

## Auditorne vježbe, Istosmjerni stroj, ak. god. 2013./2014.

1. Istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor podataka:  $U_n = 220 \text{ V}$ ,  $I_n = 100 \text{ A}$ ,  $n_n = 1000 \text{ min}^{-1}$  ima otpor armature koji iznosi  $R_a = 0,1 \Omega$ . Motor se napaja iz istosmjernog izvora promjenjivog napona s unutrašnjim otporom od  $R_u = 0,06 \Omega$ . Koliki treba biti unutrašnji napon promjenjivog izvora  $E_u$  da bi motor generatorski kočio pri 80% nazivnog tereta i  $n = 700 \text{ min}^{-1}$ .

**Rješenje:**

$$I_n = 100 \text{ A}$$

$$U_n = 220 \text{ V}$$

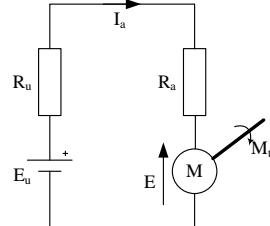
$$n_n = 1000 \text{ min}^{-1}$$

$$R_a = 0,1 \Omega$$

$$R_u = 0,06 \Omega$$

$$\underline{n = 700 \text{ min}^{-1}}$$

$$E_u = ?$$



- Moment kojega motor razvija jednak je

$$M_m = k_m \phi I_a,$$

gdje je:

$M_m$  - moment motora

$k_m$  - konstrukcijski parametar motora

$\phi$  - ulančeni magnetski tok

$I_a$  - struja armature

- Budući da je motor nezavisno uzbuđen te da je uzbuda konstantna, moment motora proporcionalan je struji armature. Iz toga proizlazi da za slučaj generatorskog kočenja momentom od 80 % struja motora iznosi:

$$I_{ak} = 0,8I_n$$

- Inducirani napon  $E$  pri nazivnom teretu i nazivnoj brzini od  $n_n = 1000 \text{ min}^{-1}$  može se izračunati iz izraza:

$$U = I_a R_a + E \Rightarrow E = U_n - I_n * R_a = 220 - 100 \cdot 0,1 = 210 \text{ V}$$

- Inducirani napon  $E$  istosmjernog stroja jednak je

$$E = k_e \phi n,$$

gdje je:

$E$  - inducirani napon (protueletromotorna sila)

$k_e$  - konstrukcijski parametar

$\phi$  - ulančeni magnetski tok

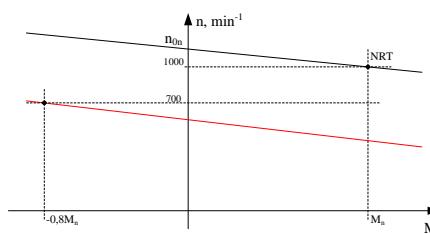
$n$  - brzina vrtnje

- Iz prethodnoga slijedi da je inducirani napon na brzini  $n_n = 700 \text{ min}^{-1}$  jednak

$$\frac{E_u}{E_{un}} = \frac{k_e \phi n}{k_e \phi n_n} \Rightarrow E_u = 210 \frac{700}{1000} = 147 \text{ V}$$

- Kako bi motor generatorski kočio inducirani napon mora biti veći od napona izvora,  $E > E_u$ , što znači da struja  $I_a$  mora biti negativna (struja ide u izvor).

$$E_u = E + I_{ak}(R_a + R_u) = 147 + (-80)(0,1 + 0,06) = 134,2 \text{ V}$$



2. Istosmjerni nezavisno uzbudjeni motor podataka:  $U_n = 220 \text{ V}$ ,  $P_n = 13,5 \text{ kW}$ ,  $I_n = 74 \text{ A}$ ,  $n_n = 1150 \text{ min}^{-1}$  ima otpor armature koji iznosi  $R_a = 0,2 \Omega$ . Odredite vanjske karakteristike motora  $n = f(I_a)$  i  $n = f(M)$  za slučajeve:

- (a)  $U_n, \phi_n, R_p = 0 \Omega; 1 \Omega; 3 \Omega; 6 \Omega$
- (b)  $U_n/2, \phi_n, R_p = 0 \Omega; 1 \Omega$
- (c)  $U_n, 0,8 \cdot \phi_n, R_p = 0 \Omega; 1 \Omega$

**Rješenje:**

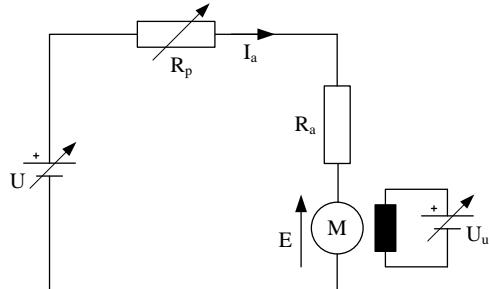
$$P_n = 13,5 \text{ kW}$$

$$I_n = 74 \text{ A}$$

$$U_n = 220 \text{ V}$$

$$n_n = 1150 \text{ min}^{-1}$$

$$R_a = 0,2 \Omega$$



Prvo se rješavaju općeniti podaci za motor:

Inducirana protuelektromotorna sila se može zapisati kao

$$E = k_e \phi n = c_e n \implies c_e = \frac{E}{n},$$

pri radu u nazivnoj točki

$$c_e = \frac{E}{n} = \frac{U_n - I_n R_a}{n_n} = \frac{220 - 74 \cdot 0,2}{1150} = [0,1784]$$

Nazivni moment motora jednak je

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{P_n}{\frac{\pi}{30} n_n} = \frac{30 \cdot 13500}{1150 \pi} = [112 \text{ Nm}].$$

Brzina praznog hoda pri nazivnom naponu iznosi

$$n_0 = \frac{U_n}{c_e} = \frac{220}{0,1784} = 1233,2 \text{ min}^{-1}$$

- (a)  $U_n, \phi_n, R_p = 0 \Omega; 1 \Omega; 3 \Omega; 6 \Omega$

- Kada je motor opterećen brzina se može izraziti kao

$$n = \frac{U - I_a(R_a + R_p)}{c_e}$$

$$\bullet R_p = 0 \Omega \quad n = \frac{220 - 74(0,2 + 0)}{0,1784} = 1150 \text{ min}^{-1}$$

$$\bullet R_p = 1 \Omega \quad n = \frac{220 - 74(0,2 + 1)}{0,1784} = 735 \text{ min}^{-1}$$

$$\bullet R_p = 3 \Omega \quad n = \frac{220 - 74(0,2 + 3)}{0,1784} = -94 \text{ min}^{-1}$$

$$\bullet R_p = 6 \Omega \quad n = \frac{220 - 74(0,2 + 6)}{0,1784} = -1338 \text{ min}^{-1}$$

- U kojim se slučajevima radi o protustrujnom kočenju? (ODG:  $R_p = 3 \Omega$  i  $R_p = 6 \Omega$ )

- (b)  $U_n/2, \phi_n, R_p = 0 \Omega; 1 \Omega$

- Smanjenjem napona napajanja mijenja se i brzina praznog hoda

$$n_0 = \frac{U}{c_e} = \frac{100}{0,1784} = 617 \text{ min}^{-1}$$

i dalje vrijedi

$$n = \frac{U - I_a(R_a + R_p)}{c_e}$$

- $R_p = 0 \Omega$   $n = \frac{110 - 74(0,2 + 0)}{0,1784} = 534 \text{ min}^{-1}$

- $R_p = 1 \Omega$   $n = \frac{110 - 74(0,2 + 1)}{0,1784} = 119 \text{ min}^{-1}$

(c)  $U_n, 0, 8 \cdot \phi_n, R_p = 0 \Omega; 1 \Omega$

- Ukoliko se promijeni ulančeni magnetski tok potrebno je korigirati konstantu  $c_e$  budući da vrijedi  $c_e = k_e \phi \Rightarrow \frac{c_{e2}}{c_e} = \frac{\phi}{\phi_n} = 0,8 \Rightarrow c_{e2} = 0,8c_e = 0,8 \cdot 0,1784 = 0,1427$ .

Mjenja se i brzina praznog hoda  $n_0$  koja sada iznosi

$$n_0 = \frac{U}{c_{e2}} = \frac{220}{0,1427} = 1542 \text{ min}^{-1}$$

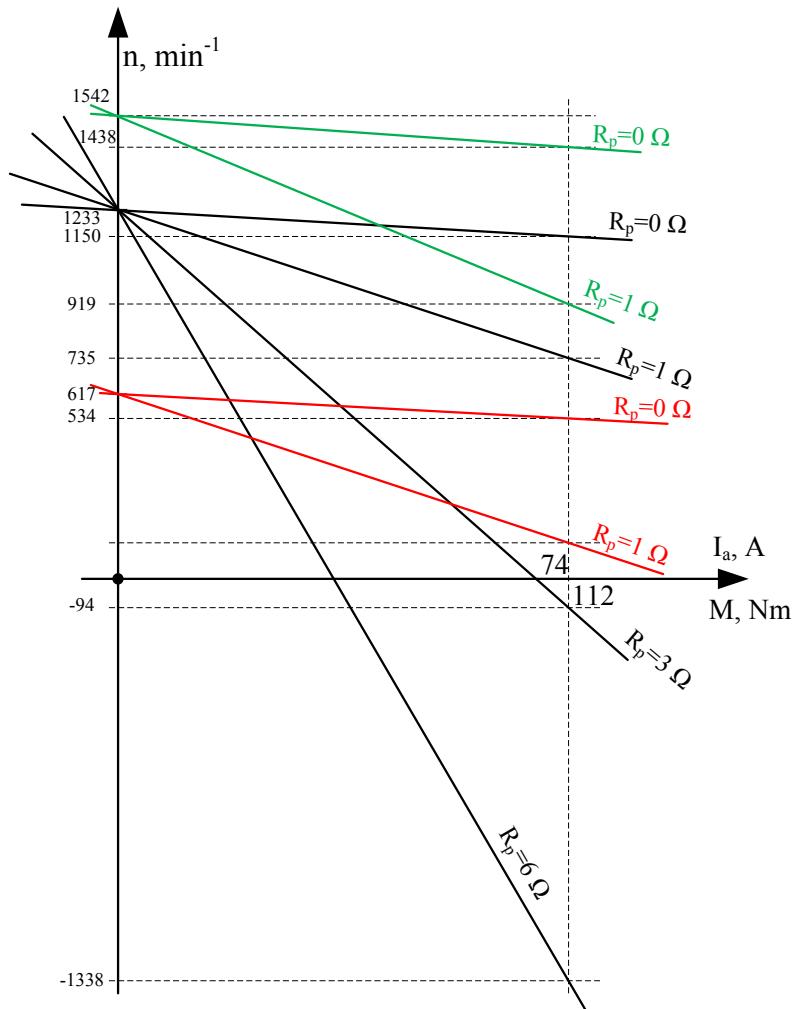
također i dalje vrijedi

$$n = \frac{U - I_a(R_a + R_p)}{c_{e2}}$$

- $R_p = 0 \Omega$   $n = \frac{220 - 74(0,2 + 0)}{0,1427} = 1438 \text{ min}^{-1}$

- $R_p = 1 \Omega$   $n = \frac{220 - 74(0,2 + 1)}{0,1427} = 919 \text{ min}^{-1}$

Sada se mogu nacrtati vanjske karakteristike motora za sve slučajeve.



3. Istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor nazivnih podataka  $U_n = 440 \text{ V}$ ,  $P_n = 22 \text{ kW}$ ,  $n_n = 1250 \text{ min}^{-1}$ ,  $\eta = 0,91$ ,  $R_a = 0,3 \Omega$  koristi se u dizaličnom elektromotornom pogonu. Kolikom će se brzinom vrtjeti motor ako se pri dizanju optereti s  $200 \text{ Nm}$ ? Prepostavite konstantan magnetski tok. Kolika će biti struja armature i što bi se dogodilo u trajnom radu s takvim opterećenjem?

**Rješenje:**

$$P_n = 22 \text{ kW}$$

$$U_n = 440 \text{ V}$$

$$n_n = 1250 \text{ min}^{-1}$$

$$\eta = 0,91$$

$$M_t = 200 \text{ Nm}$$

$$R_a = 0,3 \Omega$$

$$\frac{n}{n} = ?; I_a = ?$$

- Budući da nazivna struja armature nije zadana moramo ju izračunati iz podatka o izlaznoj snazi, korisnosti i nazivnog napona.

$$P_{el} = U_n \cdot I_n$$

$$P = \eta \cdot P_{el} \Rightarrow P = \eta U_n I_n \Rightarrow I_n = \frac{P_n}{\eta U_n} = \boxed{54,95 \text{ A}}$$

- Nazivni moment računa se iz nazivne snage i brzine prema

$$M_n = \frac{P_n}{\frac{n\pi}{30}} = \frac{30 \cdot 22000}{1250\pi} = \boxed{168,1 \text{ Nm}}$$

- Sada je potrebno izračunati konstante  $c_e$  i  $c_m$ . Iz jednadžbe strujnog kruga nadomjesne sheme motora ( $U = I_a \cdot R_a + c_e \cdot n$ ) može se dobiti:

$$c_e = \frac{U - I_n \cdot R_a}{n_n} = \frac{440 - 54,95 \cdot 0,3}{1250} = 0,3388.$$

Konstanta za moment dobije se iz nazivne struje i nazivnog momenta

$$c_m = \frac{M_n}{I_n} = \frac{168,1}{54,95} = 3,059$$

- Za teret od  $200 \text{ Nm}$  struja armature računa se iz izraza

$$I_a = \frac{M_t}{c_m} = \frac{200}{3,059} = \boxed{65,4 \text{ A}}$$

- Kada je poznata struja armature moguće je izračunati i brzinu motora

$$n = \frac{U - I_a R_a}{c_e} = \frac{440 - 65,4 \cdot 0,3}{0,3388} = \boxed{1240,8 \text{ min}^{-1}}$$

- Budući da je struja pri opterećenju od  $200 \text{ Nm}$   $19\%$  veća od nazivne struje motora, u kratkotrajnom radu ne bi prouzročila nikakve teže posljedice, ali pri trajnom radu bi došlo do pregrijavanja stroja. U ovom slučaju stroj mora biti štićen odgovarajućom zaštitom, npr bimetallnom.

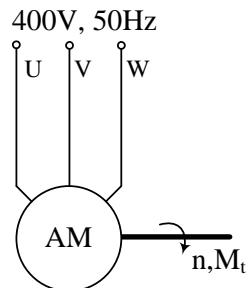
## Auditorne vježbe, Asinkroni stroj, ak. god. 2013./2014.

1. Asinkroni motor ima slijedeće podatke:  $P_n = 4 \text{ kW}$ ,  $U_n = 400 \text{ V}$ ,  $n_n = 1410 \text{ min}^{-1}$ ,  $f_n = 50 \text{ Hz}$ ,  $\frac{M_k}{M_n} = 2,5$ .

Motor je opterećen potencijalnim momentom tereta iznosa  $M_t = 10 \text{ Nm}$ . Kojom brzinom motor pogoni teret uz priključeni nazivni napon? Do kojeg iznosa se može smanjiti napon, a da motor još uvijek može pokrenuti teret? Nacrtati momentne karakteristike za slučaj priključenog nazivnog napona i za slučaj smanjenog napona.

**Rješenje:**

$$\begin{aligned} P_n &= 4 \text{ kW} \\ U_n &= 400 \text{ V} \\ n_n &= 1410 \text{ min}^{-1} \\ f_n &= 50 \text{ Hz} \\ \frac{M_k}{M_n} &= 2,5 \\ M_t &= 10 \text{ Nm} \\ n, U_{min} &=? \end{aligned}$$



- Iz nazivnih podataka mogu se izračunati podaci:

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{P_n}{2\pi n_n} = \frac{30P_n}{n_n\pi} = \frac{30 \cdot 4000}{1410\pi} = 27,1 \text{ Nm}, \text{ Budući da je nazivna brzina jednaka } 1410 \text{ min}^{-1} \text{ radi se}$$

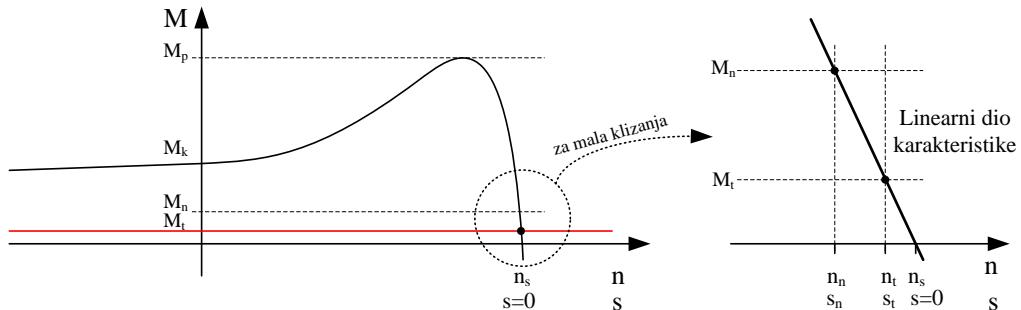
$$\frac{60}{60}$$

o motoru koji ima dva para polova ( $p = 2$ ).

$$n_s = \frac{60f_n}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ min}^{-1}$$

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{1500 - 1410}{1500} = 0,06$$

- Sada se može nacrtati momentna karakteristikama s označenim poznatim vrijednostima



Ukoliko je moment tereta manji od nazivnog momenta motora,  $M_t < M_n$  tada motor radi na linearnom dijelu karakteristike prikazanom na slici. Računanje klizanja na linearnom dijelu karakteristike uvelike pojednostavljuje zadatku.

- Iz gornje slike može se primijetiti sličnost trokuta koja se koristi za izračun klizanja pri teretu manjem od nazivnog

$$\boxed{\frac{M_t}{s_t} = \frac{M_n}{s_n}}$$

Sada se može napisati i izraz za klizanje pri teretu od 10 Nm

$$s_t = s_n \frac{M_t}{M_n} = 0,06 \frac{10}{27,1} = 0,0221$$

brzina se može izraziti kao

$$s_t = \frac{n_s - n_t}{n_s} \Rightarrow n_t = n_s(1 - s_t) = 1500 \cdot (1 - 0,0221) = \boxed{1466,8 \text{ min}^{-1}}$$

- Da bi se motor mogao pokrenuti potezni moment pri sniženom naponu  $M_{kmin}$  mora biti veći od momenta tereta  $M_t$ .

$$M_k = 2,5M_n = 2,5 * 27,1 = 67,75 \text{ Nm}$$

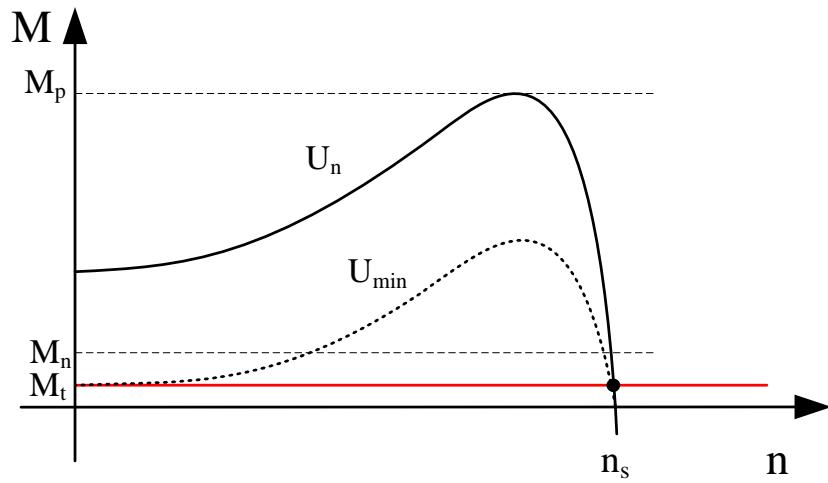
Kod asinkronog motora moment je proporcionalan kvadratu napona! Zbog toga vrijedi

$$\frac{M_k}{M_{kmin}} = \left( \frac{U_n}{U_{min}} \right)^2$$

Sada se minimalni napon može napisati kao

$$U_{min} = U_n \sqrt{\frac{M_{kmin}}{M_k}} = 400 \sqrt{\frac{10}{67,255}} = 153,7 \text{ V}$$

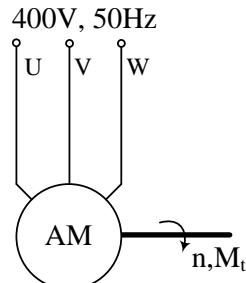
- Slika prikazuje momentnu karakteristiku za nazivni napon i momentnu karakteristiku za sniženi napon.



2. Trofazni asinkroni motor podataka  $P_n = 100 \text{ kW}$ ,  $U_n = 400 \text{ V}$ ,  $n_n = 970 \text{ min}^{-1}$ ,  $f_n = 50 \text{ Hz}$  diže teret brzinom  $v_t = 1,2 \text{ m/s}$  koja odgovara brzini vrtnje motora  $983 \text{ min}^{-1}$  (Radna točka A). Kolikom brzinom motor spušta isti teret u generatorskom režimu rada, pod pretpostavkom da je na čvrstoj mreži (neregulirani pogon - radna točka B). Odrediti frekvenciju napona napajanja motora iz frekvenčnog pretvarača (za  $U/f=\text{konst.}$ ) ako motor generatorski koči brzinom  $500 \text{ min}^{-1}$  (Radna točka C). Nacrtati momentne karakteristike asinkronog motora i naznačiti radne točke A, B i C.

**Rješenje:**

$$\begin{aligned} P_n &= 100 \text{ kW} \\ U_n &= 400 \text{ V} \\ n_n &= 970 \text{ min}^{-1} \\ f_n &= 50 \text{ Hz} \\ v_t &= 1,2 \text{ m/s} \\ \frac{n_t}{n_{tB}, f_C} &= ? \end{aligned}$$



- Iz nazivnih podataka i zadane radne točke A mogu se izračunati podaci:

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{P_n}{\frac{2\pi n_n}{60}} = \frac{30P_n}{n_n\pi} = \frac{30 \cdot 100000}{970\pi} = 984,5 \text{ Nm},$$

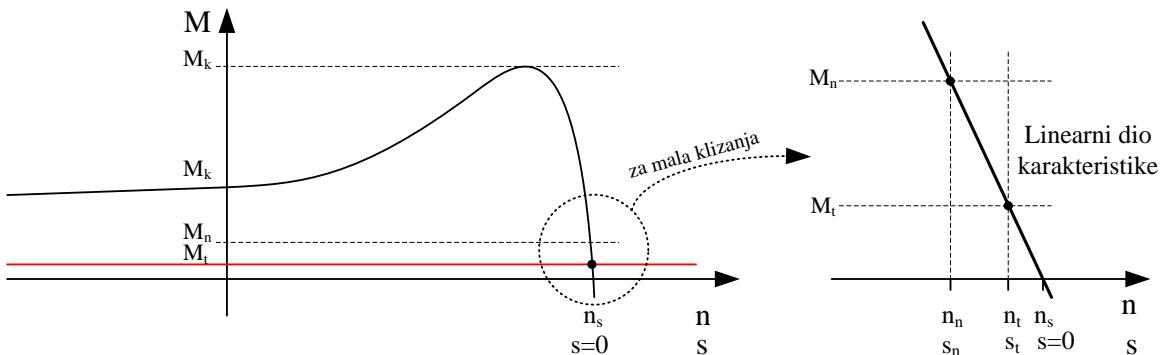
Budući da je nazivna brzina jednaka  $970 \text{ min}^{-1}$  radi se o motoru koji ima tri para polova ( $p = 3$ ).

$$n_s = \frac{60f_n}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ min}^{-1}$$

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{1000 - 970}{1000} = 0,03$$

$$s_t = \frac{n_s - n_t}{n_s} = \frac{1000 - 983}{1000} = 0,017$$

- Sada se može nacrtati momentna karakteristikama s označenim poznatim vrijednostima



Kao i u prethodnom zadatku vrijedi da ukoliko je klizanje manje od nazivnog klizanja,  $s_t < s_n$  tada motor radi na linearnom dijelu karakteristike prikazanom na slici. Računanje momenta na linearном dijelu karakteristike uvelike pojednostavnjuje zadatku.

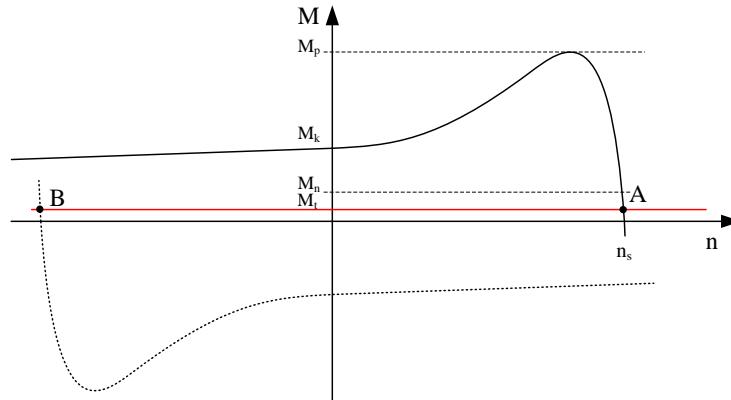
- Iz gornje slike možemo primijetiti sličnost trokuta koja se koristi za izračun klizanja pri teretu manjem od nazivnog

$$\boxed{\frac{M_t}{s_t} = \frac{M_n}{s_n}}$$

Sada se može napisati i izraz za moment pri klizanju  $s_t = 0,017$

$$M_t = M_n \frac{s_t}{s_n} = 984,5 \frac{0,017}{0,03} = 557,9 \text{ Nm}$$

- Prilikom spuštanja tereta brzina je negativna. Kod trofaznog asinkronog motoa smjer vrtnje se mijenja za mjenom dviju faza napajanja. Prilikom zamjene faza motora dobije se karakteristika prikazana na slici ispod (isprekidana).



- U generatorskom režimu rada brzina vrtnje motora veća je od sinkrone brzine što znači da je klizanje negativno. U ovom slučaju klizanje se može izračunati prema

$$\frac{M_{tB}}{-s_{tB}} = \frac{M_n}{s_n} \Rightarrow s_{tB} = -s_n \frac{M_{tB}}{M_n} = 0,03 \frac{557,9}{984,5} = -0,017$$

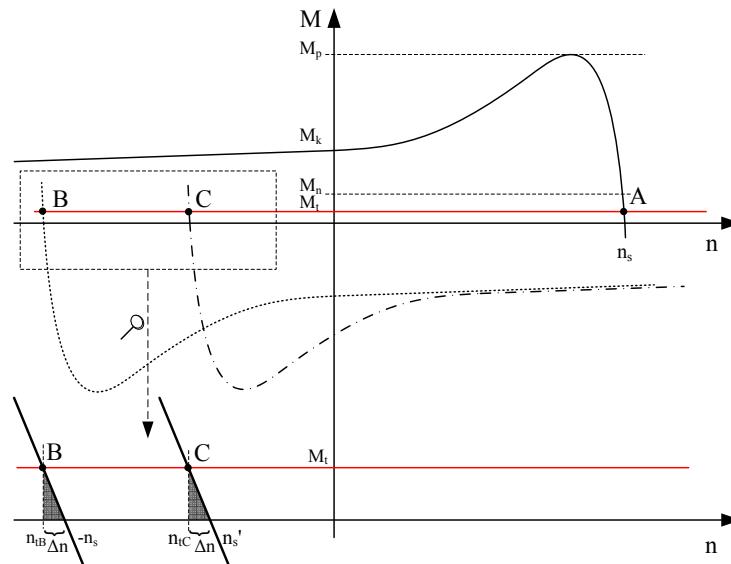
Uz poznato klizanje brzina vrtnje prilikom spuštanja tereta iznosi

$$n_{tB} = n_s(1 - s_{tB}) = -1000 \cdot (1 - (-0,017)) = -1017 \text{ min}^{-1}$$

Brzina tereta prilikom spuštanja tada iznosi

$$v_{tB} = v_t \frac{n_{tB}}{n_t} = 1,2 \frac{-1017}{983} = 1,242 \text{ m/s}$$

- Ukoliko se motor upravlja zakonom  $U/f = \text{konst.}$ , tada se momentna karakteristika mijenja prema slici (točka-crtica-točka).



Razlika između stvarne i sinkrone brzine vrtnje je konstantna ukoliko je teret konstantan.

$$\Delta n = |n_{tB} - n_s| = |-1017 - (-1000)| = 17 \text{ min}^{-1}$$

Brzina spuštanja  $n_{tC}$  iznosi  $500 \text{ min}^{-1}$

$$n'_s = n_{tC} + \Delta n = -500 + 17 = -483 \text{ min}^{-1}$$

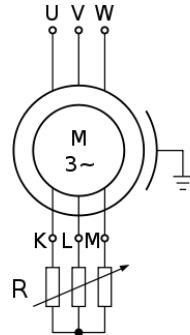
$$n'_s = \frac{60f_C}{p} \Rightarrow f_C = \frac{n'_s p}{60} = \frac{483 \cdot 3}{60} = -24,15 \text{ Hz}$$

3. Trofazni asinkroni kliznokolutni motor podataka  $P_n = 15 \text{ kW}$ ,  $U_n = 380 \text{ V}$ ,  $n_n = 1460 \text{ min}^{-1}$ ,  $f_n = 50 \text{ Hz}$ ,  $I_{2n} = 30 \text{ A}$ ,  $E_{20l} = 300 \text{ V}$  (linijski napon mjerjen na kliznim kolutima),  $\frac{M_{pr}}{M_n} = 2,6$  vrti se brzinom  $n = 1470 \text{ min}^{-1}$ .

- S kolikim je momentom opterećen motor?
- Koliki otpor je potrebno priključiti u rotorski krug da potezni moment bude jednak nazivnom ( $M_k = M_n$ )?

**Rješenje:**

$$\begin{aligned} P_n &= 15 \text{ kW} \\ U_n &= 380 \text{ V} \\ n_n &= 1460 \text{ min}^{-1} \\ f_n &= 50 \text{ Hz} \\ I_{2n} &= 30 \text{ A} \\ E_{20} &= 300 \text{ V} \\ \frac{M_{pr}}{M_n} &= 2,6 \\ \underline{n} &= 1470 \text{ min}^{-1} \\ M_t, R &=? \end{aligned}$$



- Iz nazivnih podataka i zadane radne točke mogu se izračunati podaci:

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{P_n}{\frac{2\pi n_n}{60}} = \frac{30P_n}{n_n\pi} = \frac{30 \cdot 15000}{1460\pi} = 98,1 \text{ Nm},$$

Budući da je nazivna brzina jednaka  $1460 \text{ min}^{-1}$  radi se o motoru koji ima dva para polova ( $p = 2$ ).

$$n_s = \frac{60f_n}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ min}^{-1}$$

Nazivno klizanje tada iznosi

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{1500 - 1460}{1500} = 0,0267$$

Klizanje u radnoj točci iznosi

$$s_t = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1500 - 1470}{1500} = 0,0200$$

- U linearnom dijelu za dvije radne točke vrijedi

$$\frac{M_1}{s_1} = \frac{M_2}{s_2}$$

Sada se može izračunati moment tereta u radnoj točki

$$M_t = M_n \frac{s_t}{s_n} = \boxed{73,5 \text{ Nm}}$$

- Uz pretpostavku da je  $X_{\sigma 2} \ll R_2$  (ispunjeno za mala klizanja), moguće je izračunati otpor rotorskog kruga iz nazivnih podataka motora

$$R_2 = s_n \cdot \frac{E_{20}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{I_{2n}} = \frac{0,0267 \cdot 300}{\sqrt{3} \cdot 30} = 0,154 \Omega$$

- Ukoliko se izjednače izrazi za momente izraženi pomoću Klossove jednadžbe za dva različita iznosa otpora uz jednak moment

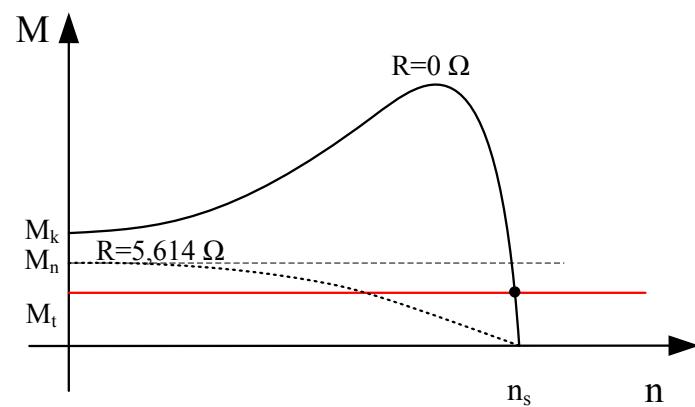
$$\frac{R_{2ukupno1}}{s_1} = \frac{R_{2ukupno2}}{s_2}, \text{ uz } M_1 = M_2$$

Za navedenu radnu točku uz  $s_2 = 1$  (brzina je nula) vrijedi

$$R_{2ukupno2} = R_2 \frac{s_2}{s_n} = 0,154 \frac{1}{0,0267} = 5,77 \Omega$$

Otpor R kojeg je potrebno dodati sada iznosi  $R = R_{2ukupno2} - R_2 = 5,77 - 0,154 = \boxed{5,614 \Omega}$

- Slika prikazuje momentnu karakteristiku s otporom R dodanim u seriju s otporom rotora.



# Zadaci ELESUS

1. Elektromotornom pogonu u stanju mirovanja priključi se motor na mrežu s tendencijom okretanja »naprijed«. Motor razvije na osovini moment  $M_m = -170 \text{ Nm}$ , a reaktivni je moment tereta u mirovanju  $M_t = 290 \text{ Nm}$ . U kojem će se smjeru okretati (gibati) elektromotorni pogon?
2. Elektromotornom se pogonu dizala u stanju mirovanja priključi motor na mrežu, i to s tendencijom »dizanja«. Motor razvije na osovini moment  $M_m = 140 \text{ N}_m$ , a potencijalni moment tereta iznosi  $M_t = 200 \text{ Nm}$ . Traži se: a) u kojem smjeru se počinje gibati elektromotorni pogon? b) kolik je početni moment ubrzanja?
3. U kojem se kvadrantu odvija pogon iz 1. zadatka ako je za »naprijed« određen pozitivni smisao brzine vrtnje?
4. U kojim se kvadrantima proteže moment tereta iz 2. zadatka ako je za »dizanje« predviđen pozitivni smisao brzine vrtnje? b) U kojem će se kvadrantu odvijati pogon nakon pokretanja? c) U kojem je pogonskom režimu elektromotor?
5. Elektromotorni pogon za teretno vitlo promatramo u trenutku kad spušta teret konstantnom brzinom, a motor je priključen na smisao spuštanja. Treba odgovoriti koji su predznaci  $M_m$  i  $M_t$ , te ustanoviti kvadrant za radnu točku elektromotornog pogona, ako dogovorno odredimo pozitivni smisao brzine vrtnje za: a) dizanje
6. Valja odgovoriti na ista pitanja kao u 5. zadatku ako motor spojen za »dizanje« zaista i diže teret.
  1. [EMP će ostati u mirovanju.]
  2. a) [Spuštanje]; b) [ $M_u = -60 \text{ Nm}$ ]
  3. [EMP stoji u osi apscise, tj. na granici I i IV kvadranta.]
  4. a) [I i IV kvadrant]; b) [u IV kvadrantu]; c) [protustrujno kočenje]
  5. a) [ $+M_m, +M_t$ , IV kvadrant]
  6. a) [ $+M_m, +M_t$ , I kvadrant]

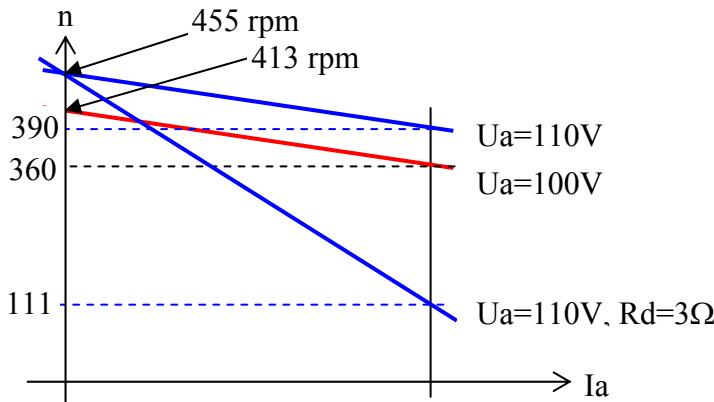
7. Uljnu pumpu pokreće istosmjerni stroj(110V, 2kW, 22,5A, 390rpm, Ra=0,7Ω). Uz pretpostavku da pumpa opterećuje stroj s konstantnim momentom opterećenja te uz zanemarenja gubitaka koja nastaju zbog trenja, potrebno je odrediti:

- a) brzinu vrtnje stroja u (idealnom) praznom hodu pri 100V naponu armature
- b) brzinu vrtnje stroja u (idealnom) praznom hodu pri 110V naponu armature
- c) brzinu vrtnje stroja pri opterećenju i priključenom naponu armature od 110V te uključenom predotporu Rd=3Ω.

Prvo se iz nazivnih vrijednosti stroja izračuna konstanta protuelektromotorne sile  $c_e$ .

$$c_e = \frac{U_{an} - I_{an} \cdot R_a}{\omega_n} = \frac{110 - 22,5 \cdot 0,7}{390 \cdot \pi} \cdot 30 = 2,31 \frac{Vs}{rad}$$

(1)



- a) Brzina vrtnje stroja u praznom hodu pri 100V iznosi

$$\omega_{100(PH)} = \frac{U_{100V}}{c_e} = \frac{100V}{2,31 Vs / rad} = 43,29 rad / s = 413 rpm$$

(2)

- b) Brzina vrtnje stroja u praznom hodu pri 110V iznosi

$$\omega_{110(PH)} = \frac{U_{110V}}{c_e} = \frac{110V}{2,31 Vs / rad} = 47,62 rad / s = 455 rpm$$

(3)

- c) Brzina vrtnje stroja, pri naponu od 110V i dodanog otpora od Rd=3Ω u armaturni krug, iznosi:

$$\omega_{110(Rd)} = \frac{U_{an} - I_{an} \cdot (R_a + Rd)}{c_e} = \frac{110 - 22,5 \cdot (0,7 + 3)}{2,31} = 11,6 rad / s = 111 rpm$$

(4)

8) Istosmjerni stroj 5kW, 220V, 28A i 1500rpm, Ra=1Ω pogoni dizalicu. Pod pretpostavkom da dizalica diže teret koji za nju predstavlja opterećenje od 33,4 Nm, potrebno je:

- a) odrediti brzinu vrtnje stroja pri dizanju tereta
- b) izračunati brzinu vrtnje stroja kada se teret spušta u protustrujnom kočenju uz ukopčan predotpor od 10 Ω.
- c) analizirati isti slučaj kao pod b), samo za generatorsko kočenje
- d) nacrtati karakteristike  $n=f(I_a(M_t))$  za sva tri slučaja

Prvo se iz nazivnih vrijednosti motora izračuna konstanta protuelektromotorne sile  $c_e$ .

$$c_e = \frac{U_{an} - I_{an} \cdot R_a}{\omega_n} = \frac{220 - 28 \cdot 1}{1500 \cdot \pi} \cdot 30 = 1,22 \frac{Vs}{rad} \quad (5)$$

a) Brzina stroja pri dizanju tereta iznosi

$$\omega_d = \frac{U_{an} - \frac{M_t}{c_t} \cdot R_a}{c_e} = \frac{220 - \frac{33,4}{1,22} \cdot 1}{1,22} = 158 rad/s; \quad n_d = 1508 rpm \quad (6)$$

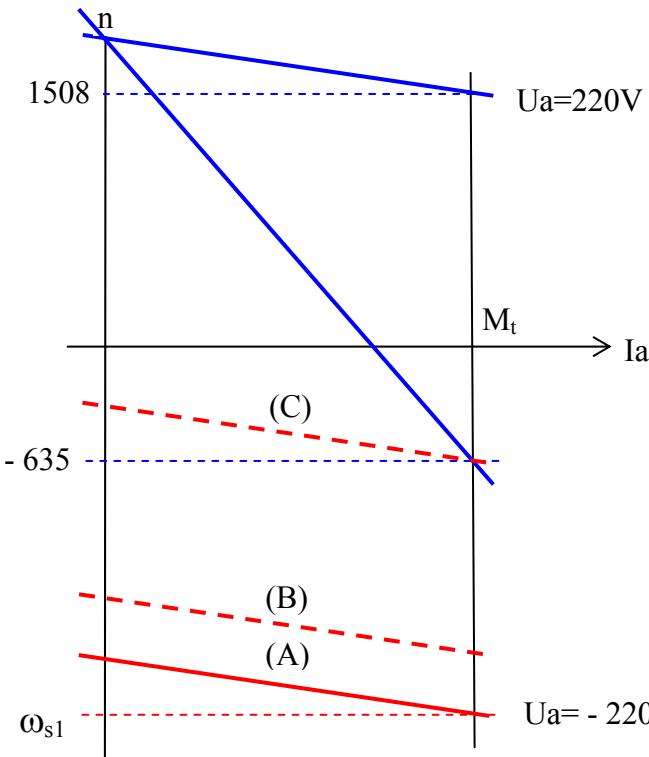
b) Brzina vrtnje stroja pri spuštanju tereta u protustrujnom kočenju s predotporom 10 Ω je

$$\omega_s = \frac{U_{an} - \frac{M_t}{c_t} \cdot (R_a + R_d)}{c_e} = \frac{220 - \frac{33,4}{1,22} \cdot (1+10)}{1,22} = -66 rad/s; \quad n_s = -635 rpm \quad (7)$$

c) Kod spuštanja tereta generatorskim kočenjem, potrebno je stroju promijeniti polaritet napona (smjer koji odgovara "spuštanju" tereta). Ako se puni nazivni napon suprotnog polariteta dovede na stroj (crvena puna crta (A), sl.2.), brzina spuštanja tereta je velika i ona iznosi  $-\omega_s$ . Ako se pri tome elektroničkim pretvaračem (pojačalom) smanji napon tako da se dobije karakteristika stroja (crvena isprekidana crta (C)), dobije se brzina spuštanja od 635 rpm, kao i u slučaju s protustrujnim kočenjem s dodatnim otpornikom, izraz (7). Međutim, spuštanjem tereta u generatorskom režimu stroj radi kao generator ( $E > U$ ), struja iz stroja koji radi kao generator teče prema izvoru napona.

Ova situacija odgovara onoj kod reverzibilnog 4q tiristorskog ("antiparalelnog") usmjerivača, gdje u fazi kočenja pri reverziranju jedan od trofaznih usmjerivača prelazi u izmjenjivački režim rada (npr. kočenje s -635 rpm, napon -U) i struju koja dolazi od stroja ( $|E| > |U|$ ) vraća u mrežu preko usmjerivača koji radi u izmjenjivačkom režimu rada. (napon armature stroja po absolutnom iznosu je veći od napona usmjerivača (po absolutnom iznosu) u izmjenjivačkom režimu rada).

d) Sl.2.



- 9) Radni mehanizam koji pokreće asinkroni stroj opterećuje AM konstantnim naponom od 2kpm ( $1\text{kpm} = 1\text{kg} \times 9,81\text{m/s}^2 \times 1\text{m} = 9,81\text{Nm}$ ). Radna brzina je 1400rpm. Pri pokretanju, zbog nepovoljnih uvjeta trenja, moment tereta iznosi 3,6kpm. Može li trifazni stroj od 4kW, 1410 rpm uz prekretni (maksimalni) moment  $M_{\max} = 2,5M_n$  i  $s_{\max} = 0,287$  pokrenuti radni mehanizam?

Moment tereta pri pokretanju i nazivni moment stroja iznose

$$M_t = 3,6 \cdot kpm = 3,6 \cdot 9,81 Nm = 35,3 Nm , \quad (8)$$

$$M_n = \frac{P \cdot 30}{n \cdot \pi} = \frac{4000 \cdot 30}{1410 \cdot \pi} = 27 Nm . \quad (9)$$

Prema Klossovoj jednadžbi

$$\frac{M_{pot}}{M_{\max}} = \frac{2}{\frac{1}{s_{\max}} + \frac{s_{\max}}{1}} , \quad (10)$$

i izrazima (8) i (9) dobije se

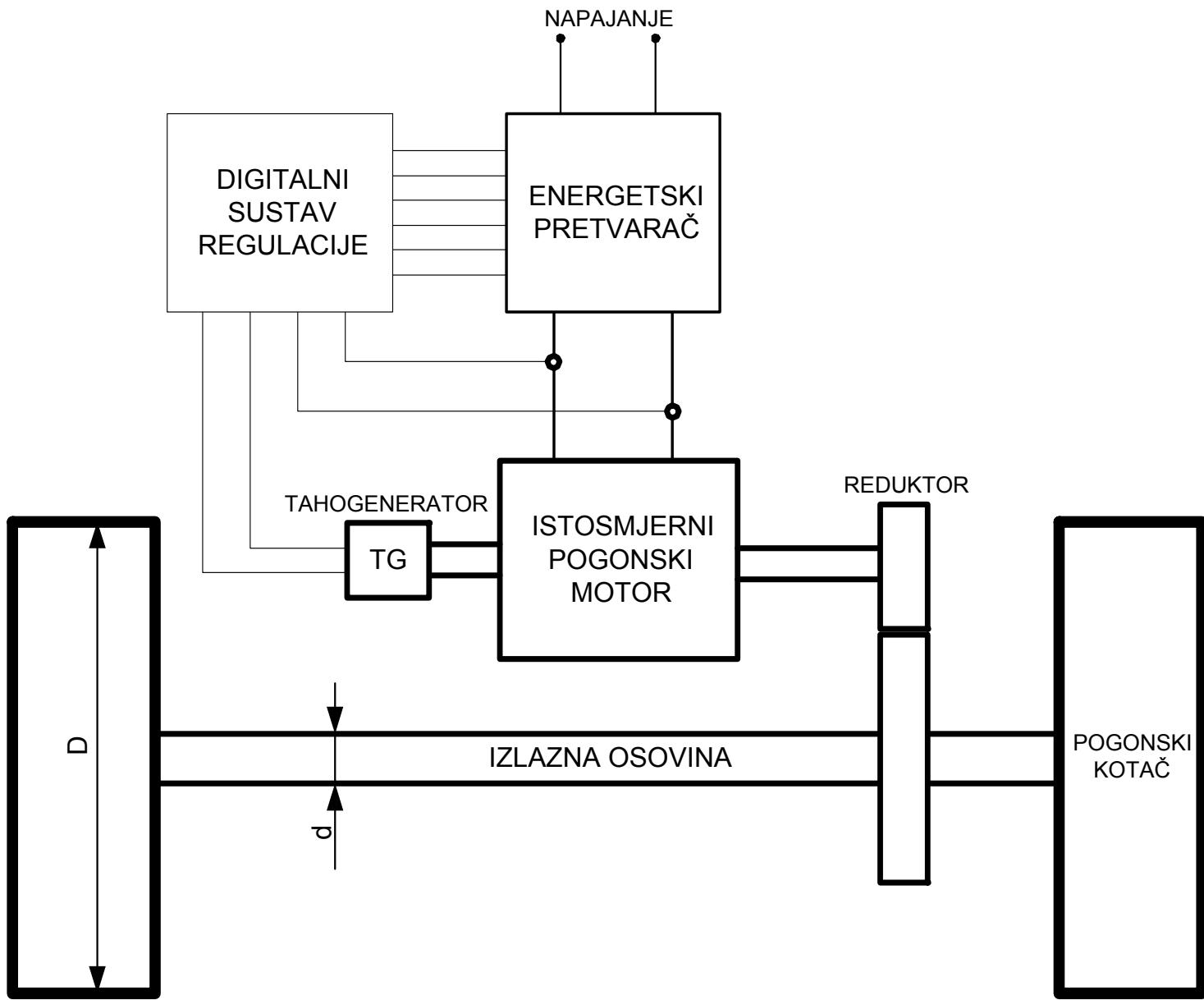
$$M_{pot} = 2,5 \cdot M_n \cdot \frac{2}{\frac{1}{s_{\max}} + s_{\max}} = 2,5 \cdot 27 \cdot \frac{2}{\frac{1}{0,287} + 0,287} = 35,78 Nm . \quad (11)$$

Budući da je prema izrazima (8) i (11) potezni moment  $M_{pot}$  veći od momenta tereta  $M_t$   
 $M_{pot} > M_t$  (12)  
moguće je pokrenuti stroj iz stanja mirovanja nakon priključka na mrežni napon.

## ZADATAK 1:

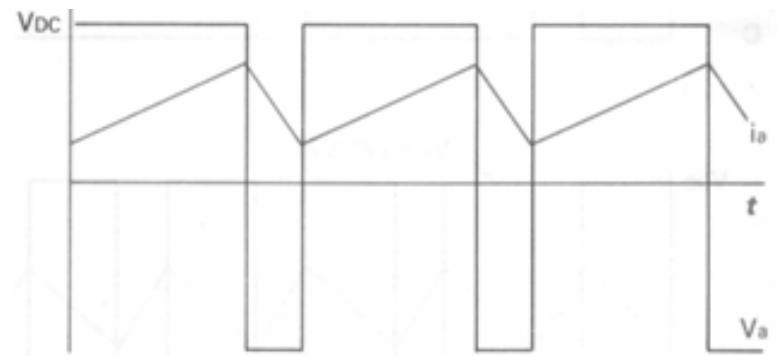
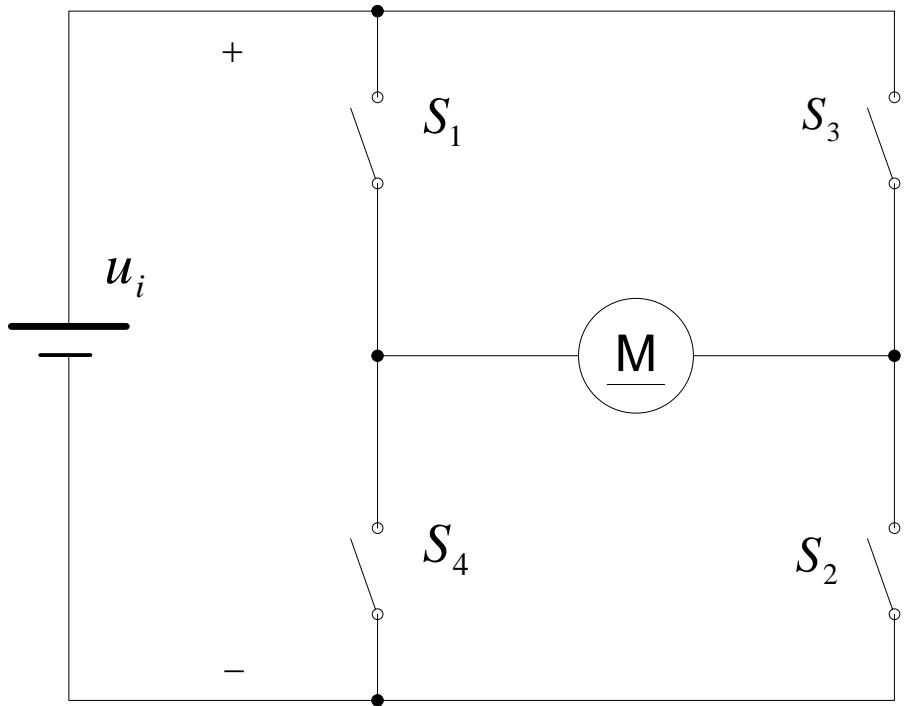
Istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor (s konstantnom uzbudom) nazivnih podataka \_70V, 125A, 1000 rpm,  $\eta=0.95$  i otporom armature  $R_a=0.05\Omega$ , koristi se za pogon transportnih kolica u skladišnom (tvorničkom) prostoru.

- a) S obzirom na tip električnog aktuatora i funkciju koju obavlja, koje biste energetsko pojačalo (pretvarač) odabrali? Skicirajte shemu tog pretvarača i objasnite na koji način je moguće mijenjati brzinu kretanja transportnih kolica
- b) Pogonski motor je izlaznom osovinom reduktora korisnosti  $\eta=0.9$  promjera  $d=51$  mm spojen na pogonske kotače transportnih kolica. Koliko mora iznositi prijenosni omjer reduktora da bi se pri 1000 rpm pogonskog motora na pogonskim kotačima dobio okretni moment od 250 Nm
- c) Kolika je postotna promjena brzine vrtnje motora u odnosu na brzinu praznog hoda, ako se opterećenje mijenja od 0-M<sub>n</sub>?
- d) Uz odabrani prijenosni omjer reduktora (pod b)), kojom brzinom se vrte pogonski kotači? Koliko mora iznositi promjer pogonskih kotača D, da bi se transportna kolica kretala maksimalnom brzinom od 5m/s
- e) Koliko mora iznositi napon armature pogonskog istosmjernog motora da bi se uz nominalno opterećenje postigla brzina kretanja kolica od 3m/s?



- Budući da se transportna kolica napajaju iz akumulatorske baterije potrebno je za pretvarač odabrati istosmjerni pretvarač (čoper).
- Potrebno je da je napon akumulatorske baterije jednak (ili veći) od napona motora (npr. dvije baterije u seriju, tj. 2x42V, danas aku-baterije od 42V postaju standard u auto industriji).
- Zbog zahtjeva dva smjera kretanja kolica i kočenja, odabire se četverokvadrantni čoper. Upravljanje sklopkama se izvodi pulsno-širinskom metodom.
- Za upravljanje ovakvim EMP-om standardno se upotrebljava krug regulacije brzine vrtnje motora s podređenim krugom regulacije struje armature.

# a)Tranzistorski čoper (DC-DC pretvarač)



Valni oblici napona na motoru  
 $U_a$  i struje motora  $I_a$

Upravljanje iz autonomnog izvora

b)

$$P_e = U \cdot I = 8750W$$

$$P = \eta_m \cdot P_e = 8312.5W$$

$$M_n = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{\frac{n\pi}{30}} = 79.38Nm$$

– za reduktor vrijedi:

$$\eta_{red} P_1 = P_2 \quad tj.$$

$$\eta_{red} M_1 \cdot \omega_1 = M_2 \cdot \omega_2$$

$$\frac{M_t (= M_2)}{\eta_{red} M_1} = \frac{n_1}{n_2} = i = \frac{M_t (= M_2)}{\eta_{red} M_1}$$

$$i = \frac{250}{0.9 \cdot 79.83} = 3.48$$

c) Brzina P.H. (praznog hoda) i nazivna brzina motora odnose kao omjer napona napajanja i protuelektrnomotorne sile. Naime, u P.H. je protu EMS jednaka naponu napajanja dok u nazivnoj radnoj točki protu EMS iznosi:

$$U_n = I_n \cdot R_a + E$$

$$E = U_n - I_n \cdot R_a = 70 - 125 \cdot 0,05 = 63,75V$$

Omjer brzina P.H. i nazivne brzine motora odnose se kao  $70/63,75=1,098 \approx 1.1$ , tj. brzine se u nazivnoj točki smanji za 10% u odnosu na brzinu praznog hoda

d)

$$i = \frac{n_1}{n_2}$$

$$n_2 = \frac{n_1}{i} = \frac{1000}{3.48} = 287.35 \text{ rpm}$$

$$\nu = \omega \cdot \frac{D}{2} = \frac{n \cdot \pi}{30} \cdot \frac{D}{2}$$

$$\nu = \frac{n_2 \cdot \pi}{30} \cdot \frac{D}{2}$$

$$D = \frac{60 \cdot \nu}{n_2 \cdot \pi} = 0.332 \text{ m}$$

e) Koliki napon armature treba da se dobije brzina od 3m/s

$$v = 3m/s$$

$$n_1 = i \cdot \frac{60v}{D\pi} = 600.57 rpm$$

$$\frac{E_n}{E} = \frac{n_n}{n_1}; E = \frac{600.57}{1000} \cdot 63.75 = 38.25V$$

$$U = I_n \cdot R_a + E = 44.5V$$

f) Koliki faktor opterećenja je potreban za taj napon (bipolarno upravljanje)

$$U_{sr} = (2\delta - 1) \cdot U_d$$

$$\delta = \frac{U_{sr} + U_d}{2 \cdot U_d} = \frac{44,5 + 84}{2 \cdot 84} = 0,76$$

$$\delta = 0,76$$

**1. Kolike su moguće sinkrone brzine vrtnje okretnih magnetskih polja:**

- a) za frekvenciju industrijske mreže 50 Hz (Europa)
- b) za frekvenciju industrijske mreže 60 Hz (Amerika)

$$n_s = \frac{60f}{p} = \frac{3000}{p} \quad \text{za Europu, } p = 1, 2, 3, 4, 5\dots$$

$$n_s = \frac{60f}{p} = \frac{3600}{p} \quad \text{za Ameriku, } p = 1, 2, 3, 4, 5\dots$$

p	1	2	3	4
Europa	3000	1500	1000	750
Amerika	3600	1800	1200	900

**2. Izmjereni napon rotora u mirovanju 4-polnog trofaznog asinkronog motora je 160V. Motor je priključen na mrežu frekvencije 50 Hz. Koliki bi se napon pojavio u rotoru pri njegovoj nazivnoj brzini od 1485 r/min i kolika bi bila njegova frekvencija?**

$f_1=50 \text{ Hz}$

$2p=4$

$E_{20}=160 \text{ V}$

---

$$n_s = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ r / min}$$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1500 - 1485}{1500} = 0,01 = 1\%$$

$$s = \frac{f_2}{f_1} \Rightarrow f_2 = sf_1 = 0,01 \cdot 50 = 0,5 \text{ Hz}$$

$$E_2 = sE_{20} = 0,01 \cdot 160 = 1,6 \text{ V}$$

**3. Trofazni asinkroni motor ima na natpisnoj pločici podatke: 380 V, trokut, 50 Hz, 10 kW, 20,8A,**

$\cos \varphi = 0,86, 1470 \text{ r/min.}$

- a) Koliko iznosi klizanje s u %?
- b) Koliko iznosi brzina vrtnje okretnog polja statora prema statoru?
- c) Koliko iznosi brzina vrtnje okretnog polja rotora prema rotoru?
- d) Koliku radnu i jalovu snagu uzima motor iz mreže?
- e) Koliki su ukupni gubici u motoru?
- f) Koliki je  $\eta$  motora?

$$a) \quad S = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1500 - 1470}{1500} = 0,02 = 2\%$$

$$b) \quad n_{10} = n_{okr.p.s.} = n_{sinkrono} = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ r/min}$$

$$n_1 = n_{statora} = 0$$

$$n_{10} - n_1 = n_{11} = 1500 \text{ r/min}$$

$$c) \quad n_{20} = n_{okr.p.r.} = n_{sinkrono} = 1500 \text{ r/min}$$

$$n_2 = n_{rotora} = 1425 \text{ r/min}$$

$$n_{20} - n_2 = n_{22} = 1500 - 1470 = 30 \text{ r/min} \quad \text{ili}$$

$$n_{22} = \frac{60f_2}{p} = \frac{60sf_1}{p} = \frac{60 \cdot 0,02 \cdot 50}{2} = 30 \text{ r/min}$$

$$d) \quad P_1 = \sqrt{3}U_n I_n \cos \varphi_n = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 20,8 \cdot 0,86 = 11774 \text{ W}$$

$$Q_1 = \sqrt{3}U_n I_n \sin \varphi_n = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 20,8 \cdot 0,5 = 6845 \text{ VAr}$$

$$e) \quad P_g = P_1 - P_2 = 11774 - 10000 = 1774 \text{ W}$$

$$f) \quad \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{10000}{11774} = 84,9\%$$

4. Trofazni asinkroni kavezni motor ima na natpisnoj pločici podatke: 380 V, 50 Hz, 22 kW, cos φ=0,8,

nazivna brzina vrtnje n=1440 r/min, spoj namota u trokut.

- a) Za koliku struju treba dimenzionirati namot statora ovog motora, a za koliku dovodni kabel? (Prepostavite da je η=0,92)

- b) Smije li se ovaj motor koristiti na trofaznom naponu 660 V, 50 Hz?

$$a) \quad P_1 = \frac{P_2}{\eta}$$

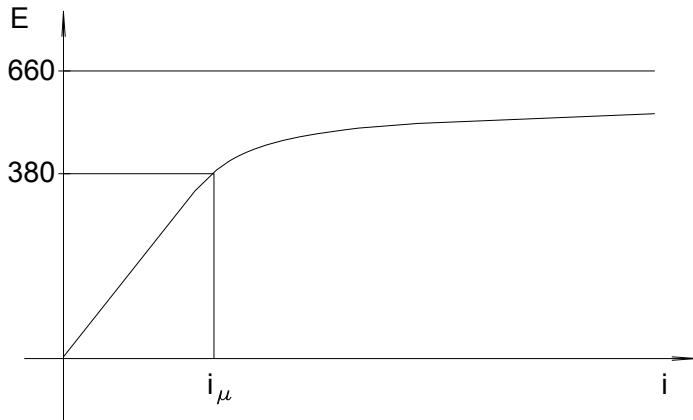
$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{P_1}{\cos \varphi_n} = \frac{P_2}{\eta \cos \varphi_n} \\ S &= \sqrt{3}U_n I_n \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_n = \frac{P_2}{\sqrt{3}U_n \eta \cos \varphi_n} = \frac{22000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,92 \cdot 0,8} = 45,4 \text{ A}$$

$$I_f = \frac{1}{\sqrt{3}} I_n = \frac{45,4}{\sqrt{3}} = 26,2 \text{ A}$$

Statorski namot se dimenzionira za 26,2 A, a dovodni kabeli za 45,4 A.

$$b) \quad \frac{660}{\sqrt{3}} = 381 \text{ V} = U_n$$

Ovaj motor se smije koristiti na mreži 660 V, 50 Hz ali samo u spoju zvijezda. Ako bi se spojio u trokut fazni napon bi bio 660 V i zbog utjecaja zasićenja bi potekla nedozvoljeno velika struja magnetiziranja koja bi mogla termički potpuno uništiti namot (vidi sliku dolje).



**5. Asinkroni kavezni motor ima podatke: 55 kW, 380 V, 975 r/min,  $\eta=0,92$ ,  $\cos\varphi=0,89$ , 50 Hz, spoj statorskog namota u trokut. Struja kratkog spoja je 6 puta veća od nazivne, a moment kratkog spoja iznosi 60% nazivnog.**

- Koliko iznosi struja kratkog spoja u dovodima do motora i u namotima motora,
- Koliko iznosi moment kratkog spoja izražen u Nm?

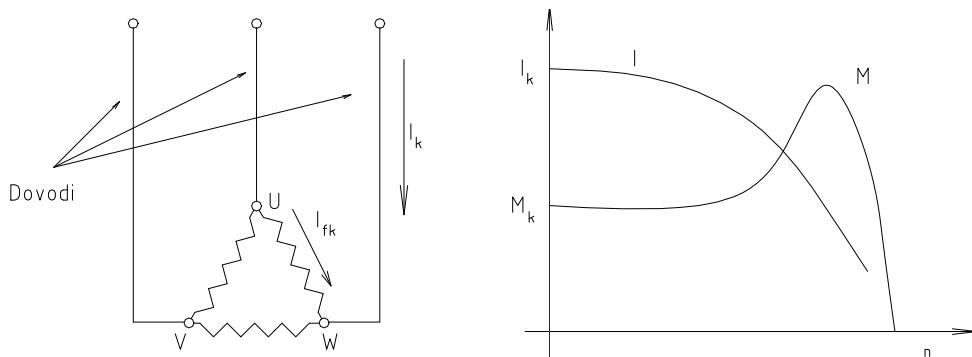
$$a) I_n = \frac{P_2}{\sqrt{3}U_n \eta \cos\varphi} = \frac{55000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,92 \cdot 0,89} = 102 A$$

$$I_k = I_{dovoda} = 6I_n = 6 \cdot 102 = 612 A \quad \text{struja u dovodima}$$

$$I_{fk} = \frac{1}{\sqrt{3}} I_k = \frac{612}{\sqrt{3}} = 353 A \quad \text{struja u namotima}$$

$$b) M_n = \frac{30}{\pi} \frac{P_2}{n} = \frac{30}{\pi} \frac{55000}{975} = 539 Nm$$

$$M_k = 0,6M_n = 0,6 \cdot 539 = 323 Nm$$



**U, V i W su stezaljke namota (faza) motora, dok su L1, L2 i L3 dovodi od mreže do motora.**

6. Trofazni asinkroni motor ima podatke: 55 kW, 380 V, 980 r/min, 102 A, 50 Hz, spoj statorskog namota u trokut. Struja kratkog spoja je 6 puta veća od nazivne, a moment kratkog spoja iznosi 1,8 puta veći od nazivnog. Ako motor prespojimo u zvijezdu i priključimo na istu mrežu:

- Koliku će struju povući iz mreže pri pokretanju?
- Koliki će razviti potezni moment?
- Prikažite u dijagramu  $M=f(n)$  i  $I=f(n)$

Spoj u trokut

$$M_n = \frac{30}{\pi} \frac{P_2}{n} = \frac{30}{\pi} \frac{55000}{975} = 536 \text{ Nm}$$

$$M_k = 1,8 M_n = 1,8 \cdot 536 = 965 \text{ Nm}$$

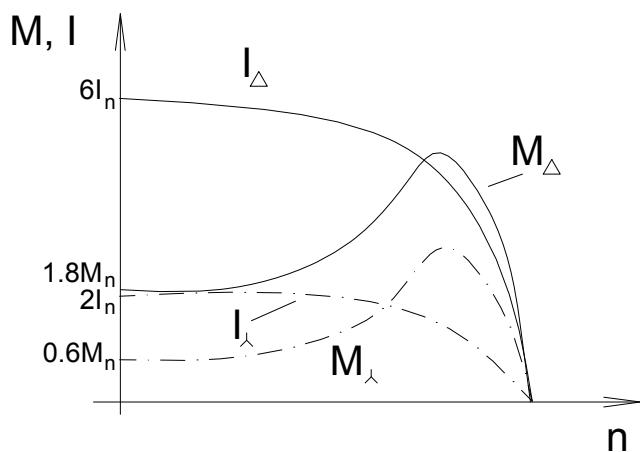
$$I_k = 6I_n = 6 \cdot 102 = 612 \text{ A}$$

Spoj u zvijezdu

$$U_{f.zv.} = \frac{U_{f.tr.}}{\sqrt{3}}$$

$$I_{k.zv.} = \frac{1}{3} I_{k.tr.} = \frac{1}{3} 612 = 204 \text{ A}$$

$$M_{k.zv.} = \left( \frac{U_{f.zv.}}{U_{f.tr.}} \right)^2 M_{k.tr.} = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 M_{k.tr.} = \frac{1}{3} M_{k.tr.} = \frac{1}{3} 965 = 322 \text{ Nm}$$



**1. Trofazni asinkroni motor 45 kW, 380 V, 50 Hz, 87 A, 1465 r/min,  $\cos\varphi=0,87$  kod nazivnog opterećenja**

ima gubitke trenja i ventilacije 1,3 kW. Odrediti za nazivno opterećenje:

- snagu koja prolazi kroz zračni raspor,
- gubitke u namotu rotora,
- ukupne statorske gubitke,
- moment na vratilu,
- snagu koju motor uzima iz mreže,
- korisnost.

$$\mathbf{a)} \quad s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1500 - 1465}{1500} = 0,0233 = 2,33\%$$

$$P_{12} = \frac{P_{meh}}{1 - s_n} = \frac{P_2 + P_{tr,v}}{1 - s_n} = \frac{45000 + 1300}{1 - 0,0233} = 47406 \text{ W}$$

$$\mathbf{b)} \quad P_{2el} = sP_{12} = 0,0233 \cdot 47406 = 1106 \text{ W}$$

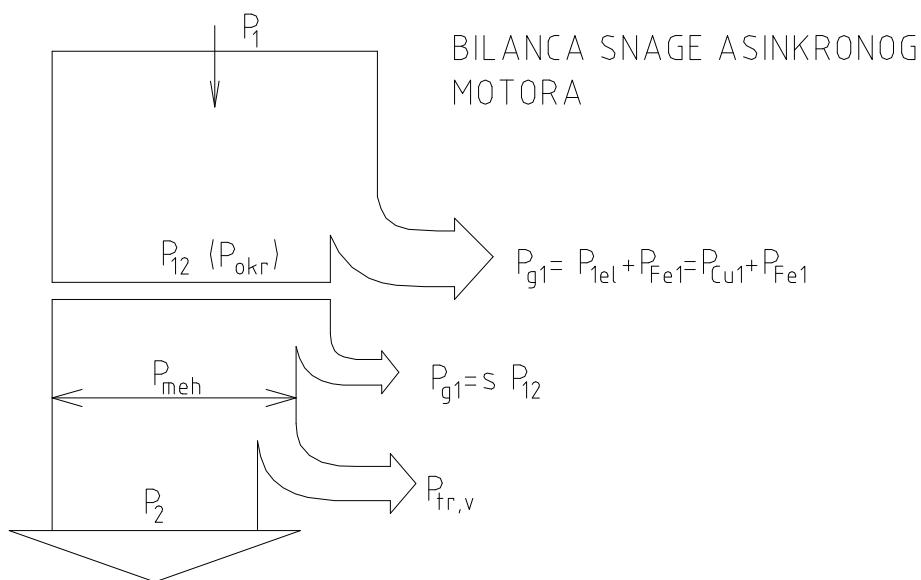
$$\mathbf{c)} \quad P_{g1} = P_{1n} - P_{12} = \sqrt{3}U_n I_n \cos\varphi_n - P_{12} = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 87 \cdot 0,87 - 47406 = 2412 \text{ W}$$

$$P_{g1} = P_{1el} + P_{Fe1} = P_{Cu1} + P_{Fe1}$$

$$\mathbf{d)} \quad M_n = \frac{30}{\pi} \frac{P_2}{n} = \frac{30}{\pi} \frac{45000}{1465} = 293 \text{ Nm}$$

$$\mathbf{e)} \quad P_{1n} = \sqrt{3}U_n I_n \cos\varphi_n = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 87 \cdot 0,87 = 49818 \text{ W}$$

$$\mathbf{f)} \quad \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{45000}{49818} = 0,903 = 90,3\%$$



$$P_{meh} = (1 - s)P_{12}$$

$$\frac{P_{meh}}{P_{2el}} = \frac{(1 - s)P_{12}}{sP_{12}} = \frac{1 - s}{s}$$

- 2. Na slici je prikazana karakteristika momenta kavezognog asinkronog motora za nazivni napon i frekvenciju 380 V, 50 Hz, 2p=4. U isti dijagram skicirajte karakteristike:**
- za slučaj da se napon i frekvencija smanje na 50% nazivnih iznosa,**
  - za slučaj da se frekvencija poveća na dvostruku vrijednost, tj. na 100 Hz, a napon ostane nepromijenjen, tj. 380 V,**

a) **Prekretni moment**  $M_{pr} \doteq k \left( \frac{U}{f} \right)^2$

$$U_a = 0,5U_n = 190 \text{ V}$$

$$f_a = 0,5f_n = 25 \text{ Hz}$$

$$\frac{M_{pra}}{M_{pr}} = \frac{\left( \frac{0,5U_n}{0,5f_n} \right)^2}{\left( \frac{U_n}{f_n} \right)^2} = 1$$

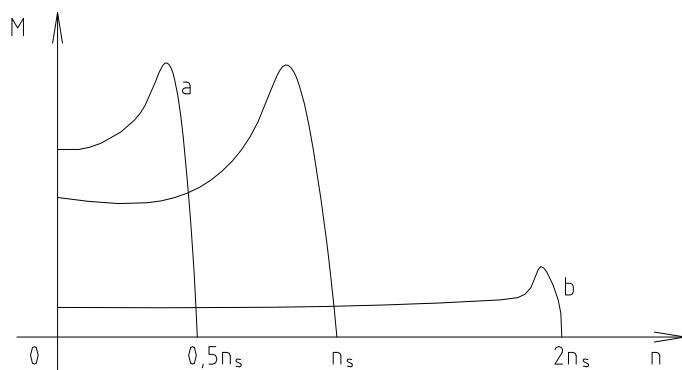
$$n_s = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ r / min} \Rightarrow \frac{n_{sa}}{n_s} = \frac{f_a}{f} = 0,5 \Rightarrow n_{sa} = 0,5n_s = 750 \text{ r / min}$$

b)  $U_b = U_n = 380 \text{ V}$

$$f_b = 2f_n = 100 \text{ Hz}$$

$$\frac{M_{pra}}{M_{pr}} = \frac{\left( \frac{U_n}{2f_n} \right)^2}{\left( \frac{U_n}{f_n} \right)^2} = 0,25$$

$$n_s = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ r / min} \Rightarrow \frac{n_{sb}}{n_s} = \frac{f_b}{f} = 2 \Rightarrow n_{sb} = 2n_s = 3000 \text{ r / min}$$



1. Istosmjerni stroj s nezavisnom uzbudom priključen je na mrežu 220 V i u praznom hodu se vrti brzinom od 1460 rpm. Otpor atmature je  $1,4 \Omega$ , pad napona na četkicama 2 V.

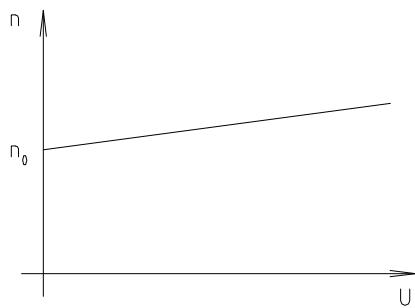
- Kojom brzinom treba potjerati stroj da bi u mrežu slao struju od 10 A?
- Ako se stroj optereti (radi kao motor) tako da uzima iz mreže struju od 10 A, kojom će se brzinom vrtjeti?

**NAPOMENA:** Naučite kako stroj radi kao GENERATOR a kako kao MOTOR

a) Generator

$$E = U + I_a R_a + \Delta U_c = 220 + 10 \cdot 1,4 + 2 = 236V$$

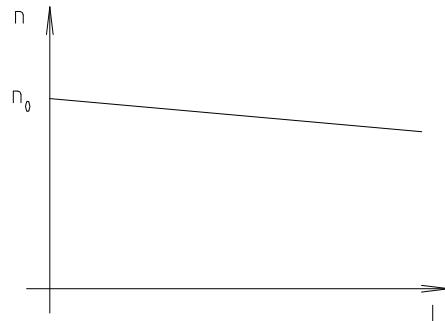
$$E = k_e \Phi n \Rightarrow \frac{E}{n} = c_e = \text{konst.} \Rightarrow \frac{U}{n_0} = \frac{E}{n} \Rightarrow n = \frac{En_0}{U} = \frac{236 \cdot 1460}{220} = 1566 \text{ rpm}$$



b) Motor

$$E = U - I_a R_a - \Delta U_c = 220 - 10 \cdot 1,4 - 2 = 204V$$

$$E = k_e \Phi n \Rightarrow \frac{E}{n} = c_e = \text{konst.} \Rightarrow \frac{U}{n_0} = \frac{E}{n} \Rightarrow n = \frac{En_0}{U} = \frac{204 \cdot 1460}{220} = 1354 \text{ rpm}$$



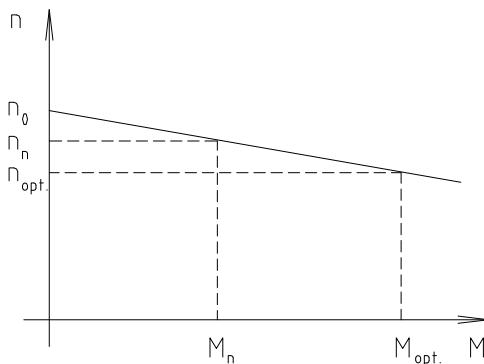
**2. Istosmjerni nezavisno uzbudi motor nazivnih podataka 22 kW, 440 V,  $\eta=0,91$ , 1250 rpm,  $R_a=0,3\Omega$ , koristi se u dizaličnom elektromotornom pogonu. Kolikom će se brzinom vrtjeti motor ako se pri dizanju optereti s 200 Nm? Prepostavite konstantni magnetski tok. Kolika će biti armaturna struja i što bi se dogodilo u trajnom radu s takvim opterećenjem? Otpor četkica je uključen u otpor armaturnog kruga.**

$$I_a = \frac{P_2}{\eta U} = \frac{22000}{0,91 \cdot 440} = 54,95 A$$

$$U = E + I_a R_a \Rightarrow E_n = U - I_a R_a = 440 - 54,95 \cdot 0,3 = 423,5 V$$

$$M_n = \frac{P_2}{\omega} = \frac{P_2}{\frac{n\pi}{30}} = \frac{30P_2}{n\pi} = \frac{30 \cdot 22000}{1250\pi} = 168 Nm$$

$$\frac{U}{n_0} = \frac{E}{n} \Rightarrow n_0 = \frac{Un}{E} = \frac{440 \cdot 1250}{423,52} = 1298,7 rpm$$



$$\frac{n_{opt} - n_0}{M_{opt}} = \frac{n_n - n_0}{M_n} \Rightarrow n_{opt} = n_0 + \frac{M_{opt}}{M_n} (n_n - n_0) = 1240,7 rpm$$

$$\frac{E_n}{n_n} = \frac{E_{opt}}{n_{opt}} \Rightarrow E_{opt} = \frac{E_n n_{opt}}{n_n} = 420,4 V$$

$$U = E + I_a R_a \Rightarrow I_{aopt} = \frac{U - E_{opt}}{R_a} = 65,4 A$$

ili

$$M = k_m \Phi I_a = c_m I_a$$

$$\frac{M_n}{I_{an}} = \frac{M_{opt}}{I_{a opt.}} \Rightarrow I_{a opt.} = \frac{M_{opt.} I_{an}}{M_n} = \frac{200 \cdot 54,95}{168} = 65,4 A$$

$$E_{opt.} = U - I_a R_a = 440 - 65,4 \cdot 0,3 = 420,4 V$$

Struja je 18% veća od nazivne i u kratkotrajnom radu ne bi prouzročila nikakve teže posljedice, ali pri trajnom radu bi došlo do pregrijavanja stroja (stroj mora biti štićen odgovarajućom zaštitom, npr bimetalnom). Budući da je struja znatno manja od struje kratkog spoja, osigurači u ovom slučaju NE POMAŽU!

**3. Istosmjerni nezavisno uzbuđeni stroj priključen je na mrežu 110 V. Otpor kruga armature iznosi  $0,15 \Omega$ , a pad napona na četkicama 1,8 V. Izračunajte struju armature i navedite vrste režima rada (motorsko ili generatorsko) ako je inducirani napon:**

- a) 100 V,
- b) 110 V,
- c) 115 V.

a)  $E=100 \text{ V}$

$$I = \frac{U - E - \Delta U_c}{R_a} = \frac{110 - 100 - 1,8}{0,15} = 54,6 \text{ A}$$

Stroj radi u motorskom režimu rada jer je  $E < U$ .

b)  $E=110 \text{ V}$

$$I = \frac{U - E}{R_a} = \frac{110 - 110}{0,15} = 0 \text{ A}$$

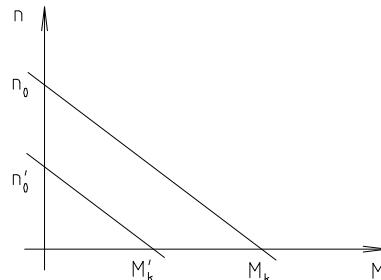
Stroj radi u praznom hodu jer je  $E = U$ . Struja je nula.

c)  $E=115 \text{ V}$

$$I = \frac{E - U - \Delta U_c}{R_a} = \frac{150 - 110 - 1,8}{0,15} = 21,3 \text{ A}$$

Stroj radi u generatorskom režimu rada jer je  $E > U$ .

**4. Na slici je prikazan dijagram  $n=f(M)$  za nazivni napon  $U_n$ . Na dijagram ucrtajte karakteristiku za napon koji je dvostruko manji od nazivnog uz pretpostavku da se tok ne mijenja.**



$$E = k_e \Phi n \Rightarrow \frac{E}{n} = c_e = \text{konst.} \Rightarrow \frac{E}{n} = \frac{U_n}{n_0} = \frac{\frac{U_n}{2}}{\frac{n_0}{2}} \Rightarrow \frac{n_0}{n_0'} = \frac{U_n}{\frac{U_n}{2}} = 2 \Rightarrow n_0' = \frac{n_0}{2}$$

$$\text{Za } n=0 \Rightarrow E=0 \Rightarrow U_n = I_{an} R_a \Rightarrow U = I_{an}' R_a = \frac{U_n}{2} = \frac{I_{an}}{2} R_a \Rightarrow I_{an}' = \frac{I_{an}}{2}$$

$$M = k_m \Phi I_a \Rightarrow \frac{M}{I_a} = c_m = \text{konst.} \Rightarrow \frac{M_k}{I_a} = \frac{M_k'}{I_a'} \Rightarrow M_k' = \frac{I_a'}{I_a} M_k = \frac{1}{2} M_k$$

Trofazni asinkroni kliznokolutni motor nazivnih podataka  $P_n = 15,0 \text{ kW}$ ,  $f_n = 50 \text{ Hz}$ ,  $U_n = 380 \text{ V}$ ,  $n_n = 1460 \text{ rpm}$ ,  $I_{2n} = 30,0 \text{ A}$  (rotorska struja),  $E_{20} = 300 \text{ V}$ ,  $M_{pr} / M_n = 2,6$ , vrti se brzinom 1470 rpm.

- S kolikim momentom je opterećen motor?
- Koliki otpor je potrebno uključiti u rotorski krug da potezni moment bude nazivnom ( $M_k = M_n$ )?

Nazivno klizanje iznosi:

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{1500 - 1460}{1500} = 0,0267$$

Klizanje za zadani teret iznosi:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1500 - 1470}{1500} = 0,0200$$

Nazivni moment iznosi:

$$M_n = \frac{P_n \cdot 30}{n_n \pi} = \frac{15000 \cdot 30}{1460 \cdot \pi} = 98,1 \text{ Nm}$$

U linearnom dijelu momente karakteristike za dvije radne točke vrijedi odnos:

$$\frac{M_1}{s_1} = \frac{M_2}{s_2}$$

odnosno za nazivnu i traženu točku vrijedi:

$$M = M_n \frac{s}{s_n} = 98,1 \frac{0,02}{0,0267} = 73,5 \text{ Nm}$$

Uz pretpostavku da je  $X_2 \ll R_2$  (ispunjeno za mala klizanja), moguće je izračunati otpor rotorskog kruga iz nazivnih podataka motora:

$$R_2 = \frac{s_n \cdot E_{20}}{\sqrt{3} I_{2n}} = \frac{0,0267 \cdot 300}{\sqrt{3} \cdot 30} = 0,154 \Omega$$

Ako se izjednače izrazi za momente izraženi pomoću Klossove jednadžbe za dva različita iznosa otpora u rotorskom krugu vrijedi relacija (radne točke 1 i 2):

$$\frac{R_{2_1 \text{ ukupno}}}{s_1} = \left. \frac{R_{2_2 \text{ ukupno}}}{s_2} \right|_{M_1 = M_2},$$

Odnosno za nazivnu radnu točku i traženu radnu točku vrijedi:

$$R_{2 \text{ ukupno}} = R_2 \frac{s_k}{s_n} = 0,154 \cdot \frac{1}{0,0267} = 5,77 \Omega$$

Otpor dodanog otpornika je:

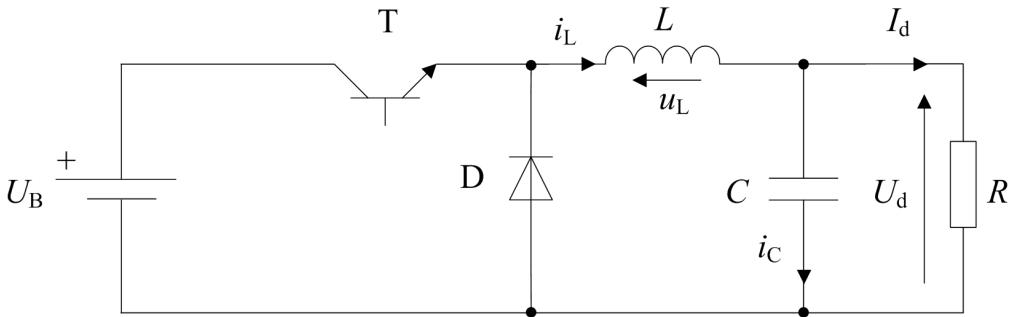
$$R_{\text{dodano}} = R_{2 \text{ ukupno}} - R_2 = 5,77 - 0,154 = 5,62 \Omega$$

# Auditorne vježbe, istosmjerni pretvarači bez galvanskog odvajanja, ak. god. 2014./2015.

1. Zadan je silazni DC/DC pretvarač prema slici. Poznati su podaci:  $U_B = 50 \text{ V}$ ,  $D = 0,4$ ,  $L = 400 \mu\text{H}$ ,  $C = 100 \mu\text{F}$ ,  $f_s = 20 \text{ kHz}$ ,  $R_d = 20 \Omega$ .

Odredite:

- Srednju vrijednost napona trošila  $U_d$ ,
- najveću i najmanju struju trošila  $I_{d,max}$  i  $I_{d,min}$ ,
- valovitost izlaznog napona  $\Delta U_d$ .



**Rješenje:**

- a) Srednja vrijednost izlaznog napona se računa iz podataka o faktoru vođenja:

$$U_d = D \cdot U_B = 0,4 \cdot 50 = 20 \text{ V} \quad (1)$$

- b) Srednja vrijednost struje induktiviteta je jednaka srednjoj vrijednosti struje otpora (srednja vrijednost struje kapaciteta je nula):

$$I_{L,sr} = I_{d,sr} = \frac{U_d}{R_d} = 1 \text{ A} \quad (2)$$

Valovitost struje induktiviteta se računa iz izraza za napon induktiviteta:

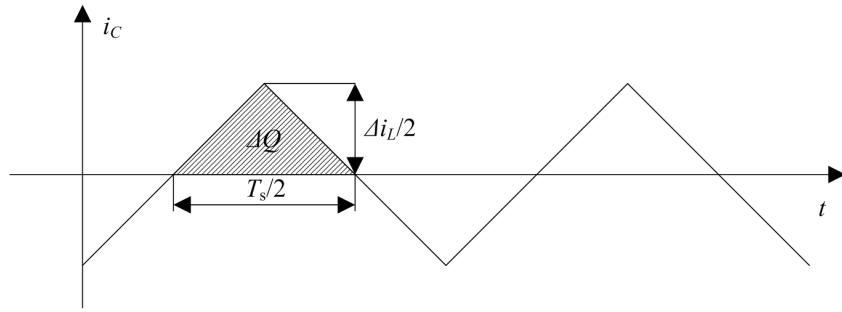
$$\begin{aligned} u_L &= L \cdot \frac{di_L}{dt} \\ \Delta i_L &= \frac{u_L}{L} \cdot \Delta t \\ \Delta i_L &= \frac{-U_d}{L} \cdot (1 - D) \cdot T = \frac{U_B - U_d}{L} \cdot D \cdot T \\ \Delta i_L &= 1,5 \text{ A} \end{aligned} \quad (3)$$

Prema tome, najveći iznos struje induktiviteta je:

$$I_{L,max} = I_{L,sr} + \frac{\Delta i_L}{2} = 1,75 \text{ A} \quad (4)$$

Najmanji iznos struje induktiviteta je:

$$I_{L,min} = I_{L,sr} - \frac{\Delta i_L}{2} = 0,25 \text{ A} \quad (5)$$



c) Valovitost izlaznog napona  $\Delta U_d$  se računa pomoću promjene naboja kapaciteta u vremenu. Struja kapaciteta je oblika kao prema slici:

Kapacitet se puni u slučaju kad je struja veća od nule, u kojem periodu se na kapacitetu gomila naboј  $\Delta Q$ .

Vrijede formule:

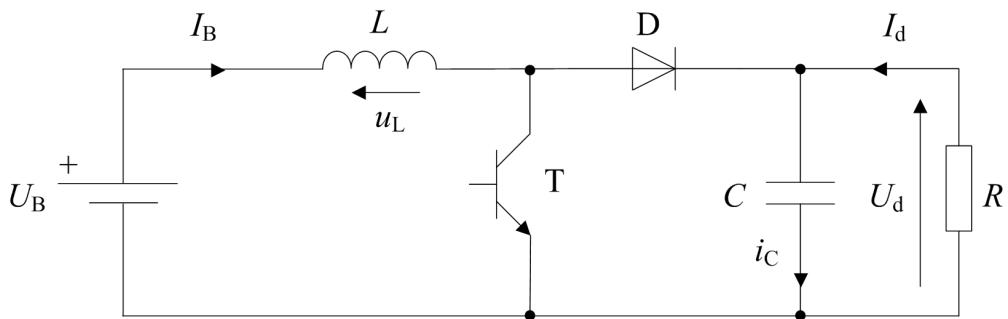
$$\begin{aligned} Q &= C \cdot U \\ \Delta Q &= C \cdot \Delta U \\ \Delta U &= \frac{\Delta Q}{C} \end{aligned} \quad (6)$$

Naboj koji se nagomila u slučaju pozitivne struje kapaciteta se može računati u slučaju pozitivnog porasta struje. U slučaju da se valovitost napona želi računati postotno, kao račun valovitosti struje se uzima period u kojem sklopka ne vodi te je napon induktiviteta definiran naponom trošila:

$$\frac{\Delta U_d}{U_d} = \frac{1 - D}{8 \cdot L \cdot C \cdot f^2} = 0,469\% \quad (7)$$

2. Uzlazni pretvarač (tranzistor i dioda su idealni) ima sljedeće parametre:  $U_B = 50 \text{ V}$ ,  $L = 250 \mu\text{H}$ ,  $t_{ON} = D \cdot T = 50 \mu\text{s}$ ,  $R = 2,5 \Omega$ . Potrebno je odrediti:

- radnu frekvenciju pretvarača tako da pretvarač radi u neisprekidanom načinu rada pri izlaznom naponu  $U_d = 75 \text{ V}$ ,
- srednje vrijednosti ulazne i izlazne struje  $I_{B,sr}$  i  $I_{d,sr}$ ,
- kapacitet izlaznog kondenzatora potreban da valovitost izlaznog napona ne bude veća od 1%.



**Rješenje:**

- Na temelju transformatorske jednadžbe za uzlazni pretvarač slijedi za potreban faktor opterećenja

$$\begin{aligned} D &= 1 - \frac{U_B}{U_d} = \\ &= 1 - \frac{50}{75} = \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned} \quad (8)$$

Budući da je  $t_{ON} = D \cdot T = 50 \mu\text{s}$ , vrijedi

$$T = \frac{t_{ON}}{D} = 150 \mu\text{s} \quad (9)$$

Slijedi radna frekvencija

$$f = \frac{1}{T} = 6,66 \text{ kHz} \quad (10)$$

- b) Srednja vrijednost izlazne struje jednaka je:

$$I_d = \frac{U_d}{R_d} = \frac{75}{2,5} = 30 \text{ A} \quad (11)$$

Prema strujnoj transformatorskoj jednadžbi srednja vrijednost ulazne struje jednaka je

$$I_B = \frac{I_d}{1-D} = \frac{30}{1-\frac{1}{3}} = 45 \text{ A} \quad (12)$$

Promjena struje kroz induktivitet (valovitost) iznosi:

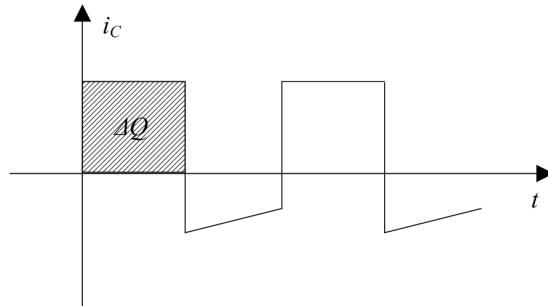
$$\Delta i_L = \frac{U_B}{L} \cdot D \cdot T = 10 \text{ A} \quad (13)$$

Najmanja i najveća struja su:

$$I_{L,max} = I_{L,sr} + \frac{\Delta i_L}{2} = 50 \text{ A} \quad (14)$$

$$I_{L,min} = I_{L,sr} - \frac{\Delta i_L}{2} = 40 \text{ A} \quad (15)$$

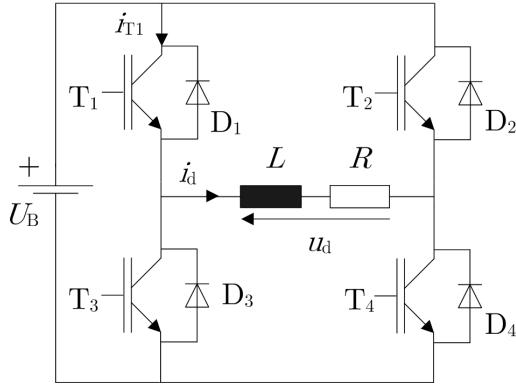
Valovitost izlaznog napona se računa na jednak način kao i u prethodnom zadatku. Količina naboja skupljenog na kapacitetu se određuje iz valnog oblika struje kapaciteta:



$$\begin{aligned} \Delta Q &= I_d \cdot D \cdot T = C \cdot \Delta U_d \\ \Delta U_d &= \frac{D \cdot T \cdot U_d}{C \cdot R} \\ C &> \frac{T \cdot D}{R_d \cdot \frac{\Delta U_d}{U_d}} = 200 \mu\text{F} \end{aligned} \quad (16)$$

3. Za istosmjerno-istosmjerni pretvarač u mosnom spoju odredite faktor vođenja sklopke  $S_1$  potreban da bi srednja vrijednost struje izlaza bila 10 A, uz bipolarnu modulaciju širine impulsa. Zadano je:  $U_B = 150 \text{ V}$ ,  $R_d = 5 \Omega$ ,  $f_s = 10 \text{ kHz}$ . Nacrtajte valne oblike struje na tranzistoru  $T_1$  i diodi  $D_1$ . Induktivitet  $L$  je dovoljno velik da osigura nevalovitu struju.

Odredite struju trošila ukoliko se u krug trošila doda pozitivni naponski izvor  $E = 75 \text{ V}$ . Za ovaj slučaj nacrtajte valne oblike struje na tranzistoru  $T_1$  i diodi  $D_1$ . U kojem kvadrantu radi pretvarač.



### Rješenje:

Potrebno je odrediti faktor vođenja sklopke  $S_1$  (sastavljene od dva ventila - tranzistora  $T_1$  i diode  $D_1$ ). Faktor vođenja se određuje iz omjera ulaznog i izlaznog napona. Srednja vrijednost napona na induktivitetu je nula pa je, prema tome, srednja vrijednost struje trošila  $i_d$  ovisna samo o iznosu otpora trošila  $R_d$ :

$$I_d = \frac{U_d}{R_d} \rightarrow U_d = R_d \cdot I_d = 50 \text{ V} \quad (17)$$

Faktor vođenja sklopke  $S_1$  je:

$$\begin{aligned} U_d &= (2 \cdot D_1 - 1) \cdot U_B \\ D_1 &= \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \frac{U_d}{U_B} \right) = 0,666 \end{aligned} \quad (18)$$

Za pozitivan izvor u krugu trošila krug se može gledati kao dva nadomjesna naponska izvora. Srednja vrijednost pada napona na induktivitetu je nula pa u krugu ostaje samo otpornik. Struja se tada može izraziti kao:

$$I_d = \frac{U_d - E}{R_d} = \frac{50 - 75}{5} = -5 \text{ A} \quad (19)$$

Pretvarač radi u drugom kvadrantu: struja je negativna, a napon pozitivan. Smjer energije je iz izvora E prema izvoru B.

## Auditorne vježbe, Usmjerivači, ak. god. 2013./2014.

1. Fazno upravljeni ispravljač u jednofaznom mosnom spoju napaja izrazito induktivno trošilo ( $\omega L_d \gg R_d$ ) tako da je struja trošila  $i_d$  neisprekidana i nevalovita. Odredite kut upravljanja  $\alpha$  pri kojem snaga disipirana na otporniku iznosi 1000 W. Skicirajte valni oblik struje i napona na trošilu ( $i_d$  i  $u_d$ ) te struje i napona mreže ( $i_s$  i  $u_s$ ). Zadano je:  $R_d = 10 \Omega$ , i  $U_s = 220 \cdot \sqrt{2} \sin(314t)$  V.

**Rješenje:**

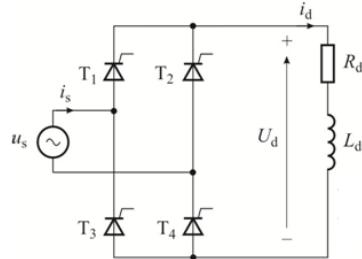
$$P = 1000 \text{ W}$$

$$U_s = 220 \cdot \sqrt{2} \sin(314t) \text{ V}$$

$$R_d = 10 \Omega$$

$$\omega L_d \gg R_d$$

$$\alpha = ?$$



- Budući da je zadana snaga koja se disipira na otporniku  $R_d$  može se izračunati potrebna efektivna vrijednost napona iz izraza za snagu

$$P = \frac{U^2}{R} \implies U = \sqrt{P \cdot R}$$

$$U = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{1000 \cdot 10} = 100 \text{ V},$$

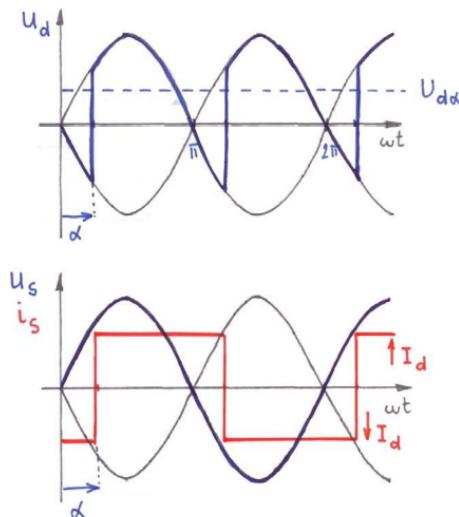
Budući da je struja trošila nevalovita i neisprekidana efektivna vrijednost jednak je srednjoj vrijednosti! Sada je poznata potrebna srednja vrijednost napona na izlazu iz usmjerivača (srednja vrijednost napona na induktivitetu je uvijek 0 V).

- U zadatku je zadano da je struja trošila neisprekidana te za taj slučaj vrijedi izraz za srednju vrijednost napona na izlazu usmjerivača:

$$U_d = \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} U_s \sin \omega t d\omega t = \frac{2 \cdot U_s}{\pi} \cos \alpha$$

sada je

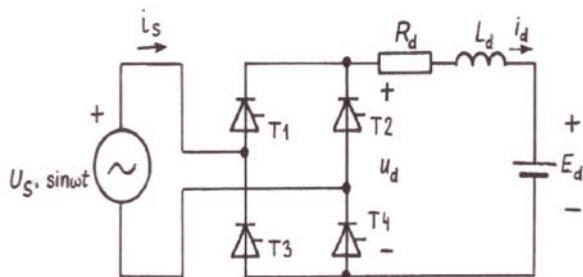
$$\alpha = \arccos \frac{\pi \cdot U_d}{2 \cdot U_s} = \arccos \frac{\pi \cdot 100}{2 \cdot 220\sqrt{2}} = 59,67^\circ \text{ el}$$



**2.** Fazno upravljeni ispravljač u jednofaznom mosnom spoju (kratica 1FM) napaja napaja jako induktivno trošilo ( $L_d \gg R_d$ ), tako da je struja trošila  $i_d$  neisprekidana i nevalovita. U krugu trošila nalazi se izvor protuelektromotorne sile  $E_1$ . Odgovorite u kojem načinu rada radi fazno upravljeni ispravljač uz zadane podatke. Za zadani kut upravljanja cracajte karakteristične valne oblike napona i struje trošila ( $u_d$ ,  $i_d$ ), napona i struje mreže ( $u_s$ ,  $i_s$ ), te napona i struje tiristora T1 ( $u_{T1}$ ,  $i_{T1}$ ). Izračunajte srednju vrijednost napona na trošilu  $U_{d_\text{av}}$  i srednju vrijednost struje trošila  $I_d$ . Izračunajte također srednju i efektivnu vrijednost struje tiristora ( $I_{T1\text{avg}}$ ,  $I_{T1\text{rms}}$ ), te efektivnu vrijednost struje izmjeničnog izvora ( $I_{S,\text{rms}}$ ).

Zadani su podaci:

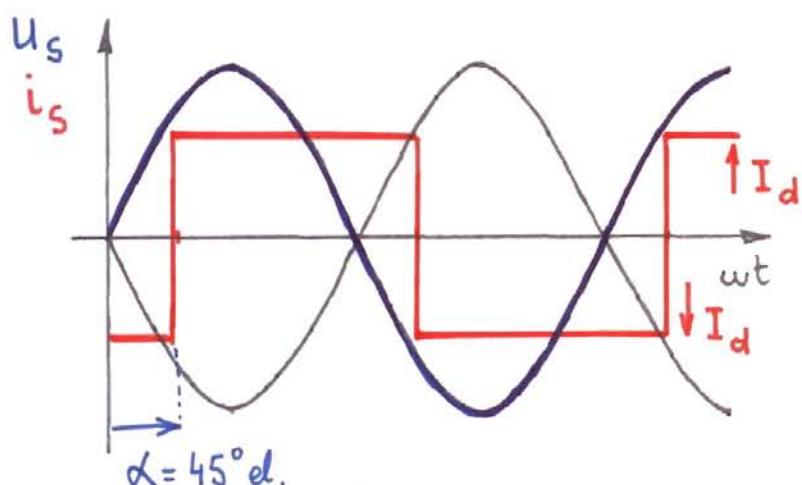
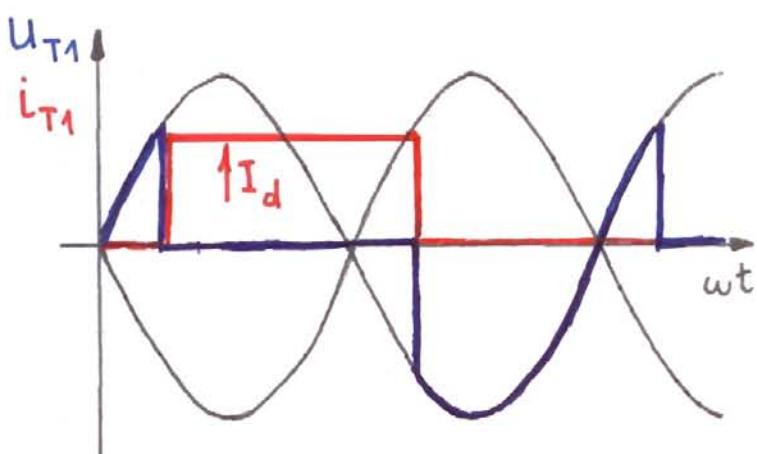
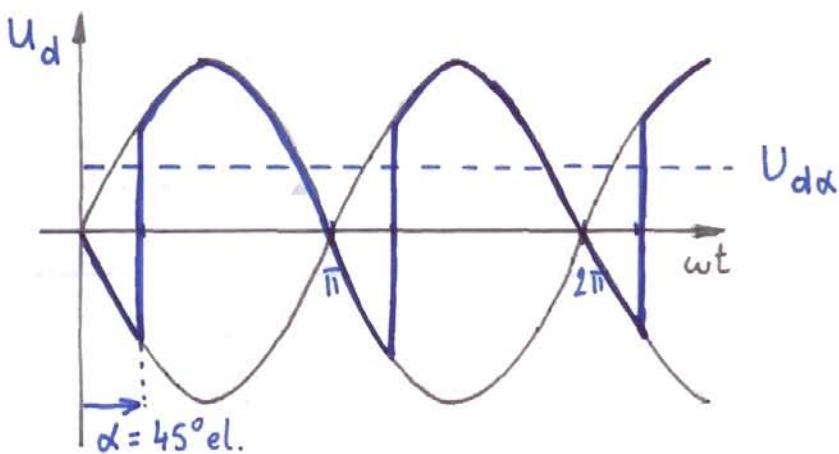
- napon izmjeničnog izvora  $u_s(t) = 110 \sqrt{2} \sin(314t)$ ,
- kut upravljanja  $\alpha = 45^\circ$  el.
- djelatni otpor trošila  $R_d = 5\Omega$ ,
- napon protuelektromotorne sile  $E_1 = 30 \text{ V}$



Pri rješavanju ovog zadatka pretpostavljamo da je struja trošila kontinuirana i nevalovita (zbog velike vremenske konstante trošila), te je možemo pri crtanjima valnih oblika predstaviti ravnom crtom. To pojednostavljuje i crtanje svih ostalih izvedenih valnih oblika. Iz zadanog kuta upravljanja zaključujemo da se radi o *ispravljačkom načinu rada*.

Moramo se prisjetiti činjenice da se protuelektromotorna sila  $E$  ne vidi u valnom obliku napona na trošilu ukoliko je struja trošila neisprekidana (kontinuirana). No iznos protuelektromotorne sile  $E$  moramo uzeti u obzir pri proračunu struje trošila!

*Kada bi struja trošila bila isprekidana (diskontinuirana), tada bi u intervalima kada je struja trošila jednaka nuli, napon na trošilu bio po iznosu jednak naponu protuelektromotorne sile  $E$ . Dakle protuelektromotorna sila  $E$  bi se vidjela u valnom obliku napona na trošilu. To se lijepo može vidjeti na prikazanim valnim oblicima.*



Srednja vrijednost napona na trošilu računa se prema izrazu

$$\begin{aligned} U_{d\text{ avg}} &= U_d \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} U_S \sin(\omega t) d(\omega t) = \\ &= \frac{2U_S}{\pi} \cos(\alpha) = U_{d0} \cos(\alpha) \end{aligned}$$

Što daje numeričko rješenje

$$\begin{aligned} U_{d\alpha} &= \frac{2U_S}{\pi} \cos(\alpha) = 0,64 U_S \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ &= 0,64 \cdot 110\sqrt{2} \cdot 0,71 = 70 \text{ V} \end{aligned}$$

$$U_{d\alpha} = 70 \text{ V}$$

Srednju vrijednost struje trošila određuju srednja vrijednost napona trošila, protuelektromotorna sila i otpor trošila (dobro je nacrtati nadomjesnu shemu izlaznog kruga sklopa)

$$I_d = \frac{U_{d\alpha} - E_1}{R_d} = \frac{70 - 30}{5} = 8 \text{ A}$$

Svaki od tiristora u sklopu vodi struju trošila polovicu periode ( $T/2$ ), pa je srednja vrijednost struje tiristora T1 jednaka

$$I_{T1\text{ avg}} = \frac{I_d}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ A}$$

Kod računanja efektivne vrijednosti u nazivniku se pojavljuje drugi korijen

$$I_{T1\text{ rms}} = \frac{I_d}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 5,66 \text{ A}$$

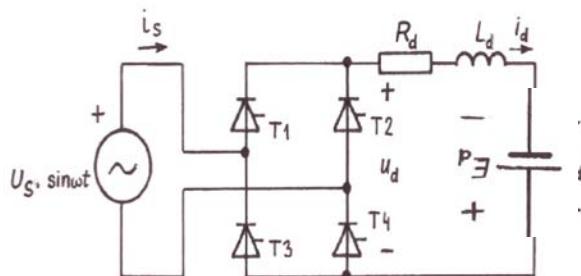
Struja izmjeničnog izvora je pravokutnog oblika amplitude  $I_d$ , pa je njena efektivna vrijednost jednaka amplitudi!

$$I_{S\text{ rms}} = I_d = 8 \text{ A}$$

**3.** Fazno upravljeni ispravljač u jednofaznom mosnom spoju (kratica 1FM) napaja napaja jako induktivno trošilo ( $L_d \gg R_d$ ), tako da je struja trošila  $i_d$  neispredidana i nevalovita. U krugu trošila nalazi se izvor protuelektromotorne sile  $E_2$ . Odgovorite u kojem načinu rada radi fazno upravljeni ispravljač uz zadane podatke. Za zadani kut upravljanja nacrtajte karakteristične valne oblike napona i struje trošila ( $u_d$ ,  $i_d$ ), napona i struje mreže ( $u_s$ ,  $i_s$ ), te napona i struje tiristora T1 ( $u_{T1}$ ,  $i_{T1}$ ). Izračunajte srednju vrijednost napona na trošilu  $U_{d\alpha}$  i srednju vrijednost struje trošila  $I_d$ . Izračunajte također srednju i efektivnu vrijednost struje tiristora ( $I_{T1\text{avg}}$ ,  $I_{T1\text{rms}}$ ), te efektivnu vrijednost struje izmjeničnog izvora ( $I_{S,\text{rms}}$ ).

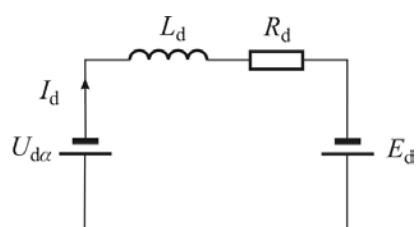
Zadani su podaci:

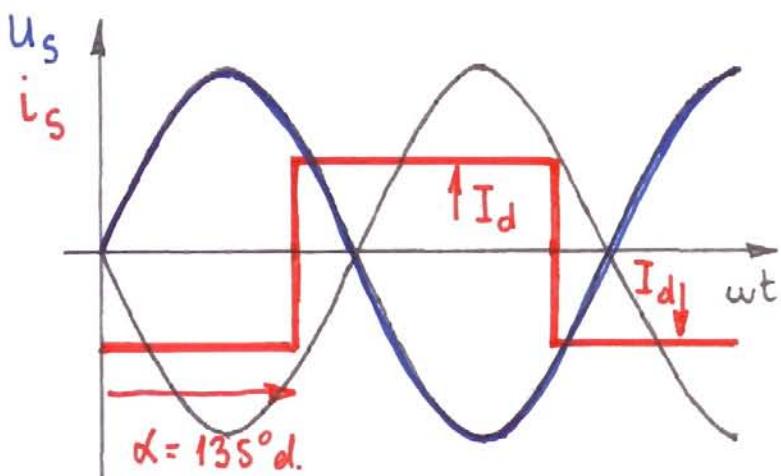
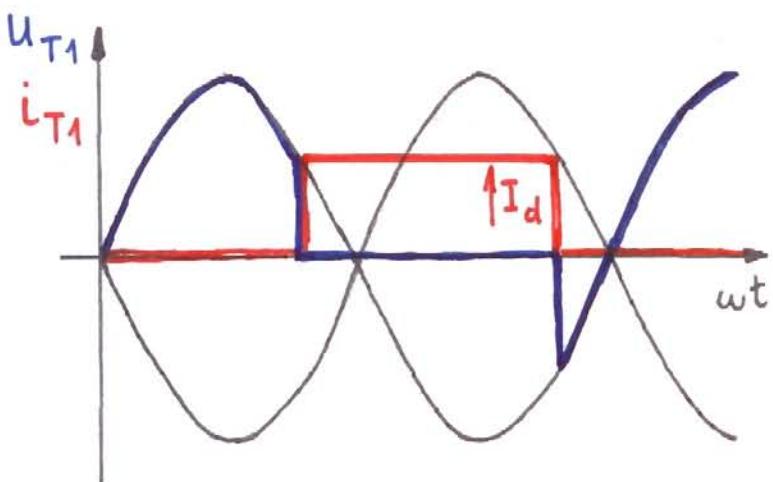
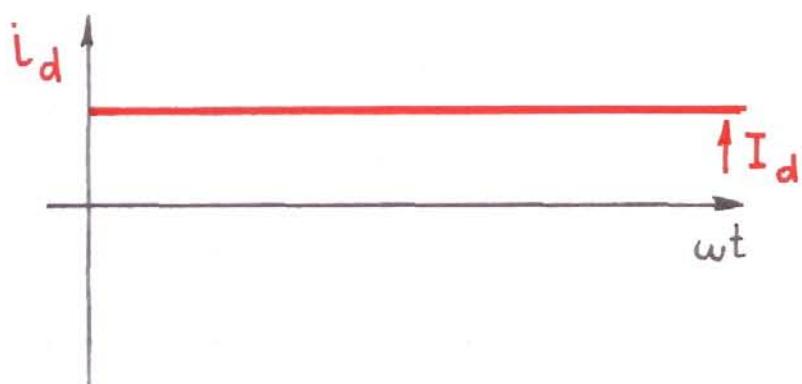
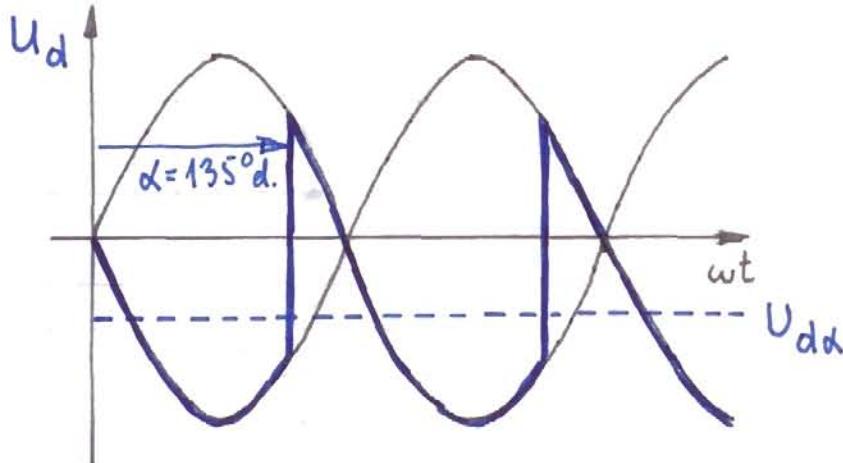
- napon izmjeničnog izvora  $u_s(t) = 110 \sqrt{2} \sin(314t)$ ,
- kut upravljanja  $\alpha = 135^\circ \text{el.}$
- djelatni otpor trošila  $R_d = 5\Omega$ ,
- napon protuelektromotorne sile  $E_2 = -100 \text{ V}$



U ovom zadatku promijenjen je kut upravljanja tako da omogući izmjenjivački način rada pretvarača. No osim odgovarajućeg kuta upravljanja koji će omogućiti negativnu srednju vrijednost napona na trošilu, potrebno je u krugu trošila osigurati i odgovarajući izvor energije. U ovom slučaju to je istosmjerni izvor  $E_2$ , koji omogućava tok struje trošila u ispravnom smjeru (prema dolje).

Pri proračunu je potrebno paziti na ispravne predznaće, pa je opet preporučljivo nacrtati odgovarajuću nadomjesnu shemu za izmjenjivački način rada.





Srednja vrijednost napona na trošilu računa se prema izrazu

$$U_{d\text{ avg}} = U_d = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} U_S \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{2U_S}{\pi} \cos(\alpha) = U_{d0} \cos(\alpha)$$

Što daje numeričko rješenje

$$U_{d\alpha} = \frac{2U_S}{\pi} \cos(\alpha) = 0,64 U_S \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 0,64 \cdot 110\sqrt{2} \cdot (-0,71) = -70 \text{ V}$$

$$U_{d\alpha} = -70 \text{ V}$$

Srednju vrijednost struje trošila određuju srednja vrijednost napona na trošilu, protuektromotorna sila i otpor trošila (dobro je nacrtati nadomjesnu shemu izlaznog kruga sklopa)

$$I_d = \frac{U_{d\alpha} - E_2}{R_d} = \frac{-70 - (-100)}{5} = 6 \text{ A}$$

Svaki od tiristora u sklopu vodi struju trošila polovicu periode ( $T/2$ ), pa je srednja vrijednost struje tiristora T1 jednaka

$$I_{T1\text{ avg}} = \frac{I_d}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ A}$$

Kod računanja efektivne vrijednosti u nazivniku se pojavljuje drugi korijen

$$I_{T1\text{ rms}} = \frac{I_d}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 4,24 \text{ A}$$

Struja izmjeničnog izvora je pravokutnog oblika amplitude  $I_d$ , pa je njena efektivna vrijednost jednaka amplitudi!

$$I_{S\text{ rms}} = I_d = 8 \text{ A}$$

4. Napon fotonaponskog modula je 100 V, unutarnji otpor je  $0,5 \Omega$  a snaga je 1 kW. efektivna vrijednost napona izmjenične mreže je 110 V. Neka je induktivitet  $L$  toliko velik da je struja sunčanog modula zanemarive valovitosti.

- izračunajte kut upravljanja  $\alpha$  kod kojega modul daje snagu od 1 kW
- izračunajte snagu koju prima napojna mreža
- izračunajte snagu gubitaka na unutarnjem otporu fotomaponskog modula

**Rješenje:**

$$P = 1000 \text{ W}$$

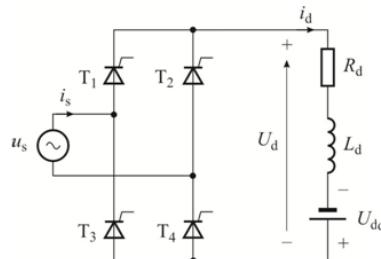
$$U_s = 110 \cdot \sqrt{2} \sin(314t) \text{ V}$$

$$U_{dc} = 100 \text{ V}$$

$$R_d = 0,5 \Omega$$

$$\omega L_d \gg R_d$$

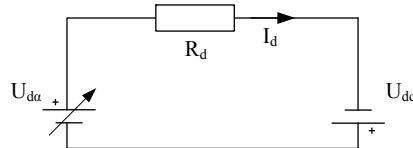
$$\alpha = ?$$



- Budući da je zadana snaga fotonaponskog modula može se izračunati struja na istosmijernoj strani

$$I_d = \frac{P_{dc}}{U_{dc}} = \frac{1000}{10} = 10 \text{ A}$$

- Sada se može nacrtati nadomjesna shema usmjerivača iz koje je potrebno odrediti iznos srednje vrijednosti napona usmjerivača  $U_{d\alpha}$ .



$$U_{d\alpha} = I_d \cdot R_d - U_{dc} \quad U_{d\alpha} = 10 \cdot 0,5 - 100 = -95 \text{ V}$$

- Kada je poznata potrebna vrijednost napona usmjerivača može se odrediti i kut upravljanja  $\alpha$ .

$$\alpha = \arccos \frac{\pi \cdot U_d}{2 \cdot U_s} = \arccos \frac{\pi \cdot (-95)}{2 \cdot 110\sqrt{2}} = 164^\circ \text{ el}$$

Primjetite da je kut upravljanja veći od  $\pi/2$  što znači da je usmjerivač u izmjenjivačkom režimu rada!

Budući da je struja trošila nevalovita i neisprediana efektivna vrijednost jednaka je srednjoj vrijednosti! Sada je poznata potrebna srednja vrijednost napona na izlazu iz usmjerivača (srednja vrijednost napona na induktivitetu je uvijek 0 V).

- Sada se vrijednost snage predane mreži može jednostavno izraziti kao umnožak srednje vrijednosti napona i struje na izlazu usmjerivača. Primjetite da je predznak negativan što znači da mreža prima energiju!

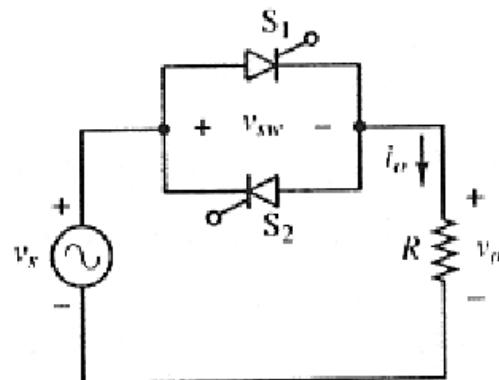
$$P_{ac} = I_d \cdot U_{d\alpha} = 10 \cdot (-95) = -950 \text{ W}$$

- Snaga disipirana na otporu računa se iz efektivne vrijednosti struje i vrijednosti otpora. Budući da je struja nevalovita, efektivna vrijednost jedaka je srednjoj vrijednosti pa se može napisati

$$P_R = I_{drms}^2 \cdot R_d = I_d^2 \cdot R_d = 10^2 \cdot 0,5 = 50 \text{ W}$$

Primjetite da vrijedi  $P_{dc} = P_{ac} + P_R$

Jednofazni regulator napona napaja se iz izmjeničnog izvora amplitude 120 V i frekvencije 60 Hz. Otpor djelatnog trošila je  $R = 15 \Omega$ . Izračunajte (a) kut upravljanja tiristora potreban da se trošilu preda snaga 500 W, (b) efektivnu vrijednost struje izvora, (c) efektivnu i srednju vrijednost struje tiristora, (d) faktor snage izvora i (e) ukupno harmoničko izobličenje (THD) struje izvora.



(a) Efektivna vrijednost napona potrebna da trošilu preda snagu od 500 W je

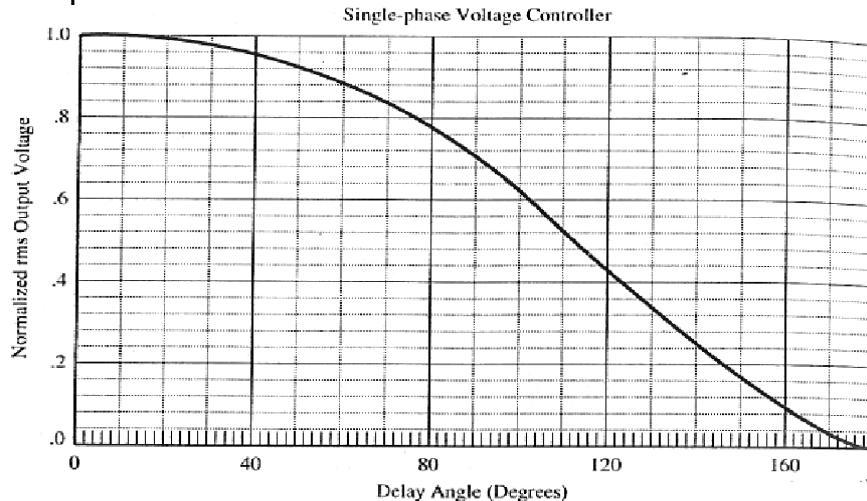
$$P = \frac{V_{o,rms}^2}{R}$$

$$V_{o,rms} = \sqrt{PR} = \sqrt{500 \cdot 15} = 86,6 \text{ V}$$

Veza između efektivne vrijednosti napona na trošilu i kuta upravljanja (upravljačka karakteristika) određena je izrazom (TEMA-2)

$$V_{o,rms} = V_s \cdot \sqrt{\frac{1}{2\pi} (2\pi - \alpha + \frac{\sin 2\alpha}{2})}$$

koji je grafički prikazan na slici



Iz slike se približno može odrediti potrebnii kut upravljanja iz normiranog izlaznog napona 86,6/120, te slijedi  $\alpha = 90^\circ$  el.

Točnije rješenje dobiva se numeričkim postupkom, rješavanjem izraza

$$86,6 - 120 \cdot \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}} = 0$$

nakon čijeg rješavanja slijedi kut upravljanja  $\alpha = 88,1^\circ$  el.

(b) Efektivna vrijednost struje izmjeničnog izvora izračunava se pomoću izraza

$$I_{O,rms} = \frac{V_{O,rms}}{R} = \frac{86,6}{15} = 5,77 \text{ A}$$

(c) Efektivna struja tiristora jednostavno se može izračunati iz izraza

$$I_{T,rms} = \frac{I_{O,rms}}{\sqrt{2}} = \frac{5,77}{\sqrt{2}} = 4,08 \text{ A}$$

dok se srednja vrijednost struje jednog tiristora izračunava pomoću izraza

$$I_{T,AV} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\sqrt{2}V_s}{R} \sin \omega t d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}V_s}{2\pi R} (1 + \cos \alpha) = \frac{\sqrt{2} \cdot 120}{2\pi \cdot 15} [1 + \cos(88,1^\circ)] = 1,86 \text{ A}$$

(d) Faktor snage slijedi iz izraza

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{500}{120 \cdot 5,77} = 0,72$$

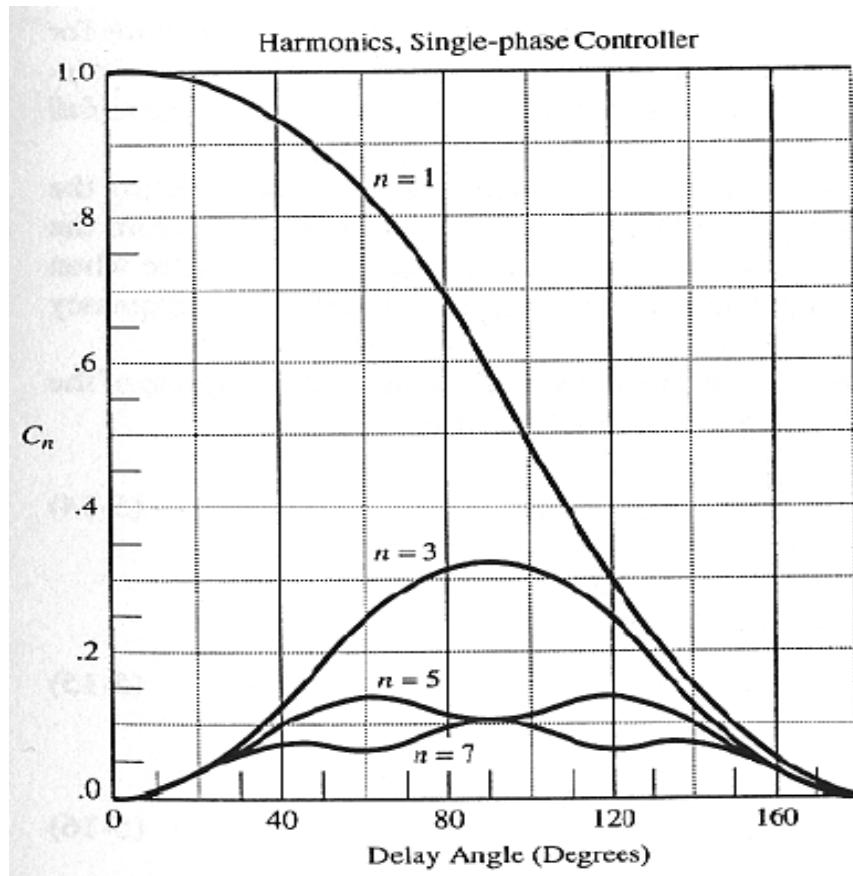
no može se izračunati i iz izraza

$$PF = \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}}$$

(e) Ukupna efektivna vrijednost struje izvora (trošila) jednaka je

$$I_{rms} = \frac{V_{s,rms}}{R} = \frac{120}{15} = 8 \text{ A}$$

Efektivna vrijednost osnovnog harmonika struje može se odrediti pomoću unaprijed nacrtanog grafa prikazanog na slici



Faktor osnovnog harmonika je  $C_1 = 0,61$ , te se dobiva efektivna vrijednost osnovnog harmonika

$$I_{1,rms} = C_1 \cdot I_{rms} = 0,61 \cdot 8 = 4,9 A$$

Sada na temelju od prije poznatog izraza izračunavamo ukupno harmoničko izobličenje

$$THD = \frac{\sqrt{I_{rms}^2 - I_{1,rms}^2}}{I_{1,rms}} = \frac{\sqrt{5,77^2 - 4,9^2}}{4,9} = 0,63 = 63\%$$

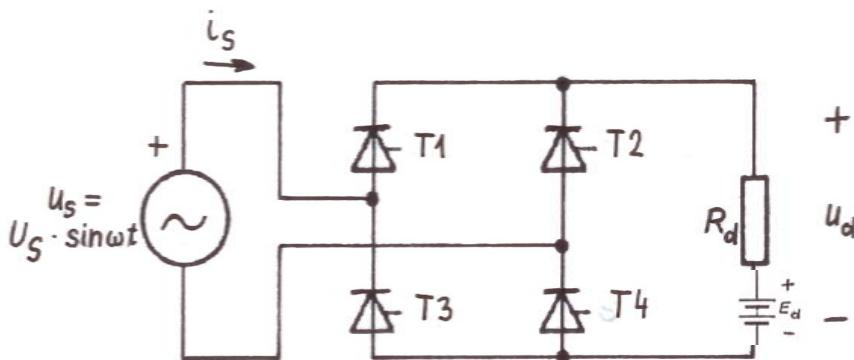
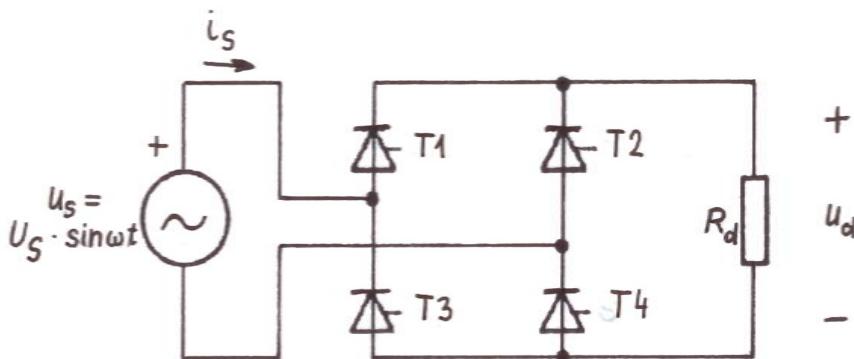
## UE – Zadaci za vježbu – 1FM

---

**1.** Fazno upravljeni ispravljač u jednofaznom mosnom spoju (kratica 1FM) napaja djelatno trošilo otpora  $R_d$ . Za zadani kut upravljanja  $\alpha$  nacrtajte karakteristične valne oblike napona i struje trošila ( $u_d$ ,  $i_d$ ), napona i struje mreže ( $u_s$ ,  $i_s$ ), te napona i struje tiristora T1 ( $u_{T1}$ ,  $i_{T1}$ ). Izračunajte srednju vrijednost napona na trošilu  $U_{da}$  i srednju vrijednost struje trošila  $I_d$ . Izračunajte također srednju i efektivnu vrijednost struje tiristora ( $I_{T1,avg}$ ,  $I_{T1,rms}$ ), te efektivnu vrijednost struje izmjeničnog izvora ( $I_{S,rms}$ ). Nacrtajte *upravljačku karakteristiku* fazno upravljivog ispravljača pri radu uz djelatno trošilo. U nastavku zadatka ponovite proračun (samo za srednju vrijednost napona i struje trošila) ukoliko se u krugu trošila nalazi još i izvor protuektromotorne sile  $E_1$ .

Zadani su podaci:

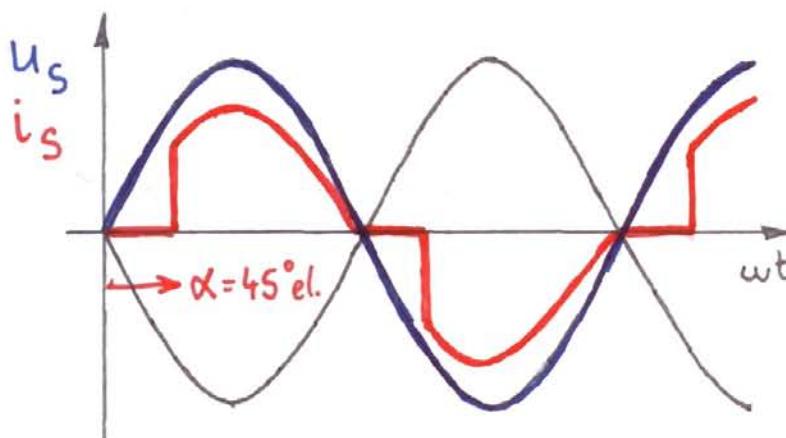
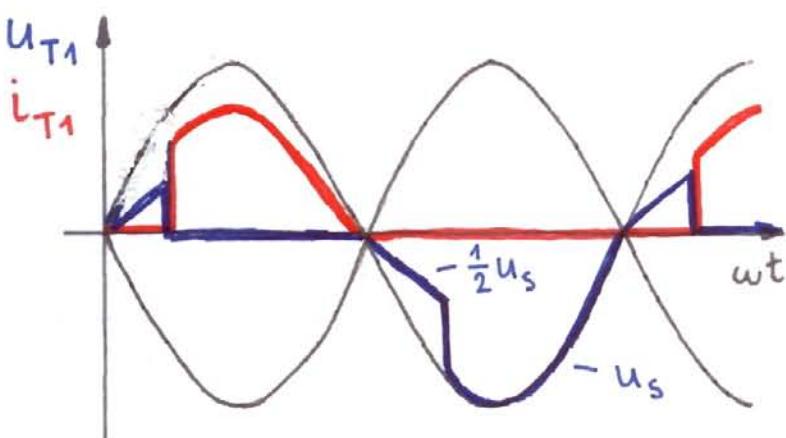
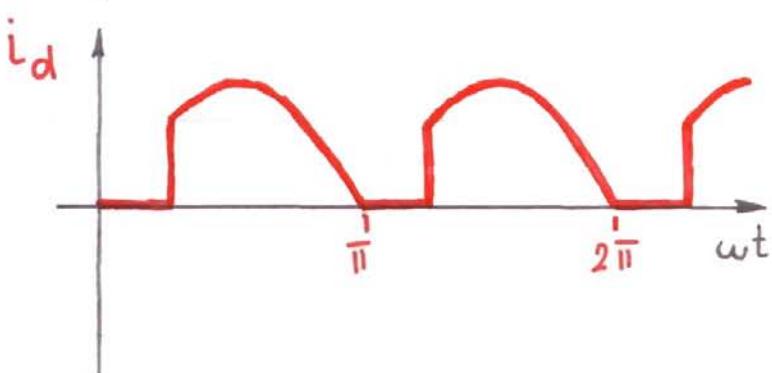
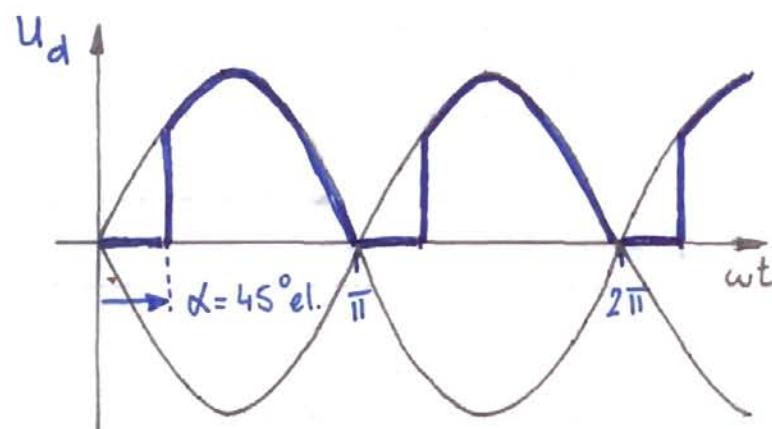
- napon izmjeničnog izvora  $u_s(t) = 110 \sqrt{2} \sin(314t)$ ,
- kut upravljanja  $\alpha = 45^\circ$  el.
- djelatni otpor trošila  $R_d = 5\Omega$ .
- u drugom dijelu zadatka - napon protuektromotorne sile  $E_1 = 30$  V




---

Rješavanje zadatka uz djelatno trošilo bez elektromotorne sile ne predstavlja veliki problem. Radi se o primjeni temeljnih znanja. Napon na trošilu je punovalno ispravljeni sinusni napon uz fazno upravljanje. Uočimo da napon na trošilu u ovom slučaju ne može poprimiti negativne vrijednosti (jer bi u tom slučaju struja trošila morala promijeniti smjer, a to zbog tiristora nije moguće). Zbog djelatnog trošila sve struje imaju valni oblik odgovarajućeg napona. Slijede traženi karakteristični valni oblici.

## UE – Zadaci za vježbu – 1FM



Srednja vrijednost napona na trošilu računa se prema izrazu

$$U_{d \ avg} = U_d = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} U_s \sin(\omega t) d(\omega t)$$

$$= \frac{U_s}{\pi} (1 + \cos(\alpha)) = \\ = \frac{U_{d0}}{2} (1 + \cos(\alpha))$$

Što daje numeričko rješenje

$$\frac{110\sqrt{2}}{\pi} \left( 1 + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \right) \\ = 49,5(1 + 0,71) \\ = 84,5 V$$

$$U_d = 84,5 V$$

Srednju vrijednost struje trošila određuju srednja vrijednost napona i otpor trošila

$$I_d = \frac{U_d}{R_d} = \frac{84,5}{5} = 16,9 A$$

Svaki od tiristora u sklopu jednoliko je opterećen svakim drugim pulsom struje trošila, pa je srednja vrijednost struje tiristora T1 jednaka

$$I_{T1 \ avg} = \frac{I_d}{2} = \frac{16,9}{2} = 8,45 A$$

Kod računanja efektivne vrijednosti u nazivniku se pojavljuje drugi korijen

$$I_{T1 \ rms} = \frac{I_d}{\sqrt{2}} = \frac{16,9}{\sqrt{2}} = 11,95 A$$

Struja izmjeničnog izvora mora biti izmjenična, a efektivna vrijednost može se izračunati pomoću izraza

$$I_{S \ rms} = \frac{U_{S \ rms}}{R_d} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}} =$$

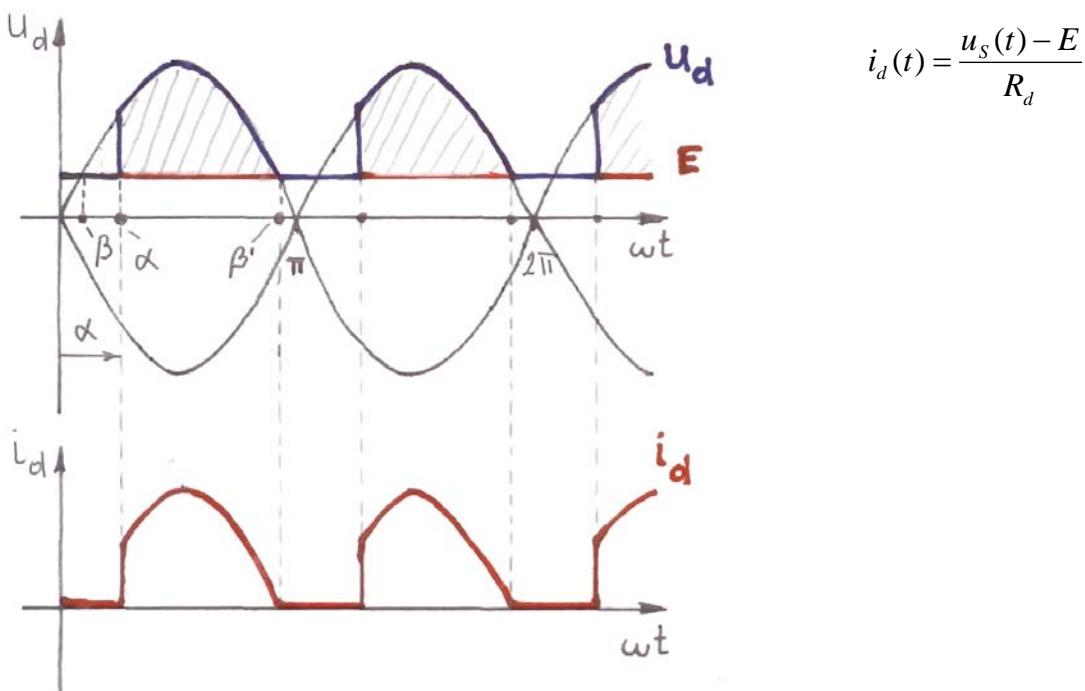
## UE – Zadaci za vježbu – 1FM

Efektivna vrijednost struje izmjeničnog izvora jednaka je efektivnoj vrijednosti struje trošila koja je istosmjerna (ali jednakog osnovnog valnog oblika). **Zapamtite da je efektivna vrijednost izmjeničnog valnog oblika jednaka efektivnoj vrijednosti tog istog ispravljenog valnog oblika!** Stoga ćemo iste ili slične izraze koristiti i kod izmjeničnih pretvarača (AC/AC) s djelatnim trošilom.

Komentirajmo valne oblike napona na tiristoru T1 (vrijedi i za preostale tiristore u sklopu). Primjećuje se malo „čudan“ valni oblik, koji se sastoji od segmenata sinusnog napona dviju različitih amplituda. Kada jedan par tiristora vodi struju trošila (primjerice neka je vode T1 i T4), tada je na svako m o d tiristoru koji ne vođe (u ovom slučaju T2 i T3) puni iznos izmjeničnog napona  $u_s$  kao blokirni napon. Tijekom intervala kada niti jedan od tiristora ne vodi struju trošila (od prolaska sinusa kroz nulu do početka vođenja tiristora), napon izmjeničnog izvora se raspodijeljuje na 2 tiristora spojena u seriju (uvjerite se na shemi) kao zaporni odnosno blokirni napon. Primjerice na T1 je blokirni napon  $u_s/2$ , dok je na T2 zaporni napon  $u_s/2$ .

Nakon što smo riješili zadatak za djelatno trošilo, u krug trošila dodajemo izvor protuelektromotorne sile E. Sad više situacija nije tako jednostavna. Moramo odrediti kada tiristori mogu početi voditi struju trošila. Uvjeti početka vođenja su da je na tiristoru prisutan okidni impuls (što je ispunjeno nakon vremena koje odgovara kutu upravljanja) i da napon izmjeničnog izvora  $u_s$  ima veću trenutačnu vrijednost od napona protuelektromotorne sile E.

Ispunjavanje uvjeta može se vidjeti na priloženoj slici. Kada tiristori ne vode, napon na trošilu jednak je naponu E (ali ne uzrokuje struju trošila), a kada bilo koji par tiristora ima uvjete vođenja, napon na trošilu jednak je ispravljenom naponu izmjeničnog izvora  $u_s$ . Struja trošila određena je razlikom napona izmjeničnog izvora i protuelektromotorne sile.



## UE – Zadaci za vježbu – 1FM

---

Za točan proračun moramo izračunati kuff pri kojem prestaje ~~đe~~ tiristora zbog prestanka ispunjavanja uvjeta  $u_S \geq E$ .

Jedna se karakteristična poluperioda napona  $u_d$  može podijeliti na 3 intervala:

$$U_{dia} = \frac{1}{\pi} \left( \int_0^{\alpha} E_1 \cdot d(\omega t) + \int_{\alpha}^{\beta'} u_S(t) \cdot d(\omega t) + \int_{\beta'}^{\pi} E_1 \cdot d(\omega t) \right) = \frac{1}{\pi} \left( \int_0^{\alpha+\beta'} E_1 \cdot d(\omega t) + \int_{\alpha}^{\beta'} u_S(t) \cdot \sin(\omega t) \right)$$

Uočite da vrijedi  $\beta' = \pi - \beta$ , a  $\beta$  se izračuna iz uvjeta  $u_S(t) = E_1$ .

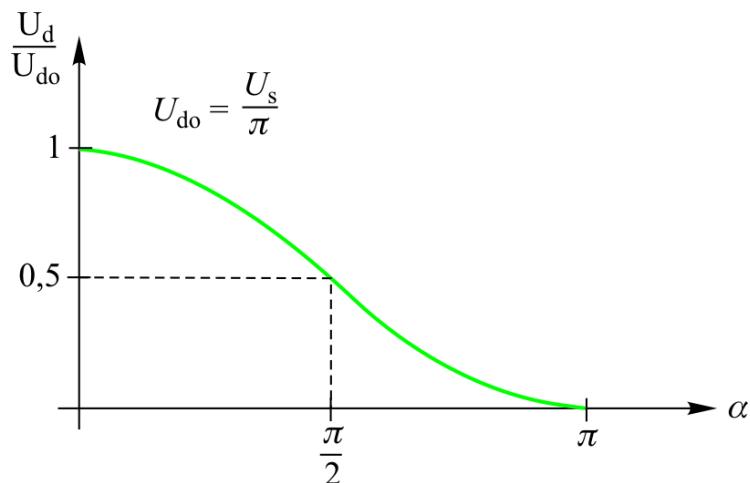
$$\begin{aligned} U_{dia} &= \frac{1}{\pi} \left( \int_0^{(0.785+0.194)} E_1 \cdot d(\omega t) + \int_{\pi/4}^{2.947} U_S \cdot \sin(\omega t) \cdot d(\omega t) \right) \\ &= \frac{1}{\pi} [E_1 \cdot 0.98 + 110 \cdot \sqrt{2} (-\cos \beta' + \cos \alpha)] \\ &= \frac{1}{\pi} [0.98 \cdot E_1 + 110 \cdot \sqrt{2} \cdot 1.96] = \frac{1}{\pi} (29.4 + 262.9) \\ &= 93 \text{ V} \end{aligned}$$

$$I_{d(AV)} = \frac{U}{R_d} = \frac{U_{dia} - E_1}{R_d} = \frac{93 - 30}{5} = 12.6 \text{ A}$$

Zadatak je moguće riješiti još jednostavnije, tako da se izračuna samo doprinos napona srednjoj vrijednosti struje u intervalu od  $\alpha$  do  $\beta'$  (srednja vrijednost izraza  $(u_S(t)-E)/R_d$ ). Protuelektromotorna sila  $E$  u preostalom dijelu intervala ionako ne stvara struju trošila.

Upravljačka karakteristika ovog sklopa (bez protuelektromotorne sile  $E$ ) je oblika utemeljenog na izrazu za srednju vrijednost napona na trošilu.

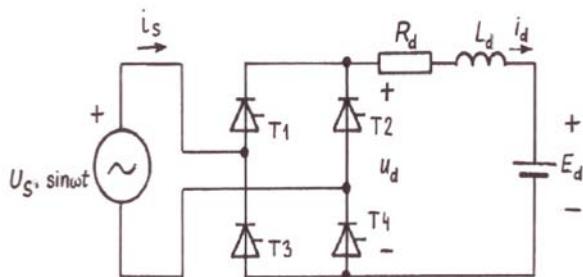
$$= \frac{U_s}{\pi} (1 + \cos(\alpha)) = \frac{U_{do}}{2} (1 + \cos(\alpha))$$



**2.** Fazno upravljivi ispravljač u jednofaznom mosnom spoju (kratica 1FM) napaja napaja jako induktivno trošilo ( $L_d \gg R_d$ ), tako da je struja trošila  $i_d$  neisprekidana i nevalovita. U krugu trošila nalazi se izvor protuelektromotorne sile  $E_1$ . Odgovorite u kojem načinu rada radi fazno upravljivi ispravljač uz zadane podatke. Za zadani kut upravljanja  $\alpha$  nacrtajte karakteristične valne oblike napona i struje trošila ( $u_d$ ,  $i_d$ ), napona i struje mreže ( $u_s$ ,  $i_s$ ), te napona i struje tiristora  $T_1$  ( $u_{T1}$ ,  $i_{T1}$ ). Izračunajte srednju vrijednost napona na trošilu  $U_{d_\text{av}}$  i srednju vrijednost struje trošila  $I_d$ . Izračunajte također srednju i efektivnu vrijednost struje tiristora ( $I_{T1\text{avg}}$ ,  $I_{T1\text{rms}}$ ), te efektivnu vrijednost struje izmjeničnog izvora ( $I_{S,\text{rms}}$ ). Skicirajte valni oblik struje i napona trošila ( $u_d$ ,  $i_d$ ) ukoliko induktivitet trošila  $L_d$  nije dovoljno velik da održi neisprekidanu struju trošila!

Zadani su podaci:

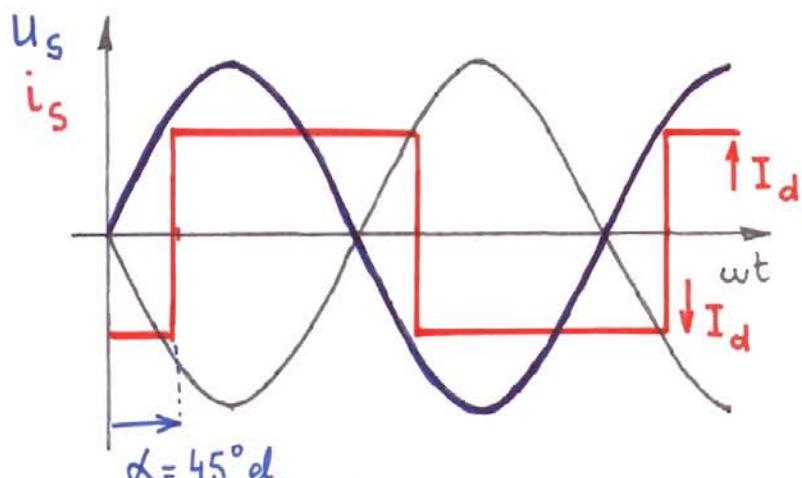
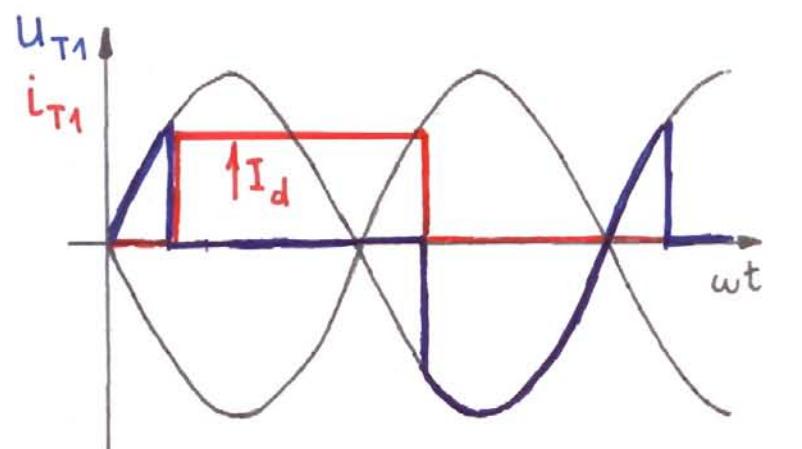
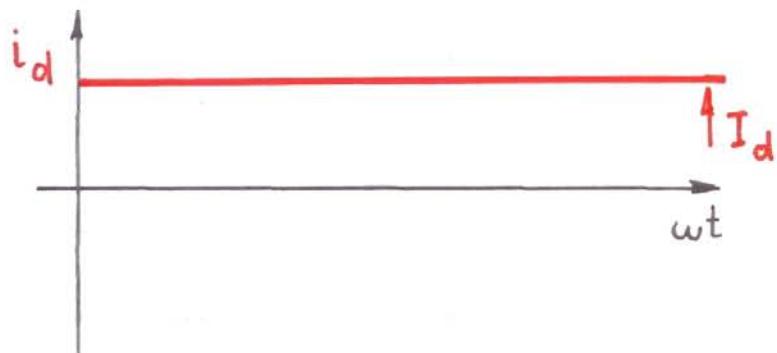
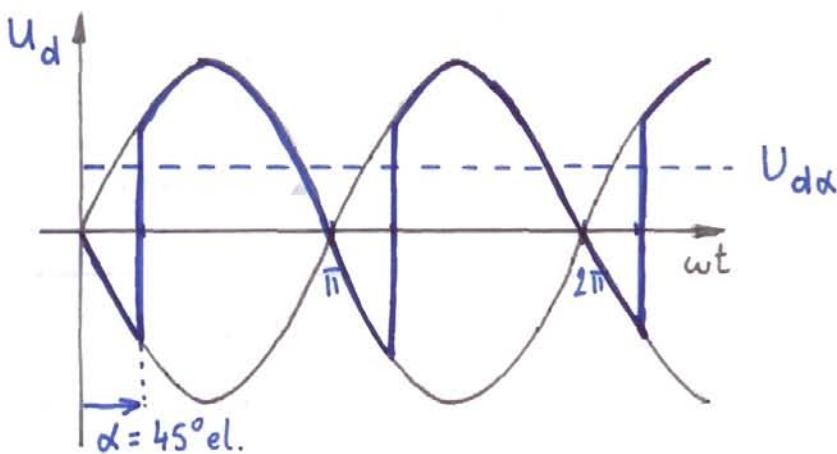
- napon izmjeničnog izvora  $u_s(t) = 110 \sqrt{2} \sin(314t)$ ,
- kut upravljanja  $\alpha = 45^\circ$  el.
- djelatni otpor trošila  $R_d = 5\Omega$ ,
- napon protuelektromotorne sile  $E_1 = 30 \text{ V}$



Pri rješavanju ovog zadatka pretpostavljamo da je struja trošila kontinuirana i nevalovita (zbog velike vremenske konstante trošila), te je možemo pri crtanjima valnih oblika predstaviti ravnom crtom. To pojednostavljuje i crtanje svih ostalih izvedenih valnih oblika. Iz zadanog kuta upravljanja zaključujemo da se radi o *ispravljačkom načinu rada*.

Moramo se prisjetiti činjenice da se protuelektromotorna sila  $E$  ne vidi u valnom obliku napona na trošilu ukoliko je struja trošila neisprekidana (kontinuirana). No iznos protuelektromotorne sile  $E$  moramo uzeti u obzir pri proračunu struje trošila!

*Kada bi struja trošila bila isprekidana (diskontinuirana), tada bi u intervalima kada je struja trošila jednaka nuli, napon na trošilu bio po iznosu jednak naponu protuelektromotorne sile  $E$ . Dakle protuelektromotorna sila  $E$  bi se vidjela u valnom obliku napona na trošilu. To se lijepo može vidjeti na prikazanim valnim oblicima.*



Srednja vrijednost napona na trošilu računa se prema izrazu

$$\begin{aligned} U_{d\text{ avg}} &= U_d \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} U_s \sin(\omega t) d(\omega t) = \\ &= \frac{2U_s}{\pi} \cos(\alpha) = U_{d0} \cos(\alpha) \end{aligned}$$

Što daje numeričko rješenje

$$\begin{aligned} U_{d\alpha} &= \frac{2U_s}{\pi} \cos(\alpha) = 0,64 U_s \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ &= 0,64 \cdot 110\sqrt{2} \cdot 0,71 = 70 \text{ V} \end{aligned}$$

$$U_{d\alpha} = 70 \text{ V}$$

Srednju vrijednost struje trošila određuju srednja vrijednost napona trošila, protuelektromotorna sila i otpor trošila (dobro je nacrtati nadomjesnu shemu izlaznog kruga sklopa)

$$I_d = \frac{U_{d\alpha} - E_1}{R_d} = \frac{70 - 30}{5} = 8 \text{ A}$$

Svaki od tiristora u sklopu vodi struju trošila polovicu periode ( $T/2$ ), pa je srednja vrijednost struje tiristora T1 jednaka

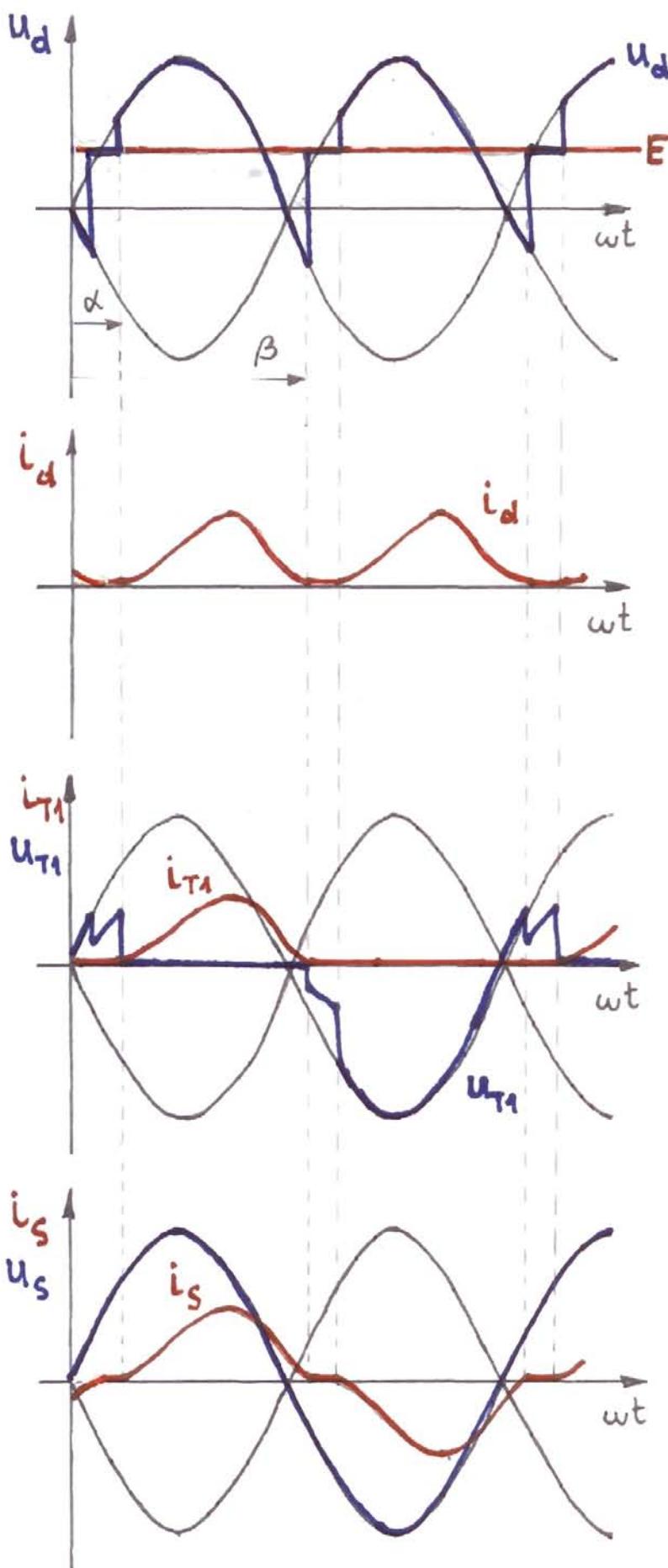
$$I_{T1\text{ avg}} = \frac{I_d}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ A}$$

Kod računanja efektivne vrijednosti u nazivniku se pojavljuje drugi korijen

$$I_{T1\text{ rms}} = \frac{I_d}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 5,66 \text{ A}$$

Struja izmjeničnog izvora je pravokutnog oblika amplitude  $I_d$ , pa je njena efektivna vrijednost jednaka amplitudi!

$$I_{S\text{ rms}} = I_d = 8 \text{ A}$$



Valni oblici na ovoj stranici prikazuju slučaj **isprekidane struje** kod fazno upravlјivog ispravljачa s induktivnim trošilom i protuektromotornom silom. Vremenska konstanta trošila nije dovoljno velika da održi neprekinuti tok struje.

U valnom obliku napona na trošilu sada se protuektromotorna sila  $E$  vidi kada ne teče struja trošila. Ukoliko je iznos protuektromotorne sile jednak nuli, tada je u tom intervalu napon na trošilu jednak nuli!

Srednju vrijednost napona i struje trošila sada više nije tako jednostavno izračunati (detaljni izvodi mogu se pronaći u literaturi), jer je potrebno izračunati kut  $\beta$  kod kojega dolazi do prestanka toka struje trošila u svakoj poluperiodi.

Ukoliko se sklop nalazi na samoj granici isprekidanog načina rada, valni oblik struje mreže je vrlo sličan sinusnom, pa nas to može zavarati u donošenju zaključaka.

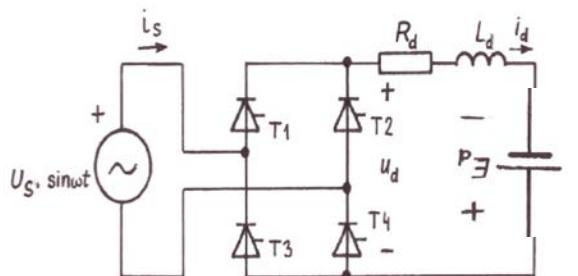
## UE – Zadaci za vježbu – 1FM

---

**3.** Fazno upravljeni ispravljač u jednofaznom mosnom spoju (kratica 1FM) napaja napaja jako induktivno trošilo ( $L_d \gg R_d$ ), tako da je struja trošila  $i_d$  neispredidana i nevalovita. U krugu trošila nalazi se izvor protueletromotorne sile  $E_2$ . Odgovorite u kojem načinu rada radi fazno upravljeni ispravljač uz zadane podatke. Za zadani kut upravljanja nacrtajte karakteristične valne oblike napona i struje trošila ( $u_d$ ,  $i_d$ ), napona i struje mreže ( $u_s$ ,  $i_s$ ), te napona i struje tiristora T1 ( $u_{T1}$ ,  $i_{T1}$ ). Izračunajte srednju vrijednost napona na trošilu  $U_{d\alpha}$  i srednju vrijednost struje trošila  $I_d$ . Izračunajte također srednju i efektivnu vrijednost struje tiristora ( $I_{T1\text{avg}}$ ,  $I_{T1\text{rms}}$ ), te efektivnu vrijednost struje izmjeničnog izvora ( $I_{S,\text{rms}}$ ). Izračunajte srednju snagu  $P_S$  koju istosmjerni izvor predaje izmjeničnoj mreži, te srednju snagu  $P_R$  koja se disipira na otporu  $R_d$ . Nacrtajte *upravljačku karakteristiku* fazno upravljenog ispravljača pri radu uz jako induktivno trošilo i neispredidanu struju trošila. Razmislite kako bi izgledala upravljačka karakteristika ukoliko je struja trošila ispredidana?

Zadani su podaci:

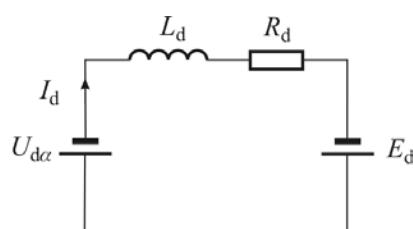
- napon izmjeničnog izvora  $u_s(t) = 110 \sqrt{2} \sin(314t)$ ,
- kut upravljanja  $\alpha = 135^\circ \text{el.}$
- djelatni otpor trošila  $R_d = 5\Omega$ ,
- napon protueletromotorne sile  $E_2 = -100 \text{ V}$

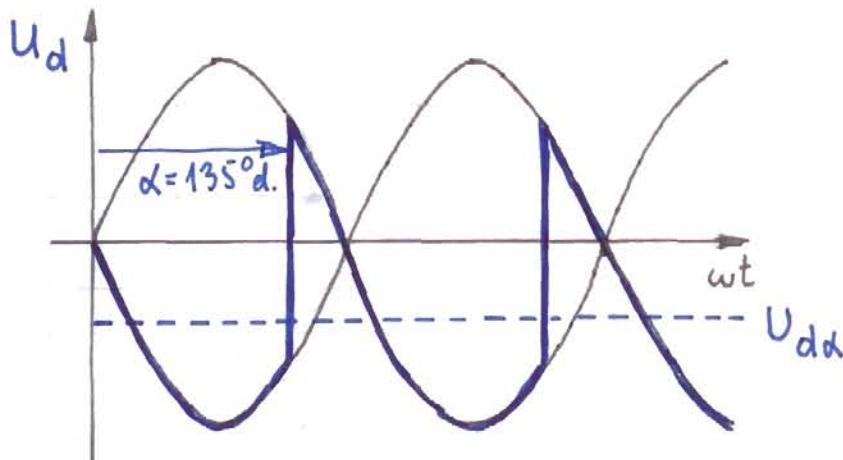



---

U ovom zadatku promijenjen je kut upravljanja tako da omogući izmjenjivački način rada pretvarača. No osim odgovarajućeg kuta upravljanja koji će omogućiti negativnu srednju vrijednost napona na trošilu, potrebno je u krugu trošila osigurati i odgovarajući izvor energije. U ovom slučaju to je istosmjerni izvor  $E_2$ , koji omogućava tok struje trošila u ispravnom smjeru (prema dolje).

Pri proračunu je potrebno paziti na ispravne predznače, pa je opet preporučljivo nacrtati odgovarajuću nadomjesnu shemu za izmjenjivački način rada.





Srednja vrijednost napona na trošilu računa se prema izrazu

$$U_{d\text{ avg}} = U_d = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} U_S \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{2U_S}{\pi} \cos(\alpha) = U_{d0} \cos(\alpha)$$

Što daje numeričko rješenje

$$U_{d\alpha} = \frac{2U_S}{\pi} \cos(135^\circ) = 0,64 U_S \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 0,64 \cdot 110\sqrt{2} \cdot (-0,71) = -70 \text{ V}$$

$$U_{d\alpha} = -70 \text{ V}$$

Srednju vrijednost struje trošila određuju srednja vrijednost napona na trošilu, protuektromotorna sila i otpor trošila (dobro je nacrtati nadomjesnu shemu izlaznog kruga sklopa)

$$I_d = \frac{U_{d\alpha} - E_2}{R_d} = \frac{-70 - (-100)}{5} = 6 \text{ A}$$

Svaki od tiristora u sklopu vodi struju trošila polovicu periode ( $T/2$ ), pa je srednja vrijednost struje tiristora T1 jednaka

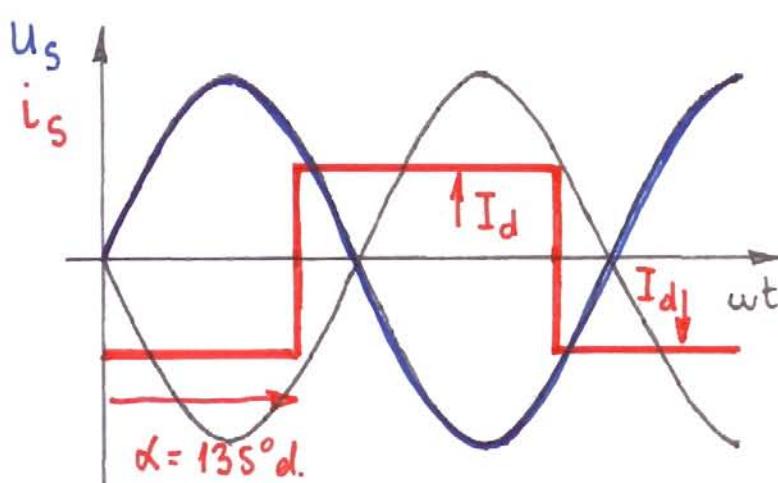
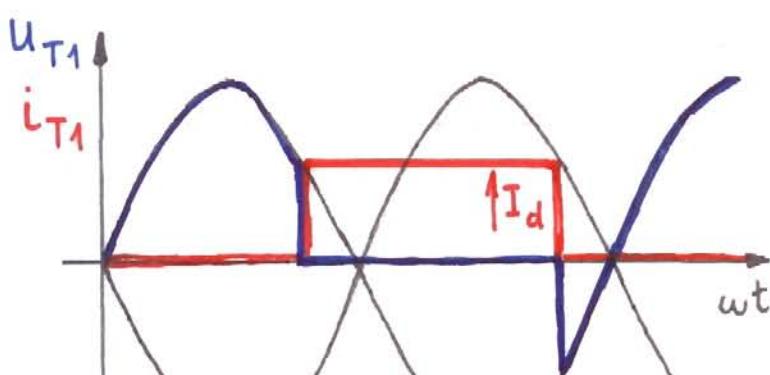
$$I_{T1\text{ avg}} = \frac{I_d}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ A}$$

Kod računanja efektivne vrijednosti u nazivniku se pojavljuje drugi korijen

$$I_{T1\text{ rms}} = \frac{I_d}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 4,24 \text{ A}$$

Struja izmjeničnog izvora je pravokutnog oblika amplitude  $I_d$ , pa je njena efektivna vrijednost jednaka amplitudi!

$$I_{S\text{ rms}} = I_d = 8 \text{ A}$$



## UE – Zadaci za vježbu – 1FM

---

U izmjenjivačkom načinu rada istosmjerni sustav (izvor) predaje energiju izmjeničnom sustavu (mreži). U ovom slučaju se snaga istosmjernog izvora troši na povrat energije u izmjenični sustav (snaga  $P_s$ ), a dio se pretvara u toplinu na otporu  $R_d$  (snaga  $P_R$ ).

Može se napisati jednakost

$$P_{dc} = P_S + P_R$$

$$E_2 \cdot I_d = U_{d\ avg} \cdot I_d + I_d^2 \cdot R_d$$

Slijedi tražena snaga koja se disipira na otporniku  $P_R = I_d^2 \cdot R_d = 6^2 \cdot 5 = 180 W$

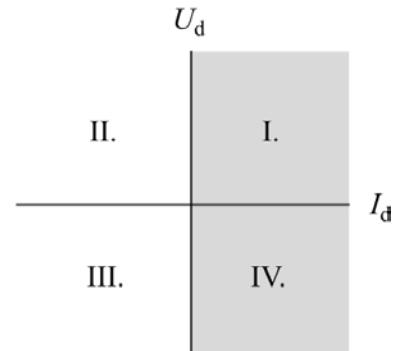
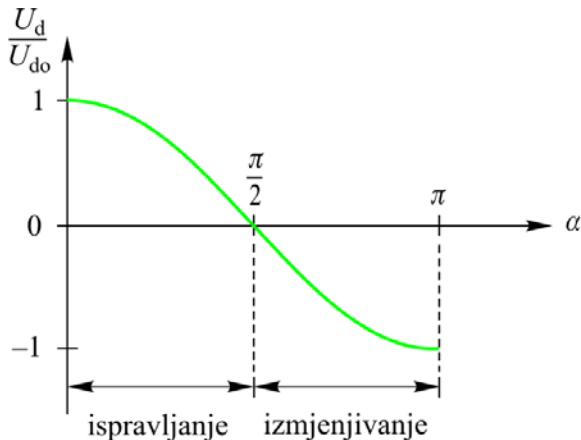
Snaga koja se predaje izmjeničnom izvoru

$$P_S = U_{d\ avg} \cdot I_d = 70 \cdot 6 = 420 W$$

Za provjeru, snaga istosmjernog izvora je

$$P_{dc} = E_2 \cdot I_d = 100 \cdot 6 = 600 W$$

Upravljačka karakteristika fazno upravlјivog ispravljača – usmjerivača ima oblik (uz pretpostavku kontinuirane struje trošila):

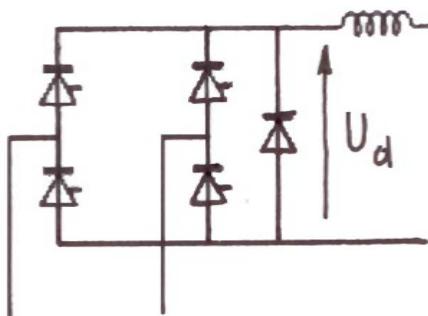


Pokušajte sami skicirati kako bi izgledala upravljačka karakteristika ukoliko struja trošila postaje isprekidana s povećanjem kuta upravljanja!

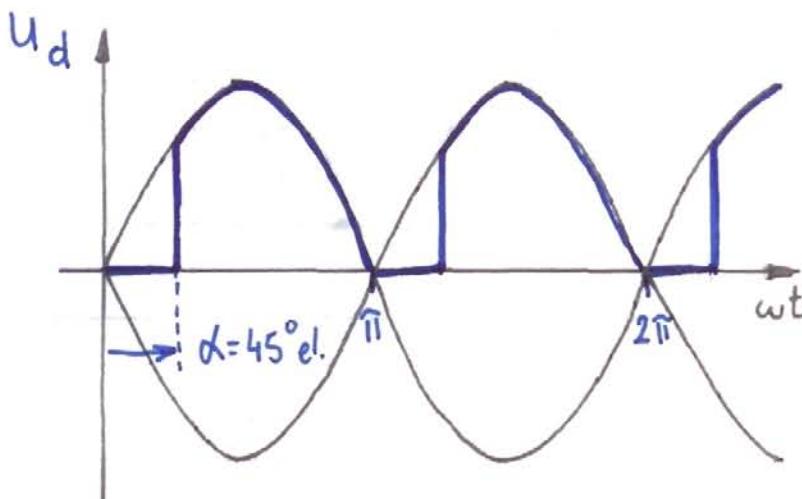
4. Fazno upravlјivom ispravljaču u jednofaznom mosnom spoju, koji napaja napaja jako induktivno trošilo ( $\omega L_d \gg R_d$ ), paralelno trošilu dodana je *poredna dioda PD*. Za zadani kut upravljanja  $\alpha$  nacrtajte karakteristične valne oblike napona i struje trošila ( $u_d$ ,  $i_d$ ), napona i struje mreže ( $u_s$ ,  $i_s$ ), napona i struje tiristora T1 ( $u_{T1}$ ,  $i_{T1}$ ), te napona i struje poredne diode ( $u_D$ ,  $i_D$ ). Izračunajte srednju vrijednost napona na trošilu  $U_{da}$  i srednju vrijednost struje trošila  $I_d$ . Izračunajte također srednju i efektivnu vrijednost struje tiristora ( $I_{T1avg}$ ,  $I_{T1rms}$ ), te efektivnu vrijednost struje izmjeničnog izvora ( $I_{S,rms}$ ). Nacrtajte *upravljačku karakteristiku* fazno upravlјivog ispravljača s porednom diodom pri radu uz jako induktivno trošilo i neisprekidanu struju trošila.

Zadani su podaci:

- napon izmjeničnog izvora  $u_s(t) = 110 \sqrt{2} \sin(314t)$ ,
- kut upravljanja  $\alpha = 45^\circ$ el.
- djelatni otpor trošila  $R_d = 5\Omega$ .



Dodavanje poredne diode paralelno trošilu ima nekoliko učinaka. Ponajprije, poredna dioda sprječava pojavu negativnog napona na trošilu, pa stoga onemogućava stvaranje negativne srednje vrijednosti napona na trošilu. Pretvarač više ne može raditi u izmjenjivačkom načinu rada, već samo u jednom kvadrantu (pozitivni napon i struja) kao ispravljač. Pozitivni učinak poredne diode je smanjivanje jalove snage kojom pretvarač opterećuje mrežu. Za istu djelatnu snagu P predanu trošilu, jalova snaga Q kojom se opterećuje mreža kod pretvarača s porednom diodom je manja od one kod pretvarača bez poredne diode. Može se reći da poredna dioda odtereće izmjeničnu mrežu, preuzevši dio struje trošila. Jednaki učinak kao dodavanje poredne diode ima uporaba tzv. poluupravlјivih spojeva (vidi predavanja) koji se sastoje od 2 diode i dva tiristora (simetrična i nesimetrična inačica).



Srednja vrijednost napona na trošilu računa se prema izrazu jednakom onome za djelatno trošilo

$$\begin{aligned} U_{d \text{ avg}} &= U_d = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi U_s \sin(\omega t) d(\omega t) \\ &= \frac{U_s}{\pi} (1 + \cos(\alpha)) = \\ &= \frac{U_{d0}}{2} (1 + \cos(\alpha)) \end{aligned}$$

Što daje numeričko rješenje

$$\begin{aligned} \frac{110\sqrt{2}}{\pi} \left( 1 + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \right) &= \\ &= 49,5(1 + 0,71) \\ &= 84,5 \text{ V} \end{aligned}$$

$$U_{da} = 84,5 \text{ V}$$

Srednju vrijednost struje trošila određuju srednja vrijednost napona trošila i otpor trošila

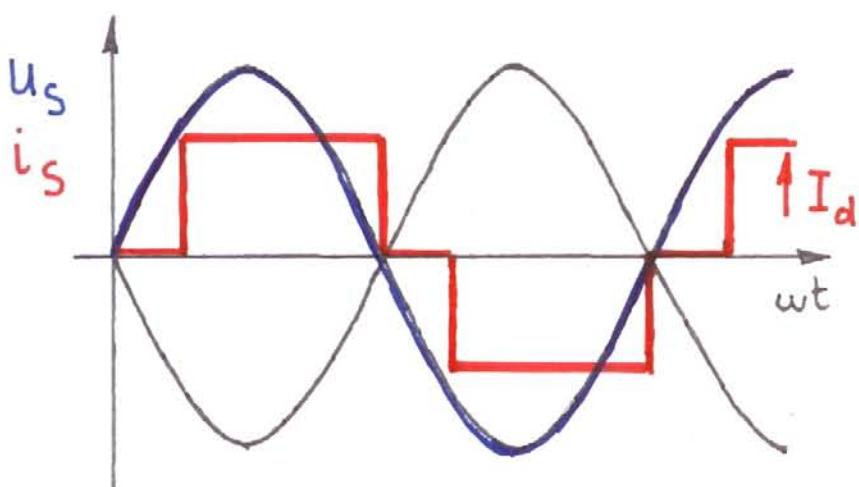
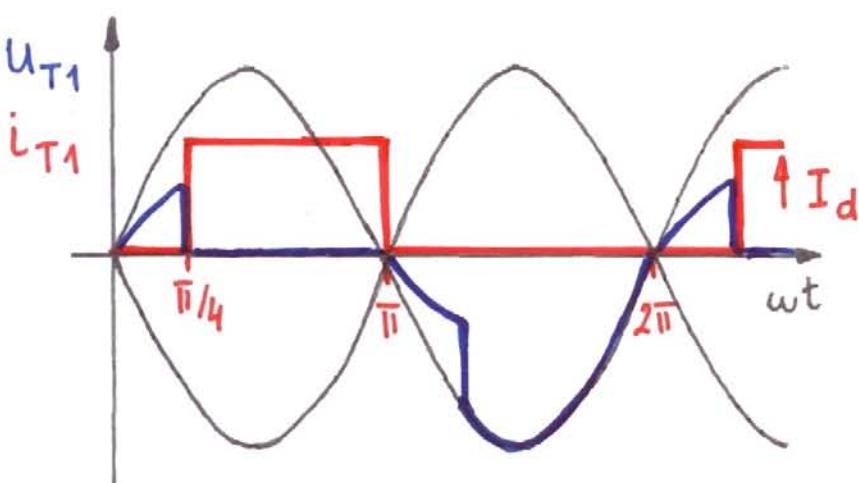
$$I_d = \frac{U_d}{R_d} = \frac{84,5}{5} = 16,9 \text{ A}$$

Poredna dioda PD skraćuje vrijeme vođenja svakog tiristora za električki kut, pa je trajanje vođenja svakog tiristora ( $\Pi - \alpha$ ). Stoga je srednja vrijednost struje tiristora T1 jednaka

$$\begin{aligned} I_{T1 \text{ avg}} &= I_d \cdot \frac{\pi - \alpha}{2\pi} = I_d \cdot \frac{\pi(1 - 0,25)}{2\pi} \\ &= \\ &= 16,9 \cdot 0,375 = 6,34 \text{ A} \end{aligned}$$

Slično slijedi za efektivnu vrijednost struje tiristora T1

$$\begin{aligned} I_{T1 \text{ rms}} &= I_d \cdot \sqrt{\frac{\pi - \alpha}{2\pi}} \\ &= I_d \cdot \sqrt{\frac{\pi(1 - 0,25)}{2\pi}} = \\ &= 16,9 \cdot \sqrt{0,375} = 10,35 \text{ A} \end{aligned}$$



## UE – Zadaci za vježbu – 1FM

Struja izmjeničnog izvora je kvazipravokutnog oblika amplitude  $I_d$ , te trajanja pulsa ( $\Pi-\alpha$ ) pa je slijedi efektivna vrijednost

$$I_{S\,rms} = I_d \cdot \sqrt{\frac{\pi - \alpha}{\pi}} = I_d \cdot \sqrt{0,75} = 16,9 \cdot 0,87 = 14,6 \text{ A}$$

### Komentirajmo rezultate.

Upravljačka karakteristika spoja s porednom diodom jednaka je karakteristici spoja bez poredne diode, ali s djelatnim trošilom. Moguć je samo jednokvadrantni rad; jedan smjer struje trošila i jedan polaritet izlaznog napona. Smanjenje negativnog utjecaja na mrežu uočljivo je iz valnih oblika napona i struje izmjeničnog izvora.

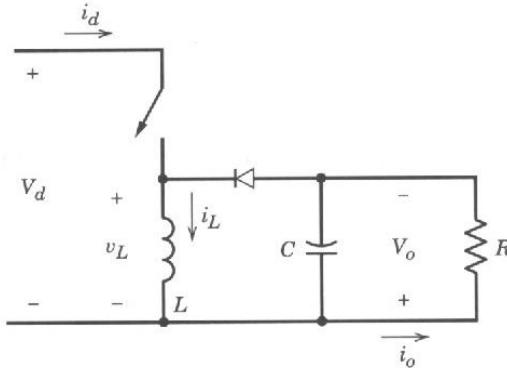
Struja izmjeničnog izvora (mreže) sada je kvazipravokutna. Pojavljuje se interval trajanja u kojem je struja izvora jednaka nuli (struju trošila tada vodi poredna dioda). To znači da se efektivna vrijednost struje izvora smanjuje s povećanjem kuta upravljanja. Poredna dioda odtereće izmjenični izvor.

Pokušajte na valnom obliku struje izvora ucrtati osnovni harmonik struje! Koliki je njegov kut u odnosu na napon? Usporedite ga s kutom upravljanja  $\alpha$ .

**Za one koji žele znati više**, pokušajte izračunati faktor snage pretvarača s porednom diodom (za podatke zadane u zadatku)  $\lambda=P/S$  ! Nakon toga je faktor snage pretvarača bez poredne diode (s induktivnim trošilom, bez protuelektromotorne sile  $E$ ) koji trošilu predaje jednaku djelatnu snagu  $P_d$  kao pretvarač sa porednom diodom. Pri tome morate naravno izračunati za to potreban kut upravljanja!

AUDITORNE VJEŽBE  
ISTOSMJERNI PRETVARAČI (BEZ GALVANSKOG ODVAJANJA)

---



**1. Silazno-uzlazni istosmjerni pretvarač** radi na frekvenciji  $f = 20 \text{ kHz}$ ,  $L = 0.05 \text{ mH}$ . Izlazni kondenzator je dovoljno velik tako da se može zanemariti valovitost izlaznog napona. Ulagani napon je  $V_i = 15 \text{ V}$ . Zahtjeva se regulacija izlaza na  $V_o = 10 \text{ V}$ . Pretvarač napaja teret snage  $10 \text{ W}$ . Izračunajte faktor vođenja  $D$ , koji je potreban da bi uz dane parametre kruga izlazni napon bio  $V_o = 10 \text{ V}$ ?

*Rješenje:*

Izračunajmo najprije izlaznu struju pretvarača, pomoću definirane izlazne snage

$$I_o = P_o / V_o = 10 \text{ W} / 10 \text{ V} = 1 \text{ A}$$

Početno nam je nepoznat način rada pretvarača. Ako prepostavimo granični način rada (granica između isprekidanog i neisprekidanog načina rada), tada vrijedi:

$$\frac{D}{1-D} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{10}{15}$$

$$D = 0.4 \quad (\text{početna prepostavka})$$

U T-4 izведен je izraz za graničnu vrijednost struje ovog pretvarača

$$I_{OB} = \frac{T_s \cdot V_o}{2 \cdot L} \cdot (1 - D)^2$$

Očigledno je maksimalna vrijednost gornjeg izraza dosegnuta za  $D = 1$  i iznosi

$$I_{OB,\max} = \frac{T_s \cdot V_o}{2 \cdot L} = \frac{50\mu \cdot 10}{2 \cdot 0.05m} = 5 \text{ A}$$

U rješavanju našeg problema stoga ćemo prepostaviti  $D = 0.4$  i  $I_{OB,\max} = 5 \text{ A}$ , te slijedi izraz za graničnu izlaznu struju

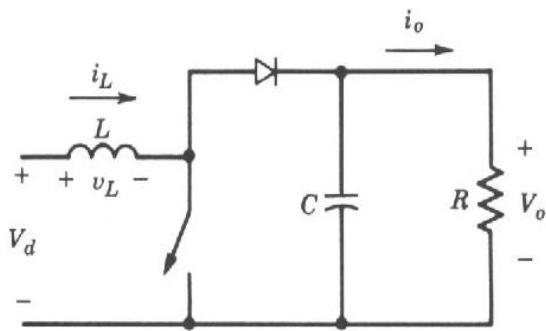
$$I_{OB} = I_{OB,\max} (1 - D)^2$$

$$= 5 \cdot (1 - 0.4)^2 = 5 \cdot 0.6^2 = 1.8 \text{ A}$$

Budući da je izlazna struja u našem slučaju  $I_o = 1 \text{ A}$  manja od granična izlazne struje  $I_{OB} = 1.8 \text{ A}$ , zaključujemo da pretvarač radi u isprekidanom režimu rada za koji vrijedi:

$$D = \frac{V_o}{V_i} \sqrt{\frac{I_o}{I_{OB,\max}}} = \frac{10}{15} \sqrt{\frac{1}{5}} = 0.3$$

AUDITORNE VJEŽBE  
ISTOSMJERNI PRETVARAČI (BEZ GALVANSKOG ODVAJANJA)



2. U izlaznom istosmjernom pretvaraču potrebno je održati konstantnu vrijednost izlaznog napona jednaku  $U_o = 48$  V pomoću promjene faktora vođenja  $D$ . Ulazni napon mijenja se u granicama od  $12V < U_i < 36V$ . Maksimalna izlazna snaga je  $P_o = 120$  W. Zahtijeva se da pretvarač radi u isprekidanom režimu rada, a sklopna frekvencija je  $f_s = 50$  kHz.

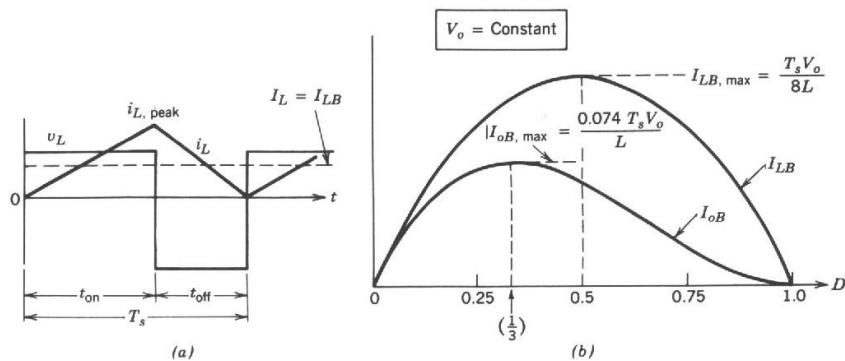
Pretpostavlja se da su komponente idealne, a  $C$  vrlo velik. Potrebno je izračunati najveću dopuštenu vrijednost induktiviteta prigušnice  $L$ !

*Rješenje:*

Polazni su podaci:  $U_o = 48$  V;  $T_s = 1/f_s = 20 \mu s$ ;  $I_{o,max} = P_{o,max}/U_o = 120/48 = 2.5A$

Da bi pronašli maksimalnu vrijednost  $L$  uz koju pretvarač još radi u neisprekidanom načinu rada, u analizi ćemo pretpostaviti da je struja prigušnice  $I_L$  na rubu neisprekidanog načina rada.

Za zadani opseg vrijednosti ulaznog napona  $U_i$  ( $12 - 36$  V), slijedi raspon omjera vođenja  $D = 0.75 - 0.25$  (vidi karakteristiku pretvarača, odgovarajuću transformatorsku jednadžbu u T-4). Za taj raspon vrijednosti  $D$ , granična vrijednost izlazne struje  $I_{OB}$  ima minimalnu vrijednost pri  $D = 0.75$ , što slijedi iz slike 13 u T-4 koja je ovdje ponovljena.



Odgovarajućim se uvrštavanjem u izraz za  $I_{OB}$  i izjednačavanjem s  $I_{OB,max}=2.5A$  dobiva konačno traženo rješenje:

$$I_{OB} = I_{OB,max} = \frac{T_s \cdot V_o}{2 \cdot L} \cdot D \cdot (1-D)^2$$

$$L = \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot 48}{2 \cdot 2.5} \cdot 0.75 \cdot (1-0.75)^2 = 9 \mu H$$

AUDITORNE VJEŽBE  
ISTOSMJERNI PRETVARAČI (BEZ GALVANSKOG ODVAJANJA)

---

3. Uzlazni pretvarač ( $U_i=48$ ,  $U_o=60V$ ,  $L=1.2mH$ ,  $R=1\Omega$ ) radi s periodom  $T=T_1+T_2=1/f$ . Upravljivi ventil (tranzistor) vodi tijekom intervala  $T_1 = 1$  ms.

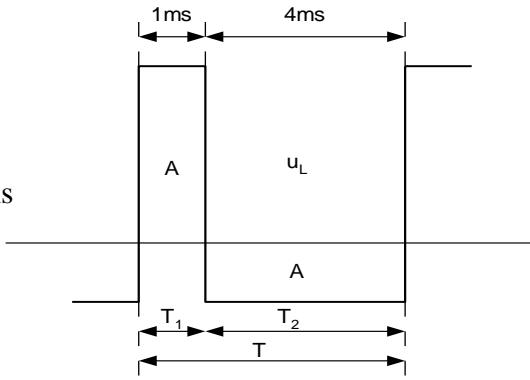
- Izračunajte radnu frekvenciju  $f$  i nacrtajte valni oblik napona na prigušnici.
- Izračunajte srednju vrijednost struje kroz prigušnicu.
- Nacrtajte valni oblik struje prigušnice te izračunajte njenu maksimalnu i minimalnu vrijednost.
- Nacrtajte valni oblik struje kondenzatora te izračunajte njenu efektivnu vrijednost.

*Rješenje:*

- Napon na prigušnici u ustaljenom je stanju izmjeničan, te vrijedi:

$$\begin{aligned} U_i \cdot T_1 &= (U_2 - U_1) \cdot (T - T_1) \\ &= (U_2 - U_1) \cdot T - U_2 \cdot T_1 + U_1 \cdot T_1 \\ (U_2 - U_1) \cdot T &= U_2 \cdot T_1 \\ f &= \frac{1}{T} = \frac{U_2 - U_1}{U_2} \cdot \frac{1}{T_1} = \frac{60 - 48}{60} \cdot \frac{1}{10^{-3}} = 200Hz \\ T &= \frac{1}{f} = 5ms \end{aligned}$$

$$A=48V \times 1ms = 12V \times 4ms$$



Napon na prigušnici

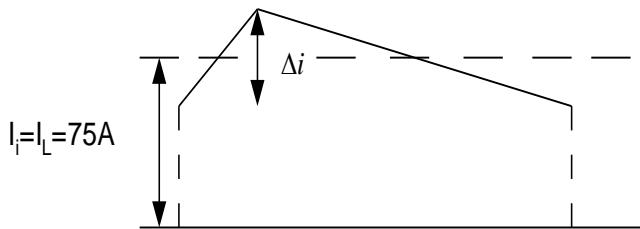
- Ako zanemarimo gubitke:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_2 \\ U_i \cdot I_i &= U_o \cdot I_o \\ U_i \cdot I_i &= U_o \cdot \frac{U_o}{R} \\ I_i &= \frac{U_o^2}{R} \cdot \frac{1}{U_i} = \frac{60^2}{48} \cdot \frac{1}{1} = 75A \end{aligned}$$

AUDITORNE VJEŽBE  
ISTOSMJERNI PRETVARAČI (BEZ GALVANSKOG ODVAJANJA)

---

c)

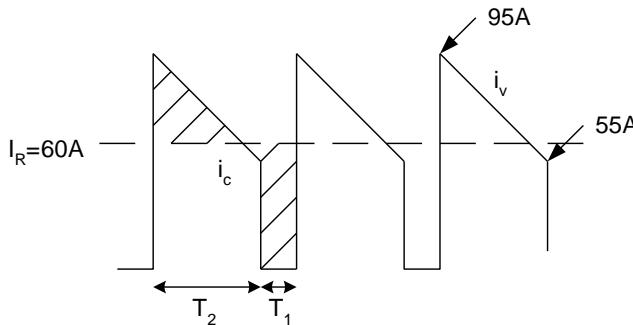


$$u = L \frac{di}{dt}$$

$$\Delta i = \int_{\text{I}}^{\text{I}'} di = \frac{\int u dt}{L} = \frac{48[\text{Vms}]}{1.2[\text{mH}]} = 40A$$

$$\overset{\circ}{I} = 75 - \frac{1}{2} \cdot 40 = 55A; \quad \overset{\circ}{I} = 75 + 20 = 95A$$

d) struja kondenzatora  $i_c$  je izmjenična komponenta struje kroz diodu (prepostavlja se da je napon na kondenzatoru dovoljno gladak).



Efektivna vrijednost struje diode (na intervalu  $T_2$ ) dobiva se primjenom Simpsonovog pravila za efektivne vrijednosti (može li i drugačije?)

$$I_{Def} = \sqrt{\left( \frac{95^2 + 4 \cdot 75^2 + 55^2}{6} \right)} = 76A$$

a uzeto na intervalu  $T$ :  $I_D = \sqrt{\frac{4}{5}} \cdot I_{Def} = \sqrt{\frac{4}{5}} \cdot 76 = 68A$

Stoga,  $I_C = \sqrt{(I_D^2 - I_R^2)} = \sqrt{(68^2 - 60^2)} = 32A$

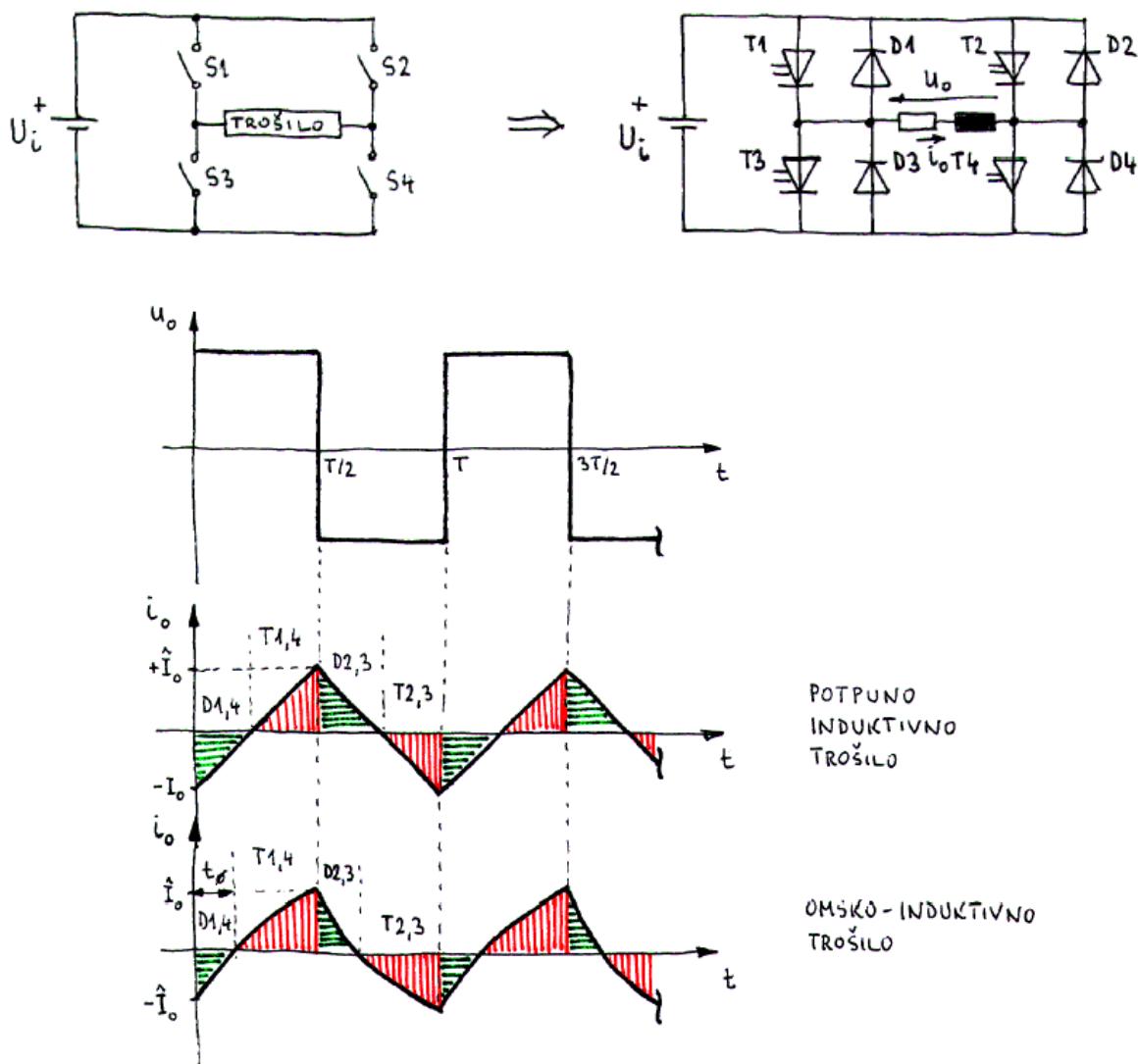
$$F_{AV} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt \approx \frac{1}{6} \left[ f(t_0) + 4 \cdot f\left(t_0 + \frac{T}{2}\right) + f(t_0 + T) \right]$$

$$F_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{6} \left[ f^2(t_0) + 4 \cdot f^2\left(t_0 + \frac{T}{2}\right) + f^2(t_0 + T) \right]}$$

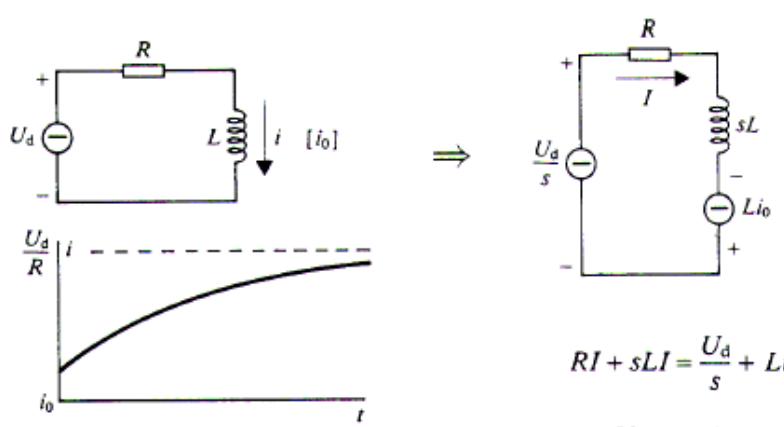
AUDITORNE VJEŽBE  
ISTOSMJERNI PRETVARAČI (BEZ GALVANSKOG ODVAJANJA)

---

## PRAVOKUTNA MODULACIJA



## EXAMPLE B.5

*RL circuit: charging*

$$i = \frac{U_d}{R} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right] + i_0 \cdot \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

$$I = \frac{U_d}{L} \frac{1}{s(s + R/L)} + i_0 \frac{1}{s + R/L}$$

$$i_o(t) = i_f(t) + i_n(t)$$

$$= \frac{V_{dc}}{R} + Ae^{-t/\tau}, \quad 0 \leq t \leq \frac{T}{2}$$

, gdje je A konstanta koja se izračunava iz početnog uvjeta i  $\tau = L/R$ .

U trenutku  $t = T/2$ , sklopke S1 i S2 se otvaraju, a sklopke S3 i S4 se zatvaraju. Napon na R-L trošilu postaje negativan iznosa  $-V_{dc}$  pa struja poprima oblik:

$$i_o(t) = \frac{-V_{dc}}{R} + Be^{-(t-T/2)/\tau}, \quad \frac{T}{2} \leq t \leq T$$

, gdje je B konstanta koja se izračuna iz početnog uvjeta.

Kada se sklop po prvi puta priključuje na izvor napajanja, struja kroz prigušnicu je nula te se javlja prijelazna pojava dok struja ne dosegne stacionarno stanje. U stacionarnom stanju,  $i_o$  je periodična i simetrična oko nule.

Izračunavanje konstanti A, odnosno B:

$$i_o(0) = \frac{V_{dc}}{R} + Ae^0 = I_{min}$$

$$A = I_{min} - \frac{V_{dc}}{R}.$$

$$i_o(T/2) = \frac{-V_{dc}}{R} + Be^0 = I_{max}$$

$$B = I_{max} + \frac{V_{dc}}{R}.$$

Stoga, u stacionarnom stanju valni oblik struje trošila ima slijedeći oblik:

$$i_o(t) = \begin{cases} \frac{V_{dc}}{R} + \left( I_{min} - \frac{V_{dc}}{R} \right) e^{-t/\tau} & za \quad 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ \frac{-V_{dc}}{R} + \left( I_{max} + \frac{V_{dc}}{R} \right) e^{-(t-T/2)/\tau} & za \quad \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases}$$

Maksimalna vrijednost struje trošila:

$$i_o(T/2) = I_{max} = \frac{V_{dc}}{R} + \left( I_{min} - \frac{V_{dc}}{R} \right) e^{-(T/2\tau)}$$

U stacionarnom stanju vrijedi  $I_{max} = -I_{min}$ , što nakon uvrštavanja u prehodni izraz daje:

$$I_{max} = -I_{min} = \frac{V_{dc}}{R} \left[ \frac{1 - e^{-T/2\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}} \right].$$

Snaga koju apsorbira trošilo:

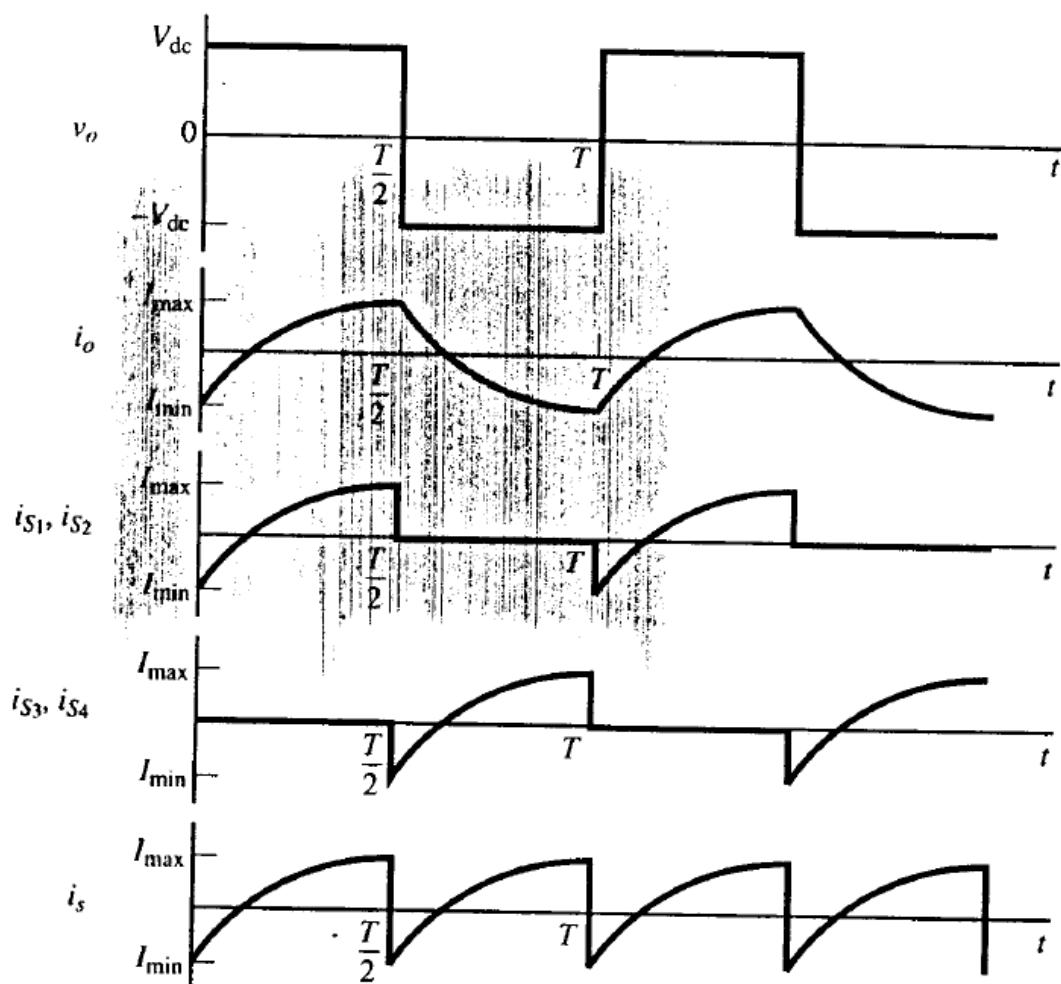
$$P = I_{rms}^2 \cdot R$$

, gdje je  $I_{rms}$  efektivna vrijednost struje trošila određena slijedećim izrazom:

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot d(t)} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/2} \left[ \frac{V_{dc}}{R} + \left( I_{min} - \frac{V_{dc}}{R} \right) \cdot e^{-t/\tau} \right]^2 \cdot dt}$$

Ako se zanemare gubici na sklopkama, snaga koju daje izvor je jednaka snazi koju apsorbira trošilo i iznosi:

$$P_{dc} = I_{dc} \cdot V_{dc}$$



Slika 3. Pravokutni napon i struja R-L trošila u stacionarnom stanju

**Z0** Izmjenjivač u mosnom spoju opterećen R-L trošilom  
Pravokutna modulacija

Podaci: sklopna frekvencija  $f_s = 60 \text{ Hz}$ , ulazni napon  $V_{dc} = 100 \text{ V}$ , trošilo:  $R = 10 \Omega$ ,  $L = 25 \text{ mH}$ .

Odredite:

- a) izraz za struju trošila
- b) snagu koju apsorbira trošilo
- c) srednju struju izvora!

Rješenje:

a)

$$T = 1/f = 1/60 = 0.0167 \text{ s}$$

$$\tau = L/R = 0.025/10 = 0.0025 \text{ s}$$

$$T/2\tau = 6.67$$

$$I_{\max} = -I_{\min} = \frac{V_{dc}}{R} \left[ \frac{1 - e^{-T/2\tau}}{1 + e^{-T/2\tau}} \right].$$

$$I_{\max} = -I_{\min} = \frac{100}{10} \left[ \frac{1 - e^{-6.67}}{1 + e^{-6.67}} \right] = 9.31$$

$$i_o(t) = \begin{cases} \frac{V_{dc}}{R} + \left( I_{\min} - \frac{V_{dc}}{R} \right) \cdot e^{-t/\tau} & za \quad 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ \frac{-V_{dc}}{R} + \left( I_{\max} + \frac{V_{dc}}{R} \right) \cdot e^{-(t-T/2)/\tau} & za \quad \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases}$$

$$i_o(t) = \begin{cases} \frac{100}{10} + \left( -9.31 - \frac{100}{10} \right) \cdot e^{-t/0.0025} = 10 - 19.31 \cdot e^{-t/0.0025} & za \quad 0 \leq t \leq \frac{1}{120} \\ \frac{-100}{10} + \left( 9.31 + \frac{100}{10} \right) \cdot e^{-(t-0.0167/2)/0.0025} = \\ = -10 + 19.31 \cdot e^{-(t-0.0167/2)/0.0025} & za \quad \frac{1}{120} \leq t \leq \frac{1}{60} \end{cases}$$

b)

$$\begin{aligned} I_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot dt} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/2} \left[ \frac{V_{dc}}{R} + \left( I_{\min} - \frac{V_{dc}}{R} \right) \cdot e^{-t/\tau} \right]^2 \cdot dt} \\ &= \sqrt{\frac{1}{120} \int_0^{1/120} [(10 - 19.31) \cdot e^{-t/0.0025}]^2 \cdot dt} = 6.64 \text{ A} \end{aligned}$$

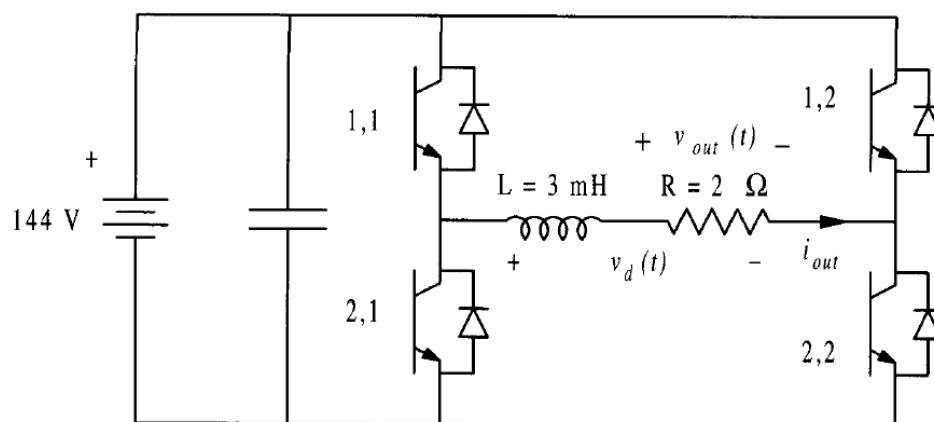
$$P = I_{rms}^2 \cdot R = 6.64^2 \cdot 10 = 441 \text{ W}$$

c) Uz zanemarenje gubitaka, snaga izvora je jednaka snazi koju apsorbira teret.

$$I_s = \frac{P_{dc}}{V_{dc}} = \frac{441}{100} = 4.41 A$$

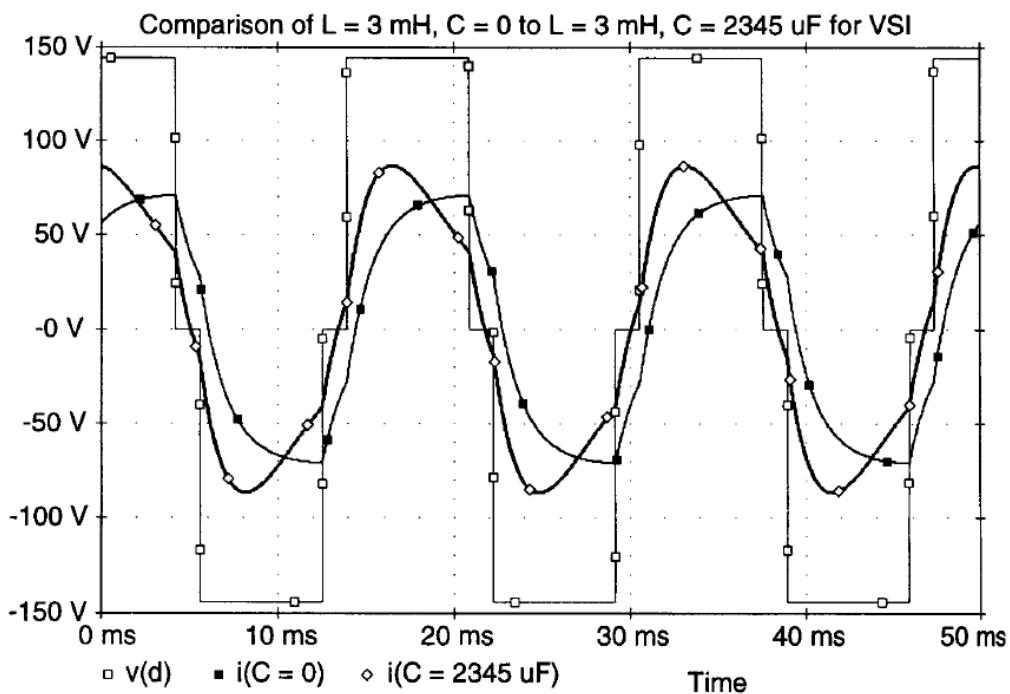
### Z1

Izmjenjivač s naponskim ulazom (VSI) napaja trošilo koje se sastoji od otpornika  $R = 2\Omega$  i serijski spojene prigušnice  $L = 3 \text{ mH}$  koja služi kao filter. Izmjenjivač se napaja iz istosmjernog izvora  $V_{in} = 144 \text{ V}$ . Izlazna frekvencija izmjenjivača je  $f_0 = 60 \text{ Hz}$ . Koja je najveća moguća željena komponenta izlazne struje ovog pretvarača i koji napon ona stvara na otporniku R? Ukoliko se kut upravljanja (preklapanja)  $\delta$  postavi na vrijednost  $30^\circ$  koji je Fourierov spektar izlazne struje pretvarača? Izračunajte snagu koja se predaje trošilu pri  $\delta = 30^\circ$ , uvezvi u obzir samo harmonike do petoga!



### Z2

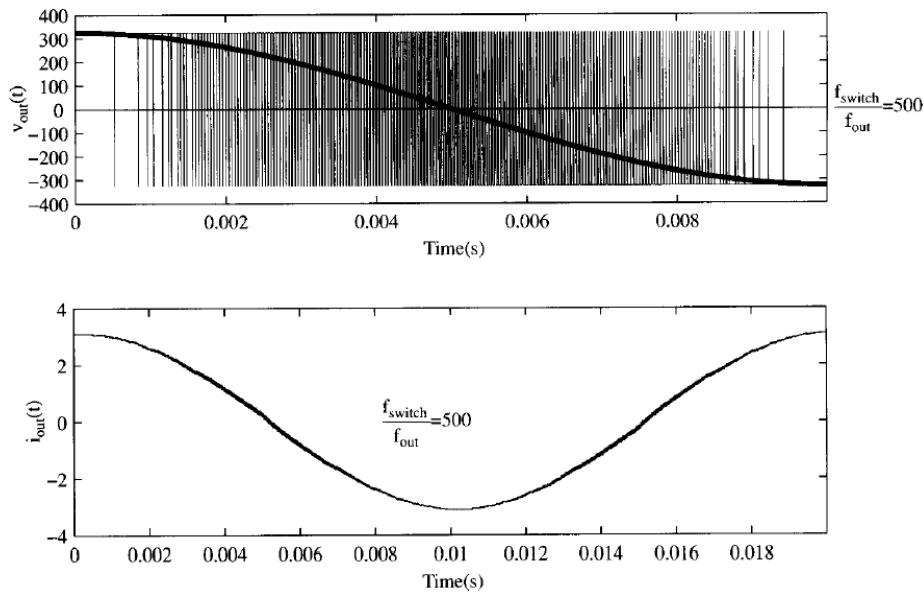
Dodajte trošilu pretvarača iz prethodnog zadatka u seriju još i kondenzator i ponovite analizu!



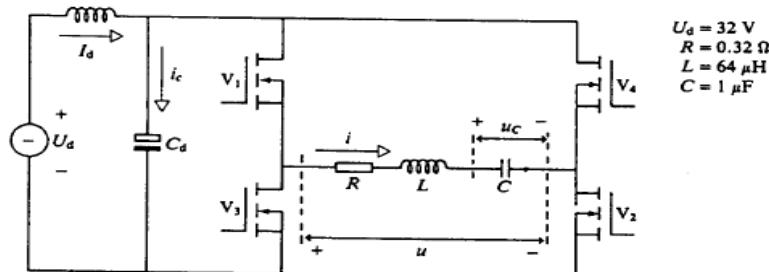
Usporedba valnih oblika izmjenjivača uz RL i RLC trošilo

**Z3**

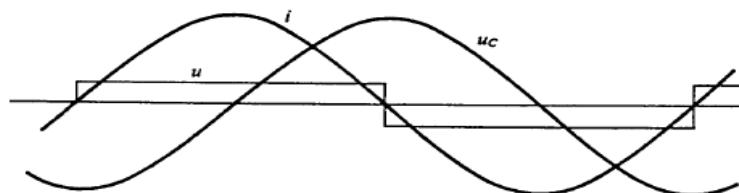
PWM izmjenjivač napaja mali asinkroni motor. Motor ima ulazni induktivitet približno  $40 \text{ mH}$  i pri punom opterećenju uzima  $500 \text{ W}$ . Ulazni istosmjerni napon je  $325 \text{ V}$ , a nazivni napon motora je  $230 \text{ V}$  pri frekvenciji  $50 \text{ Hz}$ . Koju dubinu modulacije (amplitudni indeks modulacije) je potrebno primjeniti pri  $f = 50 \text{ Hz}$ ? Možete li predložiti sklopnu frekvenciju sklopki pretvarača? Koja je dubina modulacije (indeks  $m_a$ ) potrebna ako želimo smanjiti brzinu motora na  $80\%$  nazivne brzine (uz konstantni  $U/f$ )?

**Z4**

Za rezonantni izmjenjivač s naponskim ulazom i serijskim titrajnim krugom potrebno je skicirati valne oblike napona na trošilu  $u(t)$ , napona na kondenzatoru  $u_C(t)$ , te struje trošila  $i(t)$ ! Izračunajte vlastitu (rezonantnu) frekvenciju  $f_0$  i efektivnu vrijednost napona kondenzatora  $U_C$ ! Izračunajte istosmjenu (nevalovitu) struju  $I_d$  naponskog izvora! Izračunajte efektivnu vrijednost struje  $I_C$  kondenzatora  $C_d$  na ulazu u pretvarač!



◆ ◆ ◆



**RJEŠENJA:****Z1**

U opisanom pretvaraču, valni oblik napona  $v_d(t)$  na izlaznim stezaljkama pretvarača dobro je definiran stanjima sklopki. Može se uzeti kao nadomjesni izvor za rješavanje ovog problema. Najveća moguća amplituda napona  $v_d$  ostvaruje se očigledno kada je kut upravljanja jednak  $\delta = 0^\circ$ . Željena komponenta napona  $v_d$  (osnovni harmonik) ima amplitudu  $4V_{in}/\pi = 183,3$  V i efektivnu vrijednost  $2\sqrt{2}V_{in}/\pi = 129,6$  V. Amplituda struje  $i_{out}$  koja odgovara osnovnom harmoniku napona može se odrediti iz nadomjesnog kruga za frekvenciju 60 Hz, a izlazni napon  $v_{out}$  (napon na otporniku, prigušnica samo služi kao filter) jednak je umnošku izračunate struje s vrijednosti otpora R!

$$\left| I_{out(zeljeno)} \right| = \frac{V_{d(EF)}}{R + j\omega L} = 56,43 \text{ A}$$

$$V_{out(zeljeno)} = IR = 112,8 \text{ V}$$

Ovaj se napon može uzeti kao referenca za fazu. Efektivna vrijednost osnovnog harmonika napona na otporniku prema tome je  $V_{out(EF)} = 113$  V.

Podsjetimo se sada Fourierovog reda za kvazipravokutni valni oblik

$$v_d(t) = \frac{2V_{in}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi/2)}{n} [\cos(n\omega_{out}t) + \cos(n\omega_{out}t - n\delta)]$$

$$v_{d(zeljeno)} = \frac{4V_{in}}{\pi} \cos \frac{\delta}{2} \cos \left( \omega_{out}t - \frac{\delta}{2} \right)$$

Ukoliko se kut upravljanja podesi na  $30^\circ$ , amplituda izlaznog napona smanji se za faktor  $\cos(\delta/2) = \cos(15^\circ) = 0,966$ . Svaka pojedina komponenta struje određena je impedancijom  $R+jn\omega_{out}L$ . Za n-tu komponentu, jednadžba Fourierovog reda omogućava nam pisanje svake pojedine komponente u obliku fazora napona

$$\tilde{V}_n = \frac{2\sqrt{2}V_{in}}{\pi} \frac{\sin(n\pi/2)}{n} \cos \left( \frac{n\delta}{2} \right) < (-n\delta/2)$$

Uz odgovarajuću komponentu struje

$$\tilde{I}_n = \frac{\tilde{V}_n}{R + jn\omega_{out}L}$$

Slijedi kratka tablica za prvih nekoliko vrijednosti harmonika pri  $\delta = 30^\circ$

$f$	Fazor $V_d$	Fazor $I_d$
60	$125,2 < -15^\circ$	$54,5 < -45,5^\circ$
180	$30,6 < 135^\circ$	$7,76 < 75,5^\circ$
300	$6,71 < -75^\circ$	$1,12 < -145,5^\circ$

Ukoliko se proračun snage na otporniku uzmu samo prvi, treći i peti harmonik (što je opravdano) snaga će pri  $\delta = 30^\circ$  na otporniku iznositi

$$P = (54,5)^2 R + (7,76)^2 R + (1,12)^2 R = 6,06 \text{ kW}$$

Poznavajući fazore struje možemo napisati točniji izraz za valni oblik struje

$$i_{\text{out}}(t) = 77,1 \cos(120\pi t - 44,5^\circ) + 11 \cos(360\pi t - 75,5^\circ) + 1,58 \cos(600\pi t - 145,5^\circ) + \dots$$

Potpuni oblik Fourierovog reda za struju izgleda ovako

$$i_{\text{out}}(t) = \frac{4V_{\text{in}}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi/2)\cos(n\delta/2)}{n\sqrt{R^2 + n^2\omega_{\text{out}}^2 L^2}} \cos\left[n\omega_{\text{out}}t - \frac{n\delta}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{n\omega_{\text{out}}L}{R}\right)\right]$$

Za napon na otporniku  $v_{\text{out}}(t)$  potrebno je samo gornji izraz pomnožiti s  $R$ .

Iz simuliranih valnih oblika vidljivo je da kvaliteta napona izmjenjivača s RL teretom nije dobra zbog visokog sadržaja harmonika. Povećanjem filterske prigušnice  $L$ , smanjili bi i željenu komponentu napona, pa to nije dobro rješenje. Niskopropusni filter s jednim polom ne može kvalitetno prigušiti harmonike niskog reda. Stoga je zanimljivo proučiti rješenje sa serijskim LRC krugom, dakle postojećem trošilu dodat ćemo još i kondenzator  $C$ . Na taj način dobivamo tzv. rezonantni izmjenjivač.

## Z2

Kapacitet kondenzatora potrebno je odabrati tako da se postigne rezonancija serijskog titrajnog kruga pri željenoj osnovnoj frekvenciji pretvarača, dakle 60 Hz, a to znači

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 120\pi$$

Potrebna vrijednost kondenzatora je  $C = 2345 \mu\text{F}$ . Željena komponenta napona i dalje je  $(4V_{\text{in}}/\pi)\cos(\delta/2)$ . Najveća moguća vrijednost amplitude struje je  $183,3/R = 91,6 \text{ A}$ , što odgovara efektivnoj vrijednosti  $64,8 \text{ A}$

Ukoliko se izračuna impedancija na pojedinim frekvencijama, dobiva se

Frekvencija	Impedancija RLC kombinacije
60	$2 \Omega$
180	$3,62 \Omega$
300	$5,79 \Omega$

Rezonantni filtri pogodni su kada je potrebna konkretna izlazna frekvencija. Najbolji se rezultati postižu primjerice kod izvora neprekinutog napajanja ili u AC rezonantnim međukrugovima istosmjernih pretvarača.

Simulirani valni oblik pokazuje da je valni oblik struje kod LC rezonantnog filtra povoljniji nego kod samo L filtra.

**Z3**

Ukoliko je radna frekvencija pretvarača (sklopna frekvencija) mnogo veća od frekvencije modulacijske funkcije (referentna sinusna funkcija), kroz motor će teći struja sinusnog valnog oblika, premda je na njegovim stezaljkama pravokutni napon s modulacijom širine impulsa. Nominalni napon motora efektivne vrijednosti 230 V podrazumijeva vršnu vrijednost sinusnog napona od 325 V, što odgovara vrijednosti ulaznog istosmjernog napona.

Prema tome dubina modulacije ili amplitudni indeks modulacije moraju biti jednaki 100% ili  $m_a = 1$  pri frekvenciji 50 Hz, jer je tada efektivna vrijednost osnovnog harmonika napona na motoru jednaka 230 V. Mali izmjenični motor može se približno modelirati kao serijski spoj otpornika i induktiviteta ( $RL$ ). Ukoliko se motor pri punom teretu napaja iz izvora sinusnog napona efektivne vrijednosti 230 V i frekvencije 50 Hz struja motora bit će jednaka

$$(230 \text{ V})/Z = (230 \text{ V})/(R+j100\pi L)$$

uz razvijenu snagu

$$P = 500 \text{ W} = |I|^2 R.$$

Ukoliko umjestu sinusnog napona na motor primjenimo napon s modulacijom širine impulsa (PWM), pri dovoljno velikom frekvencijskom indeksu modulacije  $m_f$  trebali bi dobiti isti rezultat. Vrijednost otpora  $R$  može se pronaći pomoću izraza

$$|\bar{I}|^2 R = 500 \text{ W}, \quad |\bar{I}| = \frac{230 \text{ V}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$\frac{(230 \text{ V})^2}{R^2 + \omega^2 L^2} = 500 \text{ W}, \quad 230^2 R = 500 R^2 + \omega^2 L^2$$

Uz poznate podatke  $L = 40 \text{ mH}$  i  $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$ , kvadratna jednadžba ima po  $R$  rješenje  $R = 104,3 \Omega$  (drugo je rješenje nerealno). Stoga je vremenska konstanta  $L/R$  jednaka 0,384 ms. Ukolikose sklopna frekvencija  $f_s$  odabere tako da bude puno brža od izračunate vremenske konstante  $L/R$ , taj će induktivni LR teret uspješno filtrirati sklopnu frekvenciju propuštajući neprigušenu osnovnu frekvenciju 50 Hz. Odaberimo stoga sklopni period  $T_S = 40 \mu\text{s}$  koji odgovara sklopnoj frekvenciji  $f_s = 25 \text{ kHz}$ . Sklopni period je gotovo 10 puta kraći od vremenske konstante tereta  $L/R$ , te čak 500 puta kraći od periode referentne sinusoide (20 ms). Simulirani valni oblici prikazani su na slikama. Struja motora je gotovo idealnog sinusnog valnog oblika, kao što smo i željeli.

Da bi brzinu motora smanjili na 80% nazivne brzine, moramo frekvenciju napona napajanja također smanjiti na 80% nazivne frekvencije, tj. na 40 Hz. Da bi se održao konstantan  $U/f$  omjer potrebno je i napon napajanja motora (efektivnu vrijednost) smanjiti na 80% nazivne vrijednosti, tj. na 184 V. Prepostavivši linearno područje rada (nema premodulacije), amplitudni indeks modulacije treba iznositi 80% ili  $m_a = 0,8 = v_{\text{ref}} / v_{\text{tri}}$ .

*Svojstvo PWM-a:*

Pri amplitudnom indeksu modulacije  $m_a = 1$ , vršna vrijednost osnovnog harmonika napona upravo je jednaka ulaznom istosmjernom naponu.

**Z4**

Radi se o pretvaraču s naponskim ulazom, te je valni oblik napona na trošilu  $u(t)$  pravokutan, što se vidi i na slici. Pretpostavimo da pretvarač radi na rezonantnoj frekvenciji  $f_0$ , te je stoga valni oblik struje trošila sinusan i u fazi s naponom  $u(t)$ . Valni oblik napona na kondenzatoru prema tome je također sinusnog valnog oblika, ali s faznim pomakom od  $90^\circ$  u odnosu na struju trošila.

Vlastita (rezonantna) frekvencija izračunava se pomoću izraza

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{10^6}{\sqrt{64}} = 125 \cdot 10^3 \quad \Rightarrow \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 20 \text{ kHz}$$

Faktor dobrote  $Q$  titravnog kruga jednak je omjeru karakteristične impedancije i otpora titravnog kruga

$$Q = \frac{Z_{LC}}{R} = \frac{\sqrt{LC}}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{64 \cdot 10^{-6} \cdot 125 \cdot 10^{-3}}{0,32} = 25$$

Dakle radi se o prilično velikom faktoru dobrote, kvalitetnom titravnom krugu, te se mogu primjeniti približne formule (izvedene u literaturi).

Tako je vršna vrijednost napona na kondenzatoru približno za faktor dobrote (točnije za faktor  $4Q/\pi$ ) veća od istosmjernog napona u krugu, pa će efektivna vrijednost napona na kondenzatoru biti jednaka

$$U_C = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4Q}{\pi} \cdot U_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4 \cdot 25}{\pi} \cdot 32 = 720 \cdot V$$

dok se efektivna vrijednost struje trošila može izračunati na dva načina

$$I = \frac{U_C}{X_L} = \frac{U_C}{X_C} = \frac{U_C}{\omega_0 L} = \frac{720}{125 \cdot 10^3 \cdot 64 \cdot 10^{-6}} = 90 \text{ A}$$

Istosmjerna (nevalovita) struja izvora  $I_d$  jednaka je ispravljenoj srednjoj vrijednosti sinusne struje trošila  $i(t)$

$$I_d = 0,9 * I = 0,9 * 90 = 81 \text{ A}$$

Ako istosmjerni izvor daje istosmjernu komponentu ispravljene struje trošila  $|i(t)|$ , tada kroz kondenzator teče izmjenična komponenta  $I_C$  ispravljene struje trošila  $|i(t)|$ . Te dvije komponente struje zajedno daju efektivnu vrijednost struje trošila, pa se jednostavno može izračunati efektivna vrijednost struje kondenzatora  $I_C$ .

$$I^2 = I_C^2 + I_d^2$$

$$I_C = \sqrt{I^2 - I_d^2} = \sqrt{90^2 - 81^2} = 39 \text{ A}$$

Uočava se svojstvo rezonantnih pretvarača, a to je da su vršne vrijednosti napona (i struja) znatno veće od istosmjernog napona napajanja, pa su naponska i strujna naprezanja komponenata velika.

Dizajnirajte bipolarni PWM izmjenjivač koji će na izlazu davati napon efektivne vrijednosti 75 V; 60 Hz! Izmjenjivač je spojen na istosmjerni izvor od 150 V. Teret je serijska kombinacija R-L trošila;  $R = 12 \Omega$ ,  $L = 60 \text{ mH}$ . Odaberite sklopnu frekvenciju tako da je  $\text{THD} \leq 10\%$ !

Rješenje.

Potreban indeks amplitudne modulacije:

$$m_a = \frac{V_1}{V_{dc}} = \frac{75 \cdot \sqrt{2}}{150} = 0.707$$

Amplituda struje na 60 Hz:

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_1} = \frac{75 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{12^2 + (2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 0.06)^2}} \frac{75 \cdot \sqrt{2}}{25.6} = 4.14 A$$

Efektivna vrijednost struje harmonika ima ograničenje s obzirom na zahtjev  $\text{THD} \leq 10\%$ .

$$\frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (I_{n,rms})^2}}{I_{1,rms}} < 0.1$$

$$\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (I_{n,rms})^2} < 0.1 \cdot \frac{4.14}{\sqrt{2}} = 0.293$$

Dominantni strujni harmonik je onaj na sklopnoj frekvenciji  $f_s$ !

Prepostavimo da približno vrijedi:

$$\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} (I_{n,rms})^2} \approx I_{mf,rms} = \frac{I_{mf}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{mf} < 0.1 \cdot 4.14 = 0.414 A$$

Normalizirani frekvencijski spektar za bipolarni PWM za prve harmonike je prikazan u slijedećoj tabeli:

	$m_a=1$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
$n = 1$	1.00	0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10
$n = mf$	0.60	0.71	0.82	0.92	1.01	1.08	1.15	1.20	1.24	1.27
$n = mf \pm 2$	0.32	0.27	0.22	0.17	0.13	0.09	0.06	0.03	0.02	0.00

Iz tabele za  $n = mf$  i  $m_a = 0.7 \Rightarrow V_n / V_{dc} = V_{mf} / V_{dc} = 0.92$ !

$$V_{mf} = 0.92 A V_{dc} = 0.92 A 150 = 138 V$$

Minimalna impedancija tereta na  $f = f_s$ :

$$Z_{mf} = \frac{V_{mf}}{I_{mf}} = \frac{138}{0.414} = 333 \Omega$$

Uz pretpostavku:  $Z_{mf} \approx \omega \cdot L = m_f \cdot \omega_1 \cdot L$

Vrijedi:

$$m_f \cdot \omega_1 \cdot L > 333$$
$$m_f > \frac{333}{377 \cdot 0.06} = 14.7$$

Odabriom za  $m_f = 15$ , granično su zadovoljeni uvjeti koji su postavljeni. Zbog sigurnosti, za  $m_f$  ćemo odabrati prvi veći neparni cijeli broj,  $m_f = 17$ !

Sklopna frekvencija je tada:  $f_s = m_f A f_{ref} = 17 \cdot 60 = 1020$  Hz.

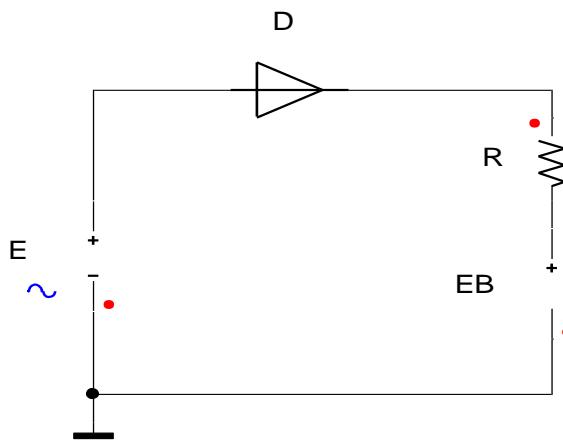
Daljnje povećanje  $m_f$ -a, bi smanjilo THD, ali na račun povećanih sklopnih gubitaka!

Slika prikazuje jednofazni ispravljač opterećen djelatnim trošilom  $R$  i protuelektrnom silom  $E_B$ . Nacrtajte valne oblike napona na trošilu  $u_d(t)$  i struje trošila  $i_d(t)$ . Izračunajte sljedeće:

- električki kut  $\alpha$  kod kojeg počinje vođenje diode D,
- električki kut vođenja diode  $\gamma$ ,
- srednju vrijednost struje diode  $I_{D(AV)}$ ,
- efektivnu vrijednost struje diode  $I_{D(EF)}$ ,
- srednju snagu P koju trošilu predaje izvor izmjeničnog napona.

Poznato je:

- Napon izmjeničnog izvora E  $u(t) = 220\sqrt{2} \sin 314 t$ ,
- Otpor trošila  $R = 2 \Omega$ ,
- Napon istosmjernog izvora  $E_B = 200 \text{ V}$ .



Dioda vodi samo kada je napon izmjeničnog izvora veći od napona protuelektrnom sile!

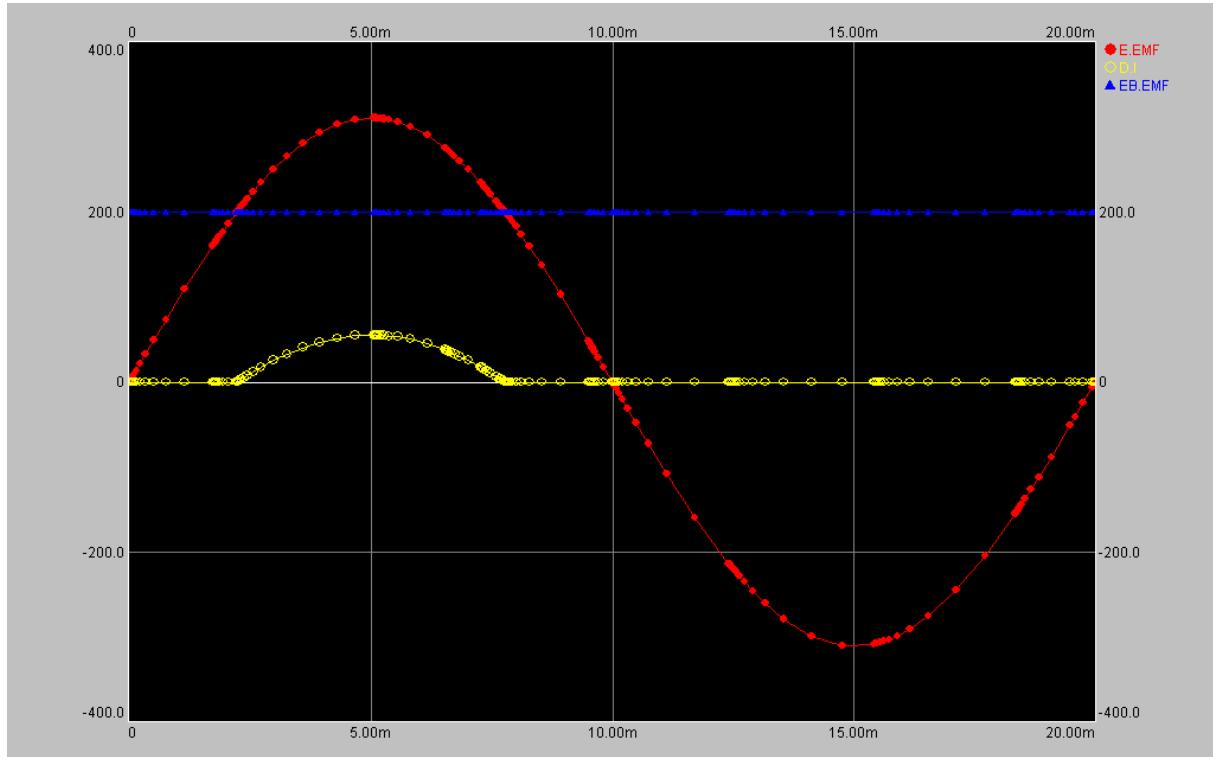
- Uvjet za početak vođenja diode je  $u(t) = E_B$ , te slijedi

$$220\sqrt{2} \sin \omega t = E_B$$

$$\omega t = \arcsin \frac{E_B}{220\sqrt{2}} = \arcsin \frac{200}{220\sqrt{2}}$$

$$\omega t = \arcsin 0,6428 = 0,6981 \text{ rad}$$

$$\alpha = 40^\circ \text{ el.}$$



- b) Kut vođenja diode izračunava se iz izraza

$$\gamma = 180 - 2\alpha = 180 - 80 = 100^\circ \text{ el.}$$

- c) Srednja vrijednost struje diode

$$I_{D(AV)} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{u_R(t)}{R} dt = \frac{1}{\omega T R} \int_{-\alpha}^{\pi-\alpha} 220\sqrt{2} \sin \omega t - 200 d(\omega t)$$

$$\alpha = 0,698 \text{ rad}$$

$$\pi - \alpha = 2,443 \text{ rad}$$

$$I_{D(AV)} = \frac{1}{2\pi R} \left( \int_{-\alpha}^{\pi-\alpha} 220\sqrt{2} \sin \omega t d(\omega t) - \int_{-\alpha}^{\pi-\alpha} 200 d(\omega t) \right)$$

$$I_{D(AV)} = \frac{1}{2\pi R} \left( 220\sqrt{2} (-\cos \omega t) \Big|_{-\alpha}^{\pi-\alpha} - 200 \omega t \Big|_{-\alpha}^{\pi-\alpha} \right) = 10,13 \text{ A}$$

- d) Efektivna vrijednost struje diode

$$I_{D(EF)} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{u_R(t)}{R} \right)^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi R^2} \int_{-\alpha}^{\pi-\alpha} (220\sqrt{2} \sin \omega t - 200)^2 d(\omega t)} = 21,16 \text{ A}$$

\*\*\* zapamtite integral

$$\int \sin^2 x = \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x$$

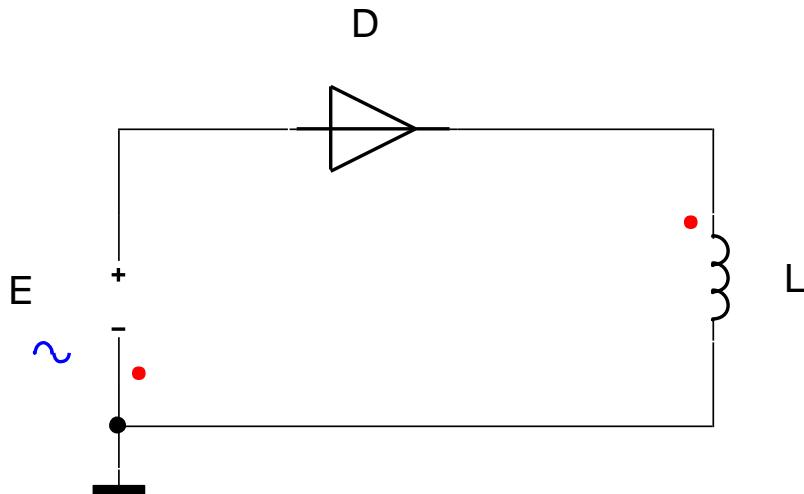
- e) Srednja snaga koju izmjenični izvor predaje trošilu

$$\begin{aligned} P &= P_R + P_B \\ P &= I_{D(EF)}^2 \cdot R + E_B \cdot I_{D(AV)} \\ P &= 2910 \text{ W} \end{aligned}$$

Snaga izmjeničnog izvora koristi se za disipaciju na otporniku i za punjenje istosmjernog izvora (baterije) !

Slika prikazuje jednofazni ispravljač opterećen čisto induktivnim trošilom L. Nacrtajte valne oblike napona na diodi D i prigušnici L, te valni oblik struje prigušnice  $i_L$ . Izračunajte potrebnu vrijednost induktiviteta prigušnice L, tako da vršna vrijednost struje diode ne prekorači zadatu vrijednost  $I_{DM}$ ! Poznato je:

- napon izmjeničnog izvora  $u(t) = 100 \sin(314 t)$ ,
- vršna dozvoljena vrijednost struje diode  $I_{DM} = 10 \text{ A}$ .



Za struju prigušnice vrijedi izraz  $i_L = \frac{1}{L} \int u_L(t) dt$ .

Izračunajmo vezu između vršne struje kroz diodu i induktiviteta L.

$$I_{DM} = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{T/2} u(t) dt = \frac{1}{L} \int_0^{T/2} u(t) dt = \frac{1}{\omega L} \int_0^{\pi} U_M \sin \omega t d(\omega t)$$

$$I_{DM} = \frac{U_M}{\omega L} (-\cos \omega t) \Big|_0^\pi = \frac{U_M}{\omega L} (-\cos \pi + \cos 0) = \frac{2U_M}{\omega L}$$

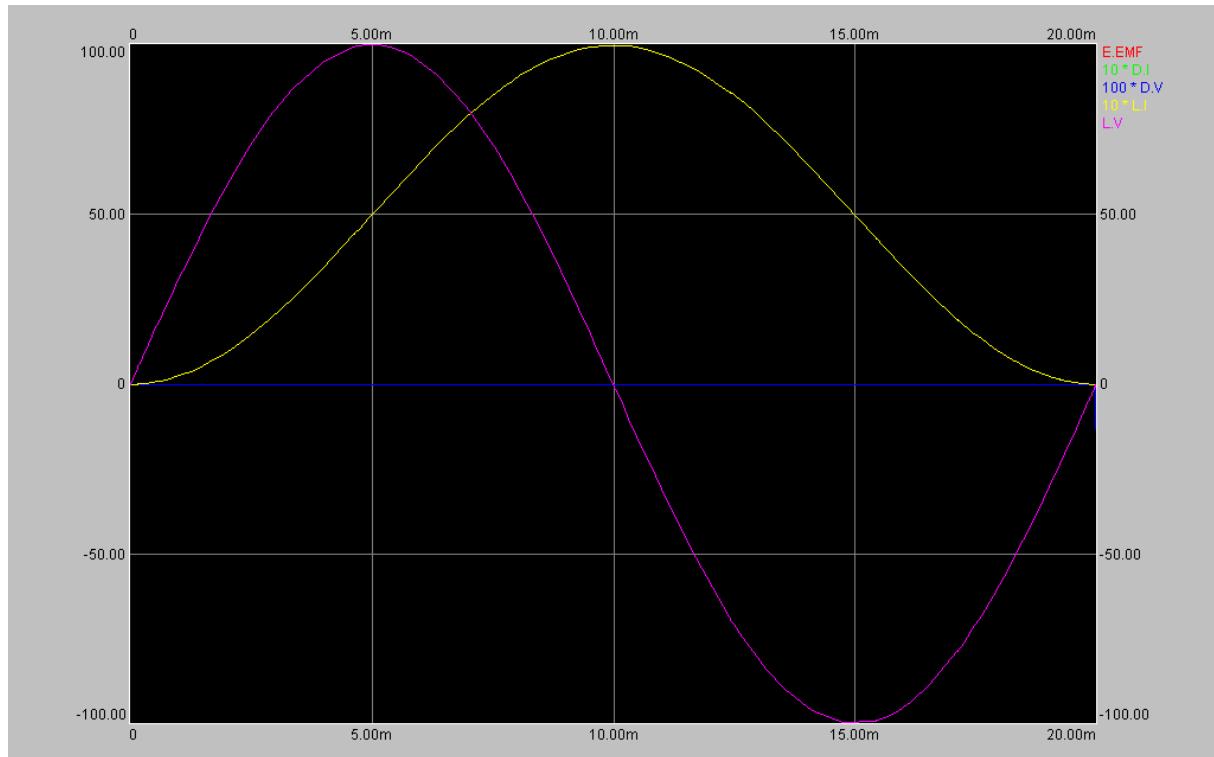
Te konačno slijedi rješenje za vrijednost induktiviteta

$$L = \frac{2U_M}{\omega I_{DM}} = \frac{2 \cdot 100}{314 \cdot 10} = 63,7 \text{ mH}$$

---

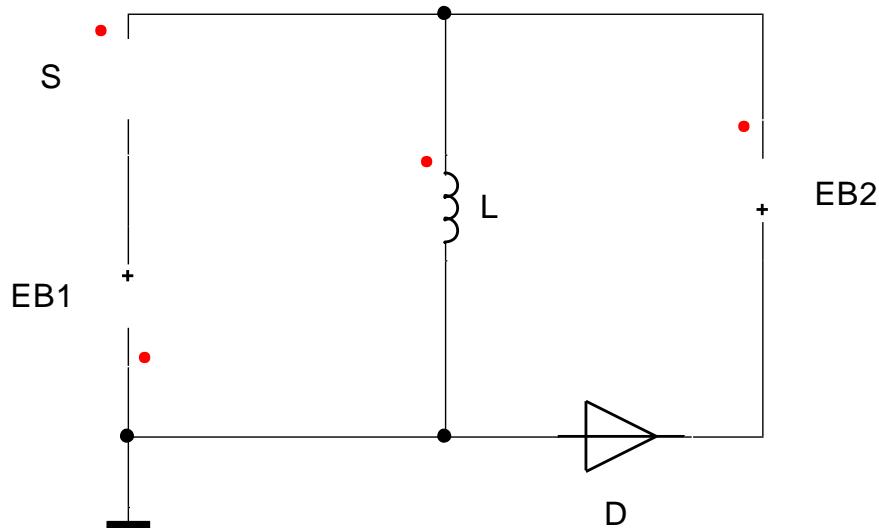
### Zadaci za vježbu – Dioda i L –

---



U sklopu na slici sklopka S periodički uklapa i isklapa, tako da je uklapljenia i isklapljenja po 10 ms. Nacrtajte valne oblike napona na prigušnici  $u_L$  i struje prigušnice  $i_L$ ! Izračunajte srednju snagu koju izvor  $E_{B1}$  predaje izvoru  $E_{B2}$  ukoliko je poznato:

- Naponi istosmjernih izvora  $E_{B1} = 100 \text{ V}; E_{B2} = 200 \text{ V}$
- Induktivitet prigušnice  $L = 10 \text{ mH}$ .



Prepostavimo sklop s početnim uvjetima jednakim nuli. Sklopka  $S$  se zatvara i počinje interval  $t_Z$  u trajanju od 10 ms. Tijekom tog intervala struja u petlji  $E_{B1}, S, L$  linearno raste prema zakonu

$$\begin{aligned} i_L &= (di/dt)_Z \cdot t \\ (di/dt)_Z &= \frac{E_{B1}}{L} = 10 \cdot 10^3 \text{ A/s} \\ u_L &= E_{B1} = L \cdot (di/dt)_Z \end{aligned}$$

te po završetku intervala  $t_Z$  postiže vršnu vrijednost

$$I_{LM} = (di/dt)_Z \cdot t_Z = \frac{E_{B1} \cdot t_Z}{L} = 100 \text{ A}$$

Na kraju intervala  $t_Z$  u prigušnici je akumulirana energija

$$W_{LM} = L \cdot \frac{I_{LM}^2}{2} = 50 \text{ J (Ws)}$$

Po završetku intervala  $t_Z$  sklopka S se otvara, te počinje interval  $t_0$ . Prigušnica sada predaje akumuliranu energiju naponskom izvoru  $E_{B2}$ , te vrijede izrazi:

$$\begin{aligned}
 u_L &= -E_{B2} = -200 \text{ V} \\
 u_L &= L \cdot (di/dt)_o \\
 (di/dt)_o &= \frac{-E_{B2}}{L} = -20 \cdot 10^3 \text{ A/s}
 \end{aligned}$$

Uočite naizgled paradoksalnu činjenicu da izvor nižeg napona predaje energiju  $W_{LM}$  izvoru višeg napona. Radi se o tzv. netransformatorskom prijenosu energije pomoću prigušnice.

Budući da je inducirani napon na prigušnici dvostruko veći no tijekom intervala  $t_Z$ , to je i brzina pada struje veća. Struja u petlji  $E_{B2}$ ,  $L$ ,  $D$  pada prema izrazu

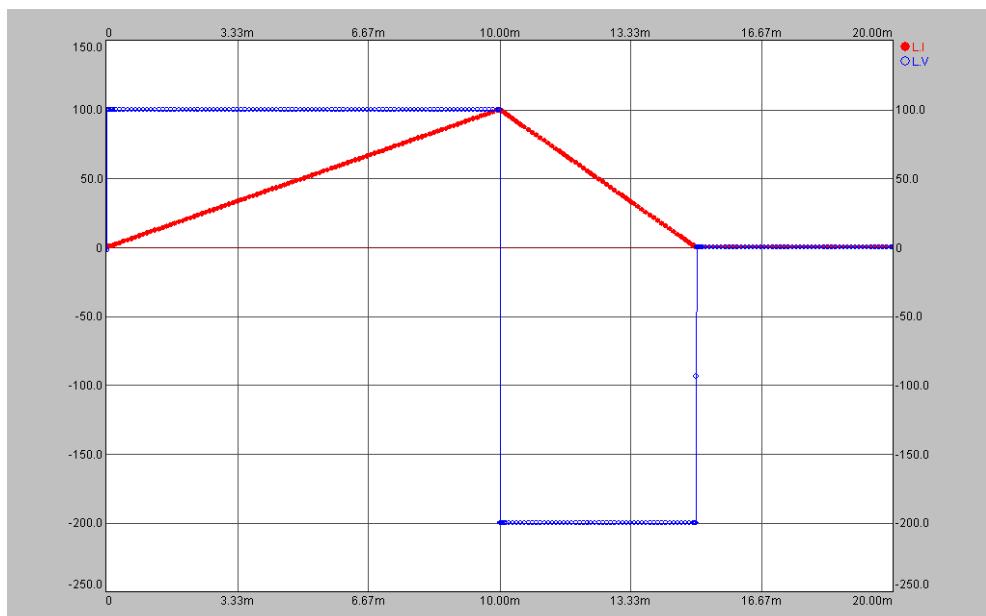
$$i = I_{LM} + (di/dt)_o \cdot t$$

Struja u krugu pada na nulu nakon intervala  $t_X$

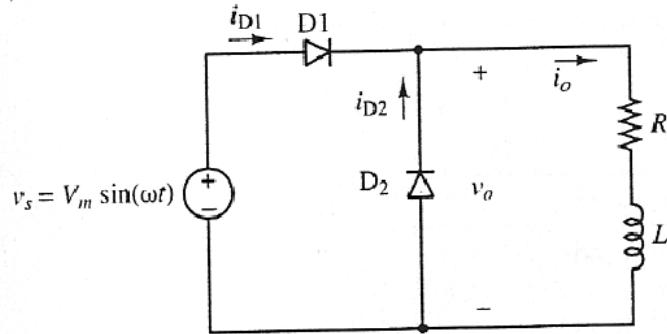
$$I_{LM} = -(di/dt)_o \cdot t_X \quad \Rightarrow \quad t_X = \frac{I_{LM}}{-(di/dt)_Z} = 5 \text{ ms}$$

Srednja snaga koju jedan izvor predaje drugome jednaka je

$$P = \frac{W_{LM}}{T} = \frac{W_{LM}}{t_Z + t_O} = \frac{50}{20 \cdot 10^{-3}} = 2,5 \text{ kW}$$



Ponovo analiziramo poluvalni ispravljač opterećen induktivnim trošilom, s porednom diodom spojenom paralelno trošilu.



Efektivna vrijednost napona izmjeničnog naponskog izvora je  $V_{S,\text{rms}} = 240 \text{ V}$ , frekvencija  $f = 60 \text{ Hz}$ , dok je djelatni otpor trošila  $R = 8 \Omega$ .

- Prepostavite da je induktivitet trošila beskonačno velik (idealizacija). Izračunajte snagu na trošilu i faktor snage sa strane izvora. Skicirajte valne oblike napona na trošilu i struja dioda D1 i D2.
- Izračunajte srednju vrijednost struje svake diode.
- Odredite induktivitet  $L$  takav da valovitost struje trošila (peak to peak) na iznosi više od 10% srednje vrijednosti struje trošila.

Srednja vrijednost struje induktivnog trošila ovisi samo o srednjoj vrijednosti napona na trošilu i djelatnom otporu. Induktivitet trošila samo određuje valovitost struje, odnosno utječe na izmjenične članove Fourierovog reda. Ukoliko je induktivitet trošila beskonačno velik, impedancija trošila za izmjenične članove F. Reda je također beskonačno velika, te je struja trošila nevalovita, bez izmjenične komponente.

$$i_o(t) \approx I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{V_m}{\pi \cdot R} \quad \left( \frac{L}{R} \rightarrow \infty \right)$$

Uporaba velike prigušnice (velikog induktiviteta) i poredne diode jamči gotovo konstantnu struju trošila. Amplituda valovitosti struje trošila može se izračunati kao da je jednaka amplitudi prvog izmjeničnog člana u Fourierovom razvoju. Stoga je "peak to peak" valovitost jednaka

$$\Delta I_o \approx 2I_1$$

- Srednju vrijednost struje trošila možemo odrediti pomoću srednje vrijednosti poluvalno ispravljenog sinusnog napona

$$i_o(\omega t) \approx I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{V_m}{\pi \cdot R} = \frac{(240\sqrt{2})/\pi}{8} = 13,5 \text{ A} \approx I_{\text{rms}}$$

Snaga disipirana na otporniku tada je

$$P = I_{rms}^2 R = 13,5^2 \cdot 8 = 1459 \text{ W}$$

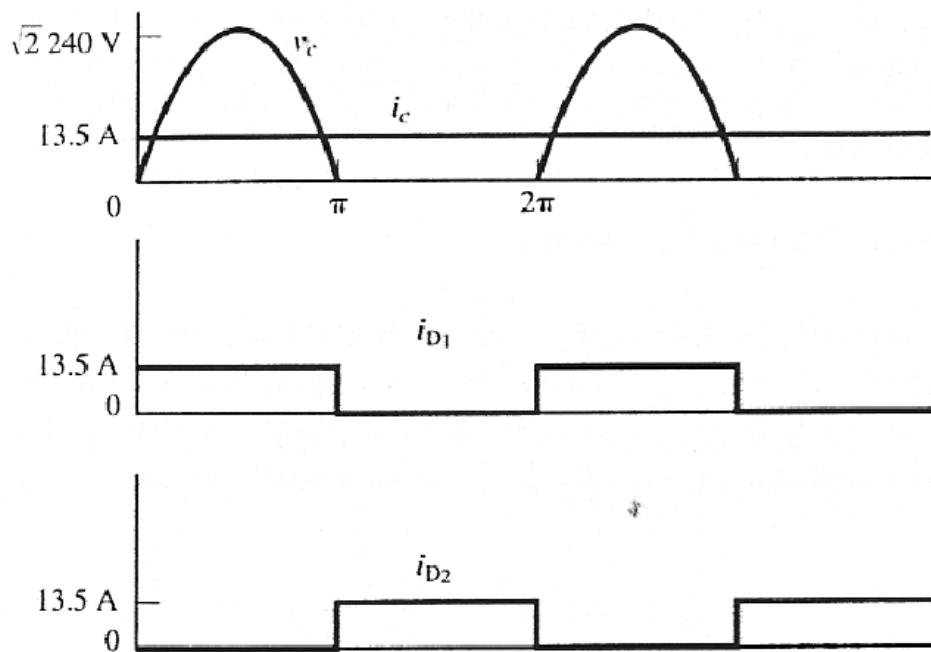
Efektivna vrijednost struje izvora jednaka je

$$I_{s,rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi 13,5^2 d(\omega t)} = 9,55 \text{ A}$$

Faktor snage jednak je

$$\mu = \frac{P}{V_{s,rms} I_{s,rms}} = \frac{1459}{240 \times 9,55} = 0,637$$

Traženi valni oblici prikazani su na slici



- (b) Iz slike možemo vidjeti da diode vode simetrično, svaka po pola periode izmjeničnog napona. Prema tome je srednja vrijednost struje dioda

$$I_{D1} = I_{D2} = \frac{I_o}{2} = \frac{13,5}{2} = 6,75 \text{ A}$$

- (c) Vrijednost induktiviteta potrebnog da se valovitost struje trošila ograniči na 10% srednje vrijednosti struje trošila može se odrediti iz osnovnog harmonika.

Amplituda osnovnog harmonika ( $n=1$ ) određena je izrazom

$$V_1 = \frac{V}{2} = \frac{\sqrt{2} \times 240}{2} = 170 \text{ V}$$

Valovitost struje trošila mora se ograničiti na iznos  $\Delta i_O = 0,1 \cdot 13,5 = 1,35 A$  koji odgovara amplitudi  $1,35/2 = 0,675 A$ . Impedancija trošila na osnovnoj frekvenciji mora tada biti jednaka

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{170}{0,675} = 251 \Omega$$

Što se može prikazati kao

$$Z_1 = 251 = |R + j\omega L| = |8 + j377L|.$$

Budući da je omski otpor R zanemarivog iznosa prema ukupnoj impedanciji, to se induktivitet može približno odrediti iz izraza

$$L \approx \frac{|Z_1|}{\omega} = \frac{251}{377} = 0,67 H$$

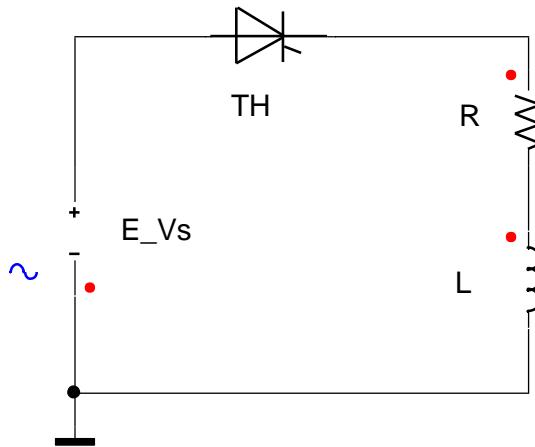
U stvari zbog zanemarenja viših harmoničkih članova ( $n > 1$ ) vrijednost induktiviteta treba ipak biti malo veća od izračunatih 0,67 H !

Tiristorski poluvalni ispravljač opterećen je omsko-induktivnom trošilom u sklopu sljedećih podataka:

- Efektivna vrijednost izmjeničnog napona  $V_{s,\text{rms}} = 120 \text{ V}$ , frekvencija  $f = 60 \text{ Hz}$ ,
- Djelatni otpor trošila  $R = 20 \Omega$ , induktivitet trošila  $L = 0,04 \text{ H}$ ,
- Kut upravljanja tiristora  $\alpha = 45^\circ\text{el}$ .

Izračunajte:

- analitički izraz za struju u sklopu  $i(\omega t)$ ,
- srednju vrijednost struje  $i$ ,
- srednju snagu na trošilu,
- faktor snage.



Ponovimo, odziv struje sklopa sastoji se od prisilnog i prirodnog odziva (homogeno i partikularno rješenje). Na poznate izraze potrebno je primijeniti numerički postupak rješavanja, no pokazuje se da je simulacijsko rješavanje vrlo jednostavno. Stoga je zadatak riješen na oba načina.

- Na temelju zadanih podataka izračunajmo

$$V_s = 120\sqrt{2} = 169,7 \text{ V}$$

$$Z = \left( R^2 + (\omega L)^2 \right)^{0,5} = \left( 20^2 + (377 \cdot 0,04)^2 \right)^{0,5} = 25 \text{ W}$$

$$\Omega = \tan^{-1}(\omega L / R) = \tan^{-1}((377 \cdot 0,04) / 20) = 0,646 \text{ rad}$$

$$\omega t = \omega L / R = 377 \cdot 0,04 / 20 = 0,754$$

$$\alpha = 45^\circ = 0,785 \text{ rad}$$

Na temelju izračunatih izraza, možemo napisati analitički izraz za struju kruga

$$i(\omega t) = 6,78 \sin(\omega t - 0,646) - 2,67 e^{-\alpha/\omega t} \text{ A}$$

Napisana jednadžba vrijedi u intervalu  $\alpha \leq \omega t \leq \beta$ , gdje se kut  $\beta$  pronalazi numeričkim postupkom, izjednačavanjem izraza za struju kruga s nulom te

rješavanjem po  $\omega t$ . Kao rezultat se dobiva  $\beta = 3,79$  rad ( $217^\circ$ ). Prema tome je kut vođenja

$$\gamma = \beta - \alpha = 3,79 - 0,785 = 3,01 \text{ rad} = 172^\circ$$

b) Srednja vrijednost struje kruga izračunava se na temelju poznate definicije (integriranje struje kruga u periodi tijekom kuta vođenja)

$$I_{AV} = \frac{1}{2\pi} \int_{0,785}^{3,79} [6,78 \sin(\omega t - 0,646) - 2,67 e^{-\omega t / 0,754}] d(\omega t) = 2,19 A$$

c) Efektivna vrijednost struje kruga također se izračunava na temelju poznate definicije

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{0,785}^{3,79} [6,78 \sin(\omega t - 0,646) - 2,67 e^{-\omega t / 0,754}]^2 d(\omega t)} = 3,26 A$$

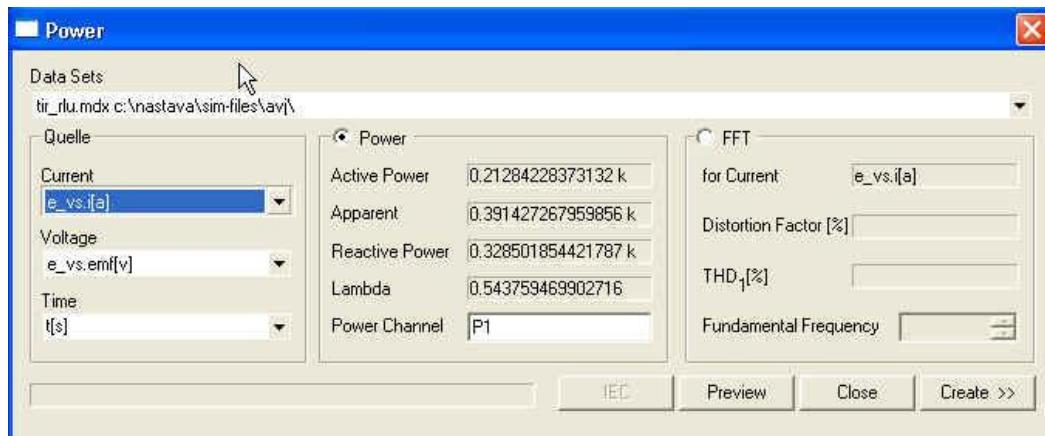
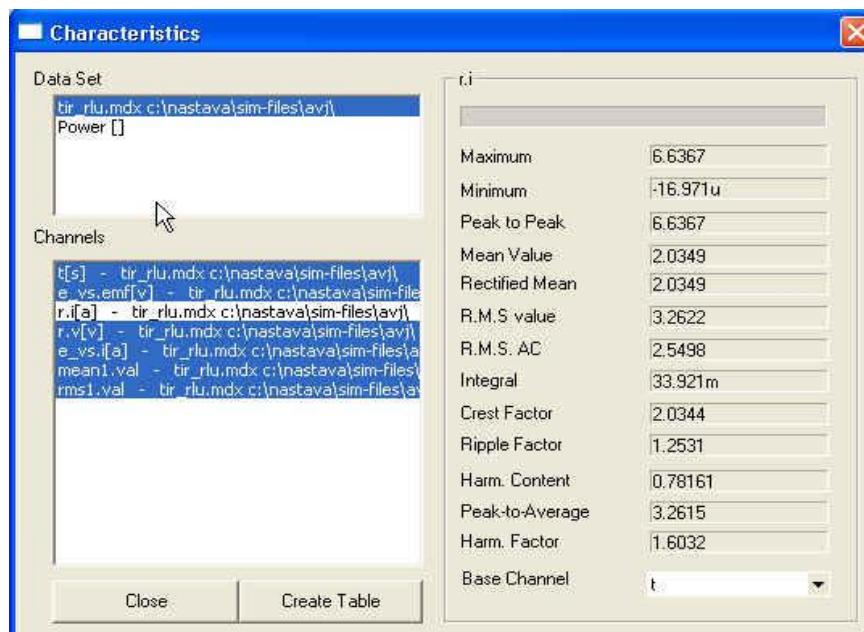
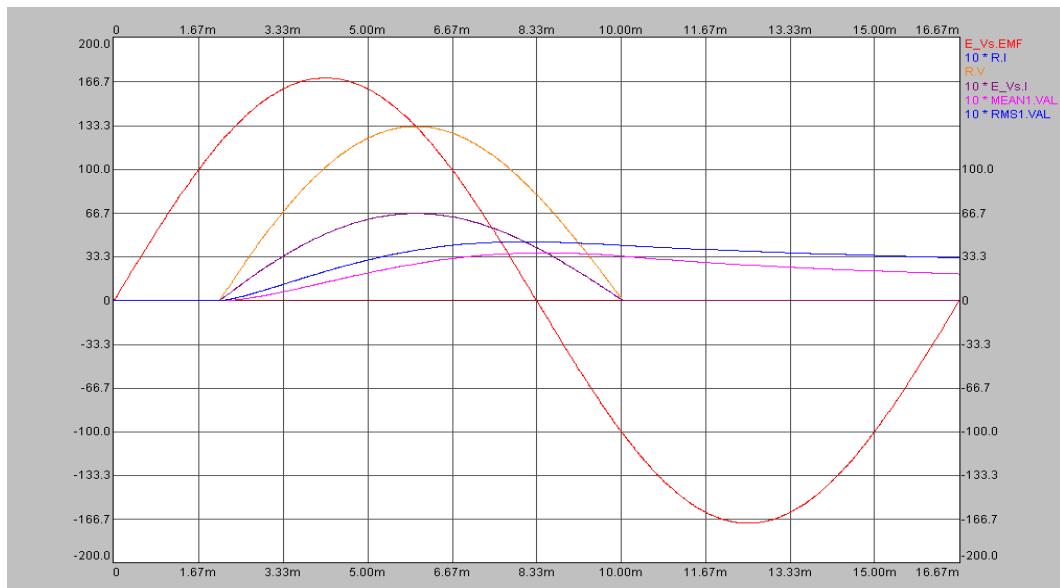
Što omogućava izračunavanje srednje snage na trošilu (to je snaga na otporniku R)

$$P = I_{rms}^2 R = (3,26)^2 (20) = 213 \text{ W}$$

d) Faktor snage je omjer djelatne i prividne snage

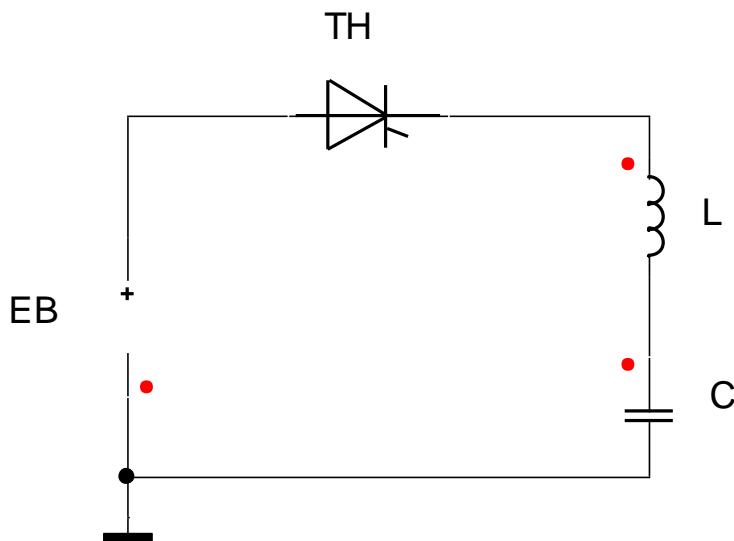
$$\lambda = P/S = 213 / (120)(3,26) = 0,54$$

Analizirajmo sada simulacijsko rješenje dobiveno pomoću Simplorera



Slika prikazuje LC titrajni krug bez gubitaka, koji se spaja na izvor istosmjernog napona  $E_B$  pomoću tiristora T u trenutku  $t=0$ . Nactajte valne oblike struje titrajnog kruga  $i(t)$ , napona na tiristoru  $u_T(t)$ , napona na prigušnici  $u_L(t)$  i napona na kondenzatoru  $u_C(t)$ . Izračunajte vršnu vrijednost struje titrajnog kruga  $i_M$  te trajanje vođenja tiristora  $t_V$ , ukoliko je poznato:

- Napon istosmjernog izvora  $E_B = 100 \text{ V}$ ,
- Induktivitet prigušnice  $L = 100 \mu\text{H}$ ,
- Kapacitet kondenzatora  $C = 100 \mu\text{F}$ .



Ponovimo temeljne izraze za neprigušeni serijski titrajni krug:

$$i(t) = \frac{U_B}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \sin \omega t$$

$$u_L(t) = E_B \cos \omega t$$

$$u_C(t) = E_B (1 - \cos \omega t)$$

Vlastita frekvencije titrajnog kruga

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

Perioda titrajnog kruga

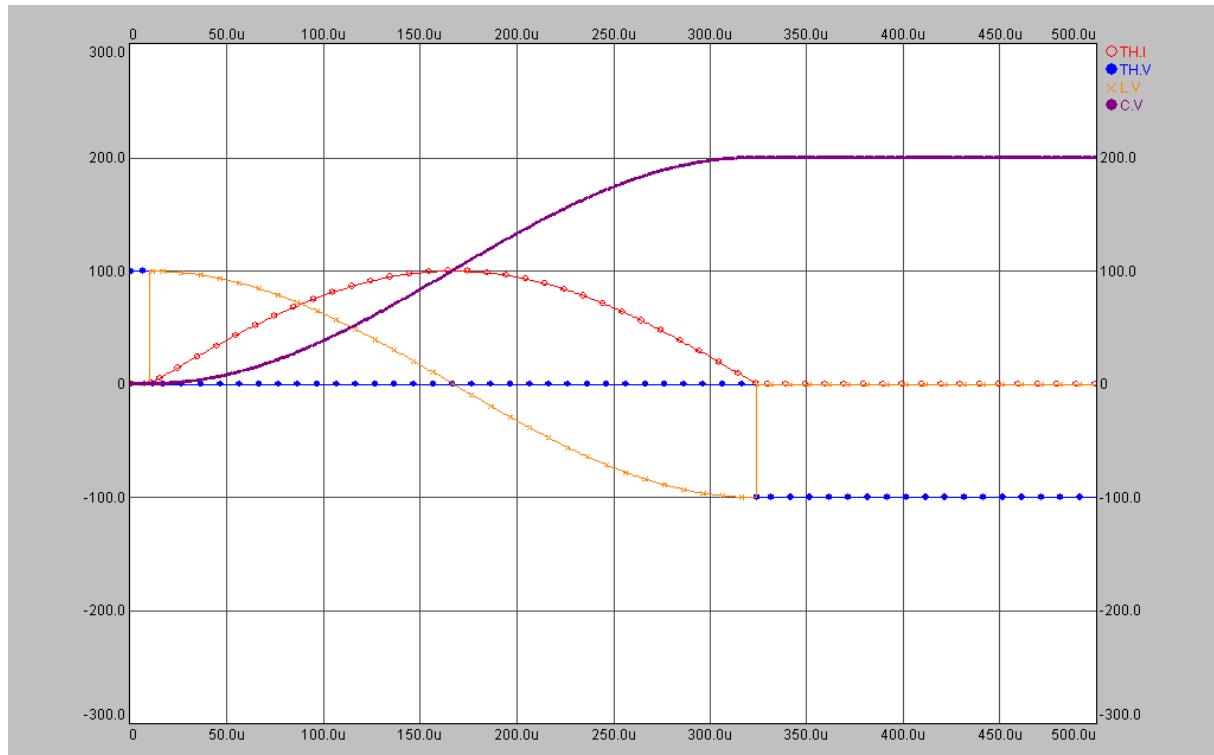
$$T = 2 \cdot \pi \sqrt{LC}$$

Tiristor dozvoljava samo tok struje u jednom smjeru, te je moguć samo jedan poluval (poluperioda) sinusnog titraja. Stoga je vrijeme vođenja tiristora jednako poluperiodi titrajnog kruga

$$t_V = T/2 = \pi \sqrt{LC} = 314 \mu\text{s}$$

Vršna vrijednost struje titrajnog kruga  $i_M$  jednaka je

$$i_M = \frac{E_B}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = 100 \text{ A}$$



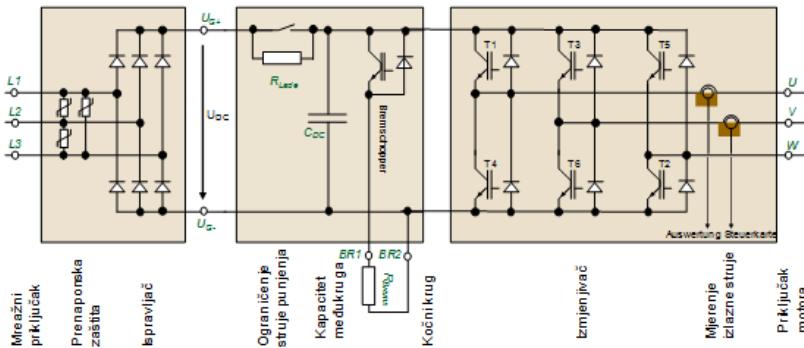
# Auditorne vježbe, Elektromotorni pogoni, ak. god. 2013./2014.

1. Trofazni asinkroni motor nazivnih podataka  $P_n = 2,5 \text{ kW}$ ,  $U_n = 220 \text{ V}$ ,  $I_n = 10 \text{ A}$ ,  $\cos\varphi = 0,75$ ,  $5n_n = 948 \text{ min}^{-1}$ ,  $f_n = 50 \text{ Hz}$  pogoni ventilator momentne karakteristike  $M(n) = k \cdot n^2$  gdje je  $k = 0,0000276$ . Motor je spojen na trofaznu mrežu linijskog napona 400 V preko frekvencijskog pretvarača s diodnim mostom na ulazu, ( $\frac{U}{f} = \text{konst.}$ ). Frekvencija sklapanja je 5 kHz. Nacrtajte shemu sklopa. Odredite amplitudni i frekvencijski modulacijski indeks ukoliko je ventilator potrebno pogoniti s  $800 \text{ min}^{-1}$ . Odrediti minimalni linijski napon napojne mreže pri kojem se ventilator može okretati  $800 \text{ min}^{-1}$  tako da izmjenjivač ne radi u premodulaciji. Pretpostavlja se skalarna U/f regulacija motora te da je kapacitet u istosmjernom međukrugu velik. Kvalitativno nacrtati valni oblik linijskog i faznog napona na izlazu izmjenjivača.

Da li je moguće motor pogoniti na jednofaznom napajanju od 230 V uz brzinu od  $800 \text{ min}^{-1}$ ?

**Rješenje:**

$$\begin{aligned} P_n &= 2,5 \text{ kW} \\ U_n &= 220 \text{ V} \\ n_n &= 948 \text{ min}^{-1} \\ f_n &= 50 \text{ Hz} \\ U_m &= 400 \text{ V} \\ n_t &= 800 \text{ min}^{-1} \\ k &= 2,68 \cdot 10^{-5} \\ m_a, m_f, U_{min} &=? \end{aligned}$$



- Iz nazivnih podataka mogu se izračunati podaci:

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_n} = \frac{P_n}{2\pi n_n} = \frac{30P_n}{n_n \pi} = \frac{30 \cdot 2500}{948\pi} = 25,18 \text{ Nm},$$

Budući da je nazivna brzina jednaka  $948 \text{ min}^{-1}$  radi se o motoru koji ima dva para polova ( $p = 3$ ).

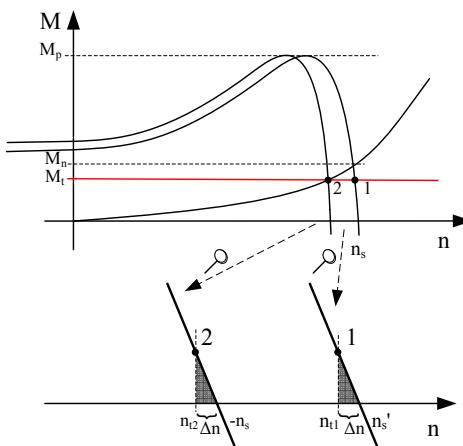
$$n_s = \frac{60f_n}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1000 \text{ min}^{-1}$$

$$s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = \frac{1000 - 948}{1000} = 0,052$$

- Iz momentne karakteristike tereta može se izračunati moment tereta potreban za vrtnju ventilatora brzinom  $n_t = 800 \text{ min}^{-1}$

$$M_t = k \cdot n^2 = 2,68 \cdot 10^{-5} \cdot 800^2 = 17,152 \text{ Nm}$$

- Sada se može nacrtati momentna karakteristikama s označenim poznatim vrijednostima



Ukoliko je moment tereta manji od nazivnog momenta motora,  $M_t < M_n$  tada motor radi na linearnom dijelu karakteristike prikazanom na slici. Računanje klizanja na linearnom dijelu karakteristike uvelike pojednostavljuje zadatku.

- Potrebno je odrediti promjenu brzine  $\Delta n$  koja je konstantna u  $\frac{U}{f} = \text{konst.}$  regulaciji. Prvo se računa moment za točku 1 (nazivni napon i frekvencija) kako bi se odredilo klizanje pri momentu tereta potrebnom da bi se ventilator vrtio  $n_t = 800 \text{ min}^{-1}$ . Iz gornje slike može se primijetiti sličnost trokuta koja se koristi za izračun klizanja pri teretu manjem od nazivnog

$$\boxed{\frac{M_t}{s_t} = \frac{M_n}{s_n}}$$

Sada se može napisati i izraz za klizanje pri teretu od 17,152 Nm

$$s_{t1} = s_n \frac{M_t}{M_n} = 0,052 \frac{17,152}{25,18} = 0,03542$$

Promjena brzine računa se iz klizanja

$$\Delta n = s_{t1} \cdot n_s = 0,03542 \cdot 1000 = 35,42 \text{ min}^{-1}$$

Kada je poznat  $\Delta n$  može se izračunati i sinkrona brzina u točci 2:

$$n_{s2} = n_t + \Delta n = 800 + 35,42 = 835,42 \text{ min}^{-1}$$

- Iz sinkrone brzine i broja polova određuje se frekvencija napona na statoru tj. frekvencija osnovnog harmonika napona iz frekvencijskog pretvarača

$$f_{s2} = \frac{p \cdot n_{s2}}{60} = 41,77 \text{ Hz}$$

- Budući da se frekvencijski pretvarač upravlja zakonom  $\frac{U}{f} = \text{konst.}$  moguće je i izračunati linijski napon na motoru

$$U_{s2} = U_{s1} \frac{f_{s2}}{f_{s1}} = 220 \frac{41,77}{50} = 183,79 \text{ V}$$

- Frekvencijski pretvarač se napaja iz trofaznog diodnog mosta i mreže napona 400 V. Prepostavljamo da je napon DC međukruga radi kondenzatora jednak vršnoj vrijednosti napona na izlazu

$$U_{DC} = \sqrt{2} \cdot U_l = \sqrt{2} \cdot 400 = 565,685 \text{ V}$$

- Sada se pristupa rješavanju upravljačkih veličina izmjenjivača. Amplituda faznog izlaznog napona izmjenjivača uz sinusnu modulaciju može se napisati kao

$$U_f = \frac{U_{DC}}{2} \cdot m_a$$

ukoliko je poznata efektivna vrijednost linijskog izlaznog napona  $U_{s2}$  onda se  $m_a$  može izračunati kao

$$m_a = \frac{2 \frac{U_{s2}}{\sqrt{3}} \sqrt{2}}{U_{DC}} = \frac{2 \frac{183,79}{\sqrt{3}} \sqrt{2}}{565,685} = \boxed{0,53}$$

Frekvencijski modulacijski indeks  $m_f$  računa se iz frekvencije napona statora i frekvencije sklapanja

$$m_f = \frac{f_{sw}}{f_{s2}} = \frac{5000}{41,77} = \boxed{119,7}$$

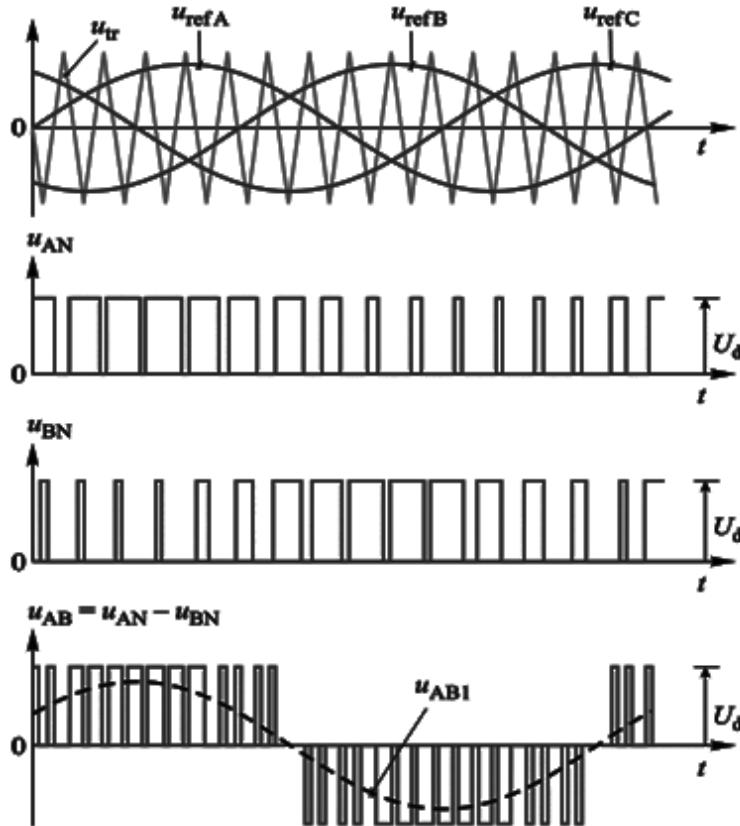
- Pri određivanju minimalnog napona mreže potrebnog za korektan rad frekvencijskog pretvarača na brzini od  $800 \text{ min}^{-1}$  bez premodulacije uzima se maksimalni amplitudni modulacijski index  $m_a = 1$ . Tada je potrebno iz napona na motoru odrediti minimalni napon DC međukruga.

$$U_{DCmin} = \frac{2 \frac{U_{s2}}{\sqrt{3}} \sqrt{2}}{m_{amax}} = \frac{2 \frac{183,79}{\sqrt{3}} \sqrt{2}}{1} = 300,13 \text{ V}$$

Minimalni ulazni linijski napon tada iznosi

$$U_{lmin} = \frac{U_{DC}}{\sqrt{2}} = \boxed{212,22 \text{ V}}$$

- Pri određivanju minimalnog napona mreže potrebnog za korektan rad ferkvencijskog pretvarača na brzini od  $800 \text{ min}^{-1}$  bez premodulacije uzima se maksimalni amplitudni modulacijski index  $m_a = 1$ . Tada je potrebno iz napona na motoru odrediti minimalni napon DC međukruga.
- Slika prikazuje valni generiranje izlaznog napona iz izmjenjivača. Linijski napon je razlika dvaju faznih naponova. Može se primjetiti da u izlaznom naponu postoji i treća razina (0 V) te da je frekvencija sklapanja virtualno povećana za dva puta.



- Budući da napon DC međukruga pri napajanju iz jednofaznog izvora napona 230 V iznosi  $U_{DC} = \sqrt{2} \cdot 230 = 325,3 \text{ V}$  i da je taj napon veći od minimalnog napona napajanja, ovakva konfiguracija će funkcionirati. Prilikom jednofaznog napajanja treba voditi računa o vrijednosti kapaciteta u DC međukrugu!

2. Armatura nezavisno uzbudjenog istosmjernog stroja napaja se iz istosmjerne mreže pomoću učinskog pretvarača. Nazivni podaci stroja su  $P_n = 23 \text{ kW}$ ,  $U_n = 240 \text{ V}$ ,  $I_n = 100 \text{ A}$ ,  $R_a = 0,1 \Omega$ ,  $n_n = 1000 \text{ min}^{-1}$ . Stroj radi kao motor koji pogoni dizalicu koja ga opterećuje s momentom od  $160 \text{ Nm}$ . Pretvarač se napaja iz istosmjerne mreže napona  $300 \text{ V}$ .

- Odabrat topologiju pretvarača. Nacrtati shemu spoja usmjerivača i motora.
- Izračunajte iznos upravljačke veličine potrebne za podizanje tereta brzinom  $(+0, 9n_n)$ .
- Izračunajte iznos upravljačke veličine potrebne za spuštanje tereta u generatorskom kočenju s pola nazivne brzine  $(-0, 5n_n)$ .
- Nacrtajte momentne karakteristike motora i tereta za oba slučaja. (potrebno je označiti radne točke na krivuljama).

Pretpostavite neispredidanu struju armature motora u svim režimima rada.

### Rješenje:

- Nacrtati sliku dvokvadrantnog ili četverokvadrantnog čopera spojenog na istosmjeru mrežu s motorom na izlazu!

- Računaju se karakteristični parametri istosmjernog motora

$$U = I_a R_a + E$$

$$U = \frac{M_t}{c_t} R_a + c_e \omega \implies c_e = \frac{U_n - I_a R_a}{\omega_n} = \frac{240 - 0,1 \times 100}{\frac{\pi}{30} 1000} = 2,196 \frac{\text{s}^{-1}}{\text{V}}$$

$$c_m = \frac{M_n}{I_n} = \frac{P_n}{\omega_n I_n} = \frac{23000}{\frac{\pi}{30} 1000 \times 100} = 2,196 \frac{\text{Nm}}{\text{A}}$$

$$\omega = 0,9 \cdot \omega_n = 0,9 \cdot \frac{\pi}{30} \cdot 1000 = 94,2478 \text{ s}^{-1}$$

Struja motora se računa iz momenta kojim je opterećen i konstante momenta

$$I_a = \frac{M_t}{c_t} = \frac{160}{2,196} = 72,86 \text{ A}$$

Budući da stroj radi u motorskom režimu rada  $U > E$  i  $I > 0$ , napon računamo kao.

$$U_m = I_a R_a + E = I_a R_a + c_e \omega = 72,86 \cdot 0,1 + 2,196 \cdot 94,2478 = 214,25 \text{ V}$$

Kako je stroj spojen na istosmjeri čoper potreben je izračunati faktor upravljanja  $D$ .

$$U_m = (2 \cdot D - 1) U_{DC} \implies D = \frac{U_m + U_{DC}}{2 \cdot U_{DC}} = \frac{214,25 + 300}{2 \cdot 300} = \boxed{0,8578}$$

- $n = -0,5n_n \text{ min}^{-1}$ , generatorski režim rada, brzina je negativna, moment je pozitivan

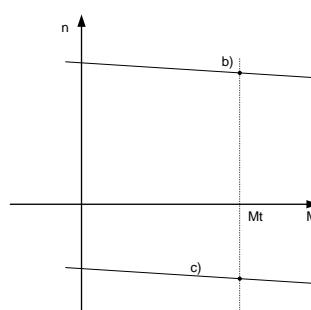
$$\omega = -0,5 \cdot \omega_n = -0,5 \cdot \frac{\pi}{30} \cdot 1000 = -52,36 \text{ s}^{-1}$$

$$U = I_a R_a + E = I_a R_a + c_e \omega = 72,86 \cdot 0,1 + 2,196 \cdot (-52,36) = -107,69 \text{ V}$$

Kako je stroj spojen na istosmjeri čoper potreben je izračunati faktor upravljanja/vodenja  $D$ .

$$U_m = (2 \cdot D - 1) U_{DC} \implies D = \frac{U_m + U_{DC}}{2 \cdot U_{DC}} = \frac{-107,69 + 300}{2 \cdot 300} = \boxed{0,3205}$$

- Karakteristika za b i c



1. Armatura istosmjernog nezavisno uzbuđenog stroja (motora) napaja se iz jednofaznog tiristorskog poluupravlјivog usmjerivača. Nacrtajte shemu jedne od mogućih inačica puloupravlјivog spoja usmjerivača (simetrična i nesimetrična izvedba, dodatna poredna dioda). Uzbuda stroja je konstantna i nazivnog iznosa. Motor se vrti konstantnom brzinom, a uz konstantno opterećenje armaturom stroja teče struja srednje vrijednosti  $I_a$ ,  $A_V = 3A$ . Tiristorski usmjerivač radi s kutom upravljanja  $\alpha = \pi/4$  i napaja se iz izmjeničnog izvora  $u(t) = 230\sqrt{2} \sin(100\pi t)$ .

- (a) Nacrtati valne oblike napona i armaturne struje motora, te valne oblike struja tiristora i dioda u odabranom spoju tiristorskog poluupravlјivog usmjerivača u ustaljenom stanju.
- (b) Izračunati srednje i efektivne vrijednosti struja tiristora i dioda
- (c) Odrediti srednju vrijednost napona armature.

2. Istosmjerni nezavisno uzbuđeni stroj napajan je iz četverokvadrantnog čopera (istosmjernog PWM pretvarača u mosnom spolu) koji je spojen preko jednofaznog diodnog ispravljača na mrežu (230V, 50Hz). Podaci stroja i čopera su:  $P_n = 15kW$ ,  $U_{ha}=230V$ ,  $n_n = 500$  o/min,  $R_a = 0,04\Omega$ ,  $L_a = 1,5$  mH,  $c_e = 4,172$  Vs/rad,  $f_S = 2$  kHz, unipolarna modulacija. Brzina vrtnje motora je 300 o/min uz popunjenošću impulsu valnog oblika napona čopera iznosa  $D = 0,55$ . Odrediti srednju vrijednost armaturne struje i momenta stroja. Nacrtajte valni oblik izlaznog napona četverokvadrantnog čopera i valni oblik armaturne struje.

NAPOMENA: (Ponovite vezu popunjenošću impulsu valnog oblika napona D i faktora opterećenja sklopke S1 čopera – vidi predavanja ELESUS EE3).

**Zadatak 2.** Trofazni asinkroni motor nazivnih podataka  $U=220 \text{ V}$ ,  $I=10 \text{ A}$ ,  $\cos\varphi=0,75$ ,  $P=2,5 \text{ kW}$ ,  $n=948 \text{ min}^{-1}$  pogoni ventilator momentne karakteristike  $M(n)=kn^2$  gdje je  $k=0,0000276$ . Motor je spojen na trofaznu mrežu linijskog napona  $400 \text{ V}$  preko frekvencijskog pretvarača s diodnim mostom na ulazu. Frekvencija sklapanja je  $5 \text{ kHz}$ . Odredite amplitudni i frekvencijski modulacijski indeks ukoliko je ventilator potrebno pogoniti s  $800 \text{ min}^{-1}$ . Odrediti minimalni linijski napon napojne mreže pri kojem se ventilator može okretati  $800 \text{ min}^{-1}$  tako da izmjenjivač ne radi u premodulaciji. Prepostavlja se skalarna  $U/f$  regulacija motora te da je kapacitet u istosmjernom međukrugu velik. Kvalitativno nacrtati valni oblik linijskog i faznog napona na izlazu izmjenjivača.

**Zadatak 1.** Četiri jednaka nezavisno uzbudjena istosmjerna motora pogone vozilo mase  $20\text{ t}$  na uzbrdici nagiba  $5^\circ$ . Nazivni podaci motora su  $U=600\text{ V}$ ,  $I=80\text{ A}$ ,  $P=46,4\text{ kW}$ ,  $R_a=0,25\Omega$ ,  $n=2000\text{ min}^{-1}$ . Prijenosni omjer reduktora je  $7,5:1$ , dok je promjer kotača  $D_k=0,65\text{ m}$ . Faktor trenja iznosi  $\mu=0,01$ . Vozilo se napaja iz istosmernog izvora od  $600\text{V}$ . Pretpostaviti jednaku raspodjelu opterećenja po svim pogonskim motorima te zanemariti gubitke u pretvaraču i reduktoru.

- a) Odabratи učinski pretvarač koji će omogućiti vozilu regenerativno kočenje (povrat energije u mrežu) te povremeno, rijetko, mijenjanje smjera kretanja (naprijed $\leftrightarrow$ natrag). Objasniti svoj odabir.
- b) Izračunati potrebnu upravljačku veličinu za odabrani učinski pretvarač kada se vozilo kreće  $8\text{ ms}^{-1}$  uzbordo. Nacrtati valni oblik izlaznog napona i struje te izračunati srednju izlaznu i ulaznu struju pretvarača.
- c) Izračunati potrebnu upravljačku veličinu za odabrani učinski pretvarač kada se vozilo kreće  $8\text{ ms}^{-1}$  nizbrdo. Nacrtati valni oblik izlaznog napona i struje te izračunati srednju izlaznu i ulaznu struju pretvarača.
- d) Kako bi ste ostvarili kočenje kada nemate mogućnost povrata energije u mrežu.
- e) Na koji način bi postigli brzinu vozila od  $15\text{ ms}^{-1}$