



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET
ELEKTROTEHNIKE
I RAČUNARSTVA
ZAVOD ZA
ELEKTROSTROJARSTVO
I AUTOMATIZACIJU

UPRAVLJANJE ELEKTROMOTORnim POGONIMA

Zadaci za vježbu:

UPRAVLJANJE ISTOSMJERNIM STROJEVIMA

Autori:

Prof.dr.sc. Fetah Kolonić

Doc.dr. sc. Damir Sumina

Martina Kutija, dipl. ing.

Zagreb, studeni 2011.

Zadatak 1.

Elektromotorni pogon dizalice ostvaren je nezavisno uzbudjenim istosmjernim motorom nazivnih podataka: $P_n = 32 \text{ kW}$, $U_n = 440 \text{ V}$, $I_n = 83 \text{ A}$, $n_n = 1000 \text{ min}^{-1}$. Otpor armaturnog kruga iznosi $R_a = 0,35 \Omega$. Odrediti:

- Motor koči elektrodinamički uz uključene otpore brzinom vrtnje $n = 500 \text{ min}^{-1}$ s nazivnom strujom. Koliki mu je predotpor uključen?
- Koliki otpor treba priključiti za protustrujno kočenje (protustrujno spuštanje) ako se želi postići brzina vrtnje $n = 600 \text{ min}^{-1}$ s opterećenjem od $I = 55 \text{ A}$. Koliki je tada moment na osovini, snaga uzeta iz mreže i snaga utrošena u otporima?
- Pri generatorskom kočenju (bez predotpresa) izmjerena je struja od $I = 70 \text{ A}$. Kolika je brzina vrtnje?

Napomena: Prepostaviti da su mehanički gubici rezultat viskoznog trenja.

Rješenje

a)

Iz nazivnih podataka motora slijedi:

$$c_e = c_m = \frac{U_n - I_n R_a}{\omega_n} = \frac{440 - 83 \cdot 0,35}{\frac{1000 \cdot \pi}{30}} = 3,92,$$

a iz naponske jednadžbe stroja:

$$R_p = -\frac{E}{I_n} - R_a = -\frac{c_e \cdot \omega}{I_n} - R_a = -\frac{3,92 \cdot \frac{500 \cdot \pi}{30}}{-83} - 0,35 = 2,12 \Omega.$$

b)

Iznos predotpresa za protustrujno kočenje se također dobije iz naponske jednadžbe i iznosi

$$R_p = \frac{U_n - E}{I} - R_a = \frac{440 - 3,92 \cdot \frac{-600 \cdot \pi}{30}}{55} - 0,35 = 12,13 \Omega.$$

Nazivni elektromagnetski moment iznosi

$$M_{emn} = c_m \cdot I_n = 3,92 \cdot 83 = 325,36 \text{ Nm},$$

a nazivni moment na osovini stroja iznosi:

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = 305,58 \text{ Nm}.$$

Iz razlike momenata moguće je odrediti koeficijent viskoznog trenja (u zadatku je zadano da se prepostavi da je razlika između momenata rezultat viskoznog trenja):

$$b = \frac{M_{emn} - M_n}{\omega_n} = 0,189 \text{ Nm s / rad}$$

Pri spuštanju tereta elektromagnetski moment iznosi:

$$M_{\text{em}} = c_m \cdot I = 3,92 \cdot 55 = 215,6 \text{ Nm}$$

Moment na osovini iznosi:

$$M_m = M_{\text{em}} - b \cdot \omega = 215,6 - 0,189 \cdot \left(-\frac{600\pi}{30}\right) = 227,48 \text{ Nm}$$

Snaga uzeta iz mreže iznosi:

$$P_{\text{mreza}} = U_n \cdot I = 440 \cdot 55 = 24200 \text{ W}$$

Snaga utrošena u otporima:

$$P_g = I^2 \cdot (R_a + R_p) = 55^2 \cdot (0,35 + 12,13) = 37752 \text{ W}$$

c)

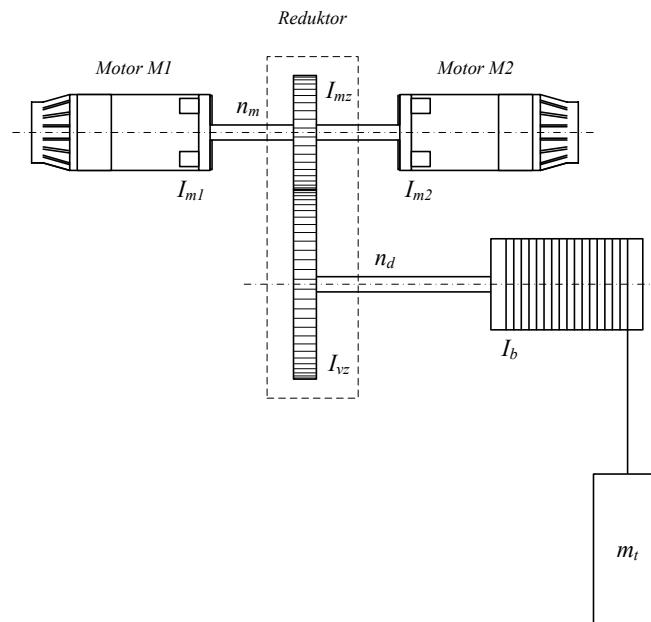
Brzinu je moguće odrediti iz sljedećeg izraza:

$$\omega = \frac{U_n - I \cdot R_a}{c_e} = \frac{-440 - 70 \cdot 0,35}{3,92} = -118,5 \text{ rad/s} \Rightarrow n \approx -1132 \text{ min}^{-1}$$

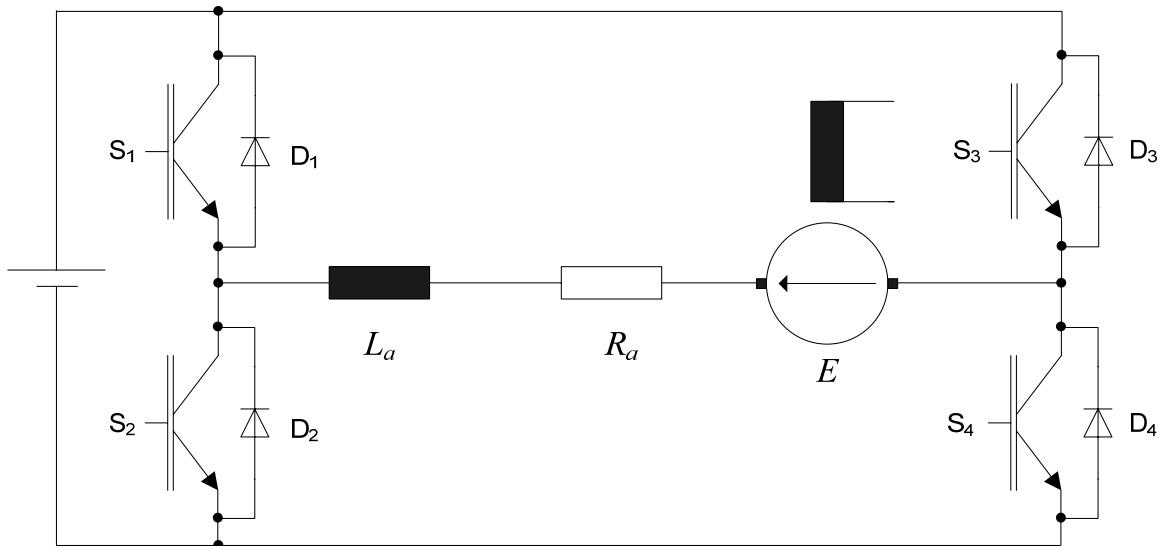
Zadatak 2.

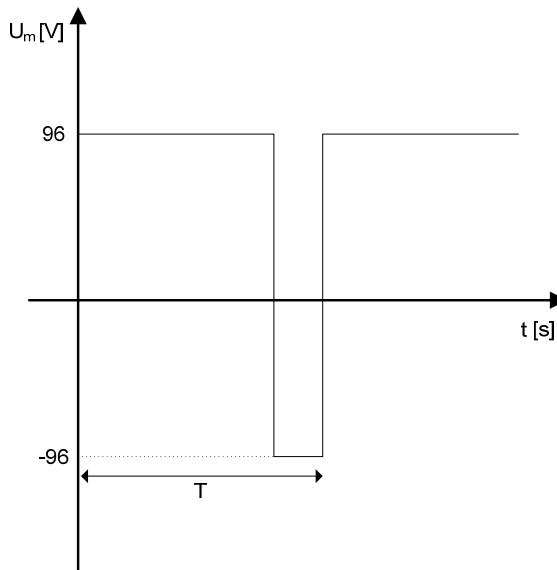
Dva istosmjerna nezavisno uzbudjena motora, nazivnih podataka $U_n = 80 \text{ V}$, $I_n = 100 \text{ A}$, $n_n = 1000 \text{ min}^{-1}$ i $R_a = 0,06 \Omega$, preko zupčastog prijenosnika korisnosti $\eta_{zp} = 0,88$ pogone izlaznu osovinu spojenu s bubnjem promjera $D_b = 2,4 \text{ m}$ (sl. 1). Na bubanj je namotano pleteno čelično uže čijim se namatanjem (odmatanjem) diže (spušta) teret. Korisnost prijenosa bubanj uže iznosi $\eta_b = 0,76$. Motori se napajaju preko četverokvadrantnog čopera na čijem ulazu se nalaze dvije serijski spojene baterije od 48 V. Sklopkama se upravlja bipolarnom modulacijom.

- Skicirati četverokvadrantni čoper i jednu periodu napona na motoru.
- Odrediti prijenosni omjer zupčastog prijenosnika, tako da se pri nazivnoj brzini motora teret podiže brzinom $v = 4 \text{ m/s}$.
- Koliko trebaju iznositi faktori vođenja sklopki tako da oba motora budu jednako opterećena prilikom podizanja tereta mase $m_t = 100 \text{ kg}$ brzinom 3 m/s ?
- Ako se motor M_1 isključi s napajanja, koliko će iznositi struja motora M_2 ? Kojom brzinom će se pri tome dizati teret?

**Slika 1.** Primjer dizanja tereta (potencijalni moment)**Rješenje**

a)

**Slika 2.** Četverokvadrantni čoper



Slika 3. Napon motora pri napajanju četverokvadrantnim čoperom

b)

Da bi se teret dizao brzinom 4 m/s, bubanj se treba okretati brzinom:

$$\omega_b = \frac{v_t}{R_b}$$

Nazivna brzina vrtnje iznosi:

$$\omega_n = \frac{n_n \cdot \pi}{30}$$

Da bi se pri nazivnoj brzini motora teret podizao brzinom 4 m/s, prijenosni omjer zupčastog prijenosnika treba iznositi:

$$i = \frac{\omega_n}{\omega_b} = \frac{n_n \cdot \pi \cdot R_b}{30 \cdot v_t} = \frac{n_n \cdot \pi \cdot R_b}{30 \cdot v_t} = \frac{1000 \cdot \pi \cdot 1,2}{30 \cdot 4} = 31,42$$

c)

Snaga potrebna za podizanje tereta brzinom 3 m/s iznosi:

$$P_t = m_t \cdot g \cdot v_t$$

Snaga pojedinog motora iznosi:

$$P_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_t}{\eta_{zp} \cdot \eta_b} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_t \cdot g \cdot v_t}{\eta_{zp} \cdot \eta_b}$$

Moment pojedinog motora pri tome iznosi:

$$\begin{aligned} M_m &= \frac{P_m}{\omega_n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_t \cdot g \cdot v_t}{\omega_n \cdot \eta_{zp} \cdot \eta_b} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_t \cdot g \cdot v_t}{i \cdot \omega_b \cdot \eta_{zp} \cdot \eta_b} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_t \cdot g \cdot v_t}{i \cdot \frac{v_t}{R_b} \cdot \eta_{zp} \cdot \eta_b} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{m_t \cdot g \cdot R_b}{i \cdot \eta_{zp} \cdot \eta_b} = \frac{1}{2} \cdot \frac{100 \cdot 9,81 \cdot 1,2}{31,42 \cdot 0,88 \cdot 0,76} = 28,01 \text{ Nm} \end{aligned}$$

Iz nazivnih podataka motora slijedi:

$$c_e = c_m = \frac{U_n - I_n R_a}{\omega_n} = \frac{80 - 100 \cdot 0,06}{\frac{1000 \cdot \pi}{30}} = 0,7066$$

Pri podizanju tereta brzinom 3 m/s protuelektromotorna sila iznosi:

$$E = c_e \cdot \omega_m = c_e \cdot i \cdot \omega_b = c_e \cdot i \cdot \frac{v_t}{R_b} = 0,7066 \cdot 31,42 \cdot \frac{3}{1,2} = 55,5 \text{ V}$$

Struja motora pri podizanju tereta iznosi (moment trenja i ventilacije motora se zanemaruje):

$$I = \frac{M_m}{c_m} = \frac{28,01}{0,7066} = 39,64 \text{ A}$$

Iz dobivenih podataka moguće je odrediti napon armature pojedinog motora:

$$U = E + I \cdot R_a = 55,5 + 39,64 \cdot 0,06 = 57,88 \text{ V}$$

Za određeni napon faktor vođenja treba iznositi:

$$D = \frac{U + U_{DC}}{2 \cdot U_{DC}} = \frac{57,88 + 96}{2 \cdot 96} = 0,801$$

d)

U ovom slučaju cijelokupan teret preuzima jedan motor pa njegov moment iznosi:

$$M_m = \frac{\frac{P_t}{\eta_{zp} \cdot \eta_b}}{\omega_m} = 56,02 \text{ Nm}$$

Struja armature motora pri tome iznosi:

$$I = \frac{M_m}{c_m} = \frac{56,02}{0,7066} = 79,28 \text{ A}$$

Protuelektromotorna sila iznosi:

$$E = U - I \cdot R_a = 57,88 - 79,28 \cdot 0,06 = 53,12 \text{ V}$$

Brzina vrtnje iznosi:

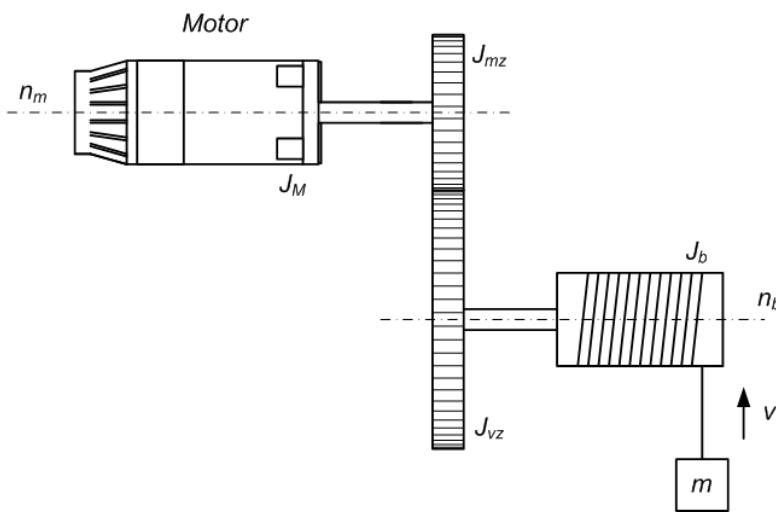
$$\omega_m = \frac{E}{c_e} = \frac{53,12}{0,7066} = 75,21 \text{ rad/s}$$

Brzina podizanja tereta:

$$v_t = \omega_t \cdot R_b = \frac{\omega_m}{i} \cdot R_b = \frac{75,21}{31,42} \cdot 1,2 = 2,87 \text{ m/s}$$

Zadatak 3.

Istosmjerni motor momenta tromosti $J_m = 0,075 \text{ kg m}^2$ preko malog zupčanika momenta tromosti $J_{mz} = 0,012 \text{ kg m}^2$ pogoni drugu osovinu s većim zupčanikom ukupnog momenta tromosti $J_{b+vz} = J_b + J_{vz} = 0,888 \text{ kg m}^2$. Na drugoj osovinici nalazi se bubenj s užetom na kojega je obješen teret mase $m = 500 \text{ kg}$. Omjer reduktora iznosi $i = 15$. Korisnost zupčanog prijenosa iznosi $\eta_{zp} = 0,76$, a korisnost prijenosa bubenja uže $\eta_b = 0,92$. Odrediti moment tereta reducirani na osovinu motora i ukupan moment tromosti sustava. Polumjer bubenja iznosi $0,5 \text{ m}$.



Slika 4. Dizanje tereta pomoću reduktora između motora i radnog mehanizma (bubanj s elastičnim užetom)

Rješenje

Ukupna zamašna masa reducirana na osovinu motora iznosi $J = 0,887 \text{ kg m}^2$.

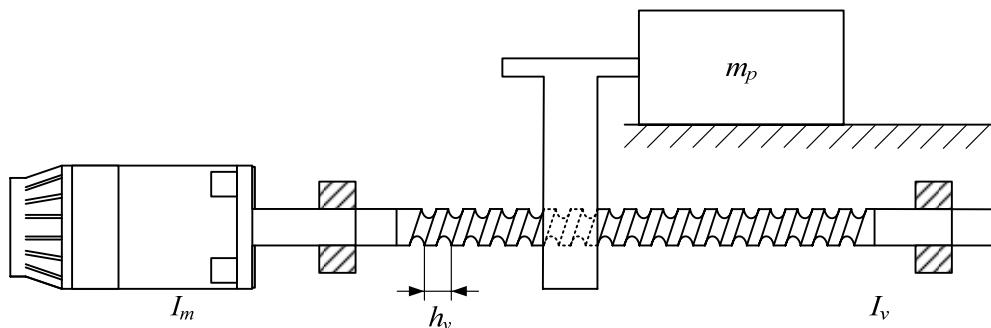
Zadatak 4.

Nezavisno uzbudjeni istosmjerni motor nazivnih podataka: $P_n = 33150 \text{ W}$, $U_n = 440 \text{ V}$, $I_n = 80 \text{ A}$, $n_n = 1000 \text{ min}^{-1}$, $R_a = 0,32 \Omega$ i $I_m = 0,1 \text{ kg m}^2$ pokreće posmični pogon s navojnim vretenom momenta inercije $I_v = 0,6 \text{ kg m}^2$ i uspona $h_v = 1 \text{ cm}$. Korisnost posmičnog pogona s navojnim vretenom iznosi $\eta_{pp} = 0,85$. Posmični pogon pomiče paket mase $m_p = 5\text{t}$ uz horizontalnu plohu. Faktor trenja između podloge i paketa iznosi $\mu = 0,3$.

Masa posmičnog pogona se zanemaruje.

- Kolikom brzinom se treba okretati osovina motora da bi se paket gibao brzinom $v_p = 0,1 \text{ m/s}$?
- Ako je motor spojen na nazivni napon koliko iznosi struja motora?

- c) Koliki predotpor je potrebno dodati u armaturni krug da bi se paket gibao brzinom $0,05 \text{ m/s}$?



Slika 5. Posmični pogon s navojnim vretenom

Rješenje

a) Osovina motora se treba okretati brzinom 600 min^{-1} .

b) Struja motora iznosi $6,96 \text{ A}$.

c) Potrebno je dodati predotpor od $45,02 \Omega$.

Zadatak 5.

Nezavisno uzbudjeni istosmjerni motor s nazivnim podacima $P_n = 32 \text{ kW}$, $U_n = 440 \text{ V}$, $I_n = 80 \text{ A}$, 1000 o/min , $R_a = 0,32 \Omega$, pokreće teret s momentnom karakteristikom koja se mijenja po krivulji $M_t = kn^2$. Pri nazivnoj brzini vrtnje motor je opterećen nazivnim momentom. Koliki predotpor treba dodati u armaturni krug da motor pogoni teret brzinom 800 o/min ?

U obzir je potrebno uzeti gubitke trenja i ventilacije (prepostaviti da su konstantni, iznos jednak iznosu na nazivnoj brzini vrtnje).

Rješenje:

Potrebno je dodati predotpor od $1,79 \Omega$.

Zadatak 6.

Istosmjerni motor s nezavisnom uzbudom nazivnih podataka: $U_n = 420 \text{ V}$, $I_n = 40.6 \text{ A}$, $n_n = 1480 \text{ min}^{-1}$, $P_n = 13.5 \text{ kW}$ napaja se iz 4-kvadrantnog tiristorskog usmjerivača. U sustavu regulacije brzine vrtnje motora (PI regulator brzine vrtnje) skokovitim promjenama referentne vrijednosti brzine ostvarena je sljedeća sekvenca upravljanja: zalet motora s 0 na 50 % nazivne brzine vrtnje, reverziranje na -50% nazivne brzine vrtnje te kočenje na brzinu vrtnje jednaku nula. Tijekom izvođenja opisane sekvence motor je bio neopterećen, a uzbudna struja konstantna. Potrebno je kvalitativno skicirati odzive struje armature i brzine vrtnje motora za slučaj:

- a) aperiodskog odziva,

- b) prigušenih oscilacija u struji armature,
- c) nestabilnog odziva.

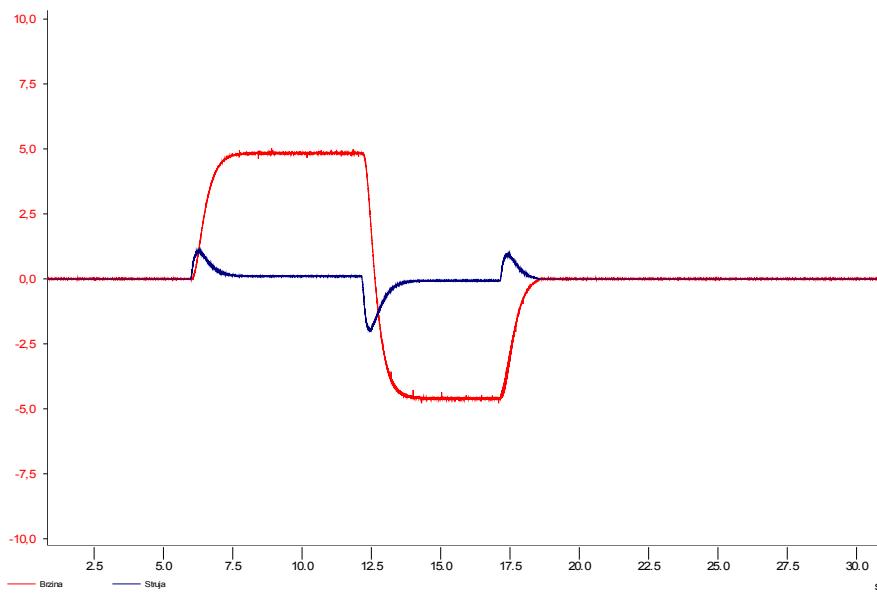
Rješenje:

Na prikazanim grafovima vrijedi sljedeća legenda:

crveno- brzina vrtnje motora u mjerilu: $10V = n_n$

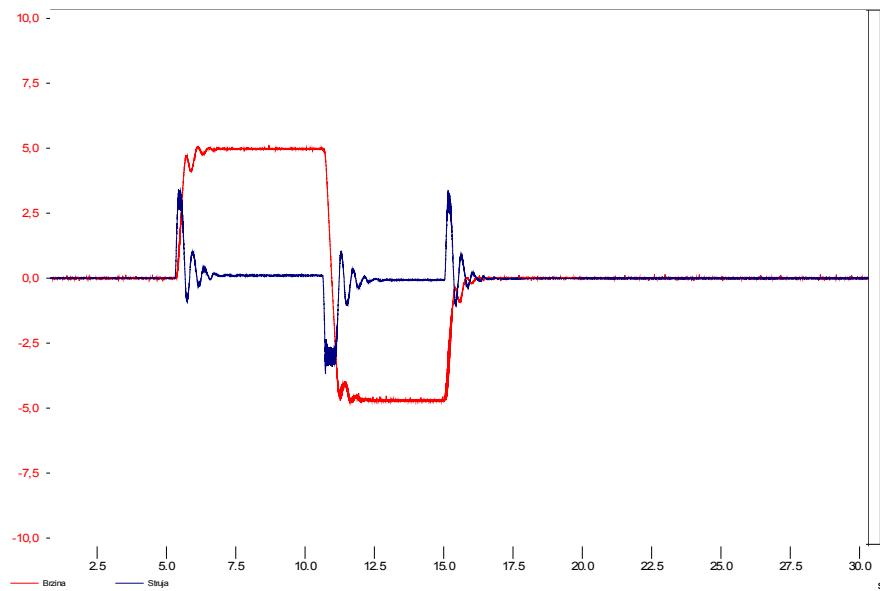
plavo- struja armature motora u mjerilu: $10V = I_n$

- a) Aperiodski odziv brzine i struje pri sekvenci: zalet-reverziranje-kočenje



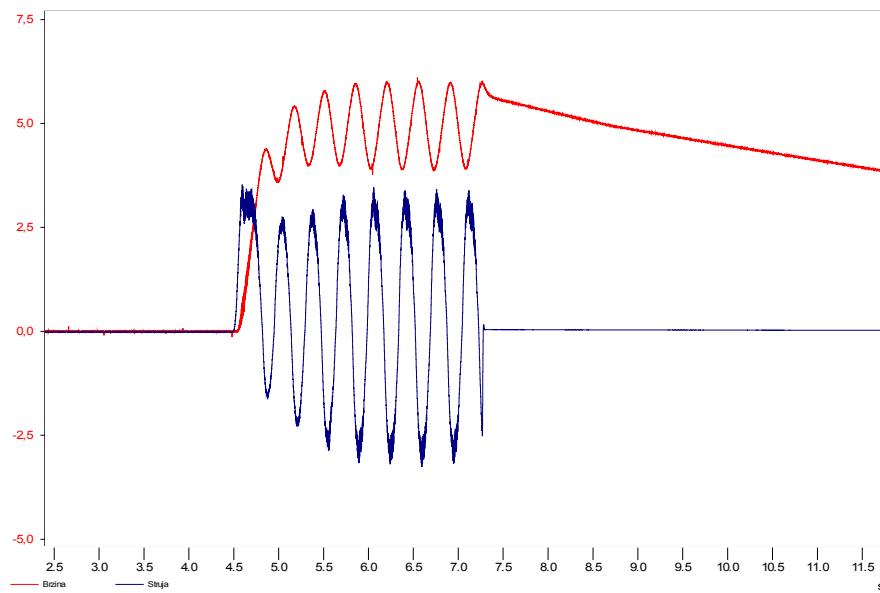
Slika 6. Brzina vrtnje i struja armature pri sekvenci: zalet-reverziranje-kočenje

b) Prigušeno oscilatoran odziv brzine i struje pri sekvenci: zalet-reverziranje-kočenje



Slika 7. Brzina vrtnje i struja armature pri sekvenci: zalet-reverziranje-kočenje

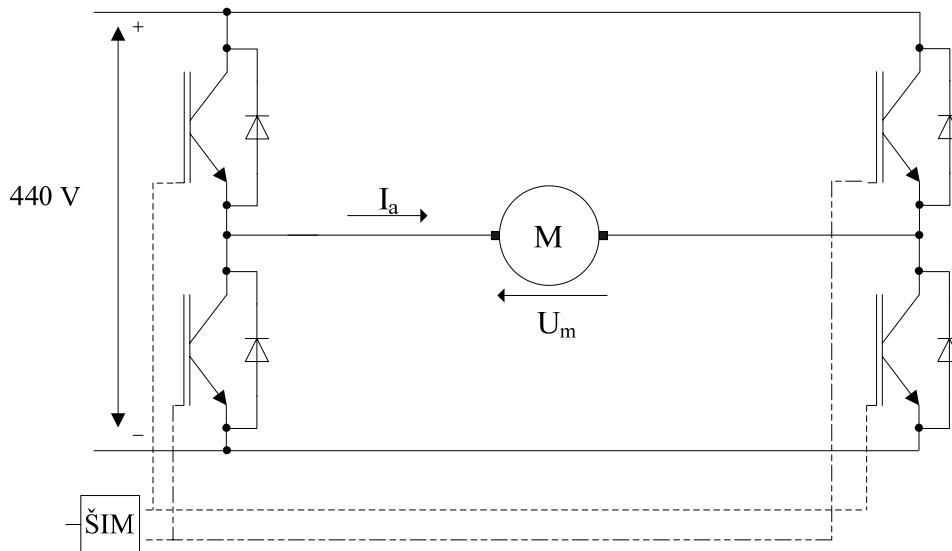
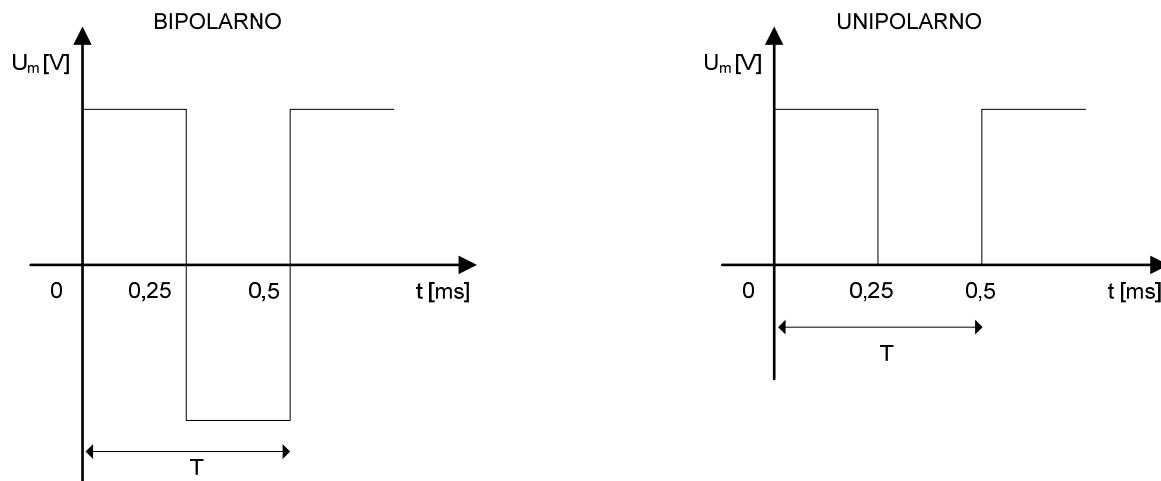
c) Nestabilan odziv brzine i struje pri sekvenci: zalet-reverziranje-kočenje



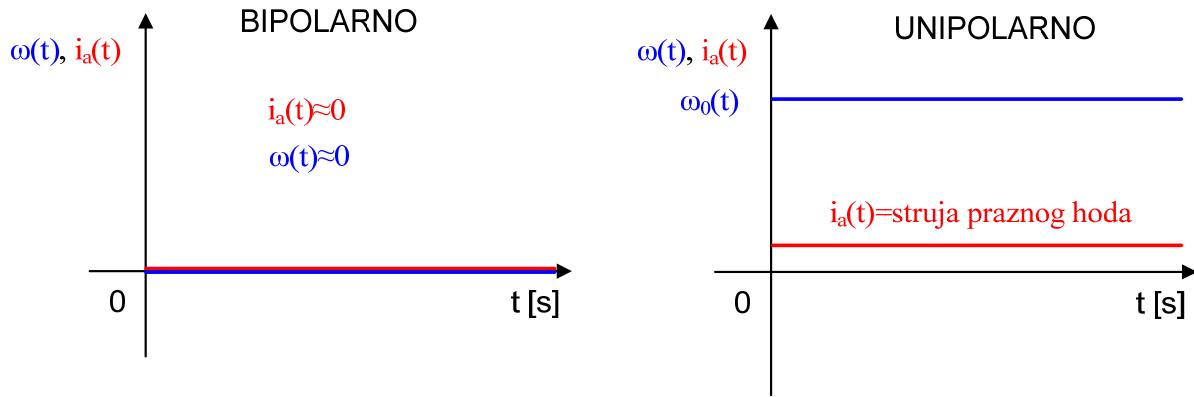
Slika 8. Brzina vrtnje i struja armature pri sekvenci: zalet-reverziranje-kočenje

Zadatak 7.

Nezavisno uzbudjeni istosmjerni motor nazivnih podataka: $U_n = 400 \text{ V}$, $I_n = 100 \text{ A}$, $n_n = 1500 \text{ min}^{-1}$ se napaja iz tranzistorskog čopera. Motor je neopterećen, a gubici trenja i ventilacije se ne zanemaruju. Kvalitativno skicirati vremenske odzive struje armature $i_a(t)$ i brzine vrtnje $\omega(t)$ u stacionarnom stanju za bipolarno i unipolarno napajanje čoperom prema slici 10.

**Slika 9.** Tranzistorski čoper**Slika 10.** Napon motora pri bipolarnom i unipolarnom napajaju čoperom**Rješenje:**

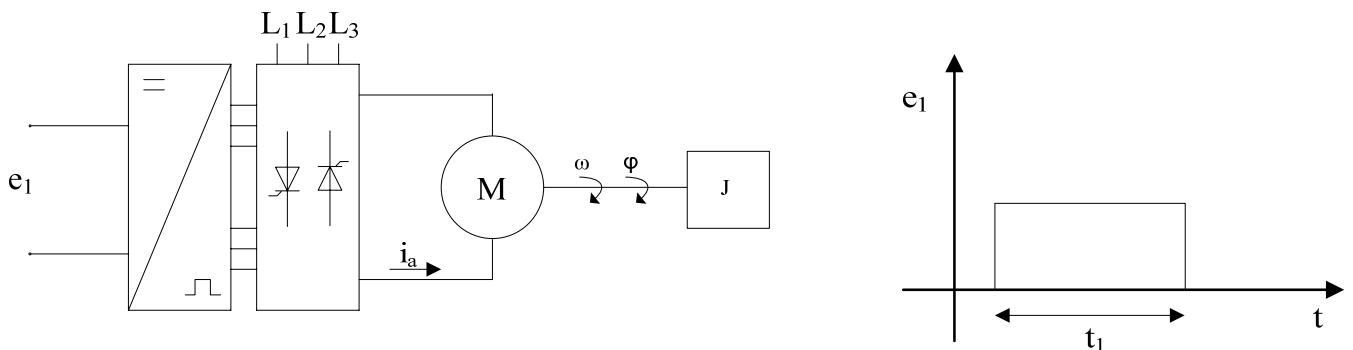
Uočiti da je srednja vrijednost napona na motoru kod bipolarne modulacije nula, a kod unipolarne 220 V. Budući da se gubici trenja i ventilacije ne zanemaruju, u praznom hodu teče struja (ali vrlo malog iznosa).



Slika 11. Vremenski odziv struje armature i brzine vrtnje motora pri bipolarnom i unipolarnom napajaju čoperom

Zadatak 8.

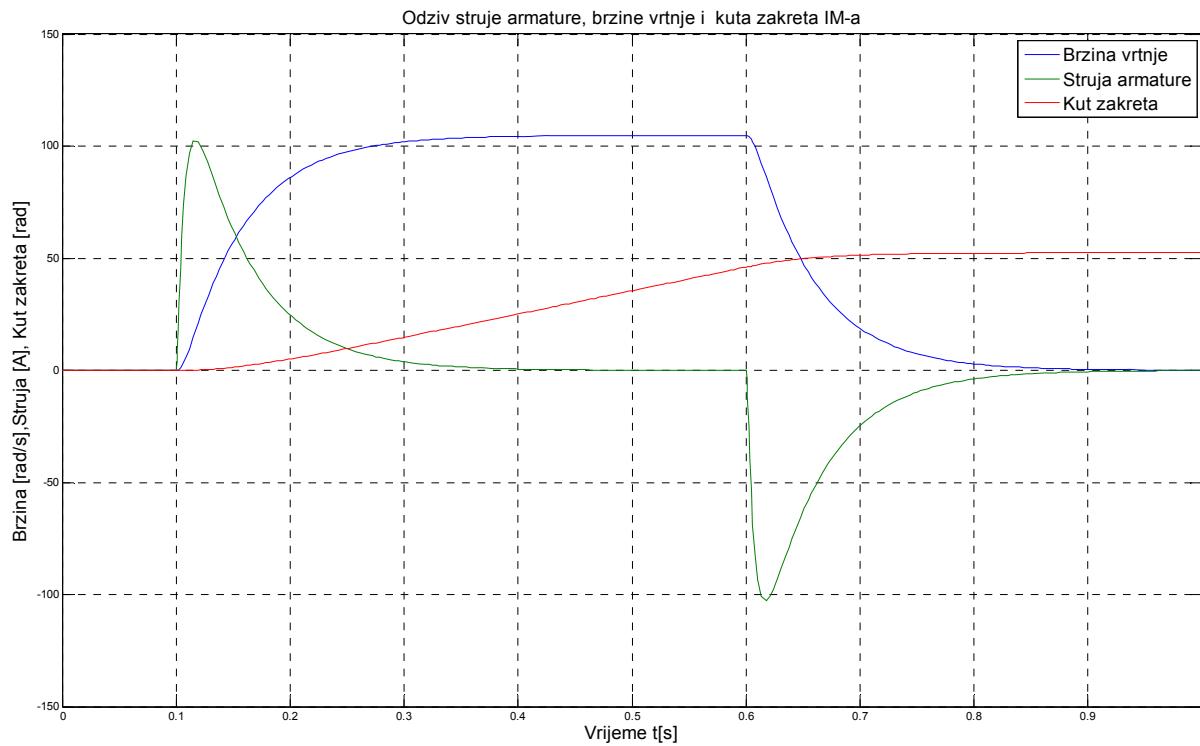
Ulagi napon regulacijskog (upravljačkog) sustava se mijenja prema zakonu prikazanom na slici 12. Vrijeme t_1 dovoljno je veliko da se uspostavi stacionarna brzina vrtnje. Kvalitativno skicirati vremenske odzive struje armature $i_a(t)$, brzine vrtnje $\omega(t)$ i kuta zakreta $\varphi(t)$ neopterećenog motora. Uzbuda motora je konstantna.



Slika 12. Regulacijski (upravljački) sustav i referentna vrijednost ulaznog napona

Rješenje:

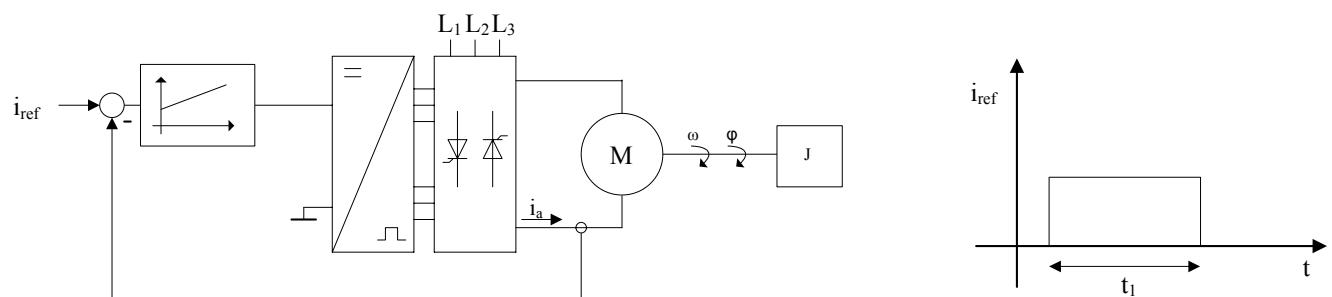
Primjetiti da je ulazni napon sustava referentna vrijednost za impulsni uređaj koji upravlja sklopkama usmjerivača, tj. zadaje se referentna vrijednost napona motora. Također je potrebno primjetiti da je motor napajan iz dva antiparalelno spojena tiristorska usmjerivača.



Slika 13. Odziv struje armature, brzine vrtnje i kuta zakreta istosmjernog motora

Zadatak 9.

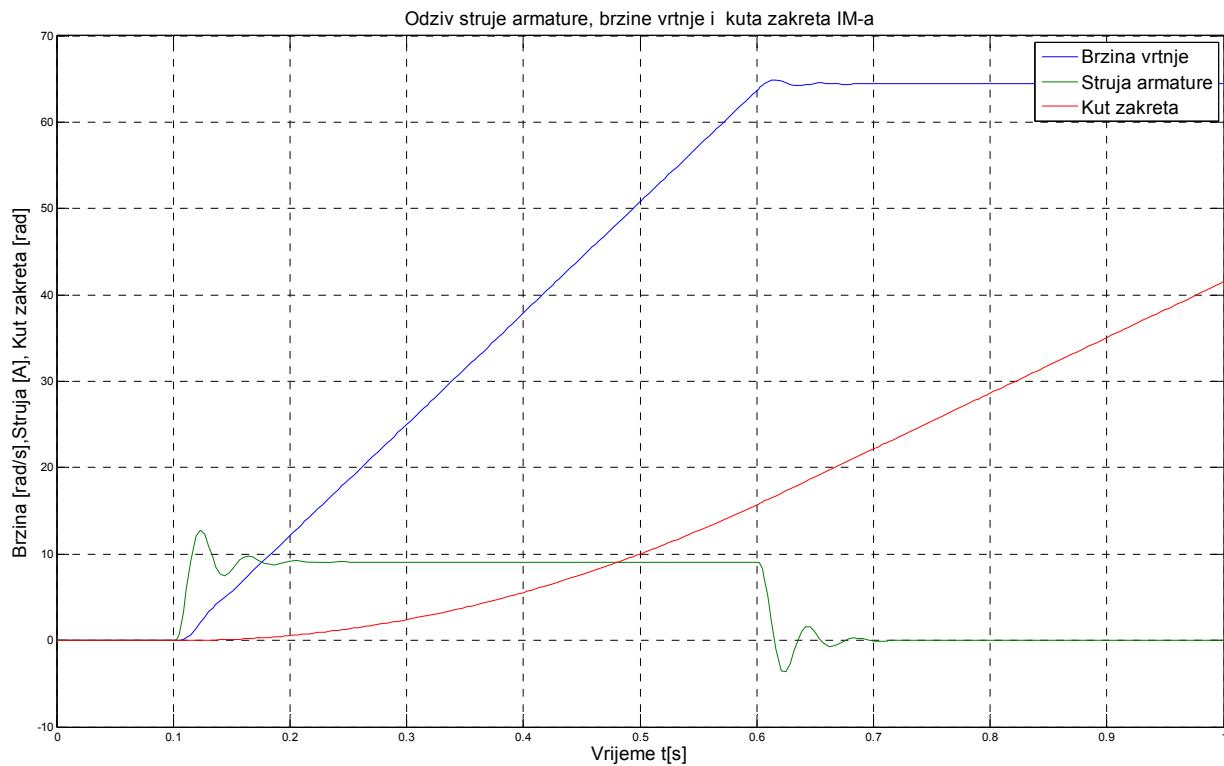
Referentna vrijednost struje se mijenja prema slici 14. Vrijeme t_1 dovoljno je veliko da se uspostavi stacionarna vrijednost struje armature. Kvalitativno skicirati vremenske odzive struje armature $i_a(t)$, brzine vrtnje $\omega(t)$ i kuta zakreta $\varphi(t)$ neopterećenog istosmjernog stroja. Uzbuda stroja je konstantna, a gubici se zanemaruju.



Slika 14. Regulacijski (upravljački) sustav i referentna vrijednost struje armature

Rješenje:

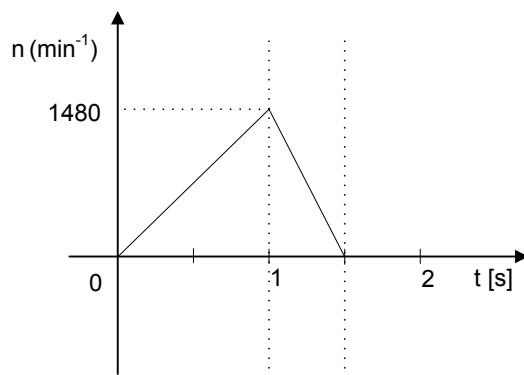
Primijetiti da je regulirana veličina struja armature stroja te da se stroj napaja iz dva antiparalelno spojena tiristorska usmjerivača.



Slika 15. Odziv struje armature, brzine vrtnje i kuta zakreta istosmjernog motora

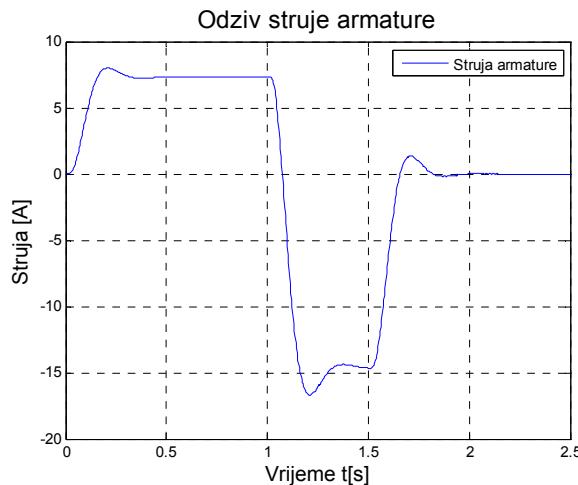
Zadatak 10.

U sustavu regulacije brzine vrtnje istosmjernog nezavisno uzbuđenog motora eksperimentalno je snimljen odziv brzine vrtnje motora u praznom hodu. Treba odrediti odziv armaturne struje motora. Nazivni podaci motora su: $P_n = 13,5 \text{ kW}$, $U_n = 420 \text{ V}$, $I_n = 40,6 \text{ A}$, $n_n = 1480 \text{ min}^{-1}$, $J = 0,1 \text{ kgm}^2$. Zanemariti gubitke u motoru.



Slika 16. Brzina vrtnje istosmjernog motora u praznom hodu

Rješenje:



Slika 17. Odziv struje armature istosmjernog motora

Procjena struje pri ubrzavanju:

$$\omega_n = \frac{n_n \cdot \pi}{30} = \frac{1480\pi}{30} = 155 \text{ rad/s}$$

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{13500}{155} = 87,1 \text{ Nm}$$

$$M_u = M_m - M_t = J \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

$$M_{\text{ubrzavanje}} = J \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = 0,1 \frac{155}{1} = 15,5 \text{ Nm}$$

$$\frac{M_{\text{ubrzavanje}}}{I_{\text{ubrzavanje}}} = \frac{M_n}{I_n} \Rightarrow I_{\text{ubrzavanje}} = \frac{M_{\text{ubrzavanje}} \cdot I_n}{M_n} = \frac{15,5 \cdot 40,6}{87,1} = 7,23 \text{ A}$$

Procjena struje pri kočenju :

$$I_{\text{usporavanje}} = \frac{M_{\text{usporavanje}} \cdot I_n}{M_n} = \frac{0,1 \cdot \frac{-155}{0,5} \cdot 40,6}{87,1} = -14,46 \text{ A}$$

UPRAVLJANJE ELEKTROMOTORnim POGONIMA

I. međuispit 24.10.2008.

1. Dva istosmjerna nezavisno uzbudjena motora različitih podataka spojena su na zajedničku osovini. Podaci motora su:

Motor 1: 18,4 kW, 220 V, 92,5 A, 1220 min^{-1} , $0,25 \Omega$

Motor 2: 21,3 kW, 220 V, 107,4 A, 1280 min^{-1} , $0,2 \Omega$

Motori su spojeni u seriju na izlaz istosmjernog pretvarača. Na osovinu se nalazi teret potencijalnog karaktera iznosa 240 Nm.

- Kojom brzinom će se okretati motori ako napon na izlazu istosmjernog pretvarača iznosi 440 V?
- Koliko bi trebao iznositi napon na izlazu istosmjernog pretvarača da bi brzina motora iznosila 700 min^{-1} ?
- Koliki predotpor je potrebno dodati da bi se motor okreao u suprotnom smjeru brzinom 700 min^{-1} ? Napon na izlazu istosmjernog pretvarača iznosi 440 V.
- Nacrtati momentnu karakteristiku za sve navedene slučajeve.

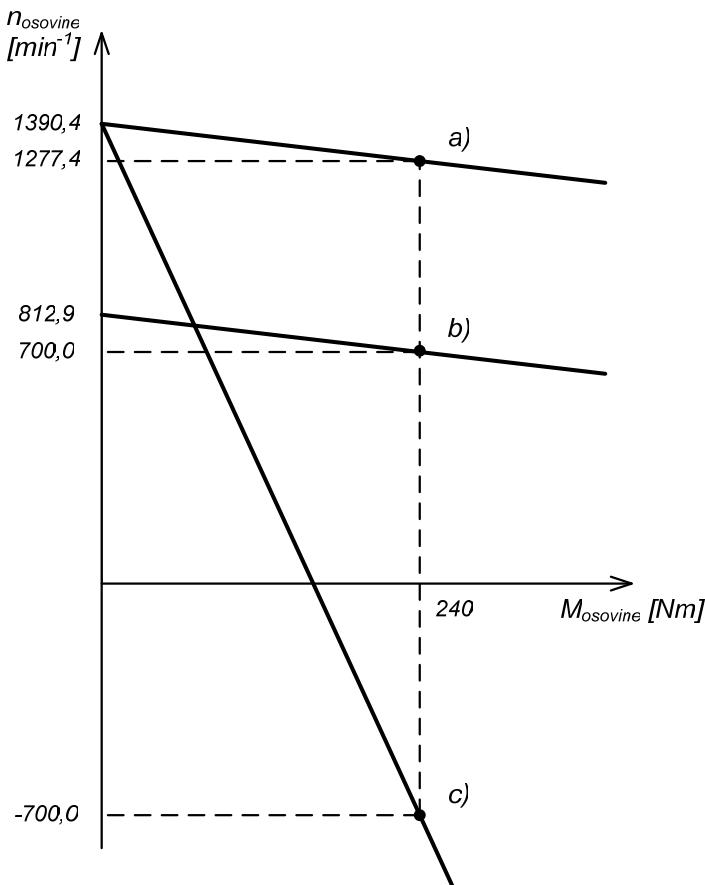
Rješenje:

a) $n = 1277,4 \text{ min}^{-1}$

b) $U = 257,26 \text{ V}$

c) $R_p = 7,88 \Omega$

d)



2. Istosmjerni motor sa serijskom uzbudom ima podatke 2500 W , 220 V , $15,6 \text{ A}$, 1000 min^{-1} , $R_a = 1,3 \Omega$, $R_u = 0,9 \Omega$. Pretpostaviti da se nazivna radna točka nalazi na linearnom dijelu krivulje magnetiziranja. Teret je potencijalnog karaktera i iznosi 25 Nm .

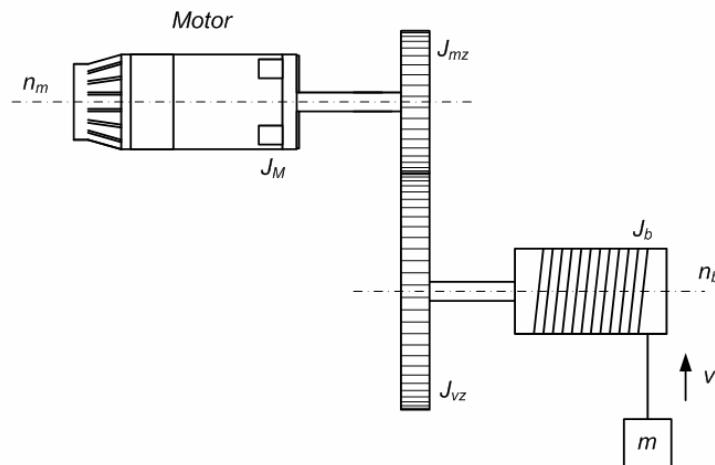
- Kojom brzinom se okreće stroj pri nazivnom naponu?
- Koliki predotopr je potrebno dodati u armaturni krug da bi se motor okretao brzinom 500 min^{-1} pri nazivnom naponu?
- Kojom brzinom bi se okretao motor ako se šantira uzbudni namot otporom od $1,8 \Omega$ (pri nazivnom naponu i bez predotpora u armaturnom krugu)?

Rješenje:

- $n = 1061,5 \text{ min}^{-1}$
- $R_p = 6,68 \Omega$
- $n = 1286,9 \text{ min}^{-1}$

3. Istosmjerni motor s nezavisnom uzbudom ima sljedeće podatke $2,2 \text{ kW}$, 110 V , $22,5 \text{ A}$, 390 min^{-1} , $0,7 \Omega$. Motor ima moment inercije $J_M = 0,055 \text{ kg m}^2$ i preko malog zupčanika momenta inercije $J_{mz} = 0,015 \text{ kg m}^2$ pogoni drugu osovinu s većim zupčanicom ukupnog momenta inercije $J_{b+vz} = J_b + J_{vz} = 1,245 \text{ kg m}^2$. Na drugoj osovini nalazi se bubenj s užetom na kojega je obješen teret mase $m = 500 \text{ kg}$. Omjer reduktora iznosi $i = 30$. Korisnost zupčanog prijenosa iznosi $\eta_{zp} = 0,79$, a korisnost prijenosa bubenj uže $\eta_b = 0,94$. Polumjer bubnja iznosi $0,5 \text{ m}$. Ulag istosmjernog pretvarača spojen je na istosmjerni izvor napona 120 V .

- Odrediti ukupan moment inercije sustava i moment tereta reducirani na osovinu motora.
- Istosmjerni motor s nezavisnom uzbudom napaja se iz 4-kvadrantnog čopera. Koliki bi trebao biti faktor vođenja uz bipolarnu modulaciju da bi se teret podizao brzinom $0,5 \text{ m/s}$.
- Koliki predotpor je potrebno dodati da bi se pri elektrodinamičkom kočenju teret spuštao konstantnom brzinom $0,5 \text{ m/s}$?



Slika 1. Dizanje tereta preko reduktora

Rješenje:

- $J_{uk} = 0,25878 \text{ kg m}^2$; $M_m = 110,09 \text{ Nm}$
- $D = 0,928$
- $R_p = 0,75 \Omega$

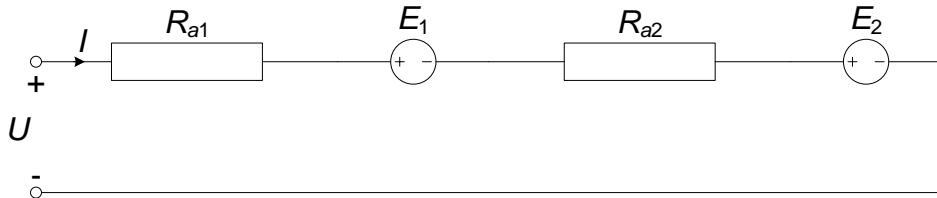
UPRAVLJANJE ELEKTROMOTORnim POGONIMA
1. međuispit 2008.

1. Zadani podaci su:

M1: 18,4 kW; 220 V; 92,5 A; 1220 r/min; 0,25 Ω

M2: 21,3 kW; 220 V; 107,4 A; 1280 r/min; 0,2 Ω

(a) Nadomjesna shema je:



$$U - I(R_{a1} + R_{a2}) - E_1 - E_2 = 0$$

$$U = I(R_{a1} + R_{a2}) + n(c_{e1} + c_{e2})$$

[vrte se istom brzinom pa je zajednički n]

$$I = \frac{M_1}{c_{m1}} = \frac{M_2}{c_{m2}}$$

[ista je struja armature]

$$M_1 + M_2 = M \rightarrow M_1 = M - M_2$$

[ukupni moment je zbroj pojedinih momenata motora]

$$\frac{M_1}{c_{m1}} = \frac{M_2}{c_{m2}} \rightarrow M_1 c_{m2} = M_2 c_{m1}$$

$$(M - M_2)c_{m2} = M_2 c_{m1} \rightarrow M_2 = M \frac{c_{m2}}{c_{m1} + c_{m2}}$$

$$I = \frac{M_2}{c_{m2}} = \frac{M \frac{c_{m2}}{c_{m1} + c_{m2}}}{c_{m2}} = \frac{M}{c_{m1} + c_{m2}}$$

$$U = I(R_{a1} + R_{a2}) + n(c_{e1} + c_{e2}) = \frac{M(R_{a1} + R_{a2})}{c_{m1} + c_{m2}} + n(c_{e1} + c_{e2})$$

$$n = \frac{U - \frac{M(R_{a1} + R_{a2})}{c_{m1} + c_{m2}}}{c_{e1} + c_{e2}}$$

Konstante c_{e1} , c_{e2} , c_{m1} i c_{m2} se dobiju kao:

$$c_{e1} = \frac{U_{an1} - I_{an1}R_{a1}}{n_{n1}} = \frac{220 - 92,5 \cdot 0,25}{1220} = 0,1614 \text{ Vmin/r}$$

$$c_{e2} = \frac{U_{an2} - I_{an2}R_{a2}}{n_{n2}} = \frac{220 - 107,4 \cdot 0,2}{1280} = 0,1551 \text{ Vmin/r}$$

$$c_{m1} = \frac{30c_{e1}}{\pi} = 1,541 \text{ Nm/A}$$

$$c_{m2} = \frac{30c_{e2}}{\pi} = 1,481 \text{ Nm/A}$$

Sada slijedi da je brzina vrtnje jednaka:

$$n = \frac{440 - \frac{240 \cdot (0,25 + 0,2)}{1,541 + 1,481}}{0,1614 + 0,1551} = 1227,3 \text{ r/min}$$

(b) Iz jednadžbe

$$U = \frac{M(R_{a1} + R_{a2})}{c_{m1} + c_{m2}} + n(c_{e1} + c_{e2})$$

slijedi:

$$U = \frac{240 \cdot (0,25 + 0,2)}{1,541 + 1,481} + 700 \cdot (0,1614 + 0,1551) = 257,29 \text{ V}$$

(c) Sada je $U = 440 \text{ V}$ i $n = -700 \text{ r/min}$:

$$U = \frac{M(R_{a1} + R_{a2} + R_p)}{c_{m1} + c_{m2}} + n(c_{e1} + c_{e2}) \rightarrow R_p = \frac{U - n(c_{e1} + c_{e2})}{M} (c_{m1} + c_{m2}) - (R_{a1} + R_{a2})$$

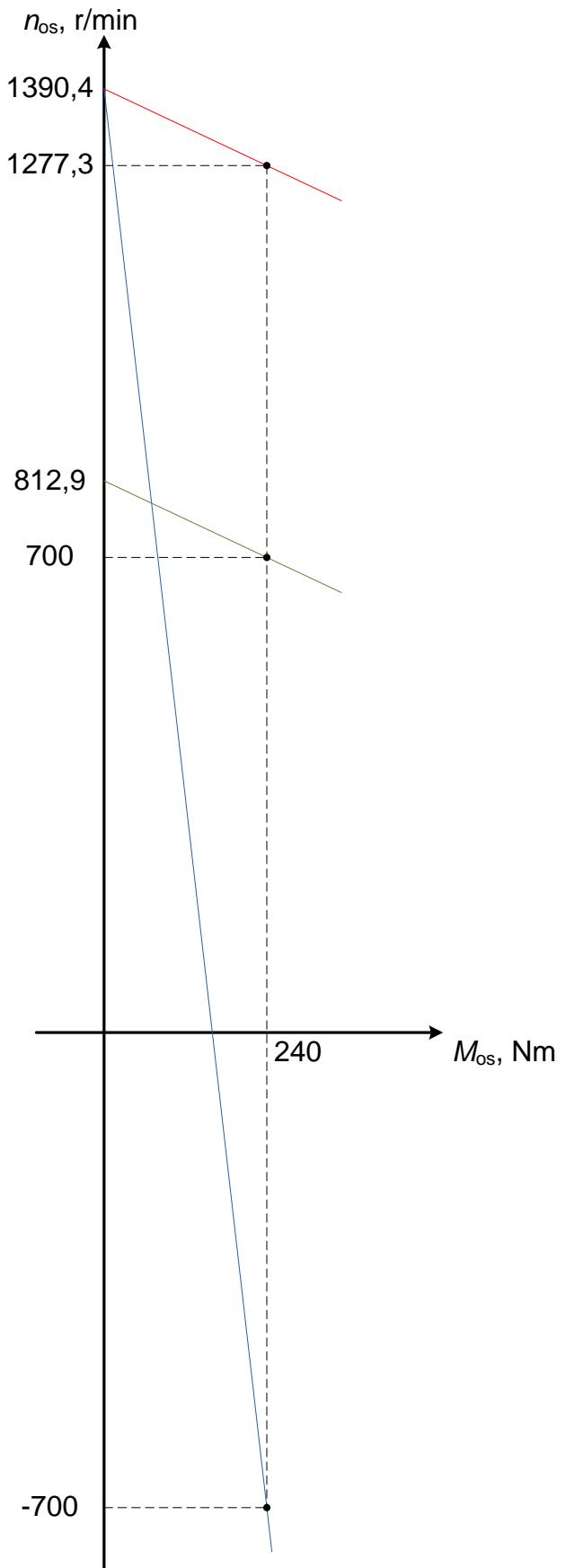
$$R_p = \frac{440 + 700(0,1614 + 0,1551)}{240} (1,541 + 1,481) - (0,25 + 0,2) = 7,88 \Omega$$

(d) Brzina praznog hoda za **(a)** i **(c)** dio zadatka je:

$$n = \frac{U}{c_{e1} + c_{e2}} = \frac{440}{0,1614 + 0,1551} = 1390,4 \text{ r/min}$$

Brzina praznog hoda za **(b)** dio zadatka je:

$$n = \frac{U}{c_{e1} + c_{e2}} = \frac{257,29}{0,1614 + 0,1551} = 812,9 \text{ r/min}$$



(a), (b), (c)

2. Zadani podaci su:

$$P_n = 2500 \text{ W}$$

$$U_{an} = 220 \text{ V}$$

$$I_{an} = 15,6 \text{ A}$$

$$n_n = 1000 \text{ r/min}$$

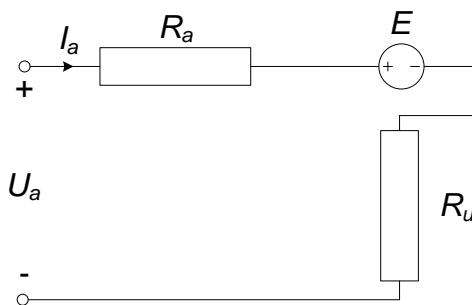
$$R_a = 1,3 \Omega$$

$$R_u = 0,9 \Omega$$

$$M_m = kI_a^2$$

$$M_t = 25 \text{ Nm}$$

Nadomjesna shema je:



(a) Iz nadomjesne sheme vrijedi:

$$U_a - I_a(R_a + R_u) - E = 0$$

$$U_a - I_a(R_a + R_u) - k_E \Phi n = 0$$

$$U_a - I_a(R_a + R_u) - k_E k_\Phi I_a n = 0 \rightarrow k_E k_\Phi = \frac{U_a - I_a(R_a + R_u)}{I_a n}$$

Uzimamo nazivnu radnu točku:

$$k_E k_\Phi = \frac{U_{an} - I_{an}(R_a + R_u)}{I_{an} n_n} = \frac{220 - 15,6 \cdot 2,2}{15,6 \cdot 1000} = 0,011903 \text{ Amin/r}$$

$$k_M k_\Phi = \frac{30 k_E k_\Phi}{\pi} = 0,11366 \text{ Nm/A}^2$$

Moment je jednak:

$$M = k_M \Phi I_a = k_M k_\Phi I_a^2$$

Slijedi da za zadani teret struja iznosi:

$$I_{at} = \sqrt{\frac{M_t}{k_M k_\Phi}} = \sqrt{\frac{25}{0,11366}} = 14,83 \text{ A}$$

Sada je:

$$U_{an} - I_{at}(R_a + R_u) - k_E k_\Phi I_{at} n_t = 0 \rightarrow n_t = \frac{U_{an} - I_{at}(R_a + R_u)}{k_E k_\Phi I_{at}}$$

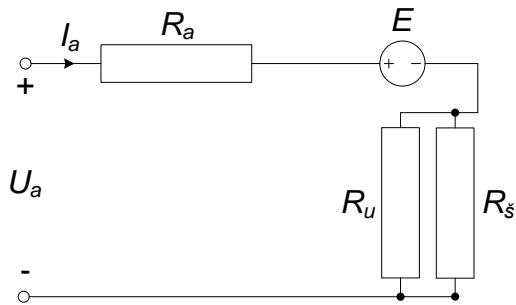
$$n_t = \frac{220 - 14,83 \cdot 2,2}{0,011903 \cdot 14,83} = 1061,5 \text{ r/min}$$

(b)

$$U_{an} - I_{at}(R_a + R_u + R_p) - k_E k_\Phi I_{at} n'_t = 0$$

$$R_p = \frac{U_{an} - k_E k_\Phi I_{at} n'_t}{I_{at}} - R_a - R_u = \frac{220 - 0,011903 \cdot 14,83 \cdot 500}{14,83} - 2,2 = 6,68 \Omega$$

(c) Ako se šantira uzbudni namot to znači da se uzbudnom namotu u paralelu dodaje otpor. Nadomjesna shema je:



Za nadomjesnu shemu slijedi:

$$U_{an} - I_{at} \left(R_a + \frac{R_u R_s}{R_u + R_s} \right) - k_E k_\Phi I_{at} n''_t = 0$$

$$n''_t = \frac{U_{an} - I_{at} \left(R_a + \frac{R_u R_s}{R_u + R_s} \right)}{k_E k_\Phi I_{at}} = \frac{220 - 14,83 \cdot \left(1,3 + \frac{0,9 \cdot 1,8}{0,9 + 1,8} \right)}{0,011903 \cdot 14,83} = 1086,7 \text{ r/min}$$

[ovdje je u njihovim rješenjima greška ako se ne varam ☺]

3. Zadani podaci su:

$$P_n = 2200 \text{ W}$$

$$U_{an} = 110 \text{ V}$$

$$I_{an} = 22,5 \text{ A}$$

$$n_n = 390 \text{ r/min}$$

$$R_a = 0,7 \Omega$$

$$J_M = 0,055 \text{ kgm}^2$$

$$J_{mz} = 0,015 \text{ kgm}^2$$

$$J_{b+vz} = J_b + J_{vz} = 1,245 \text{ kgm}^2$$

$$m_t = 500 \text{ kg}$$

$$i = 30$$

$$\eta_{zp} = 0,79$$

$$\eta_b = 0,94$$

$$r_b = 0,5 \text{ m}$$

$$U_{DC} = 120 \text{ V}$$

(a)

$$J_{UK} = J_M + J_{mz} + J_{b+vz} \frac{1}{\eta_{zp}} \frac{1}{i^2} + m_t r_b^2 \frac{1}{\eta_{zp}} \frac{1}{\eta_b} \frac{1}{i^2}$$

$$J_{UK} = 0,055 + 0,015 + 1,245 \cdot \frac{1}{0,79} \cdot \frac{1}{30^2} + 500 \cdot 0,5^2 \cdot \frac{1}{0,79} \cdot \frac{1}{0,94} \cdot \frac{1}{30^2} = 0,25878 \text{ kgm}^2$$

$$P_t = \eta_{zp} \eta_b P_m = \eta_{zp} \eta_b M_m \omega_m$$

$$P_t = m_t g v_t = m_t g \omega_t r_b$$

$$\eta_{zp} \eta_b M_m \omega_m = m_t g \omega_t r_b \rightarrow M_m = \frac{m_t g \omega_t r_b}{\eta_{zp} \eta_b \omega_m} = \frac{m_t g r_b}{\eta_{zp} \eta_b} \frac{\omega_t}{\omega_m} = \frac{m_t g r_b}{\eta_{zp} \eta_b i}$$

$$M_m = \frac{m_t g r_b}{\eta_{zp} \eta_b i} = \frac{500 \cdot 0,5 \cdot 9,81}{0,79 \cdot 0,94 \cdot 30} = 110,09 \text{ Nm}$$

(b) Radi se o bipolarnoj modulaciji pa je:

$$U_a = (2D - 1) U_{DC} \rightarrow D = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{U_a}{U_{DC}} \right)$$

Konstante motora su:

$$c_e = \frac{U_{an} - I_{an} R_a}{n_n} = \frac{110 - 22,5 \cdot 0,7}{390} = 0,24167 \text{ Vmin/r}$$

$$c_m = \frac{30 c_e}{\pi} = 2,30775 \text{ Nm/A}$$

$$M_m = c_m I_a \rightarrow I_a = \frac{M_m}{c_m} = \frac{110,09}{2,30775} = 47,7 \text{ A}$$

$$n_m = \frac{30\omega_m}{\pi} = \frac{30i\omega_b}{\pi} = \frac{30iv_t}{r_b\pi}$$

$$n_m = \frac{U_a - I_a R_a}{c_e} \rightarrow U_a = n_m c_e + I_a R_a = \frac{30iv_t}{r_b\pi} c_e + I_a R_a$$

$$U_a = \frac{30 \cdot 30 \cdot 0,5}{0,5 \cdot \pi} \cdot 0,24167 + 47,7 \cdot 0,7 = 102,62 \text{ V}$$

$$\textcolor{red}{D} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{102,62}{120} \right) = \textcolor{red}{0,928}$$

(c) Radi se o elektrodinamičkom kočenju pa je $U_a = 0$, dok je smjer struje suprotan (predznak minus):

$$n_m = \frac{U_a - I_a (R_a + R_p)}{c_e} \rightarrow R_p = -\frac{n_m c_e}{I_a} - R_a = -\frac{\frac{30iv_t}{r_b\pi} c_e}{I_a} - R_a$$

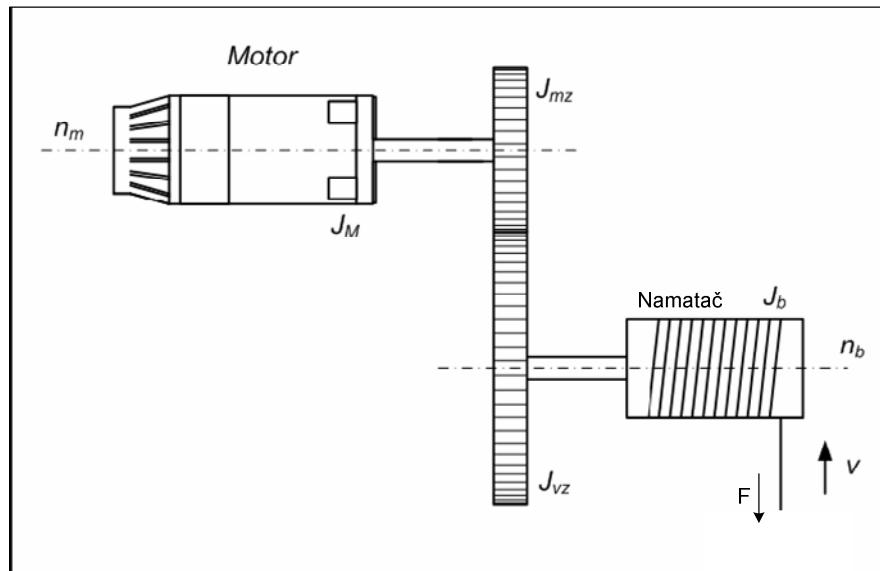
$$R_p = -\frac{\frac{30 \cdot 30 \cdot 0,5}{0,5 \cdot \pi} \cdot 0,24167}{-47,7} - 0,7 = \textcolor{red}{0,75} \Omega$$

UPRAVLJANJE ELEKTROMOTORnim POGONIMA

I. meduispit - 21.10.2009

1. (8 bodova) Istosmjerni motor s nezavisnom uzbudom za pogon namatača žice, prema sl.1, ima slijedeće podatke: $P_n=2,2 \text{ kW}$, $U_{an}=120 \text{ V}$, $I_{an}=22,5 \text{ A}$, $n_n= 390 \text{ min}^{-1}$, $R_a=0,7 \Omega$. Motor ima moment inercije $J_M = 0,05 \text{ kg m}^2$ i preko malog zupčanika momenta inercije $J_{mz} = 0,015 \text{ kgm}^2$ pogoni drugu osovinu s većim zupčanikom ukupnog momenta inercije $J_{b+vz} = J_b + J_{vz} = 1,3 \text{ kgm}^2$. Na drugoj osovini nalazi se bubenj namatača na kojeg se namata žica, koja djeluje silom $F=1300 \text{ N}$ na bubenj u smjeru prikazanom na slici. Omjer reduktora iznosi $i = 20$. Korisnost zupčanog prijenosa iznosi $\eta_{zp} = 0,8$, a korisnost prijenosa bubenj-žica $\eta_b = 0,95$. Polumjer bubnja iznosi $0,6 \text{ m}$. Ulaz istosmjernog pretvarača spojen je na istosmjerni izvor napona 120 V .

- Odrediti ukupan moment inercije sustava i moment tereta reduciran na osovinu motora.
- Istosmjerni motor s nezavisnom uzbudom napaja se iz 4-kvadrantnog čopera. Uz faktor vođenja $D=0.75$ i bipolarnu modulaciju, odrediti brzinu namatanja žice. U obzir uzeti gubitke trenja i ventilacije.
- Nacrtati valni oblik napona na motoru uz faktor vođenja $D=0.8$.



Slika 1 Pogon namatača žice realiziran s istosmjernim motorom

Rješenja:

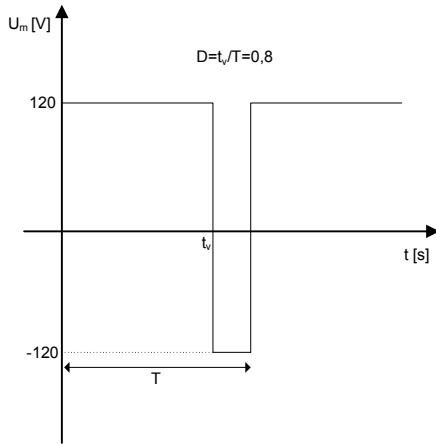
$$M_t = 51,316 \text{ Nm}$$

$$I = 0,226 \text{ kg m}^2$$

b)

$$v = 0,528 \text{ m/s}$$

c)



2. (8 bodova) Dizalica je pogonjena nezavisno uzbudjenim istosmjernim motorom nizivnih podataka $P_n=28 \text{ kW}$, $U_{an}=400 \text{ V}$, $I_{an}=80 \text{ A}$, $n_n=1000 \text{ o/min}$. Otpor armaturnog kruga iznosi $R_a=0,27 \Omega$.

- Odredite brzinu motora ako motor koči elektrodinamički uz uključen otpor od 2Ω u armaturnom krugu, pri 70% strujnom opterećenju u odnosu na nizivno opterećenje?
- Ako se umjesto otpora 2Ω u armaturu uključi otpor iznosa 13Ω , u kojem režimu radi motor i kojom brzinom se vrti, ako iz istosmjernog izvora uzima struju od 60A ? Koliki je tada moment na osovini, snaga uzeta iz mreže i snaga utrošena u otporima? Nacrtati $n\text{-M}$ dijagram i označiti radnu ročku.
- Pri generatorskom kočenju (bez predotpura) izmjerena je brzina vrtnje 1100 o/min . Kolika je struja motora? Nacrtati $n\text{-M}$ dijagram i označiti radnu ročku.

Napomena: Prepostaviti da su mehanički gubici rezultat viskoznog trenja.

Rješenja:

a)

$$\omega = 35,18 \text{ rad/s} \rightarrow n \approx 336 \text{ o/min}$$

b)

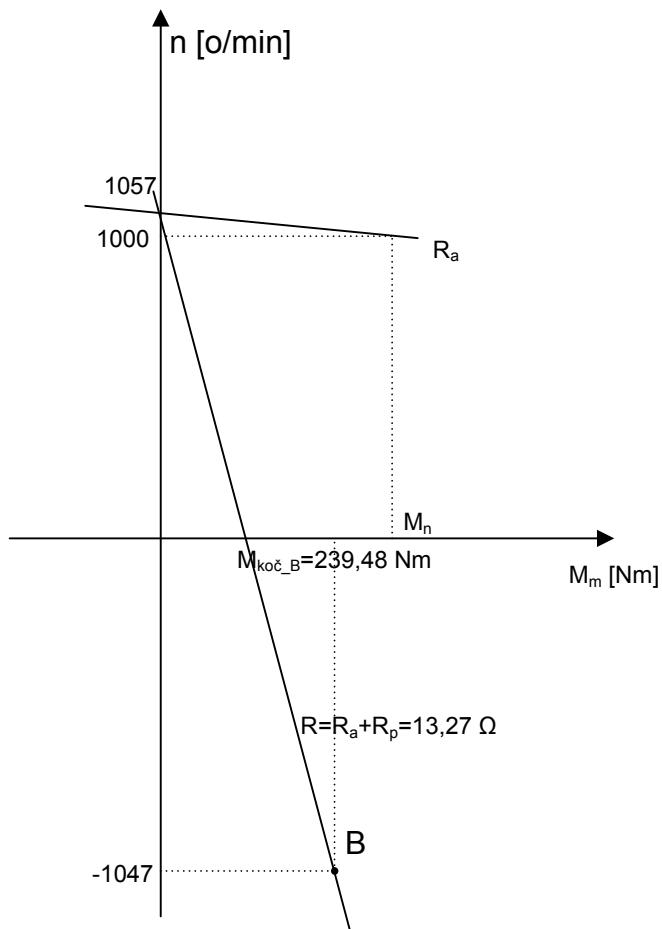
Protustrujno kočenje

$$\omega = -109,66 \text{ rad/s} \rightarrow n \approx -1047 \text{ o/min}$$

$$M_{os} = 239,48 \text{ Nm}$$

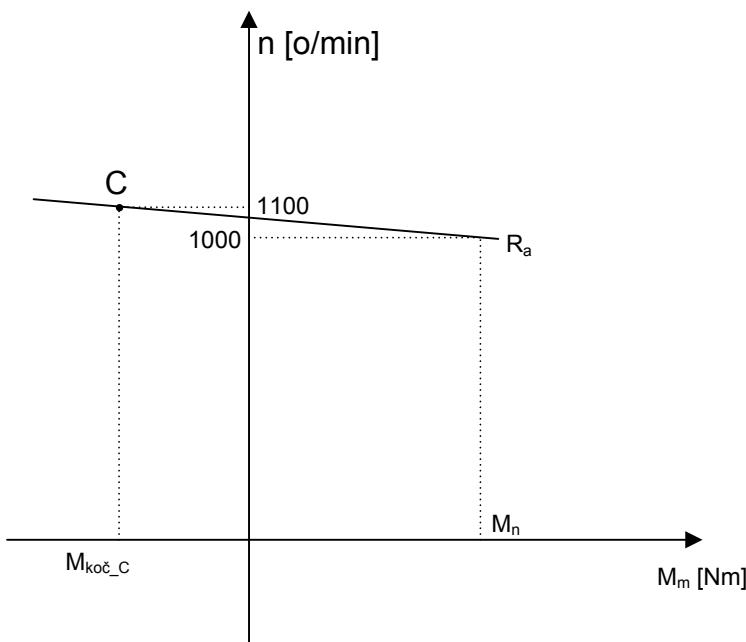
$$P_M = 24000 \text{ W}$$

$$P_R = 47772 \text{ W}$$

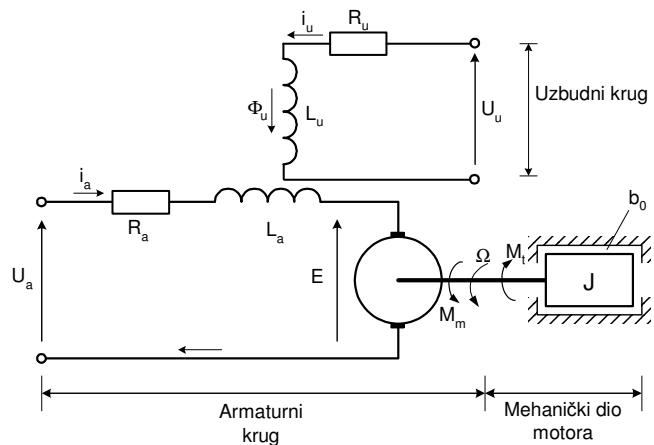


c)

$$I = -59,9 \text{ A}$$



3. (9 bodova) Nadomjesna shema istosmjernog motora s konstantnom i nezavisnom uzbudom prikazana je na slici 2. Istosmjerni se motor napaja iz tiristorskog usmjerivača. Brzina vrtnje istosmjernog motora regulira se kaskadnim sustavom upravljanja koji sadrži regulacijski krug momenta motora (podređeni krug) i regulacijski krug brzine vrtnje motora (nadređeni krug). Oba regulatora su PI strukture. Moment motora se mjeri posredno pomoću mjernog člana struje armature, a brzina vrtnje pomoću tahogeneratora.



Sl. 2. Nadomjesna shema istosmjernog motora s konstantnom i nezavisnom uzbudom.

Parametri istosmjernog motora, uključujući parametre mjernih članova struje armature, brzine vrtnje te tiristorskog usmjerivača dani su u tablici 1.

Tab. 1. Parametri elektromotornog pogona s istosmjernim motorom s nezavisnom uzbudom

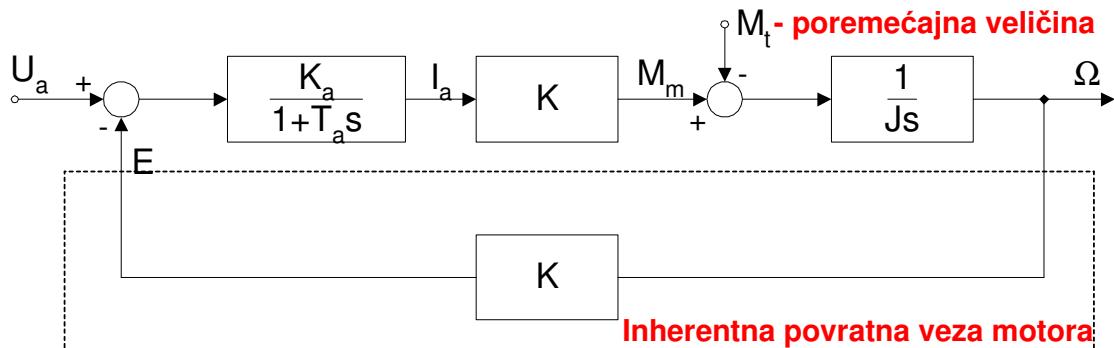
$P_n = 13,5 \text{ kW}$	nazivna vrijednost snage motora
$U_{an} = 420 \text{ V}$	nazivna vrijednost napona armature
$I_{an} = 40,6 \text{ A}$	nazivna vrijednost struje armature
$U_{un} = 242 \text{ V}$	nazivna vrijednost napona uzbude
$I_{un} = 2,3 \text{ A}$	nazivna vrijednost struje uzbude
$n_n = 1480 \text{ o/min} \Rightarrow \Omega_n = 155 \text{ rad/s}$	nazivna vrijednost brzine vrtnje
$R_a = 1,83 \Omega$	otpor armature motora
$L_a = 10,71 \text{ mH}$	induktivitet armature motora
$c_e = c_m = 2,147 \text{ Vs/rad}$	konstrukcijska konstanta motora
$J = 0,151 \text{ kgm}^2$	elektromehanička vremenska konstanta
$K_t = 0,25$	pojačanje tiristorskog usmjerivača
$T_{mi} = 1 \text{ ms}$	vremenska konstanta tiristorskog usmjerivača
$K_i = 0,5 \text{ V/A}$	pojačanje mjernog člana struje armature
$T_{fi} = 2 \text{ ms}$	vremenska konstanta mjernog člana struje armature
$K_b = 1 \text{ Vs}$	pojačanje mjernog člana brzine vrtnje
$T_{fb} = 15 \text{ [ms]}$	vremenska konstanta mjernog člana brzine vrtnje

Potrebno je:

- a) Nacrtati strukturni blokovski prikaz istosmjernog motora s konstantnom i nezavisnom uzbudom.
- b) Projektirati kaskadni sustav upravljanja brzinom vrtnje istosmjernog motora s konstantnom i nezavisnom uzbudom. Za parametrisiranje regulatora momenta (struje armature) i brzine vrtnje koristiti praktične metode tehničkog i simetričnog optimuma.

Rješenja:

a)



b)

- Regulacijski krug struje armature pogodan je za projektiranje regulatora po tehničkom optimumu. Koristi se PI regulator struje armature s time da se kompenzira najveća vremenska konstanta:

$$T_{la} = T_a = 5,9 \text{ ms} \quad K_{Ra} = \frac{1}{2} \frac{1}{K_t K_a K_i} \frac{T_{la}}{T_\Sigma} = 14,2$$

- Pojavljuje se nula zbog mjernog člana struje armature pa se koristi prefiltar:

$$G_{Va}(s) = \frac{1}{1 + T_{f1}s}$$

- Regulacijski krug struje armature pogodan je za projektiranje regulatora po simetričnom optimumu (koristi se a=2):

$$K_{R\omega} = \frac{1}{2} \frac{K_i K_a K}{K_b} \cdot \frac{T_m}{T_\Sigma^*} = 0,84 \quad T_{R\omega} = 4T_\Sigma^* = 84 \text{ ms}$$

- Pojavljuju se nule u prijenosnoj funkciji pa je potreban još jedan prefiltar:

$$G_{V\omega}(s) = \frac{1}{(1 + T_{f2}s)(1 + 4T_\Sigma^*s)}$$

UPRAVLJANJE ELEKTROMOTORnim POGONIMA
1. međuispit 2009.

1. Zadani podaci su:

$$P_n = 2200 \text{ W}$$

$$U_{an} = 120 \text{ V}$$

$$I_{an} = 22,5 \text{ A}$$

$$n_n = 390 \text{ r/min}$$

$$R_a = 0,7 \Omega$$

$$J_M = 0,05 \text{ kgm}^2$$

$$J_{mz} = 0,015 \text{ kgm}^2$$

$$J_{b+vz} = J_b + J_{vz} = 1,3 \text{ kgm}^2$$

$$F = 1300 \text{ N}$$

$$i = 20$$

$$\eta_{zp} = 0,8$$

$$\eta_b = 0,95$$

$$r_b = 0,6 \text{ m}$$

$$U_{DC} = 120 \text{ V}$$

(a)

$$J_{UK} = J_M + J_{mz} + J_{b+vz} \frac{1}{\eta_{zp}} \frac{1}{i^2} + \frac{F}{g} r_b^2 \frac{1}{\eta_{zp}} \frac{1}{\eta_b} \frac{1}{i^2}$$

$$J_{UK} = 0,05 + 0,015 + 1,3 \cdot \frac{1}{0,8} \cdot \frac{1}{20^2} + \frac{1300}{9,81} \cdot 0,6^2 \cdot \frac{1}{0,8} \cdot \frac{1}{0,95} \cdot \frac{1}{20^2} = 0,226 \text{ kgm}^2$$

$$P_t = \eta_{zp} \eta_b P_m = \eta_{zp} \eta_b M_m \omega_m$$

$$P_t = F v_t = F \omega_t r_b$$

$$\eta_{zp} \eta_b M_m \omega_m = F \omega_t r_b \rightarrow M_m = \frac{F \omega_t r_b}{\eta_{zp} \eta_b \omega_m} = \frac{Fr_b}{\eta_{zp} \eta_b} \frac{\omega_t}{\omega_m} = \frac{Fr_b}{\eta_{zp} \eta_b i}$$

$$M_m = \frac{Fr_b}{\eta_{zp} \eta_b i} = \frac{1300 \cdot 0,6}{0,8 \cdot 0,95 \cdot 20} = 51,316 \text{ Nm}$$

(b) Radi se o bipolarnoj modulaciji pa je:

$$U_a = (2D - 1) U_{DC} = (2 \cdot 0,75 - 1) \cdot 120 = 60 \text{ V}$$

Konstante motora su:

$$c_e = \frac{U_{an} - I_{an} R_a}{n_n} = \frac{120 - 22,5 \cdot 0,7}{390} = 0,26731 \text{ Vmin/r}$$

$$c_m = \frac{30 c_e}{\pi} = 2,5526 \text{ Nm/A}$$

Nazivni moment motora je:

$$M_n = \frac{30P_n}{n_n \pi} = \frac{30 \cdot 220}{390 \cdot \pi} = 53,86783 \text{ Nm}$$

Nazivni elektromagnetski moment motora je:

$$M_{emn} = I_{an}c_m = 22,5 \cdot 2,5526 = 57,43351 \text{ Nm}$$

Moment trenja i ventilacije je:

$$M_{tr,v} = M_{emn} - M_n = 3,56478 \text{ Nm}$$

Za izračunati moment na osovini, $M_m = 51,316 \text{ Nm}$, slijedi da je elektromagnetski moment jednak:

$$M_{em} = M_m + M_{tr,v} = 54,88078 \text{ Nm}$$

Struja armature tada iznosi:

$$I_a = \frac{M_{em}}{c_m} = \frac{54,88078}{2,5526} = 21,5 \text{ A}$$

Brzina motora iznosi:

$$n = \frac{U_a - I_a R_a}{c_e} = \frac{60 - 21,5 \cdot 0,7}{0,26731} = 168,157 \text{ r/min}$$

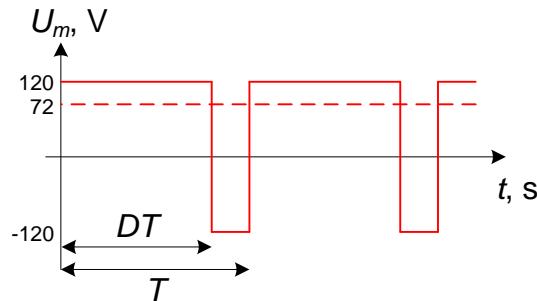
Brzina namatanja žice tada će biti:

$$\omega_m = \frac{n\pi}{30} = \frac{168,157 \cdot \pi}{30} = 17,61 \text{ rad/s}$$

$$\omega_b = \frac{\omega_m}{i} = \frac{17,61}{20} = 0,8805 \text{ rad/s}$$

$$v_b = \omega_b r_b = 0,8805 \cdot 0,6 = 0,528 \text{ m/s}$$

(c)



2. Zadani podaci su:

$$P_n = 28 \text{ kW}$$

$$U_{an} = 400 \text{ V}$$

$$I_{an} = 80 \text{ A}$$

$$n_n = 1000 \text{ r/min}$$

$$R_a = 0,27 \Omega$$

Konstante motora su:

$$c_e = \frac{U_{an} - I_{an}R_a}{n_n} = \frac{400 - 80 \cdot 0,27}{1000} = 0,3784 \text{ Vmin/r}$$

$$c_m = \frac{30c_e}{\pi} = 3,6135 \text{ Nm/A}$$

Nazivni moment motora je:

$$M_n = \frac{30P_n}{n_n \pi} = \frac{30 \cdot 28000}{1000 \cdot \pi} = 267,38 \text{ Nm}$$

Nazivni elektromagnetski moment motora je:

$$M_{emn} = I_{an}c_m = 80 \cdot 3,6135 = 289,08 \text{ Nm}$$

Nazivni moment trenja i ventilacije je:

$$M_{tr,vn} = M_{emn} - M_n = 21,7 \text{ Nm}$$

S obzirom na to da se radi o viskoznom trenju, slijedi:

$$M_{tr,vn} = b\omega_n = b \frac{n_n \pi}{30} \rightarrow b = \frac{30M_{tr,vn}}{n_n \pi} = \frac{30 \cdot 21,7}{1000 \cdot \pi} = 0,20722 \text{ Nms/rad}$$

(a) Radi se o elektrodinamičkom kočenju pa je $U_a = 0$, dok je smjer struje suprotan (predznak minus):

$$\textcolor{red}{n} = \frac{U_a - I_a(R_a + R_p)}{c_e} = \frac{0 - (-0,7I_{an})(0,27 + 2)}{0,3784} = \frac{0,7 \cdot 80 \cdot 2,27}{0,3784} = \textcolor{red}{335,941 \text{ r/min}}$$

(b) Vrijedi:

$$I_a(R_a + R_p) = 60 \cdot (0,27 + 13) = 796,2 \text{ V} > U_{an} = 400 \text{ V}$$

Radi se o **protustrujnom kočenju**. Brzina vrtnje je jednaka:

$$\textcolor{red}{n} = \frac{U_{an} - I_a(R_a + R_p)}{c_e} = \frac{400 - 796,2}{0,3784} = \textcolor{red}{-1047,04 \text{ r/min}}$$

Iznos elektromagnetsko momenta je:

$$M_{em} = I_a c_m = 60 \cdot 3,6135 = 216,81 \text{ Nm}$$

Moment trenja i ventilacije je:

$$M_{tr,v} = b\omega = b \frac{n\pi}{30} = 0,20722 \frac{1047,04 \cdot \pi}{30} = 22,72 \text{ Nm}$$

Radna točka je u četvrtom kvadrantu. Vrijedi:

$$M_{os} = M_{em} + M_{tr,v} = 216,81 + 22,72 = 239,53 \text{ Nm}$$

Snaga uzeta iz mreže je:

$$P_{mr} = U_{an} I_a = 400 \cdot 60 = 24000 \text{ W}$$

Snaga utrošena na otporima je:

$$P_{otp} = I_a^2 (R_a + R_p) = 60^2 \cdot 13,27 = 47772 \text{ W}$$

(c) Iznos struje je:

$$I_a = \frac{U_{an} - c_e n}{R_a} = \frac{400 - 0,3784 \cdot 1100}{0,27} = -60,15 \text{ Nm}$$

n – M dijagram

Brzina praznog hoda za **(b)** i **(c)** dio zadatka je:

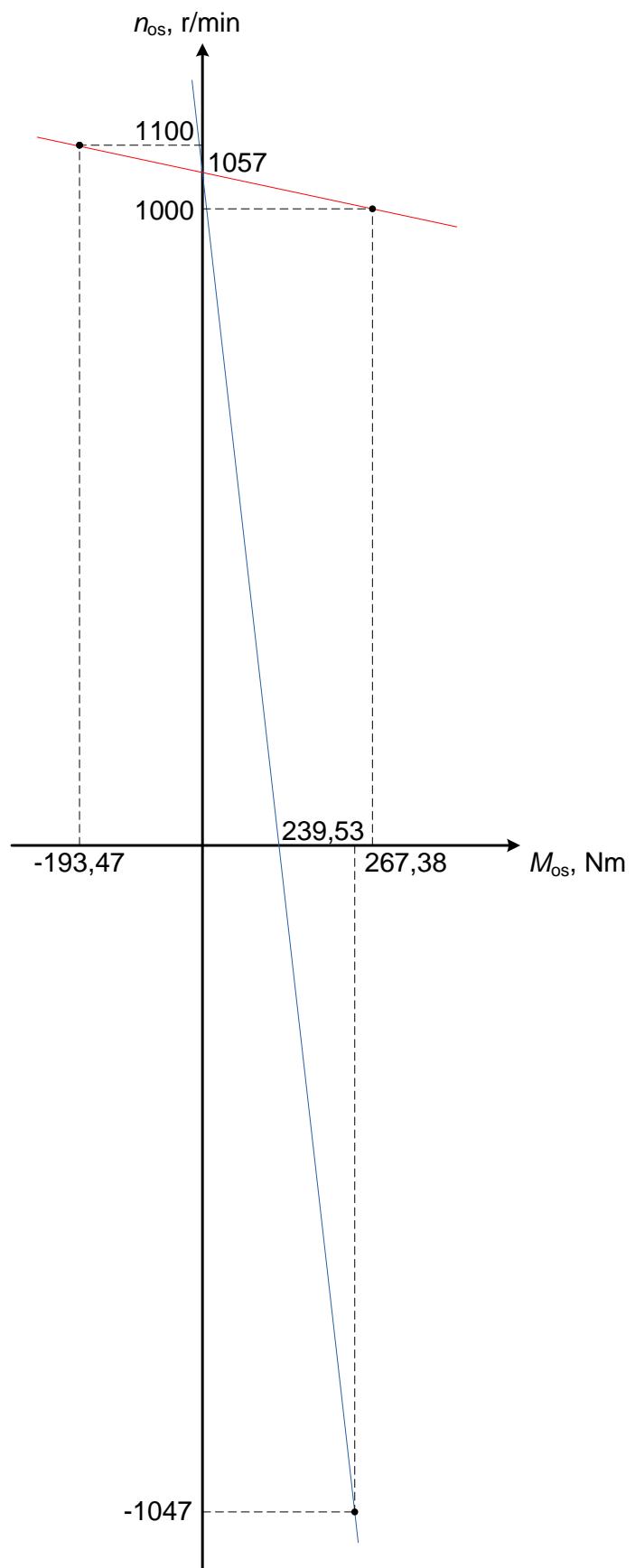
$$n = \frac{U_{an}}{c_e} = \frac{400}{0,3784} = 1057,082 \text{ r/min}$$

Moment na osovini za **(c)** dio zadatka:

$$M_{tr,v} = b\omega = b \frac{n\pi}{30} = 0,20722 \frac{1100 \cdot \pi}{30} = 23,87 \text{ Nm}$$

$$M_{em} = I_a c_m = -60,15 \cdot 3,6135 = -217,34 \text{ Nm}$$

$$M_{os} = M_{em} + M_{tr,v} = -217,34 + 23,87 = -193,47 \text{ Nm}$$



(b), (c)

3. Zadani podaci su:

$$P_n = 13,5 \text{ kW}$$

$$U_{an} = 420 \text{ V}$$

$$I_{an} = 40,6 \text{ A}$$

$$U_{un} = 242 \text{ V}$$

$$I_{un} = 2,3 \text{ A}$$

$$n_n = 1480 \text{ r/min}$$

$$R_a = 1,83 \Omega$$

$$L_a = 10,71 \text{ mH}$$

$$c_e = c_m = 2,147 \text{ Vs/rad}$$

$$J = 0,151 \text{ kgm}^2$$

$$L_a = 10,71 \text{ mH}$$

$$K_t = 0,25$$

$$T_{mi} = 1 \text{ ms}$$

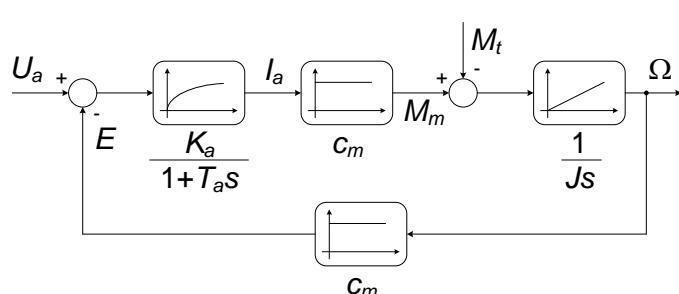
$$K_i = 0,5 \text{ V/A}$$

$$T_{fi} = 2 \text{ ms}$$

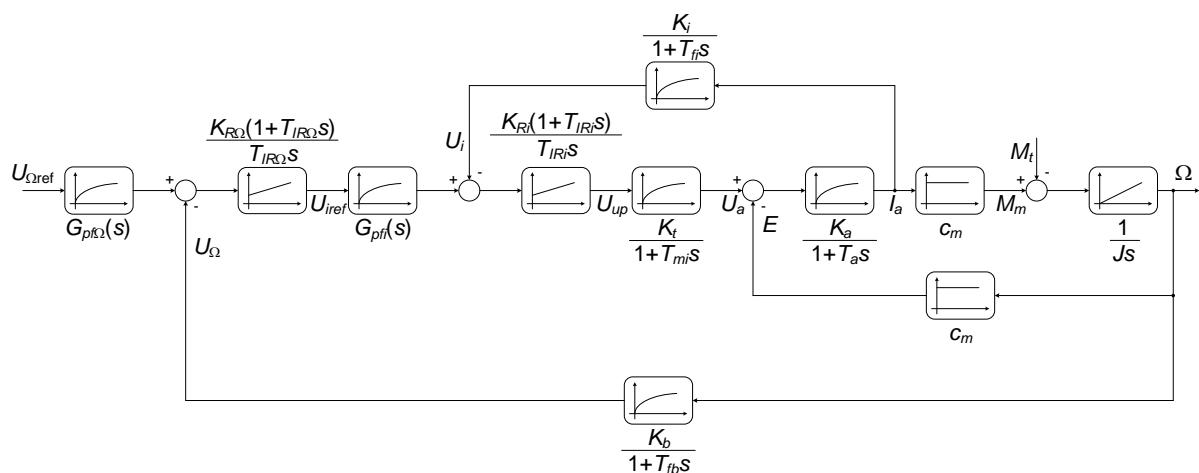
$$K_b = 1 \text{ Vs}$$

$$T_{fb} = 15 \text{ ms}$$

(a)



(b) Strukturni blokovski prikaz regulacijskog sustava kaskadne regulacije brzine vrtnje istosmjernog motora s nezavisnom i konstantnom uzbudom dan je na slici ispod. Pri tome su $G_{pf1}(s)$ i $G_{pf\Omega}(s)$ prefiltri za struju armature, odnosno brzinu vrtnje motora, koji se dodaju po potrebi.



Sinteza regulatora struje armature

Vrijede sljedeći izrazi (u ovoj fazi izvoda se ne koristi prefilter $G_{pfi}(s)$):

$$I_a(s) = [U_a(s) - E(s)] \frac{K_a}{1 + T_a s}$$

$$U_i(s) = \frac{K_i}{1 + T_{fi} s} I_a(s)$$

$$U_a(s) = [U_{iref}(s) - U_i(s)] K_{Ri} \frac{1 + T_{IRi}s}{T_{IRi}s} \frac{K_t}{1 + T_{mi}s}$$

Kada se drugi izraz ubaci u treći izraz, a potom to sve u prvi izraz, dobije se:

$$I_a(s) = \left\{ \left[U_{iref}(s) - \frac{K_i}{1 + T_{fi}s} I_a(s) \right] K_{Ri} \frac{1 + T_{IRi}s}{T_{IRi}s} \frac{K_t}{1 + T_{mi}s} - E(s) \right\} \frac{K_a}{1 + T_a s}$$

Za dovoljno veliki odnos $\frac{T_m}{T_a}$ može se pri sintezi regulatora struje armature uzeti da je $E = 0$.

Vrijedi $\frac{T_m}{T_a} = \frac{\frac{JRa}{c_e c_m}}{\frac{L_a}{R_a}} = \frac{JRa^2}{c_e c_m L_a} = \frac{0,151 \cdot 1,83^2}{2,147^2 \cdot 10,71 \cdot 10^{-3}} = 10,243$ pa će se uzeti $E = 0$:

$$I_a(s) = \left\{ \left[U_{iref}(s) - \frac{K_i}{1 + T_{fi}s} I_a(s) \right] K_{Ri} \frac{1 + T_{IRi}s}{T_{IRi}s} \frac{K_t}{1 + T_{mi}s} \right\} \frac{K_a}{1 + T_a s}$$

$$I_a(s) = U_{iref}(s) K_{Ri} \frac{1 + T_{IRi}s}{T_{IRi}s} \frac{K_t}{1 + T_{mi}s} \frac{K_a}{1 + T_a s} - \frac{K_i}{1 + T_{fi}s} I_a(s) K_{Ri} \frac{1 + T_{IRi}s}{T_{IRi}s} \frac{K_t}{1 + T_{mi}s} \frac{K_a}{1 + T_a s}$$

$$I_a(s) \left[1 + \frac{K_{Ri} K_i K_t K_a}{T_{IRi}s} \frac{1 + T_{IRi}s}{(1 + T_{fi}s)(1 + T_{mi}s)(1 + T_a s)} \right] = U_{iref}(s) \frac{K_{Ri} K_t K_a}{T_{IRi}s} \frac{1 + T_{IRi}s}{(1 + T_{mi}s)(1 + T_a s)}$$

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = \frac{\frac{K_{Ri} K_t K_a}{T_{IRi}s} \frac{1 + T_{IRi}s}{(1 + T_{mi}s)(1 + T_a s)}}{1 + \frac{K_{Ri} K_i K_t K_a}{T_{IRi}s} \frac{1 + T_{IRi}s}{(1 + T_{fi}s)(1 + T_{mi}s)(1 + T_a s)}}$$

Vrijedi $T_a = \frac{L_a}{R_a} = \frac{10,71 \cdot 10^{-3}}{1,83} = 5,852$ ms, $T_{mi} = 1$ ms i $T_{fi} = 2$ ms. Iz toga slijedi da je T_a dominantna vremenska konstanta. **Regulacijski krug struje armature** pogodan je za projektiranje regulatora po **tehničkom optimumu**. Kompenzira se dominantna vremenska konstanta pa je:

$$\textcolor{red}{T_{IRi}} = T_a = 5,852 \text{ ms}$$

Vrijedi $T_\Sigma = T_{mi} + T_{fi} = 3$ ms. Strukturnim pojednostavljenjem, uz uvrštavanje $T_{IRi} = T_a$, se dobiva:

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = \frac{\frac{K_{Ri}K_tK_a}{T_a s(1+T_{mi}s)}}{1 + \frac{K_{Ri}K_iK_tK_a}{T_a s(1+T_{fi}s)(1+T_{mi}s)}} = \frac{\frac{K_{Ri}K_tK_a}{T_a s(1+T_{mi}s)}}{\frac{T_a s(1+T_{fi}s)(1+T_{mi}s) + K_{Ri}K_iK_tK_a}{T_a s(1+T_{fi}s)(1+T_{mi}s)}}$$

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = \frac{K_{Ri}K_tK_a(1+T_{fi}s)}{T_a s(1+T_{fi}s)(1+T_{mi}s) + K_{Ri}K_iK_tK_a} = \frac{K_{Ri}K_tK_a(1+T_{fi}s)}{T_a s(1+T_\Sigma s) + K_{Ri}K_iK_tK_a}$$

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = (1+T_{fi}s) \frac{K_{Ri}K_tK_a}{T_a T_\Sigma s^2 + T_a s + K_{Ri}K_iK_tK_a}$$

$$\begin{aligned} \frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} &= (1+T_{fi}s) \frac{1}{K_{Ri}K_iK_tK_a} \frac{K_{Ri}K_tK_a}{\frac{T_a T_\Sigma}{K_{Ri}K_iK_tK_a} s^2 + \frac{T_a}{K_{Ri}K_iK_tK_a} s + 1} \\ \frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} &= \frac{1+T_{fi}s}{K_i} \frac{1}{\frac{T_a T_\Sigma}{K_{Ri}K_iK_tK_a} s^2 + \frac{T_a}{K_{Ri}K_iK_tK_a} s + 1} \end{aligned}$$

Promatramo dio $\frac{1}{\frac{T_a T_\Sigma}{K_{Ri}K_iK_tK_a} s^2 + \frac{T_a}{K_{Ri}K_iK_tK_a} s + 1}$ koji je oblika $\frac{1}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + \frac{s^2}{\omega_n^2}}$, pa slijedi:

$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{T_a T_\Sigma}{K_{Ri}K_iK_tK_a}$$

$$\frac{2\zeta}{\omega_n} = \frac{T_a}{K_{Ri}K_iK_tK_a}$$

Izbor $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ predstavlja tehnički najprihvatljiviji izbor za većinu primjena:

$$\frac{2\zeta}{\omega_n} = \frac{T_a}{K_{Ri}K_iK_tK_a} \rightarrow \frac{1}{\omega_n} = \frac{1}{2\zeta} \frac{T_a}{K_{Ri}K_iK_tK_a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{T_a}{K_{Ri}K_iK_tK_a}$$

Kada se gornji izraz kvadrira, slijedi:

$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{1}{2} \frac{T_a^2}{(K_{Ri}K_iK_tK_a)^2}$$

Izjednačavanjem izraza $\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{T_a T_\Sigma}{K_{Ri}K_iK_tK_a}$ i $\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{1}{2} \frac{T_a^2}{(K_{Ri}K_iK_tK_a)^2}$ slijedi:

$$\frac{T_a T_\Sigma}{K_{Ri}K_iK_tK_a} = \frac{1}{2} \frac{T_a^2}{(K_{Ri}K_iK_tK_a)^2}$$

$$T_{\Sigma} = \frac{1}{2} \frac{T_a}{K_{Ri} K_i K_t K_a} \rightarrow K_{Ri} = \frac{T_a}{2 T_{\Sigma} K_i K_t K_a} = \frac{\frac{L_a}{R_a}}{2(T_{mi} + T_{fi}) K_i K_t \frac{1}{R_a}} = \frac{L_a}{2(T_{mi} + T_{fi}) K_i K_t}$$

$$K_{Ri} = \frac{10,71}{2 \cdot 3 \cdot 0,5 \cdot 0,25} = 14,28$$

Prijenosna funkcija $\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)}$ sada postaje (uvrštavanjem $K_{Ri} = \frac{T_a}{2 T_{\Sigma} K_i K_t K_a}$):

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = \frac{1 + T_{fi}s}{K_i} \frac{1}{\frac{T_a T_{\Sigma}}{2 T_{\Sigma} K_i K_t K_a} s^2 + \frac{T_a}{2 T_{\Sigma} K_i K_t K_a} s + 1}$$

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = \frac{1 + T_{fi}s}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_{\Sigma}s + 2T_{\Sigma}^2s^2}$$

S obzirom na to da se u prijenosnoj funkciji $\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)}$ pojavljuje nula zbog mjernog člana struje armature, koristi se prefiltar:

$$G_{pfi}(s) = \frac{1}{1 + T_{fi}s}$$

pa se dobije:

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_{\Sigma}s + 2T_{\Sigma}^2s^2}$$

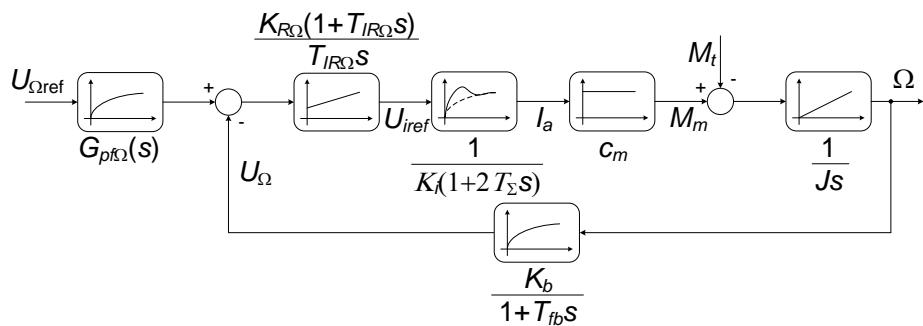
S obzirom na to da je regulacijski krug struje armature podređen regulacijskom krugu brzine vrtnje, vrlo je praktično, sa stajališta sinteze regulatora brzine vrtnje, strukturno pojednostaviti prijenosnu funkciju, tj. nadomjestiti je prijenosnom funkcijom:

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} \approx \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + T_s s}$$

gdje je $T_s = 2T_{\Sigma} = 6$ ms nadomjesna vremenska konstanta.

Sinteza regulatora brzine vrtnje

Uz prethodno uzeta pojednostavljena, struktorna shema postaje:



Proces kojim upravlja regulator brzine vrtnje ima prijenosnu funkciju:

$$G_{p\Omega}(s) = \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s} c_m \frac{1}{Js} \frac{K_b}{1 + T_{fb}s}$$

S obzirom na to da je $T_m = \frac{JR_a}{c_e c_m}$, slijedi $J = \frac{T_m c_e c_m}{R_a} = T_m K_a c_m^2$. To se uvrsti u gornju jednadžbu pa slijedi:

$$G_{p\Omega}(s) = \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s} \frac{1}{T_m K_a c_m s} \frac{K_b}{1 + T_{fb}s} = \frac{K_x}{(1 + 2T_\Sigma s)(1 + T_{fb}s)} \frac{1}{T_m s}$$

pri čemu je $K_x = \frac{K_b}{K_i K_a c_m}$.

Vrijedi $T_m = \frac{JR_a}{c_e c_m} = \frac{0,151 \cdot 1,83}{2,147^2} = 59,947$ ms, $2T_s = 4T_\Sigma = 12$ ms i $T_{fb} = 15$ ms. Iz toga slijedi da je T_m dominantna vremenska konstanta. Izraz za proces može se pojednostaviti na sljedeći način:

$$G_{p\Omega}(s) = \frac{K_x}{1 + T_\Sigma^* s} \frac{1}{T_m s}$$

pri čemu je $T_\Sigma^* = 2T_\Sigma + T_{fb} = 6 + 15 = 21$ ms.

Regulacijski krug brzine vrtnje pogodan je za projektiranje regulatora po **simetričnom optimumu**. Vrijedi:

$$G_0(s) = G_{R\Omega}(s)G_{p\Omega}(s) = K_{R\Omega} \frac{1 + T_{IR\Omega}s}{T_{IR\Omega}s} \frac{K_x}{1 + T_\Sigma^* s} \frac{1}{T_m s}$$

$$G_0(j\omega) = -\frac{K_{R\Omega} K_x}{T_{IR\Omega} T_m \omega^2} \frac{1 + j\omega T_{IR\Omega}}{1 + j\omega T_\Sigma^*}$$

Slijedi da je izraz za fazno-frekvencijsku karakteristiku jednak:

$$\varphi_0(j\omega) = -180^\circ + \arctg(\omega T_{IR\Omega}) - \arctg(\omega T_\Sigma^*)$$

Za maksimalnu vrijednost fazno-frekvencijske karakteristike dobije se:

$$\frac{d\varphi_0(j\omega)}{d\omega} = \frac{T_{IR\Omega}}{1 + (\omega T_{IR\Omega})^2} - \frac{T_\Sigma^*}{1 + (\omega T_\Sigma^*)^2} = 0 \rightarrow T_{IR\Omega} + T_{IR\Omega}(\omega_m T_\Sigma^*)^2 - T_\Sigma^* - T_\Sigma^*(\omega_m T_{IR\Omega})^2 = 0$$

$$T_{IR\Omega} + T_{IR\Omega} \omega_m^2 T_\Sigma^{*2} - T_\Sigma^* - T_\Sigma^* \omega_m^2 T_{IR\Omega}^2 = 0 \rightarrow \omega_m^2 T_{IR\Omega} T_\Sigma^* (T_\Sigma^* - T_{IR\Omega}) = T_\Sigma^* - T_{IR\Omega}$$

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{T_{IR\Omega} T_\Sigma^*}}$$

Ako se odabere da je presječna frekvencija $\omega_c = \omega_m$, dobiju se simetrična amplitudno-frekvencijska i simetrična fazno-frekvencijska karakteristika. Neka je integracijska vremenska konstanta regulatora $T_{IR\Omega} = a^2 T_\Sigma^*$. Uz odabir $a = 2$, slijedi:

$$T_{IR\Omega} = 4T_\Sigma^* = 4 \cdot 21 = 84 \text{ ms}$$

Presječna frekvencija jednaka je $\omega_c = \frac{1}{\sqrt{4T_\Sigma^* T_\Sigma^*}} = \frac{1}{2T_\Sigma^*} = \frac{1}{42} = 0,0238 \text{ s}^{-1}$.

Na presječnoj frekvenciji vrijedi:

$$|G_0(j\omega_c)| = 1$$

$$\left| \frac{K_{R\Omega} K_x}{T_{IR\Omega} T_m \omega_c^2} \frac{1 + j\omega_c T_{IR\Omega}}{1 + j\omega_c T_\Sigma^*} \right| = 1 \rightarrow \frac{K_{R\Omega} K_x}{T_{IR\Omega} T_m \omega_c^2} \sqrt{\frac{1 + \omega_c^2 T_{IR\Omega}^2}{1 + \omega_c^2 T_\Sigma^{*2}}} = 1$$

$$K_{R\Omega} = \frac{T_{IR\Omega} T_m \omega_c^2}{K_x} \sqrt{\frac{1 + \omega_c^2 T_\Sigma^{*2}}{1 + \omega_c^2 T_{IR\Omega}^2}} = \frac{4T_\Sigma^* T_m \frac{1}{4T_\Sigma^{*2}}}{K_x} \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{4T_\Sigma^{*2}} T_\Sigma^{*2}}{1 + \frac{1}{4T_\Sigma^{*2}} 16T_\Sigma^{*2}}} = \frac{\frac{T_m}{T_\Sigma^*}}{K_x} \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{1}{2K_x} \frac{T_m}{T_\Sigma^*}$$

$$K_{R\Omega} = \frac{1}{2 \frac{K_b}{K_i K_a c_m} \frac{T_m}{T_\Sigma^*}} = \frac{K_i K_a c_m}{2K_b} \frac{T_m}{T_\Sigma^*} = \frac{K_i c_m}{2K_b R_a} \frac{\frac{J R_a}{c_e c_m}}{T_\Sigma^*} = \frac{K_i}{2K_b c_m} \frac{J}{T_\Sigma^*}$$

$$K_{R\Omega} = \frac{0,5}{2 \cdot 1 \cdot 2,147} \frac{0,151}{21 \cdot 10^{-3}} = 0,8373$$

Vrijede sljedeći izrazi (u ovoj fazi izvoda se ne koristi prefiltar $G_{pf\Omega}(s)$):

$$\Omega(s) = [M_m(s) - M_t(s)] \frac{1}{Js}$$

$$U_\Omega(s) = \frac{K_b}{1 + T_{fb}s} \Omega(s)$$

$$M_m(s) = [U_{\Omega ref}(s) - U_\Omega(s)] K_{R\Omega} \frac{1 + T_{IR\Omega}s}{T_{IR\Omega}s} \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s} c_m$$

Kada se drugi izraz ubaci u treći izraz, a potom to sve u prvi izraz, dobije se:

$$\Omega(s) = \left\{ \left[U_{\Omega ref}(s) - \frac{K_b}{1 + T_{fb}s} \Omega(s) \right] K_{R\Omega} \frac{1 + T_{IR\Omega}s}{T_{IR\Omega}s} \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s} c_m - M_t(s) \right\} \frac{1}{Js}$$

Uzima se $M_t(s) = 0$:

$$\Omega(s) = \left\{ \left[U_{\Omega ref}(s) - \frac{K_b}{1 + T_{fb}s} \Omega(s) \right] K_{R\Omega} \frac{1 + T_{IR\Omega}s}{T_{IR\Omega}s} \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s} c_m \right\} \frac{1}{Js}$$

$$\Omega(s) = U_{\Omega ref}(s) K_{R\Omega} \frac{1 + T_{IR\Omega}s}{T_{IR\Omega}s} \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s} c_m \frac{1}{Js} - \frac{K_b}{1 + T_{fb}s} \Omega(s) K_{R\Omega} \frac{1 + T_{IR\Omega}s}{T_{IR\Omega}s} \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s} c_m \frac{1}{Js}$$

$$\Omega(s) \left[1 + \frac{K_{R\Omega} K_b c_m (1 + T_{IR\Omega} s)}{K_i T_{IR\Omega} s (1 + T_{fb} s) (1 + 2T_\Sigma s) J_s} \right] = U_{\Omega ref}(s) \frac{K_{R\Omega} c_m (1 + T_{IR\Omega} s)}{K_i T_{IR\Omega} s (1 + 2T_\Sigma s) J_s}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} = \frac{\frac{K_{R\Omega} c_m (1 + T_{IR\Omega} s)}{K_i T_{IR\Omega} s (1 + 2T_\Sigma s) J_s}}{1 + \frac{K_{R\Omega} K_b c_m (1 + T_{IR\Omega} s)}{K_i T_{IR\Omega} s (1 + T_{fb} s) (1 + 2T_\Sigma s) J_s}}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} = \frac{K_{R\Omega} c_m (1 + T_{IR\Omega} s) (1 + T_{fb} s)}{K_i T_{IR\Omega} s (1 + T_{fb} s) (1 + 2T_\Sigma s) J_s + K_{R\Omega} K_b c_m (1 + T_{IR\Omega} s)}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} = \frac{K_{R\Omega} c_m (1 + T_{IR\Omega} s) (1 + T_{fb} s)}{K_i T_{IR\Omega} s (1 + T_\Sigma^* s) J_s + K_{R\Omega} K_b c_m (1 + T_{IR\Omega} s)}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} = (1 + T_{fb} s) \frac{K_{R\Omega} c_m + K_{R\Omega} c_m T_{IR\Omega} s}{K_i T_{IR\Omega} J s^2 + K_i T_{IR\Omega} J T_\Sigma^* s^3 + K_{R\Omega} K_b c_m + K_{R\Omega} K_b c_m T_{IR\Omega} s}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} = (1 + T_{fb} s) \frac{K_{R\Omega} c_m (1 + T_{IR\Omega} s)}{K_{R\Omega} K_b c_m \left(1 + T_{IR\Omega} s + \frac{K_i T_{IR\Omega} J}{K_{R\Omega} K_b c_m} s^2 + \frac{K_i T_{IR\Omega} J T_\Sigma^*}{K_{R\Omega} K_b c_m} s^3 \right)}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} = \frac{1 + T_{fb} s}{K_b} \frac{1 + T_{IR\Omega} s}{1 + T_{IR\Omega} s + \frac{K_i T_{IR\Omega} J}{K_{R\Omega} K_b c_m} s^2 + \frac{K_i T_{IR\Omega} J T_\Sigma^*}{K_{R\Omega} K_b c_m} s^3}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} = \frac{1 + T_{fb} s}{K_b} \frac{1 + 4T_\Sigma^* s}{1 + 4T_\Sigma^* s + \frac{4T_\Sigma^* K_i T_m c_m^2 K_a}{\frac{K_i K_a c_m}{2K_b} \frac{T_m}{T_\Sigma^*} K_b c_m} s^2 + \frac{4T_\Sigma^{*2} K_i T_m c_m^2 K_a}{\frac{K_i K_a c_m}{2K_b} \frac{T_m}{T_\Sigma^*} K_b c_m} s^3}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} = \frac{1 + T_{fb} s}{K_b} \frac{1 + 4T_\Sigma^* s}{1 + 4T_\Sigma^* s + 8T_\Sigma^{*2} s^2 + 8T_\Sigma^{*3} s^3}$$

U prijenosnoj funkciji $\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)}$ pojavljuju se dvije nule koje kvare vladanje sustava. Jedna nula javlja se zbog utjecaja mjernog člana brzine vrtanje, dok se druga nula javlja se zbog utjecaja PI regulatora. Iz tog razloga koristi se prefiltar:

$$G_{pf\Omega}(s) = \frac{1}{(1 + T_{fb} s)(1 + 4T_\Sigma^* s)}$$

UPRAVLJANJE ELEKTROMOTORnim POGONIMA

Ponovljeni prvi međuispit - 03.02.2010.

1. (8 bodova) Istosmjerni motor s nezavisnom i konstantnom uzbudom ima sljedeće nazivne podatke:

nazivna snaga	$P_n = 33 \text{ kW}$
nazivni napon armature	$U_{an} = 440 \text{ V}$
nazivna struja armature	$I_{an} = 83 \text{ A}$
nazivna brzina vrtnje	$n_n = 1040 \text{ min}^{-1}$
otpor armature	$R_a = 0,24 \Omega$

Motor radi na pogonu za dizanje i spuštanje tereta preko reduktora. Motor se napaja iz 4-kvadrantnog čopera čiji je ulaz spojen na 440 V, a modulacija je bipolarna. Moment trenja reduktora je 15 Nm. Moment tereta je potencijalnog karaktera i iznosi 150 Nm. Pretpostavite da je moment trenja i ventilacije motora konstantan.

- a) Odredite brzinu spuštanja tereta, ako motor radi u režimu generatorskog kočenja. Ucrtajte radnu točku s momentnim karakteristikama motora i tereta.
- b) U kojem režimu će raditi motor ako se pri dizanju tereta u armaturni krug dodatno uključi otpor od 3Ω ? Kolika je u tom slučaju brzina motora? Kolika je korisnost motora? Ucrtajte radnu točku s momentnim karakteristikama motora i tereta.
- c) Za koliko treba smanjiti napon motora u odnosu na nazivni napon, da bi motor bez uključenog dodatnog otpora dizao teret brzinom $n = 710 \text{ min}^{-1}$? Koliki je faktor vođenja D u tom slučaju? Kolika je korisnost motora? Nacrtajte valni oblik napona motora za navedeni slučaj za dvije periode rada tranzistorskog čopera.

Rješenje:

a) $\omega = 115,88 \text{ rad/s} \Rightarrow n = 1107 \text{ o/min}$

b) motorski režim rada

$$\omega = 74,32 \text{ rad/s} \Rightarrow n = 710 \text{ o/min}$$

$$\eta = 0,591 \Rightarrow \eta = 59,1\%$$

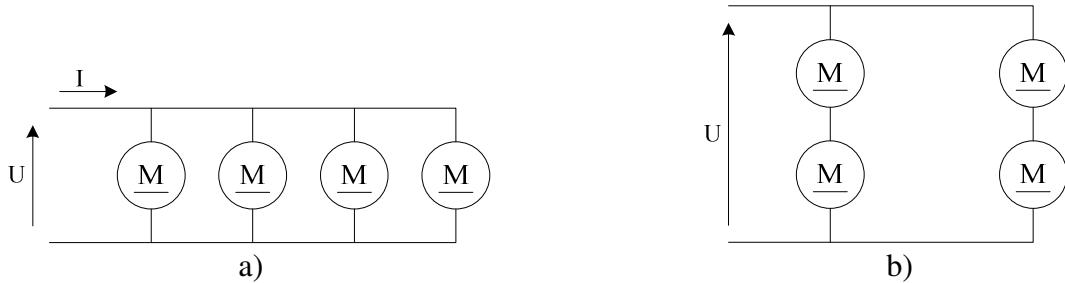
c) $U_a = 298,2 \text{ V}$

$$D = 0,8388$$

$$\eta = 0,8707 \Rightarrow \eta = 87,07\%$$

2. (8 bodova) Industrijsko vozilo s četiri paralelno spojena istosmjerna nezavisno uzbuđena motora (slika 1a), pri vožnji na ravnoj podlozi brzinom od 45 km/h, uzima struju od $I = 100 \text{ A}$ iz mreže napona $U = 550 \text{ V}$. Otpor namota armature za svaki motor iznosi $R_a = 0,3 \Omega$.

Pri vožnji na usponu, kad je moment tereta povećan četiri puta, motori su spojeni po dva u seriju, a obje takve grupe paralelno, (slika 1b). Kolika će biti brzina vozila na usponu uz pretpostavku da je napon mreže konstantan?



Slika 1. Sheme spoja istosmjernih nezavisno uzbudjenih motora prilikom vožnje elektrolokotive na ravnoj podlozi (a) i na usponu (b)

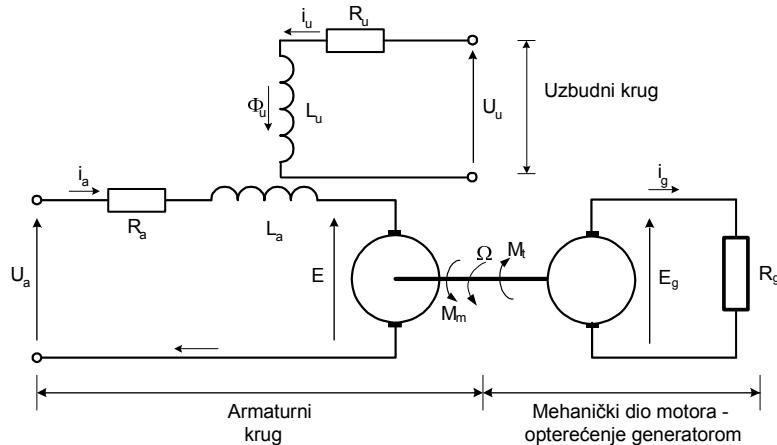
Rješenje:

$$v_{\text{uspon}} = 20.25 \text{ km/h}$$

3. (9 bodova) Nadomjesna shema istosmjernog motora s nezavisnom i konstantnom uzbudom namijenjenog za ispitivanje generatora prikazana je na slici 2. Istosmjerni se motor napaja iz tiristorskog usmjerivača, a njegova brzina vrtnje regulira se kaskadnim sustavom upravljanja koji sadrži regulacijski krug momenta motora (podređeni krug) i regulacijski krug brzine vrtnje motora (nadređeni krug). Moment motora mjeri se posredno pomoću mjernog člana struje armature, a brzina vrtnje pomoću tahogeneratora. Istosmjerni motor opterećen je generatorom pa je moment tereta motora:

$$M_t = K_T \Omega,$$

gdje je K_T koeficijent proporcionalnosti između momenta tereta i brzine vrtnje.



Slika 2. Nadomjesna shema istosmjernog motora s nezavisnom i konstantnom uzbudom namijenjenog za ispitivanje generatora.

Potrebno je:

- Projektirati kaskadni sustav upravljanja brzinom vrtnje istosmjernog motora. Projektirani kaskadni sustav upravljanja prikazati blokovskom shemom. Svakom bloku na shemi pridružiti pripadnu prijenosnu funkciju i označiti njegovu funkciju u regulacijskom krugu.
- Odrediti iznos koeficijenta proporcionalnosti između momenta tereta i brzine vrtnje u slučaju da pogonski motor pogoni generator uz nazivnu brzinu vrtnje, a generator je opterećen nazivnom snagom.
- Parametrirati PI regulator momenta motora te PI regulator brzine vrtnje prema postupku tehničkog optimuma uz uvjete opterećenja motora dane pod b).

Napomena: Koristite struktorno pojednostavljenje prijenosne funkcije zatvorenog kruga regulacije momenta motora.

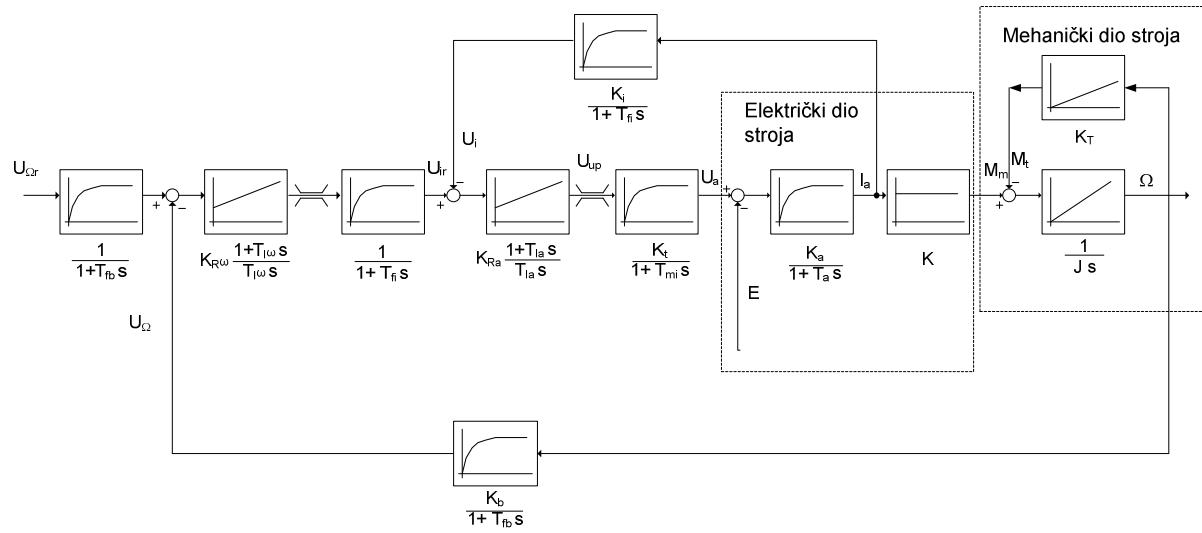
Parametri istosmjernog motora, uključujući i parametre mjernih članova struje armature, brzine vrtnje, tiristorskog usmjerivača te generatora, dani su u tablici 1.

$P_n = 13,5 \text{ kW}$	nazivna vrijednost snage motora
$U_{an} = 420 \text{ V}$	nazivna vrijednost napona armature motora
$I_{an} = 40,6 \text{ A}$	nazivna vrijednost struje armature motora
$U_{un} = 242 \text{ V}$	nazivna vrijednost napona uzbude
$I_{un} = 2,3 \text{ A}$	nazivna vrijednost struje uzbude
$n_n = 1480 \text{ o/min} \Rightarrow \Omega_n = 154,98 \text{ rad/s}$	nazivna vrijednost brzine vrtnje motora
$P_g = 11 \text{ kW}$	nazivna vrijednost snage generatora
$U_g = 220 \text{ V}$	nazivna vrijednost napona generatora
$I_g = 45 \text{ A}$	nazivna vrijednost struje generatora
$R_a = 0,2 \Omega$	otpor armature motora
$L_a = 4 \text{ mH}$	induktivitet armature motora
$K = c_e = c_m = 2,66 \text{ Vs/rad}$	konstrukcijska konstanta motora
$J = 0,478 \text{ kgm}^2$	ukupni moment inercije rotirajućih masa motora i generatora
$K_t = 44$	pojačanje tiristorskog usmjerivača
$T_{mi} = 1,67 \text{ ms}$	nadomjesna vremenska konstanta tiristorskog usmjerivača
$K_i = 0,1 \text{ V/A}$	pojačanje mjernog člana struje armature
$T_{fi} = 2 \text{ ms}$	vremenska konstanta mjernog člana struje armature
$K_b = 0,031 \text{ Vs}$	pojačanje mjernog člana brzine vrtnje
$T_{fb} = 15 \text{ ms}$	vremenska konstanta mjernog člana brzine vrtnje

Tab. 1. Parametri elektromotornog pogona s istosmjernim motorom s nezavisnom i konstantnom uzbudom namijenjenog za ispitivanje generatora.

Rješenje:

a)



b)

$$K_T = 0,46 \text{ Nms / rad}$$

c)

$$T_{la} = 20 \text{ ms} \quad K_{Ra} = 0,12$$

$$T_{I\omega} = 1,04 \text{ s} \quad K_{R\omega} = 12,98$$

UPRAVLJANJE ELEKTROMOTORnim POGONIMA
Ponovljeni 1. međuispit 2009.

1. Zadani podaci su:

$$P_n = 33 \text{ kW}$$

$$U_{an} = 440 \text{ V}$$

$$I_{an} = 83 \text{ A}$$

$$n_n = 1040 \text{ r/min}$$

$$R_a = 0,24 \Omega$$

$$M_{tr,red} = 15 \text{ Nm}$$

$$M_t = 150 \text{ Nm}$$

$$M_{tr,v} = \text{konst.}$$

- četverokvadrantni čoper; bipolarna modulacija

Konstante motora su:

$$c_e = \frac{U_{an} - I_{an}R_a}{n_n} = \frac{440 - 83 \cdot 0,24}{1040} = 0,4039 \text{ Vmin/r}$$

$$c_m = \frac{30c_e}{\pi} = 3,8572 \text{ Nm/A}$$

Nazivni moment motora je:

$$M_n = \frac{30P_n}{n_n\pi} = \frac{30 \cdot 33000}{1040 \cdot \pi} = 303,0065 \text{ Nm}$$

Nazivni elektromagnetski moment motora je:

$$M_{emn} = I_{an}c_m = 83 \cdot 3,8572 = 320,1460 \text{ Nm}$$

Moment trenja i ventilacije je:

$$M_{tr,v} = M_{emn} - M_n = 320,1460 - 303,0065 = 17,1395 \text{ Nm}$$

(a) Radi se o drugom kvadrantu. Izraz za momente je jednak:

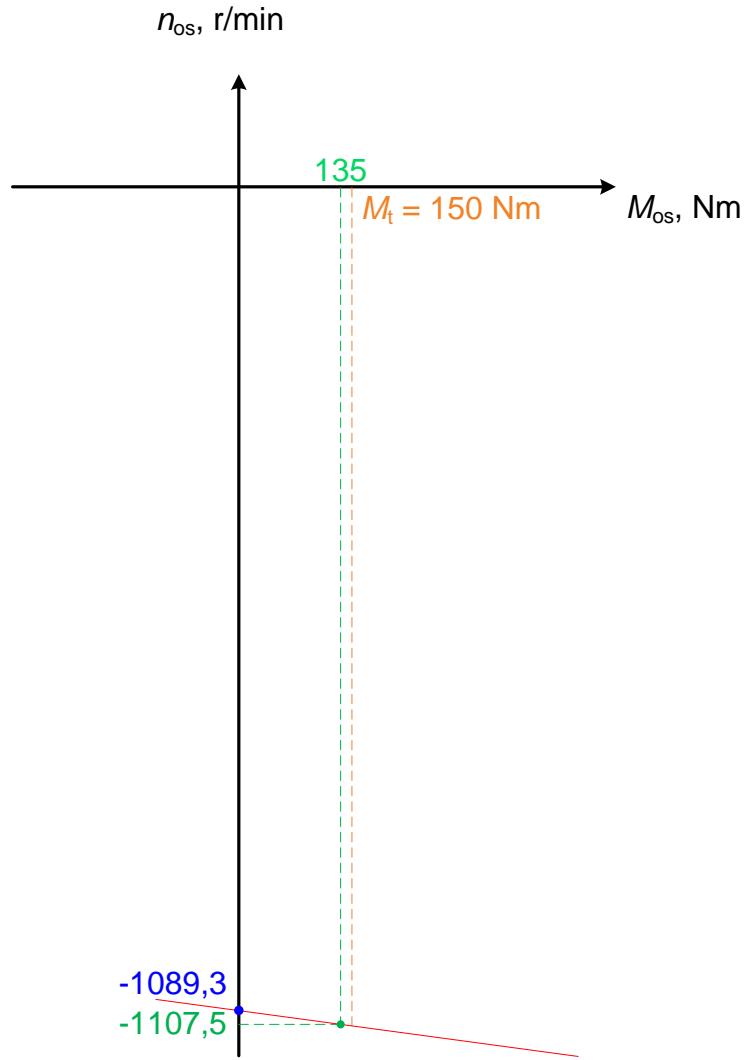
$$M_{em} = M_t - M_{tr,v} - M_{tr,red} = 150 - 17,1395 - 15 = 117,8605 \text{ Nm}$$

Struja armature tada iznosi:

$$I_a = \frac{M_{em}}{c_m} = \frac{117,8605}{3,8572} = 30,5561 \text{ A}$$

Brzina motora iznosi:

$$\textcolor{red}{n} = \frac{U_a - I_a R_a}{c_e} = \frac{-440 - 30,5561 \cdot 0,24}{0,4039} = \textcolor{red}{-1107,5 \text{ r/min}}$$



$$n_0 = \frac{U_{an}}{c_e} = 1089,3 \text{ r/min}$$

$$M_{os} = M_t - M_{red} = 135 \text{ Nm}$$

(b) Radi se o dizanju tereta pa je jednadžba za momente jednaka:

$$M_{em} = M_t + M_{tr,v} + M_{tr,red} = 150 + 17,1395 + 15 = 182,1395 \text{ Nm}$$

Struja armature tada iznosi:

$$I_a = \frac{M_{em}}{c_m} = \frac{182,1395}{3,8572} = 47,2209 \text{ A}$$

Vrijedi:

$$I_a(R_a + R_p) = 47,2209 \cdot (0,24 + 3) = 152,9957 \text{ V} < U_{an} = 440 \text{ V}$$

Radi se o **motorskom načinu rada**.

Brzina vrtnje je jednaka:

$$n = \frac{U_a - I_a R_a}{c_e} = \frac{440 - 47,2209 \cdot 3,24}{0,4039} = 710,542 \text{ r/min}$$

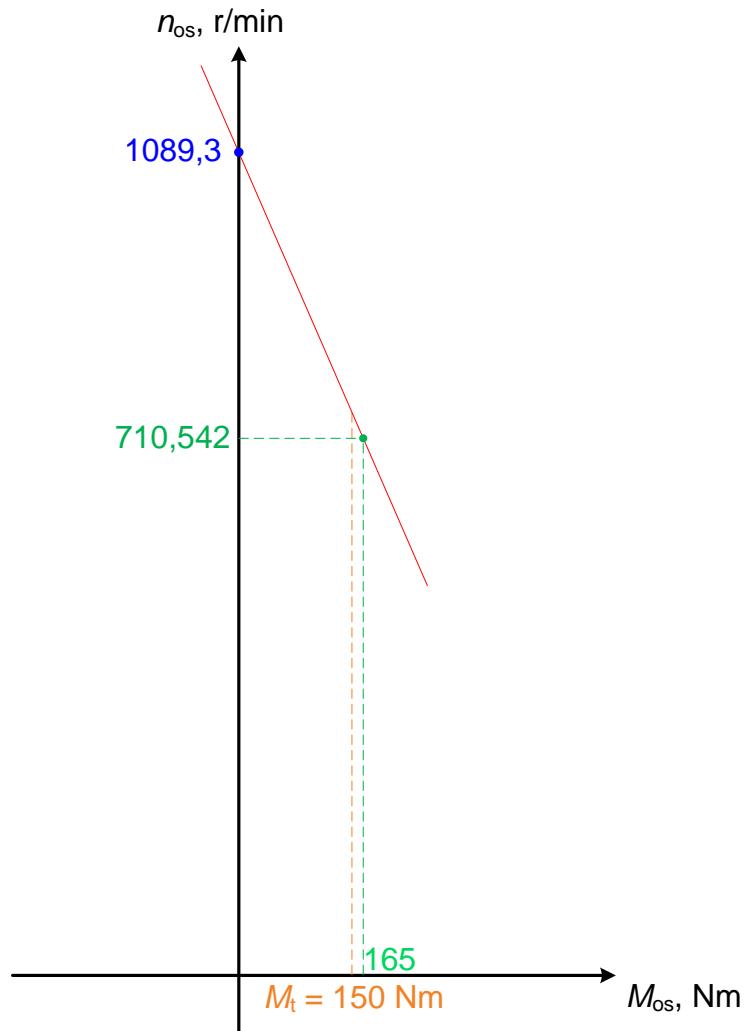
Za korisnost je potrebno naći snagu uzetu iz mreže i snagu na osovini:

$$P_m = U_{an} I_a = 440 \cdot 47,2209 = 20777 \text{ W}$$

$$M_{os} = M_t + M_{red} = 150 + 15 = 165 \text{ Nm}$$

$$P_{os} = M_{os} \frac{n\pi}{30} = 165 \cdot \frac{710,542 \cdot \pi}{30} = 12277 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_{os}}{P_m} \cdot 100\% = \frac{12277}{20777} \cdot 100\% = 59,09\%$$



(c)

$$U_a = nc_e + I_a R_a = 710 \cdot 0,4039 + 47,2209 \cdot 0,24 = 298,1184 \text{ V}$$

Radi se o bipolarnoj modulaciji pa je:

$$U_a = (2D - 1)U_{DC} \rightarrow D = \frac{1}{2} \left(\frac{U_a}{U_{DC}} + 1 \right)$$

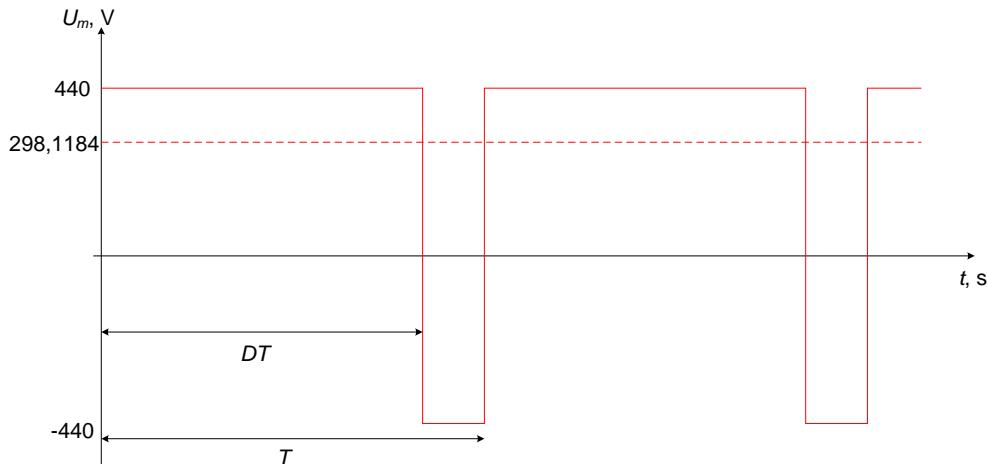
$$D = \frac{1}{2} \left(\frac{298,1184}{440} + 1 \right) = 0,8388$$

Za korisnost je potrebno naći snagu uzetu iz mreže i snagu na osovini:

$$P_m = U_a I_a = 298,1184 \cdot 47,2209 = 14077 \text{ W}$$

$$P_{os} = 12277 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_{os}}{P_m} \cdot 100\% = \frac{12277}{14077} \cdot 100\% = 87,21\%$$



2. Zadani podaci su:

$$U = 550 \text{ V}$$

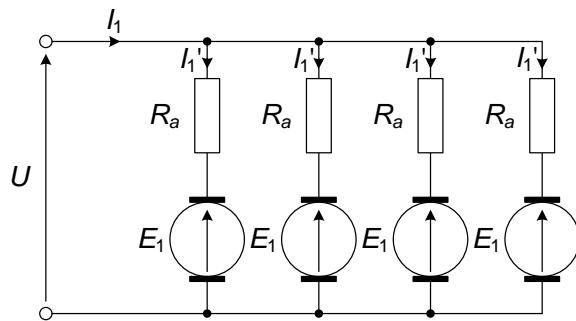
$$I_1 = 100 \text{ A}$$

$$R_a = 0,3 \Omega$$

$$v_1 = 45 \text{ km/h}$$

$$M_2 = 4M_1$$

Shema za prvi slučaj je:

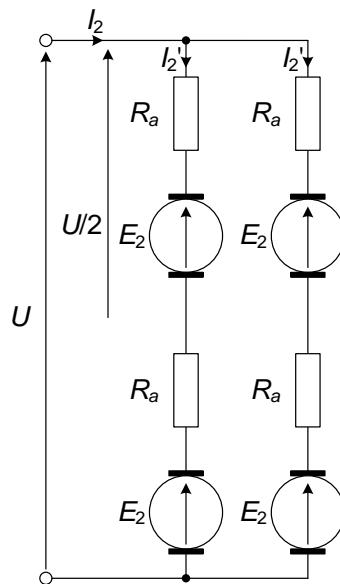


$$U - I_1' R_a = E_1$$

$$4I_1' = I_1 \rightarrow I_1' = \frac{1}{4}I_1 = 25 \text{ A}$$

$$E_1 = 550 - 25 \cdot 0,3 = 542,5 \text{ V}$$

Za drugi slučaj shema je:



$$\frac{U}{2} - I_2' R_a = E_2$$

$$2I_2' = I_2 \rightarrow I_2' = \frac{1}{2}I_2$$

$$M_1 = 4M_1' = 4I_1'c_m = 100c_m$$

$$M_2 = 2M_2'' = 2 \cdot 2M_2' = 2 \cdot 2I_2'c_m = 4I_2'c_m$$

$$M_2 = 4M_1 \rightarrow 4I_2'c_m = 400c_m \rightarrow I_2' = 100 \text{ A}$$

$$E_2 = \frac{550}{2} - 100 \cdot 0,3 = 245 \text{ V}$$

Vrijedi:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{c_e n_2}{c_e n_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_2}{v_1} \rightarrow v_2 = v_1 \frac{E_2}{E_1}$$

$$v_2 = 45 \cdot \frac{245}{542,5} = 20,3226 \text{ km/h}$$

3. Zadani podaci su:

$$P_n = 13,5 \text{ kW}$$

$$U_{an} = 420 \text{ V}$$

$$I_{an} = 40,6 \text{ A}$$

$$U_{un} = 242 \text{ V}$$

$$I_{un} = 2,3 \text{ A}$$

$$n_n = 1480 \text{ r/min}$$

$$P_g = 11 \text{ kW}$$

$$U_g = 220 \text{ V}$$

$$I_g = 45 \text{ A}$$

$$R_a = 0,2 \Omega$$

$$L_a = 4 \text{ mH}$$

$$K = c_e = c_m = 2,66 \text{ Vs/rad}$$

$$J = 0,478 \text{ kgm}^2$$

$$K_t = 44$$

$$T_{mi} = 1,67 \text{ ms}$$

$$K_i = 0,1 \text{ V/A}$$

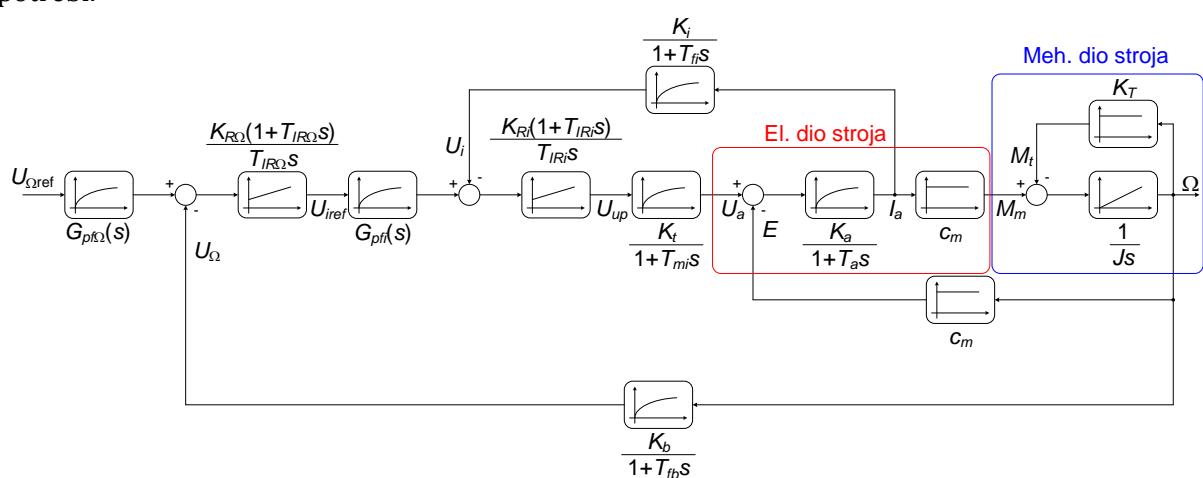
$$T_{fi} = 2 \text{ ms}$$

$$K_b = 0,031 \text{ Vs}$$

$$T_{fb} = 15 \text{ ms}$$

$$M_t = K_T \omega$$

(a) Strukturni blokovski prikaz regulacijskog sustava kaskadne regulacije brzine vrtnje istosmjernog motora s nezavisnom i konstantnom uzbudom dan je na slici ispod. Pri tome su $G_{pf\Omega}(s)$ i $G_{pf\Omega}(s)$ prefiltri za struju armature, odnosno brzinu vrtnje motora, koji se dodaju po potrebi.



(b)

$$P_g = M_t \omega_n = K_T \omega_n^2 \rightarrow K_T = \frac{P_g}{\omega_n^2}$$

$$K_T = \frac{11000}{154,98^2} = 0,4579 \text{ Nms/rad}$$

Sinteza regulatora struje armature

Vrijede sljedeći izrazi (u ovoj fazi izvoda se ne koristi prefilter $G_{pfi}(s)$):

$$I_a(s) = [U_a(s) - E(s)] \frac{K_a}{1 + T_a s}$$

$$U_i(s) = \frac{K_i}{1 + T_{fi} s} I_a(s)$$

$$U_a(s) = [U_{iref}(s) - U_i(s)] K_{Ri} \frac{1 + T_{IRi}s}{T_{IRi}s} \frac{K_t}{1 + T_{mi}s}$$

Kada se drugi izraz ubaci u treći izraz, a potom to sve u prvi izraz, dobije se:

$$I_a(s) = \left\{ \left[U_{iref}(s) - \frac{K_i}{1 + T_{fi}s} I_a(s) \right] K_{Ri} \frac{1 + T_{IRi}s}{T_{IRi}s} \frac{K_t}{1 + T_{mi}s} - E(s) \right\} \frac{K_a}{1 + T_a s}$$

Traži se prijenosna funkcija $\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)}$ pa će se uzeti $E = 0$:

$$I_a(s) = \left\{ \left[U_{iref}(s) - \frac{K_i}{1 + T_{fi}s} I_a(s) \right] K_{Ri} \frac{1 + T_{IRi}s}{T_{IRi}s} \frac{K_t}{1 + T_{mi}s} \right\} \frac{K_a}{1 + T_a s}$$

$$I_a(s) = U_{iref}(s) K_{Ri} \frac{1 + T_{IRi}s}{T_{IRi}s} \frac{K_t}{1 + T_{mi}s} \frac{K_a}{1 + T_a s} - \frac{K_i}{1 + T_{fi}s} I_a(s) K_{Ri} \frac{1 + T_{IRi}s}{T_{IRi}s} \frac{K_t}{1 + T_{mi}s} \frac{K_a}{1 + T_a s}$$

$$I_a(s) \left[1 + \frac{K_{Ri} K_i K_t K_a}{T_{IRi}s} \frac{1 + T_{IRi}s}{(1 + T_{fi}s)(1 + T_{mi}s)(1 + T_a s)} \right] = U_{iref}(s) \frac{K_{Ri} K_t K_a}{T_{IRi}s} \frac{1 + T_{IRi}s}{(1 + T_{mi}s)(1 + T_a s)}$$

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = \frac{\frac{K_{Ri} K_t K_a}{T_{IRi}s} \frac{1 + T_{IRi}s}{(1 + T_{mi}s)(1 + T_a s)}}{1 + \frac{K_{Ri} K_i K_t K_a}{T_{IRi}s} \frac{1 + T_{IRi}s}{(1 + T_{fi}s)(1 + T_{mi}s)(1 + T_a s)}}$$

Vrijedi $T_a = \frac{L_a}{R_a} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{0,2} = 20$ ms, $T_{mi} = 1,67$ ms i $T_{fi} = 2$ ms. Iz toga slijedi da je T_a dominantna vremenska konstanta. **Regulacijski krug struje armature** pogodan je za projektiranje regulatora po **tehničkom optimumu**. Kompenzira se dominantna vremenska konstanta pa je:

$$T_{IRi} = T_a = 5,852 \text{ ms}$$

Vrijedi $T_\Sigma = T_{mi} + T_{fi} = 3,67$ ms. Strukturnim pojednostavljenjem, uz uvrštavanje $T_{IRi} = T_a$, se dobije:

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = \frac{\frac{K_{Ri} K_t K_a}{T_a s (1 + T_{mi}s)}}{1 + \frac{K_{Ri} K_i K_t K_a}{T_a s (1 + T_{fi}s) (1 + T_{mi}s)}} = \frac{\frac{K_{Ri} K_t K_a}{T_a s (1 + T_{mi}s)}}{\frac{T_a s (1 + T_{fi}s) (1 + T_{mi}s) + K_{Ri} K_i K_t K_a}{T_a s (1 + T_{fi}s) (1 + T_{mi}s)}}$$

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = \frac{K_{Ri}K_tK_a(1+T_{fi}s)}{T_a s(1+T_{fi}s)(1+T_{mi}s) + K_{Ri}K_iK_tK_a} = \frac{K_{Ri}K_tK_a(1+T_{fi}s)}{T_a s(1+T_\Sigma s) + K_{Ri}K_iK_tK_a}$$

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = (1+T_{fi}s) \frac{K_{Ri}K_tK_a}{T_a T_\Sigma s^2 + T_a s + K_{Ri}K_iK_tK_a}$$

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = (1+T_{fi}s) \frac{1}{K_{Ri}K_iK_tK_a} \frac{K_{Ri}K_tK_a}{\frac{T_a T_\Sigma}{K_{Ri}K_iK_tK_a} s^2 + \frac{T_a}{K_{Ri}K_iK_tK_a} s + 1}$$

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = \frac{1+T_{fi}s}{K_i} \frac{1}{\frac{T_a T_\Sigma}{K_{Ri}K_iK_tK_a} s^2 + \frac{T_a}{K_{Ri}K_iK_tK_a} s + 1}$$

Promatramo dio $\frac{1}{\frac{T_a T_\Sigma}{K_{Ri}K_iK_tK_a} s^2 + \frac{T_a}{K_{Ri}K_iK_tK_a} s + 1}$ koji je oblika $\frac{1}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + \frac{s^2}{\omega_n^2}}$, pa slijedi:

$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{T_a T_\Sigma}{K_{Ri}K_iK_tK_a}$$

$$\frac{2\zeta}{\omega_n} = \frac{T_a}{K_{Ri}K_iK_tK_a}$$

Izbor $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ predstavlja tehnički najprihvatljiviji izbor za većinu primjena:

$$\frac{2\zeta}{\omega_n} = \frac{T_a}{K_{Ri}K_iK_tK_a} \rightarrow \frac{1}{\omega_n} = \frac{1}{2\zeta} \frac{T_a}{K_{Ri}K_iK_tK_a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{T_a}{K_{Ri}K_iK_tK_a}$$

Kada se gornji izraz kvadrira, slijedi:

$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{1}{2} \frac{T_a^2}{(K_{Ri}K_iK_tK_a)^2}$$

Izjednačavanjem izraza $\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{T_a T_\Sigma}{K_{Ri}K_iK_tK_a}$ i $\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{1}{2} \frac{T_a^2}{(K_{Ri}K_iK_tK_a)^2}$ slijedi:

$$\frac{T_a T_\Sigma}{K_{Ri}K_iK_tK_a} = \frac{1}{2} \frac{T_a^2}{(K_{Ri}K_iK_tK_a)^2}$$

$$T_\Sigma = \frac{1}{2} \frac{T_a}{K_{Ri}K_iK_tK_a} \rightarrow K_{Ri} = \frac{T_a}{2T_\Sigma K_iK_tK_a} = \frac{\frac{T_a}{R_a}}{2(T_{mi} + T_{fi})K_iK_t \frac{1}{R_a}} = \frac{L_a}{2(T_{mi} + T_{fi})K_iK_t}$$

$$K_{Ri} = \frac{4}{2 \cdot 3,67 \cdot 0,1 \cdot 44} = 0,124$$

Prijenosna funkcija $\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)}$ sada postaje (uvrštanjem $K_{Ri} = \frac{T_a}{2T_\Sigma K_i K_t K_a}$):

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = \frac{1 + T_{fi}s}{K_i} \frac{1}{\frac{T_a T_\Sigma}{2T_\Sigma K_i K_t K_a} s^2 + \frac{T_a}{2T_\Sigma K_i K_t K_a} s + 1}$$

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = \frac{1 + T_{fi}s}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s + 2T_\Sigma^2 s^2}$$

S obzirom na to da se u prijenosnoj funkciji $\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)}$ pojavljuje nula zbog mjernog člana struje armature, koristi se prefiltar:

$$G_{pfi}(s) = \frac{1}{1 + T_{fi}s}$$

pa se dobije:

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} = \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s + 2T_\Sigma^2 s^2}$$

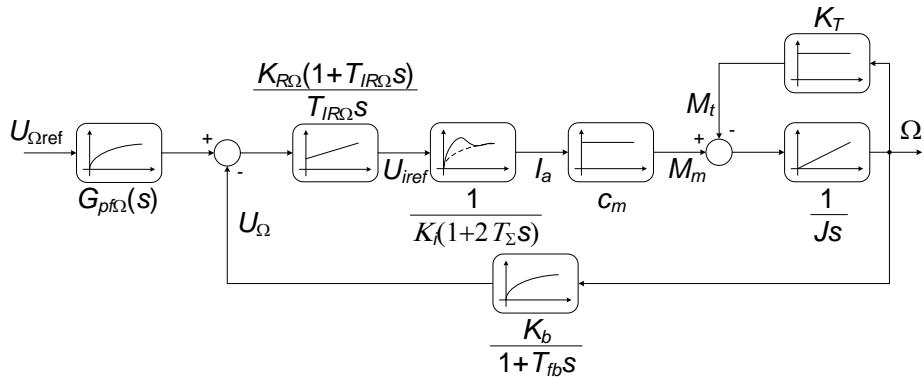
S obzirom na to da je regulacijski krug struje armature podređen regulacijskom krugu brzine vrtnje, vrlo je praktično, sa stajališta sinteze regulatora brzine vrtnje, strukturno pojednostaviti prijenosnu funkciju, tj. nadomjestiti je prijenosnom funkcijom:

$$\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)} \approx \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + T_s s}$$

gdje je $T_s = 2T_\Sigma = 7,34$ ms nadomjesna vremenska konstanta.

Sinteza regulatora brzine vrtnje

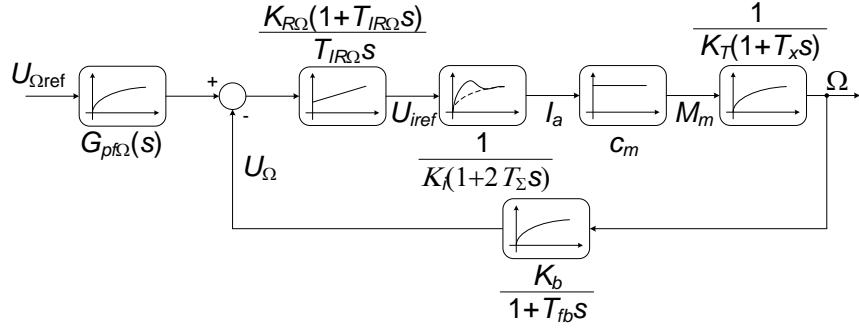
Uz prethodno uzeta pojednostavljena, strukturalna shema postaje:



Prijenosna funkcija $\frac{\Omega(s)}{M_m(s)}$ glasi:

$$\frac{\Omega(s)}{M_m(s)} = \frac{1}{Js + K_T}$$

Shema se mijenja u:



pri čemu je $T_x = \frac{J}{K_T}$. U zadatku se traži i da se sinteza **regulatora brzine vrtnje** obavi prema **tehničkom optimumu**. Vrijede sljedeći izrazi (u ovoj fazi izvoda se ne koristi prefiltrator $G_{pf\Omega}(s)$):

$$\Omega(s) = \frac{1}{K_T(1 + T_x s)} M_m(s)$$

$$U_\Omega(s) = \frac{K_b}{1 + T_{fb}s} \Omega(s)$$

$$M_m(s) = [U_{\Omega ref}(s) - U_\Omega(s)] K_{R\Omega} \frac{1 + T_{IR\Omega}s}{T_{IR\Omega}s} \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s} c_m$$

Kada se drugi izraz ubaci u treći izraz, a potom to sve u prvi izraz, dobije se:

$$\begin{aligned} \Omega(s) &= \frac{1}{K_T(1 + T_x s)} \left[U_{\Omega ref}(s) - \frac{K_b}{1 + T_{fb}s} \Omega(s) \right] K_{R\Omega} \frac{1 + T_{IR\Omega}s}{T_{IR\Omega}s} \frac{1}{K_i} \frac{1}{1 + 2T_\Sigma s} c_m \\ \Omega(s) \left[1 + \frac{K_{R\Omega} K_b c_m (1 + T_{IR\Omega}s)}{K_T K_i T_{IR\Omega}s (1 + T_x s) (1 + 2T_\Sigma s) (1 + T_{fb}s)} \right] &= U_{\Omega ref}(s) \frac{K_{R\Omega} c_m (1 + T_{IR\Omega}s)}{K_T K_i T_{IR\Omega}s (1 + T_x s) (1 + 2T_\Sigma s)} \\ \frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} &= \frac{\frac{K_{R\Omega} c_m (1 + T_{IR\Omega}s)}{K_T K_i T_{IR\Omega}s (1 + T_x s) (1 + 2T_\Sigma s)}}{1 + \frac{K_{R\Omega} K_b c_m (1 + T_{IR\Omega}s)}{K_T K_i T_{IR\Omega}s (1 + T_x s) (1 + 2T_\Sigma s) (1 + T_{fb}s)}} \end{aligned}$$

Vrijedi: $T_s = 2T_\Sigma = 0,00734$ ms, $T_{fb} = 0,015$ ms i $T_x = \frac{J}{K_T} = \frac{0,478}{0,4579} = 1,0438$ ms. Kompenzira se dominantna vremenska konstanta pa je:

$$T_{IR\Omega} = T_x = 1,0438 \text{ ms}$$

Strukturnim pojednostavljenjem, uz uvrštavanje $T_{IR\Omega} = T_x$ i $T_\Sigma^* = T_s + T_{fb}$, se dobije:

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} = \frac{\frac{K_{R\Omega} c_m}{K_T K_i T_{IR\Omega} s (1 + 2T_\Sigma^*)}}{1 + \frac{K_{R\Omega} K_b c_m}{K_T K_i T_{IR\Omega} s (1 + 2T_\Sigma^*) (1 + T_{fb}s)}}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} = \frac{\frac{K_{R\Omega}c_m}{K_T K_i T_{IR\Omega} s (1 + 2T_\Sigma s)}}{\frac{K_T K_i T_{IR\Omega} s (1 + 2T_\Sigma s) (1 + T_{fb} s) + K_{R\Omega} K_b c_m}{K_T K_i T_{IR\Omega} s (1 + 2T_\Sigma s) (1 + T_{fb} s)}}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} = \frac{K_{R\Omega}c_m (1 + T_{fb} s)}{K_T K_i T_{IR\Omega} s (1 + 2T_\Sigma s) (1 + T_{fb} s) + K_{R\Omega} K_b c_m} = \frac{K_{R\Omega}c_m (1 + T_{fb} s)}{K_T K_i T_{IR\Omega} s (1 + T_\Sigma^* s) + K_{R\Omega} K_b c_m}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} = (1 + T_{fb} s) \frac{1}{K_{R\Omega} K_b c_m} \frac{K_{R\Omega} c_m}{\frac{K_T K_i T_{IR\Omega} T_\Sigma^*}{K_{R\Omega} K_b c_m} s^2 + \frac{K_T K_i T_{IR\Omega}}{K_{R\Omega} K_b c_m} s + 1}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} = (1 + T_{fb} s) \frac{1}{K_b} \frac{1}{\frac{K_T K_i T_{IR\Omega} T_\Sigma^*}{K_{R\Omega} K_b c_m} s^2 + \frac{K_T K_i T_{IR\Omega}}{K_{R\Omega} K_b c_m} s + 1}$$

Promatramo dio $\frac{1}{\frac{K_T K_i T_{IR\Omega} T_\Sigma^*}{K_{R\Omega} K_b c_m} s^2 + \frac{K_T K_i T_{IR\Omega}}{K_{R\Omega} K_b c_m} s + 1}$ koji je oblika $\frac{1}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} s + \frac{s^2}{\omega_n^2}}$, pa slijedi:

$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{K_T K_i T_{IR\Omega} T_\Sigma^*}{K_{R\Omega} K_b c_m}$$

$$\frac{2\zeta}{\omega_n} = \frac{K_T K_i T_{IR\Omega}}{K_{R\Omega} K_b c_m}$$

Izbor $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ predstavlja tehnički najprihvatljiviji izbor za većinu primjena:

$$\frac{2\zeta}{\omega_n} = \frac{K_T K_i T_{IR\Omega}}{K_{R\Omega} K_b c_m} \rightarrow \frac{1}{\omega_n} = \frac{1}{2\zeta} \frac{K_T K_i T_{IR\Omega}}{K_{R\Omega} K_b c_m} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{K_T K_i T_{IR\Omega}}{K_{R\Omega} K_b c_m}$$

Kada se gornji izraz kvadrira, slijedi:

$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{1}{2} \frac{K_T^2 K_i^2 T_{IR\Omega}^2}{K_{R\Omega}^2 K_b^2 c_m^2}$$

Izjednačavanjem izraza $\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{K_T K_i T_{IR\Omega} T_\Sigma^*}{K_{R\Omega} K_b c_m}$ i $\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{1}{2} \frac{K_T^2 K_i^2 T_{IR\Omega}^2}{K_{R\Omega}^2 K_b^2 c_m^2}$ slijedi:

$$\frac{K_T K_i T_{IR\Omega} T_\Sigma^*}{K_{R\Omega} K_b c_m} = \frac{1}{2} \frac{K_T^2 K_i^2 T_{IR\Omega}^2}{K_{R\Omega}^2 K_b^2 c_m^2}$$

$$T_\Sigma^* = \frac{1}{2} \frac{K_T K_i T_{IR\Omega}}{K_{R\Omega} K_b c_m} \rightarrow K_{R\Omega} = \frac{K_T K_i T_{IR\Omega}}{2 T_\Sigma^* K_b c_m} = \frac{0,4579 \cdot 0,1 \cdot 1,0438}{2 \cdot 0,02234 \cdot 0,031 \cdot 2,66} = \textcolor{red}{12,9778}$$

Prijenosna funkcija $\frac{I_a(s)}{U_{iref}(s)}$ sada postaje (uvrštavanjem $K_{R\Omega} = \frac{K_T K_i T_{IR\Omega}}{2T_\Sigma^* K_b c_m}$):

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} = (1 + T_{fb}s) \frac{1}{K_b} \frac{1}{\frac{K_T K_i T_{IR\Omega} T_\Sigma^*}{2T_\Sigma^* K_b c_m} s^2 + \frac{K_T K_i T_{IR\Omega}}{2T_\Sigma^* K_b c_m} s + 1}$$

$$\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)} = \frac{1 + T_{fb}s}{K_b} \frac{1}{1 + 2T_\Sigma^* s + 2T_\Sigma^{*2} s^2}$$

S obzirom na to da se u prijenosnoj funkciji $\frac{\Omega(s)}{U_{\Omega ref}(s)}$ pojavljuje nula zbog mjernog člana brzine vrtnje, koristi se prefilter:

$$G_{pf\Omega}(s) = \frac{1}{1 + T_{fb}s}$$



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET
ELEKTROTEHNIKE
I RAČUNARSTVA
ZAVOD ZA
ELEKTROSTROJARSTVO
I AUTOMATIZACIJU

UPRAVLJANJE ELEKTROMOTORnim POGONIMA

Zadaci za vježbu:

UPRAVLJANJE ASINKRONIM STROJEVIMA

Autori:

Prof.dr.sc. **Fetah Kolonić**

Doc.dr.sc. **Damir Sumina**

Martina Kutija, dipl. ing.

Zagreb, studeni 2011.

Zadatak 1.

Asinkroni kavezni i istosmjerni nezavisno uzbudeni stroj spojeni su na istu osovinu. Nazivni podaci asinkronog stroja su: $P_n = 15 \text{ kW}$, $f_n = 50 \text{ Hz}$, $U_n = 380 \text{ V}$, $n_n = 1460 \text{ min}^{-1}$, $I_n = 30 \text{ A}$. Nazivni podaci istosmjernog stroja su: $P_n = 13,5 \text{ kW}$, $I_n = 74 \text{ A}$, $U_n = 220 \text{ V}$, $n_n = 1450 \text{ min}^{-1}$, $R_a = 0,2\Omega$. Odrediti brzinu kojom strojevi podižu teret potencijalnog karaktera $M_t = 150 \text{ Nm}$ te postotnu opterećenost pojedinog stroja u odnosu na deklariranu nazivnu snagu. Motori su napajani nazivnim naponom.

Rješenje:

Istosmjerni stroj:

$$\omega_{n,IM} = \frac{n_{n,IM} \cdot \pi}{30} = \frac{1450 \cdot \pi}{30} = 151,84 \text{ rad/s}$$

$$c_e = \frac{U_n - I_n \cdot R_a}{\omega_n} = \frac{220 - 74 \cdot 0,2}{151,84} = 1,35$$

Asinkroni stroj:

$$\omega_{n,AM} = \frac{n_{n,AM} \cdot \pi}{30} = \frac{1460 \cdot \pi}{30} = 152,89 \text{ rad/s}$$

$$M_{n,AM} = \frac{P_{n,AM}}{\omega_n} = \frac{15000}{152,89} = 98,1 \text{ Nm}$$

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{1500 - 1460}{1500} = 0,0253 = 2,53\%$$

$$\omega_s = \frac{1500 \cdot \pi}{30} = 157,07 \text{ rad/s}$$

Proračun:

$$\frac{M_{n,AM}}{M_{t,AM}} = \frac{s_n}{s} \Rightarrow s = \frac{s_n \cdot M_{t,AM}}{M_{n,AM}} \Rightarrow \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} = \frac{s_n \cdot M_{t,AM}}{M_{n,AM}}$$

$$\omega = \omega_s - \frac{\omega_s \cdot s_n \cdot M_{t,AM}}{M_{n,AM}}$$

$$M_{t,IM} = I_{IM} \cdot c_e \Rightarrow I_{IM} = \frac{M_{t,IM}}{c_e}$$

$$\omega = \frac{U_n - I_{IM} \cdot R_a}{c_e} = \frac{U_n \cdot c_e - M_{t,IM} \cdot R_a}{c_e^2}$$

$$M_t = M_{t,IM} + M_{t,AM} \Rightarrow M_{t,AM} = M_t - M_{t,IM}$$

$$\frac{U_n \cdot c_e - M_{t,IM} \cdot R_a}{c_e^2} = \omega_s - \frac{\omega_s \cdot s_n \cdot M_{t,AM}}{M_{n,AM}}$$

$$\frac{U_n \cdot c_e - M_{t,IM} \cdot R_a}{c_e^2} = \omega_s - \frac{\omega_s \cdot s_n \cdot (M_t - M_{t,IM})}{M_{n,AM}}$$

$$M_{t,IM} = \frac{U_n \cdot c_e \cdot M_{n,AM} + \omega_s \cdot s_n \cdot c_e^2 \cdot M_t - \omega_s \cdot c_e^2 \cdot M_{n,AM}}{\omega_s \cdot s_n \cdot c_e^2 + M_{n,AM} \cdot R_a} = 79,7 \text{ Nm}$$

$$M_{t,AM} = M_t - M_{t,IM} = 150 - 79,7 = 70,3 \text{ Nm}$$

$$\omega = \frac{U_n \cdot c_e - M_{t,IM} \cdot R_a}{c_e^2} = \frac{220 \cdot 1,35 - 79,7 \cdot 0,2}{1,35^2} \approx 154,2 \text{ rad/s} \Rightarrow n \approx 1473 \text{ o/min}$$

$$\frac{P_{t,IM}}{P_{n,IM}} = \frac{M_{t,IM} \cdot \omega}{P_{n,IM}} = \frac{79,7 \cdot 154,2}{13500} = 0,91 = 91\%$$

$$\frac{P_{t,AM}}{P_{n,AM}} = \frac{M_{t,AM} \cdot \omega}{P_{n,AM}} = \frac{70,3 \cdot 154,2}{15000} = 0,723 = 72,3\%$$

Zadatak 2.

Asinkroni stroj skalarno upravljan u otvorenoj petlji ima sljedeće nazivne podatke: $P_n = 3 \text{ kW}$, $f_n = 50 \text{ Hz}$, $U_n = 380 \text{ V}$, $n_n = 1420 \text{ min}^{-1}$, $I_n = 6,7 \text{ A}$, $\cos\phi = 0,83$, $I_k / I_n = 5,4$, $M_{pr} / M_n = 2,7$, namot u spoju zvijezda.

- Odrediti brzinu vrtnje stroja ako se uz nazivnu frekvenciju napajanja optereti teretom potencijalnog karaktera $M_t = 22 \text{ Nm}$.
- Odrediti brzinu vrtnje stroja u slučaju da se frekvencija napona napajanja smanji na $f_1 = 35 \text{ Hz}$.
- Odrediti brzinu vrtnje stroja u slučaju da se frekvencija napona napajanja poveća na $f_2 = 65 \text{ Hz}$.
- Za koliko će se promijeniti brzina vrtnje izračunata u slučaju a) ako se moment tereta poveća za 20 %? Za koliko bi se promijenila brzina vrtnje u slučaju skalarnog upravljanja asinkronog stroja u zatvorenoj petlji? Regulator brzine vrtnje je PI regulator.
- Za koliko će se promijeniti brzina vrtnje izračunata u slučaju a) ako se napon napajanja motora smanji za 10 %? Za koliko bi se promijenila brzina vrtnje u slučaju skalarnog upravljanja asinkronog stroja u zatvorenoj petlji (regulator brzine vrtnje je PI regulator).
- Nacrtati momentne karakteristike asinkronog stroja za slučaj a), b) i c). Na karakteristici je potrebno ucrtati i karakteristiku tereta te radne točke.

Napomena: Zanemaruje se pad napona na otporu namota statora (nema kompenzacije pada napona na otporu namota statora).

Rješenje:

$$\omega_{n,AM} = \frac{n_{n,AM} \cdot \pi}{30} = \frac{1420 \cdot \pi}{30} = 148,7 \text{ rad/s}$$

$$M_{n,AM} = \frac{P_{n,AM}}{\omega_n} = \frac{3000}{148,7} = 20,175 \text{ Nm}$$

$$\omega_s = \frac{1500 \cdot \pi}{30} = 157,07 \text{ rad/s}$$

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{1500 - 1420}{1500} = 0,0533 = 5,33\%$$

$$M_{pm} = 2,7 \cdot M_n = 3 \cdot 20,175 = 60,53 \text{ Nm}$$

a)

$$\frac{M_n}{M_t} = \frac{s_n}{s} \Rightarrow s = \frac{s_n \cdot M_t}{M_n} = \frac{0,0533 \cdot 22}{20,175} = 0,058$$

$$\omega = \omega_s \cdot (1-s) = 157,07 \cdot (1-0,058) = 147,96 \text{ rad/s} \Rightarrow n = 1413 \text{ min}^{-1}$$

b)

$$n_{s1} = \frac{60 \cdot f_1}{p} = \frac{60 \cdot 35}{2} = 1050 \text{ min}^{-1}$$

$$n_s - n = n_{s1} - n_1 = 1500 - 1413 = 87 \text{ min}^{-1} \Rightarrow n_1 = 1050 - 87 = 963 \text{ min}^{-1}$$

(zadatak je moguće riješiti i preko Klossove jednadžbe)

c)

Najprije je potrebno izračunati prekretno klizanje pri nazivnoj frekvenciji:

$$\begin{aligned} \frac{M_n}{M_{pm}} &= \frac{2}{\frac{s_n}{s_{pm}} + \frac{s_{pm}}{s_n}}, & x &= \frac{s_n}{s_{pm}} \quad \rightarrow \quad 1 = \frac{2 \cdot \frac{M_{pm}}{M_n}}{x + \frac{1}{x}} \\ x^2 - 2 \cdot \frac{M_{pm}}{M_n} + 1 &= 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{M_{pm}}{M_n} - \sqrt{\left(\frac{M_{pm}}{M_n}\right)^2 - 1} = 2,7 - \sqrt{2,7^2 - 1} = 0,192 \\ s_{pm} &= \frac{s_n}{x} = \frac{0,053}{0,192} = 0,276 \end{aligned}$$

Zatim se računa prekretni moment i prekretno klizanje pri $f = 65 \text{ Hz}$:

$$M_{pr} = M_{pm} \cdot \left(\frac{\frac{U_n}{f_2}}{\frac{U_n}{f_n}} \right)^2 = M_{pm} \cdot \left(\frac{f_n}{f_2} \right)^2 = M_{pm} \cdot \left(\frac{50}{65} \right)^2 = 60,53 \cdot \left(\frac{50}{65} \right)^2 = 35,82 \text{ Nm}$$

$$s_{pr} = s_{pm} \cdot \frac{f_n}{f_2} = 0,276 \cdot \frac{50}{65} = 0,212$$

Iz Klossove jednadžbe dobiva se tražena brzina:

$$\frac{M_t}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s_t}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s_t}} \quad x = \frac{s_t}{s_{pr}} \quad \rightarrow \quad 1 = \frac{2 \cdot \frac{M_{pr}}{M_t}}{x + \frac{1}{x}}$$

$$x = \frac{M_{pr}}{M_t} - \sqrt{\left(\frac{M_{pr}}{M_t}\right)^2 - 1} = 1,628 - \sqrt{1,628^2 - 1} = 0,343$$

$$s_t = 0,343 \cdot s_{pr} = 0,343 \cdot 0,212 = 0,0727$$

$$n = n_s \cdot (1-s) = \frac{60 \cdot f_2}{p} \cdot (1-0,0727) = 1808 \text{ min}^{-1}$$

d)

$$M_{t3} = 1,2 \cdot M_t = 1,2 \cdot 22 = 26,4 \text{ Nm}$$

$$\frac{M_n}{M_{t3}} = \frac{s_n}{s_3} \Rightarrow s_2 = \frac{s_n \cdot M_{t3}}{M_n} = \frac{0,0533 \cdot 26,4}{20,175} = 0,0697$$

$$\omega_3 = \omega_s \cdot (1-s) = 157,07 \cdot (1-0,0697) = 146,12 \text{ rad/s} \Rightarrow 1395 \text{ min}^{-1}$$

U slučaju skalarnog upravljanja u zatvorenoj petlji brzina bi ostala 1413 min^{-1} .

e)

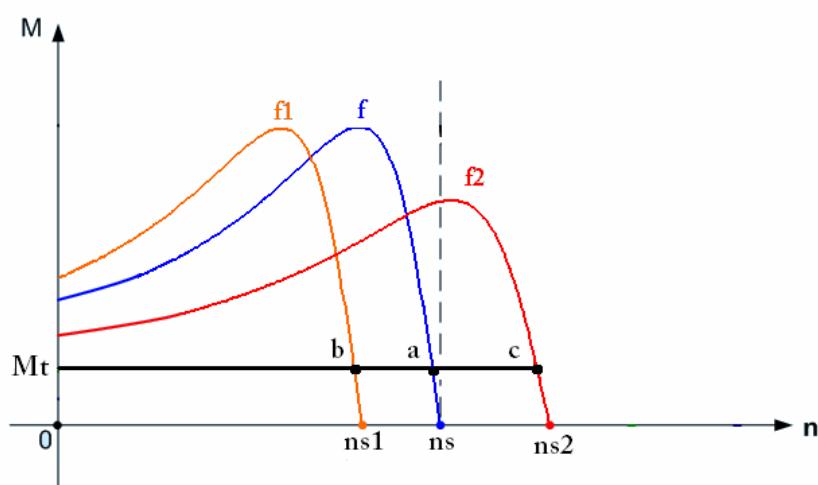
$$\frac{U}{f} = \text{konst.} \Rightarrow f_4 = 0,9 \cdot f = 0,9 \cdot 50 = 45 \text{ Hz}$$

$$n_{s4} = \frac{60 \cdot f_4}{p} = \frac{60 \cdot 45}{2} = 1350 \text{ min}^{-1}$$

$$n_s - n = n_{s4} - n_4 = 87 \text{ min}^{-1} \Rightarrow n_4 = 1350 - 87 = 1263 \text{ min}^{-1}$$

U slučaju skalarnog upravljanja u zatvorenoj petlji brzina se neće promijeniti.

f)



Slika 1. Momentne karakteristike motora i tereta

Zadatak 3.

Asinkroni motor nazivnih podataka: $U_n = 400 \text{ V}$, $P_n = 5 \text{ kW}$, $n_n = 1430 \text{ min}^{-1}$, $f_n = 50 \text{ Hz}$, $M_{pr}/M_n = 3$, namot u spoju zvijezda, skalarno je upravljan U/f metodom u otvorenoj petlji. Motor pokreće centrifugalni ventilator čija je momentna karakteristika dana izrazom $M_t = k \cdot n^2 \text{ Nm}$. Gubici trenja i ventilacije motora se zanemaruju. Pri nazivnoj frekvenciji motor je opterećen nazivnim momentom.

- Odrediti zadalu (referentnu) frekvenciju uz koju bi brzina vrtnje motora bila $n = 1100 \text{ min}^{-1}$. Koliki je moment tereta pri novoj referentnoj frekvenciji?
- Kolika bi bila brzina vrtnje motora upravljanog U/f metodom u zatvorenoj petlji ako bi se zadala referentna brzina koja odgovara frekvenciji izračunatoj u a) dijelu zadatka?
- Smije li motor spojen na navedeni ventilator trajno raditi uz zadalu referentnu frekvenciju $f = 60 \text{ Hz}$? Obrazloži!

Rješenje:

$$\omega_n = \frac{n_n \cdot \pi}{30} = \frac{1430 \cdot \pi}{30} = 149,75 \text{ rad/s}$$

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{5000}{149,75} = 33,39 \text{ Nm}$$

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{1500 - 1430}{1500} = 0,04666 = 4,67\%$$

$$M_{prn} = 3 \cdot M_n = 3 \cdot 33,39 = 100,17 \text{ Nm}$$

$$\frac{M_n}{M_{prn}} = \frac{2}{\frac{s_n}{s_{prn}} + \frac{s_{prn}}{s_n}}, \quad x = \frac{s_n}{s_{prn}} \quad \rightarrow \quad 1 = \frac{2 \cdot \frac{M_{prn}}{M_n}}{x + \frac{1}{x}}$$

$$x^2 - 2 \cdot \frac{M_{prn}}{M_n} + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{M_{prn}}{M_n} - \sqrt{\left(\frac{M_{prn}}{M_n}\right)^2 - 1} = 3 - \sqrt{3^2 - 1} = 0,1716$$

$$s_{prn} = \frac{s_n}{x} = \frac{0,0467}{0,1716} = 0,272$$

$$M_t = k \cdot n^2 \Rightarrow k = \frac{M_n}{n_n^2} = \frac{33,39}{1430^2} = 1,632 \cdot 10^{-5}$$

a)

$$M'_t = k \cdot n^2 = 1,632 \cdot 10^{-5} \cdot 1100^2 = 19,76 \text{ Nm}$$

$$s_{pr} = s_{prn} \cdot \frac{f_n}{f_2} = 0,272 \cdot \frac{50}{f_2} = \frac{13,5}{f_2}$$

$$\frac{M'_t}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s'_t}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s'_t}}, \quad x = \frac{s'_t}{s_{pr}} \quad \rightarrow \quad 1 = \frac{2 \cdot \frac{M_{pr}}{M'_t}}{x + \frac{1}{x}}$$

$$x = \frac{M_{pr}}{M'_t} - \sqrt{\left(\frac{M_{pr}}{M'_t}\right)^2 - 1} = 5,069 - \sqrt{5,069^2 - 1} = 0,0996 \approx 0,1$$

$$s'_t = 0,1 \cdot s_{pr} = \frac{n_s - n}{n_s}$$

$$0,1 \cdot \frac{13,75}{f_2} = \frac{\frac{60 \cdot f_2}{p} - 1100}{\frac{60 \cdot f_2}{p}} \Rightarrow \frac{60 \cdot f_2}{2} = 40,5 \Rightarrow f_2 = 38,02 \text{ Hz}$$

b)

Brzina motora upravljanog u zatvorenoj petlji bi bila:

$$n = \frac{60 \cdot f_2}{2} = \frac{60 \cdot 38,02}{2} \approx 1141 \text{ min}^{-1}$$

c)

Ne, jer bi moment tereta bio veći od nazivnog momenta pa bi struja motora bila veća od nazivne struje.

Zadatak 4.

Trofazni asinkroni kavezni stroj ima nazivne podatke: $U_n = 380 \text{ V}$, $f_n = 50 \text{ Hz}$, $P_n = 22 \text{ kW}$, $\cos\varphi = 0,8$, $n_n = 1440 \text{ min}^{-1}$, spoj namota u zvijezdu. Stroj je skalarno upravljen iz frekvencijskog pretvarača, a modulacija rada sklopki izmjenjivača je pravokutna (modulacija u 6 koraka, tzv six-step modulacija).

- a) Ako se prepostavi da samo osnovni harmonik pridonosi radnoj snazi koju istosmjerni krug preko izmjenjivača predaje stroju, koliki treba biti napon istosmjernog međukruga za nazivnu radnu točku stroja?
- b) Nacrtajte valne oblike faznih i linijskih napona. Crtati obavezno u mjerilu!
- c) Koliki je fazni pomak osnovnih harmonika faznog i linijskog napona?

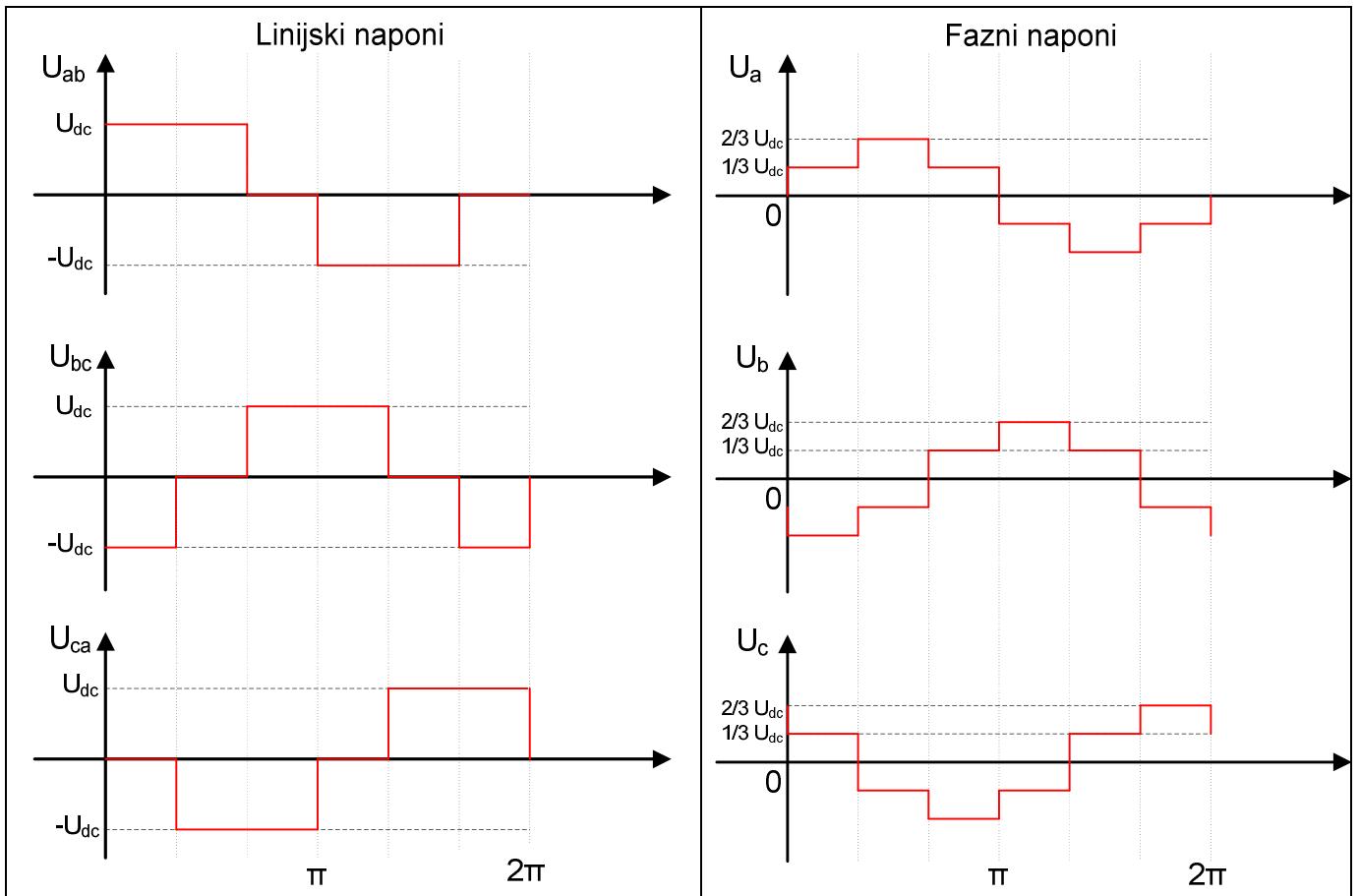
Rješenje:

a)

$$U_{ab} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{U_{dc}}{2} \Rightarrow U_{dc} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot U_{ab}$$

$$U_{dc} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot U_{ab} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot U_n = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot 380 \text{ V} = 487,37 \text{ V}$$

b)



Slika 2. Valni oblici faznih i linijskih napona motora

c)

Fazni pomak osnovnih harmonika faznih i linijskih napona je $\pi/6$.

Zadatak 5.

U trenutku t struje faza statora a , b i c iznose $i_{sa} = 5 \text{ A}$, $i_{sb} = -10 \text{ A}$ i $i_{sc} = 5 \text{ A}$. U tom trenutku vektor toka rotora zatvara s osi namota faze a kut $\rho = 30^\circ$. Koliko iznose d i q komponente struje statora?

Rješenje:

$$i_{s\alpha} = i_a = 5 \text{ A}$$

$$i_{s\beta} = \frac{i_b - i_c}{\sqrt{3}} = \frac{-10 - 5}{\sqrt{3}} = \frac{-15}{\sqrt{3}} = -8,66 \text{ A}$$

$$i_{sd} = i_{s\alpha} \cdot \cos \rho + i_{s\beta} \cdot \sin \rho = 5 \cdot \cos 30^\circ - 8,66 \cdot \sin 30^\circ = 0 \text{ A}$$

$$i_{sq} = -i_{s\alpha} \cdot \sin \rho + i_{s\beta} \cdot \cos \rho = -5 \cdot \sin 30^\circ - 8,66 \cdot \cos 30^\circ = -10 \text{ A}$$

Zadatak 6.

Asinkroni stroj se vrti konstantnom brzinom $n = 2910 \text{ min}^{-1}$. U trenutku t rezultirajući vektor struje statora u troosnom abc sustavu iznosi $\bar{i}_s = 15 \angle 120^\circ \text{ A}$. Frekvencija struje statora je 50 Hz, estimirani položaj vektora toka rotora iznosi $\rho = \pi/3$, a trenutni položaj rotora $\varepsilon = \pi/6$.

- Potrebito je odrediti trenutne vrijednosti faznih struja statora, α i β , d i q te k i l komponente vektora struje statora, nacrtati troosni abc , dvoosni (α, β) , (d, q) i (k, l) koordinantni sustav te označiti komponente rezultantne struje u pojedinim sustavima. Koliki je kut rezultirajućeg vektora struje u (d, q) koordinatnom sustavu?
- Kojim brzinama rotiraju koordinatni sustav toka rotora, koordinatni sustav rotora i (α, β) koordinatni sustav?
- Čime su ograničeni maksimalni iznosi d i q komponenti struje statora?

Rješenje:

a)

$$\bar{i}_s = i_{s\alpha} + j \cdot i_{s\beta} = 15 \cdot (\cos(120) + j \cdot \sin(120)) = -7,5 + j \cdot 13 \text{ A}$$

$$i_a = i_{s\alpha} = -7,5 \text{ A}$$

$$i_a + i_b + i_c = 0 \Rightarrow i_b = 7,5 - i_c$$

$$i_{s\beta} = \frac{i_b - i_c}{\sqrt{3}} = \frac{7,5 - i_c - i_c}{\sqrt{3}} \Rightarrow i_c = \frac{7,5 - \sqrt{3} \cdot i_{s\beta}}{2} = \frac{7,5 - \sqrt{3} \cdot 13}{2} = -7,5 \text{ A}$$

$$i_b = 7,5 - i_c = 15 \text{ A}$$

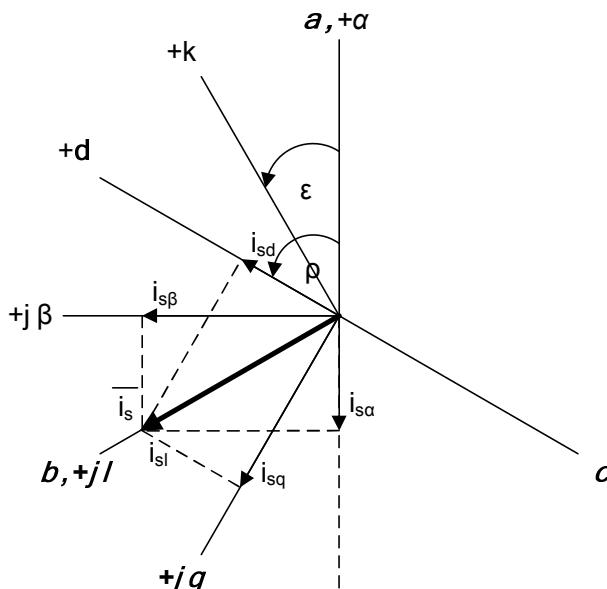
$$i_{sd} = i_{s\alpha} \cdot \cos \rho + i_{s\beta} \cdot \sin \rho = -7,5 \cdot \cos 60^\circ + 13 \cdot \sin 60^\circ = 7,5 \text{ A}$$

$$i_{sq} = -i_{s\alpha} \cdot \sin \rho + i_{s\beta} \cdot \cos \rho = 7,5 \cdot \sin 60^\circ + 13 \cdot \cos 60^\circ = 13 \text{ A}$$

$$i_{sk} = i_{s\alpha} \cdot \cos \varepsilon + i_{s\beta} \cdot \sin \varepsilon = -7,5 \cdot \cos 30^\circ + 13 \cdot \sin 30^\circ = 0 \text{ A}$$

$$i_{sl} = -i_{s\alpha} \cdot \sin \varepsilon + i_{s\beta} \cdot \cos \varepsilon = 7,5 \cdot \sin 30^\circ + 13 \cdot \cos 30^\circ = 15 \text{ A}$$

$$\vartheta = 120^\circ - \rho = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ \quad \text{ILI} \quad \vartheta = \arctg \left(\frac{i_{sq}}{i_{dq}} \right) = \arctg \left(\frac{13}{7,5} \right) = 60^\circ$$



Slika 3. Struja statora u troosnom abc te dvoosnim (α, β) , (d, q) i (k, l) koordinatnim sustavima

b)

Brzina koordinatnog sustava toka rotora je $n_s = 3000 \text{ min}^{-1}$, brzina (k,l) sustava je $n = 2910 \text{ min}^{-1}$, a brzina (α, β) koordinatnog sustava je $n = 0 \text{ min}^{-1}$ jer je taj sustav mirujući.

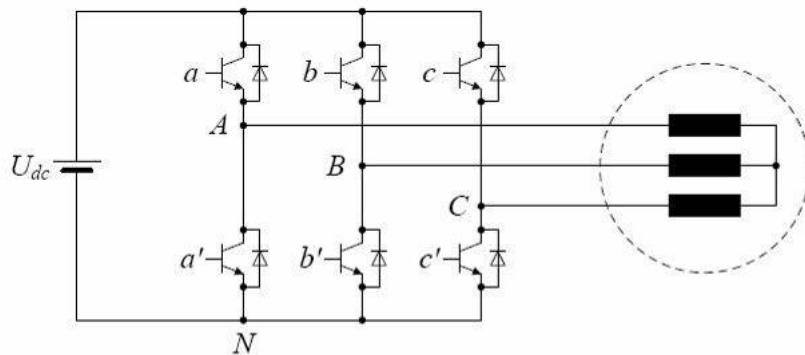
c)

Maksimalni iznosi d i q komponenti struja statora ograničene su nazivnom strujom motora, pri čemu uvijek mora vrijediti $i_s = \sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2}$

Zadatak 7.

Asinkroni stroj je vektorski upravljan pri čemu se za upravljanje sklopama pretvarača koristi vektorska modulacija širine impulsa. U trenutku t komponente referentnog vektora napona statora u (α, β) koordinatnom iznose $u_\alpha = 282 \text{ V}$ i $u_\beta = 162 \text{ V}$. Odrediti koliko vremena unutar intervala $T_s = 2 \mu\text{s}$ vodi pojedina sklopka? Skicirati izmjenjivač i na njemu označiti sklopke. Napon istosmjernog međukruga iznosi $U_{dc} = 600 \text{ V}$. Nacrtati valne oblike upravljačkih signala za navedeni slučaj. Koliko smije iznositi maksimalna vrijednost referentnog napona statora da bi se rezultirajući vektor napona statora u svakom trenutku mogao prikazati s dva susjedna aktivna vektora?

Rješenje:



Slika 4. Izmjenjivač

$$U_{ref} = U_1 \cdot \frac{T_1}{T_s} + U_2 \cdot \frac{T_2}{T_s}$$

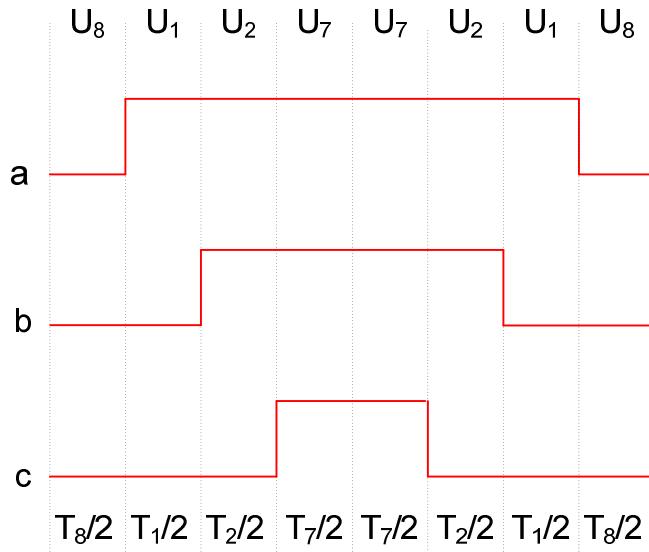
$$T_1 = T_s \cdot \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{3} \cdot U_\alpha - U_\beta) = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{600} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{3} \cdot 282 - 162) = 0.942 \mu\text{s}$$

$$T_2 = T_s \cdot \frac{\sqrt{3}}{U_{dc}} \cdot U_\beta = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{600} \cdot 162 = 0.935 \mu\text{s}$$

$$T_7 + T_8 = T_s - T_1 - T_2 = 2 - 0.942 - 0.935 = 0.123 \mu\text{s}$$

$$T_7 = T_8 = \frac{T_0}{2} = \frac{0.123}{2} = 0.0615 \mu\text{s}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{U_\beta}{U_\alpha} = \frac{162}{282} = 0,5744 \Rightarrow \alpha = 29,87^\circ \Rightarrow \text{III. sektor}$$



Slika 5. Valni oblici upravljačkih signala sklopki izmjenjivača

$$t_a = T_s - T_8 = 2 - 0,0615 = 1,9385 \mu\text{s}$$

$$t_b = T_2 + T_7 = 0,935 + 0,0615 = 0,9965 \mu\text{s}$$

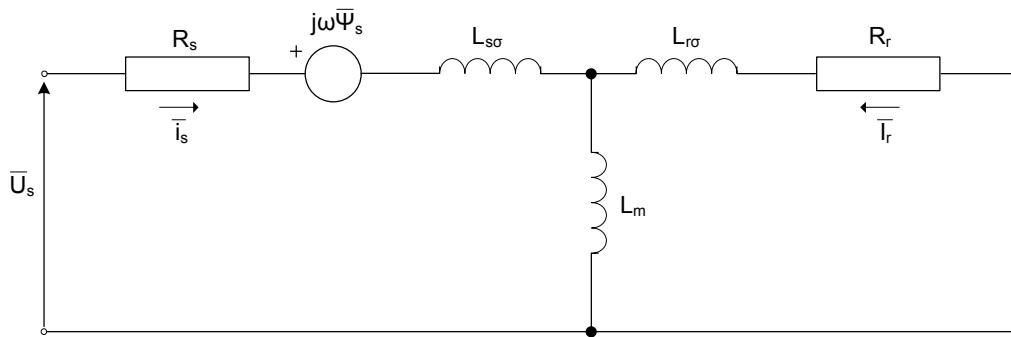
$$t_c = T_7 = 0,0615 \mu\text{s}$$

Da bi se referentni vektor mogao prikazati s dva susjedna aktivna vektora u svakom položaju, maksimalna vrijednost referentnog napona statora mora biti:

$$|U_{ref}|_{\max} = \frac{U_{dc}}{\sqrt{3}} = \frac{600}{\sqrt{3}} = 346,41 \text{ V}$$

Zadatak 8.

Nacrtajte model asinkronog stroja u dvoosnom koordinatnom sustavu koji rotira brzinom rotora.



Slika 6. Model asinkronog stroja u dvoosnom koordinatnom sustavu koji rotira brzinom rotora ω

Zadatak 9.

U stacionarnom stanju ($\omega = \text{konst.}$) d i q komponente struje statora vektorski upravljanog asinkronog stroja iznose $i_{sd} = 2 \text{ A}$ i $i_{sq} = 10 \text{ A}$. Parametri stroja su: $R_s = 14,85 \text{ m}\Omega$, $R_r = 9,295 \text{ m}\Omega$, $L_s = 0,3027 \text{ mH}$, $L_r = 0,3027 \text{ mH}$, $L_m = 10,46 \text{ mH}$, $p=2$ i $J=3,1 \text{ kg m}^2$.

- Koliko iznose d i q komponente vektora toka rotora?
- Ako se moment tereta poveća za 20 %, koliko će u stacionarnom stanju iznositi d i q komponenta vektora struje statora?
- Kako će se promijeniti komponente struje statora, ako je brzina u stacionarnom stanju veća od nazivne (moment tereta ostaje nepromijenjen)?

Rješenje:

$$\frac{d\psi_{rd}}{dt} + \frac{R_r}{L_r} \cdot \psi_{rd} = L_m \cdot \frac{R_r}{L_r} \cdot i_{sd}$$

Budući da se radi o stacionarnom stanju, može se zaključiti da je $\frac{d\psi_{rd}}{dt} = 0$.

$$\begin{aligned} \psi_{rd} &= L_m \cdot i_{sd} = 0,01046 \cdot 2 = 0,02092 \text{ Wb} \\ \psi_{rq} &= 0 \text{ Wb} \end{aligned}$$

$$\text{a)} \quad m_m = m_t = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \frac{L_m}{L_r} \cdot i_{sq} \cdot \psi_{rd}$$

U stacionarnom stanju tok se ne mijenja pa je:

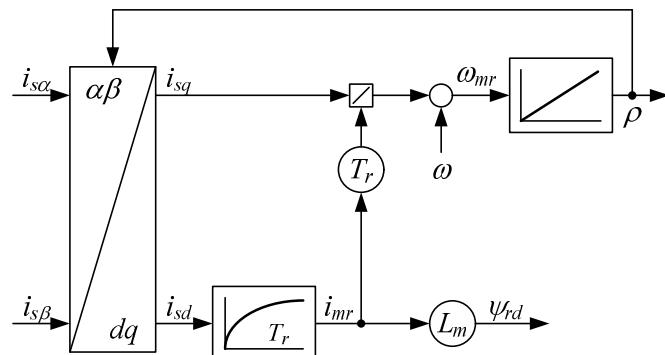
$$i_{sd}' = i_{sd} = 2 \text{ A}$$

$$i_{sq}' = 1,2 \cdot i_{sq} = 1,2 \cdot 10 = 12 \text{ A}$$

- Ako je brzina vrtnje veća od nizivne, d komponenta struje statora će se smanjiti, a q komponenta struje će ostati ista.

Zadatak 10.

Nacrtati strukturnu blok shemu modela za estimaciju položaja i iznosa toka rotora. O kojem parametru asinkronog stroja ovisi preciznost estimacije položaja i vektora toka rotora?

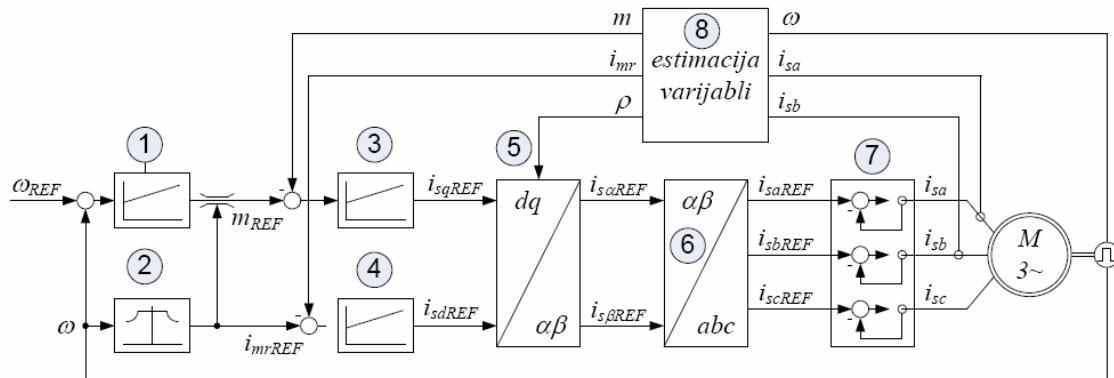


Slika 7. Strukturna blok shema modela za estimaciju položaja i toka rotora

Preciznost estimacije položaja i iznosa vektora toka rotora najviše ovisi o otporu i induktivitetu rotora te o međuinduktivitetu rotora i statora.

Zadatak 11.

Nacrtati funkciju blok shemu vektorskog upravljanja asinkronog stroja s pretvaračem frekvencije s utisnutom strujom (moguća i jednostavnija varijanta zadatka s i_{sqREF} i i_{sdREF} kao ulaznim veličinama, umjesto ω_{REF}).



Slika 8. Funkcijska blok shema vektorskog upravljanja asinkronog stroja s pretvaračem frekvencije s utisnutom strujom

UPRAVLJANJE ELEKTROMOTORnim POGONIMA

II. međuispit 05.12.2008.

- Asinkroni motor skalarno upravljeni u otvorenoj petlji ima sljedeće podatke:

380 V, 3,7 kW, 705 rpm, 50 Hz, $M_{pr} / M_n = 4,26$, namot u spoju "zvijezda".

Na osovinu motora spojen je teret potencijalnog karaktera iznosa $M_t = 40 \text{ Nm}$.

- Kojom brzinom se okreće asinkroni motor pri nazivnoj referentnoj frekvenciji?
- Ako referentna frekvencija iznosi 70 Hz koliko iznosi stvarna brzina vrtnje asinkronog motora?
- Za slučaj pod a) i b) nacrtati momentne karakteristike, te na njima označiti karakteristične točke (prekretni moment i klizanje, sinkronu brzinu te radnu točku).
- Nacrtati funkciju blok shemu skalarnog upravljanja asinkronog motora u otvorenoj i zatvorenoj petlji.

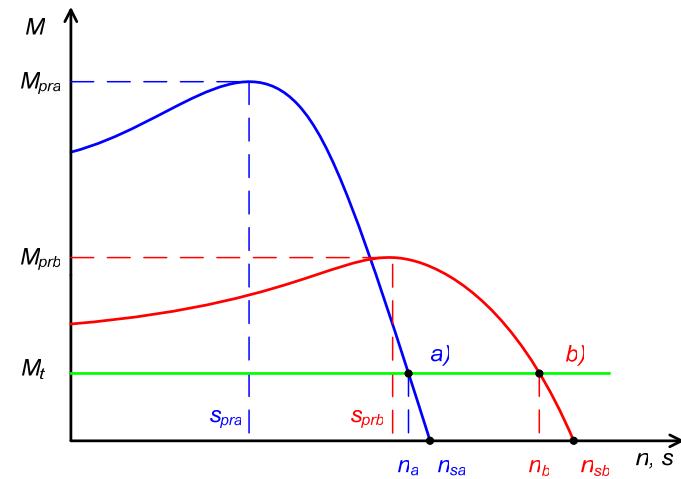
Napomene: U zadacima je potrebno zanemariti pad napona na impedanciji namota statora.

Zadatke je potrebno rješavati pomoću pojednostavljenje Klossove jednadžbe.

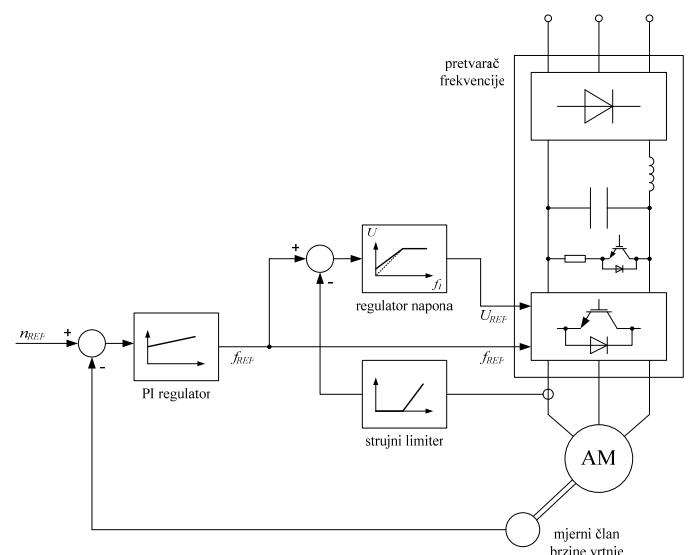
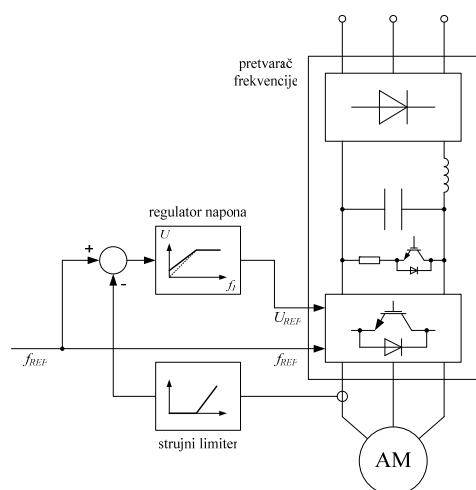
Rješenje:

a) $n_a = 714,27 \text{ rpm}$

b) $n_b = 978,08 \text{ rpm}$



d)



2. Asinkroni motor se okreće konstantnom brzinom $n = 1470$ rpm. U trenutku t izmjerene su slijedeće vrijednosti faznih struja statora $i_a = 11,47$ A, $i_b = -19,92$ A i $i_c = 8,45$ A, a estimirani položaj vektora toka rotora iznosi $\rho = 4\pi/3$. Parametri asinkronog motora su: $R_s = 0,9174$ Ω, $L_{s\sigma} = 0,005473$ H, $R_r = 0,6258$ Ω, $L_{r\sigma} = 0,005473$ H, $L_m = 0,1854$ H.

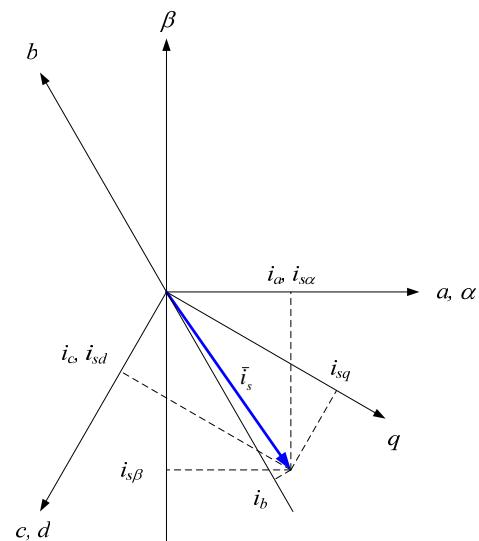
- Potrebno je odrediti α i β i d i q komponentu vektora struje statora, nacrtati troosni abc , dvoosni $\alpha\beta$ i dq koordinantni sustav te rezultirajući vektor struje statora.
- Nacrtati model za estimaciju položaja toka rotora i model za estimaciju elektromagnetskog momenta.
- Ako se moment tereta poveća za 20 % koliko će iznositi referentne vrijednosti i_{sdref} i i_{sqref} u stacionarnom stanju?
- Koja vrsta modulacija je primjerena za upotrebu kod vektorskog upravljanja asinkronog motora iz pretvarača frekvencije s utisnutim naponom, a koja kod vektorskog upravljanja asinkronog motora napajanog iz pretvarača frekvencije s utisnutom strujom?

Rješenje:

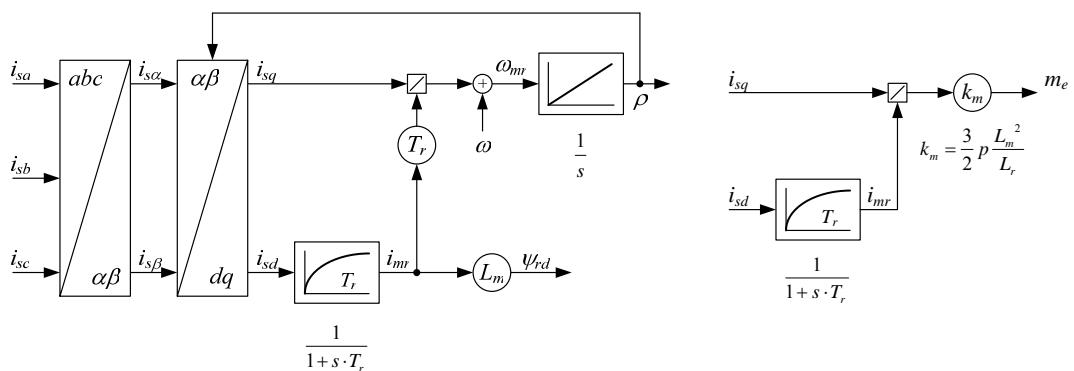
a)

$$i_{s\alpha} = 11,47 \text{ A}, i_{s\beta} = -19,92 \text{ A}$$

$$i_{sd} = 8,45 \text{ A}, i_{sq} = 18,12 \text{ A}$$



b)



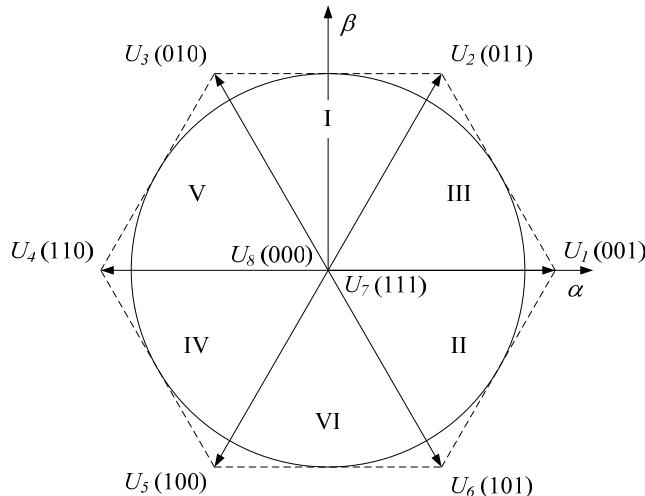
c) $i_{sdref} = 8,45$ A, $i_{sqref} = 21,74$ A

- d) Za vektorsku regulaciju asinkronog motora koji se napaja iz pretvarača frekvencije s utisnutim naponom prikladno je koristiti metodu šest koraka(eng. *Six-Step Method*), sinusnu ili vektorskiju modulaciju širine impulsa.

Za vektorsku regulaciju asinkronog motora koji se napaja iz pretvarača frekvencije s utisnutom strujom prikladno je koristiti modulaciju izlaznog napona izmjenjivača reguliranjem statorske struje korištenjem tzv. histerezogn regulatora statorske struje.

3. Referentne vrijednosti napona statora u trenutku t iznose: $u_a = -367,05$ V, $u_b = 268,70$ V, i $u_c = 98,35$ V. Napon istosmjernog međukruga iznosi $U_{dc} = 600$ V.

- Odrediti koliko vremena unutar intervala $T_s = 0,2$ ms vodi pojedina sklopka?
- Skicirati izmjenjivač i na njemu označiti sklopke.
- Nacrtati valne oblike upravljačkih signala za navedeni slučaj?
- Koliko smije iznositi maksimalna vrijednost referentnog napona statora da bi se rezultirajući vektor napona statora u svakom trenutku mogao prikazati sa dva susjedna aktivna vektora?
- Nacrtati valne oblike upravljačkih signala za jednu sklopnu periodu ako se koristi sinusna modulacija širine impulsa. Frekvencija signala nosioca iznosi 5000 Hz.



Slika 1. Prikaz vektora u kompleksnoj ravnini

Rješenje:

a) $T_3 = 0,057$ ms, $T_4 = 0,155$ ms

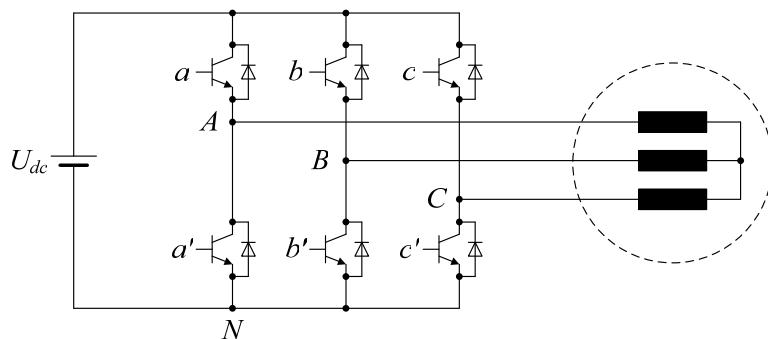
Zbroj trajanja aktivnih sklopnih stanja je duži od intervala T_s iz čega slijedi da zadani vrijednost referentnog napona nije moguće prikazati sa dva susjedna aktivna vektora.

Vrijeme vođenja pojedinih tranzistora iznosi:

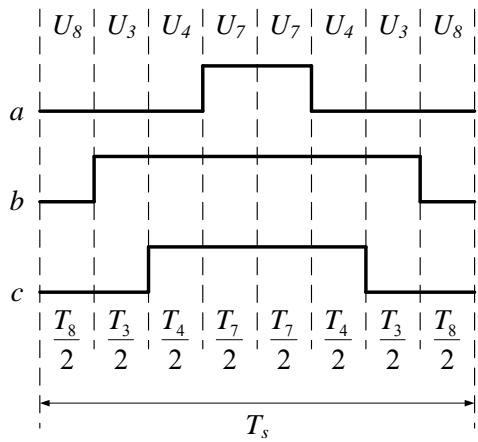
$$t_b = T_3 + T_4 = 0,212 \text{ ms},$$

$$t_c = T_4 = 0,155 \text{ ms}.$$

b)

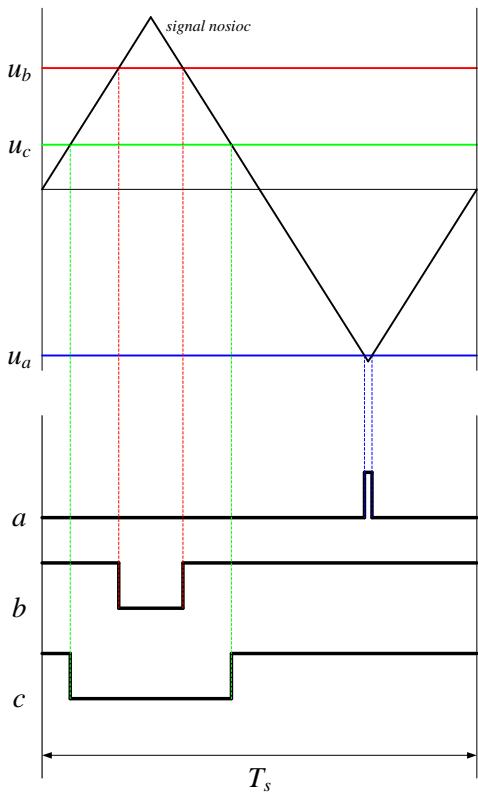


- c) Kada bi zadani vrijednost referentnog napona bilo moguće prikazati sa dva susjedna aktivna vektora valni oblici upravljačkih signala bi izgledali:



d) $|\bar{U}_{ref}|_{\max} = 346,41 \text{ V}$

e)



UPRAVLJANJE ELEKTROMOTORnim POGONIMA
2. međuispit 2008.

1. Zadani podaci su:

$$P_n = 3,7 \text{ kW}$$

$$U_n = 380 \text{ V}$$

$$n_n = 705 \text{ r/min}$$

$$f_n = 50 \text{ Hz}$$

$$M_{pr}/M_n = 4,26$$

$$M_t = 40 \text{ Nm}$$

- spoj Y; skalarno upravljanje U/f metodom u otvorenoj petlji

(a)

$$p = \frac{60f_s}{n_s} = \frac{60 \cdot 50}{750} = 4$$

$$M_n = \frac{30P_n}{n_n \pi} = \frac{30 \cdot 3700}{705 \cdot \pi} = 50,1169 \text{ Nm}$$

Na linearnom dijelu momentne karakteristike vrijedi (karakteristike vidjeti u **(b)** dijelu zadatka):

$$\frac{M_n}{M_t} = \frac{s_n}{s_t} \rightarrow s_t = s_n \frac{M_t}{M_n}$$

Nazivno klizanje iznosi:

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{750 - 705}{750} = 0,06$$

Brzina vrtnje iznosi:

$$\color{red} n_t = n_s(1 - s_t) = 750 \cdot \left(1 - 0,06 \cdot \frac{40}{50,1169}\right) = \color{red} 714,084 \text{ r/min}$$

(b)

$$\frac{M_n}{M_{pr50}} = \frac{2}{\frac{s_n}{s_{pr50}} + \frac{s_{pr50}}{s_n}} = \frac{2}{x + \frac{1}{x}} \rightarrow x + \frac{1}{x} = 8,52 \rightarrow x_{1,2} = 4,26 \pm \sqrt{17,1476}$$

Odabire se rješenje $x = 4,26 - \sqrt{17,1476} = 0,119$ iz čega se dobije prekretno klizanje za $f = 50 \text{ Hz}$:

$$s_{pr50} = \frac{s_n}{0,119} = \frac{0,06}{0,119} = 0,5041$$

Vrijedi:

$$\frac{M_{pr50}}{M_{pr70}} = \left(\frac{f_{70}}{f_{50}}\right)^2 = 1,96 \rightarrow M_{pr70} = \frac{M_{pr50}}{1,96} = \frac{4,26M_n}{1,96} = 108,9275 \text{ Nm}$$

$$\frac{M_t}{M_{pr70}} = \frac{2}{\frac{s_{t70}}{s_{pr70}} + \frac{s_{pr70}}{s_{t70}}} = \frac{2}{x + \frac{1}{x}} \rightarrow \frac{40}{108,9275} = \frac{2}{x + \frac{1}{x}}$$

Odabire se rješenje $x = 0,1903$ iz čega se dobije klizanje za $f = 70$ Hz:

$$s_{t70} = 0,1903 s_{pr70}$$

Vrijedi:

$$s_{pr50} f_{50} = s_{pr70} f_{70} \rightarrow s_{pr70} = s_{pr50} \frac{f_{50}}{f_{70}}$$

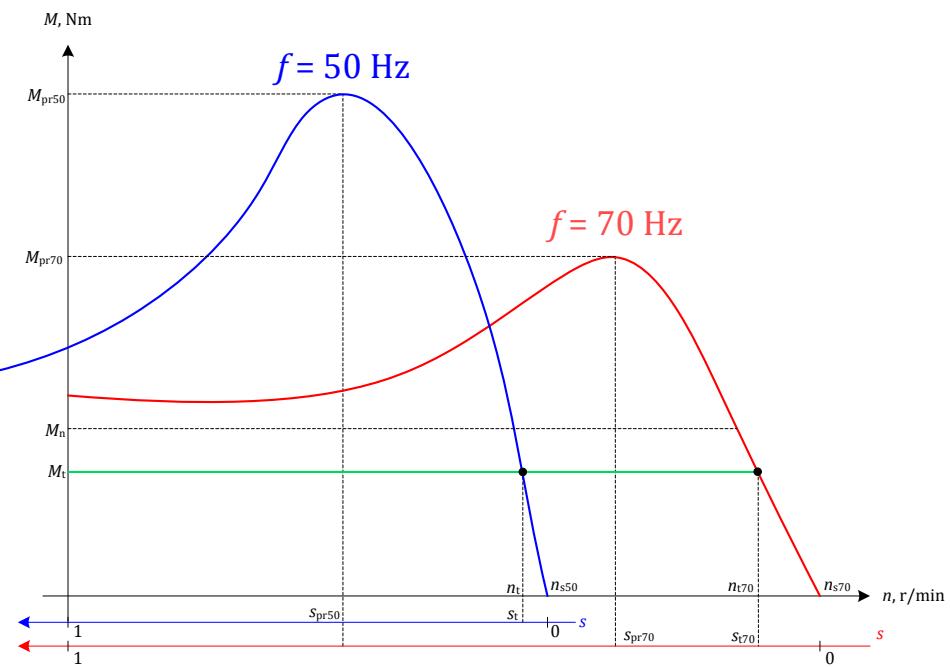
To se ubaci u jednadžbu iznad pa slijedi:

$$s_{t70} = 0,1903 s_{pr50} \frac{f_{50}}{f_{70}} = 0,1903 \cdot 0,5041 \cdot \frac{50}{70} = 0,0685$$

Slijedi da je iznos brzine za novu frekvenciju jednak:

$$n_{t70} = n_{s70} (1 - s_{t70}) = \frac{60 \cdot 70}{4} (1 - 0,0685) = \mathbf{978,0756 \text{ r/min}}$$

(c)



(d) Predavanja.

2. (a) Struja statora je:

$$i_s = \frac{2}{3}(i_{sa} + ai_{sb} + s^2 i_{sc}) = \frac{2}{3} \left(11,47 - e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot 19,92 + e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot 8,45 \right) = 19,9962 \angle -54,9976^\circ \text{ A}$$

Vrijednosti α i β komponenata struja statora su:

$$i_{s\alpha} = i_{sa} = 11,47 \text{ A}$$

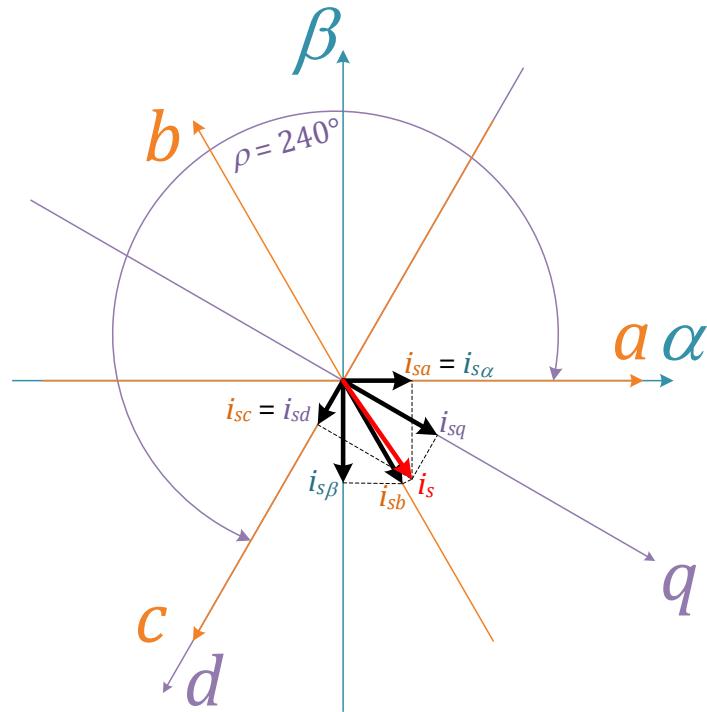
ili

$$i_{s\alpha} = 19,9962 \cos(-54,9976^\circ) = 11,47 \text{ A}$$

$$i_{s\beta} = 19,9962 \sin(-54,9976^\circ) = -16,3794 \text{ A}$$

$$i_{sd} = i_{sc} = 8,45 \text{ A}$$

$$i_{sq} = 19,9962 \sin(360^\circ - 54,9976^\circ - 240^\circ) = 18,123 \text{ A}$$



(b) Predavanja.

(c) Komponenta momenta je struja i_{sq} tako da struja i_{sd} ostaje ista, a i_{sq} se poveća za 20%:

$$i_{sdref} = 8,45 \text{ A}$$

$$i_{sqref} = 1,2i_{sq} = 1,2 \cdot 18,123 = 21,7476 \text{ A}$$

(d) Predavanja.

3. Zadani podaci su:

$$u_a = -367,05 \text{ V}$$

$$u_b = 268,7 \text{ V}$$

$$u_c = 98,35 \text{ V}$$

$$T_s = 0,2 \text{ ms}$$

$$U_{DC} = 600 \text{ V}$$

Vrijedi:

$$u_{s\alpha} = u_{sa} = -367,05 \text{ V}$$

$$u_{s\beta} = \frac{u_{sb} - u_{sc}}{\sqrt{3}} = \frac{268,7 - 98,35}{\sqrt{3}} = 98,3516 \text{ V}$$

Također je:

$$\vartheta = \arctg\left(\frac{u_{s\beta}}{u_{s\alpha}}\right) = \arctg\left(\frac{98,3516}{-367,05}\right) = 165^\circ$$

Slijedi da se referentni vektor napona u_{ref} nalazi u V. sektoru. Za svaki kratki period T_s srednja vrijednost na izlazu iz izmjenjivača treba biti jednaka srednjoj vrijednosti referentnog vektora napona u_{ref} :

$$\frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} u_{ref} dt = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_3} u_3 dt + \frac{1}{T_s} \int_{T_3}^{T_3+T_4} u_4 dt$$

$$\frac{1}{T_s} \cdot u_{ref} \cdot (T_s - 0) = \frac{1}{T_s} \cdot u_3 \cdot (T_3 - 0) + \frac{1}{T_s} \cdot u_4 \cdot (T_3 + T_4 - T_3)$$

$$u_{ref} = u_3 \frac{T_3}{T_s} + u_4 \frac{T_4}{T_s}$$

$$u_{s\alpha} + j u_{s\beta} = \left(-\frac{U_{DC}}{3} + j \frac{U_{DC}}{\sqrt{3}} \right) \frac{T_3}{T_s} - \frac{2U_{DC}}{3} \frac{T_4}{T_s} = -\frac{U_{DC}}{3} \frac{T_3}{T_s} - \frac{2U_{DC}}{3} \frac{T_4}{T_s} + j \left(\frac{U_{DC}}{\sqrt{3}} \frac{T_3}{T_s} \right)$$

$$u_{s\alpha} = -\frac{U_{DC}}{3} \frac{T_3}{T_s} - \frac{2U_{DC}}{3} \frac{T_4}{T_s}$$

$$u_{s\beta} = \frac{U_{DC}}{\sqrt{3}} \frac{T_3}{T_s}$$

Iz druge jednakosti slijedi:

$$T_3 = \frac{\sqrt{3} u_{s\beta}}{U_{DC}} T_s = \frac{\sqrt{3} \cdot 98,3516}{600} \cdot 0,2 = 0,0568 \text{ ms}$$

Iz prve jednakosti slijedi:

$$T_4 = \frac{-3u_{s\alpha}T_s - U_{DC}T_3}{2U_{DC}} = \frac{-3 \cdot (-367,05) \cdot 0,2 - 600 \cdot 0,0568}{2 \cdot 600} = 0,1551 \text{ ms}$$

Nije zadovoljen uvjet $T_3 + T_4 = 0,2119 \text{ ms} \leq T_s = 0,2 \text{ ms}$ pa zadanu vrijednost referenetsnog napona nije moguće prikazati s dva susjedna aktivna vektora.

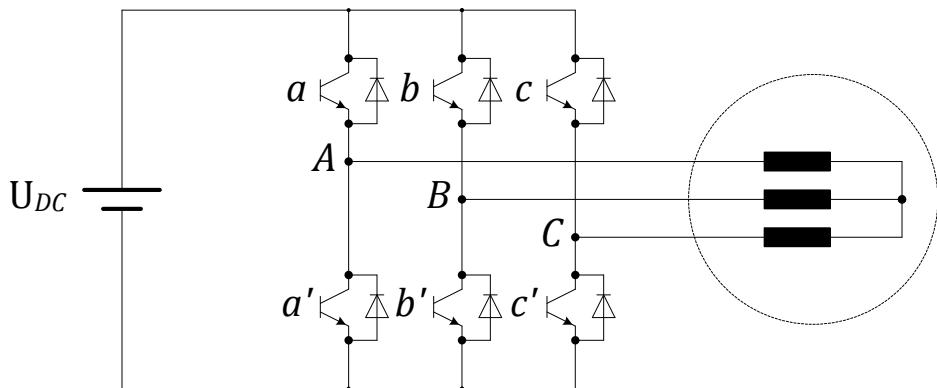
U vektoru u_3 vrijedi $a = 0, b = 1$ i $c = 0$. U vektoru u_4 vrijedi $a = 0, b = 1$ i $c = 1$. Zato su vremena vođenja pojedinih tranzistora:

$$t_a = 0 \text{ ms}$$

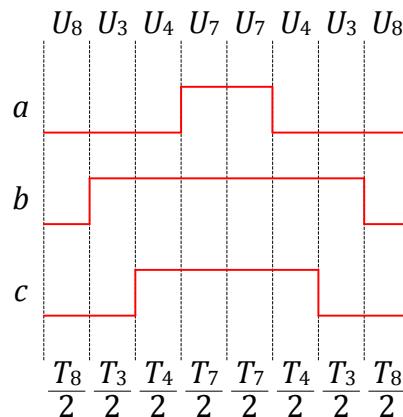
$$t_b = T_3 + T_4 = 0,2119 \text{ ms}$$

$$t_c = T_4 = 0,1551 \text{ ms}$$

(b) Izmjenjivač sa sklopkama prikazan je na slici ispod.



(c) Kada bi zadanu vrijednost referentnog napona bilo moguće prikazati sa dva susjedna aktivna vektora, valni oblici upravljačkih signala bi izgledali:



(d) Maksimalna vrijednost referentnog napona može biti:

$$|u_{ref}|_{max} = \frac{U_{DC}}{\sqrt{3}} = \frac{600}{\sqrt{3}} = 346,41 \text{ V}$$

UPRAVLJANJE ELEKTROMOTORnim POGONIMA

Ponovljeni drugi međuispit - 03.02.2010.

1. (8 bodova) Trofazni kavezni asinkroni motor ima sljedeće nazivne podatke:

nazivna snaga	$P_n=225 \text{ kW}$
nazivni napon	$U_n=2300 \text{ V}$
nazivna frekvencija	$f_n=60 \text{ Hz}$
nazivna brzina vrtnje	$n_n=590 \text{ min}^{-1}$

Motor je opterećen nazivnim momentom.

- a) Izračunajte gubitke u rotoru motora. Zanemarite mehaničke gubitke zbog trenja i ventilacije.
b) Odredite brzinu vrtnje motora ako je priključen na napon $U=1950 \text{ V}$ uz nepromijenjeni moment tereta. Koliki su tada gubici u rotoru i snaga koju motor daje na osovini?

Rješenje:

a) $P_{gub,a} = 3991,2 \text{ W}$

b) $n_{tb} = 586 \text{ o/min} \Rightarrow \omega_{t,b} = 61,36 \text{ rad/s}$

$$P_{os,b} = 223476 \text{ W}$$

$$P_{gub,b} = 5308 \text{ W}$$

2. (9 bodova) Asinkroni se stroj vrti konstantnom brzinom vrtnje $n = 1460 \text{ min}^{-1}$. U trenutku t estimiran je položaj vektora toka rotora koji iznosi $\rho = \pi / 3$, te rezultirajući vektor struje statora koji iznosi $\vec{i}_s = 25\angle75^\circ \text{ A}$. Trenutačni položaj rotora iznosi $\varepsilon = \pi / 6$.

- a) Odredite trenutačne vrijednosti faznih struja stroja, α i β , d i q te k i l komponenata vektora struje statora.
b) Nacrtati troosni abc , dvoosni (α, β) , (d, q) i (k, l) koordinantni sustav te označiti komponente resultantne struje u pojedinim sustavima. Koliki je kut rezultirajućeg vektora struje u (d, q) koordinatnom sustavu?
c) Kojim brzinama rotiraju koordinatni sustav toka rotora, koordinatni sustav rotora i (α, β) koordinatni sustav?

Rješenje:

a) $i_a = i_{s\alpha} = 6,47 \text{ A}$

$$i_{s\beta} = 24,14 \text{ A}$$

$$i_b = 17,64 \text{ A}$$

$$i_c = -24,11 \text{ A}$$

$$i_{sd} = 24,14 \text{ A}$$

$$i_{sq} = 6,47 \text{ A}$$

$$i_{sk} = 16,67 A$$

$$i_{sl} = 17,67 A$$

b) $\vartheta = 15^\circ$

c) Brzina koordinatnog sustava toka rotora je $n_s = 1500 \text{ o/min}$, brzina (k,l) sustava je $n = 1460 \text{ o/min}$, a brzina (α, β) koordinatnog sustava je $n = 0 \text{ o/min}$ jer je taj sustav mirujući.

3. (8 bodova) Asinkroni stroj vektorski je upravljan pri čemu se za upravljanje sklopama koristi vektorska modulacija širine impulsa. U trenutku t referentni vektor napona iznosi $U_{ref} = 300\angle 180^\circ$.

a) Odredite koliko vremena unutar intervala T_s vodi pojedina sklopka, ako se zna da skopka koja je najmanje vremena uključena vodi 20% ukupnog perioda sklapanja što iznosi $0,2 \mu\text{s}$. Pretpostavite da se nulta sklopna stanja ostavaraju kombinacijom oba nul vektora (U_7 i U_8). Koliki je period sklapanja T_s ?

b) Koliki je napon istosmjernog međukruga?

c) Skicirajte izmjenjivač i na njemu označite sklopke, te nacrtajte valne oblike upravljačkih signala za navedeni slučaj. U kojem sektoru se nalazi referentni vektor napona U_{ref} ?

Rješenje:

a) $T_7 = T_8 = \frac{T_0}{2} = 0,2 \mu\text{s}$

$$T_4 = 0,6 \mu\text{s}$$

$$T_s = 1 \mu\text{s}$$

b) $U_{dc} = 750 V$

c) U_{ref} je vektor U_4 i nalazi se između V. i VI. sektora

UPRAVLJANJE ELEKTROMOTORnim POGONIMA

Ponovljeni 2. međuispit 2009.

1. Zadani podaci su:

$$P_n = 225 \text{ kW}$$

$$U_n = 2300 \text{ V}$$

$$n_n = 590 \text{ r/min}$$

$$f_n = 60 \text{ Hz}$$

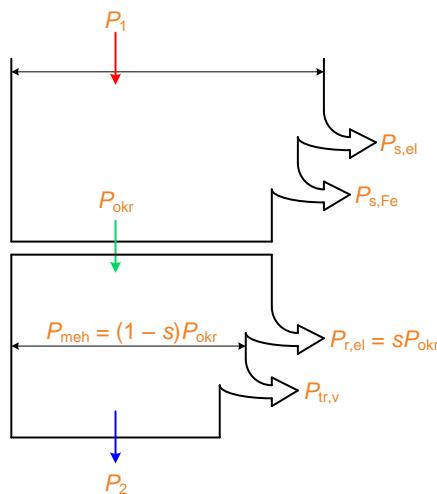
(a)

$$n_s = \frac{60f_s}{p} = \frac{60 \cdot 60}{p} = \frac{3600}{p}$$

Uvrštavanjem raznih p -ova, dobije se za $p = 6$ sinkrona brzina $n_s = 600 \text{ r/min}$. Nazivno klizanje je:

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{600 - 590}{600} = \frac{1}{60}$$

Bilanca snage dana je na slici ispod.



S obzirom na to da se gubici trenja i ventilacije zanemaruju, vrijedi:

$$P_2 = P_{meh} = (1 - s)P_{okr} \rightarrow P_{okr} = \frac{P_2}{1 - s}$$

Gubici u rotoru su:

$$Pr,el = sP_{okr}$$

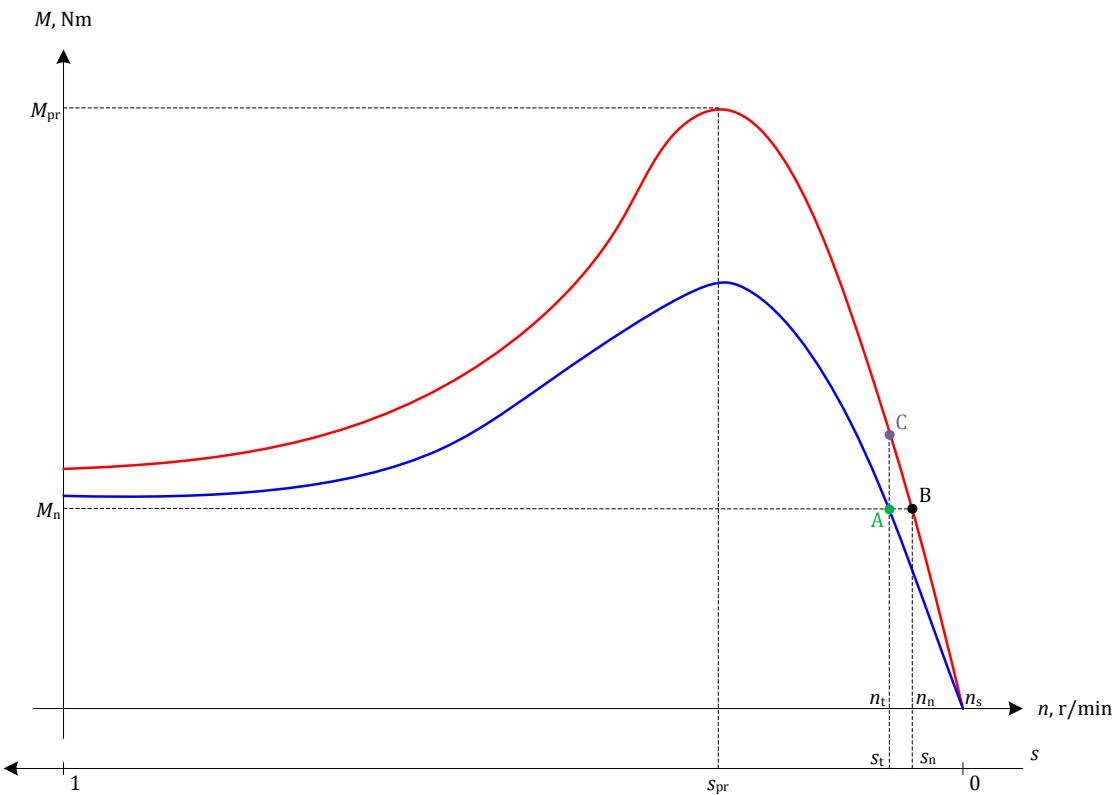
Slijedi:

$$Pr,el = \frac{s}{1 - s} P_2$$

Motor je opterećen nazivnim momentom pa su i snaga na osovini i klizanje nazivnih vrijednosti:

$$Pr,el = \frac{s_n}{1 - s_n} P_n = \frac{1}{59} \cdot 225000 = 3813,6 \text{ W}$$

(b) Momentne karakteristike dane su na slici ispod.



Točke C i B nalaze se na linearnom dijelu karakteristike pa vrijedi:

$$\frac{M_C}{s_C} = \frac{M_B}{s_B} \rightarrow \frac{M_C}{s_t} = \frac{M_n}{s_n} \rightarrow \frac{\mathbf{M}_C}{\mathbf{M}_n} = \frac{s_t}{s_n}$$

Klossova jednadžba za crvenu karakteristiku je:

$$\frac{M_C}{M_{prn}} = \frac{2}{\frac{s_C}{s_{prn}} + \frac{s_{prn}}{s_C}} = \frac{2}{\frac{s_t}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s_t}}$$

Klossova jednadžba za plavu karakteristiku je:

$$\frac{M_A}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s_A}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s_A}} \rightarrow \frac{M_n}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s_t}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s_t}}$$

Izjednače se Klossove jednadžbe pa slijedi:

$$\frac{M_C}{M_{prn}} = \frac{M_n}{M_{pr}} \rightarrow \frac{\mathbf{M}_C}{\mathbf{M}_n} = \frac{M_{prn}}{M_{pr}} = \left(\frac{\mathbf{U}_n}{\mathbf{U}} \right)^2$$

Boldani dio ubaci se u jednadžbu s početka zadatka:

$$\frac{s_t}{s_n} = \left(\frac{U_n}{U}\right)^2 \rightarrow s_t = s_n \left(\frac{U_n}{U}\right)^2$$

$$s_t = \frac{1}{60} \left(\frac{2300}{1950}\right)^2 = 0,0232$$

$$n_t = (1 - s_t)n_s = (1 - 0,0232) \cdot 600 = 586,0881 \text{ r/min}$$

Snaga na osovini je:

$$P_2 = M_n \frac{n_t \pi}{30} = \frac{30 P_n}{n_n \pi} \frac{n_t \pi}{30} = P_n \frac{n_t}{n_n} = 225000 \cdot \frac{586,0881}{590} = 223508 \text{ W}$$

Gubici u rotoru su:

$$P_{r,el} = \frac{s_t}{1 - s_t} P_2 = \frac{0,0232}{1 - 0,0232} \cdot 223508 = 5305,4 \text{ W}$$

2. (a)

$$i_{sa} = i_{s\alpha} = 25 \cos(75^\circ) = 6,4705 \text{ A}$$

$$i_{s\beta} = 25 \sin(75^\circ) = 24,1481 \text{ A}$$

$$i_{sb} = i_{sl} = 25 \sin(75^\circ - 30^\circ) = 17,6777 \text{ A}$$

$$i_{sc} = -25 \cos(75^\circ - 60^\circ) = -24,1481 \text{ A}$$

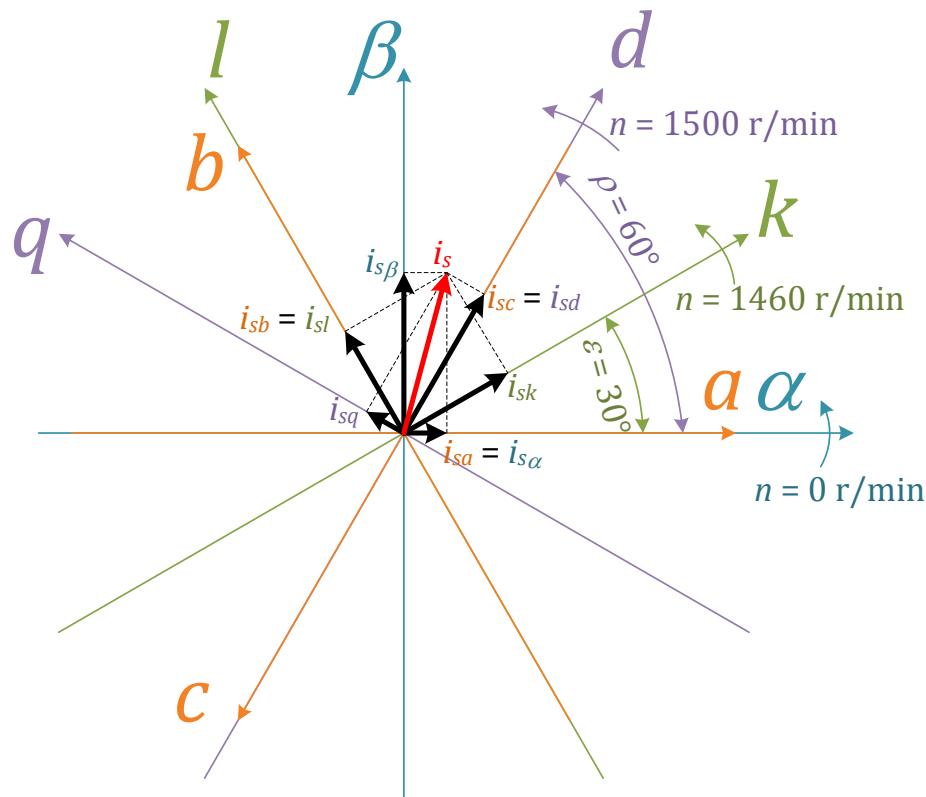
$$i_{sd} = 25 \cos(75^\circ - 60^\circ) = 24,1481 \text{ A}$$

$$i_{sq} = 25 \sin(75^\circ - 60^\circ) = 6,4705 \text{ A}$$

$$i_{sk} = 25 \cos(75^\circ - 30^\circ) = 17,6777 \text{ A}$$

(b) Kut rezultirajućeg vektora struje u ($d-q$) koordinatnom sustavu je:

$$\vartheta = 75^\circ - 60^\circ = 15^\circ$$



(c) Brzine pojedinih sustava označene su na slici iznad.

3. Zadani podaci su:

$$u_{ref} = 300 \angle 180^\circ \text{ V}$$

(a) Iz kuta referentnog vektora napona slijedi da se referentni vektor napona u_{ref} nalazi između IV. i V. sektora.

$$T_s = \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{20\%} = \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{0,2} = 1 \mu\text{s}$$

$$T_7 = T_8 = \frac{T_0}{2} = 0,2 \mu\text{s}$$

$$T_4 = T_s - T_7 - T_8 = 1 - 0,2 - 0,2 = 0,6 \mu\text{s}$$

(b) Za svaki kratki period T_s srednja vrijednost na izlazu iz izmjenjivača treba biti jednaka srednjoj vrijednosti referentnog vektora napona u_{ref} :

$$\frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} u_{ref} dt = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_4} u_4 dt$$

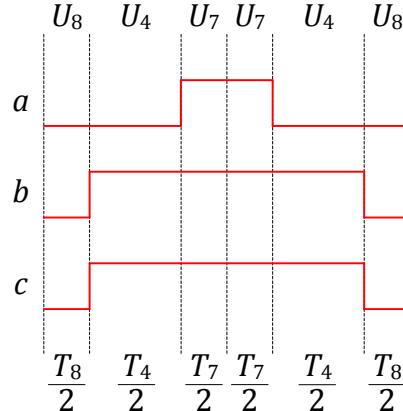
$$\frac{1}{T_s} \cdot u_{ref} \cdot (T_s - 0) = \frac{1}{T_s} \cdot u_4 \cdot (T_4 - 0)$$

$$u_{ref} = u_4 \frac{T_4}{T_s}$$

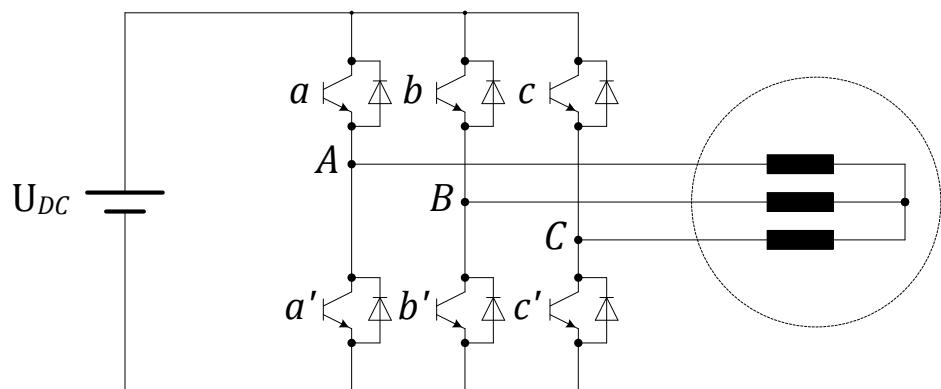
$$u_{s\alpha} + j u_{s\beta} = u_{s\alpha} + j \cdot 0 = u_{s\alpha} = -\frac{2U_{DC}}{3} \frac{T_4}{T_s} \rightarrow u_{s\alpha} = -\frac{2U_{DC}}{3} \frac{T_4}{T_s} \rightarrow U_{DC} = -\frac{3u_{s\alpha} T_s}{2} \frac{T_4}{T_s}$$

$$U_{DC} = -\frac{3 \cdot (-300)}{2} \frac{1}{0,6} = 750 \text{ V}$$

(c) Valni oblici upravljačkih signala sklopki izmjenjivača prikazani su na slici ispod.



Izmjenjivač sa sklopkama prikazan je na slici ispod.



UPRAVLJANJE ELEKTROMOTORnim POGONIMA

I. međuispit - 22.11.2011.

- 1. (10 bodova)** Dva istosmjerna nezavisno uzbudena motora spojena su na zajedničku osovini. Nazivni podaci motora su:

Motor1:

nazivna snaga $P_n = 33 \text{ kW}$
 nazivni napon $U_{an} = 440 \text{ V}$
 nazivna struja $I_{an} = 83 \text{ A}$
 nazivna brzina vrtnje $n_n = 1040 \text{ min}^{-1}$
 otpor armature $R_a = 0,24 \Omega$

Motor2:

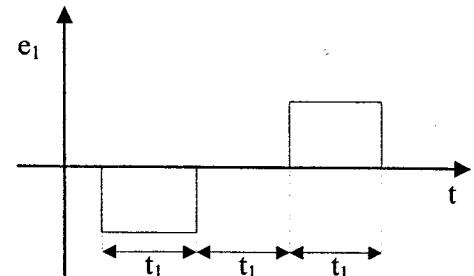
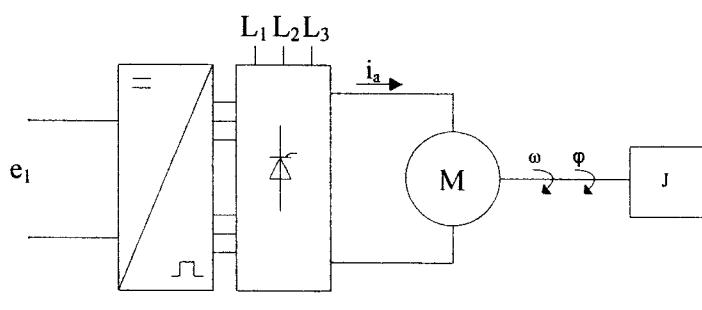
nazivna snaga $P_n = 34 \text{ kW}$
 nazivni napon $U_{an} = 440 \text{ V}$
 nazivna struja $I_{an} = 87 \text{ A}$
 nazivna brzina vrtnje $n_n = 1060 \text{ min}^{-1}$
 otpor armature $R_a = 0,3 \Omega$

Motori rade na pogonu za dizanje i spuštanje tereta koje je ostvareno preko reduktora. Moment trenja reduktora je $M_{tr,red} = 10 \text{ Nm}$. Moment tereta je potencijalnog karaktera i iznosi $M_t = 400 \text{ Nm}$.

- Kojom brzinom će motori dizati teret kada se oba motora priključe na nazivni napon? Koliko je opterećenje pojedinog motora (na osovinu) u odnosu na nazivno opterećenje?
- Na koji napon bi se trebao priključiti motor 2 da svaki motor preuzme pola tereta na osovinu?
- Ako se tok motora 2 smanji za 5% u odnosu na nazivni tok, kojom brzinom će motori dizati teret? Da li je dozvoljen trajni rad pogona u ovoj radnoj točki?

Napomena: Gubici trenja i ventilacije motora se **ne zanemaruju!**

- 2. (5 bodova)** Ulazni napon upravljačkog sustava se mijenja prema referentnom signalu e_1 prikazanim na slici. Vrijeme t_1 dovoljno je veliko da se uspostavi stacionarna brzina vrtnje stroja. Kvalitativno skicirati vremenske odzive struje armature $i_a(t)$, brzine vrtnje $\omega(t)$ i kuta zakreta $\varphi(t)$ neopterećenog motora. Uzbuda motora je konstantna.



3. **(6 bodova)** Asinkroni stroj se vrti konstantnom brzinom vrtnje $n = 2910 \text{ min}^{-1}$. Nazivna struja stroja iznosi $I_n = 20 \text{ A}$, a stroj je opterećen nazivnim momentom. Struje statora određene su izrazima:

$$i_{sa} = I_m \sin(\omega t),$$

$$i_{sb} = I_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}),$$

$$i_{sc} = I_m \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}).$$

U trenutku $t = 0.014 \text{ s}$ estimirani položaj vektora toka rotora iznosi $\rho = 252^\circ$.

- a) Odredite vrijednosti faznih struja statora, α i β , te d i q komponenti vektora struje statora u trenutku $t = 0.014 \text{ s}$.
 - b) Nacrtati troosni abc , dvoosne (α, β) i (d, q) koordinantne sustave te označiti komponente rezultantne struje u pojedinim sustavima.
4. **(6 bodova)** Asinkroni motor nazivnih podataka: $U_n = 400 \text{ V}$, $P_n = 5 \text{ kW}$, $n_n = 1430 \text{ min}^{-1}$, $f_n = 50 \text{ Hz}$, $M_{pr}/M_n = 3$, namot u spoju zvijezda, skalarno je upravljan U/f metodom u otvorenoj petlji. Motor pokreće stroj za obradu metala čija je momentna karakteristika dana izrazom $M_t = k/n \text{ Nm}$. Gubici trenja i ventilacije motora se zanemaruju. Pri nazivnoj frekvenciji motor je opterećen s 50% nazivnog momenta.

- a) Odrediti zadalu (referentnu) frekvenciju uz koju bi brzina vrtnje motora bila $n = 900 \text{ min}^{-1}$. Koliki je moment tereta pri novoj referentnoj frekvenciji?
- b) Na istom grafu nacrtati momentne karakteristike motora i tereta, te naznačiti karakteristične točke (prekretni moment i klizanje, sinkronu brzinu i radnu točku).

5. **(8 bodova)** Asinkroni stroj je vektorski upravljan pri čemu se za upravljanje sklopkama pretvarača koristi vektorska modulacija širine impulsa. α i β komponente referentnog vektora napona statora u trenutku t iznose $u_\alpha = 200 \text{ V}$, $u_\beta = -145 \text{ V}$. Odrediti trenutne vrijednosti faznih napona statora u_a , u_b i u_c u tom trenutku. Koliko vremena unutar intervala $T_s = 2 \mu\text{s}$ vodi pojedina sklopka? Skicirati izmjenjivač i na njemu označiti sklopke. Napon istosmjernog međukruga iznosi $U_{dc} = 600 \text{ V}$. Nacrtati valne oblike upravljačkih signala za navedeni slučaj. U kojem se sektoru nalazi referentni vektor napona U_{ref} ?

UPRAVLJANJE ELEKTROMOTORnim POGONIMA
Međuispit 2011.

1. Zadani podaci su:

M1: 33 kW; 440 V; 83 A; 1040 r/min; 0,24 Ω

M2: 34 kW; 440 V; 87 A; 1060 r/min; 0,3 Ω

$M_{tr,red} = 10 \text{ Nm}$; $M_t = 400 \text{ Nm}$

Konstante motora M1:

$$c_{e1} = \frac{U_{an1} - I_{an1}R_{a1}}{n_{n1}} = \frac{440 - 83 \cdot 0,24}{1040} = 0,4039 \text{ Vmin/r}$$

$$c_{m1} = \frac{30c_{e1}}{\pi} = 3,8572 \text{ Nm/A}$$

Nazivni moment:

$$M_{n1} = \frac{30P_{n1}}{n_{n1}\pi} = \frac{30 \cdot 33000}{1040 \cdot \pi} = 303,0065 \text{ Nm}$$

Nazivni elektromagnetski moment:

$$M_{emn1} = I_{an1}c_{m1} = 83 \cdot 3,8572 = 320,1460 \text{ Nm}$$

Moment trenja i ventilacije je:

$$M_{tr,v1} = M_{emn1} - M_{n1} = 17,1395 \text{ Nm}$$

Konstante motora M2:

$$c_{e2} = \frac{U_{an2} - I_{an2}R_{a2}}{n_{n2}} = \frac{440 - 87 \cdot 0,3}{1060} = 0,3905 \text{ Vmin/r}$$

$$c_{m2} = \frac{30c_{e2}}{\pi} = 3,7287 \text{ Nm/A}$$

Nazivni moment:

$$M_{n2} = \frac{30P_{n2}}{n_{n2}\pi} = \frac{30 \cdot 34000}{1060 \cdot \pi} = 306,2982 \text{ Nm}$$

Nazivni elektromagnetski moment:

$$M_{emn2} = I_{an2}c_{m2} = 87 \cdot 3,7287 = 324,3995 \text{ Nm}$$

Moment trenja i ventilacije je:

$$M_{tr,v2} = M_{emn2} - M_{n2} = 18,1013 \text{ Nm}$$

(a) Motori se vrte jednakim brzinama:

$$n_1 = n_2$$

$$\frac{U_{an1} - I_{a1}R_{a1}}{c_{e1}} = \frac{U_{an2} - I_{a2}R_{a2}}{c_{e2}}$$

$$\frac{440 - I_{a1} \cdot 0,24}{0,4039} = \frac{440 - I_{a2} \cdot 0,3}{0,3905} \rightarrow I_{a1} = 1,2931I_{a2} - 63,1566$$

Izraz za momente je:

$$M_{em1} - M_{tr,v1} + M_{em2} - M_{tr,v2} = M_t + M_{tr,red}$$

$$I_{a1}c_{m1} - 17,1395 + I_{a2}c_{m2} - 18,1013 = 400 + 10$$

$$(1,2931I_{a2} - 63,1566) \cdot 3,8572 + I_{a2} \cdot 3,7287 = 445,2408 \rightarrow I_{a2} = 79,0298 \text{ A}$$

$$I_{a1} = 39,0337 \text{ A}$$

$$M_{em1} = I_{a1}c_{m1} = 39,0337 \cdot 3,8572 = 150,5602 \text{ Nm}$$

$$M_{em2} = I_{a2}c_{m2} = 79,0298 \cdot 3,7287 = 294,6806 \text{ Nm}$$

$$\textcolor{red}{n} = n_1 = n_2 = \frac{440 - 39,0337 \cdot 0,24}{0,4039} = \textcolor{red}{1066,1235 \text{ r/min}}$$

$$M_{os1} = M_{em1} - M_{tr,v1} = 150,5602 - 17,1395 = 133,4207 \text{ Nm}$$

$$M_{os2} = M_{em2} - M_{tr,v2} = 294,6806 - 18,1013 = 276,5793 \text{ Nm}$$

$$P_1 = M_{os1}\omega = M_{os1} \frac{n\pi}{30} = 133,4207 \cdot \frac{1066,1235 \cdot \pi}{30} = 14895,6443 \text{ W}$$

$$\textcolor{red}{P_{1\%}} = \frac{P_1}{P_{1n}} \cdot 100\% = \frac{14895,6443}{33000} \cdot 100\% = \textcolor{red}{45,8190\%}$$

$$P_2 = M_{os2}\omega = M_{os2} \frac{n\pi}{30} = 276,5793 \cdot \frac{1066,1235 \cdot \pi}{30} = 30878,4764 \text{ W}$$

$$\textcolor{red}{P_{2\%}} = \frac{P_2}{P_{2n}} \cdot 100\% = \frac{30878,4764}{34000} \cdot 100\% = \textcolor{red}{90,8190\%}$$

(b) Svaki motor na osovini će preuzeti:

$$M_{os1} = M_{os2} = \frac{410}{2} = 205 \text{ Nm}$$

Vrijedi:

$$M_{em1} = M_{os1} + M_{tr,v1} = 205 + 17,1395 = 222,1395 \text{ Nm}$$

$$I_{a1} = \frac{M_{em1}}{c_{m1}} = \frac{222,1395}{3,8572} = 57,5912 \text{ A}$$

$$n = n_1 = n_2 = \frac{U_{an1} - I_{a1}R_{a1}}{c_{e1}} = \frac{440 - 57,5912 \cdot 0,24}{0,4039} = 1055,0972 \text{ r/min}$$

$$M_{em2} = M_{os2} + M_{tr,v2} = 205 + 18,1013 = 223,1013 \text{ Nm}$$

$$I_{a2} = \frac{M_{em2}}{c_{m2}} = \frac{223,1013}{3,7287} = 59,8331 \text{ A}$$

$$\color{red} U_{a2} = nc_{e2} + I_{a2}R_{a2} = 1055,0972 \cdot 0,3905 + 59,8331 \cdot 0,3 = 429,9355 \text{ V}$$

(c) Općenito vrijedi $c_e = k_e\Phi$ i $c_m = k_m\Phi$. Ako se iznos toka motora **M2** promijeni na $\Phi'_2 = 0,95\Phi_2$, slijedi i da se konstante motora promijene:

$$c'_{e2} = 0,95c_{e2} = 0,95 \cdot 0,3905 = 0,3709 \text{ Vmin/r}$$

$$c'_{m2} = 0,95c_{m2} = 0,95 \cdot 3,7287 = 3,5423 \text{ Nm/A}$$

Motori se vrte jednakim brzinama:

$$n_1 = n_2$$

$$\frac{U_{an1} - I_{a1}R_{a1}}{c_{e1}} = \frac{U_{an2} - I_{a2}R_{a2}}{c_{e2}}$$

$$\frac{440 - I_{a1} \cdot 0,24}{0,4039} = \frac{440 - I_{a2} \cdot 0,3}{0,3709} \rightarrow I_{a1} = 1,3611I_{a2} - 162,9718$$

Izraz za momente je:

$$M_{em1} - M_{tr,v1} + M_{em2} - M_{tr,v2} = M_t + M_{tr,red}$$

$$I_{a1}c_{m1} - 17,1395 + I_{a2}c_{m2} - 18,1013 = 400 + 10$$

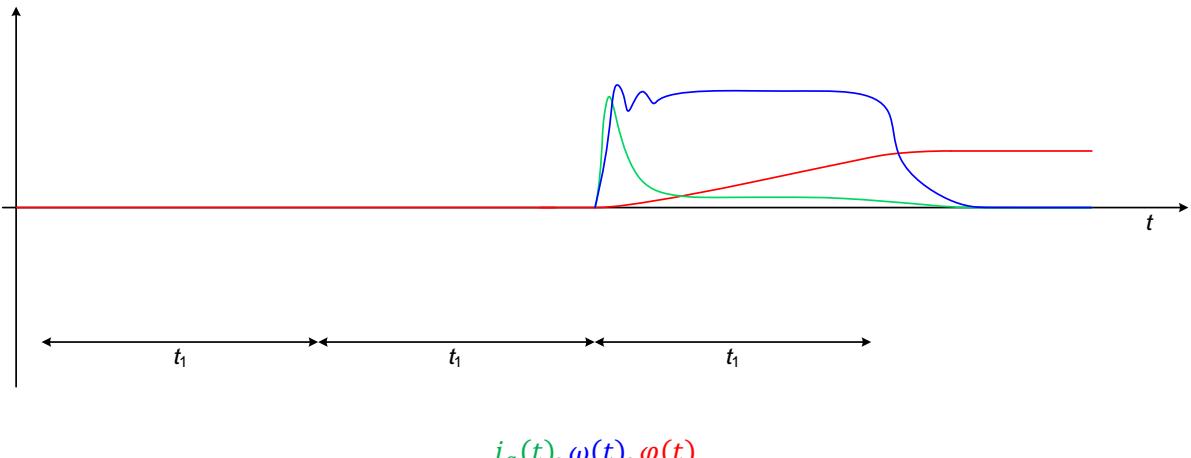
$$(1,3611I_{a2} - 162,9718) \cdot 3,8572 + I_{a2} \cdot 3,5423 = 445,2408 \rightarrow I_{a2} = 122,1346 \text{ A}$$

$$I_{a1} = 3,2677 \text{ A}$$

Nije dozvoljen trajni rad pogona u ovoj radnoj točci jer je struja armature motora **M2** veća od nazivne struje tog motora. Motori će teret dizati brzinom:

$$\color{red} n = n_1 = n_2 = \frac{440 - 3,2677 \cdot 0,24}{0,4039} = 1087,3747 \text{ r/min}$$

2. Iz slike je vidljivo da se radi o trofaznom punoupravlјivom usmjerivaču koji omogućuje dvokvadrantni rad sa samo jednim smjerom struje. Kvalitativni vremenski odzivi struje armature $i_a(t)$, brzine vrtnje $\omega(t)$ i kuta zakreta $\varphi(t)$ neopterećenog motora dani su na slici ispod.



3. (a) Vrijednosti faznih struja statora su:

$$i_{sa}(t = 0,014 \text{ s}) = 20\sqrt{2} \sin(2\pi \cdot 50 \cdot 0,014) = -26,8999 \text{ A}$$

$$i_{sb}(t = 0,014 \text{ s}) = 20\sqrt{2} \sin\left(2\pi \cdot 50 \cdot 0,014 - \frac{2\pi}{3}\right) = 21,0193 \text{ A}$$

$$i_{sc}(t = 0,014 \text{ s}) = 20\sqrt{2} \sin\left(2\pi \cdot 50 \cdot 0,014 + \frac{2\pi}{3}\right) = 5,8806 \text{ A}$$

Vrijednosti α i β komponenata struja statora su:

$$i_{s\alpha}(t = 0,014 \text{ s}) = i_{sa}(t = 0,014 \text{ s}) = -26,8999 \text{ A}$$

$$i_{s\beta}(t = 0,014 \text{ s}) = \frac{i_{sb} - i_{sc}}{\sqrt{3}} = \frac{21,0193 - 5,8806}{\sqrt{3}} = 8,7403 \text{ A}$$

Vrijednosti d i q komponenata struja statora su:

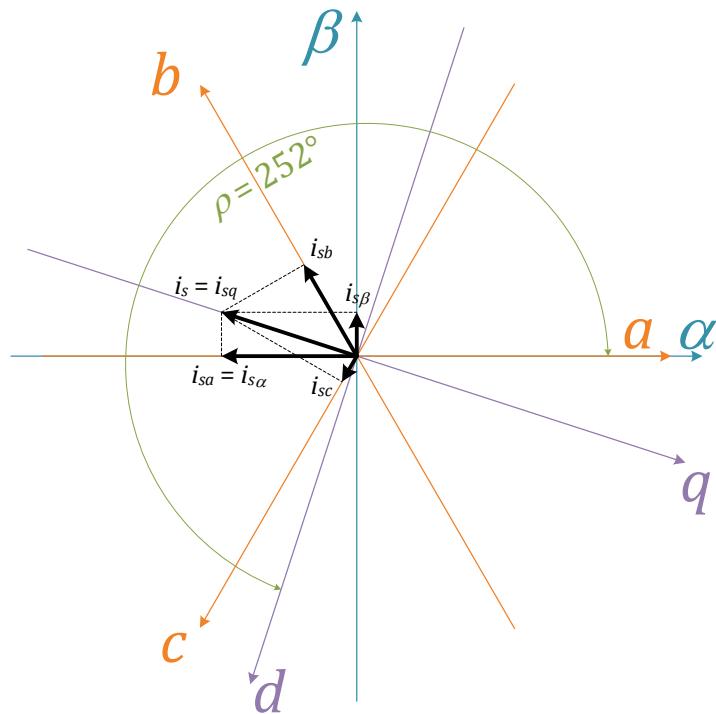
$$i_{sd}(t = 0,014 \text{ s}) = i_{s\alpha}(t = 0,014 \text{ s}) \cos \rho + i_{s\beta}(t = 0,014 \text{ s}) \sin \rho$$

$$i_{sd}(t = 0,014 \text{ s}) = -26,8999 \cos(252^\circ) + 8,7403 \sin 252^\circ = 0 \text{ A}$$

$$i_{sq}(t = 0,014 \text{ s}) = -i_{s\alpha}(t = 0,014 \text{ s}) \sin \rho + i_{s\beta}(t = 0,014 \text{ s}) \cos \rho$$

$$i_{sq}(t = 0,014 \text{ s}) = 26,8999 \sin(252^\circ) + 8,7403 \cos 252^\circ = -28,2843 \text{ A}$$

(b)



4. Zadani podaci su:

$$P_n = 5 \text{ kW}$$

$$U_n = 400 \text{ V}$$

$$n_n = 1430 \text{ r/min}$$

$$f_n = 50 \text{ Hz}$$

$$M_{pr}/M_n = 3$$

$$M_t = k/n \text{ Nm}$$

- spoj Y; skalarno upravljanje U/f metodom u otvorenoj petlji

$$f_n \rightarrow 0,5M_n$$

(a)

$$p = \frac{60f_s}{n_s} = \frac{60 \cdot 50}{1500} = 2$$

$$M_n = \frac{30P_n}{n_n \pi} = \frac{30 \cdot 5000}{1430 \cdot \pi} = 33,3891 \text{ Nm}$$

Na linearnom dijelu momentne karakteristike vrijedi (karakteristike vidjeti u **(b)** dijelu zadatka):

$$\frac{M_n}{M_t} = \frac{s_n}{s_t} \rightarrow \frac{M_n}{0,5M_n} = \frac{s_n}{s_t} \rightarrow s_t = 0,5s_n$$

Nazivno klizanje iznosi:

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{1500 - 1430}{1500} = 0,0467$$

Brzina vrtnje pri nazivnoj frekvenciji iznosi:

$$n_t = n_s(1 - s_t) = 1500(1 - 0,5 \cdot 0,0467) = 1465 \text{ r/min}$$

Sada se može odrediti konstanta k za momentnu karakteristiku tereta:

$$M_t = \frac{k}{n_t} \rightarrow k = M_t n_t = 0,5 \cdot 33,3891 \cdot 1465 = 2,4458 \cdot 10^4 \text{ Nmmmin/r}$$

Iz Klossove jednadžbe slijedi:

$$\frac{M_n}{M_{pr}} = \frac{2}{\frac{s_n}{s_{pr}} + \frac{s_{pr}}{s_n}} = \frac{2}{x + \frac{1}{x}} \rightarrow x + \frac{1}{x} = 6 \rightarrow x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{8}$$

Odabire se rješenje $x = 3 - \sqrt{8} = 0,1716$ iz čega se dobije prekretno klizanje:

$$s_{pr} = \frac{s_n}{0,1716} = \frac{0,0467}{0,1716} = 0,2720$$

Slijedi da je iznos brzine na prekretnom klizanju jednak:

$$n_{pr} = n_s(1 - s_{pr}) = 1500(1 - 0,2720) = 1092,0101 \text{ r/min}$$

Definirajmo:

$$\Delta n = n_s - n_{pr} = 1500 - 1092,0101 = 407,9899 \text{ r/min} = n'_s - n'_{pr}$$

gdje su n'_s i n'_{pr} nova sinkrona brzina i brzina na novom prekretnom klizanju pri novoj frekvenciji f' . Prekretni moment kod nove i stare karakteristike su jednaki:

$$M'_{pr} = M_{pr} = 3M_n = 100,1674 \text{ Nm}$$

Iz izraza $\Delta n = n'_s - n'_{pr}$ slijedi $\Delta n = n'_s - n'_{pr} = n'_s - n'_s(1 - s'_{pr}) = n'_s(1 - 1 + s'_{pr}) = n'_s s'_{pr}$. Kada se pronađe n'_s , bit će nađena i tražena frekvencija. s'_{pr} se može dobiti iz Klossove jednadžbe:

$$\frac{M'_t}{M'_{pr}} = \frac{2}{\frac{s'_t}{s'_{pr}} + \frac{s'_{pr}}{s'_t}} \rightarrow \frac{\frac{k}{n'_t}}{M'_{pr}} = \frac{2}{x + \frac{1}{x}} \rightarrow \frac{2,4458 \cdot 10^4}{100,1674 \cdot 900} = \frac{2}{x + \frac{1}{x}} \rightarrow x^2 - 7,372x + 1 = 0$$

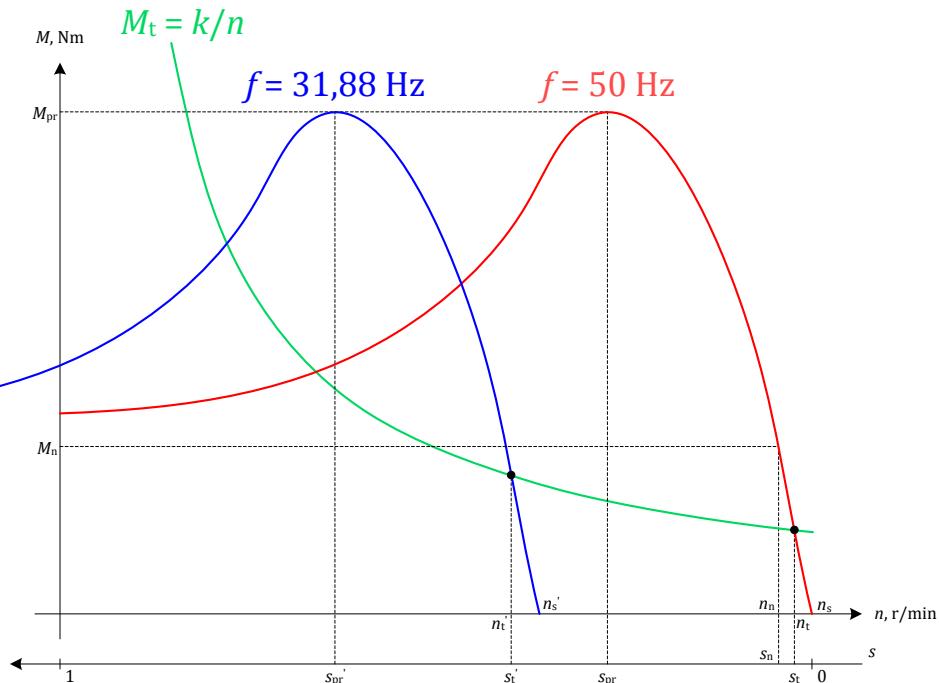
Odabire se rješenje $x = 0,1382$. Slijedi:

$$\frac{s'_t}{s'_{pr}} = 0,1382 \rightarrow \frac{\frac{n'_s - n'_t}{\Delta n}}{\frac{n'_s}{n'_s}} = 0,1382 \rightarrow \frac{n'_s - n'_t}{\Delta n} = 0,1382$$

$$n'_s = 0,1382 \Delta n + n'_t = 0,1382 \cdot 407,9899 + 900 = 956,4007 \text{ r/min}$$

$$f' = \frac{n'_s p}{60} = \frac{956,4007 \cdot 2}{60} = 31,88 \text{ Hz}$$

(b)



5. Zadani podaci su:

$$u_\alpha = 200 \text{ V}$$

$$u_\beta = -145 \text{ V}$$

$$T_s = 2 \mu\text{s}$$

$$U_{DC} = 600 \text{ V}$$

Vrijedi:

$$\color{red} u_{sa} = u_{s\alpha} = 200 \text{ V}$$

$$u_{s\beta} = \frac{u_{sb} - u_{sc}}{\sqrt{3}}$$

$$u_{sa} + u_{sb} + u_{sc} = 0 \rightarrow u_{sb} = -u_{sa} - u_{sc}$$

$$u_{s\beta} = \frac{u_{sb} - u_{sc}}{\sqrt{3}} = \frac{-u_{sa} - 2u_{sc}}{\sqrt{3}} \rightarrow u_{sc} = -\frac{u_{sa} + \sqrt{3}u_{s\beta}}{2}$$

$$\color{red} u_{sc} = -\frac{200 - \sqrt{3} \cdot 145}{2} = 25,5737 \text{ V}$$

$$\color{red} u_{sb} = -200 - 25,5737 = -225,5737 \text{ V}$$

Također je:

$$\vartheta = \operatorname{arctg} \left(\frac{u_{s\beta}}{u_{sa}} \right) = \operatorname{arctg} \left(\frac{-145}{200} \right) = -54,0579^\circ$$

Slijedi da se referentni vektor napona u_{ref} nalazi u II. sektoru. Za svaki kratki period T_s srednja vrijednost na izlazu iz izmjenjivača treba biti jednaka srednjoj vrijednosti referentnog vektora napona u_{ref} :

$$\frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} u_{ref} dt = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_1} u_1 dt + \frac{1}{T_s} \int_{T_1}^{T_1+T_6} u_6 dt$$

$$\frac{1}{T_s} \cdot u_{ref} \cdot (T_s - 0) = \frac{1}{T_s} \cdot u_1 \cdot (T_1 - 0) + \frac{1}{T_s} \cdot u_6 \cdot (T_1 + T_6 - T_1)$$

$$u_{ref} = u_1 \frac{T_1}{T_s} + u_6 \frac{T_6}{T_s}$$

$$u_{s\alpha} + j u_{s\beta} = \frac{2U_{DC}}{3} \frac{T_1}{T_s} + \left(\frac{U_{DC}}{3} - j \frac{U_{DC}}{\sqrt{3}} \right) \frac{T_6}{T_s} = \frac{2U_{DC}}{3} \frac{T_1}{T_s} + \frac{U_{DC}}{3} \frac{T_6}{T_s} + j \left(-\frac{U_{DC}}{\sqrt{3}} \frac{T_6}{T_s} \right)$$

$$u_{s\alpha} = \frac{2U_{DC}}{3} \frac{T_1}{T_s} + \frac{U_{DC}}{3} \frac{T_6}{T_s}$$

$$u_{s\beta} = -\frac{U_{DC}}{\sqrt{3}} \frac{T_6}{T_s}$$

Iz druge jednakosti slijedi:

$$T_6 = -\frac{\sqrt{3}u_{s\beta}}{U_{DC}}T_s = \frac{\sqrt{3} \cdot 145}{600} \cdot 2 = 0,8372 \mu\text{s}$$

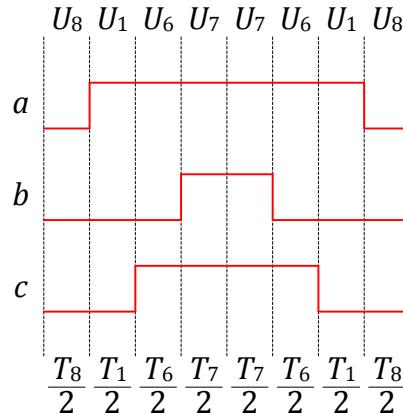
Iz prve jednakosti slijedi:

$$T_1 = \frac{3u_{s\alpha}T_s - U_{DC}T_6}{2U_{DC}} = \frac{3 \cdot 200 \cdot 2 - 600 \cdot 0,8372}{2 \cdot 600} = 0,5814 \mu\text{s}$$

Zadovoljen je uvjet $T_1 + T_6 = 1,4186 \mu\text{s} \leq T_s = 2 \mu\text{s}$.

$$T_7 = T_8 = \frac{T_s - T_1 - T_6}{2} = \frac{2 - 1,4186}{2} = 0,2907 \mu\text{s}$$

Valni oblici upravljačkih signala sklopki izmjenjivača prikazani su na slici ispod.



$$\textcolor{red}{t_a} = T_s - T_8 = 2 - 0,2907 = 1,7039 \mu\text{s}$$

$$\textcolor{red}{t_b} = T_7 = 0,2907 \mu\text{s}$$

$$\textcolor{red}{t_c} = T_s - T_1 - T_8 = 2 - 0,5184 - 0,2907 = 1,1279 \mu\text{s}$$

Izmjenjivač sa sklopkama prikazan je na slici ispod.

