U P U T E I R J E Š E N J A

Sve relacije potrebne za riješavanje zadataka, kao i svi ostali potrebni podaci nalaze se u skriptama prof. V. Knappa: " Uvod u Nuklearnu Fiziku". Ukoliko u tabelama ne postoji podatak baš za zadanu veličinu, tada se smatra mogućim nalaženje istog interpolacijom postojećih. Također, kao dodatak, priložene su neke tabele i karakteristične veličine .

1/ $2{,}6 \cdot 10^{14}$ g/cm^3

2/ $12 \cdot 10^{18}$ As/cm^3.

3/ 2,2 MeV, 8,48 MeV, 58,16MeV

4/ 14,4 MeV

5/ 22,5 MeV

6/ 8,65 MeV , 7,81 MeV

7/a- Iz uvjeta $\frac{\partial E}{\partial Z} = 0$ izlazi $Z = \frac{A}{2 + 0{,}015\, A^{2/3}}$

b/ $\frac{A-Z}{Z} = 1 + 0{,}015\, A^{2/3}$

8/ Li^7 ima 3 protona i 4 neutrona, koji se odvojeno slažu u ljuske. Prema slici je vidljivo da nukleoni u Li^7 zauzimaju stanja $1\, s^4_{1/2}$, $1\, p^3_{3/2}$. Gornji indeks označuje ukupni broj nukleona u tom stanju.
Slično zaključujemo da nukleoni u C^{13} zauzimaju stanja:

$1\, s^4_{1/2}$ $1\, p^8_{3/2}$ $1\, p^1_{1/2}$ a u Mg^{25} :

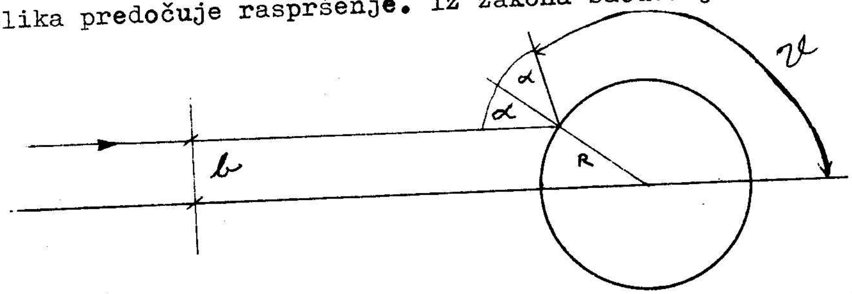
$1\, s^4_{1/2}$ $1\, p^8_{3/2}$ $1\, p^4_{1/2}$ $1\, d^9_{5/2}$

9/ $_1H^3$ - neutroni su spareni u 1 $s_{1/2}$ stanju, te moment vrtnje dolazi od jednog nesparenog protona, dakle $s_{1/2}$

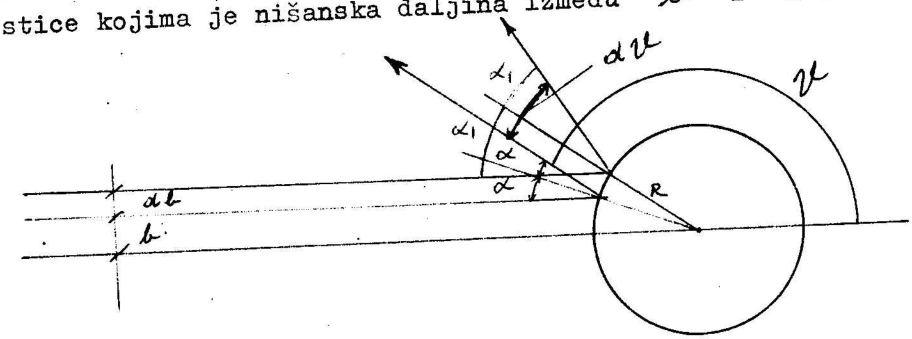
$_8O^{17}$ - ima 8 sparenih protona i 9 neutrona, dakle zadnji neutron nalazi se sam u stanju 1 $d_{5/2}$

$_{14}Si^{29}$ - protoni se nalaze svi do zaključno 1 $d_{5/2}$ podljuske, koju potpuno ispunjuju. Neutrona ima jedan više, te je moment vrtnje doprinos jednog neutrona na 2 $s_{1/2}$ podljusci.

10/ Slika predočuje raspršenje. Iz zakona sačuvanja impulsa



slijedi da je kut upada jednak kutu odboja. Definiramo kut raspršenja ϑ, kao kut određen smjerom brzine upadne čestice i smjerom brzine raspršene čestice. Uvodimo još i pojam nišanske daljine b. To je udaljenost pravca duž kojeg čestica nalijeće na kuglu i paralelnog pravca koji prolazi kroz središte kugle. Druga slika će nam pomoći da odredimo broj čestica raspršenih u neki kut. Sve upadne čestice kojima je nišanska daljina između b i $b+db$



raspršit će se unutar kuta ϑ i $\vartheta+d\vartheta$. Neka je broj tih čestica ΔN, a upadni tok čestica N. Pišemo predznak minus, jer za pozitivni db imamo negativni $d\vartheta$

$$\Delta N = N \cdot 2\pi b\, db = N \cdot 2\pi b \left(-\frac{db}{d\vartheta}\, d\vartheta\right)$$

Jednostavnim transformacijama dobivamo:

$$\Delta N = -N \cdot 2\pi b \frac{db}{d\vartheta} \frac{\sin\vartheta \, d\vartheta}{\sin\vartheta}$$

$2\pi \sin\vartheta \, d\vartheta$ je jednako prostornom kutu $d\Omega$

dakle $\Delta N = -N b \frac{db}{d\vartheta} \frac{d\Omega}{\sin\vartheta}$

Diferencijalni udarni presjek je po definiciji: $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\Delta N}{N d\Omega}$

Iz prve slike slijedi : $R \sin\alpha = b$

$$2\alpha + \vartheta = \pi \Longrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{2}$$

$$R \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{2}\right) = b$$

$$R \cos\frac{\vartheta}{2} = b \Longrightarrow \frac{db}{d\vartheta} = -\frac{1}{2} R \sin\frac{\vartheta}{2}$$

dakle $\frac{d\sigma}{d\Omega} = R\cos\frac{\vartheta}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} R \sin\frac{\vartheta}{2}\right) \frac{1}{\sin\vartheta} = \underline{\underline{\frac{1}{4} R^2}}$

Dobili smo diferencijalni udarni presjek koji ne ovisi ni o kutu ϑ ni o kutu φ . Kažemo da je raspršenje izotropno.

Nađimo totalni udarni presjek:

$$\sigma_{TOT} = \int_{\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int_0^{\pi} \frac{\pi}{2} R^2 \sin\vartheta \, d\vartheta = R^2 \pi$$

Dobili smo da je totalni udarni presjek jednak površini presjeka kugle, što je bilo i za očekivati, jer smo zanemarili dimenziju upadnih čestica.

11/ $\frac{d\sigma}{d\Omega} = 3{,}5$ barna

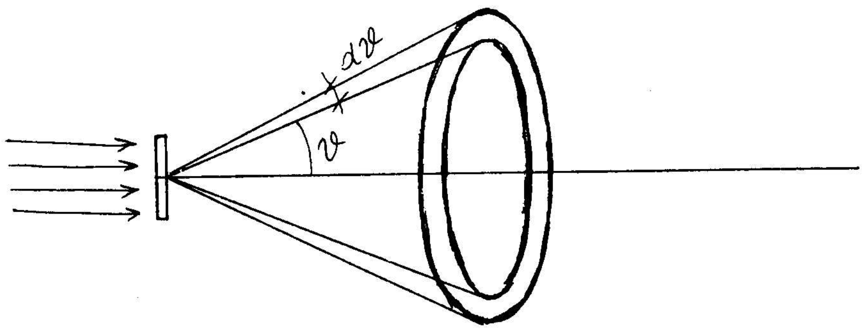
Broj alfa čestica koje će detektirati detektor biti će jednak broju čestica raspršenih u prostorni kut $\Delta\Omega$ određen dimenzijom i udaljenošću detektora.

$$\Delta N = N n \frac{d\sigma}{d\Omega} \Delta\Omega$$

$$\Delta\Omega = 0{,}0314 \text{ sterad}$$

$$\Delta N = 2{,}6 \ \frac{\text{čestica}}{\text{sek}}$$

12/ $$N = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} N_0\, n\, \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin\vartheta\, d\vartheta$$



Na slici je integracija po φ već provedena,tako da je dio prostornog kuta određen dvjema stožastimplohama jednak:

$$2\pi \sin\vartheta\, d\vartheta$$

$$n = S\,\frac{A}{M}\,\rho x = 1{,}22 \cdot 10^{19}$$

$$N = K \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin\vartheta\, d\vartheta}{\sin^4\frac{\vartheta}{2}} \qquad K = 2\pi N_0\, n\, \frac{b^2}{16}$$

$$N = K\left[-2\,\frac{1}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = 49\ \frac{1}{sek}$$

Dakle u prostor omeđen kutevima $\frac{\pi}{2}$ i π rasprši se 49 čestica u sekundi.

13/

$$\frac{\Delta N}{N} = 5 \cdot 10^{-3}\ \%$$

14/ Kako je debljina mete zadana u g/cm^2 ,broj atoma kositra, a time i broj elektrona biti će funkcija masenog broja M.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\Delta N}{N} \frac{1}{n_{el}\, d\Omega} = r_0^2 \frac{1+\cos^2\vartheta}{2} = 5\ fm^2$$

$$d\Omega = \frac{\pi}{100}$$

$$n_e = \frac{A}{M} Z \times \rho \cdot \text{POVRŠINA METE}$$

$$\text{IZ EXP.}\quad n_e = \frac{\frac{\Delta N}{N}}{\frac{d\sigma}{d\Omega}\, d\Omega} = 2{,}5 \cdot 10^{21}$$

$$M = \frac{A \cdot Z \cdot x\rho \cdot (\text{Pov})}{n_e} = 120 \Longrightarrow {}^{120}_{50}Sn$$

15/ Udarni presjek za brze neutrone dan je izrazom:

$$\sigma = 2\pi \left(R + b + \lambda\!\!\!^{-}\right)^2$$

$$R = 1{,}2\, fm \sqrt[3]{M} = 7{,}13\ fm \qquad b = 1\ fm$$

$$\lambda\!\!\!^{-} = \frac{hc}{2\pi\sqrt{2E_k\, mc^2}} = 7{,}6\ fm = 1{,}22$$

$$\sigma = 5{,}49 \cdot 10^{-24}\ cm^2$$

$$\frac{\Delta N}{N} = 2\pi\left(R+b+\lambda\!\!\!^{-}\right)^2 \frac{A}{M} x\rho = 1{,}26 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{\Delta N}{N}\,\% = 1{,}26\ \% \qquad 1{,}1\%$$

16/

$$x\rho = 0{,}67\ g/cm^2 \qquad 0{,}882\ g/cm^2$$

17/ Gustoća grafita je 2,25 g/cm^3 .Grafit je ugljik $^{12}_{6}C$

$$\sigma = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mc^2}\right)^2$$

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mc^2}\right)\frac{A}{M}\times\rho Z = \underline{\underline{0{,}227}}$$

18/ Budući da je riječ o raspršenju u užem smislu,poslužit ćemo se relacijama za Thomsonovo raspršenje:

$$\frac{\Delta N}{N} = \sigma_T n_e$$

n_e = broj el. u meti

n_j = broj jezgara u meti

$$Z = \frac{n_e}{n_j} = \frac{\frac{\Delta N}{N}\frac{1}{\sigma_T}}{\frac{A}{M}\times\rho}$$

$$\underline{\underline{Z = 5{,}84 \approx 6}}$$

19/ $\sigma = 1{,}76$ barne

20/ $3{,}5\cdot 10^5$ m/sek

21/ Potrebno je naći energiju odboja rezidualne jezgre / ^{209}Pb /

$$E_{Pb} = \frac{4}{209}E_\alpha \Rightarrow E_\alpha = 8{,}5\ MeV$$

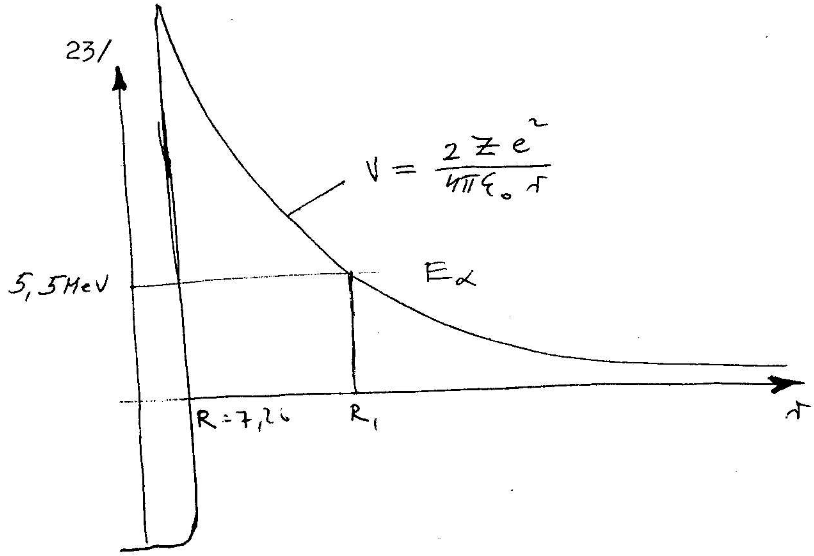
22/ Za vrijeme τ ostalo je $\frac{N_0}{e}$ radioaktivnih jezgara ^{225}Ac dakle raspalo se :

$$N_0\left(1 - \frac{1}{e}\right)$$

gdje je N_0 broj jezgara ^{225}Ac u 1g.

$$\underline{Q = 1{,}6\cdot 10^9\ y}$$

23/



ŠIRINA $= R_1 - R = D$

$$D = \frac{2Ze^2}{E_\alpha 4\pi\varepsilon_0} - R_0 A^{1/3} = \underline{36,7\ fm}$$

24/ Energija se raspodjeli na neutrino i β česticu. Upotrebimo zakon sačuvanja energije:

$$m_n c^2 = m_p c^2 + m_e c^2 + \underbrace{E_\beta + E_\gamma}_{E_K}$$

$$\underline{E_K = 0,74\ MeV}$$

25/ Zbog zakona o sačuvanju veličine gibanja jezgra mora imati, nakon emisije gama kvanta, veličinu gibanja $P_j = P_\gamma = \frac{E}{c}$

$$v = \frac{P_j'}{M} = \frac{E_\gamma c}{Mc^2} = 670\ m/sek \qquad 660\ \frac{m}{1}$$

$$\Delta E_\gamma = -\Delta E_j = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}$$

$$\underline{\Delta E_\gamma = -0,46\ eV}$$

26/ Polazimo od definicije kvadrupolnog momenta. Najzgodnije je integrirati po sfernim koordinatama.

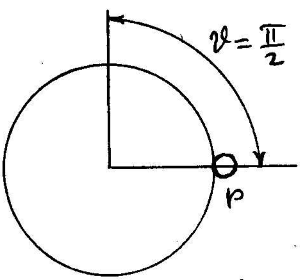
$$Q_2 = \frac{1}{e}\int \rho\, r^2\left(\frac{3}{2}\cos^2\vartheta - \frac{1}{2}\right) d\tau$$

$$d\tau = r^2 \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\varphi \, dr$$

$$Q_2 = \frac{\rho}{e} \cdot \int_0^r dr \int_0^\pi 2\pi\, r^4\left(\frac{3}{2}\cos^2\vartheta - \frac{1}{2}\right)\sin\vartheta \, d\vartheta$$

$$Q_2 = -\frac{2\pi\rho}{e}\int_0^r r^4 dr \left[\frac{3}{2}\,\frac{\cos^3\vartheta}{3} - \frac{1}{2}\cos\vartheta\right]_0^\pi = 0$$

27/ Kvadrupolni moment te jezgre možemo shvatiti kao zbroj kvadrupolnog momenta jednoliko nabijene sfere i jednog protona.



$$Q_2 = Q_2(\text{SFERA}) + Q_2(P) = Q_2(P)$$

$$\rho\,\Delta r = e \qquad \vartheta = \frac{\pi}{2} \qquad r = 4\ \text{fm}$$

$$Q_2 = \frac{1}{e}\, r^2\left(\frac{3}{2}\cos^2\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\right) e$$

$$\underline{Q_2 = -\frac{r^2}{2} = -8\cdot 10^{-26}\ \text{cm}^2}$$

Napomena: Na isti način možemo zaključiti ako je riječ o jezgri kojoj manjka jedan proton na nuklearnom ekvatoru. U tom slučaju moramo oduzeti doprinos jednog protona pa bi rezultat bio: $Q_2 = + r^2/2$

28/ Bizmut / $^{209}_{83}Bi$ / ima jedan proton više od olova $^{208}_{82}Pb$ koji je magična jezgra. Jedna od pretpostavki ljuskastog modela jeste, da jezgre koje imaju magični broj protona ili neutrona posjeduju sfernu simetriju. Jezgre u okolini magične jezgre ne odstupaju jako od te simetrije. Dakle možemo tretirati bizmut kao da ima 82 sferno simetrično raspoređena protona, a 83. proton je smješten na ekvatoru jezgre, te postupamo isto kao u prethodnom zadatku

$$Q_2 = -\frac{R_0^2 A^{1/3}}{2} = 20{,}2\ fm^2 \qquad ?$$

29/ U relaciji $Q_2 = \frac{4}{5} Z\eta R^2$ veličina ηZ određuje efektivni broj protona.

$$Z\eta = \frac{5}{4} Q_2 \frac{1}{R^2}$$

$$\eta Z = 24 \qquad \boxed{r_0 = 1{,}2} \rightarrow \eta \cdot Z = 23$$

30/

$$S - \text{stanje} \longrightarrow \ell = 0$$

za PROTON $\mu_z(p) = 5{,}586\,\mu_N \cdot \frac{1}{2} = +2{,}79\,\mu_N$

za NEUTRON $\mu_z(n) = -3{,}826\,\mu_N \cdot \frac{1}{2} = -1{,}91$

za DEUTERON $\mu_z(d) = (2{,}79 - 1{,}91)\,\mu_N = 0{,}88\,\mu_N$

31/ $\mu_z({}^3_1H) = \mu_z(p) = +2{,}79\,\mu_N$

$$\mu_z({}^3_2He) = \mu_z(n) = -1{,}91\,\mu_N$$

32/ Polazimo od zakona o sačuvanju energije. Kinetička energija alfa čestice u beskonačnosti , mora biti jednaka potencijalnoj energiji na minimalnoj udaljenosti.

$$E_K = \frac{Mv^2}{2} = \frac{Zze^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = 9\ MeV$$

$$\underline{r = 30\ fm}$$

33/ Utjecaj nuklearnih sila osjetit će se na $R' = R + 1\ fm$ udaljenosti od centra jezgre.

$$E_K = \frac{Z z e^2}{4\pi\varepsilon_0 R'} = \underline{8{,}1\ MeV} \checkmark \text{ u C.M} \qquad 9{,}34 \text{ u lab.}$$

34/ Veličina gibanja predana elektronu je:

$$p = \frac{z e^2}{2\pi\varepsilon_0 b v_{\bar{c}}}$$

Predana energija je dakle:

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{z^2 e^4}{8\pi^2 \varepsilon_0^2 b^2 v_{\bar{c}}^2 m}$$

Izraz je zgodno preurediti u oblik:

$$E = \frac{e^4\ z^2 Mc^2}{16\pi^2\varepsilon_0^2 mc^2 E_K} \cdot \frac{1}{b^2}$$

$$E_K = 10\ MeV$$

$$\frac{e^4}{16\pi^2\varepsilon_0^2} = 1{,}44^2\ MeV^2 fm^2$$

$$Mc^2 = 934\ MeV$$

$$\underline{E = 3{,}8\ eV}$$

35/ $\underline{b = 10^{-10}\ m}$: $0{,}99 \cdot 10^{-10}\ m$

36/ a) $\frac{\Delta E}{\Delta x} = 66\ \frac{keV}{mm}$

b) $\Delta E_\alpha : \Delta E_d : \Delta E_p = Z_\alpha^2 : Z_d^2 : Z_p^2 = 66 : 16{,}5 : 16{,}5$

?

c) $\Delta E_\alpha : \Delta E_d : \Delta E_p = 66 : 10 : 5{,}8$

?

d) $R_\alpha : R_d : R_p = \frac{M_\alpha}{Z_\alpha^2} : \frac{M_d}{Z_d^2} : \frac{M_p}{Z_p^2}$

$$R_\alpha : R_d : R_p = 1 : 2 : 1$$

37/ Pomoću relacije za relativni doseg kod nabijenih čestica iste brzine nađemo doseg, a zatim izračunamo pripadnu energiju.

R_p /m/	1,6	1,2	o,8	0,4	0,2	0,1	0,o5
E_p /MeV/	~~12,9~~ 11,9	10,1	8,05	5,4	3,6	2,42	1,6

R_d /m/	3,2	2,4	1,6	0,8	0,4	0,2	0,1
E_d /MeV/	23,8	20,15	16,1	10,8	7,25	4,84	3,15

38/ Nađemo energiju α zrake iste brzine, te iz tabele nađemo domet interpolacijom.

$$E_\alpha = \frac{M_\alpha v^2}{2} = \frac{4}{3} E_{^3He} = 6,7 \; MeV$$

$$R_\alpha \approx 0,056 \; m$$

$$R_{^3He} = \frac{M_{^3He}}{M_\alpha}\left(\frac{Z_\alpha}{Z_{^3He}}\right)^2 \cdot R_\alpha = \underline{0,042 \; m}$$

39/ $\underline{18,4 \; cm}$

40/ Gubitak energije jednog deuterona:

$$\Delta E = 2\pi \frac{Mc^2 \, mc^2}{E} z^2 r_0^2 \gamma \ln\left(\frac{2E}{\hbar\nu}\frac{m}{M}\right) \Delta x$$

$$\Delta E = 132 \; keV$$ ~~0,123 MeV~~

Broj deuterona u sekundi je $N = \frac{i}{e}$

Dakle snaga iznosi $\underline{P = \frac{i}{e}\Delta E = 2,3 \; W}$?

2,14 W

41/ $\frac{n}{\rho}$ – broj elektrona u jedinici mase

$$\frac{dE}{d(x\rho)_{Al}} : \frac{dE}{d(x\rho)_{Pb}} \approx \left(\frac{n}{\rho}\right)_{Al} : \left(\frac{n}{\rho}\right)_{Pb} = 1 : 0{,}825$$

U drugom slučaju imamo:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{Al} : \left(\frac{dE}{dx}\right)_{Pb} \approx n_{Al} : n_{Pb} = \left(\frac{\rho Z}{M}\right)_{Al} : \left(\frac{\rho Z}{M}\right)_{Pb} = 1{,}3 : 4{,}5$$

42/ $$(\Delta E)_{Pb} = 165 \text{ keV}$$

43/ $$\Delta E = 2\pi \frac{Mc^2 mc^2}{E_k} Z^2 r_0^2 \frac{n}{\rho} \cdot \ln\left(\frac{2E\, m}{h\nu\, M}\right)(x\rho)$$

$\frac{n}{\rho} \times \rho$ = Broj el. u jed. pov.

$$\Delta E = 320 \text{ keV} \quad 322$$

44/ Iz zakona sačuvanja energije slijedi: $E_\gamma = E_k$

gdje su E_k kinetička energija elektrona , E_γ energija gama zrake.

$$E_k = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} - mc^2 \Rightarrow p = \sqrt{\frac{E_\gamma^2}{c^2} + 2E_\gamma m}$$

Istovremeno zbog zakona sačuvanja veličine gibanja mora biti: $p = \frac{E_\gamma}{c}$

– što je ispunjeno samo u trivijalnom slučaju $E_\gamma = 0$

45/ $$E = 2{,}15 \text{ eV}$$

46/ Iz radiusa zakrivljenosti staze elektrona naći ćemo veličinu gibanja

$$\frac{mv^2}{r} = evB \qquad p = eBr$$

Ispitujemo da li se radi o relativističkom elektronu

$$\frac{p}{mc} = \frac{eBr}{mc} = 1{,}17 > 1 \Rightarrow \text{RELATIVISTIČKI}$$

$$pc = 1{,}17\, mc^2 = 0{,}597 \text{ MeV}$$

$$E_k = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} - mc^2 = 0{,}274 \text{ MeV}$$

$$E_\gamma = E_k + E_B(K) = \underline{361 \text{ keV}}$$

47/ U izrazu za udarni presjek imamo brzinu elektrona. Iz relativističke relacije za energiju i veličinu gibanja slijedi:

$$\beta = \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\frac{E_k}{mc^2} + 1}\right)^2}$$

Dakle imamo $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_1 : \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_2 = \frac{\sin^2\varphi}{1-\beta_1\cos\varphi} : \frac{\sin^2\varphi}{1-\beta_2\cos\varphi}$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 7{,}6 \ \frac{\text{barn}}{\text{sterad}}$$

48/ Kako je udarni presjek za fotoefekt na K elektronima

$$\sigma \sim \frac{Z^5}{E^{7/2}}$$

imamo $\sigma_{Pb} : \sigma_W : \sigma_{Al} = Z_{Pb}^5 : Z_W^5 : Z_{Al}^5$

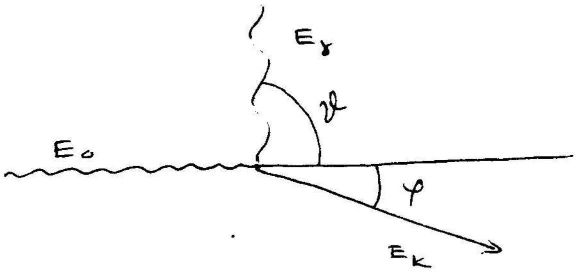
$$\sigma_W = 17 \text{ barn} \qquad \sigma_{Al} = 2{,}58 \text{ barn} \ (28 \text{ mbarn})$$

49/ Potrebno je naći kut φ . Iz relacije $E = \frac{E_0}{1 + \frac{E_0}{mc^2}(1-\cos\vartheta)}$

slijedi $E_\gamma = 0{,}369 \text{ MeV} \qquad E_k = 0{,}96 \text{ MeV}$

gdje je E_k kinetička energija elektrona.

Kut raspršenja dobivamo iz relacije za veličinu gibanja.

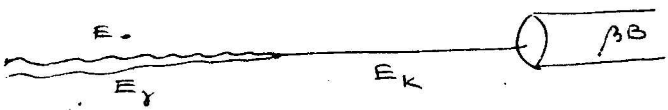


$$\sin\varphi = \frac{E_\gamma}{pc}\sin\vartheta$$

$$pc = \sqrt{(E_K + mc^2)^2 - m^2c^4} = 1{,}38\ MeV$$

$$\sin\varphi = 0{,}267 \Longrightarrow \underline{\underline{\varphi = 15^\circ}}$$

50)



Iz teksta zadatka se vidi da je $\varphi = 0$, prema tome po zakonu sačuvanja veličine gibanja kut ϑ može biti samo 0° ili 180°. Kut $\vartheta \neq 0$ (jer bi onda kinetička energija elektrona bila 0).

Dakle $\quad \vartheta = \pi \qquad \varphi = 0$ (str 13)

Prema relaciji za domet elektrona $R\,(g/cm^2) = 0{,}52\,E(MeV) - 0{,}09$

$$E_K = 0{,}94\ MeV$$

$$cp = \sqrt{E_K^2 - m^2c^4} = 1{,}36\ MeV$$

Iz relacije $\quad E_o = E_K + E_\gamma \quad$ - zakon sačuvanja energije i

$$E_o = E\cos\vartheta + pc\cos\varphi$$ - zakona sačuvanja veličine gibanja

slijedi $\quad \underline{E_o = 1{,}15\ MeV} \qquad \underline{E_\gamma = 0{,}21\ MeV}$

51/ $E_K = 120\ KeV \ ; \ 185\ keV \ ; \ 256\ keV$

52/ Nađimo početnu valnu dužinu $\lambda_0 = \frac{hc}{h\nu_0} = 1240\ fm$

$$\lambda = 1{,}25 \cdot \lambda_0 = 1550\ fm \qquad E_\gamma = \frac{hc}{\lambda} = 0{,}8\ MeV$$

$E_K = 1 - 0{,}8 = 0{,}2\ MeV$ - kinetička energija elektrona

Iz relacije:

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1 - \cos\vartheta) \longrightarrow \vartheta = 29{,}5^\circ$$

Zakon sačuvanja veličine gibanja: $\sin\varphi = \frac{E_\gamma}{pc} \sin\vartheta$

$$pc = \sqrt{(E_K + mc^2)^2 - m^2c^4} = 0{,}49\ MeV$$

$$\underline{\varphi = 54^\circ} \qquad 52^\circ 15$$

53/ Polazimo od relacije za udarni presjek

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2}\left(\frac{E_\gamma}{E_0}\right)^2\left(\frac{E_0}{E_\gamma} + \frac{E_\gamma}{E_0} - \sin^2\vartheta\right)$$

Dobivamo: $\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^\circ) = r_0^2 \qquad \frac{d\sigma}{d\Omega}(90^\circ) = 0{,}1\, r_0^2 \qquad \frac{d\sigma}{d\Omega}(180) = 0{,}09\, r_0^2$

54/ Za stvaranje para elektron - pozitron utroši se 1,02 MeV. Ostatak energije se rasporedi na obje čestice. Dakle kinetička energija pozitrona jednaka je:

$$E_K = \frac{1}{2}\left(E_\gamma - 2mc^2\right) = 0{,}99\ MeV$$

Daljnji postupak kao u zadatku 46/

$$\underline{r = 4{,}7\ cm}$$

55/

$$E_K + 2mc^2 - E_B(K) = 2E_\gamma$$

$$\underline{E_\gamma = 1{,}47\ MeV}$$

56/ Nazovi zraku od 0,5 MeV zrakom 1 , a drugu zrakom 2 . Tada za zraku 1 pišemo:

$$N_1 = N_{10}\, e^{-\mu_1 x_1} \qquad \mu_1 = 0{,}764\ cm^{-1} \qquad x_1 = 8\ cm$$

$$\frac{N_{10}}{N_1} = \overset{451}{457}$$ - to znači da je 457 puta oslabljeno zračenje energije 0,5 MeV-a, nakon prolaza kroz filter

Sada za zraku 2:

$$N_2 = N_{20}\, e^{-\mu_2 x_1} \qquad \mu_2 = 0{,}348\ cm^{-1}$$

$$\frac{N_{20}}{N_2} = 16{,}2$$ - zraka 2 ima dakle 16,2 puta slabiji intenzitet nakon prolaza kroz filter.

Nazovimo sveukupni intenzitet izvora bez filtra N_0

$$N_{10} = 0{,}6\, N_0 \qquad N_{20} = 0{,}4 N_0$$

Tada je:

$$N_2 : N_1 = \frac{0{,}4 N_0}{16{,}2} : \frac{0{,}6\, N_0}{457} = 19 : 1$$

Dakle od 20 otkuca koje nakon prolaza kroz filter registrira brojač,19 dolazi od zrake 2, a 1 od zrake 1 .Sada promjenimo filter. Vrijedi:

$$N_1' = N_{10}\, e^{-\mu_1 x_1'}$$

$$\frac{N_1'}{N_1} = e^{\mu_1 (x_1 - x_1')} = 214$$

Nakon promjene filtra brojač će registrirati 214 otkucaja od zrake 1 , dok za zraku 2 vrijedi:

$$\frac{N_2'}{N_2} = e^{\mu_2 (x_2 - x_2')} = 11{,}4 \qquad N_2' = 217$$

Ukupan broj otkucaja: $\underline{N' = N_1' + N_2' = 431\ min^{-1}}$

57/

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\frac{\mu}{\rho}(\rho x)} \qquad \frac{\mu}{\rho}(0,4) = 0,0953\ cm^2/g$$

$$\eta = \frac{N_0 - N}{N_0} = 1 - e^{-\frac{\mu}{\rho}\rho x} \qquad \frac{\mu}{\rho}(1,5) = 0,0516\ cm^2/g$$

$$\eta(0,4) : \eta(1,5) = 0,124 : \overset{0,07}{0,06}$$

(28 cm

58/ Iz relacije $N_1 = N_0 e^{-\mu x}$ slijedi x = 29 cm

Budući da u zraku zanemarujemo atenuaciju to će intenzitet zračenja opadati s kvadratom udaljenosti.

$$N_2 = 9,4 \cdot 10^{-3} N_1 \qquad 8,8 \cdot 10^{-3}$$

59/

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{e^{-\mu d}}{e^{-\mu(d-x)}} = e^{-\mu x} = \frac{1}{4} \qquad \underline{x = 2,43\ cm} \qquad \boxed{2,34\ cm}$$

60/ Energija elektrona je: $E_K = E_\gamma - E_B$ gdje je E_B rad izlaza elektrona. Energiju elektrona odredit ćemo iz dometa. Budući da kod 150 mg/cm^2 aluminija, broj koincidencija pada na nulu, to je domet jednak:

$$R_0 = d_{Al} + 3 d_{STIJENKI} = 180\ mg/cm^2$$

Dakle:

$$E_K = \frac{R_0 + 0,09}{0,52} = 0,519\ MeV$$

Rad izlaza ćemo zanemariti, pa imamo konačno

$$E_\gamma \approx E_K = \underline{0,519\ MeV}$$

61/ Iz relacije $E_{max} = 0,54 \sqrt[5]{Z}$ odredimo redni broj materijala

$$Z = 5,97 \approx 6$$

Dakle radi se o ugljiku. Tražimo o kojem se izotopu radi:

$$\sigma_T = 0,67\ barn$$

$$M = \frac{A \rho x Z \sigma_T}{\frac{\Delta N}{N}} = 12,04 \implies {}^{12}_{6}C$$

62/ Ako elektrone upravo zaustavlja folija debljine 0,436 g/cm^2 onda je time zadan njihov domet. Iz dometa nađemo energiju, a zatim iz relacije koja veže energiju i redni broj raspršivača odredimo najteži element zastupljen u foliji.

Dobivamo Z = 23,06 - najteži element u foliji je vanadij.

63/ $$E = E_0 e^{-x/\ell_{rad}} \qquad \frac{dE}{dx} = -\frac{E}{\ell_{rad}}$$

$$\ell_{rad} = \frac{137}{4 r_0^2 N Z^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}}}$$

a) $\ell_{rad} = 360\ m$

b) $\ell_{rad} = 9{,}76\ cm$ c) $\ell_{rad} = 0{,}52\ cm$

64/ Pogledajmo kakve je prirode gubitak energije

$$\frac{\Delta E_{rad}}{\Delta E_{ioniz}} = \frac{ZE}{800} \approx 5$$

Vidi se da dominira gubitak energije zračenjem

$$E = E_0 e^{-x/\ell_{rad}} \approx E_0 e^{-1} \qquad \underline{E_0 \approx 114\ MeV}$$

65/ Polazimo od relacije:

$$\ln m = 2\sqrt{\frac{\beta N a \cdot V_0}{\ln b/a}} \left(\sqrt{\frac{V_0}{V_t}} - 1\right)$$

$$\ln m = 4{,}78 \qquad \underline{m = 120} \qquad \cancel{tt}\cdot 125{,}4$$

66/ $\underline{m = 97}$

67/ Potrebno je izračunati pojačanje brojača i broj prvobitno stvorenih ionskih parova.

$m = 120$ $\quad N_0 = \frac{\Delta E}{V_i} = 2500$ $\quad \underline{V = \frac{Q}{C} = 0{,}243\ mV}$

$\Delta E = 7{,}75\ keV$

Gubitak energije protona naći ćemo iz poznate dužine brojača i vrijednosti $\hbar\nu$ = 20 eV .

68/ Proton energije 8 MeV ima istu brzinu kao He^3 energije 24 MeV, pa se gubici energije odnose kao kvadrati naboja.

$$\Delta E_{^3He} : \Delta E_p = 4 : 1$$

$$\Delta E_{^3He} = 2\ MeV$$

$$\underline{V = 0{,}36\ mV}$$

69/ Treba naći gubitak energije protona od 300 MeV pri prolazu kroz 10 cm argona i to podjeliti s 26,9 eV (srednja energija ionizacije argona) da bi se dobio broj ionskih parova.

$\Delta E = 28\ keV$ $\qquad \underline{i = 1{,}67 \cdot 10^{-7}\ A}$

70/ $dV_c = \frac{ne}{c\,l_0} v^- dt = 4\mu V$ $\qquad v^- = 0{,}6 \cdot 10^4\ m\,s^{-1}$

71/ $i = 8{,}88 \cdot 10^{-10}\ A$ $\qquad 9{,}14 \cdot 10^{-10}\ A$

72/ $\ln\left(1 + \frac{t}{t_0}\right) = 0{,}25 \cdot 2 \ln\frac{b}{a}$ $\qquad RC \approx 0{,}2\ \mu s$

73/ 3,8 MeV ; 4 MeV

74/ $V = 4\ V$

75/ 1,4 %

76/ Ako se 10 % intenziteta detektira, onda znači da 90 % intenziteta prođe. Dakle:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\mu x} = 0{,}9$$

$$x\rho = 11,6 \; g/cm^2 \qquad 1,18 \; g/cm^2$$

77/ Tamna struja / struja ionizacije = 114/6,2 .

78/ $E_g - E_f = 0,213$ eV

79/ Polazimo od relacije:

$$\ln \frac{p^*}{p} = \frac{M}{\rho RT}\left(\frac{2\sigma}{r} - \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4}\,\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right) = 1,265$$

$$\frac{p^*}{p} = 3,54$$

80/ $$\frac{d}{dr}\left(\ln\frac{p^*}{p}\right) = 0 = \frac{M}{\rho RT}\left(-\frac{2\sigma}{r^2} + \frac{4Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^5}\right)$$

$$\frac{Q^2}{8\pi^2\varepsilon_0 r_0^5} - \frac{2\sigma}{r_0^2} = 0$$

$$r_0 = 6,2 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$$

81/ Uvjet za Čerenkovljev efekt je $v \geq \frac{c}{n}$ dakle za granični slučaj $v = \frac{c}{n}$ $\quad \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{1}{n}\right)^2$

Kinetička energija je $E_K = mc^2 - m_0 c^2$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$E_K = m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{n}\right)^2}} - 1\right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{n}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{\frac{0,000586}{1,000586}}} = \frac{10^2}{\sqrt{5,86}} = 41,31$$

$$E_K = 0,51 \cdot 40,3 \text{ MeV} = \underline{20,6 \text{ MeV}}$$

82/ Iz zakona sačuvanja slijedi:

Prva reakcija: $\left({}^{206}Pb + p + n\right)c^2 - 2{,}23\ MeV = Q + c^2\left({}^{207}Pb + p\right)$

Druga reakcija: $\left({}^{206}Pb + n\right)c^2 = {}^{207}Pb + E_\gamma$

Oduzmemo te dvije jednadžbe i dobijemo: $E_\gamma = 6{,}7\ MeV$

83/ Prag reakcije je ona minimalna energija koja je potrebna da bi moglo do reakcije doći. U tom slučaju je energija izlaznog neutrona jednaka nuli.

Zakoni sačuvanja daju:

$$p_p = p\,({}^7Li + p) \qquad E_{PRAG} = |Q| + E_{Be}$$

Slijedi: $$E_{Be} = \frac{p_p^2}{2M_{Be}}$$

sustav CM

$$E_{Be} = \frac{m_p E_{PRAG}}{M_{Be}} \Rightarrow E_{PRAG} = |Q|\frac{M_{Be}}{M_{Be} - m_p} = 1{,}88\ MeV$$

$\downarrow ?$

84/ $$E = \sigma\, N\, m \cdot 22{,}3\ MeV = 8{,}56 \cdot 10^{-10}\ W$$

85/ $$\sigma \sim \frac{1}{v} \qquad \sigma_1 v_1 = \sigma_2 v_2$$

$$\sigma_2 = 0{,}45 \text{ barna}$$

86/ Prosječna energija koja se oslobodi pri jednoj fisiji urana iznosi 200 MeV.

$$E = 8{,}2 \cdot 10^{10}\ kJ \longrightarrow 2800 \text{ tona}$$

87/ 40 puta

88/ 1,5 kg