7. OSNOVNI POJMOVI ELEKTROMAGNETIZMA. ELEKTROMAGNETSKI VALOVI

7.1. UVOD

Električni naboji su zapravo elementarni djelići tvari, elementarne čestice – elektroni ili nešto veći, ali uvijek mikroskopski ioni – atomi ili molekule bez jednog ili više elektrona. Benjamin Franklin je uveo oznake „+“ i „-“ za dvije vrste naboja. Jedinica za električni naboj je 1 kulon = 1 C. Dva su važna svojstva električnog naboja:

1. Električni naboj je kvantiziran, što znači da postoji nekiminimalni iznos, tj. količina el. naboja. Sve veće količine su cjelobrojni višekratnici tog elementarnog naboja. Minimalni iznos el. naboja je naboj koji nosi elektron e^-: $Q(e^-) = e = -1{,}6 \cdot 10^{-19} C$
2. El. Naboj je apsolutno sačuvan, što znači da se u nekom procesu ne može ni stvoriti ni uništiti el. naboj: Q_{ukupno} (prije procesa) = Q_{ukupno} (nakon procesa).

Oko električki nabijenih tijela se stvara ELEKTRIČNO POLJE. To je prostor oko nabijenog tijela u kojem se djeluje na drugo nabijeno tijelo tako da ga se privlači ili odbija.

Kad se u električno polje tijela naboja Q_1 dovede drugo tijelo naboja Q_2, onda se javi sila na to drugo tijelo. Ta sila je proporcionalna količini naboja Q_2 i jakosti polja.

Eksperimentom se pokazuje da jakost polja oko točkastog nabijenog tijela pada s kvadratom udaljenosti i proporcionalna je količini električnog naboja koji je doveden na to tijelo.

SLIKA: UZ COULOMBOV ZAKON – HORVAT SL.4.1. STR. 4-3.

Sila između dva naboja dana je COULOMBOVIM ZAKONOM:

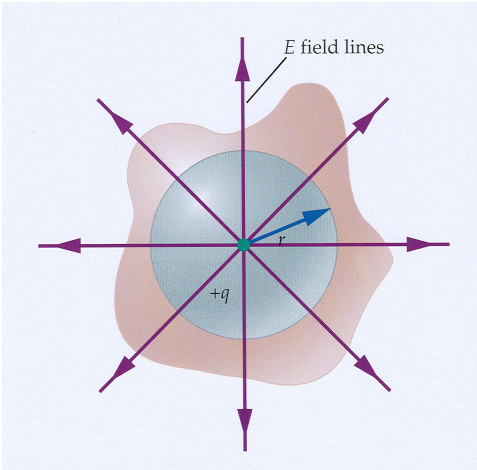
$$\vec{F} = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\vec{r} = Q_2\vec{E_1}$$

Q_1, Q_2 - količine naboja

k – konstanta određena iz eksperimenta – u SI je: $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}9875 \cdot 10^9\ \mathrm{Nm^2/C^2}$

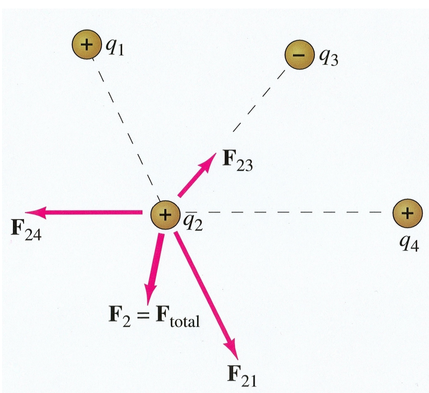
$\vec{E_1}$ - električno polje ili vektor jakosti električnog polja oko točkastog naboja Q_1:

$$\vec{E_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r^2}\vec{r}$$



PRINCIP SUPERPOZICIJE

Kad je prisutno više naboja, onda je sila između bilo koja dva naboja dana Coulombovim zakonom. Prema 3. Newtonovom zakonu su sile između bilo koja dva naboja jednake po iznosu, ali suprotnog smjera: $\overrightarrow{F_{ij}} = -\overrightarrow{F_{ji}}$.



Rezultantna sila $\overrightarrow{F_i}$ na Q_i jednaka je vektorskom zbroju svih sila koje djeluju na Q_i :

$$\overrightarrow{F_i} = \sum_j \overrightarrow{F_j} = \overrightarrow{F_{i1}} + \overrightarrow{F_{i2}} + \ldots + \overrightarrow{F_{i,j-1}} + \overrightarrow{F_{i,j+1}} + \ldots + \overrightarrow{F_{in}}$$

Taj zakon se zove PRINCIP SUPERPOZICIJE.

Princip superpozicije za električno polje:

$$\overrightarrow{E_i} = \sum_j \overrightarrow{E_j} = \overrightarrow{E_{i1}} + \overrightarrow{E_{i2}} + \ldots + \overrightarrow{E_{i,j-1}} + \overrightarrow{E_{i,j+1}} + \ldots + \overrightarrow{E_{in}}$$

Iz principa superpozicije: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{Q_i}{r_i^2} \vec{r_i}$ slijedi:

- za linearnu raspodjelu naboja linearne gustoće $\lambda = dQ / dl$:

$$\vec{E_l} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r^2} \vec{r}$$

- za površinsku raspodjelu naboja površinske gustoće $\sigma = dQ / dS$:

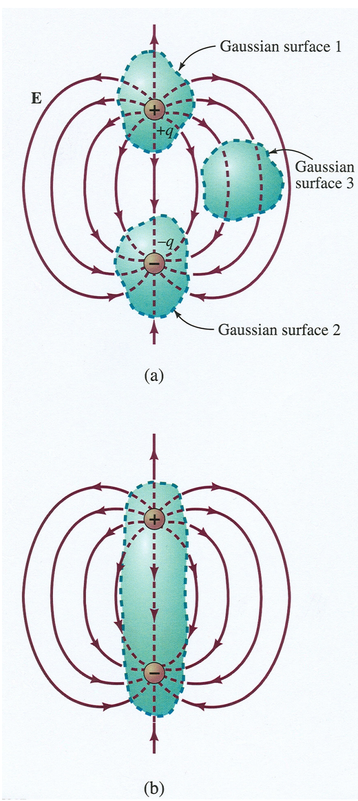
$$\vec{E_S} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\sigma dS}{r^2} \vec{r}$$

- za prostornu raspodjelu naboja volumne gustoće $\rho = dQ / dV$:

$$\vec{E_V} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho dV}{r^2} \vec{r}$$

Električno polje možemo opisati pomoću zamišljenih linija – ELEKTRIČNIH SILNICA – po definiciji one izlaze iz pozitivnog naboja, a ulaze u negativni naboj.
Dogovor – veća gustoća silnica opisuje jače polje.

SLIKA: „IZVORI“ I „PONORI“ ELEKTRIČNOG POLJA – ELEKTRIČNI DIPOL – HORVAT SL. 4.3. STR. 4-4.



TOK ELEKTRIČNOG POLJA

SLIKA: JEDINIČNI VEKTORI POVRŠINE NA ZAKRIVLJENOJ POVRŠINI – HORVAT – SL. 4.4. STR. 4-4.

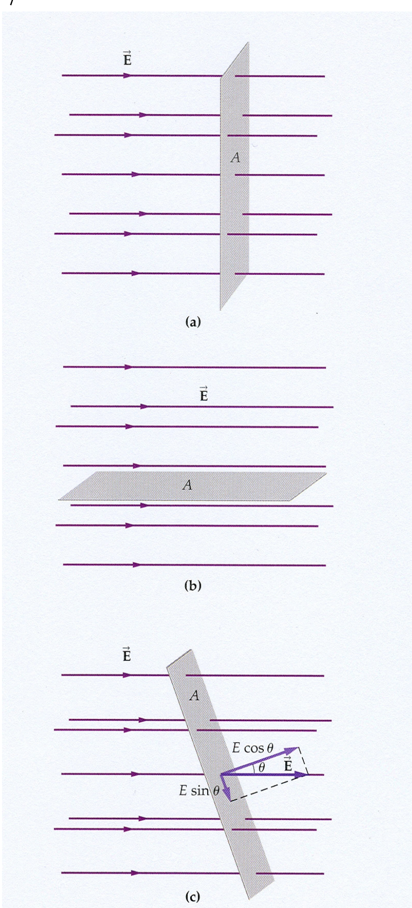
Razmatramo površinu S koju postavimo u električno polje $\vec{E}$. Vektor površine $\vec{S}$ je umnožak jediničnog vektora $\vec{n}$, koji je okomit na površinu, i iznosa površine S.

SLIKA: TOK HOMOGENOG ELEKTRIČNOG POLJA KROZ RAVNU PLOHU – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 3.1. STR. 132.

Za početak zamislimo najjednostavniji slučaj: silnice homogenog električnog polja upadaju okomito na ravnu plohu površine S. Tok električnog polja kroz površinu S je: $\phi = \varepsilon ES = DS$

Vektor električnog pomaka ili vektor gustoće električnog toka: $\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$

Ako je kut između normale $\vec{n}$ na površinu, odnosno $\vec{S}$ i silnica različit od 0, tada je tok: $\phi = \vec{D} \cdot \vec{S} = DS\cos\theta$



7.2. PRVA MAXWELLOVA JEDNADŽBA U DIFERENCIJALNOM I INTEGRALNOM OBLIKU

Promatrat ćemo tok električnog polja točkastog naboja Q kroz neku zatvorenu plohu S. Pretpostavljamo da je zamišljena ploha kugla u čijem središtu se nalazi pozitivni točkasti naboj Q.

SLIKA: TOK ELEKTRIČNOG POLJA TOČKASTOG NABOJA KROZ KUGLU – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 3.2. STR. 133.

Tok električnog polja: $\phi = 4R^2\pi D$

Gdje su R – polumjer kugle, D – jednak u svim točkama kugline plohe.

Unutar kugle je točkasti naboj Q pa je polje na površini kugle jednako: $E = Q/4\pi\varepsilon R^2$

Vektor električnog pomaka je: $D = \varepsilon E = Q/4\pi R^2$

Tok je: $\phi = (Q/4\pi R^2)4R^2\pi = Q$

Tok električnog polja kroz kuglinu plohu proporcionalan je naboju unutar te kugle i neovisan o polumjeru kugle.

Općenito: tok električnog polja kroz zatvorenu plohu proizvljnog oblika jednak je ukupnom naboju unutar te plohe.

Sad zamislimo zatvorenu plohu proizvoljnog oblika površine S i odredimo tok električnog polja kroz nju.

SLIKA: TOK ELEKTRIČNOG POLJA KROZ ZATVORENU PLOHU – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 3.3. STR. 134.

Općenito, električno polje u svim točkama plohe S nije konstantno, pa ćemo plohu podijeliti na male površine ΔS, tako male da ih možemo smatrati ravnima i da možemo pretpostaviti da je polje u svakoj točki na ΔS konstantno.

Vektor $\Delta\vec{S}$ ima iznos ΔS, a smjer normale $\vec{n}$ na tu površinu.

Tok električnog polja $\vec{D}$ kroz zatvorenu površinu S dobijemo zbrajanjem svih doprinosa:

$$\phi = \vec{D}_1 \cdot \Delta\vec{S}_1 + \vec{D}_2 \cdot \Delta\vec{S}_2 + ...$$

U graničnom slučaju, kad svaki $\Delta S_i \to 0$, dobijemo točan rezultat:

$$\phi = \lim_{\Delta S_i \to 0} (\overrightarrow{D_1} \cdot \Delta \overrightarrow{S_1} + \overrightarrow{D_2} \cdot \Delta \overrightarrow{S_2} + ...) = \oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

Ispod plošnog integrala je skalarni produkt.

Tok električnog polja povezujemo s brojem silnica:

- silnice koje ulaze u zatvorenu plohu su negativne
- slnice koje izlaze iz zatvorene plohe su pozitivne

Kad iz plohe izlazi onoliko silnica koliko je u plohu ušlo, ukupni tok = 0.

Uz $\phi = Q$ slijedi Gaussov zakon za elektrostatsko polje – osnovni zakon elektrostatike:

(*) $$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$$

To je izvedeno za kuglinu plohu no vrijedi i općenito za bilo koju zatvorenu plohu oko naboja.

Kad u volumenu, koji zatvara plohu *S*, ima više točkastih naboja, tada je ukupno električno polje zbroj pojedinih polja. Tok pojedinih električnih polja jednak je nabojima iz kojih ta polja proizlaze. Tok ukupnog električnog polja jednak je zbroju svih nabojanunutar plohe. Ako unutar plohe nema naboja ili je količina pozitivnog i negativnog naboja jednaka, ukupni tok = 0 jer je $Q = 0$.

Ako naboj Q izrazimo prostornom gustoćom naboja u volumenu V: $Q = \iiint_V \rho dV$, onda (*) poprima oblik:

($\bullet$) $$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho dV$$

To je 1. MAXWELLOVA JEDNADŽBA U INTEGRALNOM OBLIKU

IZVOD 1. MAXWELLOVE JEDNADŽBE U DIFERENCIJALNOM OBLIKU

SLIKA: UZ DEFINICIJU DIVERGENCIJE VEKTORA – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 3.15. STR. 151.

($\bullet$) podijelimo s koji obuhvaća zatvorena ploha S kroz koju se traži tok vektora – pogledamo granični slučaj kad se ta ploha stegne u točku T:

$$\lim_{\Delta V \to 0} \frac{1}{\Delta V} \oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{1}{\Delta V} \iiint_V \rho dV$$

Skalarna veličina – DIVERGENCIJA vektora $div\vec{D} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{1}{\Delta V} \oint\!\!\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} =$ prostorna gustoća naboja u promatranoj točki ρ

$$div\vec{D} = \rho$$

1. MAXWELLOVA JEDNADŽBA U DIFERENCIJALNOM OBLIKU

IZRAČUNAVANJE $div\vec{D}$

SLIKA: UZ IZRAČUNAVANJE DIVERGENCIJE VEKTORA – HENČ-BARTOLIĆ, KULIŠIĆ – SL. 3.16. STR. 151.

Promatramo tok vektora kroz infinitenzimalno mali volumen oblika kocke u pravokutnom koordinatnom sustavu:

$$\oint\!\!\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = (D_x + dD_x)dydz - D_x dydz + (D_y + dD_y)dxdz - D_y dxdz + (D_z + dD_z)dxdy - D_z dxdy$$

$$\oint\!\!\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \frac{\partial}{\partial x} D_x dxdydz + \frac{\partial}{\partial y} D_y dxdydz + \frac{\partial}{\partial z} D_z dxdydz$$

$$\oint\!\!\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = (\frac{\partial}{\partial x} D_x + \frac{\partial}{\partial y} D_y + \frac{\partial}{\partial z} D_z)dxdydz$$

$$\oint\!\!\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = (\frac{\partial}{\partial x} D_x + \frac{\partial}{\partial y} D_y + \frac{\partial}{\partial z} D_z)dV$$

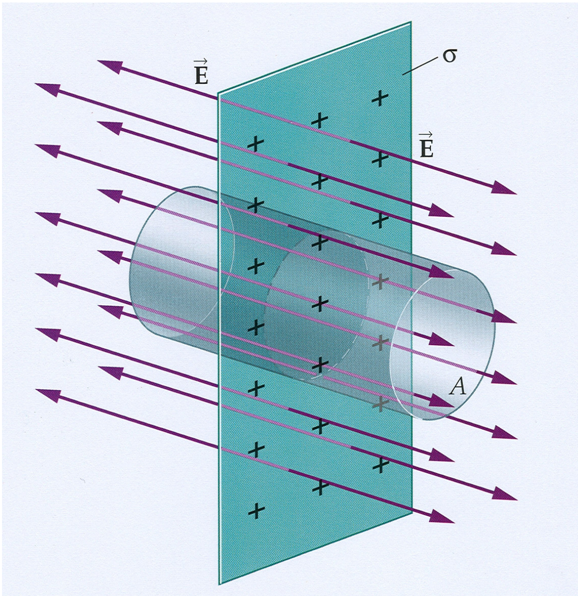
Iz $\oint\!\!\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho dV$ slijedi: $\frac{\partial}{\partial x} D_x + \frac{\partial}{\partial y} D_y + \frac{\partial}{\partial z} D_z = \rho$

U pravokutnom koordinatnom sustavu: $div\vec{D} = \frac{\partial}{\partial x} D_x + \frac{\partial}{\partial y} D_y + \frac{\partial}{\partial z} D_z$

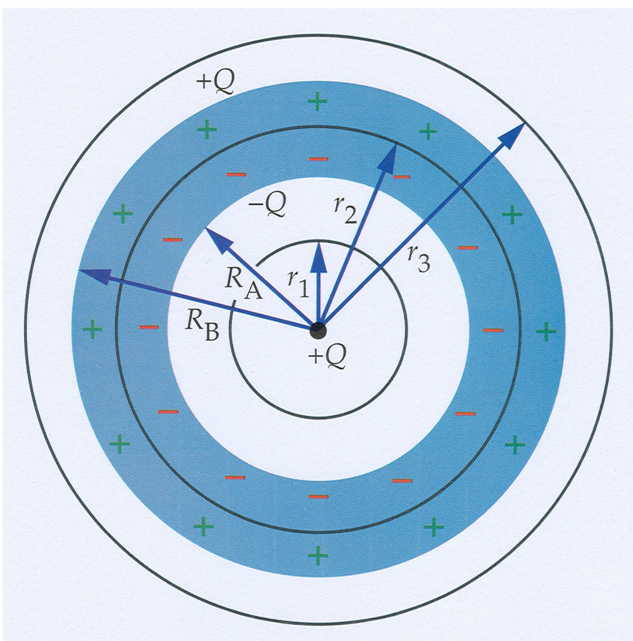
Divegencija nekog vektora je skalar.

Umjesto $div\vec{D}$ možemo pisati $\vec{\nabla} \cdot \vec{D}$, a operator nabla $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$ je diferencijalni operator.

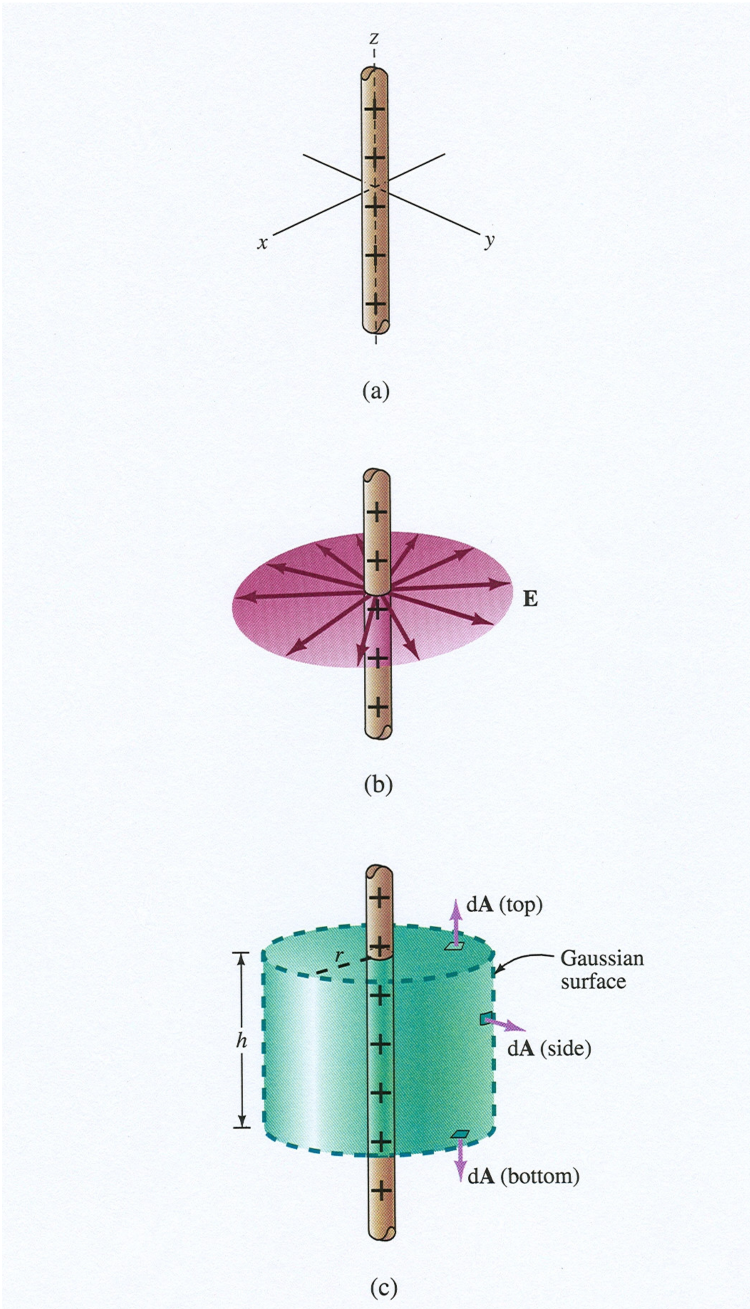
Drugačiji oblik $\vec{\nabla}$ u drugim koordinatnim sustavima.



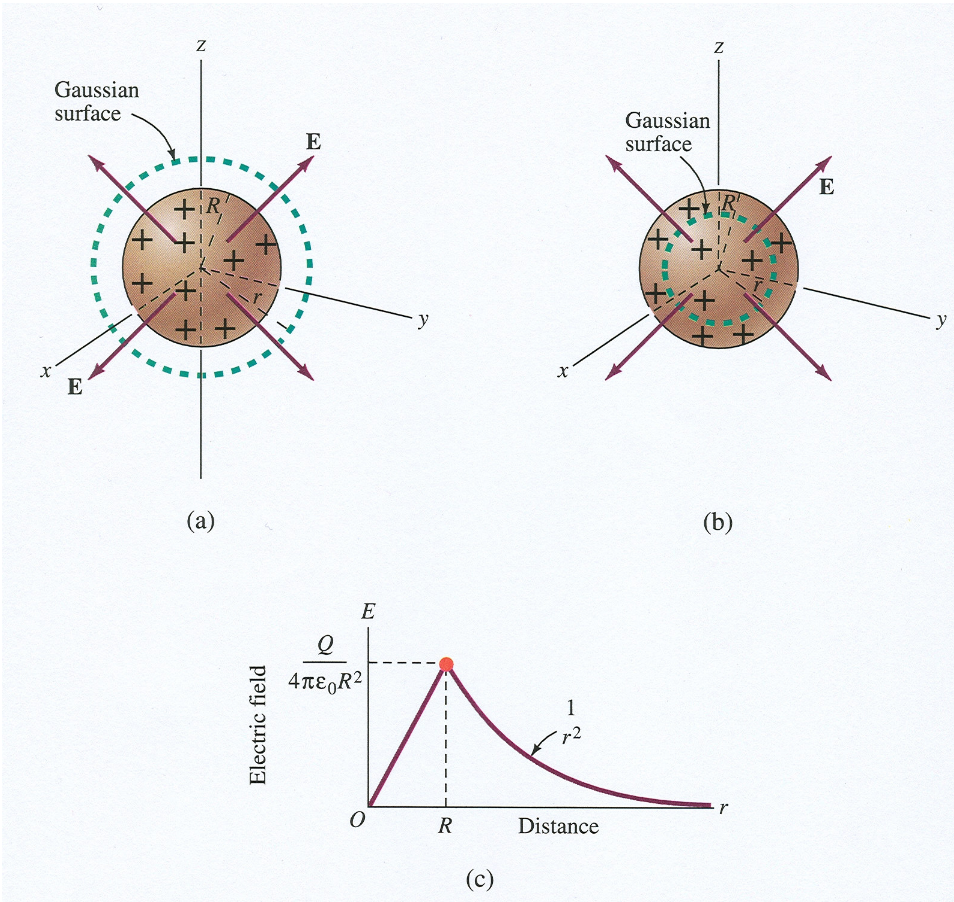
Gaussov zakon primijenjen na površinski naboj



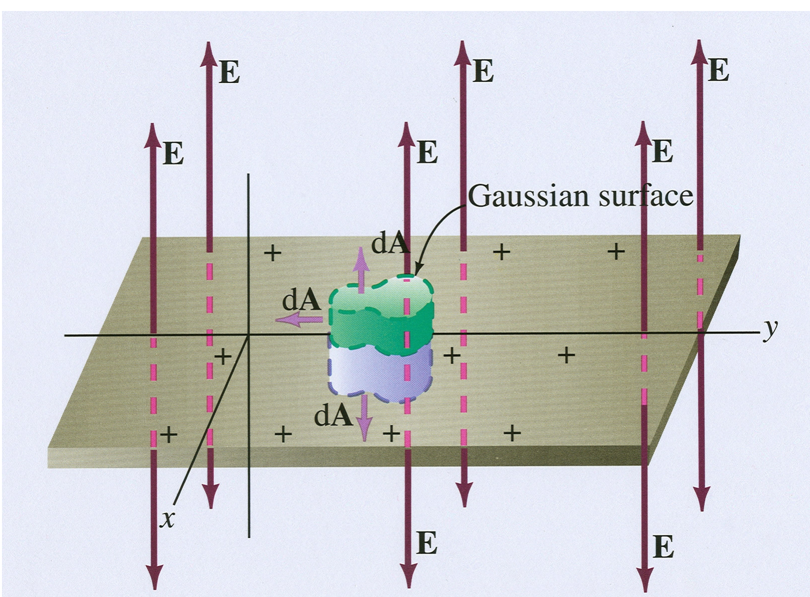
Gaussov zakon primijenjen na sfernu ljusku



Gaussov zakon za linijski naboj



Gaussov zakon za jednoliko nabijenu, nevodljivu sferu



Gaussov zakon za jednoliko nabijenu ravninu

7.3. ELEKTRIČNI POTENCIJAL, RAD U ELEKTRIČNOM POLJU, ELEKTRIČNO POLJE U VODIČU I DIELEKTRIKU, ELEKTRIČNA STRUJA

7.3.1. ELEKTRIČNI POTENCIJAL

Razmatramo linijski integral od točke A do točke B električnog polja točkastog naboja Q:

$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

SLIKA: RAZLIČITI SEGMENTI PRI RAČUNU KRIVULJNOG INTEGRALA – HORVAT – SL. 4.10. STR. 4-12.

Ako vrijednost linijskog integrala ne ovisi o putanji između A i B, već samo o krajnjim točkama, onda je: $\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

Možemo pisati: $\vec{E} \cdot d\vec{l} = -dV(r)$

Odnosno: $\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_A^B dV(r) = -(V(r_B) - V(r_A))$

$$-\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = V(r_B) - V(r_A)$$

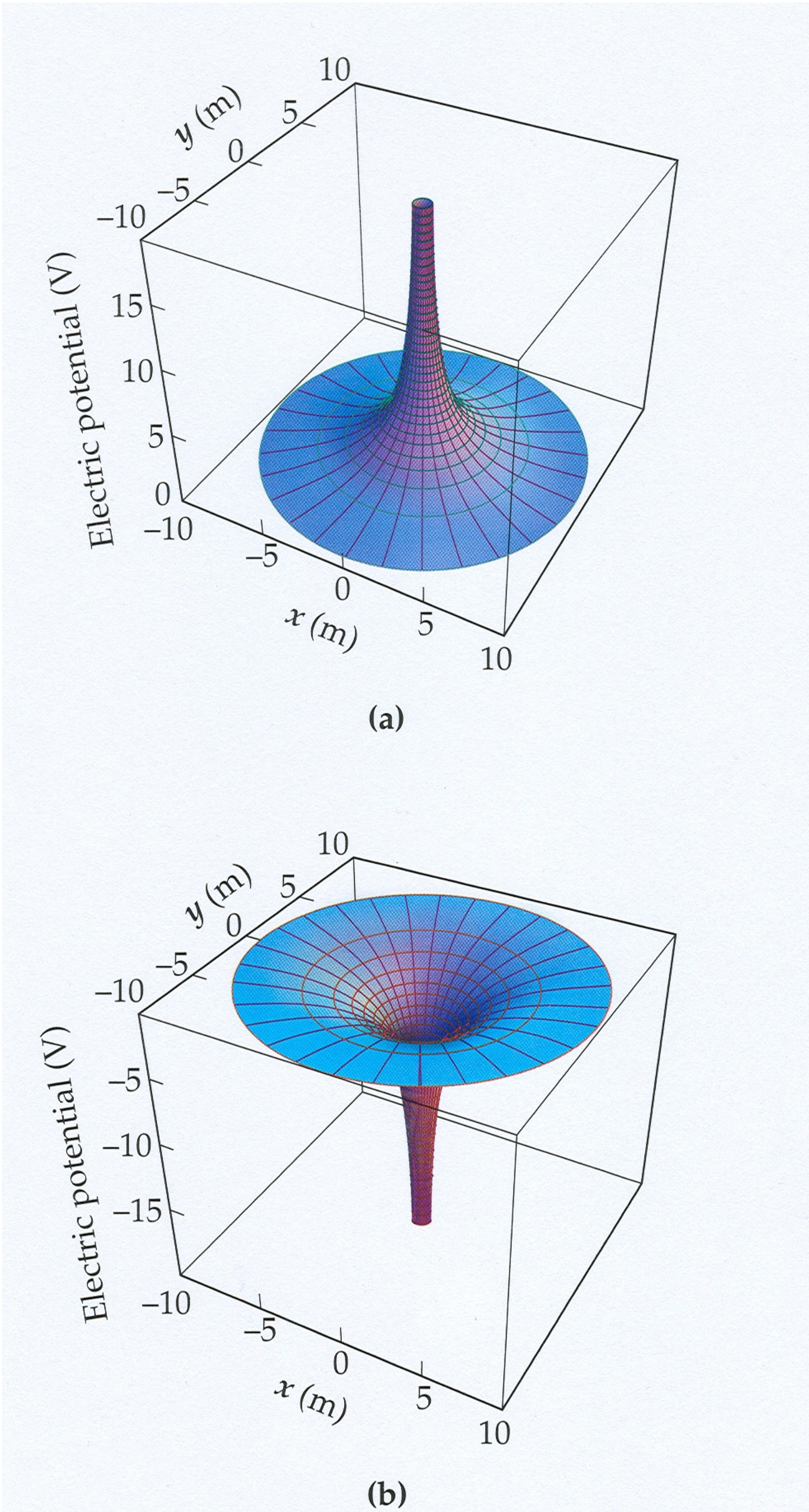
Definirali smo ELEKTRIČNI POTENCIJAL $V(x, y, z)$. Jedinica je 1 volt = 1 V. Vrijednost potencijala *V(r)* u nekoj točki B je:

$$-\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} + V(r_A) = V(r_B)$$

Ako $A \to \infty$, onda je i $V(r \to \infty) = 0$ i $-\int_\infty^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = V(B)$

Za točkasti naboj: $V(r) = Q / 4\pi\varepsilon r$

Potencijal točkastog naboja *Q* na udaljenosti *r* od naboja.



Električni potencijal točkastog naboja

7.3.2. RAD U ELEKTRIČNOM POLJU I POTENCIJALNA ENERGIJA

Ako česticu naboja Q pomaknemo u električnom polju $\vec{E}$ iz točke A u B jednoliko, bez promjene brzine, onda je rad W koji izvrši vanjska sila:

$$W_v = -\int_A^B Q\vec{E} \cdot d\vec{l} = Q(V_B - V_A) = Q\Delta V$$

SLIKA: PREMJEŠTANJE NABOJA U ELEKTRIČNOM POLJU – HORVAT – SL. 4.14. STR.4-19.

Razlika potencijala: $\Delta V = W_v / Q$

Iz teorema o kinetičkoj energiji i radu slijedi da izvršeni rad mora biti jednak promjeni kinetičke energije čestice koja je nosilac naboja.

Zbog jednolikog premještanja $\Delta E_k = 0$, pa je W jednak po iznosu radu koje izvrši električno polje $\vec{E}$, ali suprotnog predznaka:

$$\Delta V = -W_E / Q \qquad \text{i} \qquad W_E = \int_A^B Q\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Ako u neku točku prostora, u kojoj potencijal ima vrijednost *V(A)*, dovedemo naboj Q iz beskonačnosti, onda moramo izvršiti rad: $W = -Q\int_\infty^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = Q(V_A - V_\infty) = -\int_\infty^A \vec{F} \cdot d\vec{l}$

Tako smo definirali ELEKTROSTATSKU POTENCIJALNU ENERGIJU.

7.3.3. ELEKTRIČNO POLJE U VODIČU I DIELEKTRIKU

ELEKTRIČNO POLJE U VODIČU

Slobodni nosioci naboja u vodiču određuju njegovo ponašanje kad ga se metne u električno polje.
Svojstva vodiča u električnom polju su:

1. Električno polje = 0 unutar vodiča.
2. Gustoća električnog naboja = 0 unutar vodiča.
3. Ukupni naboj nalazi se na površini.
4. Električni potencijal V = *konst* svugdje unutar vodiča.
5. Površina vodiča predstavlja plohu istog potencijala ili ekvipotencijalnu plohu.
6. Električno polje okomito je na površinu vodiča.

ELEKTRIČNO POLJE U DIELEKTRIKU

U dielektriku su svi naboji vezani na određenim mjestima u materijalu, te semogu samo lokalno pomicati. Superponiranjem lokalnih mikroskopskih pojava se dobije makroskopski efekt – POLARIZACIJA.

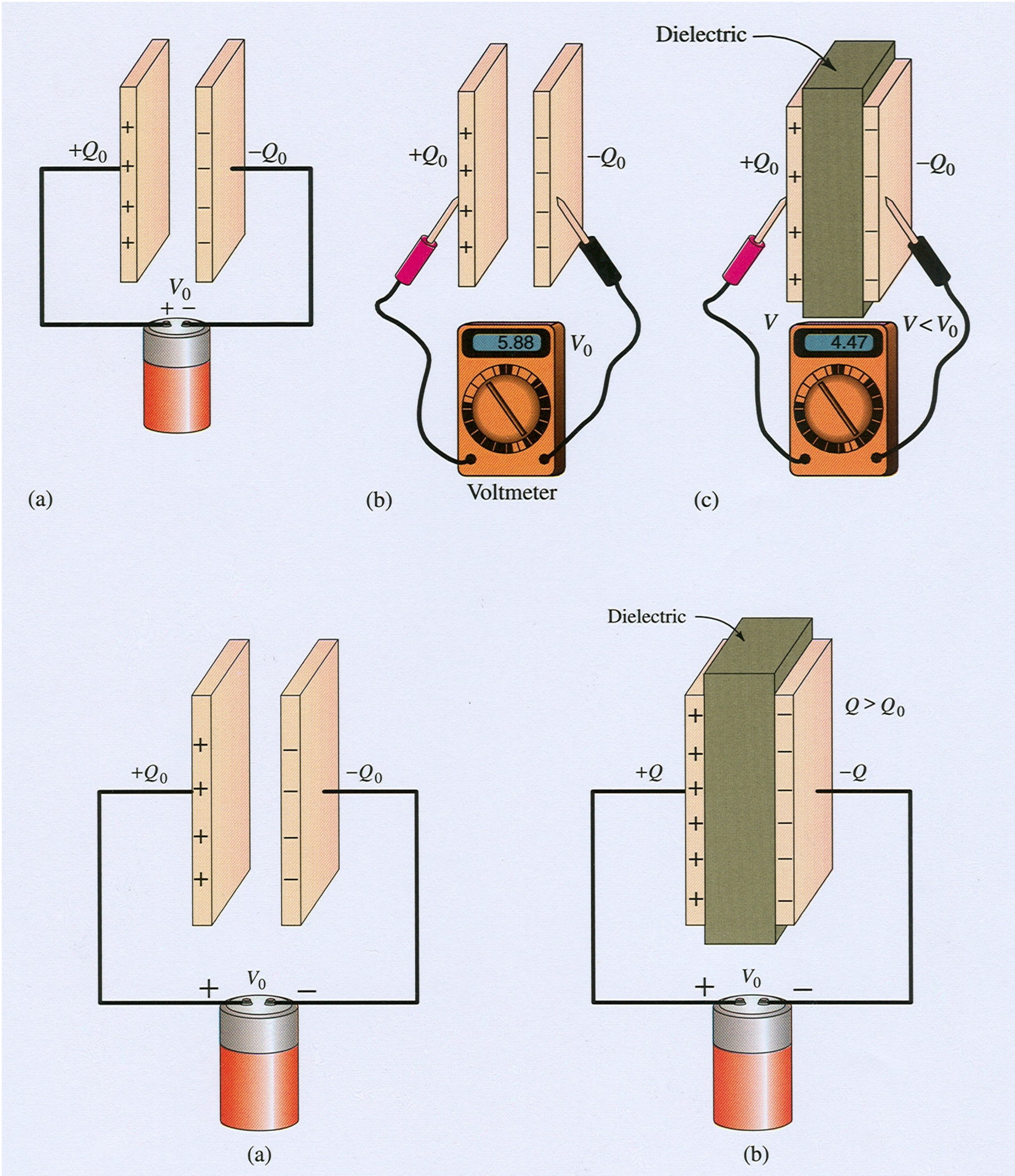
Kad električno polje djeluje na jedan atom, onda ono pomakne pozitivni i negativni naboj, te gledano u smjeru djelovanja polja, imamo negativan naboj odmaknut za mali iznos duljine od pozitivnog naboja. To je ELEKTRIČNI DIPOL.

Gledajući materijal vidimo da se stvorio veliki broj dipola pod djelovanjem polja i oni su se orijentirali duž pravca djelovanja polja – materijal je POLARIZIRAN.

Mjera polarizacije je DIPOLNI MOMENT PO JEDINIČNOM VOLUMENU ili VEKTOR POLATIZACIJE: $\vec{P} = N\vec{p}$

$\vec{p}$ je inducirani dipol, a N broj molekula u jediničnom volumenu.

Polarizacija nastaje zbog djelovanja VANJSKOG ELEKTRIČNOG POLJA na materijal.



Efekti dielektrika na kondenzator s fiksnim nabojem ili potencijalom

7.3.4. ELEKTRIČNA STRUJA. OHMOV ZAKON

SLIKA: MIKROSKOPSKI PRIKAZ ELEKTRIČNE STRUJE – HORVAT – SL. 4.15. STR. 4-21.

Razmatramo vodič površine poprečnog presjeka S koji ima n_0 slobodnih nosilaca naboja q u 1 m^3. Unutar dijela volumena $\Delta V = S\Delta x$ nalazi se na naboja ukupno, tj. $n = n_0 \Delta V$

Ukupni naboj ΔQ u volumenu ΔV je: $\Delta Q = nq = n_0 \Delta V q = S\Delta x n_0 = S v_D \Delta t n_0 q \,/ : \Delta t$

Struja: $I = \Delta Q / \Delta t = S v_D n_0 q$
Gustoća struje – količina naboja koja u jedinici vremena prođe kroz jediničnu površinu: $J = I / S = v_D n_0 q$

Vektor gustoće struje: $\vec{J} = \overrightarrow{v_D} n_0 q$

Tok naboja u vodiču nastaje zbog primijenjenog električnog polja, a ovo nastaje zbog razlike potencijala na krajevima vodiča.

Ohmov zakon: $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

Električna vodljivost σ [siemens = S]

Ako vodič ima duljinu l i na njegovim krajevima vlada razlika potencijala ΔV, onda tu razliku proizvodi električno polje: $E = \Delta V / l$

$J = \sigma E = \sigma \Delta V / l$ ili $I / S = \sigma \Delta V / l$

Ako je električni otpor $R = l / \sigma S$ [ohm = Ω], onda je: $R = \Delta V / I$ ili $I = \Delta V / R$

To je drugi oblik (poznatiji oblik) Ohmovog zakona.

Specifični otpor: $\rho = 1 / \sigma$

Električni otpor vodiča specifičnog otpora, duljine l i površine poprečnog presjeka S: $R = \rho l / S$