m}(z)}{m_{1Rd}(z)} = G_E G_{ei} G_{21} G_{\alpha\omega}(z) = \frac{B'(z)}{T_B(z-1)A'_1(z)} = \frac{B'(z)}{A'(z)} \quad (50)$$

$$G_{\alpha\omega}(s) = \frac{\alpha(s)}{\omega(s)} = \frac{1}{T_B s} \quad (51)$$

$$G_{p\omega}(z) = \frac{\omega_{2m}(z)}{m_{1Rd}(z)} = G_{m\omega}(z) G_{p\alpha}(z) = \frac{B'(z)/T}{z A'_1(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} =$$

$$\frac{b_0 z^4 + b_1 z^3 + b_2 z^2 + b_3 z + b_4}{z^5 + a_1 z^4 + a_2 z^3 + a_3 z^2 + a_4 z + a_5}; \quad a_0 = 1 \quad (52)$$

# Regulacija brzine vrtnje

## Povratna veza po brzini vrtnje tereta (2)

---

- U postupku sinteze potrebno je odrediti polinome regulatora  $P(z)$ ,  $Q(z)$  i  $S(z)$  tako da vrijedi:

$$A(z)P(z) + B(z)Q(z) = A_M(z)A_o(z) \quad (53)$$

$$B(z)S(z) = B_M(z)A_o(z) \quad (54)$$

- Kako regulator treba sadržavati integralno djelovanje tada vrijedi:

$$P^*(z) = (z - 1)P(z), \quad (55)$$

odakle slijedi:

$$A(z)P^*(z) + B(z)Q(z) = A(z)(z - 1)P(z) + B(z)Q(z) = A^*(z)P(z) + B(z)Q(z), \quad (56)$$

uz  $A^*(z) = A(z)(z - 1)$

- Regulator minimalnog reda dobije se uz sljedeći odabir redova polinoma, prema izrazima (28) i (29):

$$\deg P = \deg Q = \deg S = \deg A_M = \deg A_o = 5. \quad (57)$$

- Budući da su nule procesa slabo prigušene, odabire se  $B_M(z) = B(z) \cdot \frac{A_M(1)}{B(1)}$ .

# Regulacija brzine vrtnje

## Povratna vezna po brzini vrtnje motora

---

- Prijenosna funkcija procesa uz povratnu vezu po brzini vrtnje motora ( $\omega_m = \omega_{1m}$ ) glasi:

$$G_{p\omega}^*(z) = \frac{\omega_{1m}(z)}{m_{1Rd}(z)} = G_{m\omega}(z) \cdot G_E G_{ei} G_{11} G_{\alpha\omega}(z) = \frac{B^*(z)}{A(z)} \quad (58)$$

- Postupak sinteze jednak je kao za polinomski regulator s povratnom vezom po brzini motora, s tim da se polinom  $B(z)$  zamijeni s  $B^*(z)$ .
- Prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga izražena preko brzine vrtnje tereta je:

$$G_{z\omega 2}^*(z) = \frac{\omega_{2m}(z)}{\omega_R(z)} = \frac{\omega_{2m}(z)}{m_{1Rd}(z)} \frac{m_{1Rd}(z)}{\omega_{1m}(z)} \frac{\omega_{1m}(z)}{\omega_R(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} \frac{A(z)}{B^*(z)} \frac{B_M^*(z)}{A_M^*(z)} = \frac{A_M^*(1)}{B^*(1)} \frac{B(z)}{A_M^*(z)} \quad (59)$$

# Regulacija brzine vrtnje

## Povratna veza po brzini vrtnje motora (2)

- Budući da vrijedi  $B^*(1) = B(1)$ , uz izbor  $A_M^*(z) = A_M(z)$ , dobije se:

$$G_{cl\omega_2}^*(z) = \frac{A_M(1)}{B(1)} \frac{B(z)}{A_M(z)} = \frac{B_M(z)}{A_M(z)} = G_{z\omega}(z) = G_M(z) \quad (60)$$

- Ovaj rezultat vodi na sljedeći zaključak:

Odziv brzine vrtnje tereta  $\omega_2$  jednak je bez obzira da li se povratna veza izvodi po brzini vrtnje motora ili tereta, uz uvjet da se izaberu jednaki karakteristični polinomi modelske prijenosne funkcije:  $A_M^*(z) = A_M(z)$ .

# Regulacija brzine vrtnje

## Izbor karakterističnih parametara pri postupku sinteze regulacijskog kruga

---

- Parametri polinomskog regulatora brzine vrtnje ovise o izboru sljedećih karakterističnih parametara sinteze:
  - koeficijenata karakterističnog polinoma  $A_M(z)$  modelske prijenosne funkcije,
  - koeficijenata observerskog polinoma  $A_o(z)$ ,
  - vremena uzorkovanja  $T$ .
- Ovi se parametri biraju tako da se postigne povoljno vladanje regulacijskog kruga:
  - brz i dobro prigušen odziv,
  - učinkovita kompenzacija utjecaja momenta tereta,
  - niska osjetljivost na mjerni šum i pogreške modeliranja regulacijskog kruga struje,
  - umjereno forsiranje izvršne veličine - referentne vrijednosti momenta motora  $m_{1R}$ .

# Regulacija brzine vrtnje

## Karakteristični polinom modelske prijenosne funkcije (2)

- Karakteristični polinom  $A_M(z)$  može se prikazati u obliku:

$$A_M(z) = \prod_{i=1}^5 (z - z_i) = (z - z_1) \cdots (z - z_5), \quad (61)$$

pri čemu se polovi  $z_i$  dobiju preslikavanjem polova kontinuiranog karakterističnog polinoma:

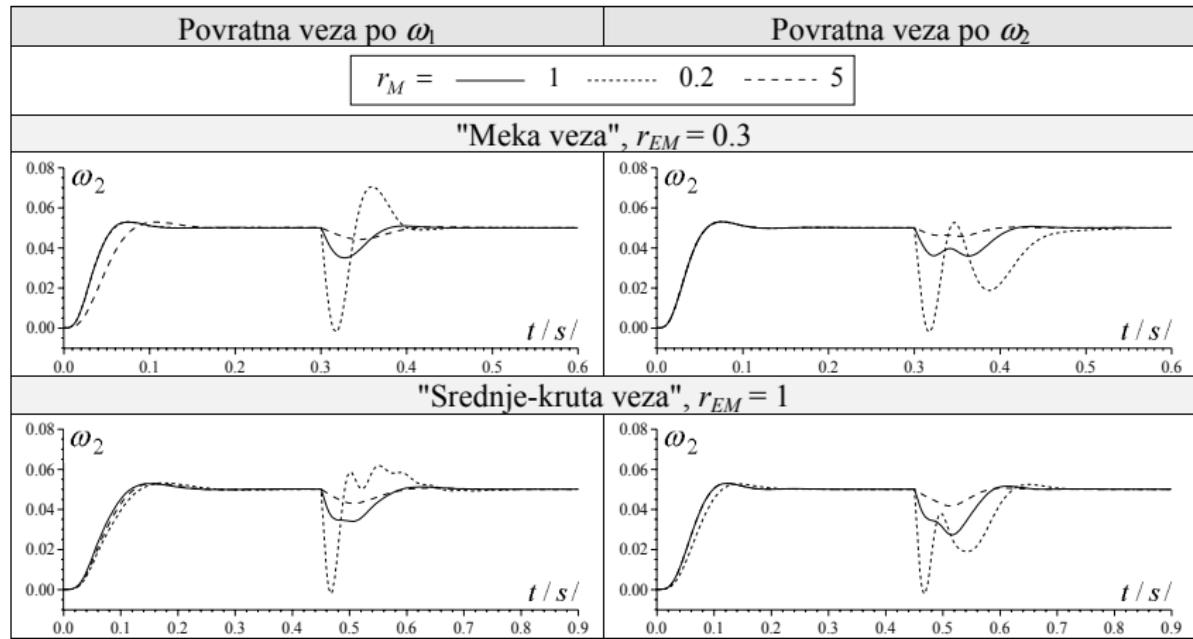
$$A_{Mc}(s) = D_5 D_4^2 D_3^3 D_2^4 T_e^5 s^5 + D_4 D_3^2 D_2^3 T_e^4 s^4 + D_3 D_2^2 T_e^3 s^3 + D_2 T_e^2 s^2 + T_e s + 1 \quad (62)$$

u z-domenu.

- Pritom  $T_e$  treba postaviti na što niži iznos - što brži odziv regulacijskog kruga i što efikasnija kompenzacija utjecaja momenta tereta.
- Postoji ograničenje zahtjevima za:
  - umjerenim forsiranjem izvršne veličine,
  - niskom osjetljivošću na mjerni šum,
  - niskom osjetljivošću na pogreške modeliranja regulacijskog kruga struje.

# Regulacija brzine vrtnje

## Simulacijske provjere



# Regulacija brzine vrtnje

## Observerski polinom

- U prijenosnoj funkciji zatvorenog regulacijskog kruga brzine vrtnje s obzirom na referentnu veličinu krati se observerski polinom  $A_o(z)$ .
- Stoga izbor observerskog polinoma ne utječe na vladanje regulacijskog kruga s obzirom na referentnu veličinu.
- Observerski polinom s jednim polom van ishodišta z-ravnine:

$$A_o(z) = z^4(z - e^{-T/T_o}) \quad (63)$$

daje povoljno vladanje regulacijskog kruga s obzirom na:

- moment tereta,
- pogreške modeliranja regulacijskog kruga struje,
- Implementacija regulatora s takvim observerskim polinomom je relativno jednostavna.

# Regulacija brzine vrtnje

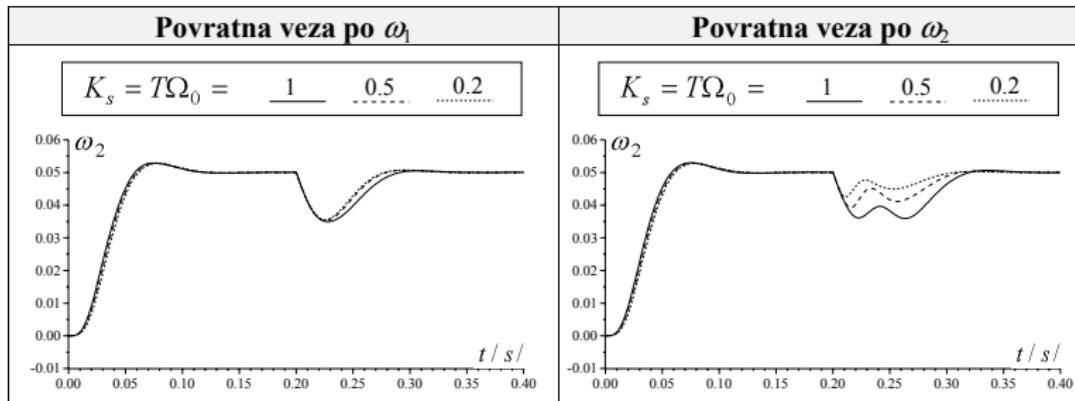
## Observerski polinom (2)

---

- Uz  $T_o = 0$  dobije se **deadbeat observerski polinom**  $A_o(z) = z^5$ .
- Jedina prednost observerskog polinoma sa svih pet polova van ishodišta z-ravnine je bolje filtriranje mjernog šuma.
- S porastom iznosa  $T_o$ , regulacijski krug s povratnom vezom po  $\omega_1$  postaje manje osjetljiv na pogreške modeliranja regulacijskog kruga struje.
- No, kompenzacija utjecaja momenta tereta postaje manje efikasna.
- Kao kompromisani izbor predlaže se  $T_o = (0 \div 1/3)T_e$ .
- Kod povratne veze po  $\omega_2$  praktički ne postoji problem robusnosti (prethodna analiza).
- Uz  $r_M \ll 1$  i "meku vezu" potrebno je odabrati relativno spor observer s  $T_o \approx (1/3 \div 1)T_e$ .
- Uz približno  $r_M$  ili  $r_{EM} > 1$  zadovoljava izbor  $T_o = (0 \div 1/3)T_e$ .

# Regulacija brzine vrtnje

Simulacijske provjere uz različite iznose vremena uzorkovanja



- Vladanje regulacijskog kruga s povratnom vezom po  $\omega_1$  bitno se ne mijenja sa smanjenjem vremena uzorkovanja  $T$  ispod gornje granične vrijednosti  $T_{\max} \approx 1/\Omega_0$ .
- Uz primjenu povratne veze po  $\omega_2$ , učinkovitost kompenzacije utjecaja momenta tereta  $m_2$  značajno raste sa smanjenjem vremena uzorkovanja  $T$ .

# Regulacija položaja tereta

---

- Regulator položaja - prevodi pogon iz jednog položaja u drugi:
  - u što kraćem vremenu,
  - najčešće bez nadvišenja prijelazne funkcije.
- Regulator brzine vrtnje - optimiran s ciljem kompenzacije utjecaja elastičnosti prijenosnog mehanizma.
- Struktura nadređenog regulatora preuzima se iz reguliranih pogona s krutim prijenosnim mehanizmom.
- Uobičajeno rješenje je primjena proporcionalnog (P) regulatora položaja.

# Optimiranje pojačanja P regulatora položaja

---

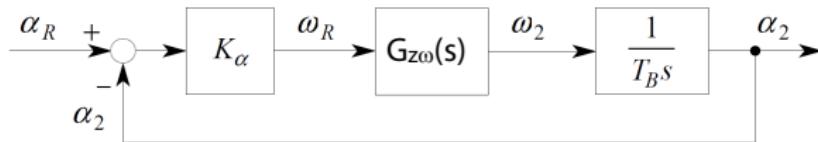
- Ovisno o smještaju senzora položaja, povratna veza može se izvesti po:
  - položaju motora  $\alpha_1$ ,
  - položaju tereta  $\alpha_2$ .
- Izbor povratne veze u regulacijskom krugu brzine vrtnje, obično uvjetuje i izbor povratne veze u regulacijskom krugu položaja.

Povratna veza po položaju motora ( $\alpha_1$ )	Tip podređenog regulatora brzine vrtnje PI regulator, regulator stanja reduciranog reda, polinomski regulator po $\omega_1$
Povratna veza po položaju tereta ( $\alpha_2$ )	Regulator stanja punog reda, polinomski re- gulator po $\omega_2$ , PI regulator s podređenim re- gulatorom momenta

# Regulacija položaja tereta

## Povratna veza po položaju tereta

- Diskretni regulacijski krug položaja s P regulatorom pojačanja  $K_\alpha$  nadomješta se kontinuiranim regulacijskim krugom:



- Podređeni zatvoreni regulacijski krug brzine vrtnje opisan je kontinuiranom prijenosnom funkcijom:

$$G_{z\omega}(s) = \frac{\omega_2(s)}{\omega_R(s)} = \frac{2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + 1}{D_5D_4^2D_3^3D_2^4T_e^5s^5 + D_4D_3^2D_2^3T_e^4s^4 + D_3D_2^2T_e^3s^3 + D_2T_e^2s^2 + T_e s + 1} \quad (64)$$

# Regulacija položaja tereta

## Povratna veza po položaju tereta (2)

- Uz zanemarenje relativnog koeficijenta prigušenja  $\zeta_2$ , dobije se prijenosna funkcija zatvorenog regulacijskog kruga položaja:

$$G_{z\alpha}(s) = \frac{\alpha_2(s)}{a_R(s)} = \frac{1}{K_\alpha^{-1}T_B s A(s) + 1} = \frac{1}{A_\alpha(s)} \quad (65)$$

gdje je karakteristični polinom  $A_\alpha(s)$ :

$$\begin{aligned} A_\alpha(s) = & D_5 D_4^2 D_3^3 D_2^4 K_\alpha^{-1} T_B T_e^5 s^6 + D_4 D_3^2 D_2^3 K_\alpha^{-1} T_B T_e^4 s^5 + \\ & + D_3 D_2^2 K_\alpha^{-1} T_B T_e^3 s^4 + D_2 K_\alpha^{-1} T_B T_e^2 s^3 + K_\alpha^{-1} T_B T_e s^2 + K_\alpha^{-1} T_B s + 1 \end{aligned} \quad (66)$$

- Karakteristični polinom reda  $n = 6$  optimuma dvostrukog odnosa glasi:

$$\begin{aligned} A_\alpha(s) = & D_{6\alpha} D_{5\alpha}^2 D_{4\alpha}^3 D_{3\alpha}^4 D_{2\alpha}^5 T_{e\alpha}^6 s^6 + D_{5\alpha} D_{4\alpha}^2 D_{3\alpha}^3 D_{2\alpha}^4 T_{e\alpha}^5 s^5 + \\ & + D_{4\alpha} D_{3\alpha}^2 D_{2\alpha}^3 T_{e\alpha}^4 s^4 + D_{3\alpha} D_{2\alpha}^2 T_{e\alpha}^3 s^3 + D_{2\alpha} T_{e\alpha}^2 s^2 + T_{e\alpha} s + 1 \end{aligned} \quad (67)$$

# Regulacija položaja tereta

## Povratna veza po položaju tereta (3)

---

- Odavde slijede izrazi za pojačanje P regulatora, nadomjesnu vremensku konstantu i nedominantne karakteristične odnose:

$$K_\alpha = D_{2\alpha} \frac{T_B}{T_e} \quad (68)$$

$$T_{e\alpha} = \frac{T_e}{D_{2\alpha}} \quad (69)$$

$$D_{3\alpha} = D_2, \quad D_{4\alpha} = D_3, \quad D_{5\alpha} = D_4, \quad D_{6\alpha} = D_5 \quad (70)$$

- Nedominantni karakteristični odnosi  $D_{j\alpha}$ ,  $j = 3, \dots, 6$ , poprimaju optimalne vrijednosti karakterističnih odnosa  $D_{j-1}$  podređenog zatvorenog regulacijskog kruga brzine vrtnje.
- Podešenjem dominantnog karakterističnog odnosa  $D_{2\alpha}$ , podešava se prigušenje i vrijeme odziva zatvorenog regulacijskog kruga položaja.

# Regulacija položaja tereta

## Povratna veza po položaju tereta (4)

---

- Sustav pozicioniranja se uobičajeno podešava za granični aperiodski odziv:

$$D_{2\alpha} \approx 0,37 \Rightarrow K_\alpha \approx 0,37 T_B / T_e, \quad T_{e\alpha} = 2,7 T_e \quad (71)$$

- Kod slijednih sustava povoljno je odnos  $D_{2\alpha}$  postaviti na optimalnu vrijednost:

$$D_{2\alpha} = 0.5 \Rightarrow K_\alpha = \frac{T_B}{2T_e}, \quad T_{e\alpha} = 2T_e \quad (72)$$

- Primjena diskretnog postupka sinteze dala bi točniji izraz za pojačanje regulatora položaja:

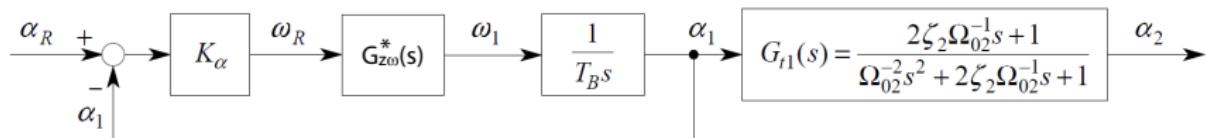
$$K_\alpha = \frac{T_B}{T} \frac{1 + z_0 - 2\sqrt{z_0} \cos\left(\frac{T}{T_e}\sqrt{D_{2\alpha}} - 0,25\right)}{1 - z_0}, \quad z_0 = e^{-T/T_e} \quad (73)$$

- Pokazuje se da je razlika između iznosa pojačanja praktički zanemariva čak i uz relativno velika vremena uzorkovanja  $T \approx 1/\Omega_0$ .

# Regulacija položaja tereta

Povratna veza po položaju motora

- Diskretni regulacijski krug položaja s povratnom vezom po položaju motora  $\alpha_1$  nadomješta se kontinuiranim regulacijskim krugom.



- Razlika, u odnosu na prethodni slučaj, očituje se u dinamičkom članu  $G_{t1}(s)$ .
- Također, prijenosna funkcija regulacijskog kruga brzine vrtnje sadrži slabo prigušen konjugirano-kompleksni par nula:

$$G_{zw}^*(s) = \frac{\omega_1(s)}{\omega_R(s)} = \frac{\Omega_{02}^{-2}s^2 + 2\zeta_2\Omega_{02}^{-1}s + 1}{A(s)} \quad (74)$$

# Regulacija položaja tereta

## Povratna veza po položaju motora (2)

- Prijenosna funkcija zatv. reg. kruga položaja je ( $\zeta_2 = 0$ ):

$$G_{z\alpha}^*(s) = \frac{\alpha_2(s)}{\alpha_R(s)} = \frac{1}{K_\alpha^{-1}T_B s A(s) + \Omega_{02}^{-2}s^2 + 1} = \frac{1}{A_\alpha^*(s)} \quad (75)$$

gdje je

$$\begin{aligned} A_\alpha^*(s) = & D_5 D_4^2 D_3^3 D_2^4 K_\alpha^{-1} T_B T_e^5 s^6 + D_4 D_3^2 D_2^3 K_\alpha^{-1} T_B T_e^4 s^5 + D_3 D_2^2 K_\alpha^{-1} T_B T_e^3 s^4 + \\ & + D_2 K_\alpha^{-1} T_B T_e^2 s^3 + (K_\alpha^{-1} T_B T_e + \Omega_{02}^{-2}) s^2 + K_\alpha^{-1} T_B s + 1 \end{aligned} \quad (76)$$

- Odavde se dobije nadomjesna vremenska konstanta i karakteristični odnosi (izjednačavanje koeficijenata polinoma (76) i (67)):

$$T_{e\alpha} = \frac{T_B}{K_\alpha} \quad (77)$$

$$D_{2\alpha} = K_\alpha \frac{T_e}{T_B} + \frac{K_\alpha^2}{T_B^2 \Omega_{02}^2} \quad (78)$$

$$D_{3\alpha} < D_2, \quad D_{4\alpha} > D_3, \quad D_{5\alpha} = D_4, \quad D_{6\alpha} = D_5 \quad (79)$$

# Regulacija položaja tereta

## Povratna veza po položaju motora (3)

---

- Pojačanje  $P$  regulatora  $K_\alpha$  dobije se iz (78):

$$K_\alpha = \frac{T_B T_e \Omega_{02}^2}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{4D_{2\alpha}}{T_B^2 \Omega_{02}^2}} - 1 \right) \quad (80)$$

- Karakteristični polinomi (76) i (66) za slučajeve povratne veze po poziciji motora, odnosno tereta razlikuju se samo u koeficijentu uz član  $s^2$ .
- Ovo rezultira podoptimalnim iznosima odnosa  $D_{3\alpha} < D_2 = 0.5$  i  $D_{4\alpha} > D_3 = 0.5$ , odnosno podoptimalnim vladanjem regulacijskog kruga položaja.
- Ovaj je učinak zanemariv, tj.  $D_{3\alpha} \approx D_{4\alpha} \approx 0.5$ , ako su karakteristični polinomi (76) i (66) približno jednaki, tj. ako vrijedi:

$$\Omega_{02}^{-2} \ll K_\alpha^{-1} T_B T_e = T_e T_{e\alpha} \quad (81)$$

- Tada regulacijski krug položaja s povratnom vezom po  $\alpha_1$  ima približno optimalno dinamičko vladanje.

# Regulacija položaja tereta

## Povratna veza po položaju motora (4)

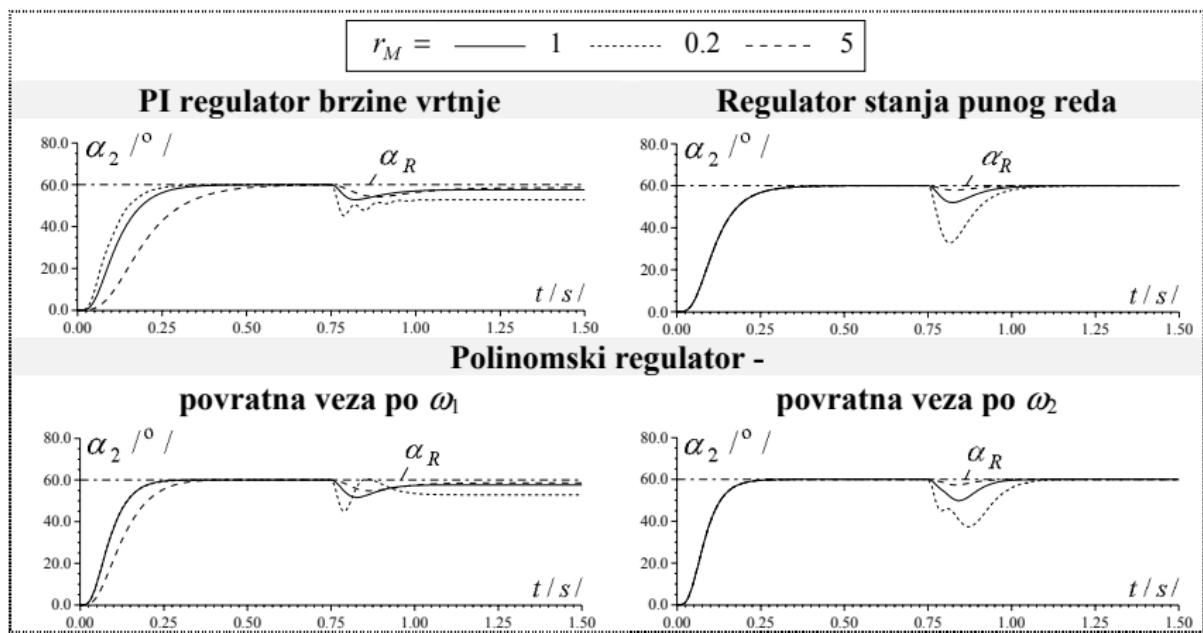
---

- Uz primjenu povratne veze po položaju motora  $\alpha_1$  javlja se stacionarna pogreška pozicioniranja pogona opterećenog u stacionarnom stanju momentom tereta  $m_{20} \neq 0$ .
- Regulator položaja postiže stacionarnu točnost položaja motora  $\alpha_{10} = \alpha_R$ .
- Međutim zbog momenta tereta  $m_{20}$  prijenosni mehanizam se zakreće za torzijski kut - stacionarnu pogrešku pozicioniranja tereta.
- Stacionarna pogreška pozicioniranja može se kompenzirati korekcijom referentne vrijednosti položaja:

$$\alpha_R = \alpha_{R0} + m_{20}/c \quad (82)$$

- No mora biti poznato  $m_{20}$  i konstanta krutosti prijenosnog mehanizma  $c$ .

# Simulacijske provjere sustava regulacije položaja tereta



## Slijedeњe referentne trajektorije položaja

---

- Zadatak slijednog sustava - precizno slijedeњe referentne trajektorije položaja  $\alpha_R$ .
- U mnogim primjenama (npr. CNC alatni strojevi i roboti) referentna trajektorija je poznata (programirana off-line) prije izvođenja gibanja i ne sadrži mjerni šum.
- Kod sustava za praćenje pokretnih ciljeva, referentna se trajektorija generira za vrijeme izvođenja gibanja (on-line). U tim primjenama referentni signal sadrži mjerni šum.
- Regulacijski krug položaja za slijedeњe referentne trajektorije proširuje se pretkompenzatorom smještenim u grani referentne veličine.
- Zadatak pretkompenzatora: ubrzanje odziva regulacijskog kruga, tj. smanjenje pogreške slijedeњa referentne trajektorije položaja.
- Pretkompenzator se projektira za slijedeњe unaprijed nepoznate referentne trajektorije.

# Primjena diskretnog postupka optimiranja parametara pretkompenzatora

---

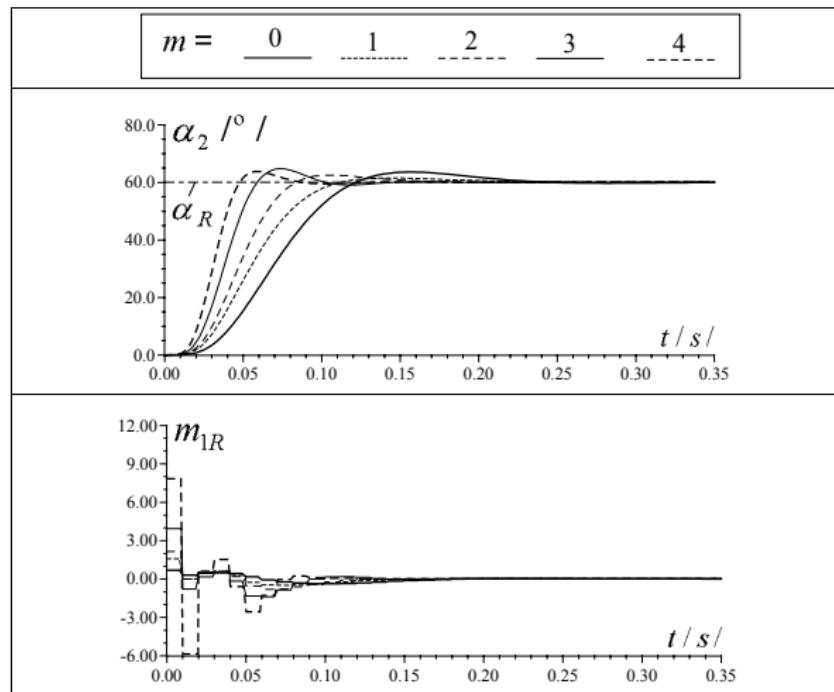
- Prijenosna funkcija diskretnog zatvorenog regulacijskog kruga položaja s polinomskim podređenim regulatorom brzine vrtnje povratnim vezama po  $\omega_2$  i  $\alpha_2$  glasi:

$$G_{z\alpha}(z) = \frac{\alpha_2(z)}{\alpha_R(z)} = \frac{K_\alpha T T_B^{-1} z B_M(z)}{(z - 1) A_M(z) + K_\alpha T T_B^{-1} z B_M(z)} \quad (83)$$

gdje je  $G_{z\omega}(z) = \frac{B_M(z)}{A_M(z)}$

- Pretkompenzator se projektira prema opisu danom predavanju "Modulni optimum i projektiranje pretkompenzatora" (slajdovi 24-34).

# Simulacijske provjere - slijedeњe



# Trenje



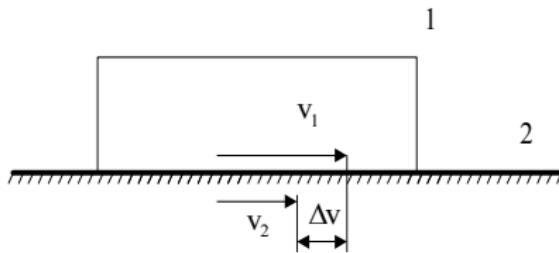
Nedjeljko Perić  
Jadranko Matuško  
Mario Vašak

Fakultet elektrotehnike i računarstva

19. siječnja 2012

# Trenje - definicija

- Prema standardu DIN 5281, trenje se definira kao otpor koji se javlja između površina nalijeganja dvaju tijela i suprotstavlja se međusobnom gibanju bilo klizanjem, bilo kotrljanjem ili valjanjem (trenje gibanja - kinetičko trenje), ili onemogućuje gibanje (trenje mirovanja - statičko trenje).
- Tri su osnovne vrste trenja:
  - Trenje klizanja javlja se kada translacijske komponente brzina  $v_1$  i  $v_2$  za točke dvaju tijela (1 i 2) u kontaktu nisu jednake, odnosno postoji relativna brzina među njima.

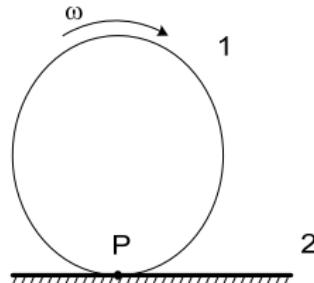


Slika 1: Trenje klizanja

## Vrste trenja

---

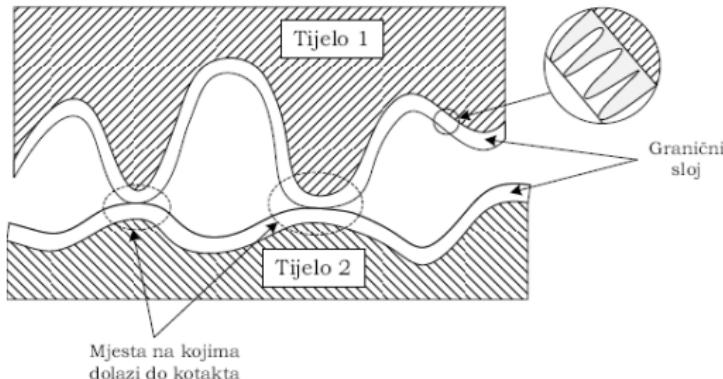
- **Trenje kotrljanja** javlja se u slučajevima kada je kontakt ostvaren u jednoj točki odnosno liniji (P).



Slika 2: Trenje kotrljanja

- Kod trenja kotrljanja nema izraženog statičkog trenja što se može objasniti „polaganim ulaženjem i izlaženjem u i iz kontakta“. Ovo je ujedno i osnovna razlika između trenja klizanja i trenja kotrljanja što značajno utječe na upravljanje slijednim sustavima.
- **Trenje valjanja** je kombinacija trenja klizanja i kotrljanja. Udio kotrljanja i klizanja unaprijed je određen kinematikom gibanja dvaju tijela koja su u kontaktu. Ovakav oblik trenja javlja se u valjnim ležajevima, među zubima zupčanika i sl.

# Prroda nastanka trenja



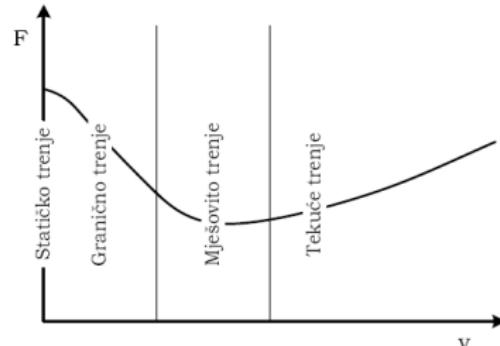
Slika 3: Mikroskopski pogled na dodirnu površinu dvaju tijela

- Kako bi se razumjela priroda nastanka trenja, potrebno je promatrati dodirnu površinu dvaju tijela na mikroskopskoj razini.
- Površina tijela je obično hrapava i prekrivena graničnim slojem asperitnih vlakana.
- Stvarni se kontakt između tijela ostvaruje preko niza asperitnih veza, a ne cijelom (geometrijskom) dodirnom površinom.

# Prroda nastanka trenja

---

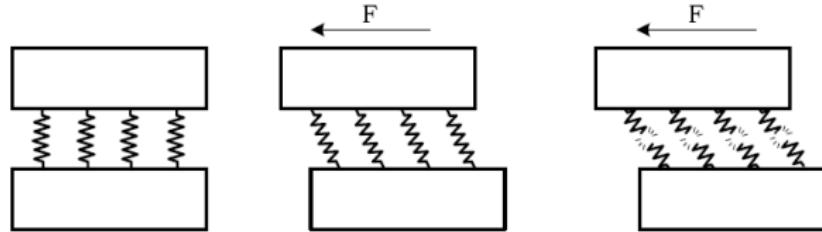
- Pod djelovanjem tangencijalne sile, izvana narinute, dolazi do smicanja asperitnih veza što rezultira njihovim elastičnim i plastičnim deformacijama.
- Mehanizam stvaranja sile trenja tipično se može promatrati u četiri područja odnosno režima, ovisno o iznosu relativne brzine:
  - statičko trenje
  - granično trenje
  - mješovito trenje
  - tekuće trenje



**Slika 4:** Četiri tipična područja na karakteristici ovisnosti sile trenja o relativnoj brzini

# Statičko trenje

- Statičko trenje podrazumijeva da ne postoji relativno gibanje te stoga postoji izravan kontakt između dodirnih površina.
- Sa stanovišta upravljanja bitna karakteristika asperitnih veza je njihovo elastično savijanje. Ako je narinuta sila manja od čvrstoće asperitnih veza, sustav se ponaša kao da je među dodirne površine umetnuto niz opruga velike krutosti (slika 5)



Slika 5: Aproksimacija dodirne površine dvaju tijela pomoću niza opruga u režimu statičkog trenja.

## Statičko trenje (2)

---

- Druga bitna karakteristika statičkog trenja je polagana plastična deformacija asperitnih vlakana. Kao posljedica polagane plastične deformacije kontaktna se površina među asperitima povećava s povećanjem vremena provedenog u mirovanju.
- Povećanje površine asperitnih veza rezultira većom čvrstoćom samih veza. Slijedi da će sila potrebna za razaranje asperitnih veza, odnosno pokretanje tijela, biti to veća što su dodirne površine više vremena provele u mirovanju.

# Granično trenje

---

- U režimu **graničnog trenja** dolazi do relativnog gibanja, ali je zbog male brzine izgled kontakta sličan onom u slučaju statičkog trenja.
- Uloga maziva ne dolazi do izražaja, jer relativna brzina nije dovoljna da se izgradi potrebni film maziva koji bi razdvojio površine u kontaktu.
- Postojanje direktnog dodira graničnih slojeva, što u njima izaziva smično naprezanje. Smična čvrstoća graničnog sloja kao krute tvari je višestruko veća od one koja se javlja u mazivima kao fluidu, pa je i sila trenja koja se javlja u režimu graničnog trenja relativno velikog iznosa.
- Zbog izravnog kontakta, trošenje površina je intenzivno pa se vrijeme zadržavanja u ovom režimu nastoji svesti na najmanju moguću mjeru.

# Mješovito trenje

---

- Porastom iznosa relativne brzine gibanja viskozna sila maziva je dovoljna da onemogući potpuno istiskivanje maziva iz područja kontakta. Povećanje količine maziva u području kontakta smanjuje površinu direktnog kontakta, a time i silu trenja.
- Količina maziva koja se nalazi u području kontakta ovisi o relativnoj brzini, viskoznosti maziva i geometrije kontaktnih površina.
- Ovo područje traje sve do trenutka kada relativna brzina naraste do iznosa potrebnog za formiranje mazivog filma čija je debljina veća od visine asperita. U tom trenutku dolazi do potpunog razdvajanja kontaktnih površina, a time i četvrtog režima, tekućeg trenja

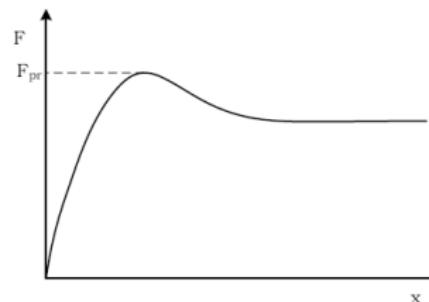
# Tekuće trenje

---

- Priroda **tekućeg trenja** ovisi o tome radi li se o konformnom kontaktu, gdje se javlja hidrodinamičko trenje, ili nekonformnom kontaktu s elastohidrodinamičkim trenjem.
- U konformnom kontaktu, a zbog relativne brzine, mazivo se utiskuje u prostor između dvaju tijela, stvarajući film maziva koji je deblji od visine asperita pa je isključen bilo kakav kontakt između tijela.
- Smicanje u mazivu je višestruko manje od sila smicanja u graničnom sloju materijala, te je zbog toga trenje u režimu tekućeg trenja je minimalno.
- Kako je bilo kakav kontakt među dodirnim površinama isključen, trošenje je u ovom režimu zanemarivo..

# Statičko trenje i prijelomna sila

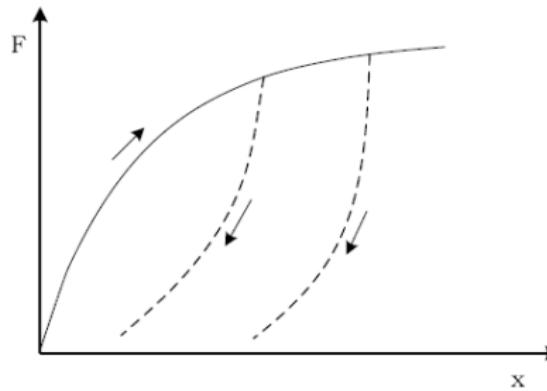
- Trenje koje postoji kada se tijelo nalazi u stanju mirovanja predstavlja statičko trenje odnosno trenje mirovanja.
- Kako bi se tijelo pokrenulo potrebno je primijeniti odgovarajuću vanjsku silu koja će savladati statičko trenje i ta se sila najčešće naziva prekidnom silom (engl. break-away force).
- Prijelaz tijela iz stanja mirovanja u stanje gibanja ne može se na zadovoljavajući način opisati funkcijom relativne brzine  $v$ . Umjesto toga, za opis ponašanja sile trenja u stanju mirovanja koristi se funkcija pomaka  $x$  (slika 6).



Slika 6: Ovisnost sile trenja o iznosu pomaka x

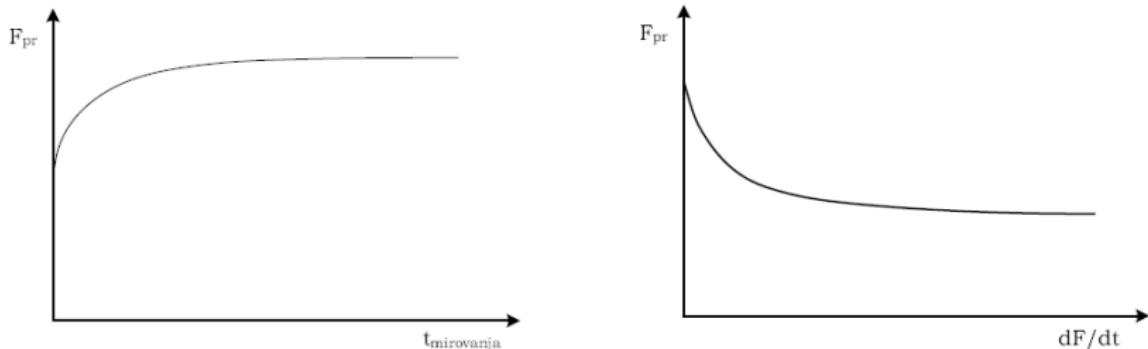
## Statičko trenje i prijelomna sila (2)

- U početnom dijelu karakteristike ovisnost sile trenja o pomaku  $x$  je skoro linear na te se stoga kontakt može aproksimirati nizom opruga kako je prikazano na slici 5.
- Nakon određenog iznosa pomaka  $x$  dolazi do pojave plastične deformacije asperitnih vlakana; nakon prestanka djelovanja vanjske sile pojavljuje se trajni pomak (slika 7), tj. proces deformacije vlakana je ireverzibilan (engl. pre-sliding displacement)



Slika 7: Ilustracija ireverzibilnosti procesa istezanja asperitnih vlakana

## Statičko trenje i prijelomna sila (3)



Slika 8: Ovisnost prekidne sile o vremenu koje je tijelo provelo u mirovanju i o vremenskoj derivaciji primjenjene sile.

- Iznos prekidne sile dodatno ovisi o vremenu provedenom u mirovanju (engl. dwell time) i pokazuje se da je prekidna sila to veća što je veće vrijeme koje je tijelo provelo u mirovanju (slika 8).
- Također, iznos prekidne sile ovisan je i o brzini primjene vanjske sile tj. o njenoj derivaciji (slika 8).

# Statički modeli trenja

- Pod statičkim modelima trenja obično se podrazumijevaju modeli koji daju funkciju ovisnost sile trenja o relativnoj brzini dvaju tijela koja su u kontaktu.
- Za razliku od dinamičkih modela ovi modeli nemaju uključen nikakav oblik memorije.

**Coulombovo trenje** (Coulomb, 1785.)

- Iznos sile trenja proporcionalan je normalnoj (okomitoj) sili i neovisan je o iznosu dodirne površine ( $F_C = \mu F_N$  ), kako je to opisano sljedećim izrazom:

$$F = F_C \operatorname{sgn}(v) \quad (1)$$

- Neodređenost iznosa sile trenja za  $v = 0$  predstavlja najveći nedostatak ovog modela.

## Statički modeli trenja (2)

Viskozno trenje (Reynolds, 1866.)

- U 19. stoljeću s razvojem teorije hidrodinamike došlo se do opisa sile trenja prouzročene viskoznošću maziva. Ova se komponenta sile trenja obično naziva viskoznim trenjem i opisana je sljedećim izrazom:

$$F_v = \sigma_2 v, \quad v \neq 0, \quad (2)$$

gdje je  $\sigma_2$  koeficijent trenja.

- S ciljem što boljeg slaganja s eksperimentalnim mjeranjima za opis viskoznog trenja ponekad se koristi i sljedeća modifikacija modela viskoznog trenja:

$$F_v = \sigma_2 |v|^{\delta_v} \operatorname{sgn}(v), \quad v \neq 0, \quad (3)$$

gdje je  $\delta_v$  empirijski koeficijent čiji iznos ovisi o području primjene modela.

# Statički modeli trenja (3)

---

## Statičko trenje (Morin, 1833.)

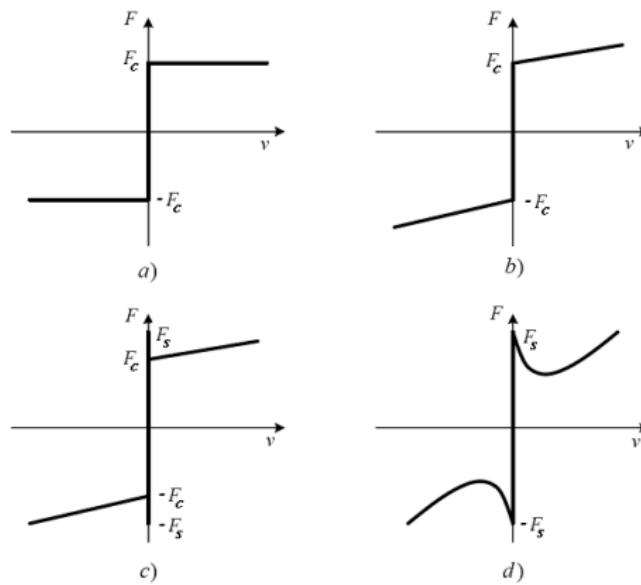
- Opis sile trenja kombinacijom Coulombovog i viskoznog trenja prepostavlja da je absolutni iznos sile trenja najmanji u mirovanju, tj. pri  $v = 0$ .
- To je, međutim, u koliziji s eksperimentalnim podacima koji ukazuju da iznos sile trenja u mirovanju značajno premašuje iznos Coulombovog trenja  $F_C$ .
- Ako je tijelo u mirovanju, potrebna je vanjska sila jednaka ili veća od sile statičkog trenja (trenja mirovanja, engl. stiction)  $F_S$  da bi se tijelo počelo gibati.

## Stribeckovo trenje

- 1902. godine Stribeck je, umjesto diskontinuiranog prijelaza, uvodi kontinuirani prijelaz između statičkog i dinamičkog trenja. Ovaj se efekt obično u literaturi naziva **Stribeckovim efektom**. Najčešće se ovaj efekt opisuje funkcijom sljedećeg oblika:

$$F = \left( F_C + (F_S - F_C) e^{-\left(\frac{|v|}{v_s}\right)^\delta} \right) \cdot \text{sgn}(v), \quad (4)$$

## Statički modeli trenja (4)



**Slika 9:** Klasični statički modeli trenja: a) Coulombovo trenje, b) Coulombovo + viskozno trenje, c) Coulombovo + viskozno trenje + statičko trenje, d) Stribeckovo+viskozno trenje

# Statički modeli trenja (5)

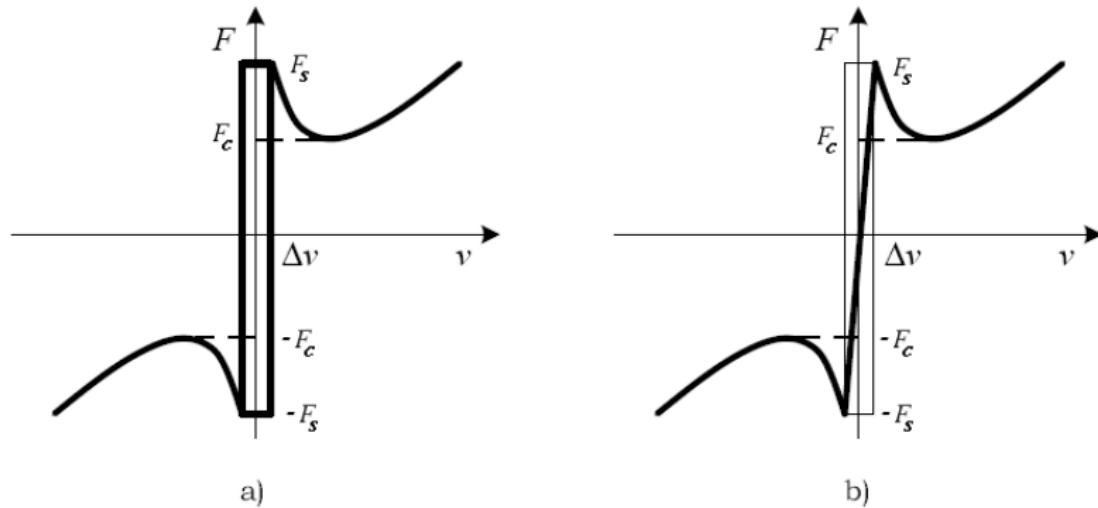
## Karnoppov model trenja

---

- Osnovni nedostatak prethodno opisanih modela trenja, sa stajališta modeliranja i upravljanja, leži u činjenici da je potrebno detektirati slučajeve kada je relativna brzina jednaka nuli.
- Kako bi se izbjeglo često prekapčanje unutar spomenutog modela Karnopp je predložio korištenje zone neosjetljivosti, tj. intervala  $|v| < \Delta v$ . (slika 10 a))
- Ako je relativna brzina gibanja unutar tog intervala, smatra se da nema relativnog gibanja tijela u kontaktu (engl. stick regime).
- Kako postojanje zone neosjetljivosti nije fizikalno, često se koriste različite modifikacije ovog modela od kojih se najčešće koristi aproksimacija sile trenja vrlo strmim pravcem na intervalu  $[-\Delta v, \Delta v]$  (slika 10 b))

# Statički modeli trenja (6)

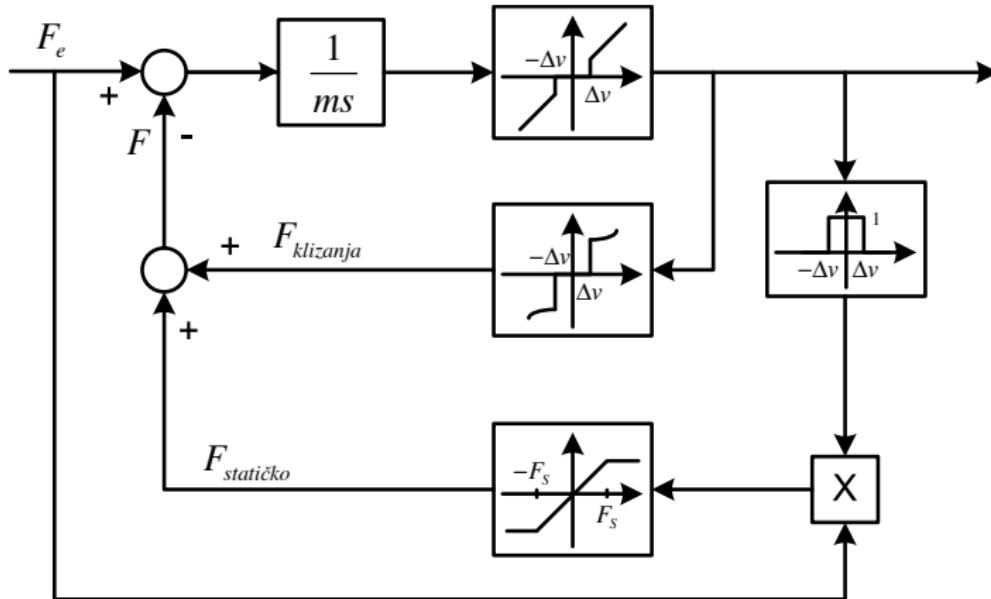
## Karnoppov model trenja



Slika 10: Karnoppov model a) klasični i b) modificirani

# Statički modeli trenja (7)

## Karnoppov model trenja



Slika 11: Blokovska shema Karnoppova modela trenja

## Armstrongov model trenja

- S ciljem da se uzmu u obzir i određena dinamička svojstva pojave trenja, Armstrong je u svojem modelu uveo vremensku ovisnost statičkog trenja kao i Stribeckovog efekta.
- Predloženi model trenja sastoji se od dva podmodela: jednog za opis statičkog trenja i drugog za opis kinetičkog trenja tj. trenja klizanja.
- U režimu statičkog trenja sila je trenja opisana izrazom:

$$F(x) = \sigma_0 x \quad (5)$$

- U režimu kinetičkog trenja sila je opisana izrazom:

$$F(v, t) = \left( F_C + F_S(\gamma, t_d) \frac{1}{1 + (v(t - \tau_l)/v_s)^2} \right) \operatorname{sgn}(v) + F_v \quad (6)$$

## Armstrongov model trenja (2)

- Pritom funkcija  $F_S(\gamma, t_d)$  opisuje ovisnost iznosa statičke sile trenja o vremenu provedenom u stanju mirovanja (pogledati sliku 16.8) i dana je izrazom:

$$F_S(\gamma, t_d) = F_{S,a} + (F_{S,\infty} - F_{S,a}) \frac{t_d}{t_d + \gamma}, \quad (7)$$

gdje je  $\sigma$  koeficijent čvrstoće,  $t_d$  vrijeme koje je tijelo provelo u mirovanju,  $F_{S,a}$  iznos Stribeckovog trenja na kraju prethodnog perioda klizanja,  $F_{S,\infty}$  iznos Stribeckovog trenja nakon vrlo dugog perioda mirovanja tijela,  $\tau_l$  vremenska konstanta trenja,  $\gamma$  empirijski parametar modela.

- Nedostak je ovog modela potreba za mehanizmom prekapčanja između njegovih dvaju podmodela.
- Armstrongov model ima sedam parametara koji se trebaju odrediti tijekom postupka identifikacije modela trenja, te se stoga ponekad u literaturi ovaj model nalazi i pod imenom "Model sa sedam parametara" (engl. seven parameters model).

# Dahlov model trenja

P. Dahl, Aerospace Corporation, 1968.

---

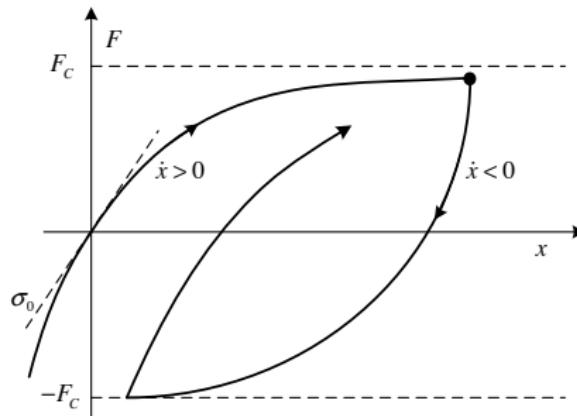
- Model definira dinamičku ovisnost sile trenja o pomaku  $x$  nelinearnom diferencijalnom jednadžbom prvog reda (engl. stress-strain curve):

$$\frac{dF}{dx} = \sigma \left( 1 - \frac{F}{F_C} \operatorname{sgn}(v) \right)^\alpha, \quad (8)$$

gdje  $\sigma$  - koeficijent čvrstoće,  $\alpha$  - koeficijent koji definira oblik krivulje.

- Dahlovim modelom obuhvaćeno je:
  - Pomaci u području statičkog trenja (engl. presliding displacement)
  - Histerezna karakteristika trenja (slika 12)
  - Sila trenja ovisna je o pomaku  $x$  i predznaku brzine
- Osnovni je nedostatak Dahlova modela nemogućnost modeliranja:
  - Stribeckova efekta,
  - „Stick-Slip“ efekta.

## Dahlov model trenja (2)



Slika 12: Ovisnost sile trenja o pomaku prema Dahlovu modelu

- Za dobivanje modela u vremenskoj domeni, derivirajmo (8) po vremenu:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{dF}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dF}{dx} \cdot v = \sigma \left( 1 - \frac{F}{F_C} \operatorname{sgn}(v) \right)^\alpha \cdot v \quad (9)$$

## Dahlov model trenja (3)

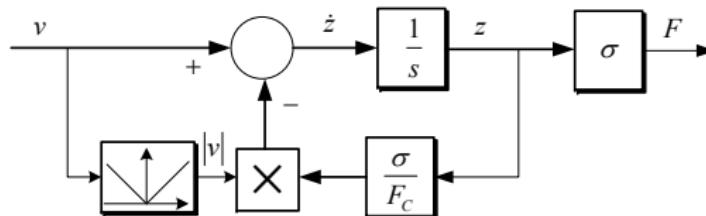
- Za  $\alpha = 1$  izraz (9) može se zapisati u obliku:

$$\frac{dF}{dt} = \sigma v - \frac{F}{F_C} |v|, \quad \left( \operatorname{sgn}(v) = \frac{|v|}{v} \right) \quad (10)$$

- Uvođenjem pokrate  $F = \sigma z$  slijedi:

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{\sigma |v|}{F_C} z \quad (11)$$

$$F = \sigma z \quad (12)$$



Slika 13: Blokovska shema Dahlova modela za  $\alpha = 1$

## Dahlov model trenja (4)

Analiza Dahlova modela u stacionarnom stanju

---

- Izjednačenjem vremenske derivacije sile trenja s nulom:

$$\frac{dz}{dt} = 0, \quad (13)$$

slijedi:

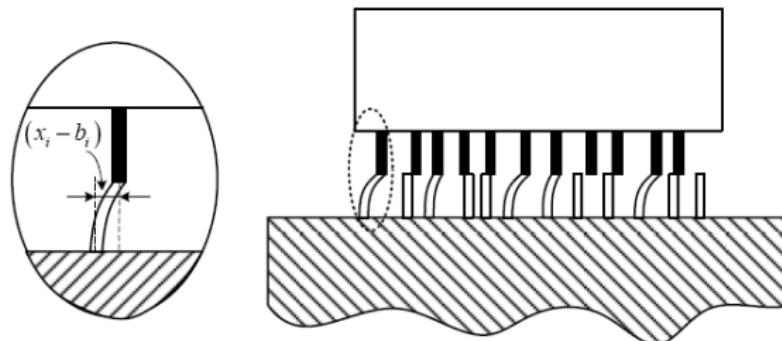
$$z = \frac{F_C}{\sigma} \operatorname{sgn}(v), \quad (14)$$

$$F = \sigma z = F_C \operatorname{sgn}(v). \quad (15)$$

- Prema tome, Dahlov model trenja u stacionarnom stanju identičan je Coulombovu modelu trenja.

# Vlaknasti model trenja

- Vlaknasti model trenja temelji se na razmatranju pojava u kontaktu dvaju tijela na mikroskopskoj razini.
- Uslijed nepravilnosti dodirne površine dvaju tijela broj točaka u kojima se ostvaruje njihov kontakt kao i njihov raspored je slučajan. Pritom se pretpostavlja da se ovaj kontakt u svakoj od tih točaka ostvaruje preko niza elastičnih vlakana (slika 14).



Slika 14: Ilustracija vlaknastog modela trenja

## Vlaknasti model trenja (2)

- Prilikom relativnog gibanja dvaju tijela koja su u kontaktu dolazi do naprezanja tih vlakana (prepostavimo  $N$  vlakana,  $N = 20 - 25$ ) i pritom se generira sila čiji je iznos:

$$F = \sum_{i=1}^N \sigma(x_i - b_i) \quad (16)$$

- Kad iznos naprezanja pojedine veze prijeđe njenu čvrstoću, dolazi do pucanja stare i uspostavljanja nove veze.
- Nova veza se javlja među vlaknima smještenima na pravcima koji su otklonjeni od pravca gibanja te ne omogućuju čvrstoću prethodne veze.
- Broj veza ovisi o relativnoj brzini među kontaktnim površinama. Kako je sila trenja izravno ovisna o broju veza, njezin iznos je u funkciji relativne brzine.
- Ovaj model dobro opisuje slučajni karakter trenja, ali je neefikasan s obzirom na veliko vrijeme računanja.

# Model trenja zasnovan na cikličkom integriranju

- S ciljem skraćenja vremena računanja, a da se pritom zadrže dobra svojstva vlaknastog modela u opisu fenomena trenja, razvijen je **model zasnovan na cikličkom integriranju** (engl. reset integrator model).
- Umjesto kidanja postojećeg asperitnog vlakna nakon dostizanja kritičnog naprezanja, ovim se modelom veza vlakana zadržava, ali se pritom onemogućuje daljnji rast naprezanja vlakna.
- Model koristi posebnu varijablu koja odrežuje naprezanje u vlaknu:

$$\frac{dz}{dt} = \begin{cases} v, & z \leq z_m \\ 0, & z > z_m \end{cases} \quad (17)$$

## Model trenja zasnovan na cikličkom integriranju(2)

- Sila trenja dana je izrazom:

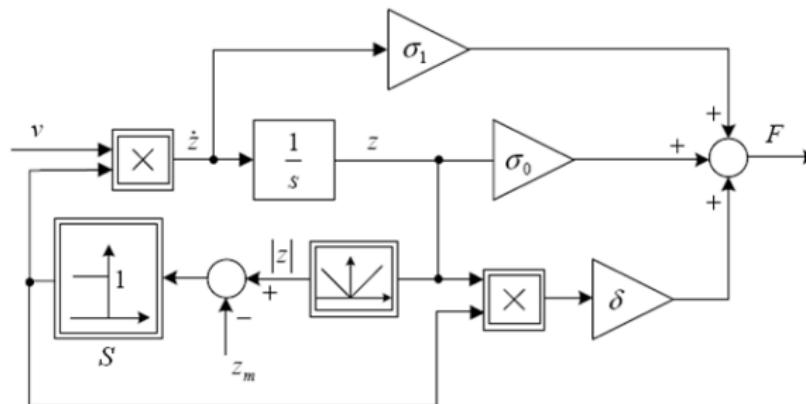
$$F = (1 + \delta(z))\sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt}, \quad (18)$$

pri čemu funkcija  $\delta(z)$  određuje iznos sile trenja u području statičkog trenja (trenja mirovanja) i dana je izrazom:

$$\delta(z) = \begin{cases} \delta, & z \leq z_m \\ 0, & z > z_m \end{cases} \quad (19)$$

- Uvođenjem koeficijenta prigušenja  $\sigma_1$  izbjegavaju se oscilacije u području statičkog trenja koje se javljaju kod "vlaknastog modela".

# Model trenja zasnovan na cikličkom integriranju(3)



Slika 15: Blokovska shema "reset integrator" modela trenja

- „Reset integrator“ model trenja omogućuje znatno efikasniju simulaciju od vlaknastog modela ali je istovremeno diskontinuiran po varijabli  $z$  te je također potrebno provjeravati uvjet  $|z| < z_m$ .

# LuGre model trenja

---

- LuGre model predstavlja proširenje Dahlova modela s ciljem opisivanja Stribeckova i „stick-slip“ efekta.
- Dahlov model ima oblik:

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{\sigma|v|}{F_C}z, \quad (20)$$

$$F = \sigma z. \quad (21)$$

- LuGre model umjesto Coulombove sile  $F_C$  uvodi nelinearnu Stribeckovu funkciju:

$$g(v) = F_C + (F_S - F_C)e^{-\left(\frac{v}{v_s}\right)^\delta} \quad (22)$$

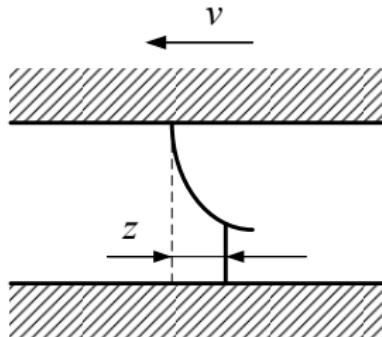
- LuGre model prema tome glasi:

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{\sigma|v|}{g(v)}z, \quad (23)$$

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \quad (24)$$

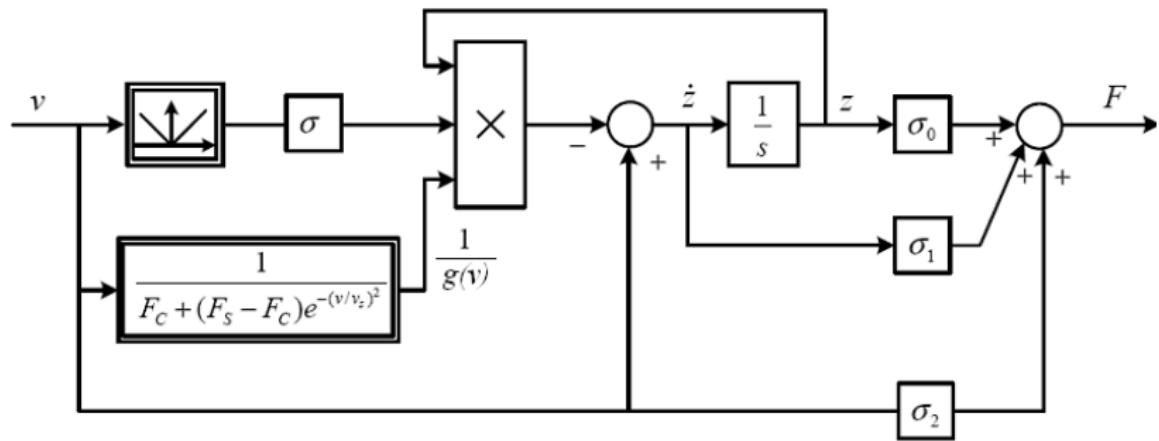
## LuGre model trenja (2)

- Odabirom parametara  $\delta$  i  $v_s$  mogu se dobiti različiti oblici Stribeckove funkcije kako bi se postiglo što bolje slaganje sa stvarnom karakteristikom trenja.
- Varijabla  $z$  predstavlja internu varijablu modela trenja koja se može interpretirati kao prosječno istezanje asperitnih vlakana u kontaktu dvaju tijela (slika 16).



Slika 16: Interpretacija interne varijable  $z$  LuGre modela trenja

## LuGre model trenja (3)



Slika 17: Blokovska shema LuGreova modela trenja

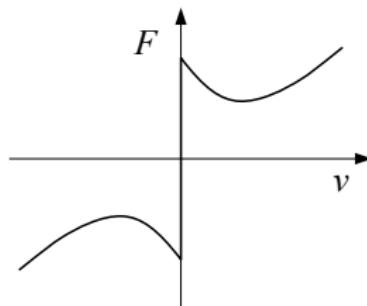
# LuGre model trenja (4)

## LuGre model u stacionarnom stanju

- Izjednačenjem vremenskih derivacija u LuGre modelu s nulom slijedi:

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{\sigma|v|}{g(v)}z = 0 \Rightarrow z = \frac{g(v)}{\sigma_0} \operatorname{sgn}(v) \quad (25)$$

$$F = \sigma_0 z + \underbrace{\sigma_1 \frac{dz}{dt}}_{=0} + \sigma_2 v = g(v) \operatorname{sgn}(v) + \sigma_2 v \quad (26)$$



Slika 18: Statička karakteristika LuGreova modela trenja

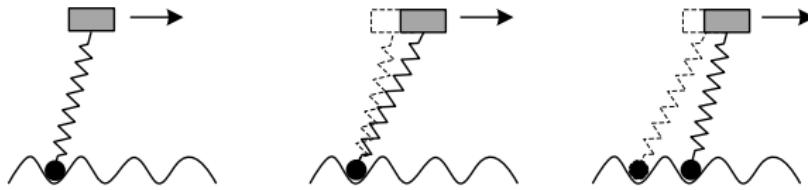
# Negativni efekti trenja u sustavima upravljanja

---

- Ovisno o konkretnom problemu, fenomen trenja može općenito biti koristan ili štetan. Tako se kod sustava upravljanja proklizavanjem kotača vozila (ABS) odnosno kod sustava upravljanja vučnom silom nastoji maksimizirati iznos sile trenja te je pojava trenja u ovom slučaju korisna.
- S druge strane, u velikom broju industrijskih primjena postojanje trenja je izuzetno štetno. Ponajprije zbog njegovog postojanja dio se energije nepovratno gubi odnosno pretvara u toplinsku energiju smanjujući često pritom vijek trajanja komponenata sustava.
- Sa stajališta kvalitete upravljanja sustavima posebno su bitna dva vrlo bliska efekta povezana s pojavom trenja, a to su:
  - "stick-slip" efekt
  - "hunting" efekt.

## ”Stick-slip” efekt

- Pod pojmom ”stick-slip” efekta obično se podrazumijeva oscilatorno gibanje tijela koje nastaje kao posljedica naglog prelaska iz područja statičkog trenja (trenja mirovanja) u područje kinetičkog trenja (trenje klizanja).
- Zbog činjenice da je iznos statičkog trenja najčešće značajno veći od iznosa trenja u režimu klizanja prilikom prelaska iz režima statičkog u režim kinetičkog trenja dolazi do naglog smanjenja sile trenja.
- Promatraljući ovu pojavu na mikrorazini, može se zaključiti da je ovo smanjenje sile trenja posljedica kidanja asperitnih veza između dvaju tijela koja su u kontaktu što se događa nakon što vanjska sila premaši iznos prekidne sile  $F_{pr}$ .

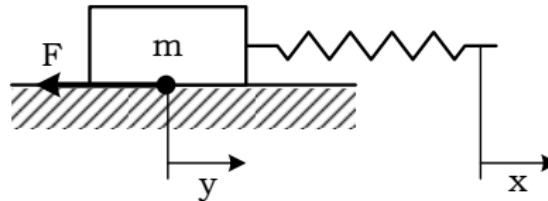


Slika 19: Ilustracija ”stick-slip” efekta

# ”Stick-slip” efekt (2)

## Simulacija ”stick-slip” efekta

- U svrhu ilustracije ”stick-slip” efekta razmotrit će se jednostavan mehanički sustav koji se sastoji od tijela mase  $m$  koje se nalazi na podlozi i na njega vezane elastične opruge (slika 20). Sila trenja  $F$  između tijela i podloge opisana je LuGre modelom trenja.



Slika 20: Primjer: Simulacija ”stick-slip” efekta

- Prepostavimo da se desni kraj opruge kreće brzinom  $\dot{x} = v_0$ .

# ”Stick-slip” efekt (3)

Primjer: Simulacija ”Stick-slip” efekta

---

- Na temelju II Newtonog zakona mogu se zapisati jednadžbe gibanja tijela:

$$\frac{dx}{dt} = v_0 \quad (27)$$

$$l = x - y \quad (28)$$

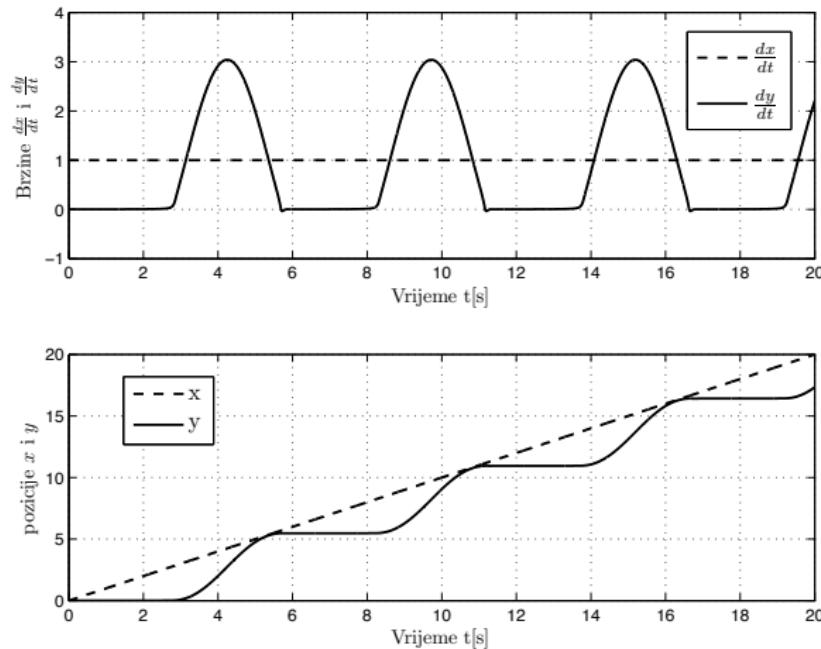
$$\frac{dl}{dt} = v_0 - \frac{dy}{dt} \quad (29)$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = kl - F \quad (30)$$

Parametar	Vrijednost
$m$	1
$k$	2
$v_0$	1
$v_s$	0.1
$F_C$	0.3
$F_S$	0.6
$\sigma_0$	1000
$\sigma_1$	42.167

# ”Stick-slip” efekt (4)

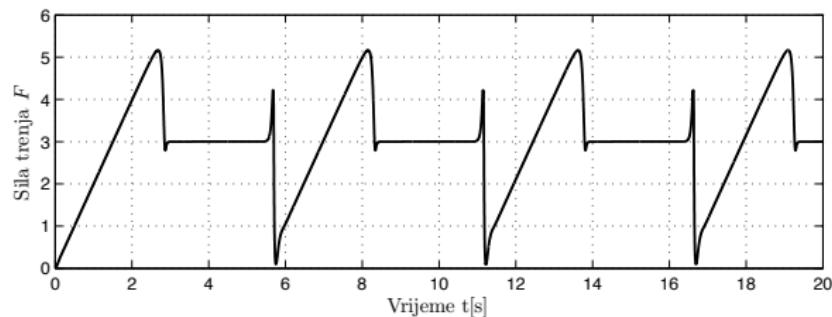
## Simulacija ”Stick-slip” efekta



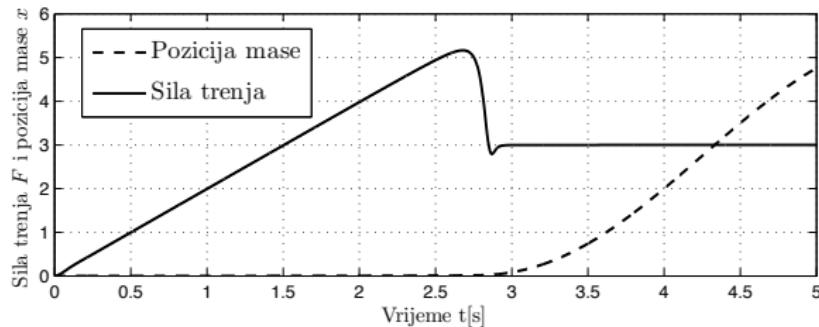
Slika 21: Brzina i pozicija mase tijekom simulacije

# ”Stick-slip” efekt (4)

## Simulacija ”Stick-slip” efekta



Slika 22: Sila trenja tijekom simulacije



Slika 23: Sila trenja i pozicija mase m tijekom simulacije (detaljan prikaz)

# ”Hunting” efekt

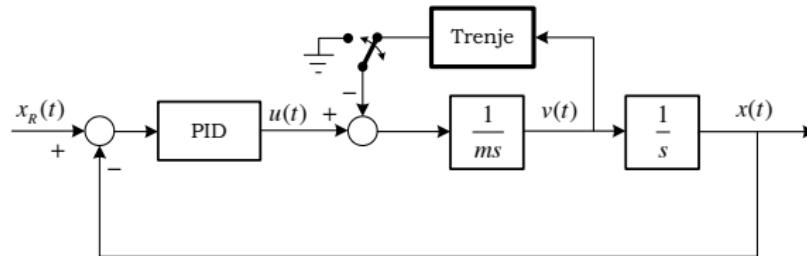
---

- Prethodni je primjer ilustrirao efekt koji se javlja pri niskim relativnim brzinama kada se asperitne veze stignu nanovo uspostaviti što rezultira cikličnim izmjenjivanjem režima statickog i kinetičkog trenja.
- Prelazak između pojedinih režima trenja ostvaren je pomoću vanjske sile tj. sile opruge.
- U sustavima upravljanja elektromotornim pogonima umjesto opruge ta će promjena režima trenja biti prouzročena integralnim djelovanjem regulatora, ukoliko se radi o regulaciji pozicije elektromotornog pogona.
- To će rezultirati nemogućnošću postizanja točnosti u ustaljenom stanju, što se obično naziva ”hunting” efektom.

# ”Hunting” efekt (2)

## Simulacija ”hunting” efekta

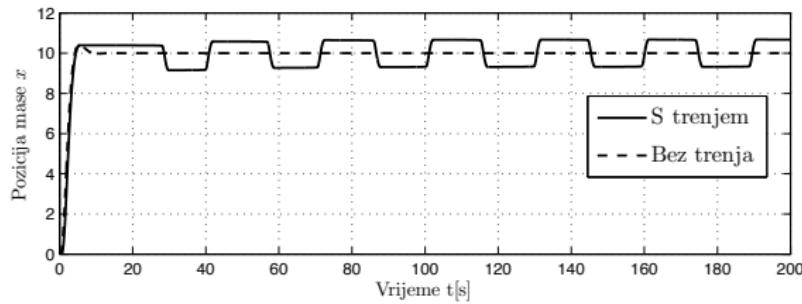
- Sustav regulacije pozicije mase na podlozi uz korištenje PID regulatora prikazan je na slici 24. Parametri PID regulatora određeni su na temelju nominalnog modela procesa koji ne uključuje trenje. U sklopu ovog primjera provedene su dvije skupine simulacija i to:
  - bez utjecaja sile trenja i
  - uz utjecaj sile trenja.
- Za modeliranje sile trenja korišten je LuGre model trenja. Svi parametri procesa jednaki su onima iz prethodnog primjera.



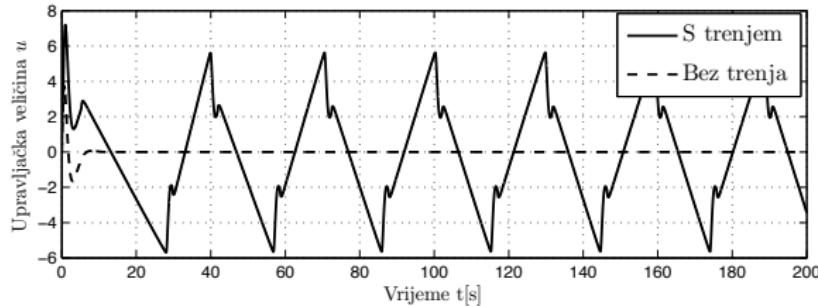
Slika 24: Sustav upravljanja položajem mase na podlozi

# "Hunting" efekt (3)

Simulacija "hunting" efekta



Slika 25: Odziv pozicije mase u slučaju korištenja PID regulatora

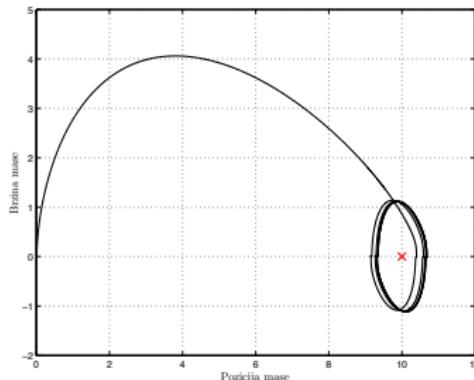


Slika 26: Odziv upravljačkog signala  $u(t)$  u slučaju korištenja PID regulatora

# "Hunting" efekt (4)

## Simulacija "hunting" efekta

- Djelovanje sile trenja rezultira **trajnim oscilacijama** regulirane veličine (položaja mase) oko njene referentne vrijednosti.
- Ovakva se pojava obično u teoriji nelinearnih sustava naziva graničnim ciklusom (engl. limit cycle) budući da fazna trajektorija sustava završava u zatvorenoj krivulji.



Slika 27: Fazna trajektorija sustava uz postojanje "hunting" efekta

# Kompenzacija utjecaja trenja

---

- Posljedice djelovanja trenja u sustavima upravljanja:
  - Gubici energije koja se troši na savladavanje sile trenja;
  - Onemogućavanje postizanja visoke kvalitete upravljanja;

Svi postupci kompenzacije općenito se mogu klasificirati u tri skupine:

- Otklanjanje uzroka trenja
  - U ovu skupinu spadaju postupci kao što su dodavanje različitih aditiva mazivima koji se koriste (npr. u ležajevima) kojim se osigurava smanjenje trenja i korištenje različitih hardverskih preinaka na elektromehaničkom sustavu kako bi se smanjio utjecaj trenja.
- Nemodelski postupci kompenzacije trenja.
- Na modelu zasnovani postupci kompenzacije trenja.

# Nemodelski postupci kompenzacije trenja

## Modifikacija integralnog djelovanja

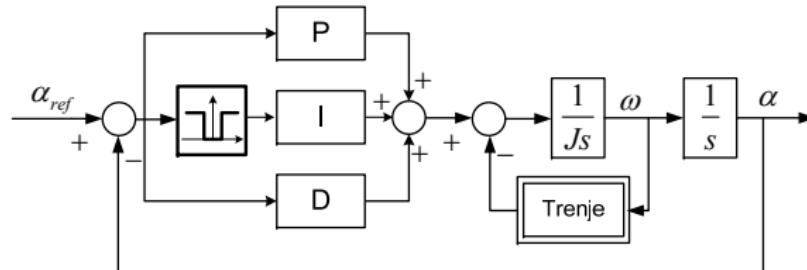
- Integralno se djelovanje općenito uvodi s ciljem eliminacije pogreške u stacionarnom stanju ali u sustavima s prisutnim trenjem može prouzročiti efekt „hunting-a“ i/ili rezultirati značajnim iznosima nadvišenja u prijelaznoj pojavi.
- Razlog tomu leži u obliku karakteristike trenja odnosno u značajnom smanjenju iznosa sile trenja pri prijelazu iz područja statičkog u područje kinetičkog trenja.
- Ideja je ovih postupaka da se tijekom rada sustava (on-line) mijenja ponašanje integralnog člana regulatora.
- Postoji više različitih postupaka modifikacije integralnog djelovanja kojima se eliminira/reducira utjecaj trenja na kvalitetu upravljanja, koji se u nastavku navode.

# Nemodelski postupci kompenzacije trenja

## Modifikacija integralnog djelovanja (2)

### Uvođenje zone neosjetljivosti

- Na ulazu u integralni član PID regulatora dodaje se nelinearni element zone neosjetljivosti čime se zaustavlja njegovo daljnje integriranje kada pogreška pozicioniranja padne na dovoljno mali iznos.
- Time se eliminira „hunting“ efekt ali se istovremeno narušava točnost sustava upravljanja.



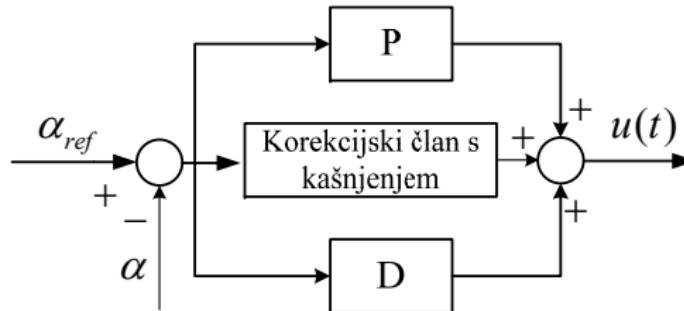
Slika 28: Modifikacija integralnog djelovanja uvođenjem zone neosjetljivosti

# Nemodelski postupci kompenzacije trenja

## Modifikacija integralnog djelovanja (3)

### Korekcijski član s faznim kašnjenjem.

- Uvođenje korekcijskog člana s faznim kašnjenjem s velikim pojačanjem umjesto integralnog djelovanja rezultira sličnim efektom kao zona neosjetljivosti ali se pritom ne unose nelinearni efekti u sustav.



Slika 29: Modifikacija integralnog djelovanja uvođenjem korekcijskog člana s kašnjenjem

# Nemodelski postupci kompenzacije trenja

## Modifikacija integralnog djelovanja (4)

### Resetiranje integratora

- Ovaj se postupak provodi u slučajevima kada je statičko trenje značajno većeg iznosa od kinetičkog te se kao posljedica integralnog djelovanja može pojaviti veliko nadvišenje u prijelaznoj pojavi.
- Kako bi se ono reduciralo ili eliminiralo (posebice tamo gdje ono nije dopušteno) može se koristi postupak resetiranja čime se izlaz iz integralnog člana isključuje kada se detektira izlazak iz područja statičkog trenja.

### Množenje izlaza iz integratora s predznakom brzine

- Koristi se za eliminaciju problema vezanih za promjenu smjera brzine kada sila trenja naglo mijenja predznak (sa iznosa  $F_C$  na  $-F_C$  ili obrnuto).

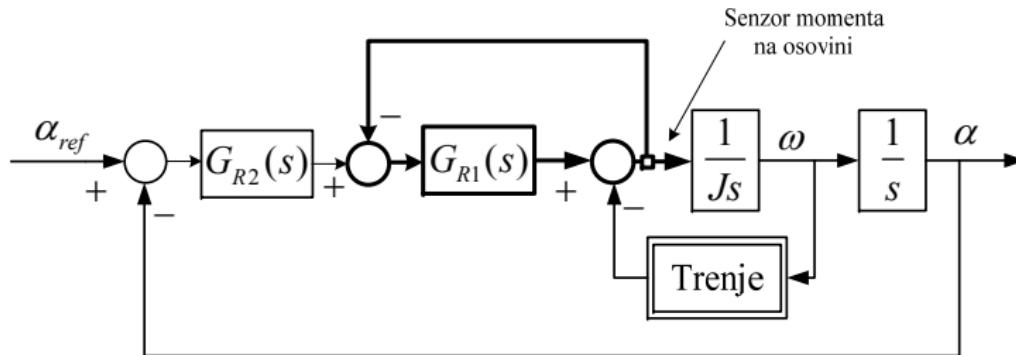
# Nemodelski postupci kompenzacije trenja

## Višepetljaste strukture upravljanja

- Ideja je ovog postupka korištenje brze podređene petlje po momentu na osovini radnog mehanizma. Zbog velike brzine djelovanja, zatvorena podređena petlja ponašat će se skoro kao idealni izvor momenta (slika 30).
- Najbitniji preduvjet za korištenje ove strukture jest mjerljivost momenta na osovini radnog mehanizma, čime se unutarnjom petljom obuhvaća točka djelovanja trenja u sustavu.
- Zbog brzine unutarnje petlje poremećaji koji djeluju na sustav, tj. trenje, kompenziraju se unutar podređene petlje te se njihovo djelovanje ne vidi na reguliranoj veličini, tj. poziciji radnog mehanizma.
- Umjesto senzora momenta u ovim se strukturama može koristiti i senzor ubrzanja.
- U novije vrijeme za mjerjenje momenta i/ili ubrzanja sve veću primjenu imaju MEMS senzori (engl. Micro ElectroMechanical systems, MEMS).

# Nemodelski postupci kompenzacije trenja

Višepetljaste strukture upravljanja

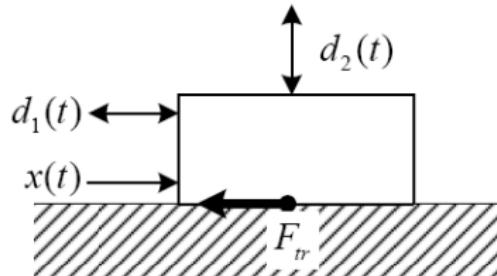


Slika 30: Kaskadna struktura kompenzacije trenja

# Nemodelski postupci kompenzacije trenja

## Korištenje "dither" signala

- Jedan od najstarijih i najjednostavnijih postupaka kompenzacije utjecaja trenja jest korištenje tzv. **dither** signala. To je visokofrekvenčni signal koji se obično dodaje (superponira) upravljačkom signalu a što ima za posljedicu onemogućavanje zadržavanja sustava u području statičkog trenja.
- Pritom je ovdje bitno spomenuti da postoji značajna razlika između djelovanja dither signala paralelno odnosno okomito na smjer sile trenja.



Slika 31: Tipovi dither signala

# Nemodelski postupci kompenzacije trenja

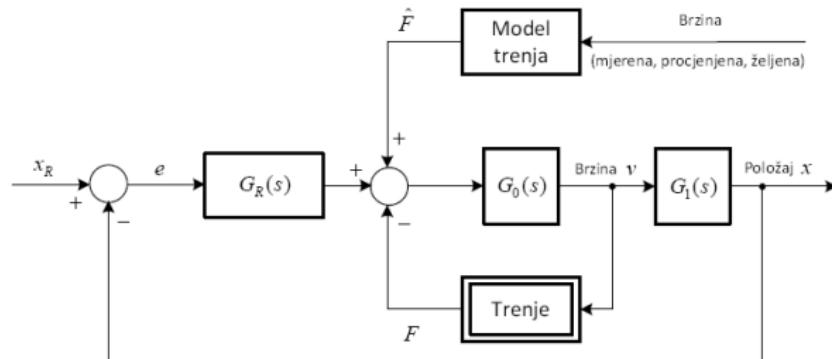
## Korištenje "dither" signala (2)

---

- Ako je djelovanje "dither" signala paralelno sili trenja ( $d_1(t)$ ) tada je efekt njegovog uvođenja usrednjavanje nelinearne funkcije trenja.
- Ako je pritom frekvencija "dither" signala veća od odgovarajućih lomnih frekvencija dominantnih dinamika sustava tada se na izlaznom signala neće vidjeti negativni efekti dodavanja ovog signala.
- S druge strane djelovanje "dither" signala okomito sili trenja ( $d_2(t)$ ) ima za posljedicu smanjenje koeficijenta trenja. Ovaj se tip "dither" signala uobičajeno generira korištenjem mehaničkih vibratora.

# Na modelu zasnovana kompenzacija trenja

- Ideja je ovih postupka da se na temelju poznatog modela trenja generira dodatak upravljačkom signalu kojim se kompenzira utjecaj trenja na kvalitetu upravljanja.
- Kao ulaz u model trenja može se koristiti **mjerena brzina**, **estimirana brzina** ili **željena brzina**.



Slika 32: Načelna shema kompenzacije trenja zasnovane na modelu trenja

## Na modelu zasnovana kompenzacija trenja (2)

- Preduvjeti za korištenje na modelu zasnovanih struktura kompenzacije trenja:
  - Točan model trenja,
  - Odgovarajuća dinamička svojstva aktuatora, tj. dovoljno velik propusni pojas. Ovaj je zahtjev bitan zbog činjenice da su pojave vezane uz trenje vrlo brze te stoga i aktuator mora biti vrlo „brz“ ako se želi kvalitetno kompenzirati utjecaj trenja,
  - Čvrsta sprega između aktuatora i elemenata sustava s trenjem. Time se osigurava da sila trenja bude praktički proporcionalna upravljačkom signalu.
- Adaptivni postupci kompenzacije trenja
  - **Neizravno adaptivno upravljanje.** Kod ovih se postupaka on-line estimiraju parametri modela trenja na temelju kojeg se određuju parametri regulatora.
  - Prednost ovih postupaka je mogućnost verifikacije estimiranog modela trenja prije njegovog korištenja u upravljačkoj petlji.
  - **Izravno adaptivno upravljanje.** Na temelju mjerenih signala radi se izravna adaptacija parametara regulatora kako bi se minimizirala pogreška slijedeњa referentne vrijednosti.
  - Nadzor postupka adaptacije u ovom je slučaju znatno složeniji.