

# Zadaci iz Mjerenja u elektrotehnici

Lana Relej

listopad 2020.

## Napomene

U ovom dokumentu sam sakupila postupke rješavanja svih zadataka koji su objavljeni na Moodleu u ak. godini 2019./2020. Kako je to bila prva godina održavanja ovog kolegija na FER-3 programu, bilo je malo kaotično pa ne idu uvijek po redu (ali svi su na broju).

**Auditorne MI/ZI:** ovi zadaci su službeno riješeni na auditornim vježbama prije ispita

**Primjer MI/ZI:** ovi zadaci su se prolazili u jednoj grupi na predavanjima i nisu bili službeno objavljeni

**Dodatni zadaci MI/ZI:** ovi zadaci su naknadno dodadni u pdf sa zadacima s auditornih. Neki su isti kao s primjera ispita, a neke sam rješavala sama

Na materijalima postoji još jedan dokument s težim zadacima koji su se u našoj generaciji pojavili samo na zimskom roku, ali će ubuduće vjerojatno biti izmješani. Autor: pcharlie

Na FER-2 programu kolegij Uvod u mjeriteljstvo s diplomskog je jako sličan MUE, a ima dosta materijala.

Već sam sama ispravila neke greške (uglavnom u prepisivanju s ploče), a ako pronađete još koju molim vas da me kontaktirate na forumu kako bi ih mogla ispraviti.

U službenom pdf-u za I. ciklus nalazi se tipfeler u rješenju 20. zadatka: trebalo bi pisati  $R_i = 0,53$  mrad, a piše 0,53rad (provjereno s profesorom).

Sretno!

**MUE: Zadatci za vježbu (I ciklus)**

- Napon izvora mjerjen je 100 puta u istim uvjetima digitalnim voltmetrom s  $4 \frac{1}{2}$  digita i granicama pogrešaka  $\pm(0,1\% \text{ od mjerene vrijednosti} + 5 \text{ digita})$ . Aritmetička sredina svih rezultata mjerjenih na području od 20 V bila je 6,13 V, a standardno odstupanje (pojedine vrijednosti) 15 mV. Kolika je mjerena nesigurnost tako izmjereno napona?

*Rješenje:*  $U = (6,130 \pm 0,007) \text{ V}$

- Paralelnim spojem dvaju ampermetara mernih dometa 6 A i 10 A, jednakih unutarnjih otpora, izmjerena je struja 12 A. Iskažite mjeri rezultat, ako su razredi točnosti (indeksi klase) oba ampermetra 1.

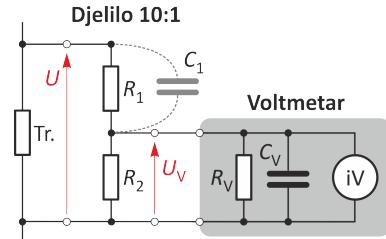
*Rješenje:*  $I = (12,000 \pm 0,067) \text{ A}$

- Izmjenični napon faktora oblika 1,18 mjeri se paralelnim spajanjem dva instrumenta. Prvi instrument, s odzivom na elektrolitičku srednju vrijednost, umjeran je u efektivnim vrijednostima sinusnog napona, dok je odziv drugog instrumenta na pravu efektivnu vrijednost. Koliko pokazuje drugi instrument ako je na prvom instrumentu izmjreno 53 V? Pogrješke instrumenata se zanemaruju.

*Rješenje:*  $U_2 = 56,3 \text{ V}$

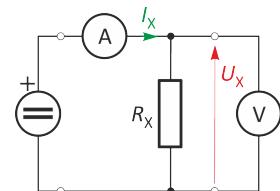
- Istosmjerni napon  $U$  mjeri se preciznim otporničkim djelilom 10:1 i voltmetrom ulaznog otpora  $R_V = 10 \text{ M}\Omega$  i ulaznog kapaciteta  $C_V = 150 \text{ pF}$ . Koliki je napon  $U$  na trošilu Tr., ako napon izmjerjen voltmetrom iznosi  $U_V = 157,2 \text{ V}$ , a otpor gornje grane djelila je  $R_1 = 1,8 \text{ M}\Omega$ ? Koliki je kapacitet  $C_1$  potrebno prema shemi dodati paralelno otporu gornje grane djelila kako bi pri mjerenu izmjeničnih napona ono bilo kompenzirano?

*Rješenje:*  $U = 1600,3 \text{ V}; C_1 = 16,3 \text{ pF}$



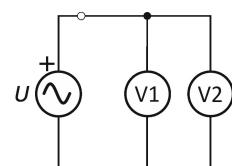
- Nepoznati otpor  $R_x$  nekog otpornika mjeri se s pomoću voltmetra i ampermetra (tzv.  $UI$  metodom). Digitalnim voltmetrom vrlo velikog unutarnjeg otpora s mernim opsegom 20 V i graničnom pogreškom  $\pm (0,1\% \text{ od očitanja} + 0,05\% \text{ od mernog opsega})$  mjerjen je napon  $U_X$  na otporniku, a analognim ampermetrom s mernim opsegom 1,2 A i klasom točnosti 0,5 struja  $I_X$  kroz otpornik. Aritmetičke sredine za 10 mjerena iznosile su  $U_X = 15 \text{ V}$  i  $I_X = 0,4 \text{ A}$ , dok su standardna odstupanja pojedinačnog mjerjenja bila  $s_U = 0,02 \text{ V}$  i  $s_I = 0,01 \text{ A}$ . Potrebno je iskazati mjeri rezultat te pripadajuću mjeru nesigurnost.

*Rješenje:*  $R_X = (37,50 \pm 0,44) \Omega$



- Digitalni voltmetar V1 s odzivom na elektrolitičku srednju vrijednost i voltmetar V2 s odzivom na efektivnu vrijednost (oznake TRMS) priključeni su na izvor izobličenog izmjeničnog napona. Koliki je faktor oblika  $\xi$  tog napona, ako je voltmetrom V1 izmjereno 6,52 V, a voltmetrom V2 6,16 V?

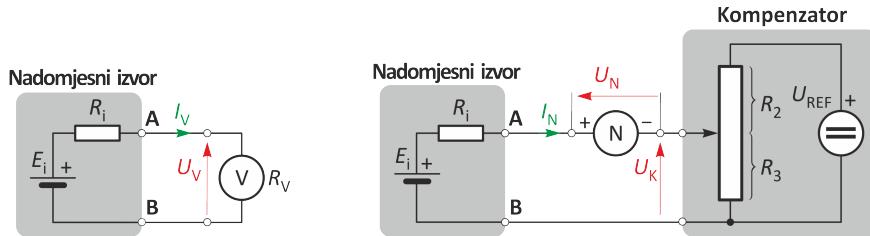
*Rješenje:*  $\xi = 1,05$



- Napon  $U(t) = 25,6 \cdot \sin(314t) + 4,3 \cdot \sqrt{2} + 11,2 \cdot \cos(314t) \text{ V}$  mjerjen je digitalnim multimetrom s odzivom na efektivnu vrijednost, s pomoću funkcije AC + DC na izmjeničnom području. Zatim je mjerjenje ponovljeno istim multimetrom na istosmjernom području. Kolika je absolutna razlika između rezultata dobivenih u oba mjerjenja, zanemarivši pogrešku instrumenta?

*Rješenje:*  $\Delta U = 14,59 \text{ V}$

8. Na dijelu promatranog mjernog kruga između točaka A i B mjeri se napon s pomoću dvije metode. Izravnom metodom s pomoću voltmetra ulaznog otpora  $R_V = 1 \text{ M}\Omega$  izmjeren je napon  $U_V = 68,8 \text{ V}$ , dok je mjerjenjem kompenzacijskom metodom, s  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$  i  $U_{\text{REF}} = 150 \text{ V}$ , postignuta ravnoteža uz  $R_3 = 86,34 \text{ k}\Omega$ . Temeljem oba mjerena odrediti parametre nadomjesne sheme izvora u mjernom krugu između točaka A i B.



*Rješenje:*  $E_i = 69,5 \text{ V}$ ;  $R_i = 10,17 \text{ k}\Omega$

9. Pri umjeravanju istosmjernog ampermetra u 6 točaka stvarne vrijednosti struja bile su: 1,02 A; 1,98 A; 3,02 A; 4,01 A; 4,99 A; 6,01 A. Koji razred točnosti zadovoljava ampermetar?

*Rješenje:* 0,5

10. Korekcijska krivulja jednog voltmetra prikazana je tablično. Kolika je točna vrijednost mjerjenog napona ako on pokazuje 0,8 V?

$U / \text{V}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$U_K / \text{mV}$	-2	5	-7	-4	3	-3	1	3	-2	2

*Rješenje:*  $U = 0,803 \text{ V}$

11. Napon izvora izmjerjen je 15 puta u istim uvjetima, digitalnim voltmetrom s prikazom  $5\frac{1}{2}$  znamenke i granicama pogrešaka  $\pm (4 \cdot 10^{-4} \text{ od očitanja} + 3 \cdot 10^{-4} \text{ od mj. opsega})$ , na mjernom opsegu 10 V. Aritmetička sredina svih rezultata bila je 6,6257 V, a standardno odstupanje (pojedine vrijednosti) 2,9 mV. Kolika je složena standardna nesigurnost  $u_c(U)$  tako izmjereno napona?

*Rješenje:*  $u_c(U) = 3,35 \text{ mV}$

12. Otpor jednog otpornika izmjerjen je trima metodama:  $U-I$  metodom, digitalnim omometrom i usporedbom s poznatim otporom. Pritom su dobivene sljedeće aritmetičke sredine i njihova pripadajuća standardna odstupanja: 1,0041  $\Omega$  (0,9 m $\Omega$ ); 1,0037  $\Omega$  (0,8 m $\Omega$ ) i 1,0049  $\Omega$  (0,6 m $\Omega$ ). Koja je najvjerojatnija vrijednost tog otpora?

*Rješenje:*  $R_S = 1,0044 \Omega$

13. Izmjerili smo nekoliko desetaka otpornika nazivne vrijednosti  $270 \Omega$  te dobili aritmetičku sredinu  $272 \Omega$  i standardno odstupanje  $2 \Omega$ . Uzme li se nasumce jedan otpornik, vjerojatnost da je njegova vrijednost veća od nazivne iznosi:

*Rješenje:*  $P = 84,15 \%$

14. Otpor trošila određen je mjerjenjem istosmjerne struje koja prolazi i pada napona na njemu. Kolika je relativna proširena nesigurnost  $U_{\text{pr}}(R)$  tako izmjereno otpora na razini pouzdanosti 95 % ako su relativna mjerena nesigurnost i pripadni efektivni stupanj slobode izmjereno napona i struje redom  $u_r(U) = 0,12 \%$  i  $v_{\text{eff}}(U) = 24$  te  $u_r(I) = 0,17 \%$  i  $v_{\text{eff}}(I) = 16$ ? Vrijednosti pripadnog obuhvatnog faktora  $t_p(v_{\text{eff}})$  za razinu pouzdanosti  $P = 95 \%$  nalaze se u tablici.

$v_{\text{eff}}$	2	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$t_p$	4,30	2,57	2,23	2,13	2,09	2,06	2,04	2,03	2,02	2,01	2,01

*Rješenje:*  $U_{\text{pr}}(R) = 0,42 \%$

15. Djelatna snaga trošila poznatog otpora određena je mjerenjem istosmjernog napona na njemu. Ako je relativna mjerna nesigurnost izmjereno napona 0,14 %, a otpora 0,12 %, kolika je relativna mjerna nesigurnost izmjerene snage?

*Rješenje:*  $u_{\text{cr}}(P) = 0,30 \%$

16. Visoki istosmjerni napon  $U$  mjeri se otporničkim djelilom 1:1000, sastavljenim od  $R_1 = 9,99 \text{ M}\Omega$  i  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$  s pomoću kompenzacijskog mjernog postupka. Ako relativna nesigurnost otpora  $R_2$  u donjoj grani djelila iznosi 0,02 %, a zahtjevana nesigurnost omjera dijeljenja 0,1 %, koliku nesigurnost smije imati otpor  $R_1$  gornje grane djelila?

*Rješenje:*  $u_c(R_1) = 9,8 \text{ k}\Omega$

17. Otpornost žice od bakra kružnog presjeka određuje se mjerenjem otpora i dimenzija na pripremljenom uzorku. Ako su relativne mjerne nesigurnosti određivanja otpora, promjera i duljine žice redom 0,1 %, 0,6 % i 0,5 %, kolika je relativna složena nesigurnost tako određene otpornosti materijala?

*Rješenje:*  $u_{\text{cr}}(\rho) = 1,3 \%$

18. Koliki treba biti kapacitet osciloskopske sonde 10:1 kako bi mjerni sustav kojeg ona čini s osciloskopom ulaznog otpora  $1 \text{ M}\Omega$  i kapaciteta  $50 \text{ pF}$ , bio frekvencijski kompenziran? Specifični kapacitet priključnog kabla iznosi  $105 \text{ pF/m}$ , a njegova duljina je 120 cm.

*Rješenje:*  $C_s = 19,6 \text{ pF}$

19. Koliki je unutarnji otpor naponskog izvora, ako mu je voltmetrom unutarnjeg otpora  $10 \text{ M}\Omega$  izmjerena napon  $26,61 \text{ V}$ , a kompenzatorom  $26,92 \text{ V}$ ?

*Rješenje:*  $R_i = 116,5 \text{ k}\Omega$

20. Koliki je fazni pomak između napona na mjernom otporniku  $1 \text{ k}\Omega$  i struje kroz njega pri frekvenciji  $5 \text{ kHz}$ , ako mu je vlastiti induktivitet  $35 \mu\text{H}$ , a vlastiti kapacitet  $18 \text{ pF}$ ?

*Rješenje:*  $R_i = 0,53 \text{ rad}$

21. Pri mjerenu istosmjerne struje shuntom i voltmetrom ustanovljeno je da se pri struci od  $20 \text{ A}$  otpor shunta povećao za 0,13 % u odnosu na stanje kad njime ne prolazi struja. Ako je temperaturni koeficijent shunta  $5 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ , za koliko se povećala njegova temperatura kad njime prolazi navedena struja?

*Rješenje:*  $\Delta v = 2,6 \text{ }^{\circ}\text{C}$

22. Korekcijska krivulja jednog voltmatra na mjernom opsegu  $100 \text{ mV}$  prikazana je tablično. Koliki je mjereni napon ako on pokazuje  $30 \text{ mV}$ ?

$U/\text{mV}$	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$U_K/\mu\text{V}$	-21	-16	-9	-13	-7	2	10	5	11	8

*Rješenje:*  $U = 29,991 \text{ mV}$

23. Na izvor napona pravokutnog valnog oblika amplitude  $U_m = 5,2 \text{ V}$  priključeni su paralelno dva digitalna voltmatra za mjerjenje izmjeničnog napona: prvi s odzivom na srednju vrijednost te drugi koji je označen kao TRMS. Kolika u tom slučaju nastaje relativna pogreška napona mjerenoj prvim voltmetrom?

*Rješenje:*  $p_{\text{r}\%} = +11 \%$

24. Otpor trošila određen je mjerenjem istosmjerne struje koja prolazi i pada napona na njemu. Ako su relativna merna nesigurnost i efektivni stupanj slobode izmjereno napona i struje redom  $u_r(U) = 0,12 \%$  i  $v_{\text{eff}U} = 21$  te  $u_r(I) = 0,17 \%$  i  $v_{\text{eff}I} = 13$ , koliki je efektivni stupanj slobode  $v_{\text{eff}R}$  tako određenog otpora?

*Rješenje:*  $v_{\text{eff}R} = 25$

25. Dva ampermetra, unutarnjih otpora redom  $R_{A1} = 0,1 \Omega$  i  $R_{A2} = 0,2 \Omega$ , spojeni su paralelno jedan drugome na izvor istosmjerne struje od 3 A. Prikazivanje ampermetara, uz zanemarenje njihovih pogrešaka, je sljedeće:

*Rješenje:*  $I_{A1} = 2,0 \text{ A}$ ,  $I_{A2} = 1,0 \text{ A}$

26. Dva voltmetra, unutarnjih otpora redom  $R_{V1} = 55 \text{ k}\Omega$  i  $R_{V2} = 120 \text{ k}\Omega$ , spojena su paralelno na izvor napona od 4 V. Uz pretpostavku da ne grijše, pokazivanje voltmetara je sljedeće:

*Rješenje:*  $U_{V1} = 4 \text{ V}$ ,  $U_{V2} = 4 \text{ V}$

Auditorne MI - 5 ZAD od 2 bodova / 15 bodova - 75 min se piše  
 - moguće da će biti zadani viška informacija u zadacima

- ① Napon mjeran 100x digitalnim VM s  $4\frac{1}{2}$  digitom, granica pogreške  $\pm(0,1\% \text{ od mjerene} + 5 \text{ digit})$   
 Srednja vrijednost svih mjeranja na području od 20V je  $6,13V$ , standardno odstupanje (pojedine vrijednosti) je  $15mV$ . Mjerna nesigurnost srednje vrijednosti je stat. sigurnost  $68,3\%$

$$M.d. = 20V$$

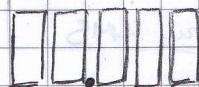
$$M_{sr} = 6,13V$$

$$SM = 15mV$$

$$\mu = \sqrt{M_A^2 + M_{sr}^2}$$

$$M_A = \frac{\mu \cdot k}{\sqrt{n}} = \frac{0,015V \cdot 1}{\sqrt{100}} = 0,0015V$$

imamo  
100 mjeranja ( $>3\sigma$ )  
pa ne možemo  
raditi + razdobljati



prijava od  
5 dajtora za 20V

5 → 5mV je +5 dajtora iz granice pogreške

$$M_n = \frac{\text{gran. pogr.}}{\sqrt{3}} = \frac{0,001 \cdot 6,13V + 0,005V}{\sqrt{3}} = 0,0064V$$

$$\mu = \sqrt{(1,5 \cdot 10^{-3}V)^2 + (6,4 \cdot 10^{-3}V)^2}$$

$$\mu = 6,6 \cdot 10^{-3}V = 6,6mV$$

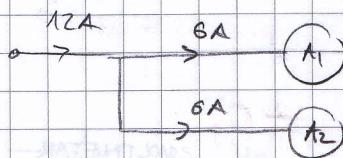
$$\rightarrow M = (6,13 \pm 0,0066)V \quad \text{-- u laboratoriju}$$

bitno obilježiti u se  
dec. značajku u rezultatu  
(jer imamo 5 dajtora)

mjereni apsor (cmc)

ili

- ② Paralelni spoj 2 AM mjernih elementa (md) 6 i 10A, jednaku ih unutarnju struju. Iznosi 12A. Izrazila mjeri rezultat s razinom pouzdanosti  $P=95\%$ , ako su unutarne tehnike (indeks klase) doći AM 1  
 ↳ sugestija analognih instrumenata →



$$R_{A1} = R_{A2} \rightarrow I_1 = I_2 = \frac{I}{2} = 6A$$

$$M_F = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial F}{\partial x_i} \right)^2 \cdot M(x_i)^2}$$

$$F: F = I_1 + I_2$$

$$MD_{(1)} = 6A, WL_{(1)} = 1$$

$$MD_{(2)} = 10A, WL_{(2)} = 1$$

$$R_{A1} = R_{A2}$$

$$I = 12A$$

$$I, M(I) = ?$$

$$M_I = \sqrt{\left( \frac{\partial F}{\partial I_1} M(I_1) \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial I_2} M(I_2) \right)^2}$$

- podaci o gran. pogr. instrumenata predstavljaju vel. s jednolikom (pravokutnom) mjerljivostnom razdiobom →

- gran. pogr. ampermetera  $C_1$  i  $C_2$   
 računaju se počevši indeksom klase

$$C_1 = \frac{WL_1}{100} \cdot MD_1 = \frac{1}{100} \cdot 6 = 0,06A$$

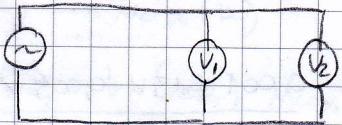
$$C_2 = \frac{WL_2}{100} \cdot MD_2 = \frac{1}{100} \cdot 10 = 0,1A$$

korisnost izmjereni strujic u2 P=68,3%  $u(I) = \sqrt{u_{\text{sr}}(I_1)^2 + u_D(I_2)^2} = \sqrt{\frac{(A_1)^2}{\sqrt{3}} + \frac{(A_2)^2}{\sqrt{3}}}$

- za P=95% pristignu tekućinu u=2  $\rightarrow M(I) = k \cdot u(I)$

$$I = (12 \pm 0,134) A$$

③ izmjerni napon s  $\beta = 1,18$  (istnuljen sinus) mjerim u 2 instrumenta ① srednja el. vrijednost, mjerena čistim sinusom ( $\beta_0 = 1,11$ )



$V_1 \rightarrow$  srednja  $\cdot \beta$

$V_2 \rightarrow$  ef = srednja  $\cdot \beta$

$$M_1 = M_{\text{sr}} \cdot \beta_0$$

$$M_2 < M_{\text{sr}} \cdot \beta$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\beta_0}{\beta} \rightarrow M_2 = \frac{M_1 \cdot \beta}{\beta_0} = \frac{53 \cdot 1,18}{1,11} = 56,3 V$$

- pogreska  $V_1$ :  $\rho = \frac{\text{izmjerena - pravu}}{\text{pravu}} = \frac{M_{\text{sr}} \cdot \beta_0 - M_{\text{sr}} \cdot \beta}{M_{\text{sr}} \cdot \beta} = \frac{\beta_0 - \beta}{\beta} = \frac{1,11 - 1,18}{1,18} = -5,9\%$

! parohi koji li  
se apsolutni rezas  
ili ne

④ izmjerni napon na brzilu Tr

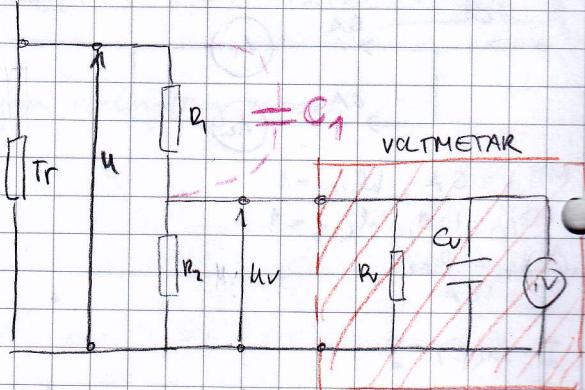
mjerena prečnikom otporničkog dijelila 10:1

i VM s ulaznim otporom  $R_V = 10 M\Omega$  i

ulaznim kap  $C_V = 150 pF$

? - Napon na brzila, ako napon izmjeri VM iznosi  $M_V = 157,2 V$  otpor  $G_G$  dijelila  $R_2 = 18 M\Omega$

? - Kapacitet  $C_1$  potreban za postizanje kompenzacije dijelila prema shemom



- Imamo zadani otpor dijeljega  $U = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot 10 \rightarrow$  otpor dobre grane  $R_2$ :  $R_2 = \frac{R_1}{(U-1)} \cdot \frac{1,8}{10-1}$

$$= 0,2 M\Omega$$

- kada bismo imali idealni VM  $\rightarrow R_V = \infty$   $M = U \cdot M_V$

uljemnici  
u izmjeru

- u shemnosti:  $U'$

$$U' = \left( R_1 + \frac{R_2 \cdot R_V}{R_2 + R_V} \right)$$

$$= \frac{R_1 (R_2 + R_V) + R_2 \cdot R_V}{R_2 + R_V}$$

dobra grana

$$= \dots = 10,18$$

- napon  $M'$  je ispravno određen u  $U_0$

$$M' = U' \cdot M_U = 10,18 \cdot 157,2 = 1600,3 \text{ V}$$

- kompenzacija djelila postaje se izjednačavajućem utem. konst. njezine gornje i donje grane

Kompenzacija  $\rightarrow R_1 = R_2$

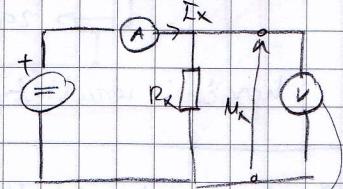
$$R_1 \cdot C_1 = \frac{R_2 \cdot R_U}{R_2 + R_U} \cdot C_U$$

- na DC kompenzaciji njezina vrijednost, osim učinak impulsnih signala radi prijelaznih pojava

$$C_1 = \frac{R_2 \cdot R_U}{R_2 + R_U} \cdot \frac{C_U}{R_1} = \frac{0,2 \cdot 10}{0,2 + 10} \cdot \frac{150}{1,8} = 16,3 \mu\text{F}$$

⑤ Nepoznati  $R_X$  mjerimo pomoći AM, VM (MF metoda)

Digitalni VM:  $M_{OV} = 20 \text{ V}$ , učinak velikih  $R_U$ ,  $C_U = (\pm 0,1\% \text{ od ocitaja} \pm 0,05\% \text{ od } M_{OV})$



Analogni AM:  $M_{OA} = 1,2 \text{ A}$ , ul. 0,5

Mjerenje:  $M_x = 15 \text{ V}$ ,  $s_u = 0,02 \text{ V}$ ,  $n = 10$  mjerova  
 $I_x = 0,4 \text{ A}$ ,  $s_I = 0,01 \text{ A}$ ,  $n = 10$  mjerova

? -  $R_X$ , u(  $R_X$  ) uz  $P = 95\%$

mjerna nesigurnost prizidan:  $\pm$   
 standardna nesigurnost:  $u_A$

- Prema kriteriju tja je djelatni čvor  $R_X$  izmjeren postupnim metodom:  $f = R_X = \frac{M_x}{I_x} = \frac{15}{0,4} = 37,5 \Omega$

- mjerena nesigurnost izmjerenog napona i struje prizidani su:

→ stan. nes.  $u_A$  daje stvarne slike rezultata mjerjenih vrijednosti:

$$u_A(M_x) = \frac{s_u}{\sqrt{n}} \quad u_A(I_x) = \frac{s_I}{\sqrt{n}}$$

→ stan. nes.  $u_A$ :

$$u_A(M_x) = \frac{G_u}{\sqrt{3}}$$

$$u_A(I_x) = \frac{G_I}{\sqrt{3}}$$

→ Neodgovarajuće nesigurnosti mjerilima instrumenata

kombo, stan. nes. u pojedinoj vel.

$$u(u_x) = \sqrt{\left(\frac{s_u}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(\frac{G_u}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad u(u_x) = \sqrt{\left(\frac{s_I}{\sqrt{n}}\right)^2 + \left(\frac{G_I}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$u(u_x) = \sqrt{\left(\frac{0,02}{\sqrt{10}}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{100} \cdot 15 + \frac{0,05}{100} \cdot 20\right)^2} = 15,8 \text{ mV}$$

$$u(I_x) = \sqrt{\left(\frac{0,01}{\sqrt{10}}\right)^2 + \left(\frac{0,15}{100} \cdot 1,2\right)^2} = 4,7 \text{ mA}$$

- Očvor  $R_X$  je neizračuno mjerena vel → račun složene nesigurnosti

nesigurnosti  $u(x_i)$  pojedine mjerene vel.  $x_i$ : predstavljajuju uobičajenu "nesigurnost"

$$\text{osjetljivost } \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

mat. tje. t na veličinu  $x_i$

$$M(R_x) = \sqrt{\left(\frac{2R_x}{2M_x} \cdot u(R_x)\right)^2 + \left(\frac{2R_x}{25x} \cdot u(5x)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{5x} \cdot u(5x)\right)^2 + \left(-\frac{M_x}{5x^2} \cdot u(5x)\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{0,4} \cdot 0,0158\right)^2 + \left(-\frac{15}{0,4^2} \cdot 0,0131\right)^2} = 0,44 \Omega$$

- alici nemogurnost zeljimo istraziti u rel. obliku:  $u(R_x)\% = \frac{u(R_x)}{R_x} \cdot 100 = 1,17\%$

→ ovo vrijedi za punu potrošnju  $P = 68,3\%$

→ za  $P = 95\%$  vrijednost je  $u = 2 \rightarrow M(R_x) = 2 \cdot u(R_x)$

koraci rezultat:  $R_x = (37,5 \pm 0,48) \Omega = 37,5 \Omega \pm 2,35\%$

⑥  $V_1$  - električna - samo sinus

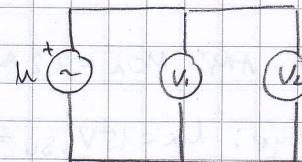
$V_2$  - TRMS

$$M_{V_1} = 6,52 V$$

$$M_{V_2} = 6,16 V$$

$$\xi = ?$$

$$M_{V_1} = M_{sel} (\xi_0) \rightarrow M_{sel} = \frac{M_{V_1}}{\xi_0}$$



$$\xi_0 = \left( \frac{M_{sel}}{M_{ref}} \right)_{sin} = 1,111$$

$$M_{V_2} = M_{ref} \rightarrow \xi = \frac{M_{ref}}{M_{sel}} = \frac{M_{V_2}}{M_{V_1}} \cdot \xi_0 = \frac{6,16}{6,52} \cdot 1,111 = 1,05$$

⑦  $M(t) = 25,6 \sin(314t) + 4,3 \sqrt{2} + 11,2 \cos(314t) V$

2 mjeri ① sjenično podnje: TRMS funkcijom AC-DC  
② istosmerno podnje

Apsolutna razlika među mjerama  $\Delta U = ?$   $\Delta U = (U_{UAC} - U_{UDC})$

① odgovara geometrijskoj sumi: parc. et. unjednosh. mjerenja napona

$$U_{UAC} = \sqrt{(U_{ref1})^2 + (U_{ref2})^2 + (U_{ref3})^2} = \sqrt{\left(\frac{25,6}{\sqrt{2}}\right)^2 + (4,3 \cdot \sqrt{2})^2 + \left(\frac{11,2}{\sqrt{2}}\right)^2} = 29,67 V$$

→ izv. komponente zadane kao  $U = U_m \sin(\omega t) \rightarrow$  et. unjednosh. preklaze iz fizičkih

$$U_{ref} = \frac{U_m}{\xi_0} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

(fizički faktor  $\xi_0 = \sqrt{2}$   
za sinus)

② mjeri samo pravu srednju vrijednost napona → odgovara istosmernoj kapa.

$$U_{UDC} = 4,3 \cdot \sqrt{2} = 6,08 V$$

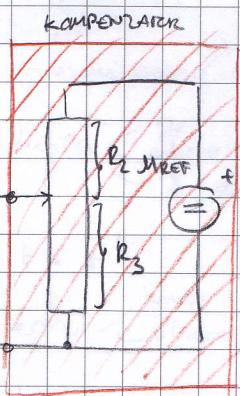
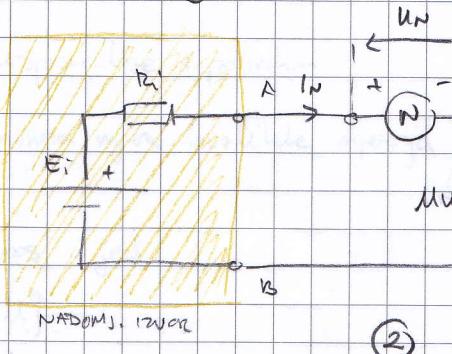
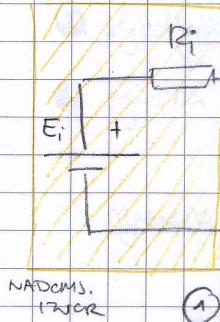
$$\Delta U = 29,67 - 6,08 = 23,59 V$$

$$\textcircled{8} \quad \text{2 metode mjerenja napona: } U_{VM}, R_i = 1 \text{ M}\Omega \quad \textcircled{1}$$

$$U_V = 68,8 \text{ V}$$

Kompresor:  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$   
 $M_{REF} = 150 \text{ V}$   $\textcircled{2}$   
 $R_3 = 86,34 \text{ k}\Omega$

Ostatak parametara nadomjesnog izvora su:  $A$  i  $B$



\textcircled{1} mjeri se razlika potencijala  $U_V = (I_A - I_B)$   $\rightarrow$  broz ulazni otpor  $VM$  leđe struja  $I_v$

$$I_V = \frac{E}{R_v + R_2}$$

struja broz uvo  
mije mjesto

napon injekcije  $VM$  mora se iskoristiti

$$U_V = I_V \cdot R_v = E \cdot \frac{R_v}{R_v + R_2}$$

nadomj. unutarnji:

otpor mreže

$$R_i = R_v \cdot \frac{E - U_V}{U_V}$$

\textcircled{2} pri postignuti ravnodaji napon na neindikatoru  $M$  postaje mjesto  $\rightarrow$  kompresor napon

$$M_u = (I_A - I_B)$$

$\rightarrow$  u ravnodaji  $I_v = 0 \rightarrow$  nema pada napon

na  $R_2$

elektrometarska  
sistema (napon)

$$M_u = 0 \rightarrow E_i = (I_A - I_B) = M_u$$

$$M_u = M_{REF} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 150 \cdot \frac{86,34}{100 + 86,34} = 69,5 \text{ V}$$

$$R_i = R_v \cdot \frac{E - M_u}{M_u} = 10,174 \text{ k}\Omega$$

\textcircled{9} Mjerenje DC AM u 6 tacaka - varijacije točnosti?

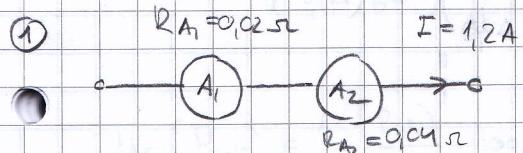


- Izmjerene vrijednosti: 1,00 A  
 1,98 A  
 3,02 A  
 4,01 A  
 5,02 A  
 6,01 A

Preciznost analognog instrumenta je najmanja podjela  $\rightarrow \frac{0,5}{2}$

$\rightarrow$  tu imamo preciznost od  $0,01 \text{ V}$

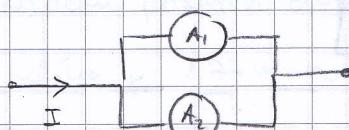
$$\rightarrow \frac{0,01}{2} = 0,005 \rightarrow 0,5\% \rightarrow \underline{\underline{0,5}}$$

Primjer M1

Kako je paralelno spojeno dva ampermetsa raznometrijući pogreške

a)  $I_{A_1} = 1,20 A$      $I_{A_2} = 1,20 A$

-! To što su ravni unutrašnji otpori ne utječe na rezultat



$I = 6 A$

$I_{A_1} = 4 A$

mjernici  
otpogon

ampermetri se spojaju paralelno kada mijene struju većinu od svih mijernih otpogona

↳ u ovom slučaju unutrašnji otpor  
ima važnost

$R_{A_1} = R_{A_2} \rightarrow I_{A_1} = I_{A_2} = 3 A$

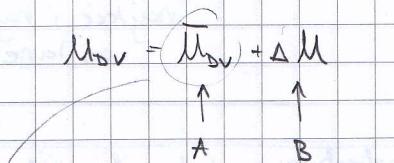
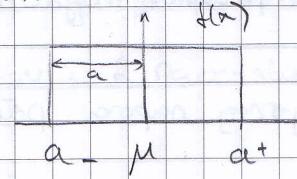
specimite:  $I_{A_1} \cdot R_{A_1} = I_{A_2} \cdot R_{A_2}$

② Tablica mjerljivih vrijednosti | Kako je točna vrijednost mjerene napona ako voltmeter pokazuje  
voltmetar |  $0,8 V$  iz tablice

$M_{\text{ret}} = M_V + M_u = 0,8 + (+3 \text{ mV}) = 0,803 V$

③ 15 mjerljive napone, digitalni voltmeter  $5 \frac{1}{2}$  razmenika  
granice pogrešaka  $\pm (4 \times 10^{-4} \text{ of reading} + 3 \times 10^{-4} \text{ of range})$   
mjeriti otpogon  $10 V$   
- aritmetička sredina svih mjerljiva:  $6,6237 V$   
- standardno odstupanje (njedna vrijednost):  $2,9 \text{ mV}$

Kako je slijedeća standardna nesigurnost  $u_c(U)$  uvođena izmjerene napone?

$M_{\text{av}} = M_{\text{ov}} + \Delta U$   
  
 $M_{\text{ov}} = 6,6237 V$   


$\Delta U = 0$  jer smo 100% sigurni  
da se rezultat nalazi u zadanim granicama  
pogreške

Što možemo izračunati iz niza: standardno odstupanje  $s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

$$u(\bar{M}_{\text{av}}) = s \frac{a}{\sqrt{n}}$$

$$u(\Delta U) = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$G = \pm [4 \times 10^{-4} \cdot \bar{M}_{\text{av}} + 3 \times 10^{-4} \cdot 10 V] = \pm 5,65 \text{ mV}$$

$a$

$$u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial s}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i)} = \sqrt{\left( \frac{\partial M_{ov}}{\partial U_{ov}} \right)^2 u^2(\bar{M}_{ov}) + \left( \frac{\partial M_{ov}}{\partial \Delta U} \right)^2 u^2(\Delta M)}$$

ako znamo velike ce  
biti parajacive derivacije  
moemoj vrednosti od  
avag kocatka

$$= \sqrt{u^2(\bar{M}_{ov}) + u^2(\Delta U)} =$$

$$= \sqrt{\left( \frac{s}{\sqrt{n}} \right)^2 + \left( \frac{\alpha}{\sqrt{s}} \right)^2} = 3,35 \text{ mV}$$

$$\begin{aligned} \Delta U &= 250 \mu\text{V} \\ u(\Delta U) &= 50 \mu\text{V} \end{aligned} \quad \bar{M}_{ov} = \bar{M}_{ov} + \Delta M = 6,625 \text{ V} + 250 \mu\text{V} = 6,62595 \text{ V} \rightarrow \text{bolja procjena}$$

$$t \quad u(M_{ov}) = \sqrt{\left( \frac{s}{\sqrt{n}} \right)^2 + (50 \mu\text{V})^2} = 0,75 \text{ mV} \rightarrow \text{manja nesigurnost}$$

npr. da su nam zadani nesigurnosti i ispravak nesigurnosti

④ 3 metoda mjerenja opsega

M-I metoda  
dig. ohmometar  
Usporedba s poznatim R

$\bar{x}$	$s_x$
1,0041 Ω	0,9 mΩ
1,0037 Ω	0,8 mΩ
1,0049 Ω	0,6 mΩ

$$\bar{x}_s = \frac{\sum_{i=1}^n p_i \cdot \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^n p_i} \rightarrow p_i = \frac{w}{s_{x_i}^2} \quad w \neq 0$$

težina - smjeruje se  
ukidje se povećava  
nesigurnost aritmetičke  
stevline

Koja je najvjerojatnija vrijednost  
opsegmata?

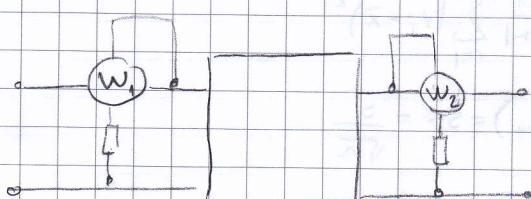
↳ može biti i neka druga  
nismo čitali

↳ neštačit će se izmjeriti  
najveće i najmanje  
čitane

⑤ Što je mjeranje prema VIM-u? - proces eksperimentalnog collectiviranja jedne ili više  
njednoksi veličina koje se razumno mogu pribrožiti veličinu

⑥ Dva paralelna spajena voltmetra spajena na izvor istosmjernog napona polarizuju rastl.  
njednosh.

→ to je realna situacija kod realnih instrumenata



SLIČNO: DODATNI ZAD. ZI 18)

$$P_g = P_{ul} - P_{iz} \rightarrow \text{Snaga probitelja  
mjerimo kao rezultat  
snage na ulazu i izlazu}$$

$$P_g = 26 \text{ W}$$

$$u_c(Pg) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)} = \sqrt{u^2(Pu) + u^2(P_{i2})} = 1,77 \text{ W}$$

$$\mu_r(P_{ue}) = \frac{\mu(P_{ue})}{P_{ue}} \cdot 100\% \rightarrow \mu(P_{ue}) = \frac{\mu_r(P_{ue}) \cdot P_{ue}}{100\%} = 0,97 \text{ W}$$

$$u(P_{i2}) = 1,49 \text{ W}$$

- kritični pristupni dobivenim rezultatima

Ključ je  $1,77 \text{ W}$  na  $26 \text{ W}$ , ključ je  $2 \text{ W}$  na  $30 \text{ W}$ ?  $\rightarrow \approx 7\%$  → relativna točnost dobivenog rezultata

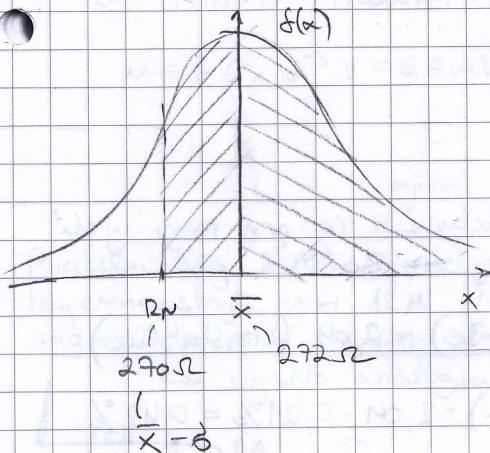
to je zadano

neim prikladno  
za ovakve mase  
injektivnosti

zbog konstantih  
matematičkih mesta

losije od onega  
šta smo dobili  
mjerljivo

⑧



Ključ je ijerativnost da se slučajna varijabla nulu u intervalu  $(x - \delta, +\infty)$

$$\begin{aligned} P(x - \delta < x < +\infty) &= P(x - \delta < x < \bar{x}) + P(\bar{x} < x < +\infty) \\ &= \frac{1}{2} P(x - \delta < x < x + \delta) + 0,5 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,6826 + 0,5 = 0,8413 \end{aligned}$$

⑨ Kod čehverzajčnog mjeranja otpora dođe se u strujni liniji spaja preko:

→ 2 struje i 2 napona u serijsku

⑩ Teorijsko pitanje

⑪ R trošila izmjerena povećanom istosmjernom struje i poda napora na njemu

$M_{pr}(R)$ , na razini pouzdanosti 95%

$Mr(U) = 0,12\%$  → rel. mjesna nesigurnost za napor

relativna prisutna  
nesigurnost

$V_{eff}(U) = 24$  → pripadni efektivni stepeni  
sfobode izmjereneog napora

omjer dvojne veličina

$Mr(J) = 0,17\%$

$$R = \frac{U}{I}$$

relativne racunane rel. nesigurnost

$V_{eff}(J) = 16$

neznano uhi

$t_p(V_{eff}) \rightarrow$  tablica

pripadnu obuhvatnu  
faktor

$Mr(R) \rightarrow Mr_{95\%}(R)$

zadane podatke

za racunati apsolutnu

$$Mr_{95\%}(R) = t_p(V_{eff}) \cdot Mr_{95\%}(R)$$

$$Mr_{95\%}(R) = \sqrt{Mr_{95\%}^2(U) + Mr_{95\%}^2(J)} = \sqrt{(0,12\%)^2 + (0,17\%)^2} = 0,2081\% \approx 0,21\%$$

$$\rho = \frac{\mu^2}{R} \rightarrow Mr_{95\%}(P) = \sqrt{4 \cdot Mr_{95\%}^2(U) + Mr_{95\%}^2(R)} = 0,30\%$$

$$V_{eff} = \frac{Mr_{95\%}(R)}{\frac{Mr_{95\%}(U)}{V_{eff}(U)} + \frac{Mr_{95\%}(J)}{V_{eff}(J)}} = \dots = 30,82 \rightarrow \text{Zaduziti na prvi manji ujeli broj} \rightarrow 30$$

ako se dobije  
ako se  $Mr_{95\%}(R)$   
ne zaduzi na 0,21%  
nego uveća na 0,2081%

$t_{as}(3c) = 2,04$  (iz tablice)

$Mr_{95\%}(R) = 2,04 \cdot 0,21\% = 0,42\%$

⑫ Djelebitna snaga trošila pravatelj skupa određenih mjerjenjem istosmjernog napora

$$Mr(U) = 0,14\%$$

$$Mr(P) = ? \rightarrow 0,30\%$$

$$Mr(R) = 0,12\%$$

## Dodatakni zadaci MI

⑩ - ⑯ identični iz primjera MI

⑯ Mjerenje visokog napona otporničkim dijelilom 1:1000 ( $R_1 = 9,99 \text{ M}\Omega$ ,  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ) kompenzacijom  
 $Mr\% (R_2) = 0,02\%$ , a zadovoljavajuća rezigniranost mjeru dijeljenja je 0,1%  
 Kolika rezigniranost smješ imati  $R_1$ ?

$$Mr\% (R_2) = \sqrt{Mr\%^2(R_1) + Mr\%^2(R_2)}$$

$$Mr\% (R_1) = \sqrt{Mr\%^2(R_2) - Mr\%^2(R_2)^2} = \sqrt{(0,1\%)^2 - (0,02\%)^2} = 0,0979796\% \approx 0,098\%$$

$$Mr\% (R_1) = R_1 \cdot Mr\% (R_2) = 9,99 \times 10^6 \Omega \cdot (0,098 \times 10^{-2}) = 9,79 \text{ k}\Omega \approx 9,8 \text{ k}\Omega$$

⑰ Otpornost žice od bakra i kružnog preseka određuje se mjerenjem otpora i dimenzija na pripremljenom učinku. Rel. mjer. rez. su  $Mr\% (R_{Cu}) = 0,1\%$ ,  $Mr\% (\varnothing_{Cu}) = 0,6\%$ ,  $Mr\% (l_{Cu}) = 0,5\%$

$$Mr\% (Cu) = ?$$

$$R = \rho \frac{l}{A} \rightarrow \rho = \frac{R \cdot A}{l} = \frac{R \cdot \varnothing^2 \pi}{l}$$

otpornost

je konstantna  
svojstvo  
materijala

$$Mr\% (Cu) = \sqrt{Mr\%^2(R_{Cu}) + (2Mr\%(\varnothing_{Cu}))^2 + Mr\%^2(l_{Cu})}$$

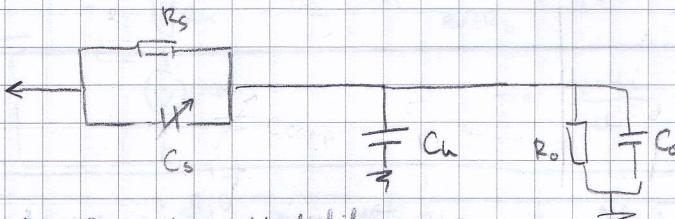
$$= \sqrt{(0,1\%)^2 + 4 \cdot (0,6\%)^2 + (0,5\%)^2} = 1,30\%$$

⑱ Osciloskopski senda 10:1 čini mjeru sustava osciloskopom ( $R_o = 10 \text{ M}\Omega$ ,  $C_o = 50 \text{ pF}$ )

Koliki treba biti kapacitet sende da sustav bude kompenziran?

Spec. kap. kabela je  $105 \text{ pF/m}$ , a duljina je  $120 \text{ cm}$ .

$$\text{Gubetka} = 1,2 \text{ m} \cdot 105 \text{ pF/m} = 126 \text{ pF}$$



$R_s$  sende i  $R_o$  čine 10:1 dijelilo

$$L \cdot R_o = 10 = \frac{R_s + R_o}{R_o} = \frac{R_s + R_o}{R_o} \rightarrow R_s = 9 R_o = 90 \text{ M}\Omega$$

$$R_s C_s = R_o (C_o + C_u)$$

$$C_s = \frac{R_o (C_o + C_u)}{R_s} = \frac{10 \text{ M}(50 \text{ pF} + 126 \text{ pF})}{90 \text{ M}} = 19,56 \text{ pF}$$

$$C_s = 19,56 \times 10^{-12} \text{ F} = 19,56 \text{ pF}$$

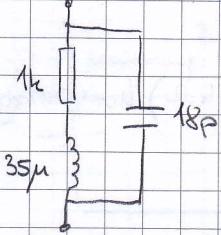
⑲ Napenskom izvoru je  $VM$  s  $R_V = 10 \text{ M}\Omega$  izmjerena napon od  $26,61 \text{ V}$ , a kompenzatorom  $26,92 \text{ V}$

Koliki je unutarnji otpor izvora  $R_i$ ?

POGLEDAJ ⑮ 12 AUDITORNII MI 2A SHEMU I IZVOD

$$R_i = R_V \cdot \frac{E - U_V}{U_V} = 10 \text{ M} \cdot \frac{26,92 - 26,61}{26,61} = 116,49 \text{ k}\Omega$$

20) Mjerni otpornik  $1\text{m}\Omega$ ,  $35\mu\text{H}$ ,  $18\text{pF}$ . Prolazi struja @  $5\text{Hz}$ . Fazni paralelni naponac je uklonjen. Stuje na mjerenu otporniku?



$$f = \omega C = 2\pi \cdot 5 \times 10^3 \cdot \frac{35 \times 10^{-6}}{1\text{H}} - 1\text{H} \cdot 18 \times 10^{-12} = 5,34 \times 10^4 \text{ rad} = 0,53 \text{ rad/s}$$

$$\tau \approx \frac{L}{R} = RC$$

21) Mjerenje istosmjerne struje shuntom i VM. Pri struci od  $20\text{A}$  otpor shunta povećao se za  $0,13\%$ . Temp. koeff. shunta je  $5 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ . Za koliko se povećala temperatura shunta pri toj struci?

$$R_{T_2} = R_{T_1} (1 + \alpha \Delta T) \quad \rightarrow \frac{0,0013 R_{T_1}}{R_{T_1} \alpha} = \Delta T$$

$$1,0013 R_{T_1} = R_{T_1} (1 + \alpha \Delta T)$$

$$1,0013 R_{T_1} = R_{T_1} + R_{T_1} \alpha \Delta T$$

$$\Delta T = 2,6 \text{ K} = 2,6 \text{ }^\circ\text{C}$$

22) Kataloška krivulja VM na m. o.  $100 \text{ mV}$  u tablici. Koliki je mjereni napon ako on polarizuje  $30 \text{ mV}$

$U/\text{mV}$	10	...	30	...	100
$U_h/\mu\text{V}$	-21		-9		+8

$$U = 30 \times 10^{-3} + (-9 \times 10^{-6}) = 29,991 \text{ mV}$$

23) Izvor pravokutnog napona  $U_m = 5,2 \text{ V}$ . Parallelno priključena dva DMM za mjerenje izmjeničnog napona  
 $\rightarrow$  1. odziv na stacionarnu vrijednost  
 $\rightarrow$  2. TRMS  
 Kolika je relativa pogreška na pravom VM?

$$\begin{aligned} U(V) &= 1,11 \\ F(U) &= 1 \end{aligned}$$

$$\rho = \frac{\text{izmjerena} - \text{prava}}{\text{prava}} = \frac{U_{\text{sr.}} 1,11 - U_{\text{sr.}} 1}{U_{\text{sr.}} 1} = \frac{1,11 - 1}{1} = +11\%$$

24) ISTI POSTUPAK kao 19) U PRIMJERU 21

$$25) \begin{array}{c} 3\text{A} \\ \longrightarrow \end{array} \quad \begin{array}{c} A_1 \\ \parallel \\ A_2 \end{array} \quad R_{A_1} = 0,1\Omega \quad R_{A_2} = 0,2\Omega$$

strjno djelilo  $I_{A_1} = 3\text{A} \cdot \frac{R_{A_2}}{R_{A_1} + R_{A_2}} = 3 \cdot \frac{0,2}{0,1+0,2} = 2\text{A}$

$I_{A_2} = 3\text{A} \cdot \frac{R_{A_1}}{R_{A_1} + R_{A_2}} = 3 \cdot \frac{0,1}{0,1+0,2} = 1\text{A}$

$\left. \begin{array}{l} 2\text{A} \\ 1\text{A} \end{array} \right\} 3\text{A} \checkmark$

26) Slično kao ④) U PRIMJERU 21

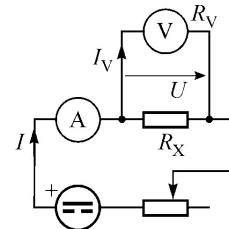
**MUE: Zadatci za vježbu (II ciklus)**

- Značajke feromagnetske jezgre ispitivane su posredno, uporabom Maxwellovog mosta i mjerjenjem induktiviteta zavojnice u koju se ona ulaze. U prvom mjerenu je ravnoteža mosta bez jezgre postignuta uz  $C_4 = 321,2 \text{ nF}$  i  $R_4 = 49,6 \text{ k}\Omega$ , dok je u drugom, s uloženom jezgrom, dobiveno  $C_{4J} = 882,6 \text{ nF}$  i  $R_{4J} = 27,1 \text{ k}\Omega$ . Koliki su bili gubitci u ispitivanoj feromagnetskoj jezgri i njezina relativna permeabilnost, ako je kroz zavojnicu tijekom oba mjerena tekla struja 1 A, a otpori grana mosta iznose  $R_2 = 13,4 \Omega$ ,  $R_3 = 42,6 \text{ k}\Omega$ ?

*Rješenje:*  $P_{GJ} = 9,56 \text{ W}$ ,  $\mu_{rB} = 2,75$

- Otpor  $R_X$  voda mjerjen je  $UI$  metodom u spoju za mjerjenje malih otpora. Napon je mjerjen digitalnim voltmetrom unutarnjeg otpora  $10 \text{ M}\Omega$  na mjernom području 100 mV, a struja digitalnim ampermetrom na mjernom području 1 A. Koliki je njegov iznos ako pri struji od 0,925 A voltmeter mjeri napon 22,6 mV, a uz komutaciju struje napon – 23,5 mV?

*Rješenje:*  $R_X = 24,96 \text{ m}\Omega$



- Značajke primarnog svitka naponskog transformatora ispituju se  $UI$  metodom, pri frekvenciji 50 Hz. Koliki je njegov induktivitet  $L$  i nadomjesni djelatni otpor  $R$ , ako ampermetar pokazuje 65 mA, voltmeter 100 V, a djelatna snaga na primaru izmjerena vatmetrom iznosi 2,5 W?

*Rješenje:*  $L = 4,52 \text{ H}$ ,  $R = 592 \Omega$

- Djelatna snaga trofaznog tereta mjeri se metodom triju vatmetara. Deklarirana snaga tereta razvija se pri nazivnom faznom naponu 230 V i iznosi 4 kW. Za mjerjenje su uporabljeni vatmetri za  $\cos\phi_W = 0,5$  kojih su granice pogrešaka iskazane kao  $\pm (1 \% \text{ od očitanja} + 0,5 \% \text{ od mj. opsega})$ , s naponskim mjernim opsezima 60 V, 150 V i 300 V, i strujnim opsezima 5 A i 10 A. Otpor naponskih grana  $R_W$  je vrlo velik te se potrošak naponskih grana vatmetara zanemaruje. Snage izmjerene u pojedinim fazama pri faznom naponu mreže 228 V iznose  $P_1 = 1328 \text{ W}$ ,  $P_2 = 1393 \text{ W}$  i  $P_3 = 1362 \text{ W}$ . Kolika je razvijena snaga tereta i njezina nesigurnost?

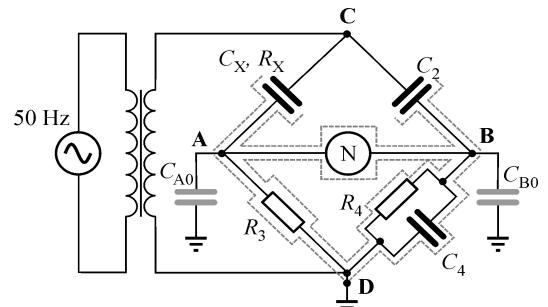
*Rješenje:*  $P_T = 4083 \text{ W}$ ,  $U_P(P_T) = 21,1 \text{ W}$

- Rotor induksijskog brojila za izravan priključak vrti se brzinom 11 okretaja u minuti. Kolika je prividna snaga tereta faktora snage  $\cos\phi_T = 0,54$  ako je konstanta brojila  $c = 1200 \text{ okr/kWh}$ , a brojilo je priključeno u krug tereta preko strujnog mjernog transformatora 50 A/5 A i naponskog mjernog transformatora 10 kV/100 V?

*Rješenje:*  $S_T = 1018,5 \text{ kVA}$

- Sheringovim mostom mjerjen je kapacitet  $C_X$  mjernog kondenzatora. Uz  $C_2 = 165 \text{ pF}$  i  $R_4 = 3,1 \text{ k}\Omega$ , ravnoteža je postignuta pri  $R_3 = 7,5 \text{ k}\Omega$  i  $C_4 = 26 \text{ nF}$ . Koliki je kapacitet i tangens kuta gubitaka mjernog kondenzatora te djelatna snaga koju on troši tijekom mjerjenja, ako je most napajan naponom 100 kV, frekvencije 50 Hz?

*Rješenje:*  $C_X = 68,2 \text{ pF}$ ,  $\tan\delta = 2,53 \cdot 10^{-2}$ ,  $P_X = 5,43 \text{ W}$



- Kolika je induktivna komponenta impedancije trošila  $Z_t$  ako je metodom tri voltmatra pri frekvenciji  $f = 50 \text{ Hz}$  na njemu izmjerena snaga  $P = 95,6 \text{ W}$ ? Napon na otporniku  $R_0 = 4 \Omega$  iznosio je  $U_0 = 3,7 \text{ V}$ , a ukupni napon  $U_1 = 180,6 \text{ V}$ .

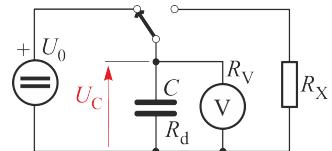
*Rješenje:*  $L_t = 0,501 \text{ H}$

8. Mjerenje temperature tekućine tijekom njezina zagrijavanja izvodi se platinskim osjetilom Pt100 spojenim u Wheatstoneov most sa  $R_3 = 100 \Omega$  i  $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$ . Kolika je konačna temperatura  $T_K$  tekućine ako je ravnoteža mosta u stacionarnom stanju postignuta uz  $R_2 = 13,04 \text{ k}\Omega$ , a linearni temperaturni koeficijent platine iznosi  $\alpha_{Pt} = 0,385 \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{K}$ ?

*Rješenje:*  $T_K = 79 \text{ }^{\circ}\text{C}$

9. Vrlo veliki otpor  $R_X$  nekog izolacijskog kruga mjeri se gubitkom naboja kondenzatora kapaciteta  $100 \text{ nF}$ , kojeg je tangens kuta gubitaka  $\tan \delta = 9,2 \cdot 10^{-6}$  prethodno izmjerena pri frekvenciji  $40 \text{ Hz}$ . Kondenzator početno nabijen na napon  $U_0 = 50 \text{ V}$ , izbija se ispitivanim izolacijskim otporom  $R_X$ , pri čemu se napon na njemu kontrolira digitalnim voltmetrom unutarnjeg otpora  $10 \text{ G}\Omega$ . Ako vrijeme  $\Delta t$  njegovog izbijanja na napon upola manji od početnog iznosi  $22 \text{ s}$ , koliki je otpor izolacije ispitivanog kruga?

*Rješenje:*  $R_X = 354,7 \text{ M}\Omega$



10. Mjerenje temperature namota transformatora izvodi se poluvodičkim NTC otpornikom kojeg je otpor  $R_0 = 10 \text{ k}\Omega$  pri temperaturi  $T_0 = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , spojenim u Wheatstoneov most sa  $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$  i  $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$ . Kolika je temperatura namota ako se ravnoteža mosta postiže uz  $R_2 = 5,22 \text{ k}\Omega$ ? Materijal termistora ima konstantu  $\beta = 3548 \text{ K}$ , a funkcija kojom je opisana promjena njegovog otpora je

$$R = R_0 \cdot e^{\left( \frac{\beta}{T} - \frac{\beta}{T_0} \right)}.$$

*Rješenje:*  $T = 42,7 \text{ }^{\circ}\text{C}$

11. Piezoelektričkim pretvornikom mjerimo silu između dviju ploha. Kolika je ona ako je ukupni kapacitet osjetila  $250 \text{ pF}$ , a izmjerena razlika potencijala njegovih stezaljki iznosi  $52,8 \text{ V}$ ? Piezoelektrički koeficijent pretvornika je  $2 \text{ pAs/N}$ ?

*Rješenje:*  $F = 6,6 \text{ kN}$

12. Koliki će biti otpor platskog osjetila Pt25 na temperaturi  $263,15 \text{ K}$ ? Linearni temperaturni koeficijent platine iznosi  $\alpha_{Pt} = 0,385 \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{K}$ ?

*Rješenje:*  $R_{Pt25} = 24,04 \Omega$

13. Mjerni pretvornik napona ima strujni izlaz od  $0$  do  $20 \text{ mA}$  na koji je priključeno mjerilo struje unutarnjeg otpora  $R_I = 100 \Omega$ . Kolika će pogreška nastati pri izlaznoj struci pretvornika  $I_i = 5 \text{ mA}$ , ako je mjerilo struje na njegov izlaz spojeno dvožilnim kabelom izolacijskog otpora  $100 \text{ k}\Omega$ ?

*Rješenje:*  $p = -0,1 \%$

14. Scheringovim mostom mjerena je kut gubitaka silikonskog ulja. Uz  $C_2 = 108 \text{ pF}$  i  $R_4 = 4 \text{ k}\Omega$ , ravnoteža je postignuta pri  $R_3 = 6,52 \text{ k}\Omega$  i  $C_4 = 22,5 \text{ nF}$ . Kolika se djelatna snaga troši u ispitivanom dielektriku tijekom mjerenja, ako je most napajan naponom  $115 \text{ kV}$ , frekvencije  $50 \text{ Hz}$ ?

*Rješenje:*  $P_{CX} = 7,8 \text{ W}$

15. Na izlaz mjernog pretvornika snage s naponskim izlazom od  $0$  do  $5 \text{ V}$  priključen je analogni voltmetar s unutarnjim otporom  $100 \text{ k}\Omega$ . Kolika će pogreška nastati pri izlaznom naponu pretvornika  $U_i = 3,5 \text{ V}$  ako, uslijed lošeg kontakta, otpor spojisa priključnog kabela i voltmetra naraste na  $2 \text{ k}\Omega$ ?

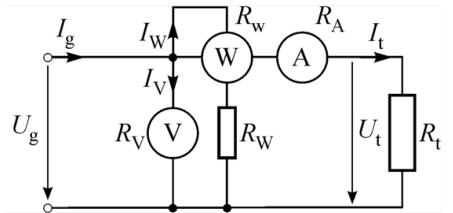
*Rješenje:*  $p = -1,96 \%$

16. Pri mjerenu velike istosmjerne struje Hallovom sondom poznato je da struja od 21 A stvara indukciju od 1,15 T. Ako je stalnica materijala sonde  $R_H = 332 \text{ cm}^3/(\text{As})$ , a ona je debljine 0,81 mm, kolika je upravljačka struja potrebna da generirani napon bude pritom 34,9 mV?

*Rješenje:*  $I = 74 \text{ mA}$

17. Odredite snagu tereta ako je, u spoju prema slici, vatmetrom izmjerena snaga  $P = 122 \text{ W}$ , voltmetrom napon izvora 224 V, a ampermetrom struja tereta 0,53 A. Otpor napomske grane vatmetra je  $65 \text{ k}\Omega$ , otpor strujne grane vatmetra  $0,9 \Omega$ , otpor voltmetra  $100 \text{ k}\Omega$ , a otpor ampermetra  $0,6 \Omega$ .

*Rješenje:*  $P_t = 121,6 \text{ W}$



18. Snagu gubitaka na četveropolu mjerimo kao razliku snaga na ulazu i izlazu. Ako je snaga izmjerena vatmetrom  $W_1$  na ulazu u četveropol  $55 \text{ W}$  uz relativnu mjernu nesigurnost  $0,6 \%$ , a snaga na izlazu  $52 \text{ W}$  izmjerena vatmetrom  $W_2$  uz relativnu mjernu nesigurnost  $0,9 \%$ , kolika je složena mjerna nesigurnost snage gubitaka  $u_c(P_g)$ ?

*Rješenje:*  $u_c(P_g) = 0,57 \text{ W}$

19. Impedancije grana izmjeničnog Wheatstoneovog mosta pri nekoj frekvenciji su:  $Z_2 = 80|25^\circ \Omega$ ,  $Z_3 = 78|15^\circ \Omega$  i  $Z_4 = 46|13^\circ \Omega$ . Kolika treba biti impedancija  $Z_1$  kako bi most bio u ravnoteži?

*Rješenje:*  $Z_1 = 136|27^\circ \Omega$

20. Vatmetar je svojom strujnom granom spojen u fazu R simetričnog trofaznog sustava s dostupnom nultočkom. Ako naponsku granu spojimo između faze R i nultočke vatmetar pokazuje  $P_1 = 1000 \text{ W}$ , a spojimo li je između faza S i T vatmetar pokazuje  $P_2 = 1300 \text{ W}$ . Kolika je prividna snaga jedne faze trofaznog simetričnog trošila spojenog u zvijezdu?

*Rješenje:*  $S_f = 1250 \text{ VA}$

21. Djelatna snaga trošila poznatog otpora određena je mjeranjem istosmjerne struje koja njime prolazi. Ako je relativna mjerna nesigurnost izmjerene struje  $0,12 \%$ , a otpora  $0,13 \%$ , relativna složena mjerna nesigurnost izmjerene snage iznosi:

*Rješenje:*  $u_{cr}(P) = 0,27 \%$

22. Otpornost žice od bakra kružnog presjeka određuje se mjeranjem otpora i dimenzija na pripremljenom uzorku. Ako su relativne mjerne nesigurnosti određivanja otpora, promjera i duljine žice redom  $0,21 \%$ ,  $0,33 \%$  i  $0,41 \%$ , kolika je relativna složena nesigurnost tako određene otpornosti materijala?

*Rješenje:*  $u_{cr}(\rho) = 0,80 \%$

## Auditorne 21

① Ispitujte zračilni feromagnetski jezgre postedno pomoći Maxwellovog mesta

RAVNOSTA 1. mjeruje  $C_4 = 321,2 \text{ nF}$  2. mjeruje  $C_{43} = 882,6 \text{ nF}$   
 $R_4 = 49,6 \text{ k}\Omega$  sa jezgrom  $R_{43} = 27,1 \text{ k}\Omega$

Kakva su gubici na jezgri, mjerena težina permeabilnosti?

Kroz oba mjerila kroz ravničnik  $I = 1A$

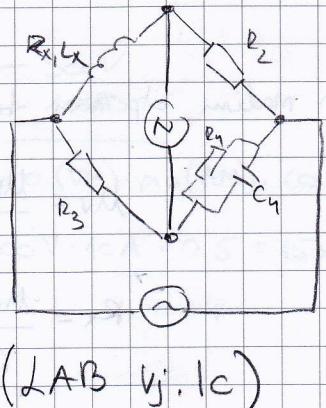
$$R_2 = 13,4 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 42,6 \text{ k}\Omega$$

$$P_{R_{43}} = ? \quad \mu_{rs} = ?$$

$$\text{K 2 mjerila ravnost} \quad Z_1 \cdot Z_4 = Z_2 \cdot Z_3 \rightarrow R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

$$l_1 + l_4 = l_2 + l_3 \quad L_x = C_4 R_2 R_3$$



Gubitki na jezgri (A) i sa jezgrom (B) mjerene između lega

$$P_{CA} = I^2 R_x$$

$$P_{CB} = I^2 (R_x + R_{43})$$

otps balističnog nameta  
za vrijeme

suma gubitaka u  
balističnim jezgri

nadomjesni otpor gubitaka  
u feromagnetskom jezgri

$$P_{CAB} = P_{CB} - P_{CA} = I^2 R_2 R_3 \left( \frac{1}{R_{43}} - \frac{1}{R_{CA}} \right) = 9,56 \text{ W}$$

Induktivitet slijedi razmjerom je relacijske permeabilnosti pr magnetskog materijala s rasporedom

↳ računamo parociju parnosti induktiviteta iz A i B

$$L_{XA} = C_{4A} R_2 R_3 \quad L_{XB} = C_{43} R_2 R_3$$

also je  $L_{XA} \sim \mu_{RA}$  i  
 $L_{XB} \sim \mu_{RS}$

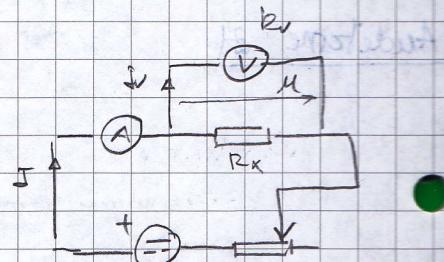
$$\rightarrow \frac{L_{XB}}{L_{XA}} = \frac{\mu_{RS}}{\mu_{RA}} \rightarrow \mu_{RS} = \mu_{RA} \frac{L_{XB}}{L_{XA}} = \frac{C_{43} R_2 R_3}{C_{4A} R_2 R_3} = 2,75$$

medij u slijdu je zrak (nema jezgri)

$$\mu_{RA} = 1$$

② Otpor voda miren MF metodom u spajci za male otpore  
 DVM,  $R_V = 10 \text{ M}\Omega$ , m. o.  $100 \text{ mV}$   
 DAM, m. o.  $1 \text{ A}$   $\rightarrow R_A$  nikad ne znaci jer  
 ga prizwođači ne objašnjuju!

Pri stroji od  $0,925 \text{ A}$  VM polarizuje  $22,6 \text{ mV}$   
 $u_2$  komutacija struje  $-23,5 \text{ mV}$

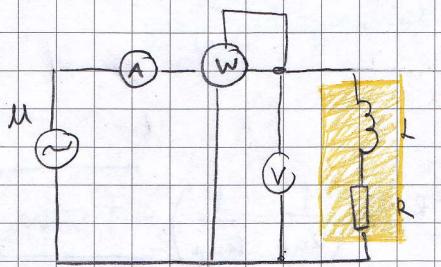


Pri malim otpornicama termonefrovi imaju znacajan utjecaj  $\rightarrow$  neusam o smjeru struje  $\rightarrow$  uklanjanje ga komutacijom

$$Mv = \frac{Mv_+ - Mv_-}{2} = \frac{(I_A \cdot R_x + Au) - (-I_A \cdot R_x + Au)}{2} = I_A \cdot R_x \quad (\text{LAB Vj. 9})$$

$$R_x = \frac{Mv_+ - Mv_-}{2 I_A} = \frac{22,61 - (-23,5)}{2 \cdot 0,925} = 24,96 \text{ m}\Omega$$

③ Primarni sučinji transformatora - UF metoda



$$I_A = 65 \text{ mA}$$

$$U_U = 100 \text{ V}$$

$$P_{w1} = 2,5 \text{ W}$$

$$L = ? \quad \text{induktivitet primara}$$

$$R = ? \quad \text{nadmjesni djelatni otpor}$$

Impedanca primara = napoj na primarni struja bez primara

potječe od otpora

žice  $R_{cu}$  (bateri) i  
gubitak u jagnji  
 $R_{Fe}$  (željez)

$$Z_L = \frac{Mv}{I_A} = \sqrt{(wL)^2 + R_L^2}$$

potječe od primarnog induktiviteta

čista induktivna komponenta  $I_{mz}$

komponenta  $R_{ez}$

veličinska summa

$$L = \frac{1}{\omega I_A} \cdot \sqrt{Mv^2 - \left(\frac{P_{w1}}{I_A}\right)^2} = 4,52 \text{ H}$$

$$R_L = \frac{P_{w1}}{I_A^2} = 592,5 \Omega$$

④ Djelatna snaga 3 faznog tereta metodom triju vatmetara

↳ djelatna snaga od  $4 \text{ kW}$  @  $230 \text{ V}$  fazi

naponi:  $60 \text{ V}, 150 \text{ V}, 300 \text{ V}$

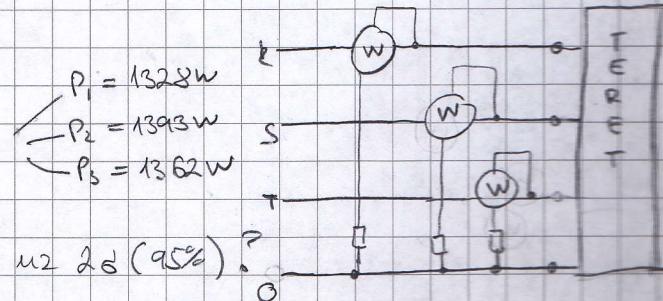
- vatmetni za  $\cos \varphi_w = 0,5$ , g.p. ( $\pm 1\%$  od ocjake  $\pm 0,5\%$  od m.o.)

strujni:  $5 \text{ A}, 1 \text{ A}$

-  $R_{w1}$  jako veliki  $\rightarrow$  potrošali naponskih grana  
zanevareno

otpor naponskih grana

- izmjerene snage na fazama @  $220 \text{ V}$  fazi



Kidika je razvijena snaga tereta + nesigurnost u2 2 d (95%)?

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 4083 \text{ W}$$

naši navedeni podaci

std. odstupanjima pojedinih mjerljivaca

racinamo

std. nesigurnost tipa B

iz mernih instrumenata

$$I_f = \frac{P_T}{3U_f} = \frac{4083}{3,230} \approx 1258 \text{ A} \leftarrow \text{racinamo}$$

$$\text{m.o. (VM)} = 300 \text{ V}$$

$$\text{m.o. (AM)} = 10 \text{ A}$$

$$\text{m.o. (WM)} = \text{m.o. (VM)} \cdot \text{m.o. (AM)} \cdot \cos \varphi_W$$

racinamo nesigurnost t. B za svaki WM

$$= 300 \text{ V} \cdot 10 \text{ A} \cdot 0,5 = 1500 \text{ W}$$

$$u(P_1) = \frac{C_{W1}}{\sqrt{3}} = \frac{1328 \cdot 0,01 + 1500 \cdot 0,005}{\sqrt{3}} = 11,997 \text{ W} \approx 12,0 \text{ W}$$

$$u(P_2) = \frac{C_{W2}}{\sqrt{3}} = \frac{1393 \cdot 0,01 + 1500 \cdot 0,005}{\sqrt{3}} = 12,373 \text{ W} \approx 12,4 \text{ W}$$

$$u(P_3) = \frac{C_{W3}}{\sqrt{3}} = \frac{1362 \cdot 0,01 + 1500 \cdot 0,005}{\sqrt{3}} = 12,194 \text{ W} \approx 12,2 \text{ W}$$

Za nesigurnost rezultante mjerljive uljepine smjere "racinam".

$$u(P_T) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial P}{\partial x_i} \cdot u(x_i) \right)^2} = \sqrt{\left( \frac{\partial P}{\partial P_1} \cdot u(P_1) \right)^2 + \left( \frac{\partial P}{\partial P_2} \cdot u(P_2) \right)^2 + \left( \frac{\partial P}{\partial P_3} \cdot u(P_3) \right)^2} =$$

$$= \sqrt{u(P_1)^2 + u(P_2)^2 + u(P_3)^2} = \sqrt{12,0^2 + 12,4^2 + 12,2^2} = 21,1 \text{ W}$$

$$\text{Za racinu pouzdanosti od } 95\% \rightarrow k=2 \rightarrow M(P_T) = u \cdot u(P_T) = \boxed{42,2 \text{ W}}$$

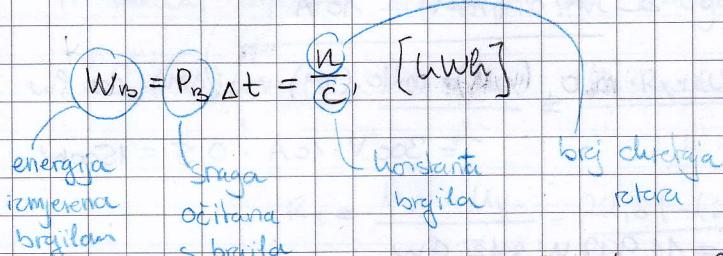
$$\text{koracim 2apris: } P_T = (4083 \pm 42,2) \text{ W}$$

(5) Rotor inducirajućeg brojila 11 rpm,  $C = 1200 \text{ dur/uWWh}$

brojilo priključeno u liniju tereta preko strujnog mjer. transformatora 50A/5A naponskog mjer. transformatora 100V/100V

teret ima faktor snage  $\cos \phi_T = 0,54 \rightarrow$  priuđena snaga tereta?

$$K_{NNUT} = \left( \frac{M_{in}}{M_{zn}} \right) = \frac{100V}{100V} = 100 \quad K_{NSUT} = \left( \frac{I_{in}}{I_{zn}} \right) = \frac{50A}{5A} = 10$$



za prihvaćanje  
brojila na teret pri uštim  
napojima

ulostna energija na teretu  $W_T$   
neizrađena dobitna

$$W_T = K_{NNUT} \cdot K_{NSUT} \cdot W_B$$

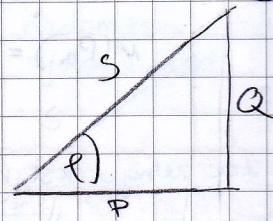
↓

prijenosni omjer  
naponskog i strujnog  
mjerog transformatora

stvarna snaga tereta (zavojnjima gospodarstvo transformatora)

$$P_T = P_B \cdot K_{NNUT} \cdot K_{NSUT} = 0,55 \cdot 100 \cdot 10 = 550 \text{ uW}$$

$$\text{traži se priuđena snaga } S_T = \frac{P_T}{\cos \phi_T} = \frac{550 \text{ uW}}{0,54} = 1018,5 \text{ uVA}$$



(6) Scheringov most

mjerimo kapacitet  
mjerog kondenzatora  
 $C_x$

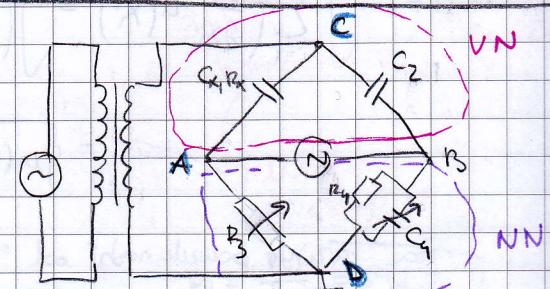
$$C_2 = 165 \mu F \quad R_3 = 7,5 k\Omega$$

konstantni

$$C_1 = 26 nF$$

nekonstantni

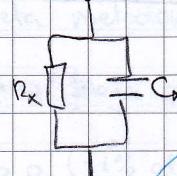
$$M = 10 \text{ uHV} \quad f = 50 \text{ Hz}$$



pripremamo paralelni

nadomjesni spaj mjerog  
kondenzatora

↓ (niska frekv.)



djelatna snaga će se  
razvijati na  $R_x$

$$\rightarrow P_x = \frac{M_{CA}^2}{R_x}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{w R_p C_p} = w R_s C_s$$

inicijalno paralelni

nadomjesni spaj pa kroz  
avaj razv.

$$\frac{1}{w C_p + \operatorname{tg} \delta} = R_p = R_x$$

potencijali na A i na B u ravnosi  
jednaki i negativni ušli od  
veličine V

napon  
na kondenzatoru  
 $M_{CA} \approx M_{CS}$  napajajuća  
mesta

• sharo sav pod napona  
od 100V dešava se u visokonapornim

$$C_x = C_2 \frac{R_h}{R_s} = 68,2 \mu F$$

dijeli lunga, a u visokonapornim  
je pod napona svega  
veličina V

$$\operatorname{tg} \delta = w R_h C_s = 2,53 \times 10^{-2}$$

izraz s prezentacije  
tema 8

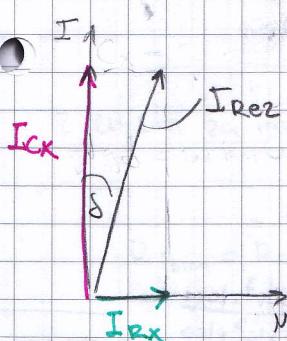
mojemo to  
zaređati;

teći da su

A:D / B:D na

istem potencijalu

$$P_{Cx} = M^2 \omega C_x \operatorname{tg} \delta = (\mu \omega R_x)^2 \cdot \frac{C_2 C_x}{R_x} = 5,43 \text{ W}$$



$$\operatorname{tg} \delta = \frac{I_{Rx}}{I_C} = \frac{M_C}{M_C + X_{Cx}} = \frac{1}{\omega C_x R_x} \rightarrow R_x = \frac{1}{\omega C_x \operatorname{tg} \delta}$$

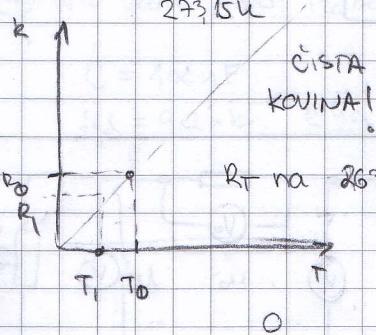
$$P_x = \frac{M_x^2}{R_x} = \frac{M_x^2}{\frac{1}{\omega C_x \operatorname{tg} \delta}} = M_x^2 \cdot \omega C_x \operatorname{tg} \delta = 5,43 \text{ W}$$

| Ako se u realni traci snimaju,

- idejno nici paralelni radomjeri spaj  
je je ladjse za racinati

$$\textcircled{12} \quad P_{T25} \rightarrow 0^\circ \text{C} \rightarrow R = 25,05 \Omega$$

$$R_{T25} (T=263,15 \text{ K}) = ?$$



$$R_T = R_0 (1 + \alpha \Delta T + \beta \Delta T^2)$$

izmjerljivo je  
gladko samo  
linearnu oznast

$$\alpha = 0,373 \%/\text{K}$$

$$= 25,05 \Omega \left( 1 + \frac{0,373}{100} (-10) \right) = 24,07 \Omega$$

$$\textcircled{13} \quad \text{NTC (poluvodički) detektori u 25^\circ \text{C}}$$

$$\rightarrow R_0 = 1 \text{ k}\Omega, T_0 = 25^\circ \text{C} = 298,15 \text{ K}$$

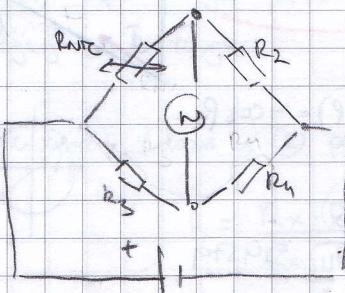
$$\beta = 3548 \text{ K}$$

$$R = R_0 \cdot e^{\left(\frac{\beta}{T} - \frac{\beta}{T_0}\right)}$$



$$T_{nunta} = ?$$

Pretvoriti CC  
u K!



$$\frac{R_{NTC}}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$R_{NTC} = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

$$R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4} = R_0 \cdot e^{\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} / \ln$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\ln\left(\frac{R_2 R_3}{R_4 R_0}\right)}{\beta} + \frac{1}{T_0}$$

$$T = \frac{\beta T_0}{T_0 \ln\left(\frac{R_2 R_3}{R_4 R_0}\right) + \beta} = 315,38 \text{ K}$$

$$= 42,23^\circ \text{C}$$

$$R_2 = 5,22 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 10 \text{ k}\Omega$$

13

$I_i = 5 \text{ mA}$

$R_A = 100 \Omega$

$L_A = 0.2 \text{ mH}$

izdacijski koefficijent s otpicem  $R_A$

$P = \frac{I_{\text{izd}} - I_{\text{stvarna}}}{I_{\text{stvarna}}} = \frac{(I_i - I_u) - I_i}{I_i} = -0,1\%$

$I_u = \frac{U_i}{R_A} = \frac{I_i \cdot (R_A + R_A)}{R_A} =$

$$= \frac{5 \times 10^{-3} \cdot 100}{100 \times 10^{-3} + 100} = \underline{\underline{4,995 \mu A}}$$

11 Piercelektrični prenosnik

$C = 250 \text{ pF}$  → uvećani kapacitet oscilatora

$M = 52,8 \text{ V}$  → izmjerena rez. potencijala između sklopili

$k = 2 \text{ pAs/N}$  → prenos. koef. prenosac

(generativni način)

$\alpha = F \cdot u$

$F = \frac{C \cdot M}{k} = \frac{250 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot 52,8 \text{ V}}{2 \times 10^{-12} \text{ As N}^{-1}} = \underline{\underline{6600 \text{ N}}}$

$C \cdot M = F \cdot u$

7 Metoda 3 VM -  $f = 50 \text{ Hz}$

$P = 95,6 \text{ W}$  injekcija na trasičku  $Z_t$

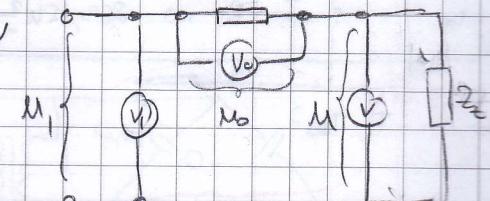
$R_o = 4 \Omega$

$U_1 = 180,6 \text{ V}$

$M_o = 3,7 \text{ V}$

induktivna komponenta

impedancije  $Z_t$ ?



$M_o$  na otpicu  $R_o$  je u fazni sa ulaznom strujom, te u ide u kroz trasičko

Napomena:  $M$  na trasičku prema koj struje ima negativnu faznu povratak  $\phi$

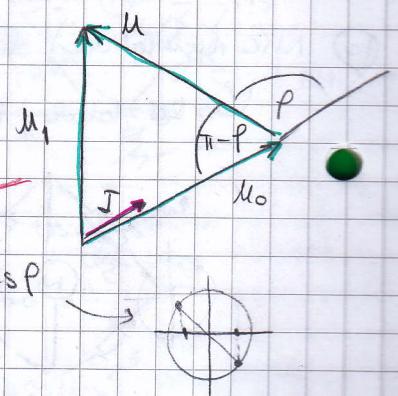
Koristimo kosinususov poučak! ←

$$M_1^2 = M_o^2 + M^2 - 2M_o M \cos(180^\circ - \phi)$$

$\downarrow$   $\text{R}_o \perp$   $P = U \cdot I \cdot \cos \phi$

$$P = \frac{M_1^2 - M_o^2 - M^2}{2R_o}$$

$$M = \sqrt{M_1^2 - M_o^2 - 2PR_o} = 198,48 \text{ V}$$



Induktivitet trasička određujemo poučacim  
prirodne snage  $Q$ , struje  $I$  kroz trasičko  
i njene frekvencije  $f$

$$L_t = \frac{Q}{w \cdot f^2} = \frac{M \cdot f \sin \phi}{w \cdot f^2} = \frac{M \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \phi}}{w \cdot f} = \frac{M \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \phi}}{2\pi f \frac{M_o}{R_o}} =$$

$$= \underline{\underline{0,501 \text{ H}}}$$

⑧ Mjerenje temp kružnog kolača zagrijavajući  $\rightarrow$  Pt 100 u vrh. mostu  $R_3 = 100\Omega$   
 $R_4 = 10\Omega$

Ukraćena temp  $\leftarrow$  rezistorica uz  $R_2 = 13,04\Omega$   
 $T_u = ?$   $\alpha_{Pt} = 0,393\%/\text{K}$

Izvješta za rezistoricu u h mjeri

$$R_X = R_2 \frac{R_3}{R_4} = R_{Pt100} = 13,04\Omega$$

$$R_{Pt100} = R_0 [1 + \alpha(\Delta T) + \beta(\Delta T)^2]$$

Pretvorbi  $^{\circ}\text{C}$  u  $\text{K}$ !

$$\Delta T = \frac{R_{Pt100} - R_0}{R_0} \cdot 100 = 81,5\text{K}$$

mjerno zanemarivo

jer je karakteristika

platine linearna  $\rightarrow$  vidi slajd tema 10

$$T_u = T_0 + \Delta T = 81,5^{\circ}\text{C}$$

To je za Pt  
uvjeti  $0^{\circ}\text{C}$   
ili  $273,15\text{K}$

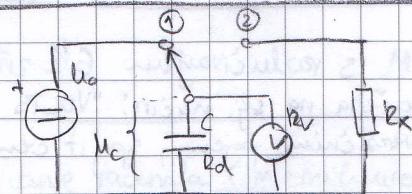
⑨ Vrlo veliki otpor izolacije kružnog kolača - metoda gubitka naboja

$$C = 100\text{nF}$$

$$f_{\text{sf}} = 9,2 \times 10^{-6} \text{ @ } U_0 \text{ Hz}$$

• Kondenzator naložen na

$$M_0 = 50\text{V}$$



izolacija se izolacijom otparen

$$R_X = ?$$

$$R_V = 100\Omega$$

• Unjene izbjegava  $\Delta t = 22\text{s}$

• do napona  $M_C = \frac{M_0}{2}$

Izbjeganje leće po exp zakonom  $M_C = M_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

Ukupni otpor kružnog kolača

lijeg se C naboja

$$R = \frac{\Delta t}{C \cdot \ln(\frac{M_0}{M_C})} = \frac{22}{100 \times 10^{-9} \cdot \ln 2} = 317,39\text{M}\Omega$$

Pretvaranjem sklopke u ② paralelno se kondenzator spoji VM na kojem se javljaju gubici

+ još gubitaka na nesavršenjima  
izolaciji kondenzatora Rd

paralelni sag 3 otpora

$$R_X = \frac{R \cdot R'}{R' - R} = \frac{317,39 \times 10^6 \cdot 3,017 \times 10^9}{3,017 \times 10^9 - 317,39 \times 10^6} = 354,7\text{M}\Omega$$

$$R_d = \frac{1}{w \cdot C \cdot k_0}$$

## Primjer 21

(1) Tri metode mjerjenja otpora:  $M=F$ , dig. ohmmeter, usporoblja s poradijem

KAO (4) U PRIMJERU MI

$\bar{x}$	$s_x$
4,024752	0,9mΩ
4,025152	1,1mΩ
4,023152	1,2mΩ

(2) Snagu gubitaka mjerimo kao razliku snaga na ularu i izlazu. Ako je snaga od 255W izmjerena vatmetrom  $W_1$  na ularu u odnosu uz relativnu mjerenu nesigurnost 0,41%, a snaga na izlazu 241W izmjerena  $W_2$  uz rel. mjer. nesig. 0,53%, kolika je standardna greska nesigurnosti izmjerene snage gubitaka?

$$P_g = P_{ul} - P_{iz}$$

$$u_c(P_g) = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left( \frac{\partial P_g}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x)} = \sqrt{u^2(P_{ul}) + u^2(P_{iz})} = \sqrt{(0,41 \times 10^{-2})^2 + (0,53 \times 10^{-2})^2} = 6,7 \times 10^{-3}$$

$$\frac{P_{ul} \cdot u_c(P_g) + P_{iz} \cdot u_c(P_g)}{2} = \frac{1,71 + 1,61}{2} = 1,66 \text{ W} \quad \rightarrow \frac{1,7 + 1,6}{2} = 1,65 \quad \begin{array}{l} \text{ravdano} \\ \text{uao tacan} \\ \text{odg.} \end{array}$$

(3) DMM s razdučivnjem  $6\frac{1}{2}$  značenjima ima dva para "H1" i "L0" slarnih priključnica, crtačena na slj. nacin: "VOLTS OHMS" te "OHMS SENSE". Ako mjereni otpor želimo izmjeriti detektivčnim pogom, spajit ćemo ga na sljedeći nacin:

→ strjne stozaljke na "VOLTS OHMS" te napenske stozaljke na "OHMS SENSE"

(4) Otpor  $R_x$  mjerim UI metodom za vlo male otpore. Napon je mjerjen VM kvarakterističnog otpora  $10k\Omega/V$  na m.o.  $1V$ , a struja AM na m.o.  $0,1A$  unutarnjeg otpora  $9,15 \Omega$ . Koliki je njegov otpor ako je na VM ociteno ??

mali otpori



-ako analogni VM  
zamijelimo digitalnim

$$R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{U_R}{I_A - I_V} = \frac{U_R}{I_A} \frac{I_A}{I_A - I_V}$$

DMM → dokumentacija

$$\text{Analogni} \rightarrow [R_u = \frac{R_v}{V}] \quad R_v = R_u \cdot M_m.o.$$

↳ digitalni imma veći unutarnji otpor

↳ Izv će biti manja → možda se može i zamjeniti

↳ Verificiranje

(5) Na raspodjeljenju imamo dva AM s m.o.  $2A$  za mjerenoje struje izvora od  $\approx 3A$ . Ako pritom AM spojimo paralelno jedan drugome, a teniski u lung izvora, očekat ćemo redom na prvom i drugom AM  $1,53A$  i  $1,47A$ . Me pretpostavku da ne greješ, možemo zaključiti da

→ je otpor pritog AM manji od otpora drugog AM.

↳ strjno djelilo – veća struja će teći granom na kojoj je manji otpor

- ⑥ Pri mjerjenju velike istosmjerne struje Hallovim sondom potrebno je da struja od  $40A$  stvara indukciju od  $1,1T$ . Ako je stalnica (konstanta) materijala sredine  $B_H = 310 \text{ cm}^3/\text{As}$ , a ona je debljine  $1,2 \text{ mm}$ , kolika je upravljačka struja potrebna da generirani napon bude  $37,8 \text{ mV}$ ?

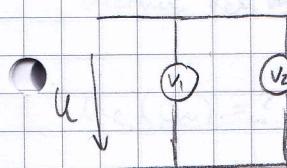
$$U_H = \frac{1}{mg} \cdot \frac{B \cdot J_H}{S} = R_H \cdot \frac{B \cdot J_H}{S} = u \cdot \frac{J_H}{S}$$

mjerena struja

?  $R_H \cdot \frac{B \cdot J_H}{S} = M_H$

$$J_H = \frac{M_H \cdot S}{R_H \cdot B} = \frac{37,8 \times 10^{-3} \text{ V} \cdot 1,2 \times 10^{-3}}{310 \times 10^{-2} \text{ m/As} \cdot 1,1 \text{ T}} = 0,133 \text{ A}$$

- ⑦ Dva VM unutarnjih otpora  $R_{V1} = 75 \text{ k}\Omega$  i  $R_{V2} = 100 \text{ k}\Omega$  spojena su paralelno na izvor napona od  $5V$ . Uz pretpostavku da ne gradije, polariziranje VM je:



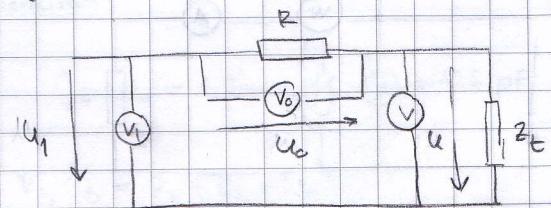
$M_{V1} = U_{V2} = U_{V_0} = 5V \rightarrow$  unutrašnji otporni utjecaj na polariziranje nego na točnost

$$\rightarrow M_{V1} = 5V, M_{V2} = 5V$$

- ⑧ GPIB (IEEE - 488) je:  $\rightarrow$  paralelno sručelje za povezivanje računala i mjerilni uređaja

- ⑨ Djelatnu snagu impedancije  $Z_t$  mjerimo metodom 3VM. Ako je na VM spojeno paralelno na izvor napona 221V, na drugom spojenu paralelno mjereni impedanciji 103V, a 156 na trećem VM spojeno paralelno otporu  $R$ , koliki je cosf impedancije  $Z_t$ ?

$$\cos \phi = \frac{U_r^2 - M_o^2 - M_r^2}{2 M_o M_r} = \frac{221^2 - 156^2 - 103^2}{2 \cdot 156 \cdot 103} = 0,4324$$



- ⑩ Djelatna snaga trasiila određena je mjerenjem istosmjerne struje liga ujme prednji i pada napona na njemu. Koliki je efektivni stupanj slobode rel. mjerene sigurnosti tako izmjerene snage ako su rel. mjer. nes. i ef. stup. slobodne izmjerene napona i struje redom  $U_r(U) = 0,16\%$ ,  $V_{ess} = 15$

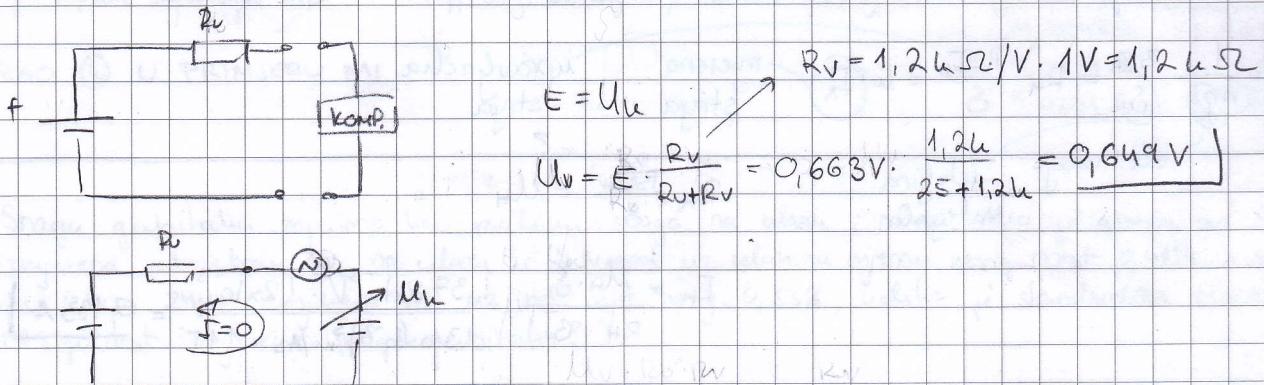
$$U_r(I) = 0,12\%, V_{ess} = 13$$

$$V_{ess_R} = \frac{\sum_i U_r^i(R)}{\sum_i V_i} = \frac{(0,16)^4}{155} + \frac{(0,12)^4}{13} = [26,83] = 26$$

$$U_c(R) = \sqrt{U_r(U)^2 + U_r(I)^2} = \sqrt{(0,16\%)^2 + (0,12\%)^2} = 0,2\%$$

- ⑪ Što je mjeriteljstvo?  $\rightarrow$  značaj o mjerjenju i njegovim primjenama

- 12) Napon neliči izvora, unutrašnjeg napona  $25\text{ mV}$ , mjerili smo kompenzatorom te dobili  $0,663\text{ V}$ . Koliki će napon podizati VM za  $1\text{ V}$ , karakteristični otpor  $1,2\text{ k}\Omega/\text{V}$



- 13) Razlucivanje DMM s priklazom  $6\tfrac{1}{2}$  značenje na mjernom opsegu  $2\text{V}$  je

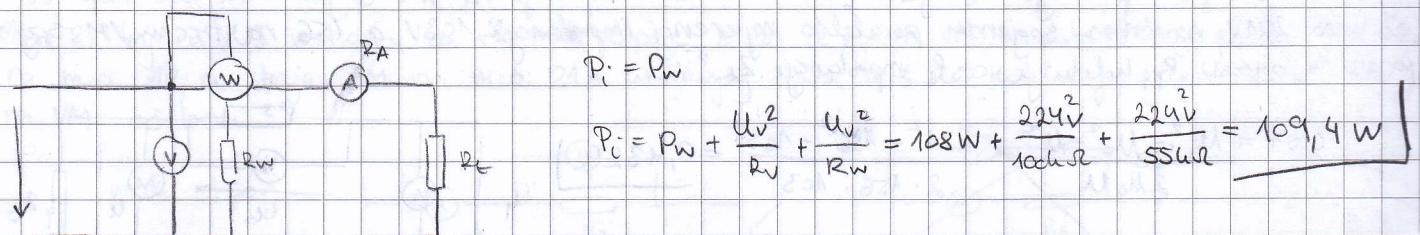
$$\begin{array}{ccccccc} 10^1 & 10^{-2} & 10^3 & 10^{-4} & 10^5 & 10^{-6} \\ [0,1] & [0-9] & [0-9] & [0-9] & [0-9] & [0-9] \end{array} \rightarrow 10^{-6}\text{ V} = 1\text{ }\mu\text{V}$$

moe polarizaci moe priklazi sve značenje ("cijele")

samo 0 ili 1 je

je opseg do 2 (max moe biti 1,99999)  
("pola" značenje)

- 14) Određile snagu koju daje izvor ako je, u spoju prema slici, vatmetrom izmjerena snaga  $P=108\text{ W}$  VM napon izvora  $224\text{ V}$ , a AM struja tereta  $0,36\text{ A}$ . Otpor naponske grane WM je  $55\text{k}\Omega$  a otpor struje grane WM je  $1,32\text{ }\Omega$ , otpor VM  $100\text{k}\Omega$ , a otpor AM  $0,45\text{ }\Omega$



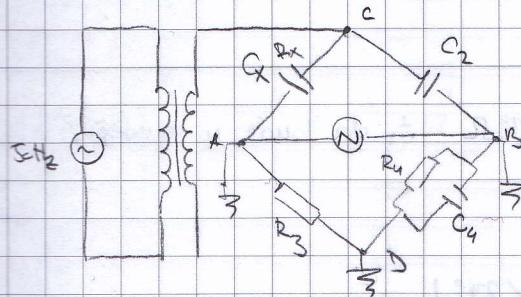
- 15) Kod mjerjenja snage jednofaznog trošila WM u spoju prema gornjoj slici VM i AM se spojaju u krug:  
 $\rightarrow$  zbog kontrole opterećenja struje i naponske grane vatmetra

## Dodatačni zadaci 21

(14) Scheringovim mostom mjeri se kmitajuća siličnička silicijuskega ulja

$$C_x = 108 \mu F \quad \text{izmjenična pri } R_3 = 6,52 \text{ k}\Omega \quad \text{naponjajanje mesta: } V = 115 \text{ kV} = M_{\text{do}} \approx M_{\text{ac}} \\ R_y = 4 \text{ k}\Omega \quad C_y = 22,5 \mu F \quad f = 50 \text{ Hz}$$

Kolika je djelatna snaga treći u ispitivanom dielektričnom tijelu u njezini?

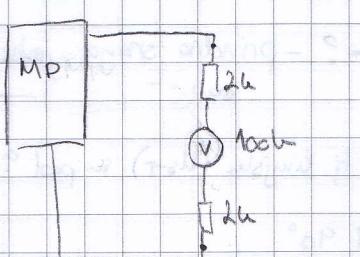


$$P_x = \frac{M_x^2}{R_x} = \frac{M_x^2}{\frac{1}{w C_x \tan \delta}} = U_x^2 \cdot w C_x \cdot \tan \delta = U_x^2 \cdot 100\pi \cdot 6,626 \times 10^{-11} \cdot 0,02827 \\ = 7,78 \text{ W}$$

$$C_x = C_y \frac{R_y}{R_x} = 108 \times 10^{-12} \cdot \frac{4 \text{ k}}{6,52 \text{ k}} = 6,626 \times 10^{-11} \text{ F}$$

$$\tan \delta = w R_y C_y = 2\pi \cdot 50 \cdot 4 \text{ k} \cdot 22,5 \times 10^{-9} = 0,02827$$

(15) Na izlaz mjeriće prekormnika snage s naponačkim relatom 0-5V povezanim je analogni VM  
s  $R_V = 100 \text{ k}\Omega$ . Uključujući pogrešku merača pri izlaznom naponu prekormnika  $U_i = 3,5 \text{ V}$  dobiti  
u sljedećem kontaktu, otpor spajališta priključnog kabela i VM merača za  $2 \text{ k}\Omega$

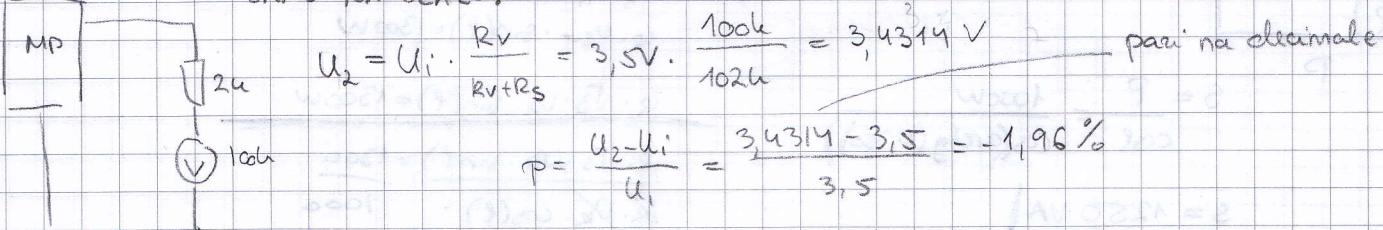


$$I_1 = \frac{U_i}{R_V} = \frac{3,5 \text{ V}}{100 \text{ k}} = 3,5 \times 10^{-5} \text{ A} \rightarrow U_1 = I_1 \cdot R_V = 3,5 \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{U_i}{R_V + 2 \cdot R_S} = \frac{3,5 \text{ V}}{100 \text{ k} + 2 \cdot 2 \text{ k}} = 3,43269 \times 10^{-5} \text{ A} \rightarrow U_2 = U_i \cdot \frac{R_V + R_S}{R_V + 2 \cdot R_S} = 3,43269 \text{ V}$$

$$\rho = \frac{U_2 - U_1}{U_1} = \frac{3,43269 - 3,5}{3,5} = -1,92\%$$

KONTAKTNI OTPOR JE  
SAMO NA ULAZU?



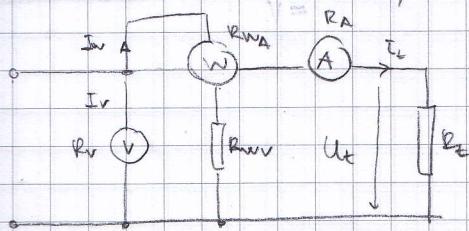
$$U_2 = U_i \cdot \frac{R_V}{R_V + R_S} = 3,5 \text{ V} \cdot \frac{100 \text{ k}}{102 \text{ k}} = 3,4314 \text{ V}$$

pari na decimalne

$$\rho = \frac{U_2 - U_1}{U_1} = \frac{3,4314 - 3,5}{3,5} = -1,96\%$$

(16) ISLIČAN UAO (6) U PRIMJERU 21

(17) Snaga tereta?  $P = 122 \text{ W}$ ,  $V_M \Rightarrow 224 \text{ V}$ ,  $I_M \Rightarrow 0,53 \text{ A}$ ,  $R_{WA} = 65 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{WA} = 0,9 \text{ }\Omega$ ,  $R_V = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $R_A = 0,6 \text{ }\Omega$



$$P_T = P_W - P_A - P(R_{WA}) = P_W - \frac{I_A^2}{R_A} - \frac{I_A^2}{R_{WA}} = 122 - \frac{0,53^2}{0,6} - \frac{0,53^2}{65} = 121,58 \text{ W}$$

izmjerena  
snaga

na AM

snaga na  
otpcnu stranicu  
grane WM

(18) Snaga putujuća na četveropolu.  $W_1 = 55W$ ,  $M_r\% (W_1) = 0,6\%$  → ular  
 $W_2 = 52W$ ,  $M_r\% (W_2) = 0,9\%$  → rlar

je uklonjena

SLIČNO UAO (7) IZ PRIMJERA M1 | (2) IZ PRIMJERA Z1

$$P(P_0) = \frac{M_r\% (P_0) \cdot P_0}{100} = \frac{0,6 \cdot 55}{100} = 0,33W$$

↓

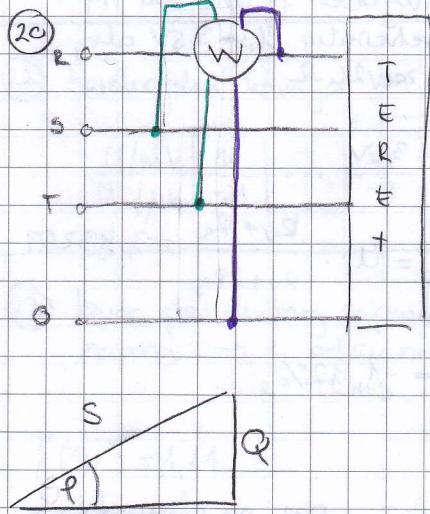
$$P(P_1) = \frac{M_r\% (P_1) \cdot P_1}{100} = \frac{0,9 \cdot 52}{100} = 0,468W$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P(P_0) = \sqrt{P(P_0)^2 + P(P_1)^2} = \sqrt{0,33^2 + 0,468^2} = 0,573W \end{array} \right.$$

(19) Vrhovostanečni most  $Z_2 = 80 \angle 25^\circ \Omega$ ,  $Z_3 = 78 \angle 15^\circ \Omega$ ,  $Z_4 = 46 \angle 13^\circ \Omega$ .  $Z_1$  da bude u raundži?

$$Z_1 \cdot Z_4 = Z_2 \cdot Z_3$$

$$Z_1 = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_4} = \frac{80 \angle 25^\circ \cdot 78 \angle 15^\circ}{46 \angle 13^\circ} = 135,65 \angle 27^\circ \approx 136 \angle 27^\circ$$



WM je strujan granac u R liniji, 1° naponska granica je u R; 0

SIMETRIČAN SUSTAV

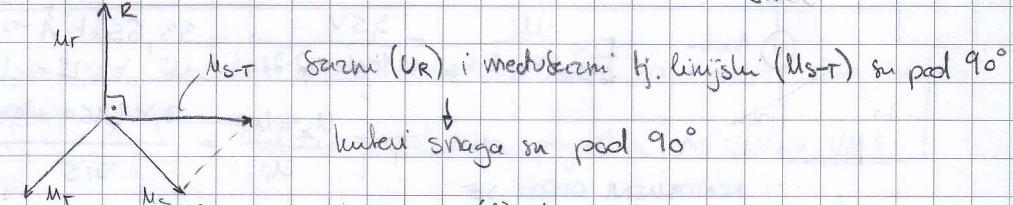
↓  
SPOS 2VJEZDE

$$P_1 = 1000W$$

$$P_2 = 1300W$$

2° naponska granica je u S; T

$S_g = ?$  - prividna snaga je u sarki



$$i_R \cdot U_R \cdot \cos(l) = 1000W$$

$$i_R \cdot U_{S-T} \cdot \sin(l) = 1300W$$

$$i_R \cdot \sqrt{3} \cdot U_R \cdot \sin(l) = 1300W$$

$$i_R \cdot \sqrt{3} \cdot U_R \cdot \sin(l) = 1300W$$

$$i_R \cdot U_R \cdot \cos(l) = \frac{1000}{1000}$$

$$\operatorname{tg}(l) = \frac{1,3}{\sqrt{3}} = 0,750$$

(21) KAO (12) U PRIMJERU M1

(22) KAO (17) U DODATNIM LAD. ZA MI