① OSNOVNI ELEKTRIČKI KONCEPTI

## COULOMBOV ZAKON

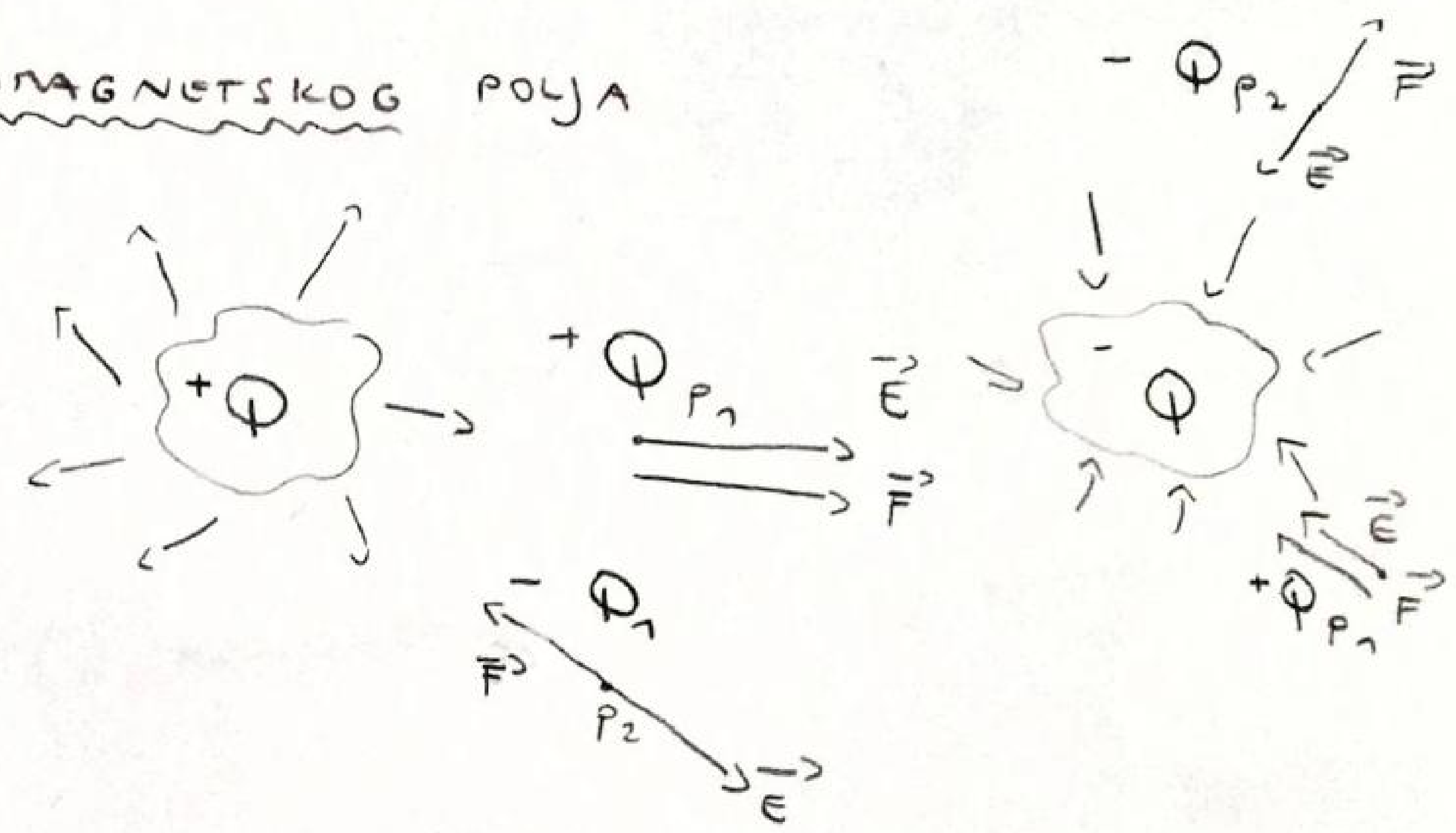
$$\boxed{F = k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}} \qquad \vec{F} = k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \cdot \vec{r_0}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

- MAXWELL → POJAM ELEKTROMAGNETSKOG POLJA

ELEKTRIČNO POLJE

$$\boxed{E = \frac{\vec{F}}{Q}}$$




RAO

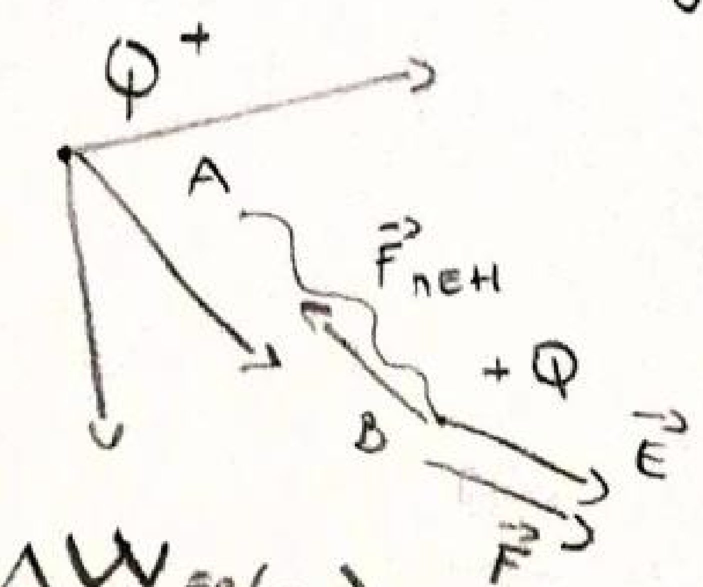
$$\boxed{W = F \cdot s \cdot \cos\alpha}$$

HOMOGENO POLJE → POLJE KOJE JE U SVAKOJ TOČKI JEDNAKOG IZNOSA I SMJERA


→ SILNICE POLJA MEĐUSOBNO PARALELNE I JEDNAKO UDALJENE

ELEKTRIČNI POTENCIJAL [$\varphi$] → $E_p$ NABIJENE ČESTICE U ELEKTRIČNOM POLJU

KARAKTERISTIKA TOČKE U POLJU




$\varphi_A \to \varphi_B \Rightarrow W$ DOVEDEN IZ VAN

$\varphi_B \to \varphi_A \Rightarrow W$ OBAVLJA POLJE → SMANJUJE SE POTENCIJAL

REVERZIBILNOST

$$W_{px} = \varphi_x \cdot Q$$

$$W_{pA} - W_{pB} = Q \underbrace{(\varphi_A - \varphi_B)}_{\text{NAPON } U_{AB}}$$

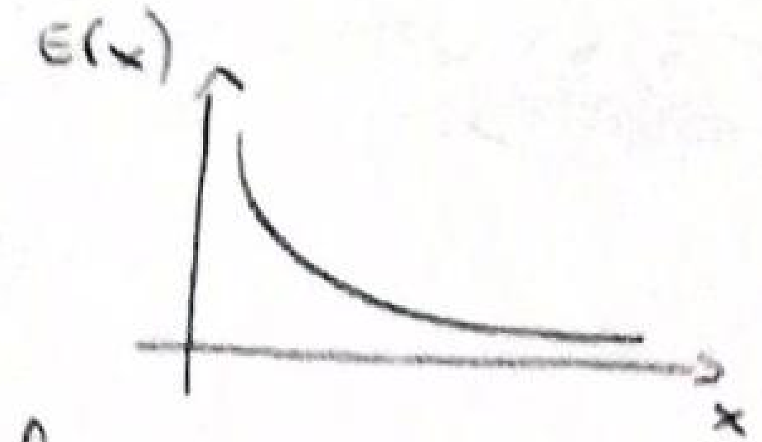
$$\frac{\Delta W_{ep(AB)}}{Q}$$

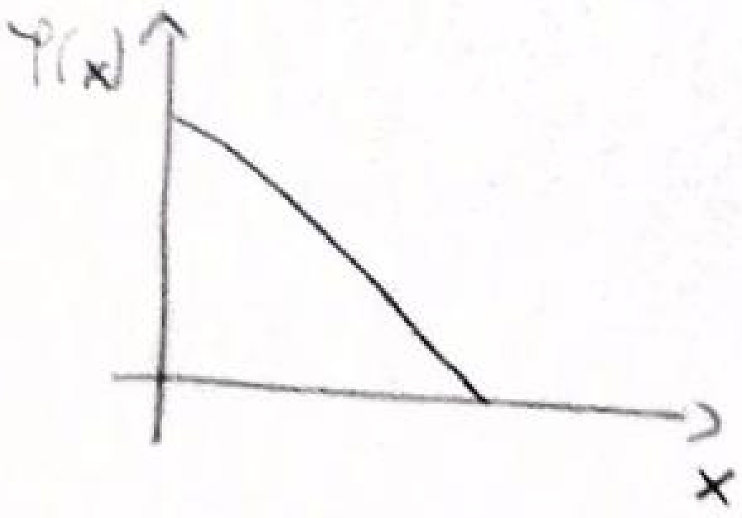
$$\boxed{U_{AB} = -U_{BA}}$$ NAPON → SVOJSTVO DVIJU TOČAKA //

- ELEKTROSTATIKA → MIRNI NABOJ
- IZ POZITIVNOG NABOJA → POLJE IZVIRE
- NEGATIVNOG → POLJE PONIRE

- TOČKASTI NABOJ:

$$E(x) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon x^2}$$




- φ OPADA U SMJERU POLJA

- POTENCIJAL → DERIVACIJA EL. POLJA

$$E = -\frac{d\varphi}{dx} \qquad \vec{E} = -\frac{d\varphi}{dx} \cdot \vec{x}_0$$

- U HOMOGENOM ELEKTRIČNOM POLJU → POTENCIJAL LINEARNO OPADA U SMJERU POLJA

UZEMLJENJE (TOČKA POTENCIJALA 0)

- MATERIJA:
  - VODIČI (IMAJU RAZLIČITU REŠETKU → RAZLIČITA BRZINA SUDARA)
  - IZOLATORI

- ELEKTRONI → SLOBODNI NABOJ
- SILA DJELUJE I NA PROTON, NO NE ČINI MU NIŠTA

$$\boxed{i = \frac{dq}{dt}}$$ OPĆA DEF. STRUJE

$$\boxed{I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}} = \text{KONST.}$$

$$dq = i\,dt$$

$$q = \int_{t_1}^{t_2} i\,dt$$

- TOPLINA (JOULES) → POSLJEDICA VISKOZNOG TRENJA

$\rho$ - SPECIFIČNI OTPOR

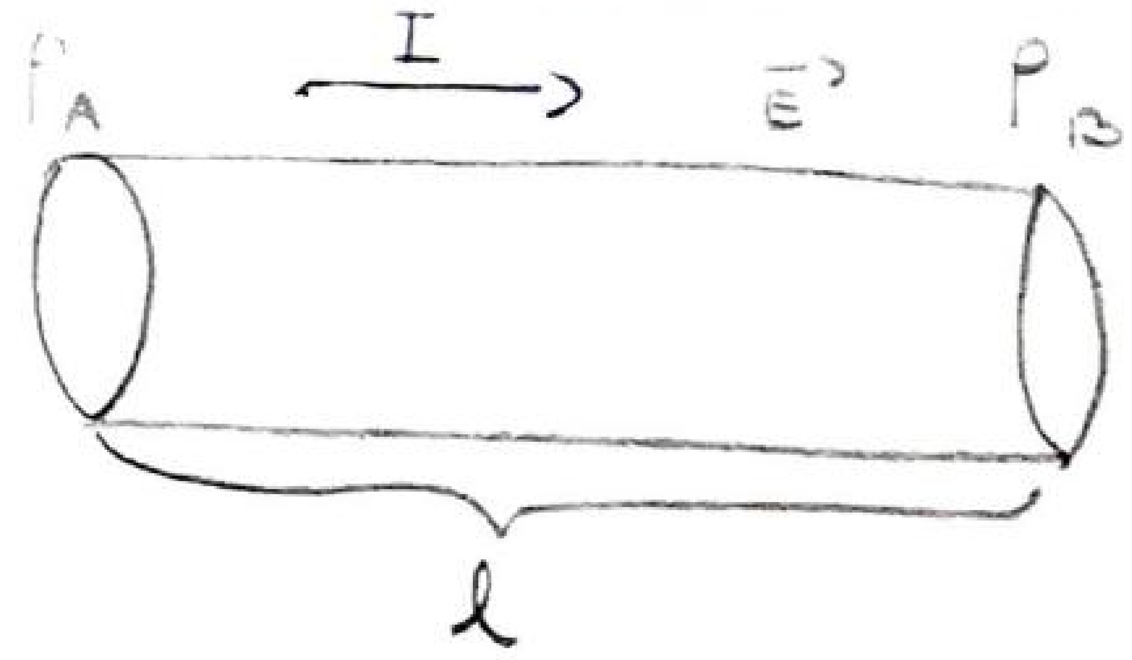
$\kappa$ [KAPA] - SPECIFIČNA VODLJIVOST MATERIJALA

$$\boxed{I = \frac{U}{R}}$$ OHMOV ZAKON

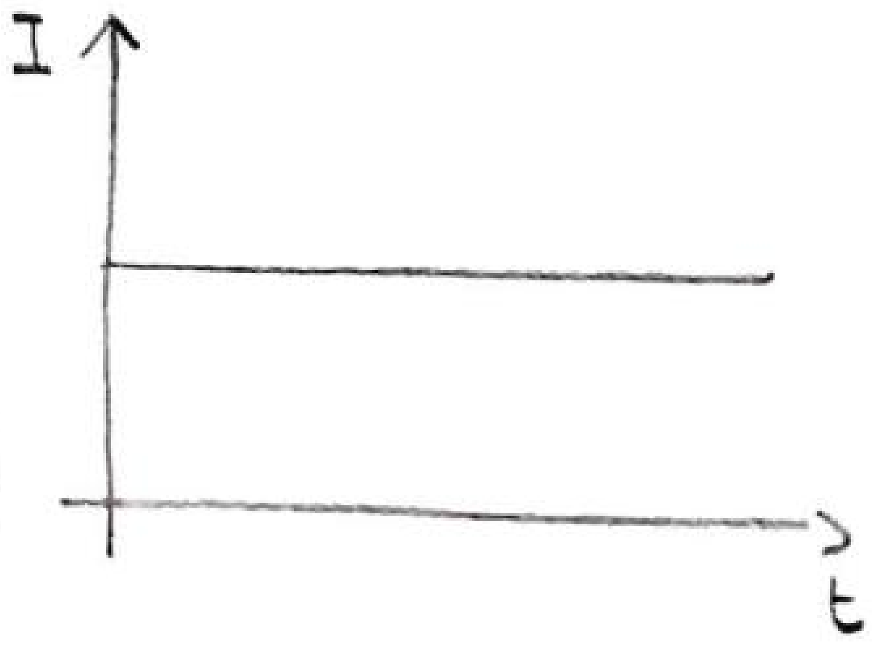
$$\boxed{R = \rho \cdot \frac{l}{S}}$$ S - POVRŠINA POPREČNOG PRESJEKA

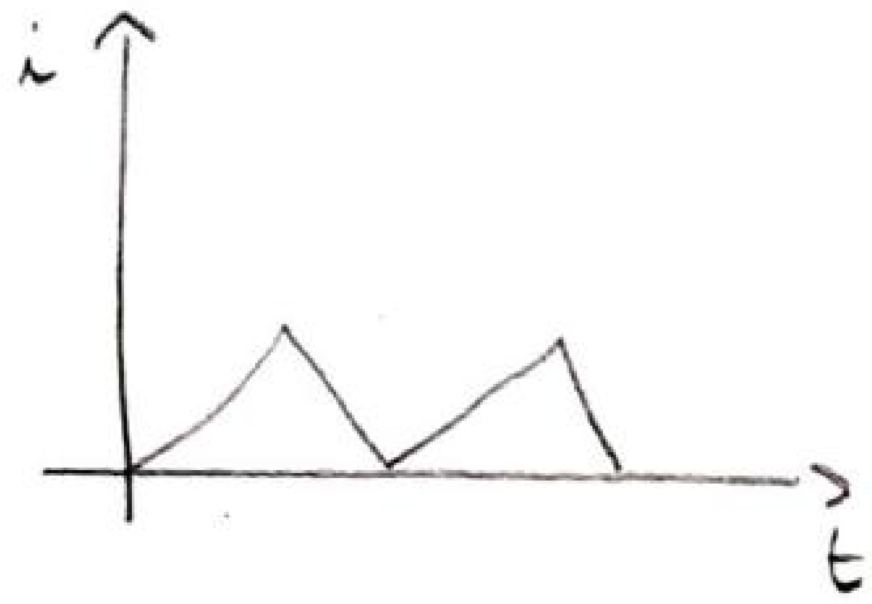
$$\boxed{G = \frac{1}{R}\ [S]}$$ S - SIMENS

ELEKTR. VODLJIVOST



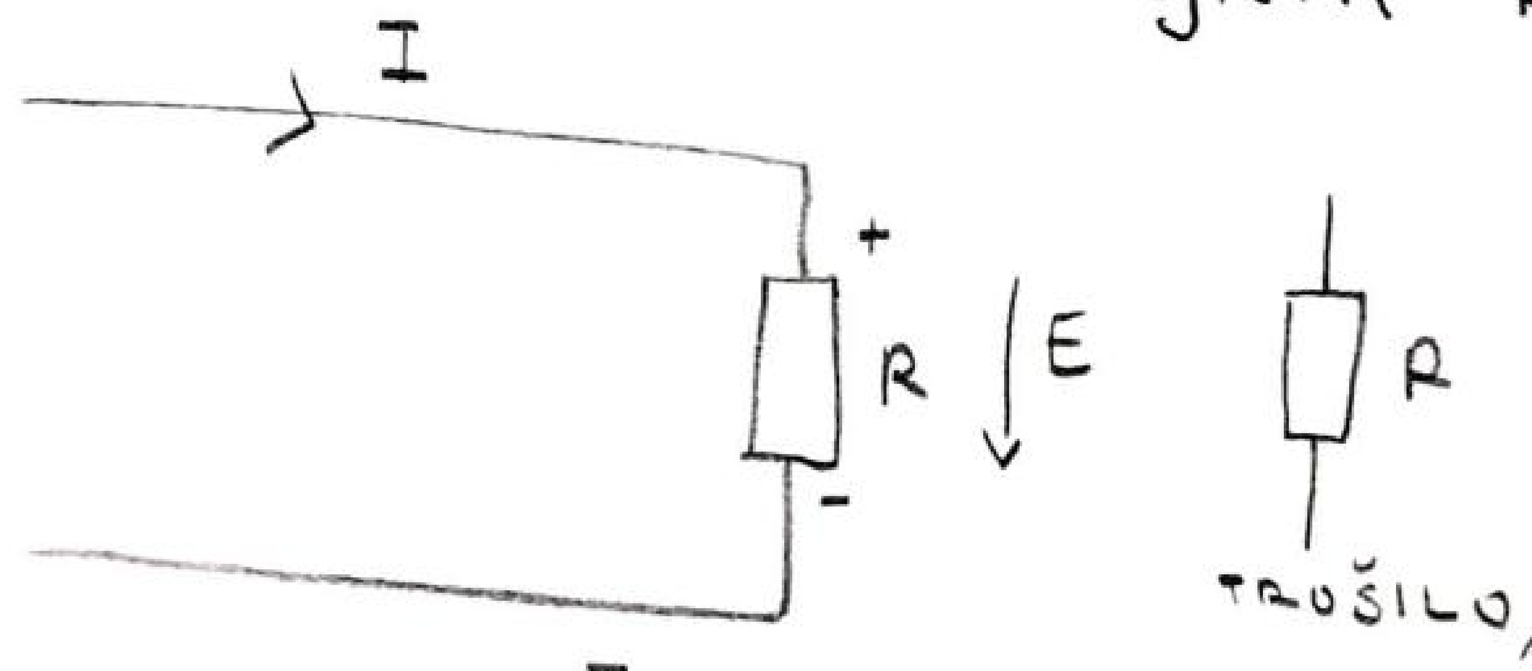

- ELEKTRON IDE OD MJESTA NIŽEG $\varphi$ DO MJESTA VIŠEG $\varphi$
- STRUJA (PO KONVENCIJI) SE GIBA SUPROTNO OD ELEKTRONA

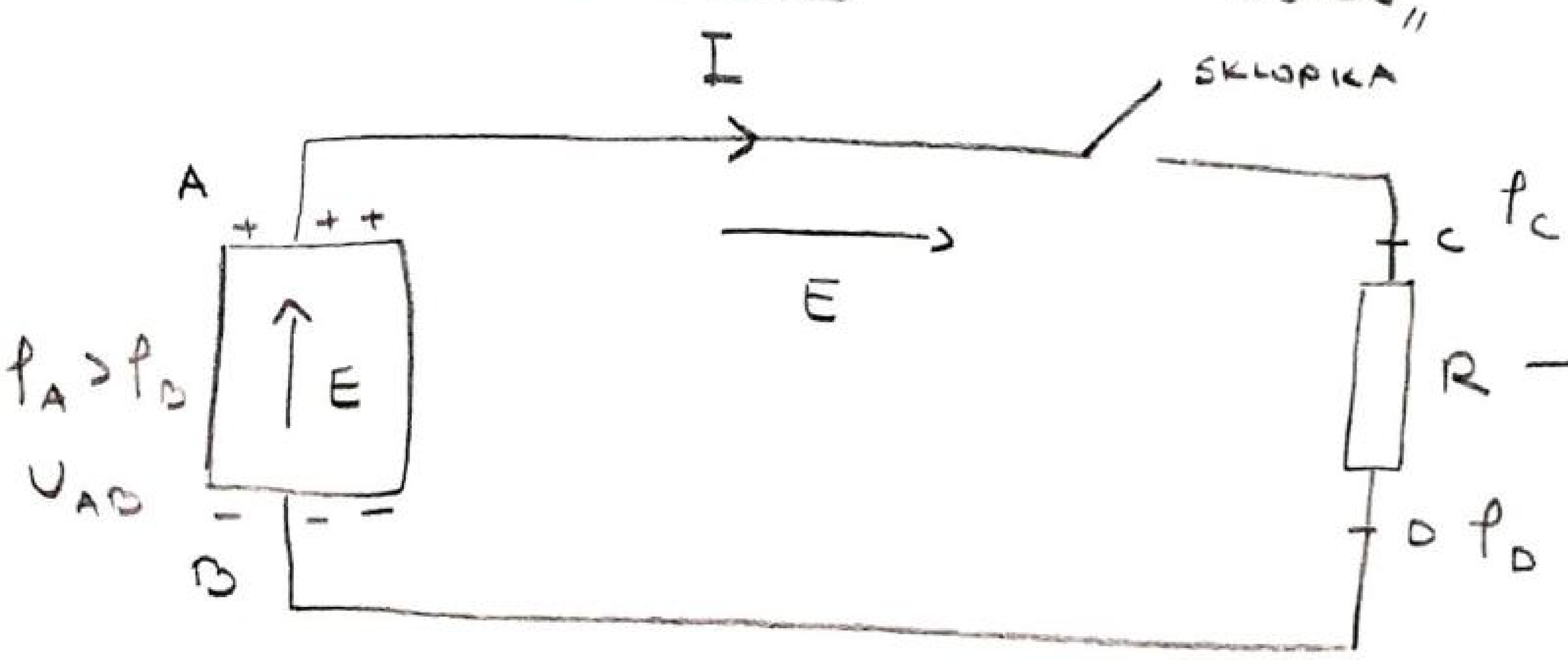



- STRUJA JE U ISTOM SMJERU, ALI NE I IZNOSA (KROZ VRIJEME)

## ② OSNOVNI ELEMENTI STRUJNIH KRUGOVA




R —D POLJE OBAVLJA W ZBOG SMANJENJA POTENCIJALNE ENERGIJE"

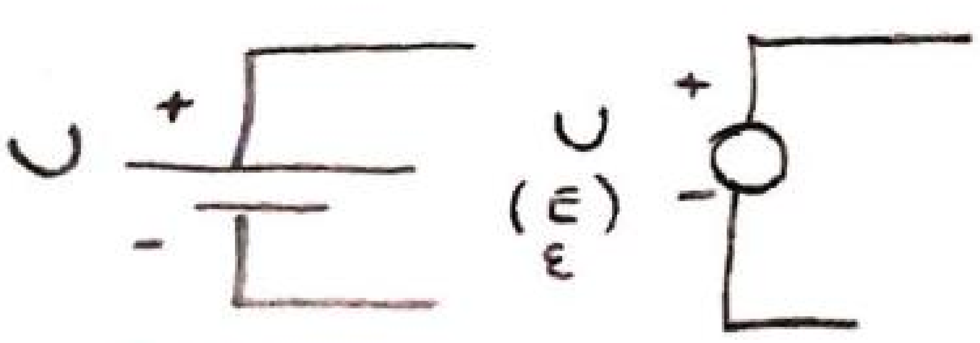
$U_{AB} = \mathcal{E}_{AB}$

ZATVORENI STRUJNI KRUG

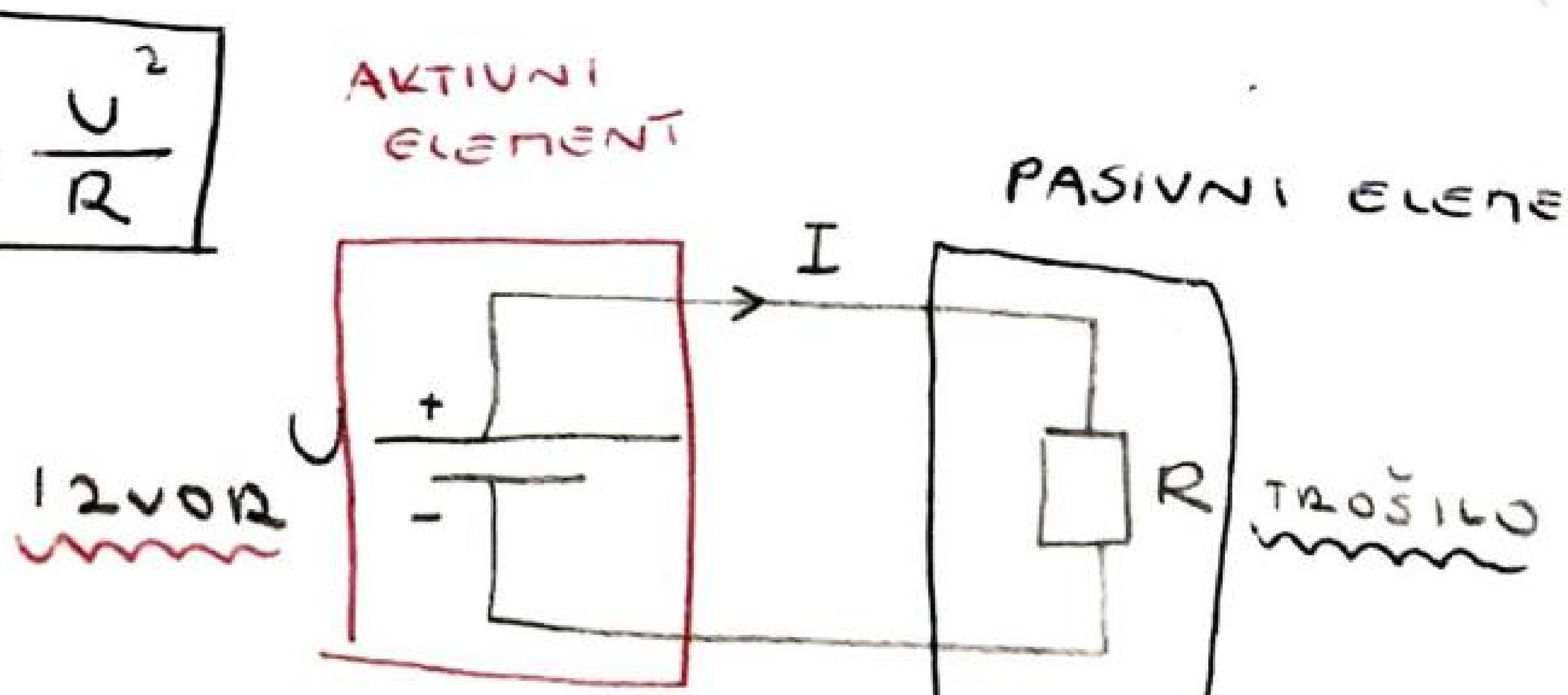
## SNAGA

$$\boxed{P = U \cdot I} \; [W]$$

$$U = I \cdot R \Rightarrow \boxed{P = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}}$$




SIMBOL IDEALNOG NAPONSKOG IZVORA

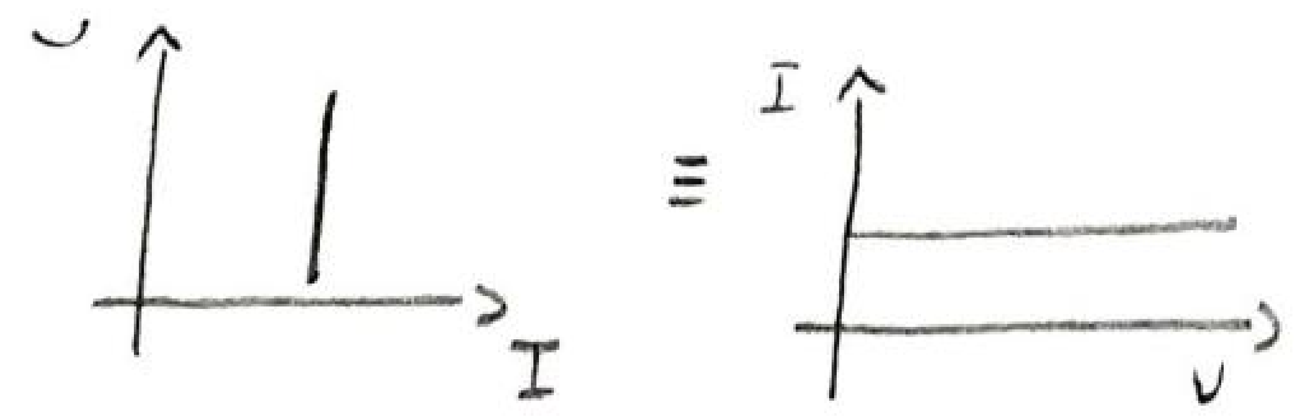



- U TROŠILU SE OBAVLJA W

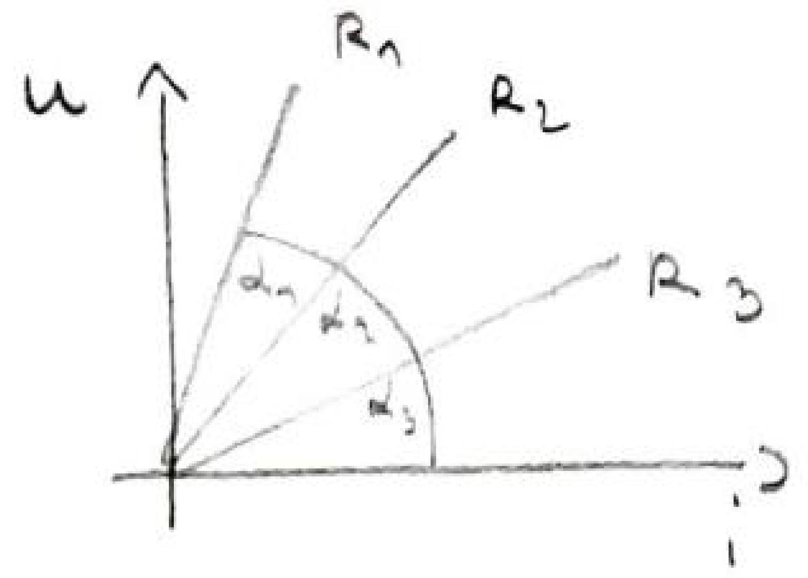
- IDEALNI NAPONSKI IZVOR → UVIJEK DAJE ... PRIKLJUČENOM TROŠILU "

- IDEALNI STRUJNI IZVOR → DAJE UVIJEK ISTU STRUJU NEOVISNO O PRIKLJUČENOM TROŠILU "

⇓




LINEARNI OTPORNICI




- NAGIB ODGOVARA IZNOSU <u>OTPORA</u>

- VEĆI $\alpha$ = VEĆI OTPOR

NELINEARNI OTPORNICI

- OMJER NAPONA I STRUJE NIJE KONSTANTAN!

(1) STATIČKI R

- VRIJEDNOST OTPORA U ODABRANOJ RADNOJ TOČKI

$$\boxed{R_{S_T} = \frac{U_T}{I_T}}$$

(2) DINAMIČNI R

- OPISUJE MIJENJANJE NAPONA SA MALIM IZMJENAMA STRUJE KROZ ELEMENT

$$R_{D_T} = \left(\frac{dU}{dI}\right)_T$$

[NAGIB TANGENTE U TOČKI]

TEMPERATURNA OVISNOST METALA

- OTPORNOST SE POVEĆAVA POVEĆAVANJEM TEMPERATURE

$$\boxed{\rho = \rho_0 (1 + \alpha (T - T_0))}$$

$\alpha$ - KOEFICIJENT TEMPERATURE

$$\boxed{R = R_0 (1 + \alpha (T - T_0))}$$

<u>JOULEOV ZAKON</u>

- PRI PROLASKU STRUJE KROZ VODIČ, ELEKTRONI SE UBRZAVAJU I SUDARAJU S VEZGAMA I DRUGIM ELEKTRONIMA GUBEĆI PRI TOM $E_k$

- $E_{R_{IZG}} \to E_{TOPLINSKA}$

- $\boxed{dq = i\,dt}$

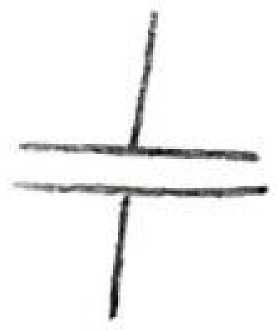
  NABOJ KOJI U VREMENU $dt$ PROĐE VODIČEM IZMEĐU TOČAKA A I B.

- NABOJ PRI TOME IZGUBI ENERGIJU: $\boxed{dw = dq \cdot u_{AB} = u_{AB} \cdot i\,dt}$
- SNAGA NA OTPORNIKU:

$$p(t) = \frac{dw}{dt} = u(t) \cdot i(t) = i(t)^2 \cdot R$$

KONDENZATOR

- PASIVNI ELEMENT SA SVOJSTVOM POHRANJIVANJA ELEKTRIČNE ENERGIJE (NABOJA)
- SIMBOL:



- KAPACITET $\to$ KARAKTERISTIKA KONDENZATORA

$$\boxed{C = \frac{Q}{U}} \quad [F] \qquad \boxed{C = \varepsilon \cdot \frac{S}{d}}$$

MEĐU PLOČAMA

$$dW = U \cdot dq = U \cdot C \cdot dU$$

ELEKTROSTATSKA ENERGIJA

$$\to W = \int_0^U C \cdot U\,du = \frac{C \cdot U^2}{2} \qquad \boxed{W = \frac{QU}{2} = \frac{Q^2}{2C}}$$

ZAVOJNICA

- PASIVNI ELEMENT KOJI POHRANJUJE MAGNETSKU ENERGIJU
  $\to$ ELEKTRIČNI VODIČ OBLIKOVAN U GUSTI NIZ PARALELNIH ZAVOJA
- PROTJECANJEM STRUJE KROZ VODIČ $\to$ STVARANJE MAGNETSKOG POLJA
- SIMBOL:

# OSNOVE MAGNETIZMA

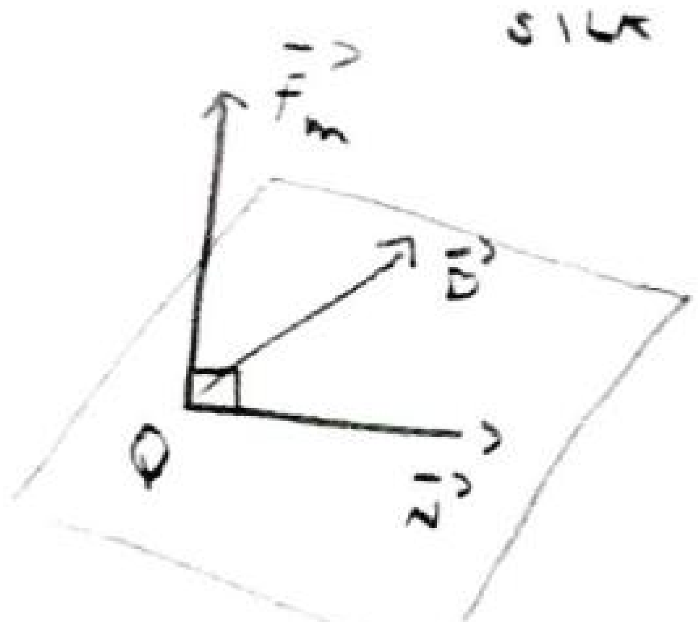
- MAGNETSKU INDUKCIJU UZROKUJU PERMANENTNI MAGNETI I ELEKTRIČNE STRUJE

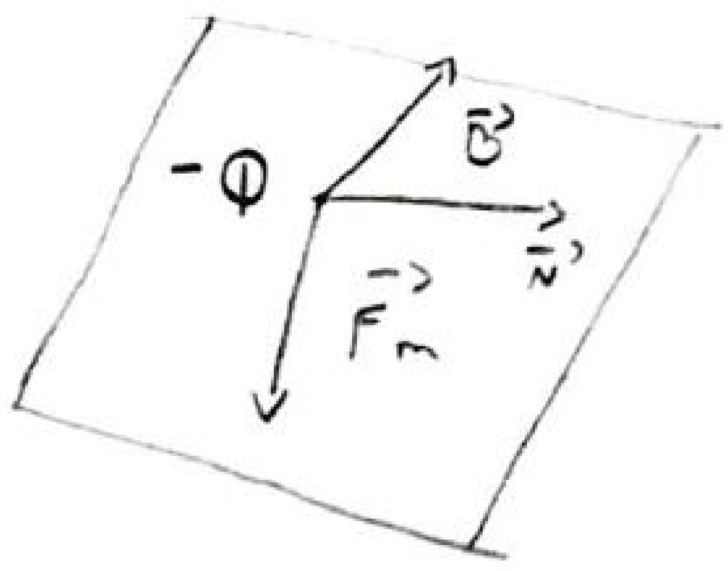
$$\boxed{\vec{F}_m = Q\,(\vec{N} \times \vec{B})}$$

$\vec{B}$ — VEKTOR MAG. INDUKCIJE [T] — TESLA

$$\boxed{F_m = Q \cdot \sin\alpha}$$

$F_m$ — MAGNETSKA SILA




- MAGNETNO POLJE MIJENJA SMJER BRZINE, ALI NE I IZNOS

| | | |
|---|---|---|
| I | ⊗ | U |
| I | ⊙ | IZ |

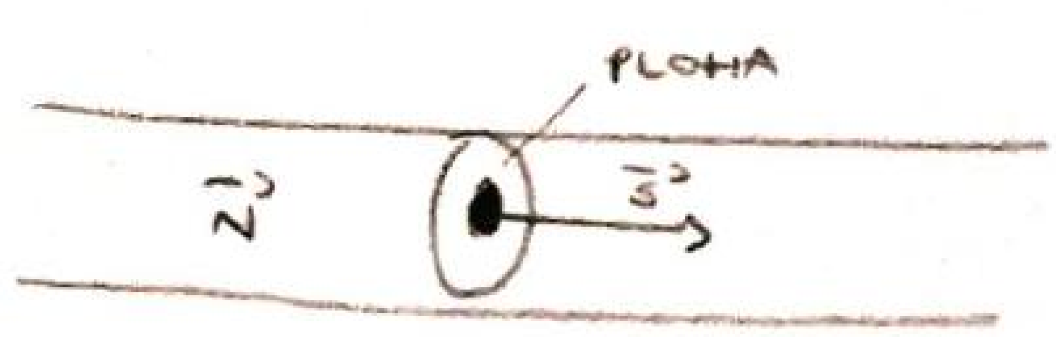
- DESNA RUKA:
  - → STRUJA ⇒ PALAC
  - → MAGNETSKA INDUKCIJA ⇒ PRSTI

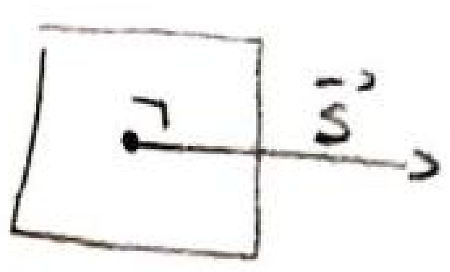
MAGNETSKI TOK (SKUP MAG. SILNICA KOJI PROLAZI KROZ NEKU POVRŠINU S),

$$\boxed{\Phi = L\,I} \quad [Wb] \text{ VEBER}$$

$L$ — INDUKTIVITET [H] HENRI

- TOK (FLUXUS) VEKTORA




$$A = \vec{N} \cdot \vec{S} = NS\cos\alpha = NS$$

FARADAY!
(ELEKTROMAGNETSKA INDUKCIJA)

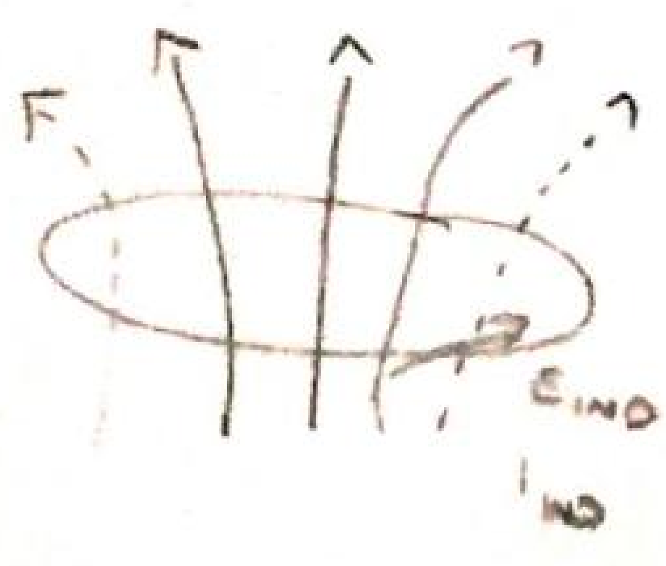
- MAGNETSKA POLJA SU VRTLOŽNOG KARAKTERA

$$\vec{F}_m = q\,(\vec{N} \times \vec{B}) \;/ : q$$

$$\Rightarrow \frac{F}{Q} = \vec{N} \times \vec{B} = \vec{E}_{IND}$$

$$\boxed{\vec{E}_{IND} = \frac{F}{Q}}$$

INDUCIRANO EL. POLJE




- $\Delta\Phi$ SE PROMIJENIO, DODAVANJEM JOŠ SILNICA

# INDUCIRANI NAPON NA ZAVOJNICI

- AKO SE MIJENJA JAKOST STRUJE KROZ ZAVOJNICU, MIJENJA SE I JAKOST MAGNETSKOG POLJA

→ ZAVOJNICA SE OPIRE PROMJENI STRUJE STVARAJUĆI INDUCIRANI NAPON KOJI NASTAJI

$$\boxed{u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}} \quad !$$

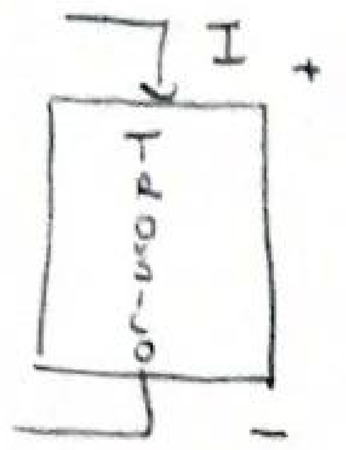
- ENERGIJA POHRANJENA U INDUKTIVITETU:

$$W = \int p(t)\,dt = \int u(t) \cdot i(t)\,dt = \int L \frac{di(t)}{dt}\, i(t)\,dt$$

$$\Rightarrow \boxed{W = \int_0^I L\, i\, di = L \cdot \frac{I^2}{2}} \quad !$$

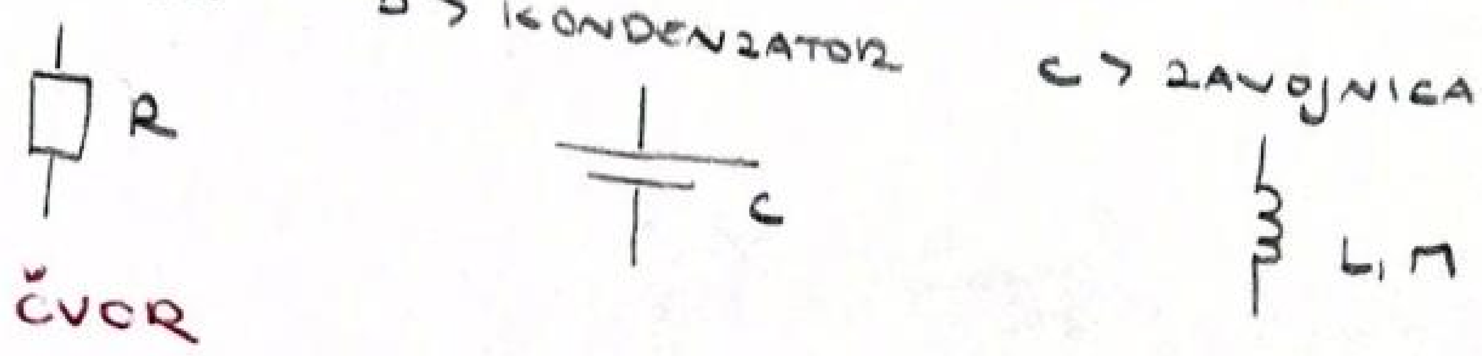
# ELEKTRIČKI KRUGOVI

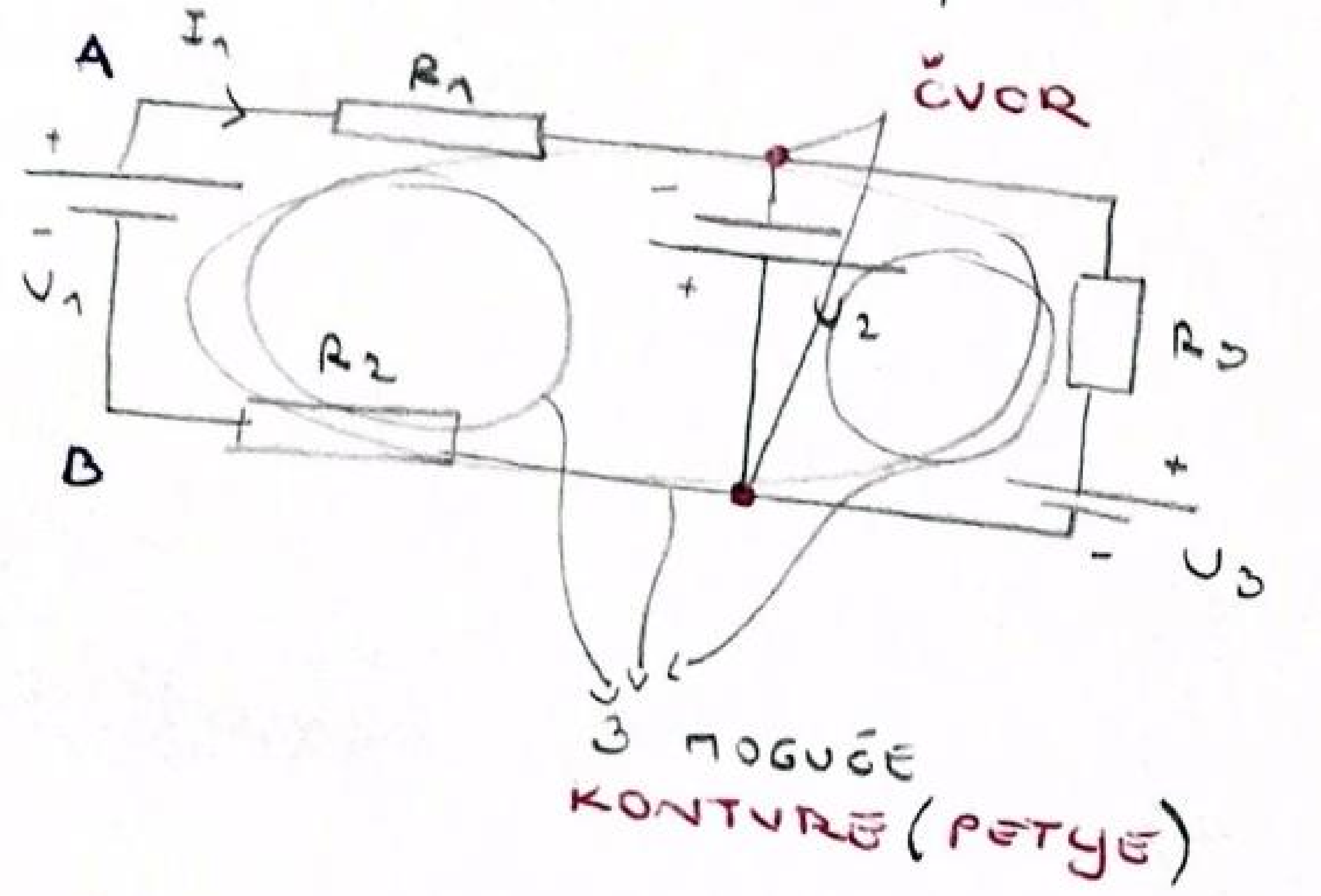
- AKTIVNI ELEMENTI : IZVORI
- PASIVNI ELEMENTI : TROŠILA




→ STRUJA ULAZI NA MJESTO VIŠEG POTENCIJALA
→ W SE ODAVLJA RADI SMANJENJA POTENCIJALA

a) OTPOR   b) KONDENZATOR   c) ZAVOJNICA




$U_{AB} = 10\ V$

$U_{BA} = -10\ V$

$R_{20°} = \rho \frac{l}{S}$

GRANA MREŽE → DIO KRUGA KROZ KOJI PROLAZI ISTA EL. STRUJA
→ ELEMENTI SERIJSKI SPOJENI

ČVOR MREŽE → MJESTO / TOČKA GDJE SE SASTAJU DVIJE ILI VIŠE GRANA MREŽE

KONTURA → ZATVOREN PUT SASTAVLJEN OD VIŠE GRANA MREŽE

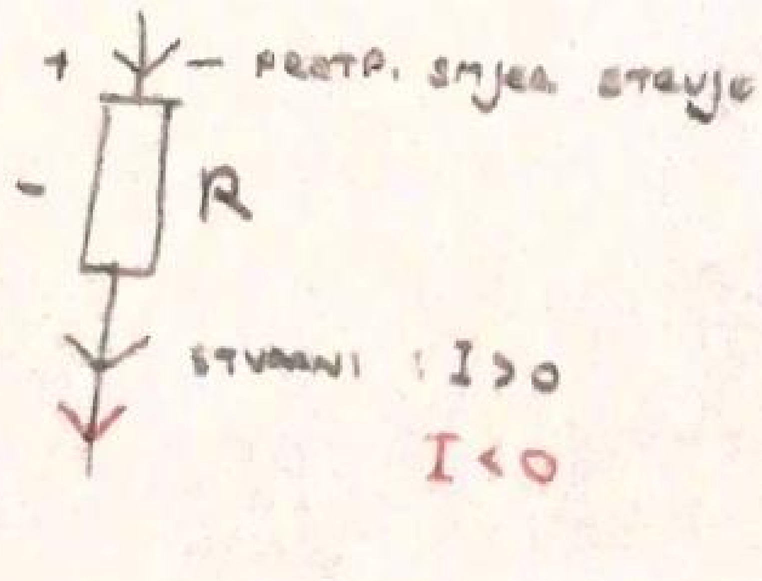
NEZAVISNA KONTURA → AKO SE OD NEKE DRUGE RAZLIKUJE BAREM U JEDNOJ GRANI

ANALIZA MREŽE → POSTUPAK GDJE SU NAM ZADANI SVI AKTIVNI I PASIVNI ELEMENTI MREŽE (TOPOLOGIJA) TE PRONALAZIMO STRUJE KOJE PROTJEČU KROZ GRANE

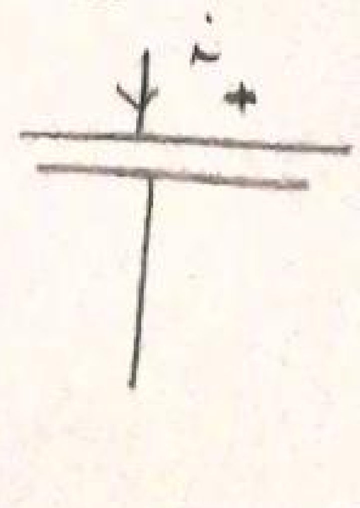
SINTEZA MREŽE → KOSTRUKCIJA MREŽE / ODABIR MREŽE RADI DOBIVANJA ODREĐENIH STRUJA

## REFERENTNI SMJEROVI I POLARITETI

a)




b)



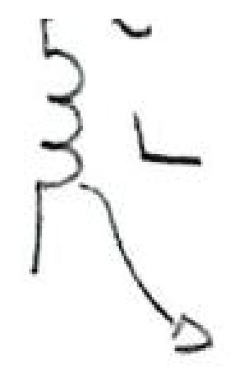

$C = \frac{Q}{U}$

$Q = C \cdot U$

- KONDENZATOR MOŽE VRATITI DOBIVENU ENERGIJU

$u_c = \frac{Q}{C}$   $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = i\,dt$

$u_c = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int_0 i\,dt$

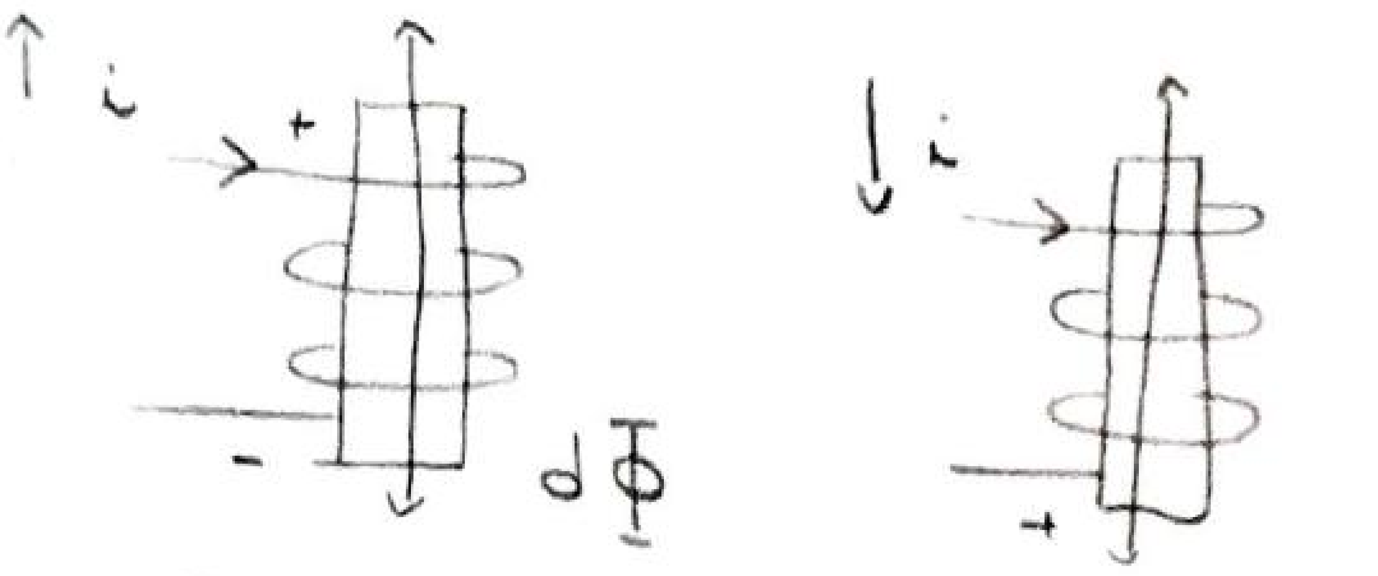



$$\boxed{L = \frac{\Psi}{I}} \qquad \boxed{\Psi = N\Phi}$$

ULANČANI TOK

$$W_{mag} = \frac{LI^2}{2}$$

- PONAŠA SE KAO IZVOR ELEKTROMOTORNE SILE




TOK RASTE

TOK PADA

$$dW = p(t) \cdot dt$$

$$p(t) = \frac{dW}{dt}$$

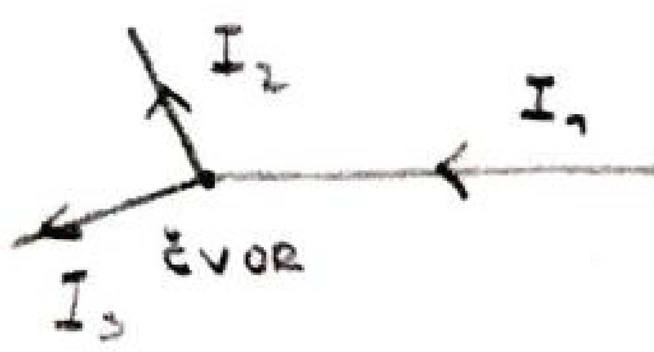
- STVARAJU SE DVA POLJA, A STRUJA NASTAJE KAO POSLJEDICA TOG SUKOBLJAVANJA

d)


ISTOSMJERNI IZVOR STALNOG NAPONA

- SMJER ENERGIJE (SNAGE) JE OD IZVORA PREMA TROŠILU
- ENERGIJA KOJU TROŠILO DOBIVA → POZITIVNA
  ENERGIJA KOJU IZVOR DAJE → NEGATIVNA
- ZAVOJNICA NE POSTOJI U ISTOSMJERNOM STRUJNOM KRUGU (U = CONST.)

## KIRCHOFFOV ZAKON ZA STRUJE




$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$\boxed{\sum_{i=1}^{k} i_k = 0}$$

k - BROJ GRANA KOJE SE U ČVORU SPAJAJU

$i_k$ - STRUJA PRIPADAJUĆA ODREĐENOJ GRANI

- STRUJE KOJE ULAZE U ČVOR → POZITIVNI NABOJ
- STRUJE KOJE IZLAZE IZ ČVORA → NEGATIVNI NABOJ

- TEMELJI SE NA POSTULATU O OČUVANJU ELEKTRIČNOG NABOJA

⇒ ZBROJ SVIH STRUJA KOJE U ČVOR ULAZE JEDNAK JE ZBROJU STRUJA KOJE IZ ČVORA IZLAZE!

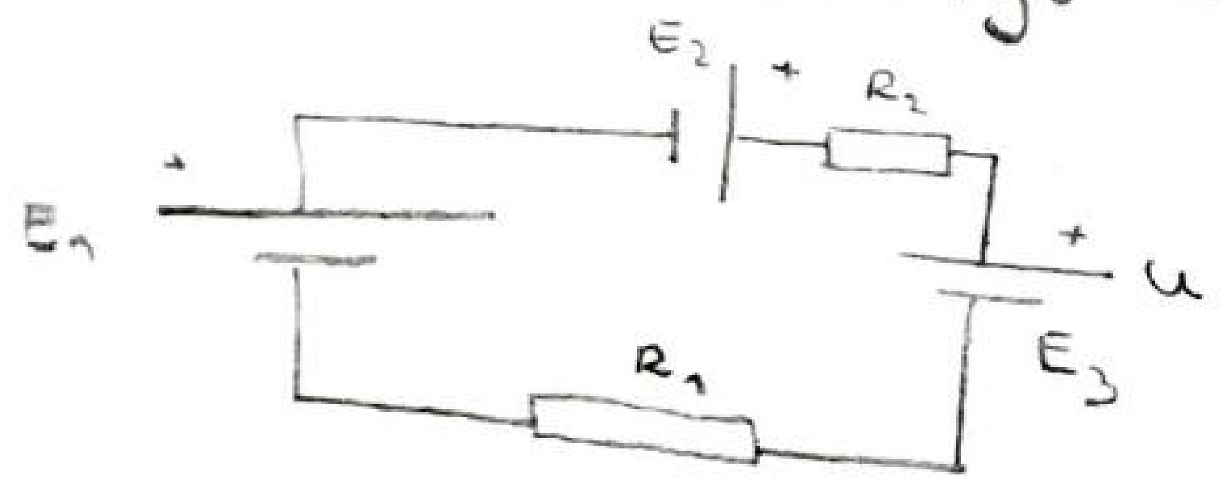
$$\sum_{i=1}^{k_1} i_{ul} = \sum_{j=1}^{k_2} i_{iz} \Rightarrow \left[ I_1 = I_2 + I_3 \right]$$

KIRC. ZAKON ZA ČVOROVE:
- ZA ELEKTRIČKU MREŽU S Č ČVOROVA, MOŽEMO NAPISATI Č JEDNADŽBI
  - Č − 1 NEZAVISNIH
  - POSLJEDNJA SE DOBIJE KOMBINACIJOM OSTALIH

! {g GRANA → g NEPOZNATICA}

## KIRCHOFFOV ZAKON ZA NAPONE

- ZAKON O OČUVANJU ENERGIJE




$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} u_i = 0}$$

=> U ZATVORENOJ KONTURI, ALGEBARSKA SUMA SVIH UNUTARNJIH NAPONA IZVORA JEDNAKA JE ALGEBARSKOJ SUMI SVIH NAPONA NA PASIVNIM ELEMENTIMA

POTENCIJAL NEKE TOČKE a JEDNAK JE NAPONU IZMEĐU TE TOČKE I PROIZVOLJNO ODABRANE REFERENTNE TOČKE O ZA KOJU PRETPOSTAVLJAMO DA IMA POTENCIJAL JEDNAK NULI !

$$\boxed{U_{aO} = \varphi_A - \varphi_O = \varphi_A - 0 = \varphi_A}$$

⏚ - REFERENTNA TOČKA

## REALNI IZVORI, SNAGA I MJERNI ELEMENTI

SERIJA → JEDNAKA STRUJA
PARALELA → JEDNAK NAPON
! 

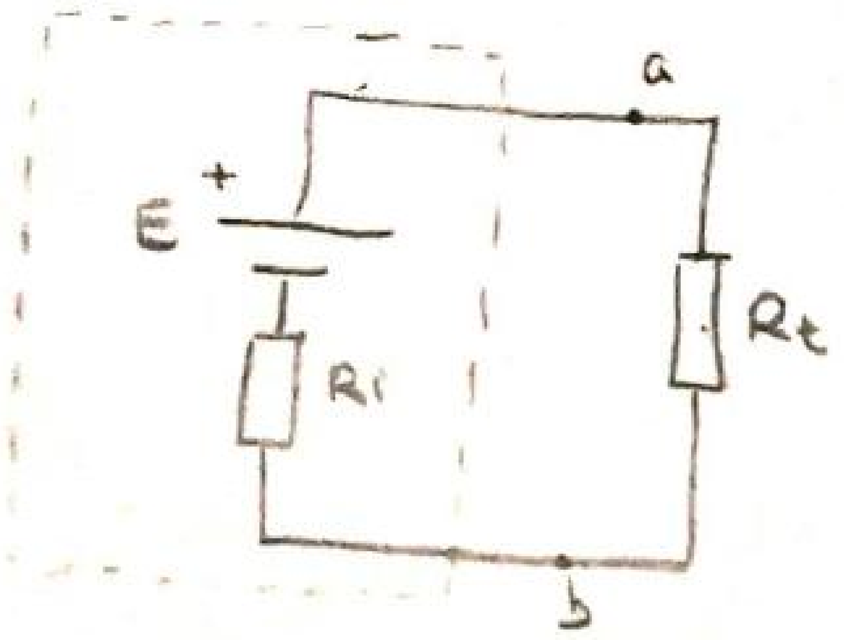
- PONAŠANJE IDEALNIH IZVORA NE OVISI O PRIKLJUČENOM TROŠILU

- REALNI IZVORI → FIZIČKE KOMPONENTE SAČINJENE OD ELEMENATA KOJI SADRŽE OTPORE

UNUTAR IZVORA DOLAZI DO GUBITKA ENERGIJE

→ UNUTARNJI OTPOR $R_i$

- REALNI NAPONSKI IZVOR → SERIJSKI SPOJ IDEALNOG NAPONSKOG IZVORA UNUTARNJEG NAPONA E I UNUTARNJEG OTPORA $R_i$




$\boxed{R_i = 0}$ POSTAJE IDEALAN

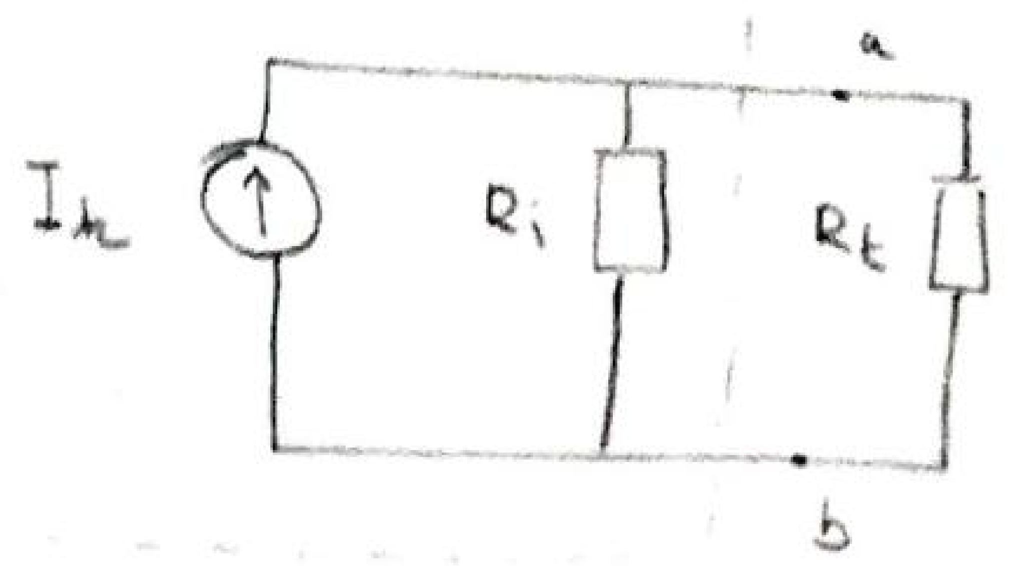
$\boxed{E = U}$ ↯

ELEKTROMOTORNA SILA — NAPON PRAZNOG HODA

$$E = \underbrace{I \cdot R_t}_{U_{ab}} + I \cdot R_i$$

! $\boxed{I = \frac{E}{R_i + R_t}}$ ! ↯

- REALNI STRUJNI IZVOR → PARALELNI SPOJ IDEALNOG STRUJNOG IZVORA UNUTARNJE STRUJE $I_k$ I UNUTARNJEG OTPORA $R_i$




$\boxed{R_i \to \infty}$ POSTAJE IDEALAN

REALNI NAPONSKI IZVOR:

① $\boxed{R_t = 0}$ KRATKI SPOJ

$$U_{ab} = I \cdot R_t = 0$$

$$I_{ab} = \frac{E}{R_i + R_t} = \frac{E}{R_i} = I_k$$ – STRUJA K. S.

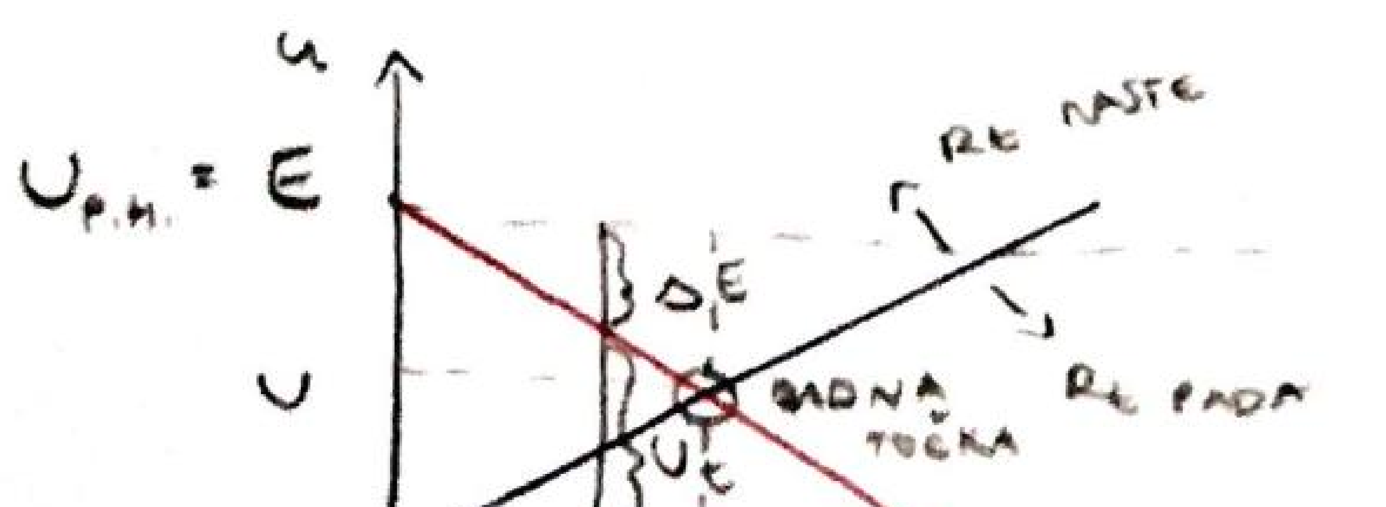
② $\boxed{R_t \to \infty}$ PRAZAN HOD

$$U_{ab} = \lim_{R_t \to \infty} \frac{E \cdot R_t}{R_i + R_t} = \lim_{R_t \to \infty} \frac{E}{\frac{R_i}{R_t} + 1} = E$$

$$I_{ab} = \lim_{R_t \to \infty} (I) = \lim_{R_t \to \infty} \frac{E}{R_i + R_t} = 0$$

=> KOD PRAZNOG HODA STRUJE NEMA, NAPON NA PRIKLJUČNICAMA JEDNAK JE UNUTARNJEM NAPONU $E$

NAPONSKO-STRUJNA KARAKTERISTIKA REALNOG NAPONSKOG IZVORA:




$$\Delta E = \frac{E}{R_i + R_t} \cdot R_i$$

$$U_t = \frac{E}{R_i + R_t} R_t$$

$$\boxed{E = U_{izvora} + U_{trošila}}$$

$\boxed{R_i << R_t}$ DOBAR NAPONSKI IZVOR

- REALNI NAPONSKI IZVOR:

$$\boxed{I_{ab} = \frac{E}{R_i + R_t}} \qquad \boxed{U_{ab} = I_{ab} \cdot R_t} \qquad \boxed{I_k = \frac{E}{R_i}}$$

- REALNI STRUJNI IZVOR

$$\boxed{I_{ab} = \frac{U_{ab}}{R_t}} \qquad \boxed{U_{ab} = I_k \cdot \frac{R_i \cdot R_t}{R_i + R_t}}$$

## TRANSFORMACIJA REALNIH IZVORA

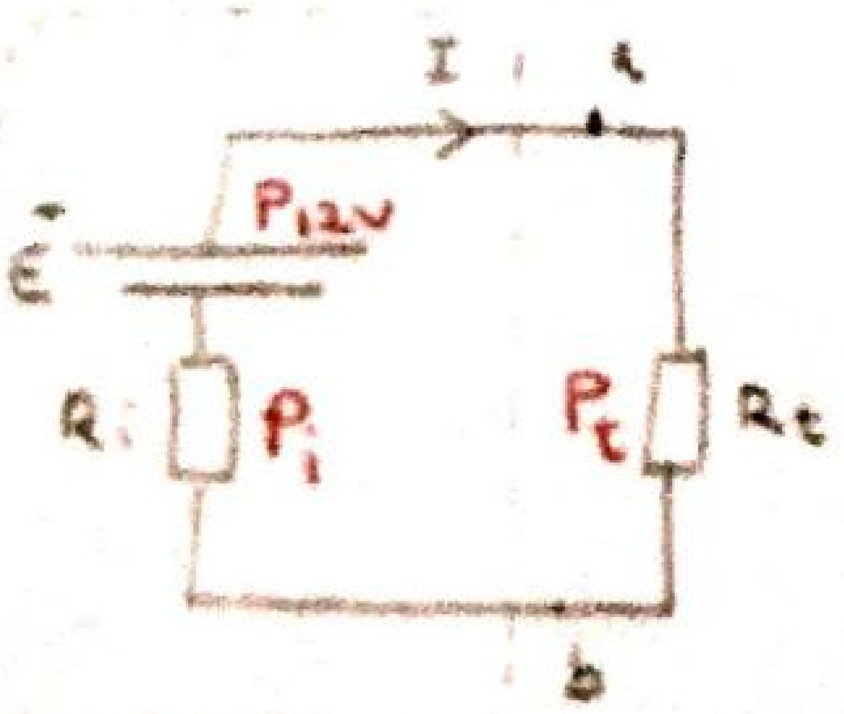
- PRAVILA TRANSFORMACIJE:

1. $R_i$ OBA IZVORA SU EKVIVALENTNI
2. UNUTARNJA STRUJA REALNOG STRUJNOG IZVORA TRANSFORMIRANOG IZ REALNOG NAPONSKOG IZVORA $\boxed{I_k = \frac{E}{R_i}}$
3. UNUTARNJI NAPON REALNOG NAPONSKOG IZVORA TRANSFORMIRANOG IZ REALNOG STRUJNOG IZVORA $\boxed{E = I_k \cdot R_i}$

IZNOS P KOJI AKTIVNI ELEMENTI DAJU U KRUG JEDNAK JE IZNOSU P KOJA SE TROŠI U KRUGU!

## SNAGA REALNOG IZVORA

- REALNI NAPONSKI IZVOR




$$P_{IZV} = E \cdot I = E \cdot \frac{E}{R_i + R_t} = \frac{E^2}{R_i + R_t}$$

$$P_i = I^2 \cdot R_i = \frac{E^2 \cdot R_i}{(R_i + R_t)^2}$$

$$P_t = I^2 \cdot R_t = \frac{E^2 \cdot R_t}{(R_i + R_t)^2}$$

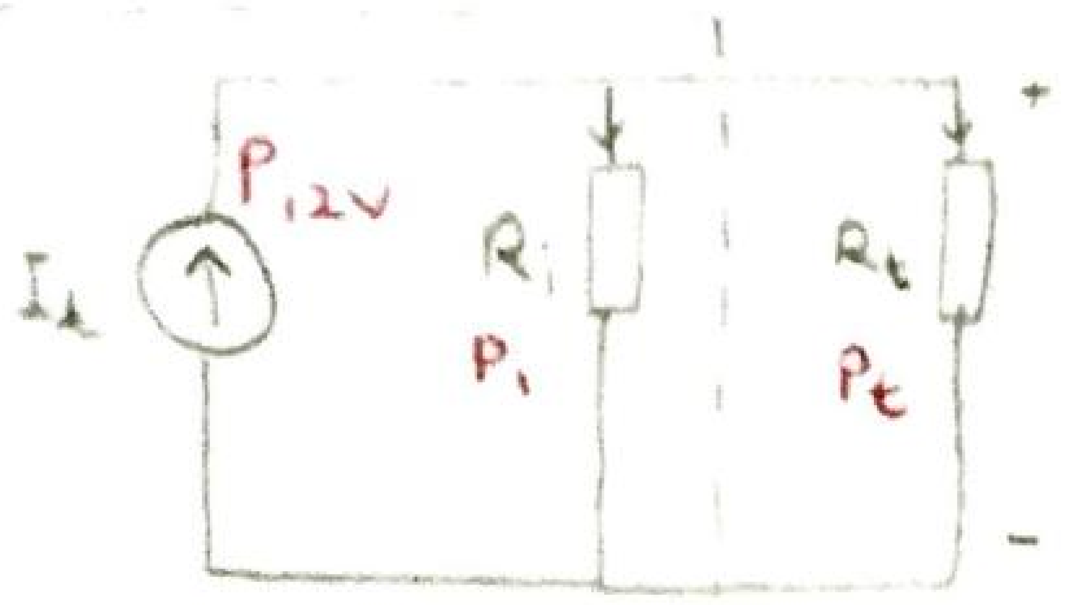
$$\boxed{P_{IZV} = P_i + P_t}$$

$$\boxed{\eta = \frac{\text{DOBIVENO}}{\text{ULOŽENO}}} \Rightarrow \boxed{\eta_k = \frac{P_t}{P_{IZV}} = \frac{R_t}{R_t + R_i}} \leq 1$$

STUPANJ KORISNOG DJELOVANJA IZVORA

$$\max \eta_k \Rightarrow \boxed{R_t \gg R_i} \Rightarrow \eta \approx 1$$

$R_t \to \infty$



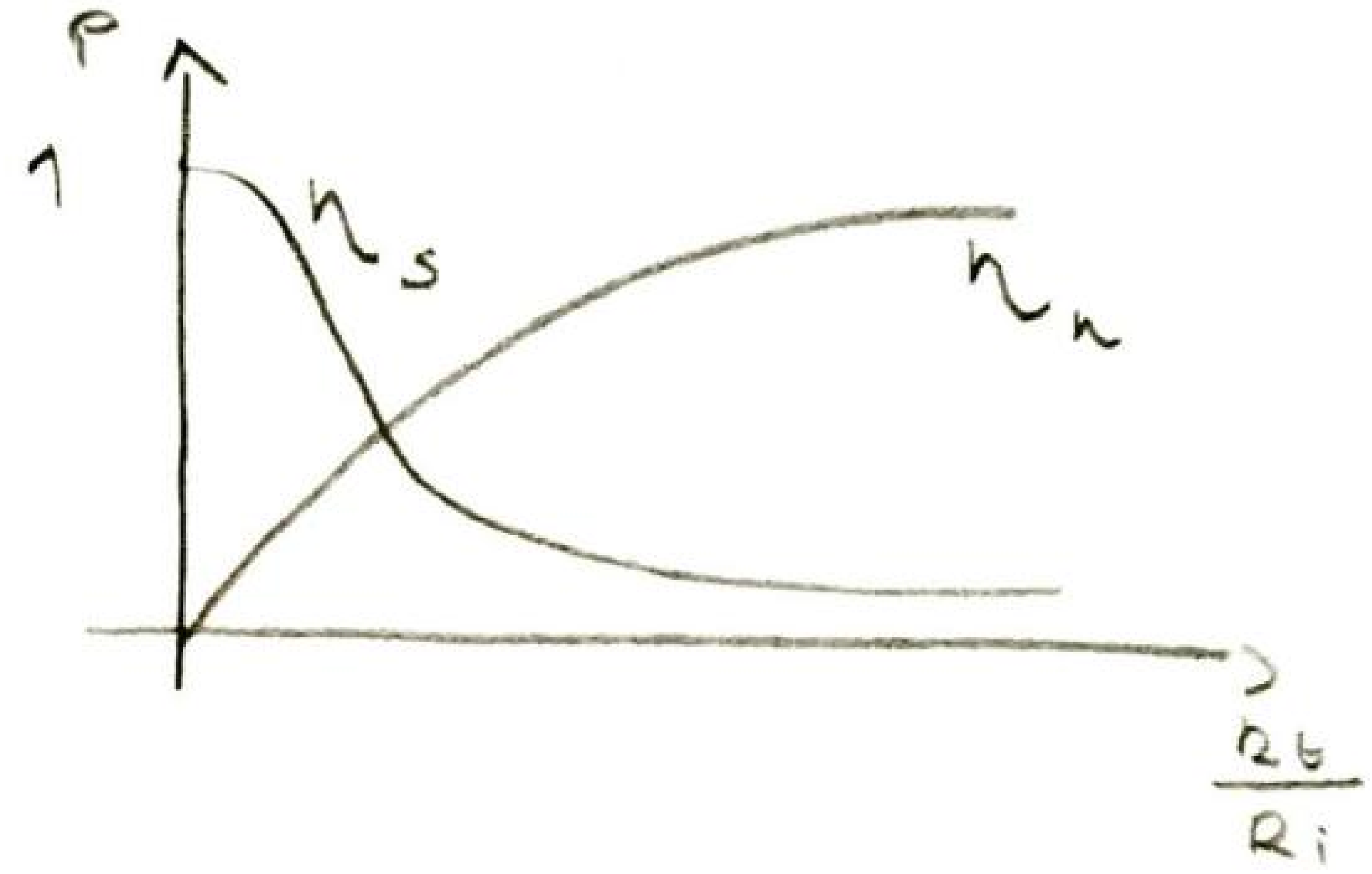

$$\boxed{\eta_i = \frac{P_t}{P_{izv}} = \frac{R_i}{R_i+R_t}} \le 1$$

$$\text{MAX } \eta_i \Rightarrow \boxed{R_i \gg R_t} \Rightarrow \eta \approx 1$$

$$P_t = \frac{U^2}{R_t}$$

$$P_i = \frac{U^2}{R_i}$$

$$P_{izv} = \frac{U^2}{R_i} + \frac{U^2}{R_t}$$




## TEOREM MAKSIMALNE SNAGE

$$P_{izv_{max}} = P_{izv}(R_t = 0) = \frac{E^2}{R_i}$$

$$\rightarrow \boxed{\text{MAX } P_{izv} \Rightarrow R_t = 0}$$

- SNAGA NIJE KONTINUIRANO RASTUĆA FUNKCIJA

$$P_t = \frac{E^2 \cdot R_t}{(R_i+R_t)^2} = I^2 \cdot R_t$$

$$\begin{cases} R_t = 0 \Rightarrow P_t = 0 \\ R_t \rightarrow \infty \Rightarrow P_t \rightarrow \infty \end{cases}$$

- UVJET MAX P KOJA SE RAZVIJA NA TROŠILU:

$$\frac{dP_t}{dR_t} = 0$$

$$\frac{E^2(R_i+R_t)^2 - E^2 R_t \cdot 2(R_i+R_t)}{(R_i+R_t)^4} = 0$$

$$E^2\left[(R_i+R_t)^2 - 2R_t(R_i+R_t)\right] = 0$$

$$E^2(R_i+R_t)\left[R_i+R_t-2R_t\right] = 0$$

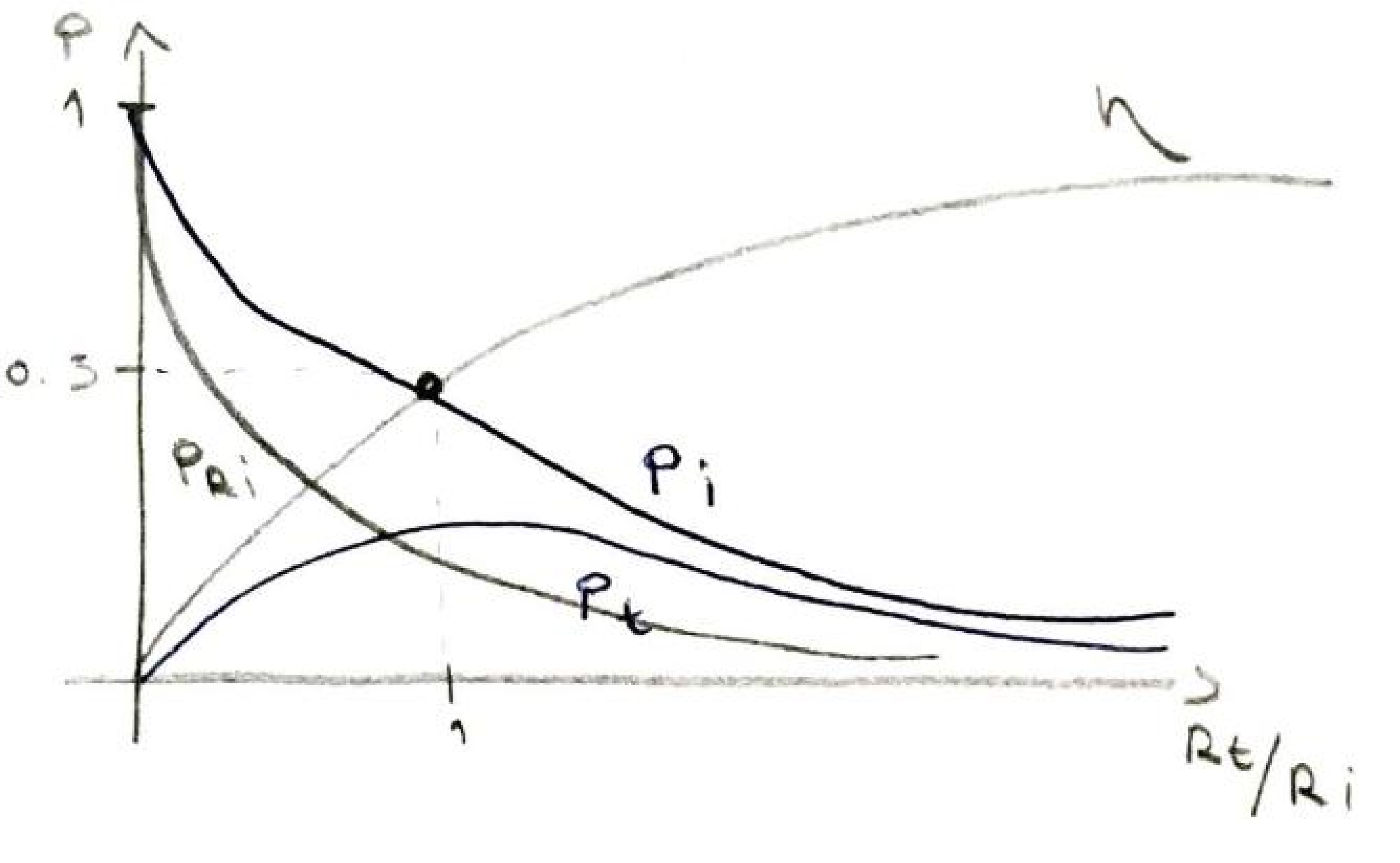
$$R_i + R_t = 2R_t$$

$$\boxed{R_i = R_t}$$ UVJET $P_{max}$ (UZ DEFINIRAN IZVOR)

$P_{max}$:

FIKSNO TROŠILO → MAX $I$ $(R_t = 0)$

STALAN IZVOR → $R_i = R_t$




- U SLUČAJU KRATKOG SPOJA, ($R_t = 0$) TROŠI SVA P SE NA UNUTARNJEM OTPORU IZVORA $\rightarrow \eta = 0$ $\rightarrow P_{IZV\,MAX}$
- PORASTOM OTPORA TROŠILA, OPADA IZNOS $P_{IZV}$ I P KOJI SE RAZVIJA NA $R_i$
- MAX $P_{NA\ TROŠILU} \Rightarrow \boxed{R_i = R_t}$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{2} P_{IZV} \rightarrow \eta = \frac{1}{2}$$

- EKVIVALENTNO VRIJEDI I ZA REALNI STRUJNI IZVOR

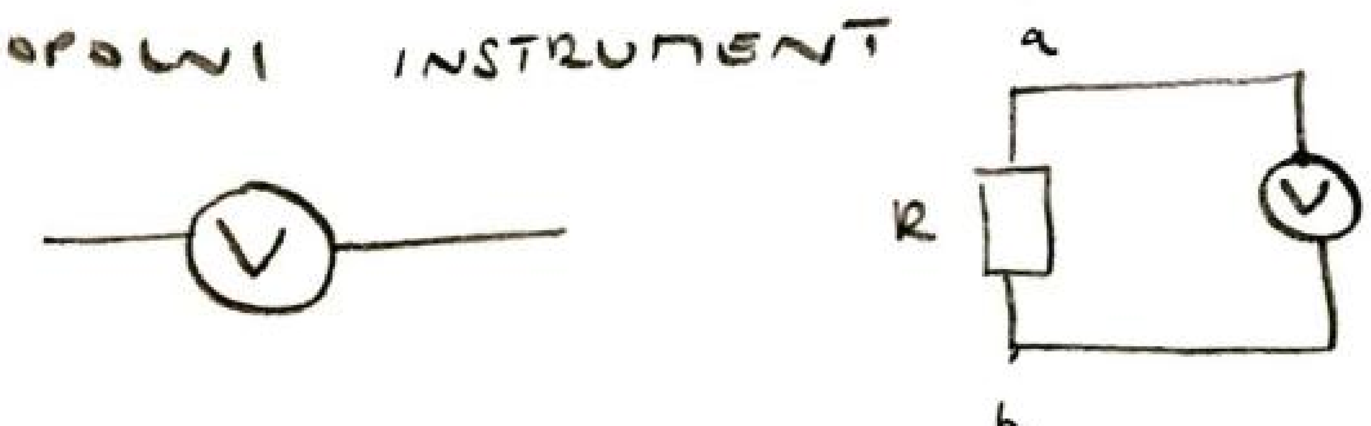
## IDEALNI MJERNI INSTRUMENTI

1. AMPERMETAR [STRUJA] → GALVANOMETAR
   - U GRANU SE PRIKLJUČUJE SERIJSKI
   - DVOPOLNI INSTRUMENT



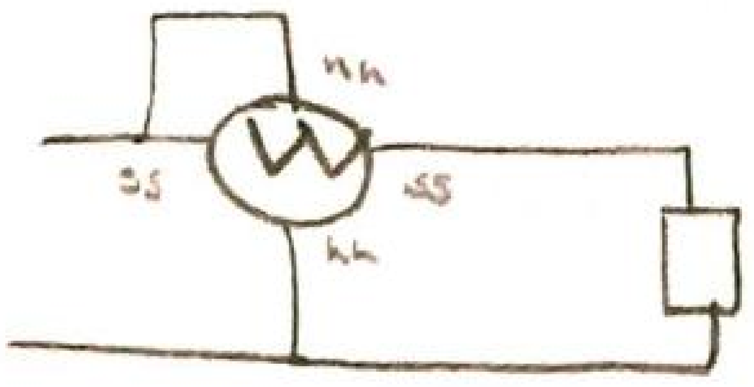
- ZA MJERENJE MALIH STRUJA

2. VOLTMETAR [NAPON] — RAZLIKA POTENCIJALA IZMEĐU DVIJE TOČKE
   - U GRANU SE PRIKLJUČUJE PARALELNO
   - DVOPOLNI INSTRUMENT




U SPOJEVIMA JE UVIJEK MOGUĆE (A) ZAMIJENITI KRATKIM SPOJEM, A (V) PREKIDOM !

3. VATMETAR [SNAGA]
   - ČETVEROPOLNI INSTRUMENT
   - STRUJNE STEZALJKE PRIKLJUČENE SERIJSKI
   - NAPONSKE STEZALJKE PRIKLJUČENE PARALELNO




$[P = U \cdot I]$

- IDEALNI AMPERMETAR PREDSTAVLJA KRATKI SPOJ, A IDEALNI VOLTMETAR PRAZAN HOD
- IDEALAN VATMETAR IMA OTPOR NAPONSKE GRANE BESKONAČAN, A STRUJNE NULA

Scanned by TapScanner

# IZMJENIČNE (SINUSNE) VELIČINE I FAZORI

VREMENSKI PROMJENJIVE VELIČINE:

→ PERIODIČKI PROMJENJIVA VELIČINA : $\boxed{f(t+T) = f(t)}$

T → PERIODA, t → VRIJEME

↳ OPISUJU TRENUTNE VRIJEDNOSTI KOJE SE S VREMENOM PERIODIČKI PONAVLJAJU

→ FREKVENCIJA : $\boxed{f = \frac{1}{T}\ [Hz]}$

→ KRUŽNA FREKVENCIJA : $\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f\ [s^{-1}]}$

→ FAZNI KUT :

$i_0(t) = I_m \sin(\omega t)$

$i_1(t) = I_m \sin(\omega t + \alpha_{i1})$

$u_0(t) = U_m \sin(\omega t)$

$u_1(t) = U_m \sin(\omega t + \alpha_{u1})$

$\alpha_{i1}$, $\alpha_{u1}$ – FAZNI KUT / FAZA PRIPADNOG SINUSNOG NAPONA ILI STRUJE

→ FAZNI POMAK :

↳ RAZLIKA IZMEĐU FAZNIH KUTOVA DVIJE SINUSNE VELIČINE

$$\boxed{\varphi_{ab} = \alpha_a - \alpha_b}$$

$a(t) = A_m \sin(\omega t + \alpha_a)$

$b(t) = B_m \sin(\omega t + \alpha_b)$

1. $\varphi_{ab} > 0$ (SINUSNA VELIČINA $a(t)$ PRETHODI $b(t)$ ⟷ $b(t)$ KASNI ZA $a(t)$)
2. $\varphi_{ab} < 0$ (OBRNUTO OD 1)
3. $\varphi_{ab} = 0$ ($a(t)$ U FAZI SA $b(t)$)

→ SINUSNE VELIČINE

↳ HARMONIČKE FUNKCIJE, S VREMENOM $t$ KAO PROMJENJIVOM VELIČINOM, KOJE OPISUJU TRENUTNE VRIJEDNOSTI STRUJE $i(t)$ I NAPONA $u(t)$ NA ELEMENTIMA MREŽE

$$\boxed{a(t) = A_m \sin(\alpha(t) + \alpha_0) = A_m \sin(\omega t + \alpha_0)}$$

- $a(t)$ – MOŽE BITI $i(t)/u(t)$
- $A_m$ – AMPLITUDA (MAX VRIJEDNOST)
- $\alpha_0$ – FAZNI KUT
- $\omega$ – KRUŽNA $f$

- AKO U AKTIVNOJ LINEARNOJ MREŽI IMAMO VIŠE STRUJA I NAPONA, RAZLIKE U FAZAMA I AMPLITUDAMA IZMEĐU NAPONA I STRUJA U MREŽI OSTAJU SAČUVANI ZA SVAKI VREMENSKI TRENUTAK $t$ //

## SINUSNE VELIČINE

- 2 BROJ:

$$\boxed{A_1 \sin(\omega t + \alpha_1) + A_2 \sin(\omega t + \alpha_2) = A_0 \sin(\omega t + \alpha_0)}$$

$$\boxed{A_0 = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\alpha_2 - \alpha_1)}}$$

$$\boxed{TG\,\alpha_0 = \frac{A_1 \sin\alpha_1 + A_2 \sin\alpha_2}{A_1 \cos\alpha_1 + A_2 \cos\alpha_2}}$$

- $\frac{d}{dt} A \sin\omega t = \omega A \cos\omega t = \omega A \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ DERIVACIJA
- $\int A \sin\omega t \, dt = -\frac{A}{\omega} \cos\omega t = \frac{A}{\omega} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ INTEGRAL

## PRIKAZ SINUSNIH VELIČINA U KOMPLEKSNOJ DOMENI

- EULEROVA FORMULA: $\boxed{e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha}$

$$A_m e^{j(\omega t + \alpha_0)} = A_m \cos(\omega t + \alpha_0) + j\underbrace{A_m \sin(\omega t + \alpha_0)}_{a(t)}$$

$$\boxed{\begin{aligned} Z &= x + jy \equiv A\angle\alpha \\ A &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ TG\,\alpha &= \frac{y}{x} \end{aligned}}$$

- TRANSFORMACIJA SINUSNE VELIČINE U KOMPLEKSNI BROJ:
  - A) MODUL KOMPLEKSNOG BROJA POSTANE AMPLITUDA
  - B) $\alpha_0$ (FAZNI KUT) POSTANE ARGUMENT KOMPLEKSNOG BROJA

# FAZORI, TRANSFORMACIJA SINUSNIH FUNKCIJA U KOMPLEKSNU DOMENU I OBRNUTO

FAZORI → POSEBNA VRSTA KOMPLEKSNIH VELIČINA KOJE OPISUJU (ODNOSNO MODELIRAJU) SINUSNE VELIČINE

- $A_m e^{j(\omega t+\alpha_0)} = A_m\cos(\omega t+\alpha_0) + j\underbrace{A_m \sin(\omega t+\alpha_0)}_{a(t)}$

- $\boxed{A_{ef} = A = \frac{A_m}{\sqrt{2}} = |\dot{A}|}$ (INDEKS ef SE ISPUŠTA JER SE PODRAZUMIJEVA)

$$\boxed{\dot{A} = A\cdot e^{j(\omega t+\alpha_0)}}$$

$$\boxed{A_{ef} = |\dot{A}|}$$

FAZOR: $\dot{A} = A\cdot e^{j\alpha_0} = |\dot{A}|\angle\alpha_0$

↳ $\boxed{t = t_0 = 0}$

$$\boxed{\dot{A} = \frac{A_m}{\sqrt{2}}\angle\alpha_0}$$

- $a(t) = A_m\sin(\omega t+\alpha_0) \xrightarrow{A=\frac{A_m}{\sqrt{2}}} \dot{A} = A\angle\alpha_0$
- $\dot{A} = A\angle\alpha_0 \xrightarrow{A_m = A\cdot\sqrt{2}} a(t) = A_m\sin(\omega t+\alpha_0)$ $[\omega = 2\pi f,\ f = 50\ Hz]$

AKO NIJE EKSPLICITNO ZADANA f„

## OTPOR R

- NA IDEALNOM (ČISTOM) OMSKOM OTPORU VRIJEDI:
  - $\dot{I} = \frac{\dot{U}_R}{R} \longleftrightarrow \dot{U}_R = \dot{I}\cdot R$ $\quad i(t) = \frac{u_R(t)}{R} = \frac{1}{R}\cdot U_m\sin(\omega t)$
  - NAPON I STRUJA SU U FAZI $\quad \dot{U} = \underbrace{\frac{U_m}{\sqrt{2}}}_{U}\angle 0^\circ \ /\ \dot{I} = \frac{\dot{U}}{R} = \frac{U}{R}\angle 0^\circ$

## INDUKTIVITET L

- NA IDEALNOM (ČISTOM) INDUKTIVITETU VRIJEDI:
  - $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{jX_L}$

INDUKTIVNI OTPOR: $\boxed{X_L = \omega L}$

OVISI O FREKVENCIJI

$$\dot{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ = U\angle 0^\circ$$

$$\dot{I} = \frac{U}{X_L}\angle -90^\circ$$

$$i(t) = \frac{1}{L}\int u_L(t)\,dt = \frac{1}{\omega L}U_m\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

- NAPON PRETHODI STRUJI ZA $90^\circ$ | STRUJA KASNI ZA $90^\circ$
- FAZNI POMAK: $\boxed{\varphi = \alpha_u - \alpha_i = +90^\circ}$

KOMPLEKSNE RAVNINE

# KAPACITET C

- NA IDEALNOM (ČISTOM) KAPACITETU VRIJEDI:

  - $\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{-X_C j}$

    KAPACITIVNI OTPOR (REAKTANCIJA): $\boxed{X_C = \dfrac{1}{\omega C}}$

$i(t) = C \cdot \dfrac{d}{dt} u_C(t) = \omega C \cdot U_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$\dot{U} = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}} \angle 0° = U \angle 0°$

$\dot{I} = \dfrac{U}{X_C} \angle 90°$

  - NAPON KASNI 90° ZA STRUJOM / STRUJA PRETHODI ZA 90°
  - FAZNI POMAK: $\boxed{\varphi = \alpha_u - \alpha_i = -90°}$

- PRIKAZI KOMPLEKSNOG BROJA:

① PRAVOKUTNI

$$\boxed{\dot{A} = a_x + j a_y}$$

② POLARNI

$$\boxed{\dot{A} = A \angle \alpha}$$

$A = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

$\mathrm{TG}\, \alpha = \dfrac{a_y}{a_x}$

$a_x = A \cos \alpha$

$a_y = A \sin \alpha$

$\dot{a} = A \cos \alpha + j A \sin \alpha$

PRAVOKUTNI

- ZBRAJANJE:

$\underline{a} = x + jy$

$\underline{b} = z + jv$

$\underline{a} + \underline{b} = (x + z) + j(y + v)$

- MNOŽENJE / DIJELJENJE:

$\underline{a} \cdot \underline{b} = (xz - yv) + j(xv + yz)$

$\dfrac{\underline{a}}{\underline{b}} = \dfrac{xz + yv}{z^2 + v^2} + j \dfrac{zy - xv}{z^2 + v^2}$

POLARNI $\quad a = A \angle \alpha, \; b = B \angle \beta$

$a \cdot b = A \cdot B \angle (\alpha + \beta)$

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{A}{B} \angle (\alpha - \beta)$

## 4. IMPEDANCIJA, ADMITANCIJA, KIRCHHOFFOVI ZAKONI U SINUSNIM STRUJNIM KRUGOVIMA

### IMPEDANCIJA

$$\boxed{\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}} = \frac{|\dot{U}|\angle\alpha_u}{|\dot{I}|\angle\alpha_i} = |\underline{Z}|\angle\varphi = \underbrace{|\underline{Z}|\cos\varphi}_{\text{OTPOR } R} + j\underbrace{|\underline{Z}|\sin\varphi}_{\text{REAKTANCIJA } X} = R \pm jX$$

REAKTANCIJA X: INDUKTIVNA $(+)\ \omega L$ / KAPACITIVNA $(-)\ \frac{1}{\omega C}$

$$|\underline{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$\varphi$ - FAZNI POMAK IZMEĐU NAPONA I STRUJE NA IMPEDANCIJI: $\boxed{\varphi = \alpha_u - \alpha_i = \operatorname{arctg}\left(\frac{X}{R}\right)} \Leftrightarrow \left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)_{\parallel}$

- 3 KARAKTERA IMPEDANCIJE:

1. ČISTI INDUKTIVNI OTPOR ($\varphi = +90°$):

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{|\dot{U}|\angle\alpha_u}{|\dot{I}|\angle\alpha_i} = X_L\angle+90° = jX_L$$

2. IMPEDANCIJA S INDUKTIVNIM KARAKTEROM:

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{|\dot{U}|\angle\alpha_u}{|\dot{I}|\angle\alpha_i} = |\underline{Z}|\angle\varphi \quad , 0 < \varphi < +90°$$

PLM: $Z = R + jX_L$

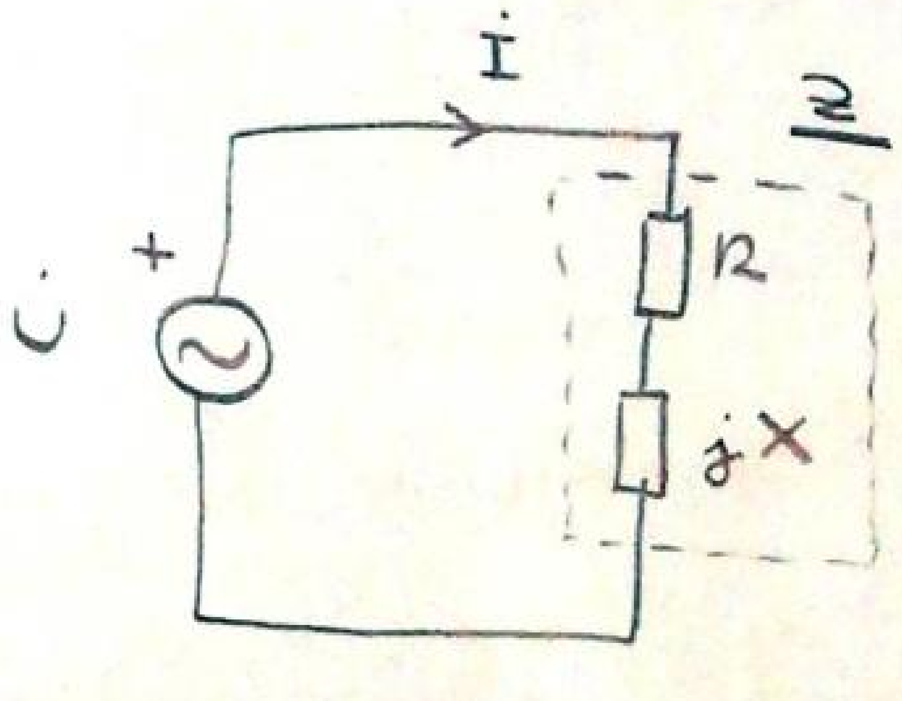
3. ČISTI OMSKI OTPOR ($\varphi = 0°$):

$$\underline{Z} = R\angle 0° = R$$

4. IMPEDANCIJA S KAPACITIVNIM KARAKTEROM:

$$\underline{Z} = |\underline{Z}|\angle\varphi \quad , -90° < \varphi < +0°$$

PLM: $Z = R - jX_C$




5. ČISTI KAPACITIVNI OTPOR ($\varphi = -90°$):

$$\underline{Z} = X_C\angle-90° = -jX_C$$

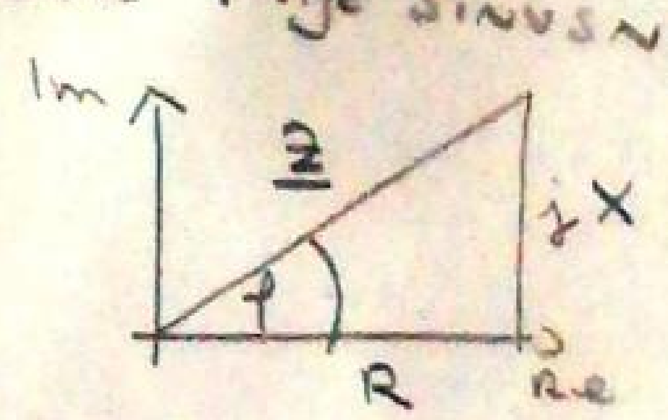
### TROKUT IMPEDANCIJE

- IMPEDANCIJA → PO KARAKTERU KOMPLEKSAN BROJ, ALI NIJE FAZOR (NIJE SINUSNO PROMJENJIVA VELIČINA U VREMENU)

$$\underline{Z} = R + jX \quad , R \geq 0 \qquad \varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$X \geq 0$ ILI $X \leq 0$

$D_f(\underline{Z})$ → DESNA POLURAVNINA KOMPLEKSNE RAVNINE

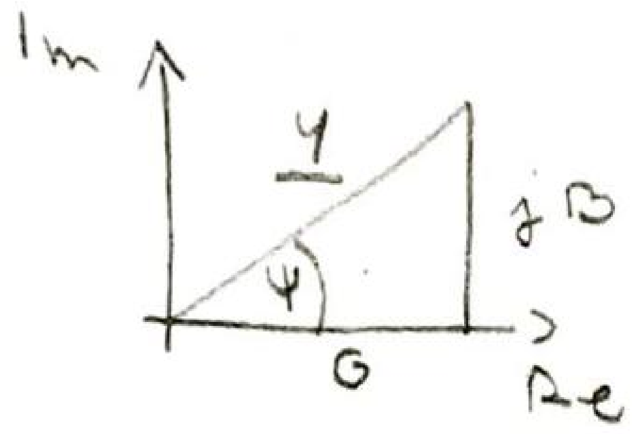


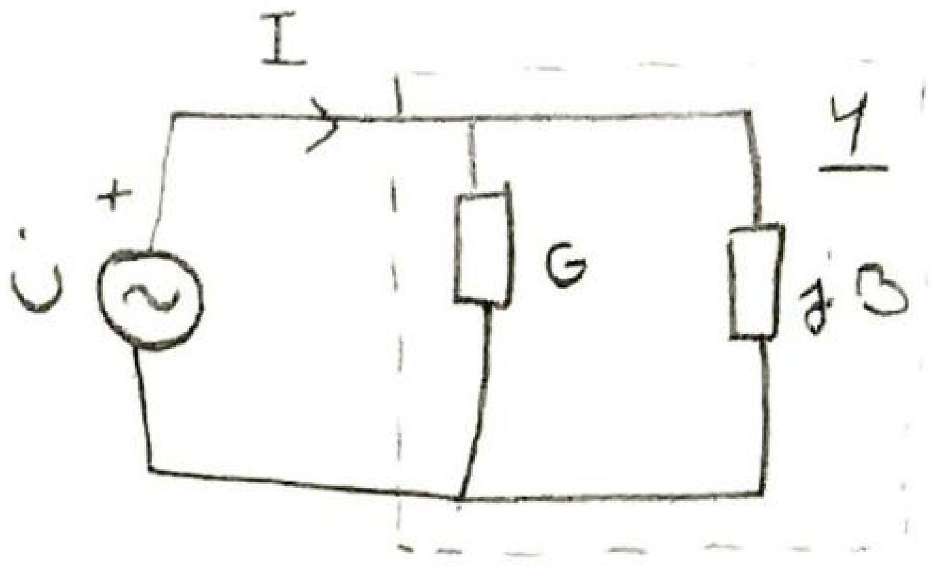

Scanned by TapScanner

# TROKUT ADMITANCIJE

- <u>NIJE</u> FAZOR

$$\underline{Y} = G + jB \,, \quad G \geq 0$$
$$B \leq 0 \,/\, B \geq 0$$

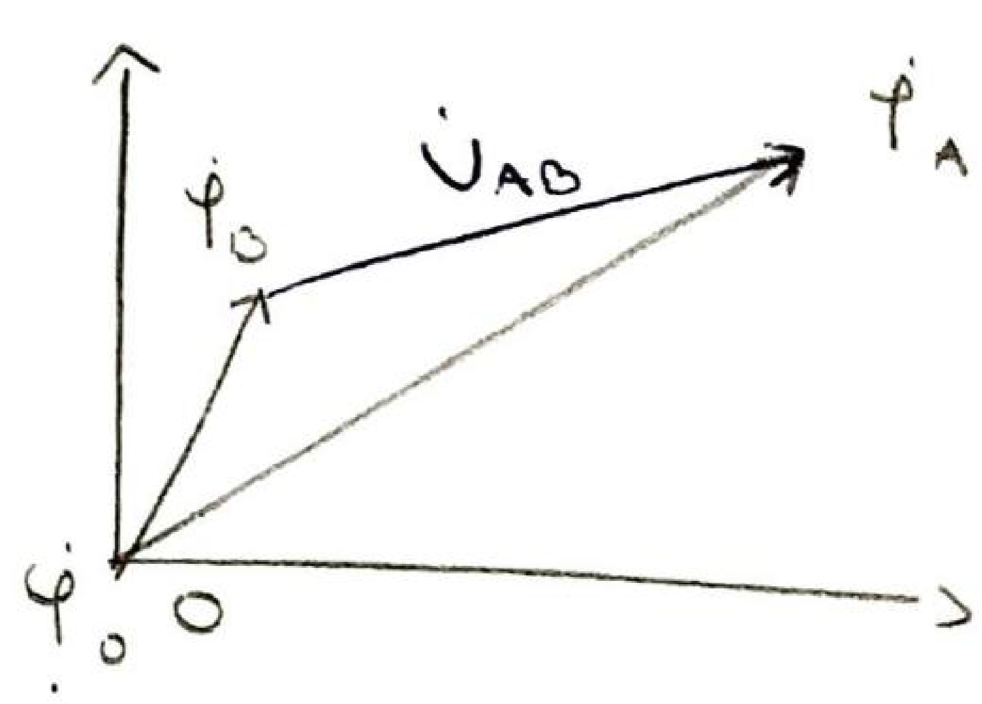


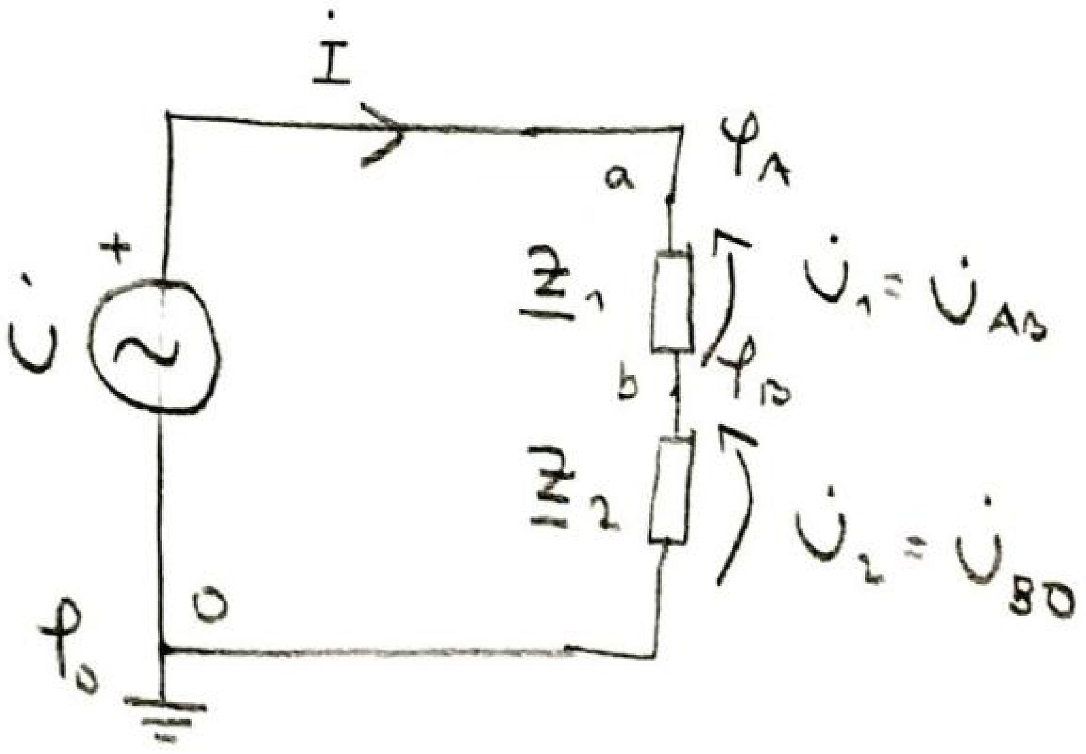

# NAPONI I POTENCIJALI U KOMPLEKSNOJ RAVNINI

$$\dot{U}_{AB} = \dot{\varphi}_A - \dot{\varphi}_B = \dot{\varphi}_A + (-\dot{\varphi}_B)$$

NAPON ČVORA A PREMA POTENCIJALU REFERENTNE TOČKE O
$(\dot{\varphi}_0 = 0 + j0\,V)$




$$\dot{\varphi}_A = \dot{\varphi}_B + \dot{U}_{AB}$$
$$\dot{U}_{AB} = \dot{\varphi}_A - \dot{\varphi}_B$$
$$\dot{U}_{BA} = \dot{\varphi}_B - \dot{\varphi}_A$$
$$\boxed{\dot{U}_{AB} = -\dot{U}_{AB}}$$



## SERIJSKI SPOJ IMPEDANCIJA $\underline{Z}$

$$\boxed{\underline{Z} = \sum_{i=1}^{n} \underline{Z}_i}$$

## PARALELNI SPOJ $\underline{Z}$

$$\boxed{\frac{1}{\underline{Z}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\underline{Z}_i}}$$

## SERIJSKI SPOJ ADMITANCIJA $\underline{Y}$

$$\boxed{\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}}}$$

$$\boxed{\frac{1}{\underline{Y}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\underline{Y}_i}}$$

## SERIJSKI SPOJ $\underline{Y}$

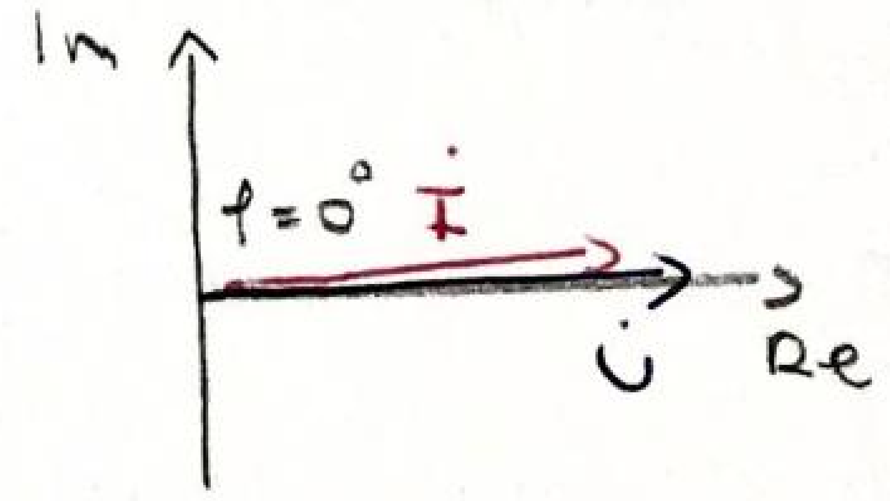
$$\boxed{\underline{Y} = \sum_{i=1}^{n} \underline{Y}_i}$$

## VEKTORSKI DIJAGRAM

↳ GRAFIČKA REPREZENTACIJA FAZORA U KOMPLEKSNOJ RAVNINI

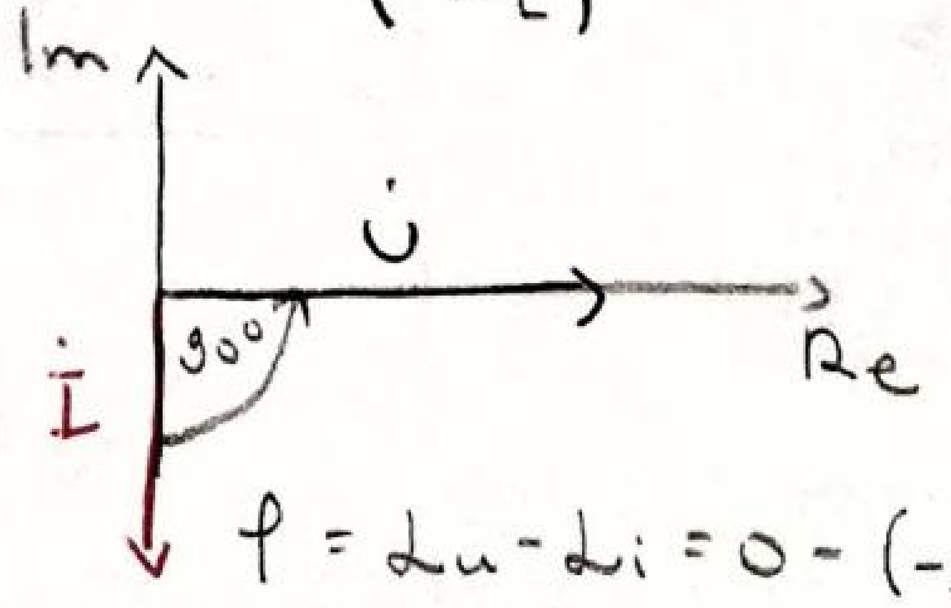
- KAO REFERENTNA VELIČINA UZIMA SE FAZOR NAPONA ILI STRUJE S POČETNIM FAZNIM KUTOM NULA ⇝ $\boxed{\dot{U} = U\angle 0° / \dot{I} = I\angle 0°}$

A) ČISTI OMSKI OTPOR



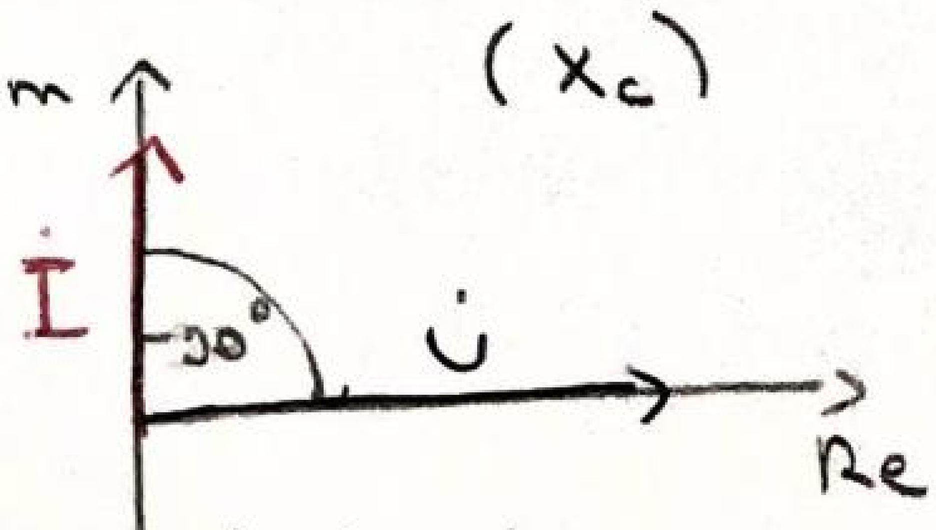

$\varphi = \alpha_u - \alpha_i = 0°$

B) INDUKTIVNI OTPOR ($X_L$)



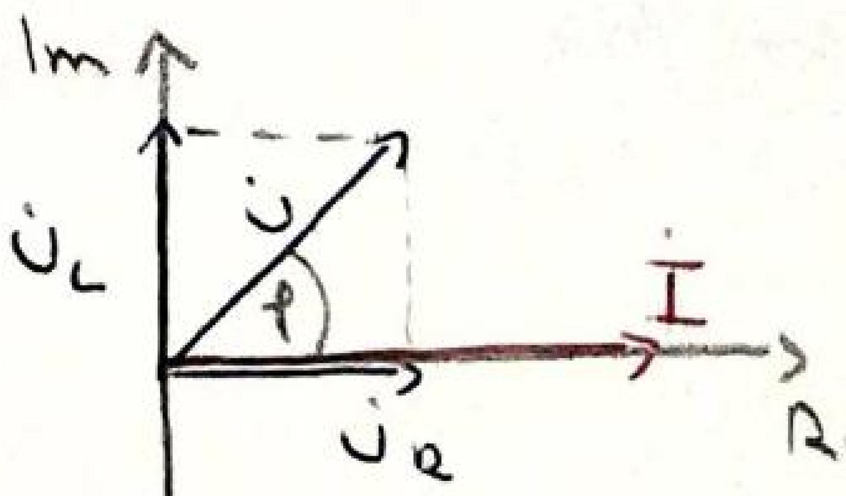

$\varphi = \alpha_u - \alpha_i = 0 - (-90°) = 90°$

C) KAPACITIVNI OTPOR ($X_C$)




$\varphi = \alpha_u - \alpha_i = 0 - (+90°) = -90°$

D) SERIJA RL

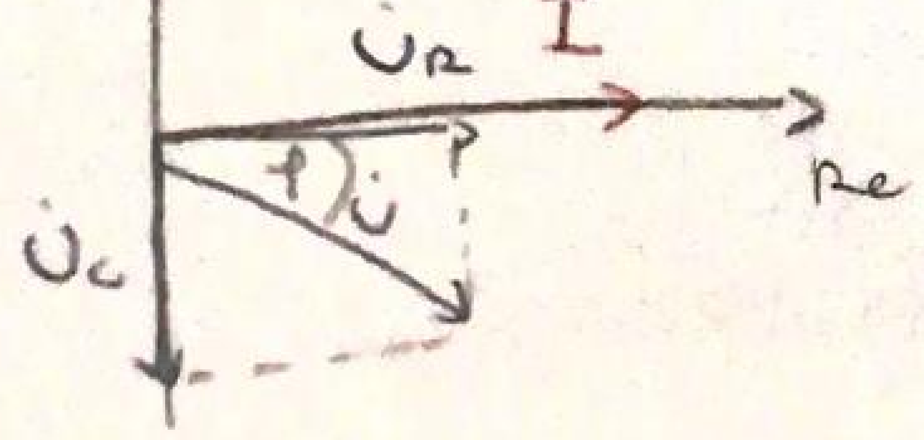



$\dot{U}_R = \dot{I} \cdot R$

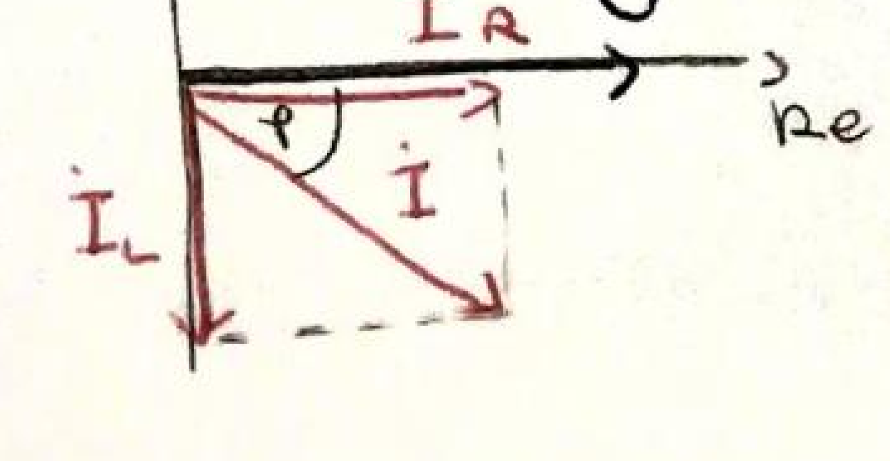
$\dot{U}_L = \dot{I} \cdot j X_L$

$\dot{U} = \dot{I} \cdot \underline{Z} = \dot{I} \cdot (R + j X_L)$

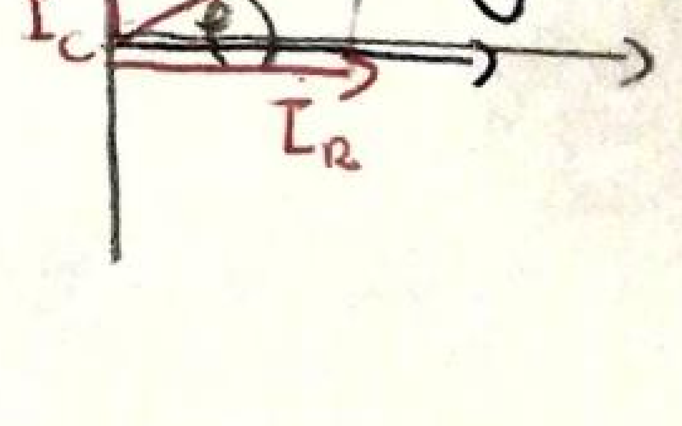
E) SERIJA RC




F) PARALELA RL




G) PARALELA RC



# TOPOGRAFSKI DIJAGRAM

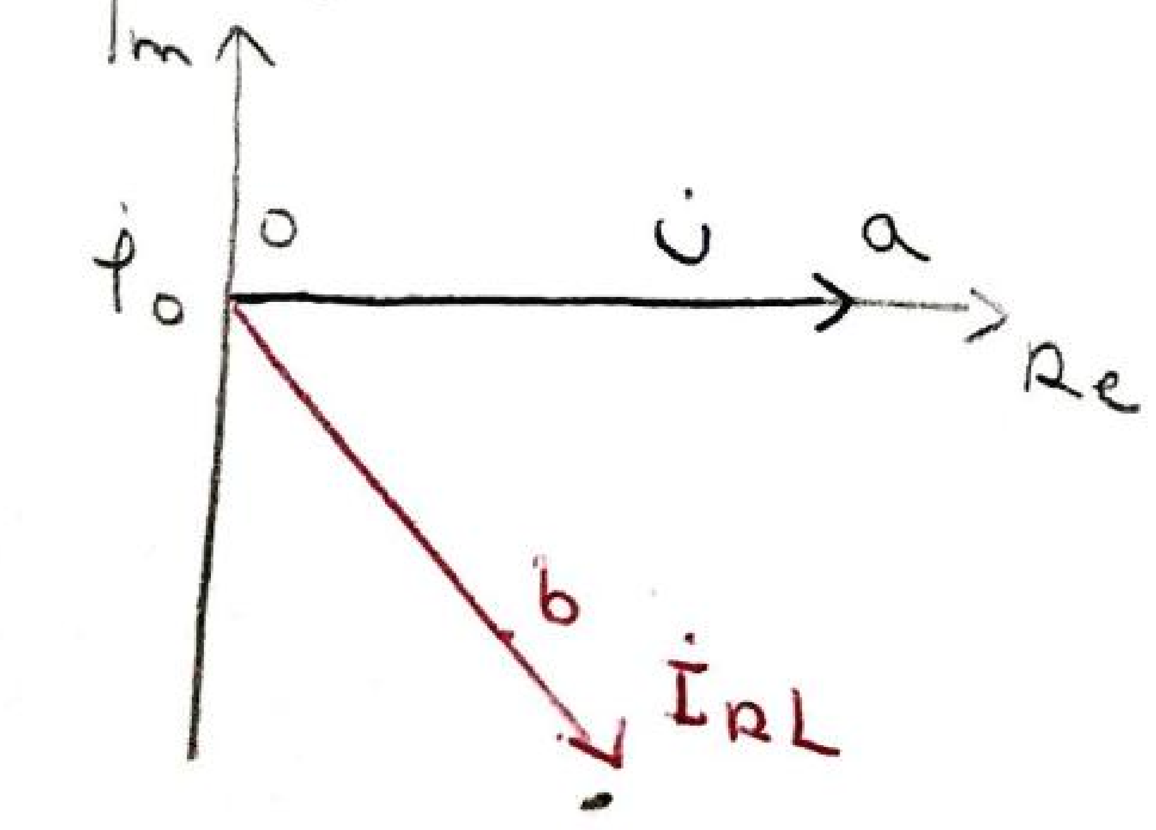
- ↳ GRAFIČKI PRIKAZ POTENCIJALA TOČAKA ELEKTRIČNE MREŽE U KOMPLEKSNOJ RAVNINI
- POSTUPAK: POLAZIMO OD VEKTORSKOG DIJAGRAMA NAPONA U KRUGU
  ↳ VEKTORI NAPONI SU NADOVEZANI ONAKO KAKO SU U SHEMI ELEMENTI SPOJENI

1) ODABRATI I DEFINIRATI OZNAKE ZA TOČKE U MREŽI/SHEMI
2) ODABRATI TOČKU REFERENTNOG POTENCIJALA
   ↳ ISHODIŠNI ČVOR → NULTI POTENCIJAL

   TE REFERENTNU VELIČINU
   - STRUJA
   - NAPON

   $\boxed{\dot{\varphi}_0 = 0 + j0 \text{ V}}$ — TOČKA „UZEMLJENJA"
   ↳ OBIČNO: MINUS STEZALJKA IZVORA

A) SERIJA RL

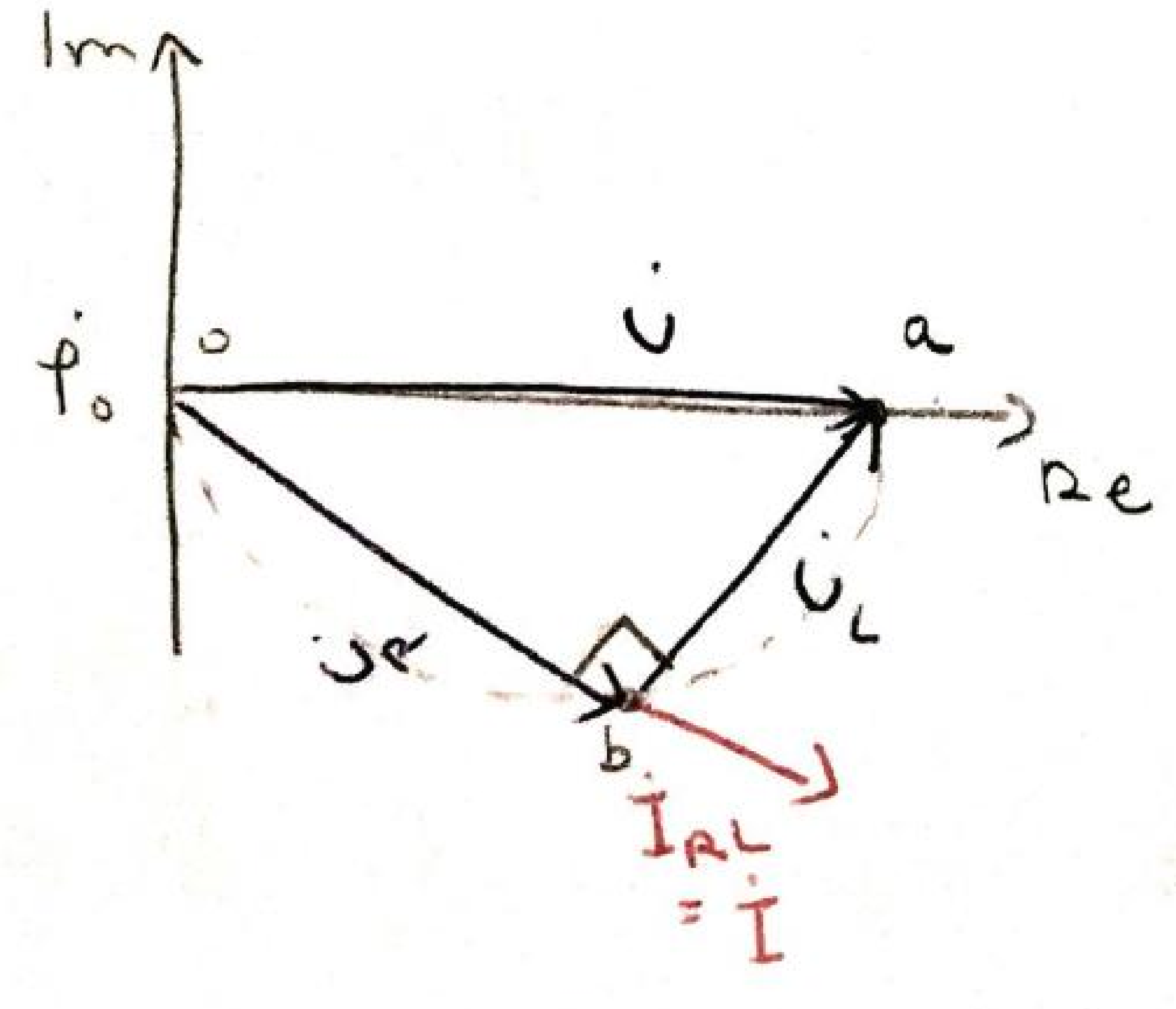



- TOČKA UZEMLJENJA U ISHODIŠTU
- RAČUNANJE SVIH STRUJA KROZ SVE GRANE

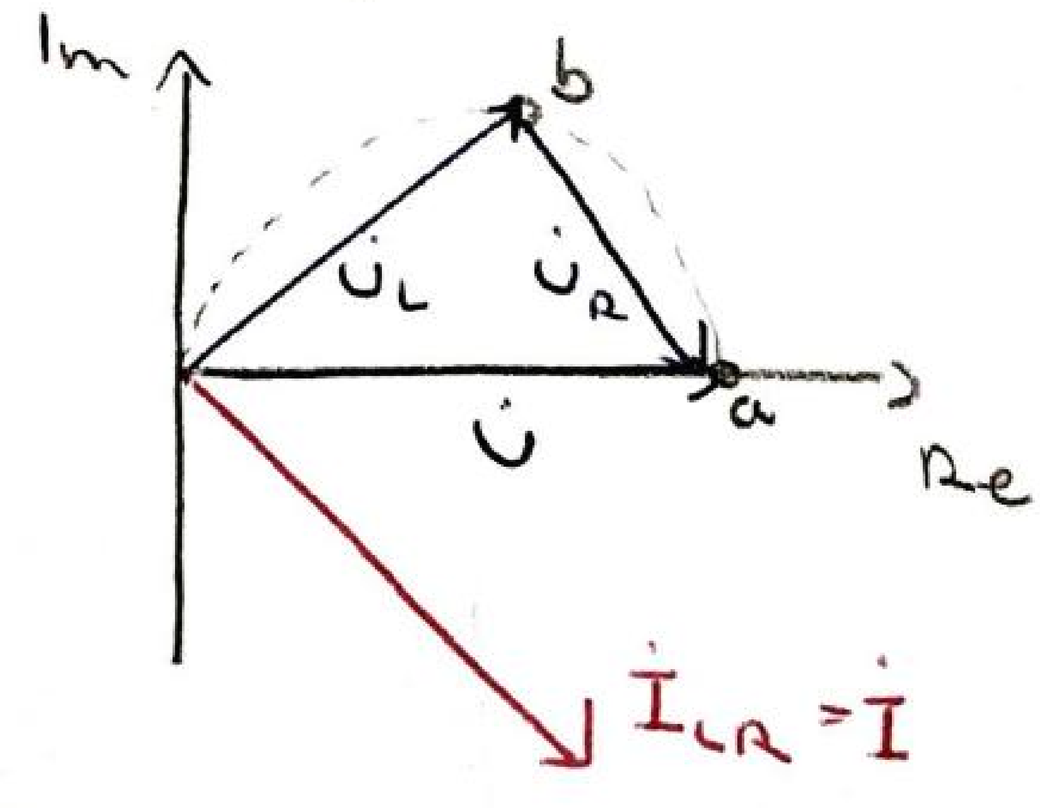
$$\left[\dot{I}_{RL} = \frac{\dot{U}}{R + jX_L}\right]$$

- IZRAČUNAVANJE I UCRTAVANJE PREOSTALIH POTENCIJALA

$$\left[\dot{\varphi}_b = R \cdot \dot{I}_{RL}\right]$$




B) SERIJA RL




- TOPOGRAFSKI DIJAGRAMI ZA SERIJU RL|RC
  $(R \neq X_L \,/\, R \neq X_C)^*$:
  → TROKUT DEFINIRAN TOČKAMA (o, b, a) JE PRAVOKUTAN I KAD VRIJEDI *
  - ZA SVAKU SERIJU POTENCIJAL b LEŽI NA POLUKRUŽNICI

# SNAGA U IZMJENIČNIM MREŽAMA

SNAGA U VREMENSKOJ DOMENI:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \alpha_u)$$
$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \alpha_i)$$

- TRENUTNA VRIJEDNOST SNAGE:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_m \sin(\omega t) \cdot I_m \sin(\omega t - \varphi)$$

$$\left[ \sin\alpha \sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right] \right]$$

$$= U_m I_m \cdot \frac{1}{2}\left[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)\right]$$

$$p(t) = UI \underbrace{\cos\varphi}_{\text{NE MIJENJA SE U VREMENU}} - UI \underbrace{\cos(2\omega t - \varphi)}_{\text{OSCILIRA S KRUŽNOM FREKVENCIJOM } 2\omega t}$$

- SNAGA KOJU IZVOR PREDAJE PASIVNOJ LINEARNOJ MREŽI SASTOJI SE OD TRI KOMPONENTE:

1) SNAGA NA OMSKIM OTPORIMA

→ RADNA SNAGA

$$\boxed{P = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{T} p(t)\,dt = UI\cos\varphi}$$

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{P}{UI}}$$

→ FAKTOR SNAGE (= 1 ZA ČISTA RADNA TROŠILA)

2) SNAGA NA REAKTIVNIM ELEMENTIMA

→ REAKTIVNA / JALOVA SNAGA

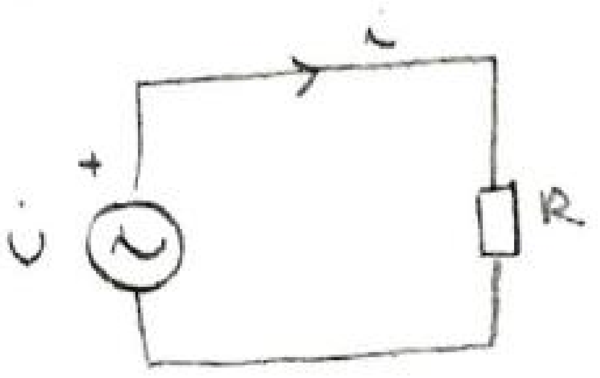
$$\boxed{Q = UI\sin\varphi} \quad [VAr]$$

- $Q > 0$ NA INDUKTIVITETU L ($\varphi > 0$) → TROŠILO JALOVE SNAGE
- $Q < 0$ NA KAPACITETU C ($\varphi < 0$) → PROIZVOĐNJA JALOVE SNAGE

3) PRIVIDNA SNAGA

$$\boxed{S = U \cdot I} \quad [VA]$$

- SNAGA NA R

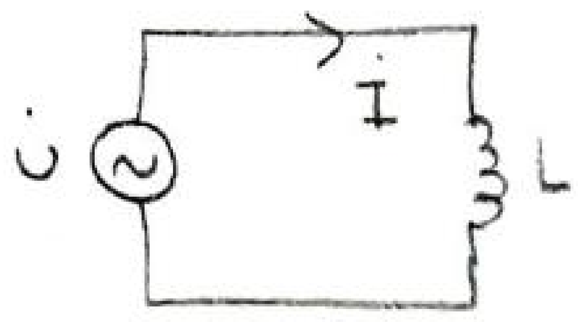



$$\boxed{p_R(t) = UI - UI\cos(2\omega t)}$$

$$\boxed{P = UI = I^2R = \frac{U^2}{R} = UI\cos 0^\circ} \quad [W]$$

$$\boxed{Q = 0} \qquad \boxed{S = P}$$

- SNAGA NA L:

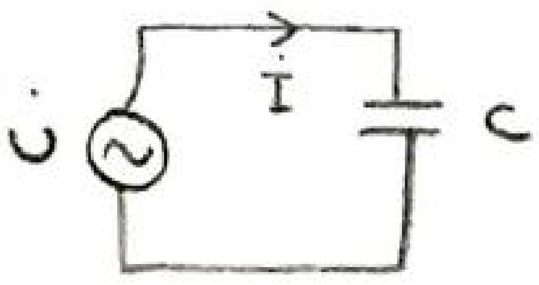



$$\boxed{P = 0\,W} \qquad \boxed{S = Q_L}$$

$$\boxed{Q_L = UI = I^2X_L = \frac{U^2}{X_L}} > 0!$$

$$\boxed{p_L(t) = -UI\sin(2\omega t)}$$

- SNAGA NA C:




$$\boxed{p_C(t) = UI\sin(2\omega t)} \qquad \boxed{P = 0\,W} \qquad \boxed{S = Q_C}$$

$$\boxed{Q_C = UI = I^2X_C = \frac{U^2}{X_C}} < 0!$$

## IZRAČUN SNAGE PREKO FAZORA

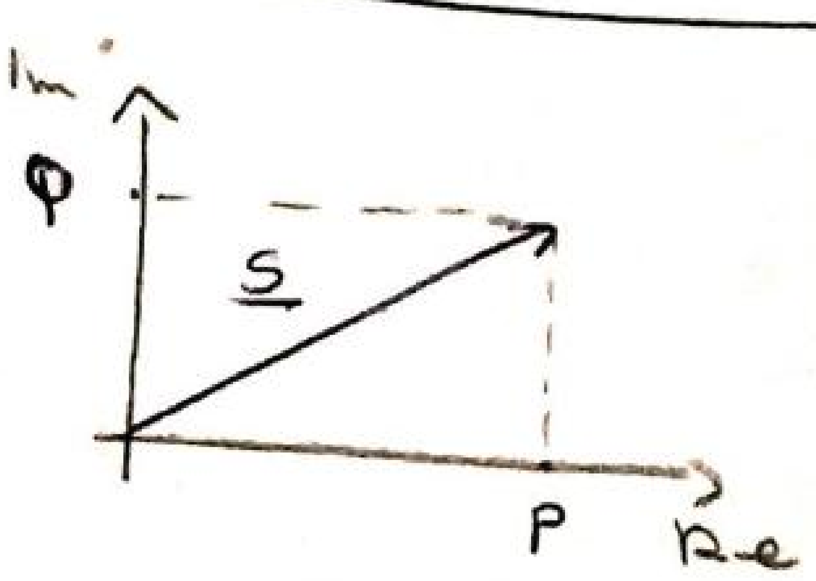
$$\dot{U} = Ue^{j\alpha_u}$$

$$\dot{I} = Ie^{j\alpha_i}$$

$\dot{I}^*$ = KONJUGIRANO KOMPLEKSNA STRUJA

$$\underline{S} = \dot{U}\cdot\dot{I}^* = |\dot{U}|e^{j\alpha_u}\cdot|\dot{I}^*|e^{-j\alpha_i} = UIe^{j(\alpha_u-\alpha_i)} = UIe^{j\varphi}$$

$$\boxed{\underline{S} = UI(\cos\varphi + j\sin\varphi) = \underbrace{P}_{Re\{\underline{S}\}} + j\underbrace{Q}_{Im\{\underline{S}\}}}$$



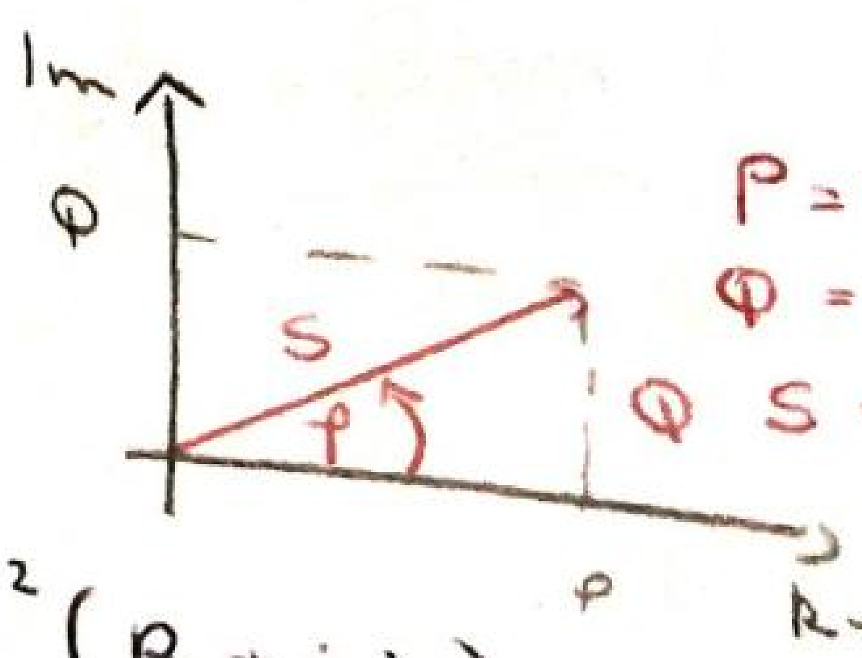

## SNAGA NA IMPEDANCIJI $\underline{Z}$

$$\dot{U} = \dot{I}\cdot\underline{Z}$$

$$\boxed{\dot{I}\,\dot{I}^* = |\dot{I}|^2}$$

$$\underline{Z} = R + jX$$

$$\underline{S} = \dot{U}\cdot\dot{I}^* = \dot{I}\,\underline{Z}\cdot\dot{I}^* = |\dot{I}|^2\underline{Z} = |\dot{I}|^2(R + jX)$$




$P = UI\cos\varphi$

$Q = UI\sin\varphi$

$S = UI$

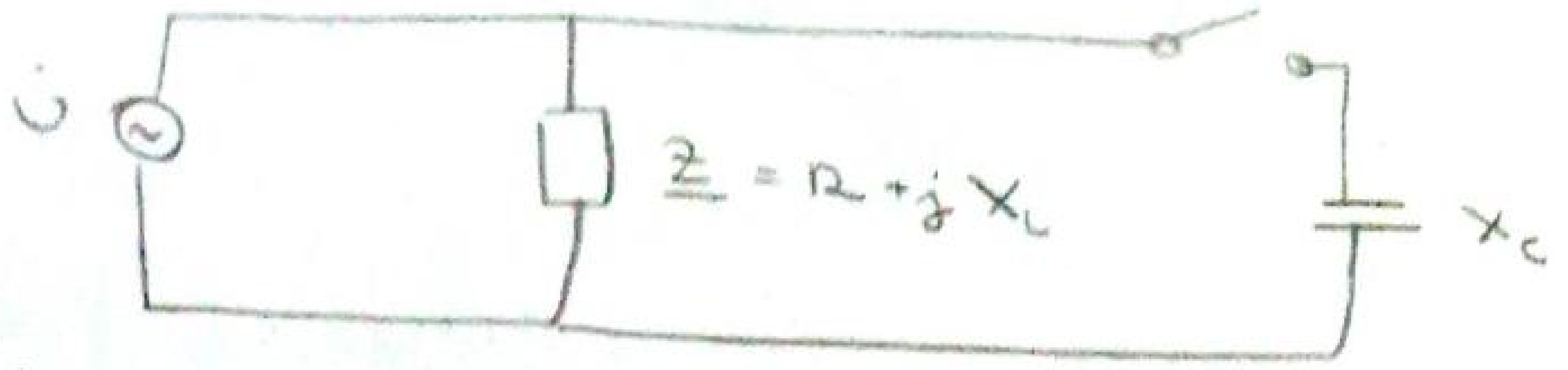
$$\Downarrow$$

$$\boxed{S^2 = P^2 + Q^2}$$

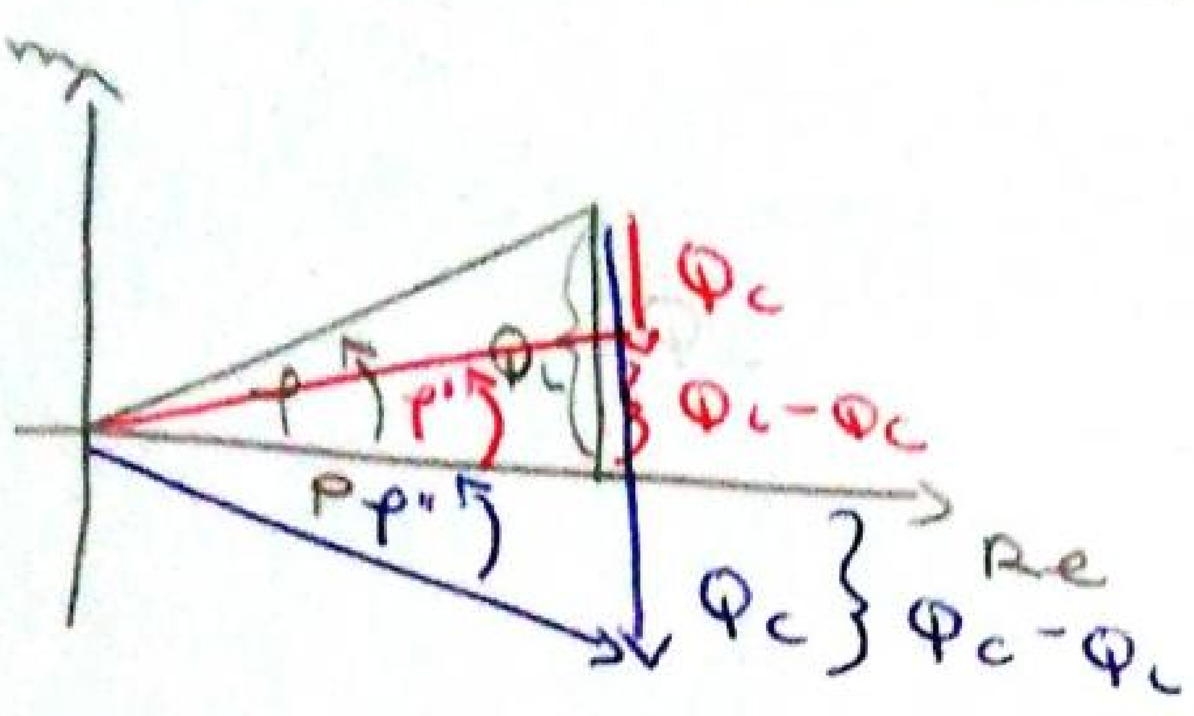
$$\boxed{P = |\dot{I}|^2R} \qquad \boxed{Q = |\dot{I}|^2X}$$

$$\boxed{P_{UK} = \sum_{i=1}^{n} P_i} \qquad \boxed{Q_{UK} = \sum_{i=1}^{n} Q_i}$$

## KOMPENZACIJA JALOVE SNAGE




$$\boxed{\operatorname{tg}\varphi = \frac{Q_L}{P}}$$

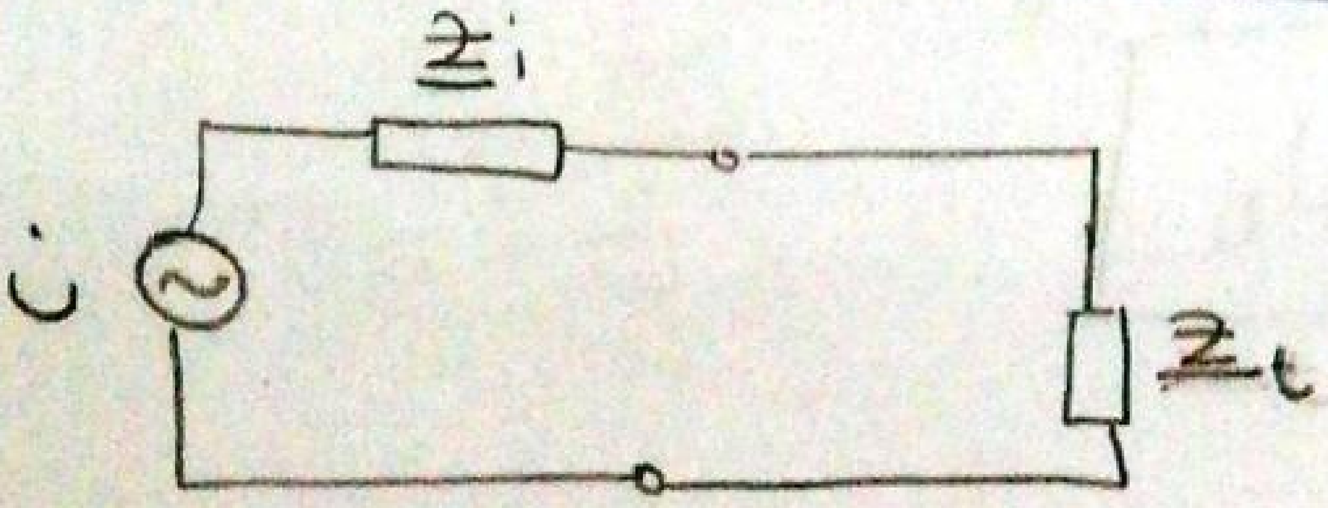



$\boxed{Q_L > Q_C}$ KOMPENZACIJA $\operatorname{tg}\varphi' = \dfrac{Q_L - Q_C}{P}$

$\boxed{Q_L < Q_C}$ NADKOMPENZACIJA $\operatorname{tg}\varphi'' = \dfrac{Q_C - Q_L}{P}$

$$\Rightarrow \boxed{\operatorname{tg}\varphi = \frac{Q}{P}}$$

## TEOREM O PRIJENOSU MAKSIMALNE SNAGE




$$\dot{I} = \frac{|\dot{U}|}{|\underline{Z}_i + \underline{Z}_t|} = \frac{U}{\sqrt{(R_i + R_t)^2 + (X_i + X_t)^2}}$$

$\underline{Z}_i = R_i + jX_i$

$\underline{Z}_t = R_t + jX_t$

$$P = I^2 R = \frac{U^2}{(R_i + R_t)^2 + (X_i + X_t)^2} \cdot R \,//$$

- $P_{MAX}$: $\dfrac{\partial P}{\partial R} = 0$, $\dfrac{\partial P}{\partial X} = 0 \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} X_t = -X_i \\ R_t = R_i \end{matrix}} \Rightarrow \boxed{\underline{Z}_t = \underline{Z}_i^*}$

- SLUČAJEVI:

1) $X_t, R_t$ PROMJENJIV

$$\boxed{\underline{Z}_t = \underline{Z}_i^*}$$

2) $X_t$ NEPROMJENJIV, $R_t$ PROMJENJIV

$$\boxed{R_t = \sqrt{R_i^2 + (X_i + X_t)^2}}$$

3) $X_t = 0$

$$\boxed{R_t = \sqrt{R_i^2 + X_i^2}}$$

4) $X_T$

$$\boxed{X_T = -X_i}$$

# NAPONSKO I STRUJNO DJELILO

NAPONSKO DJELILO → SERIJSKI SPOJ OD $n$ OTPORNIKA

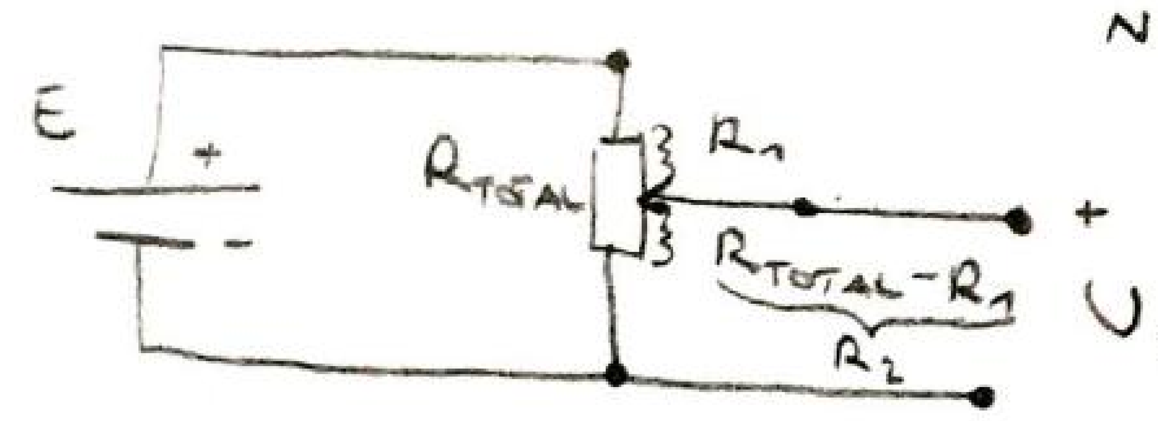
- POMAŽE PRI ODREĐIVANJU NAPONA NA $k$-TOM ELEMENTU BEZ DA DIREKTNO ODREĐUJEMO STRUJU //

$$\boxed{u_k(t) = \frac{R_k}{R_{eq}} u(t)}$$

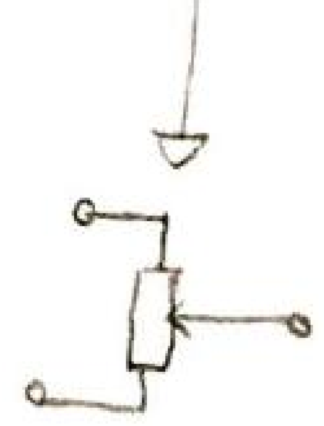
$R_{eq}$ – UKUPNI OTPOR U KRUGU

$u(t)$ – NAPON IZVORA

PROMJENJIVI OTPORNIK → TROPOL KOJI PREDSTAVLJA PROMJENJIVI DJELITELJ NAPONA (KORIŠTENJE U POTENCIOMETARSKOM ILI REOSTATSKOM SPOJU)




$$\boxed{U_0 = \frac{(R_{TOTAL} - R_1)}{R_{TOTAL}} E}$$



- POMICANJE KLIZAČA:
  - $R_1 = 0 \rightarrow \boxed{U_0 = E}$
  - $R_1 = R_{TOTAL} \rightarrow \boxed{U_0 = 0}$

$\rightarrow 0 \leq k \leq 1$, $\boxed{R_1 = (1-k) R_{TOTAL}}$; $\boxed{R_2 = k R_{TOTAL}}$

KAD U SPOJ DODAMO TROŠILO $R_t$ //

$$\boxed{U_T = \frac{k}{1 + k(1-k)\frac{R}{R_t}} E}$$

$\rightarrow k = 1,\ U_T = E$

$k = 0,\ U_T = 0$

$\Downarrow$

$\frac{R}{R_t} \rightarrow 0,\ U_T = kE$

STRUJNO DJELILO → PARALELNI SPOJ OD $n$ OTPORNIKA

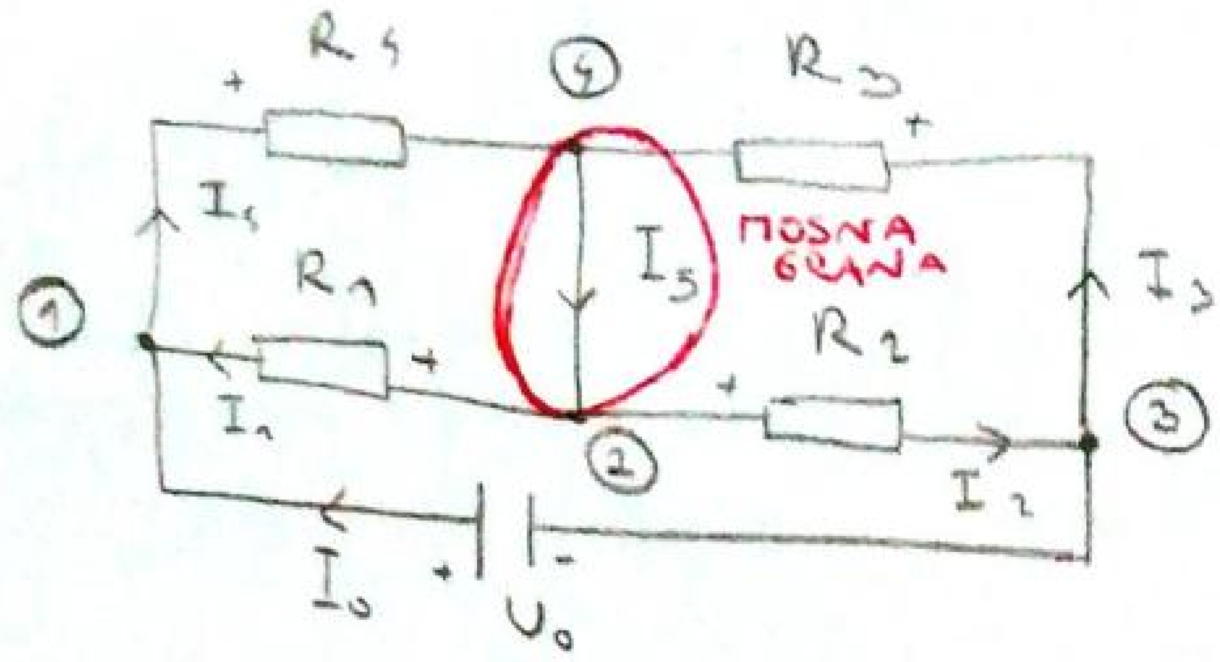
$$\boxed{i_k(t) = \frac{G_k}{G_{eq}} i_g(t)}$$

$\Rightarrow \frac{R \text{ SUPROTNE GRANE}}{R_{UK}}$ !

- ANALOGNE JEDNADŽBE I ZA MREŽE S SINUSNOM POBUDOM

ULAZNA IMPEDANCIJA → IMPEDANCIJA KOJU „VIDI" IZVOR PRIKLJUČEN NA PASIVNU LINEARNU MREŽU

## MOSNI SPOJ → SPOJ 5 PASIVNIH ELEMENATA I JEDNOG AKTIVNOG

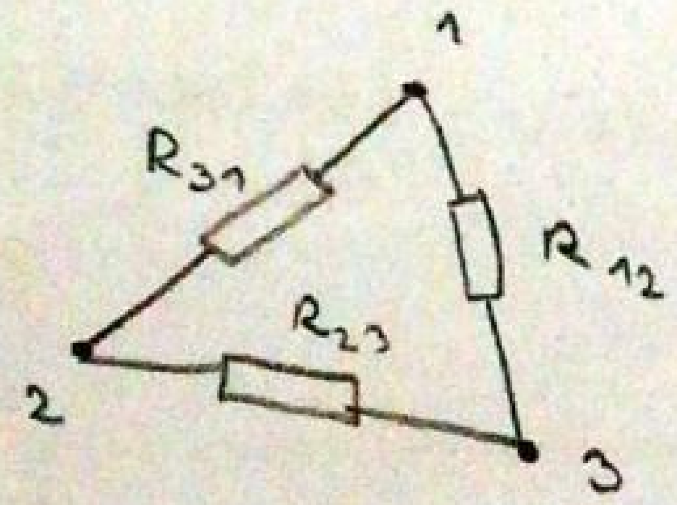


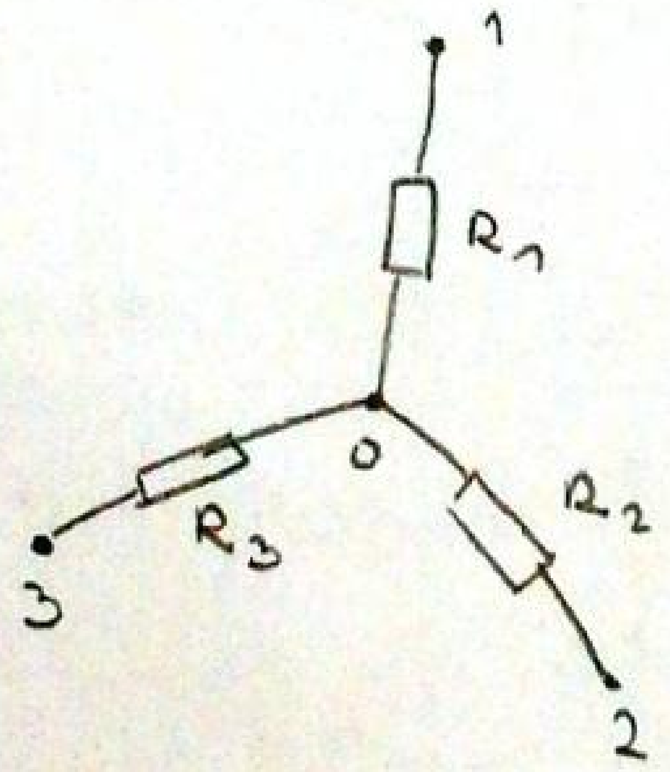

$$\boxed{\begin{aligned} &R_1 \cdot R_3 - R_2 \cdot R_4 = 0 \\ &\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} \end{aligned}}$$

→ DOPUŠTENO UKLONITI MOSTNU GRANU

→ AKO NE VRIJEDI: TRANSFORMACIJA TROKUT - ZVIJEZDA"

TROKUT I ZVIJEZDA SPOJEVI OTPORNIKA SU EKVIVALENTNI AKO SU OTPORI PROMATRANI NA ISTIM PAROVIMA STEZALJKI U OBA SPOJA JEDNAKI




1> PRETVORBA TROKUT - ZVIJEZDA

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_\Delta}$$

$R_\Delta$ – SUMA SVIH R U TROKUTU

$$R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_\Delta}$$

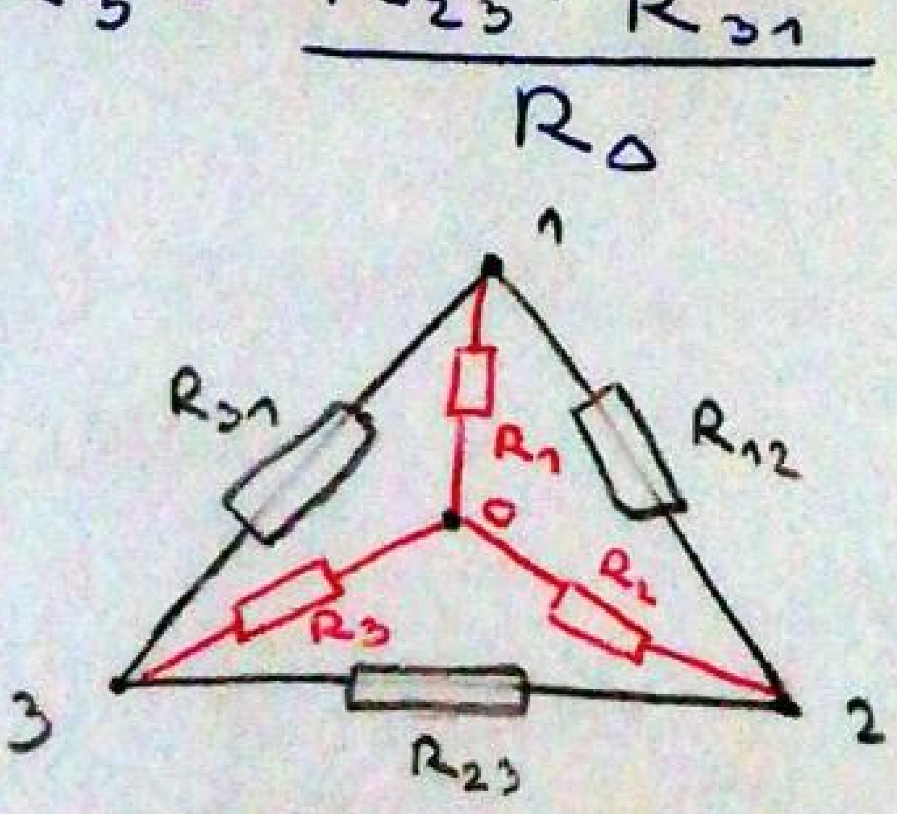
$$R_3 = \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{R_\Delta}$$

2> PRETVORBA ZVIJEZDA - TROKUT

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}$$




⇒ OTPOR OTPORNIKA U EKV. SPOJU ZVIJEZDA KOJI JE SPOJEN U ODREĐENOJ TOČKI JEDNAK JE PRODUKTU OTPORA DVA OTPORNIKA U SPOJU TROKUT KROZ UKUPNI OTPOR

# (10.) FREKVENCIJSKE KARAKTERISTIKE

PERIODIČKI PROMJENJIVE VELIČINE

↳ PROMJENE NJIHOVIH TRENUTNIH VRIJEDNOSTI TIJEKOM VREMENA SE PERIODIČKI PONAVLJAJU

VALNI OBLICI → VREMENSKE OVISNOSTI PERIODIČKIH ELEKTRIČKIH VELIČINA

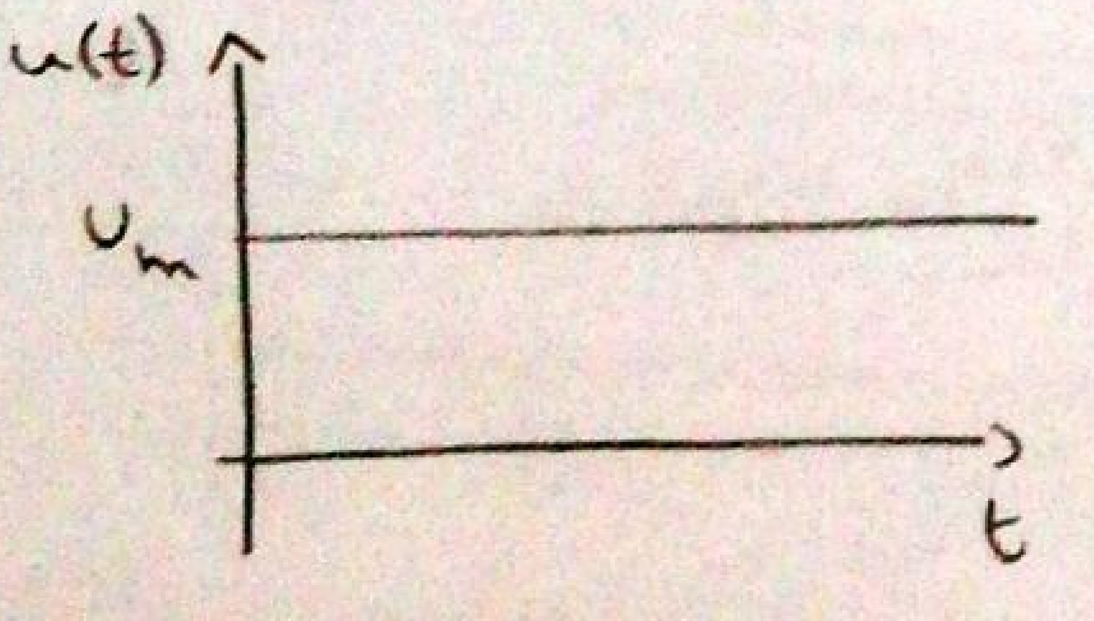
- ČISTA IZMJENIČNA VELIČINA → IMA JEDNAKE POZITIVNE I NEGATIVNE POVRŠINE U VREMENSKOM DIJAGRAMU TE JOJ JE SR. VR. = 0

- SREDNJA VRIJEDNOST EL. VELIČINE: $\boxed{Y_{SR} = \frac{1}{T}\int_0^T y(t)\,dt}$

  ISTOSMJERNA KOMPONENTA EL. VELIČINE

- EFEKTIVNA VRIJEDNOST EL. VELIČINE: $\boxed{Y_{EF} = Y = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T y^2(t)\,dt}}$

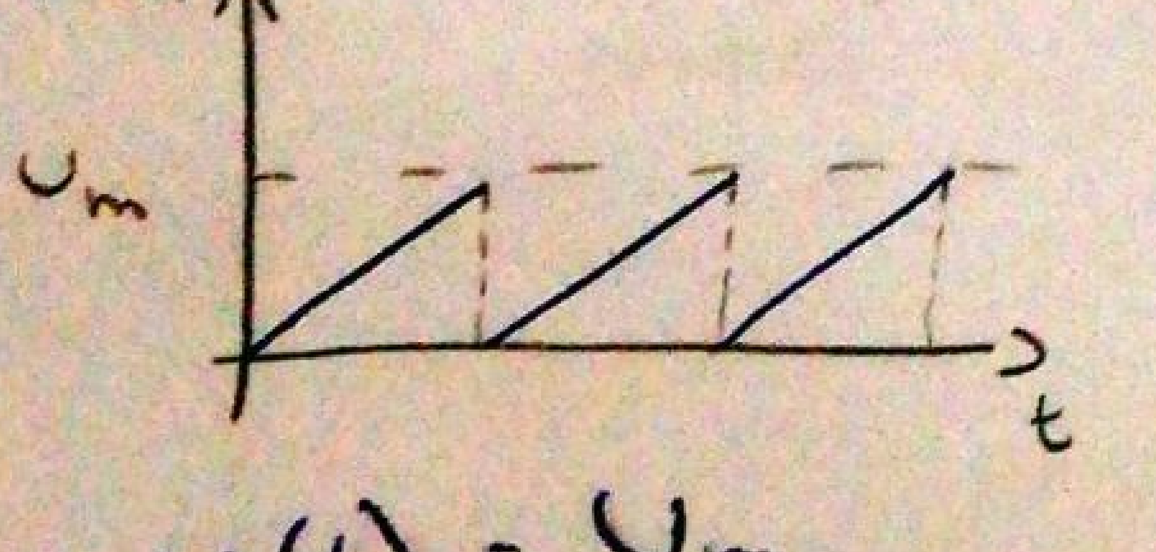
## (1) KONSTANTNI VALNI OBLIK




$$U_{SR} = \frac{1}{T}\int_0^T U_m\,dt = U_m$$

$$U_{EF} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T U_m^2\,dt} = U_m$$

## (2) PILASTI VALNI OBLIK

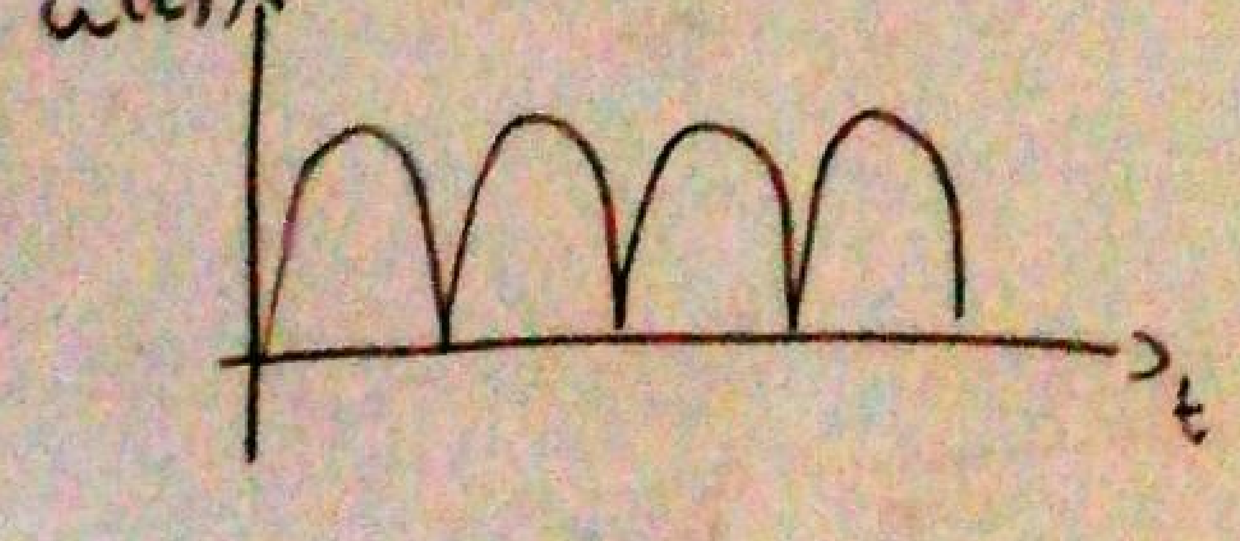



$$U_{SR} = \frac{U_m}{2}$$

$$U_{EF} = \frac{U_m}{\sqrt{3}}$$

$$u(t) = \frac{U_m}{T}$$

## (3) PUNOVALNO ISPRAVLJENA SINUSOIDA

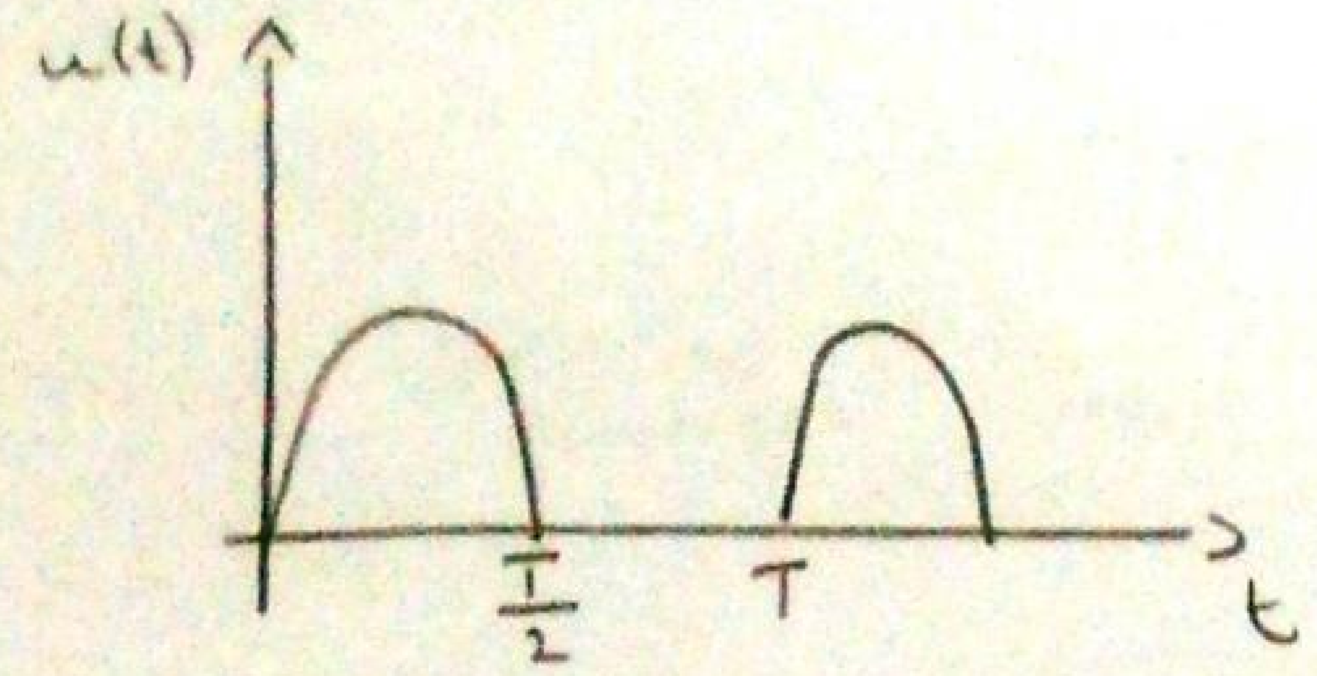



$$T = \frac{\pi}{\omega}$$

$$U_{SR} = \frac{2U_m}{\pi} = 0.637\,U_m$$

$$U_{EF} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

④ POLUVALNO ISPRAVLJENA SINUSOIDA



$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$U_{EF} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T/2} u^2(t)\,dt} = \frac{U_m}{2}$$

$$U_{SR} = \frac{U_m}{\pi} = 0.318\, I_m$$

## FAKTOR OBLIKA

$$\boxed{\xi = \frac{Y_{EF}}{Y_{SR}}}\ ,\ Y_{SR} \neq 0$$

① KONST. FJE : $\xi = 1$

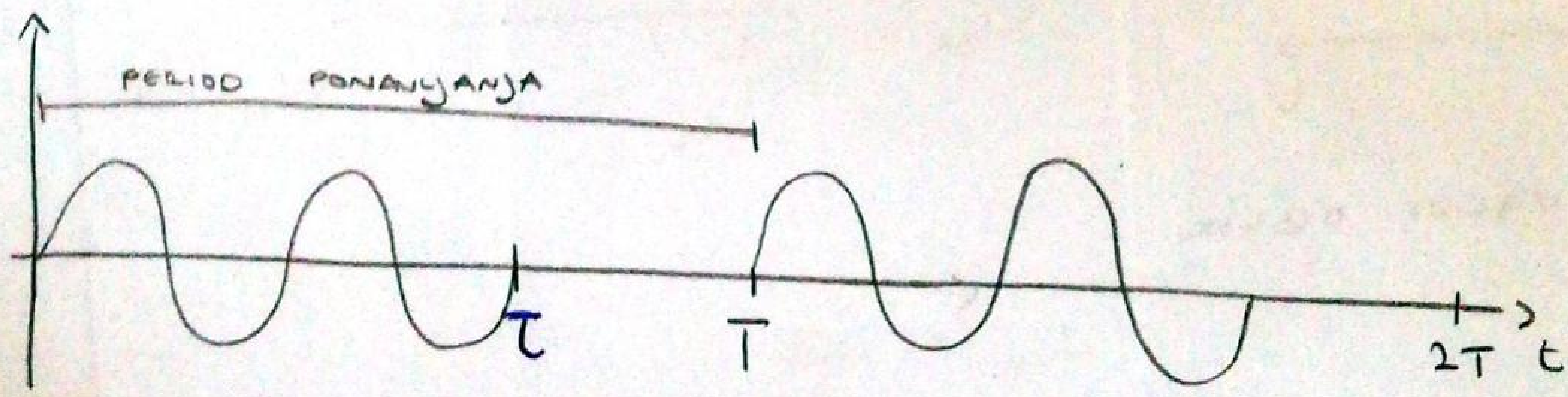
② PILASTI OBLIK : $\xi = \frac{2}{\sqrt{3}}$

③ PUNOVALNO ISPR. SINUSOIDA : $\xi = 1.11$

④ POLUVALNO -11- : $\xi = 1.57$

## IMPULSI

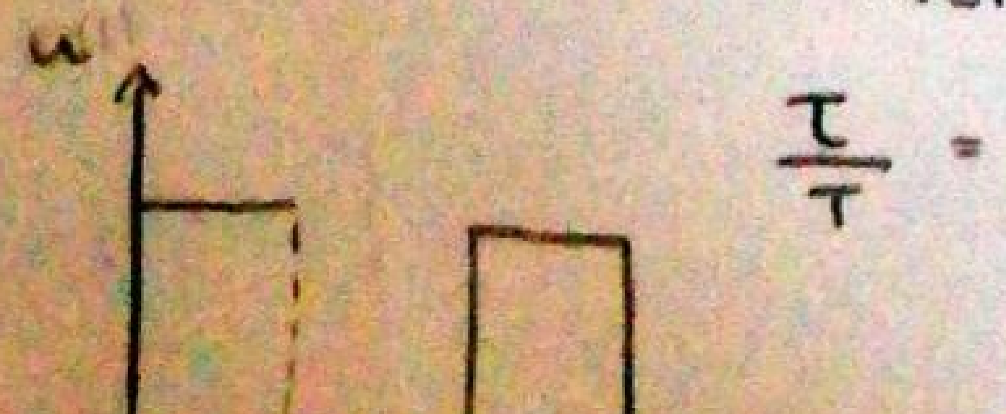
↳ POJAVE DJELOVANJA NAPONA ILI STRUJE RAZLIČITIH OBLIKA UNUTAR ODREĐENOG VREMENSKOG INTERVALA




$\tau$ - ŠIRINA IMPULSA (vrijeme trajanja)

$\frac{\tau}{T}$ - FAKTOR POPUNJENOSTI

- PERIODIČKI NIZ PRAVOKUTNIH IMPULSA :




$$\frac{\tau}{T} = \frac{1}{2}$$

$$U_{EF} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{\tau} u^2(t)\,dt} = U_m\sqrt{\frac{\tau}{T}}$$

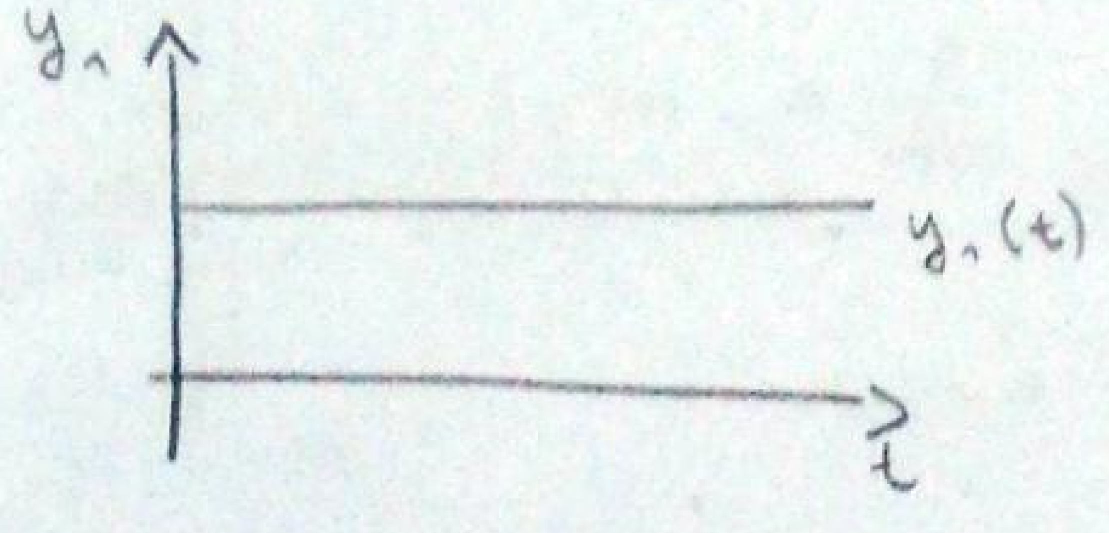
$$U_{SR} = U_m \cdot \frac{\tau}{T}$$

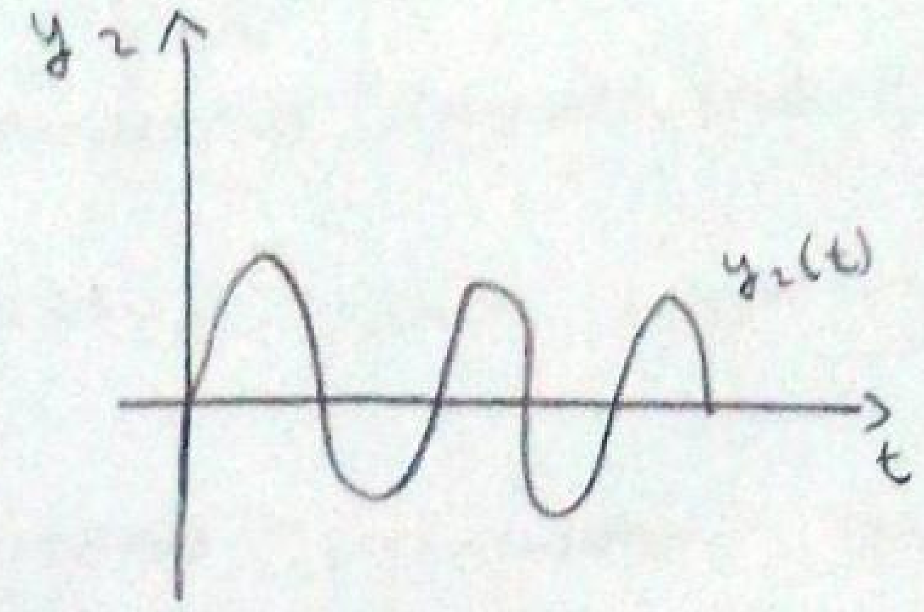
- OPĆENITO

FAKTOR PROPORCIONALNOSTI

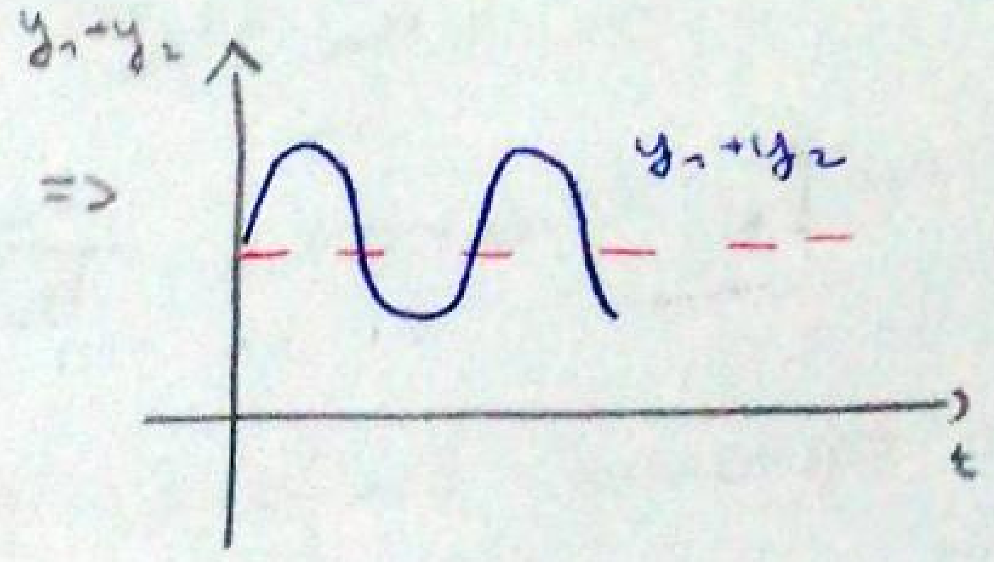
$$\boxed{Y_{EF} = Y_{EF.OS}\sqrt{\frac{\tau}{T}}} \qquad \boxed{Y_{SR} = Y_{SR.OS.}\frac{\tau}{T}} \qquad \boxed{Y_{EF.OS} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}}$$

## SLOŽENI VALNI OBLICI




=>




$$U_{EF}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T (\underbrace{U_0}_{\text{ISTOSMJERNA KOMPONENTA}} + \underbrace{U_m \sin(\omega t)}_{\text{IZMJENIČNA KOMPONENTA}})^2\,dt =$$

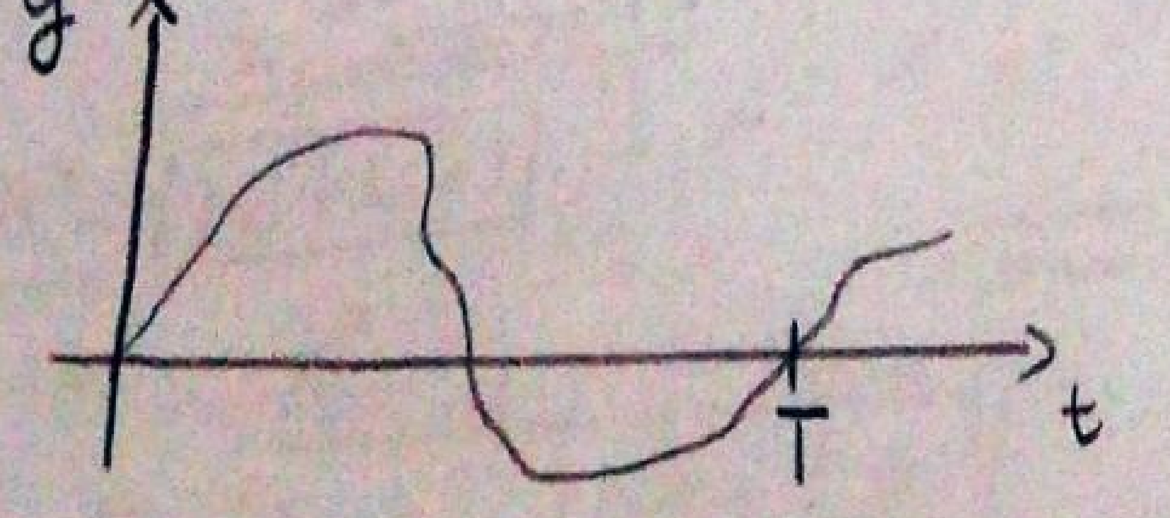
$$= \frac{1}{T}\left(\int_0^T U_0^2\,dt + \underbrace{\int_0^T 2U_0U_m\sin(\omega t)\,dt}_{=0\ \text{[ČISTA IZMJENIČNA VELIČINA]}} + \int_0^T U_m^2\sin^2(\omega t)\,dt\right)$$

$$\Rightarrow U_{EF} = \sqrt{U_0^2 + \frac{U_m^2}{2}}$$

$$\boxed{U_{EF} = \sqrt{U_{SR}^2 + U_{EF,OS}^2}}$$

## HARMONIČKI SLOŽENI VALNI OBLIK

- NESINUSOIDNE PERIODIČKE NAPONE / STRUJE MOŽEMO PRIKAZATI SUMOM NAPONA ILI STRUJA SINUSNOG OBLIKA




=> FOURIEROVA ANALIZA

- DA BI SE PRIMJENILA, FJE. MORA ZADOVOLJITI DIRICHLETOVE UVJETE:
  - -> FJE NIJE NEPREKINUTA, BROJ PREKIDA NA PERIODU T MORA BIT KONAČAN
  - -> MORA IMATI KONAČNU SR. VR. NA PERIODU T
  - -> BROJ POZITIVNIH I NEGATIVNIH MAKSIMUMA TREBA BITI KONAČAN"

$$y(t) = \frac{1}{2}a_0 + a_1\cos(\omega t) + a_2\cos(2\omega t) + \dots + b_1\sin(\omega t) + b_2\sin(2\omega t) + \dots$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad a_n = \frac{2}{T}\int_0^T y(t)\cos(n\omega t)\,dt,$$

1) POLUVALNO ISPRAVLJE...

$$y(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_n c_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

$\frac{1}{2}a_0$ ~ ISTOSMJERNA KOMPONENTA (SR. VR.)

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$ ~ AMPLITUDA n-ČLANA

$$\varphi_n = \operatorname{arctg} \frac{a_n}{b_n}$$ ~ FAZNI POMAK n-TOG ČLANA

- POJEDINE ČLANOVE REDA NAZIVAMO HARMONICIMA
  ↳ IMENUJEMO IH REDNIM BROJEVIMA PREMA MNOŽITELJU OSNOVNE FREKVENCIJE n
- PRVI HARMONIK → OSNOVNI → ODREĐUJE UKUPNI PERIOD PONAVLJANJA !
- VIŠI HARMONICI → $n > 1$

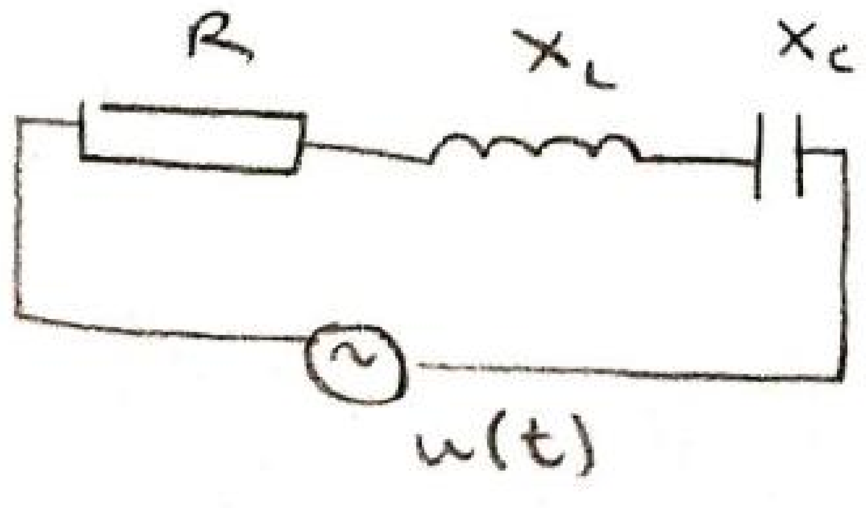
$$\boxed{I_{ef} = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{10}^2}{2} + \frac{I_{20}^2}{2} + \ldots + \frac{I_{n0}^2}{2}}}$$ , ANALOGNO ZA $U_{EF}$

$$\boxed{I_{ef} = \sqrt{I_{os}^2 + I_{ef}^2}}$$

- RADNA SNAGA: $\boxed{P = P_0 + P_1 + \ldots + P_n}$

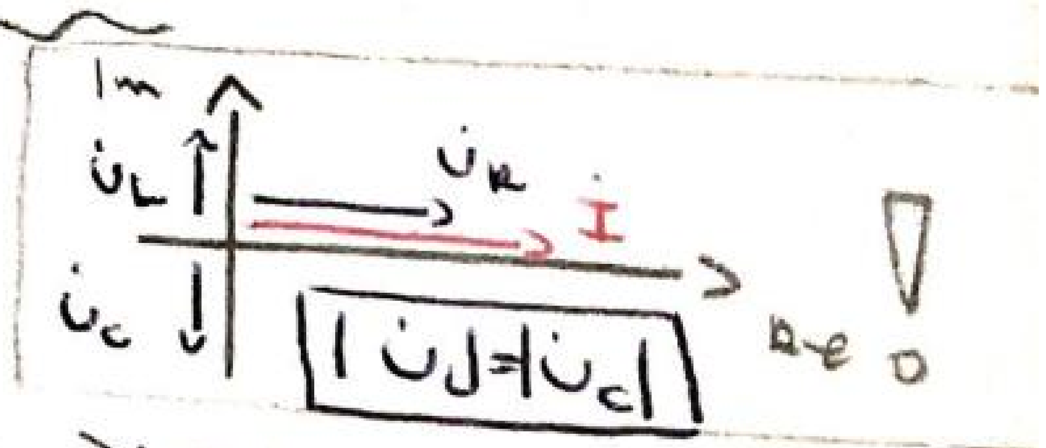
## FREKVENCIJSKE KARAKTERISTIKE

SERIJSKI RLC KRUG PRIKLJUČEN NA NAPONSKI IZVOR




$$\underline{Z} = R + j(X_L + X_C) = R + jX$$

$$X_L = \omega L, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}, \quad X = X_L - X_C$$




$$|\underline{Z}(\omega)| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\left(\frac{X}{R}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$$

- PRI FREKVENCIJI $\omega_0$, IMAGINARNI DIO IMPEDANCIJE JE 0 ($\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}$)
  ⇒ REZONANTNA FREKVENCIJA (KRUG JE U REZONANCIJI)

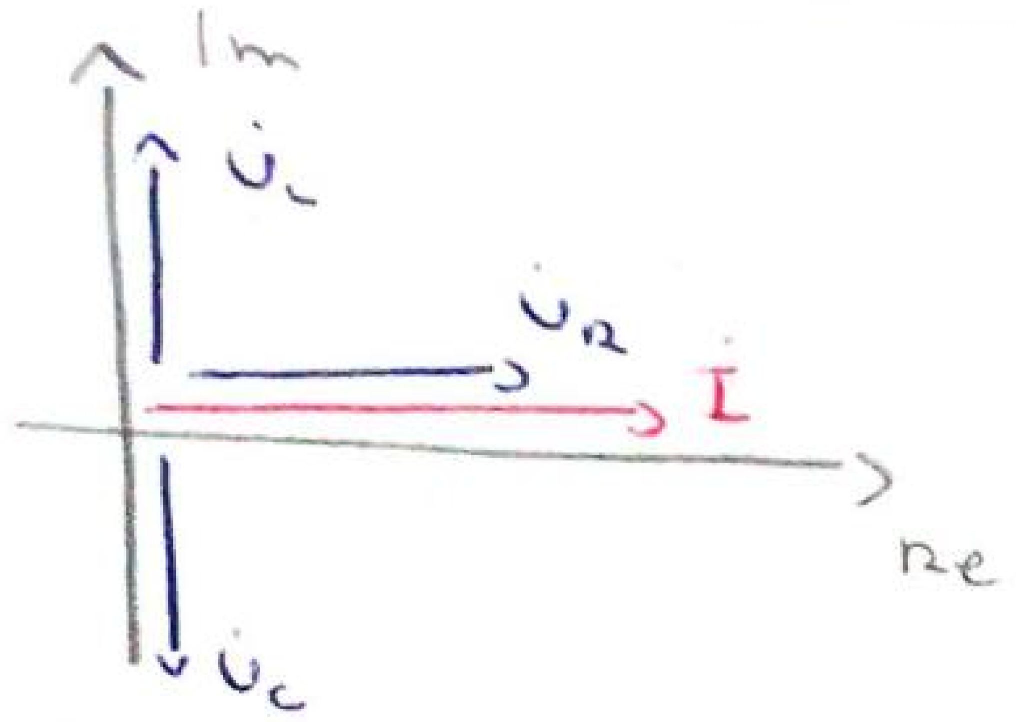
$$\operatorname{Im}\{\underline{Z}(\omega_0)\} = 0 \qquad \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \qquad \boxed{X(\omega_0) = 0}$$

$$\underline{Z}(\omega_0) = R$$

$$X_L(\omega_0) = \omega_0 L = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$X_C(\omega_0) = \frac{1}{C\omega_0} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

→ NAPON I STRUJA U FAZI !




$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \; [\Omega] \sim \text{VALNI OTPOR}$$

$$\gamma = \frac{1}{\rho} \; [S] \sim \text{VALNA VODLJIVOST}$$

- NAPONSKA REZONANCIJA : $\boxed{U_{L0} = U_{C0}}$

$$\begin{cases} U_{L0} = I_0 X_{L0} = U_i \dfrac{\rho}{R} \\ U_{C0} = I_0 X_{C0} = U_i \dfrac{\rho}{R} \\ U_{R0} = I_0 R = U_{IZVORA} \end{cases}$$

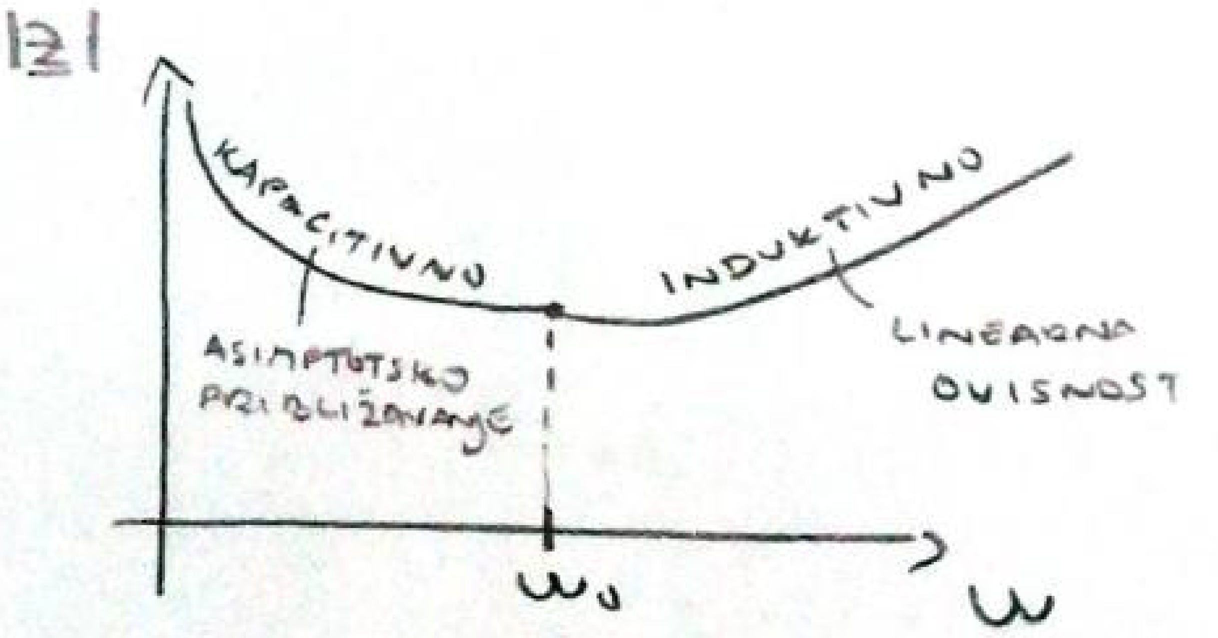
FAKTOR DOBROTE (Q) → ODNOS U NA L | C I U NA R PRI $f_{REZONANCIJA}$

$$\boxed{Q = \frac{U_{L0}}{U_{IZVORA}} = \frac{U_{C0}}{U_{IZVORA}} = \frac{\rho}{R} = \frac{X_{L0}}{R} = \frac{X_{C0}}{R}}$$

$\Downarrow$

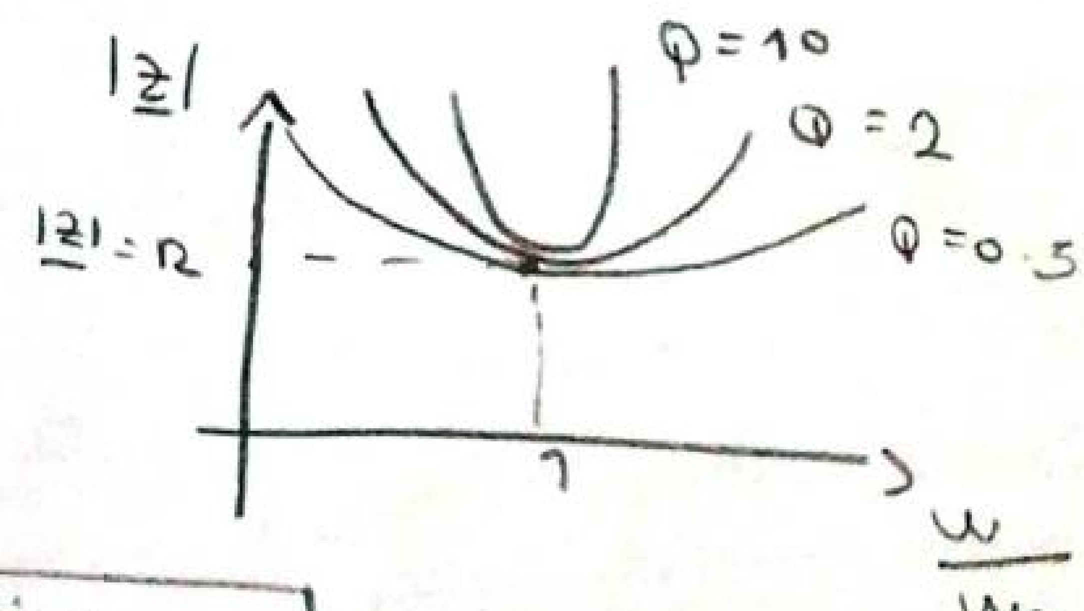
$\boxed{U_R = U_i}$

↳ SPOSOBNOST KRUGA DA STVORI VLASTITE TITRAJE




$$|Z| = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

- NORMIRANA f : $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$

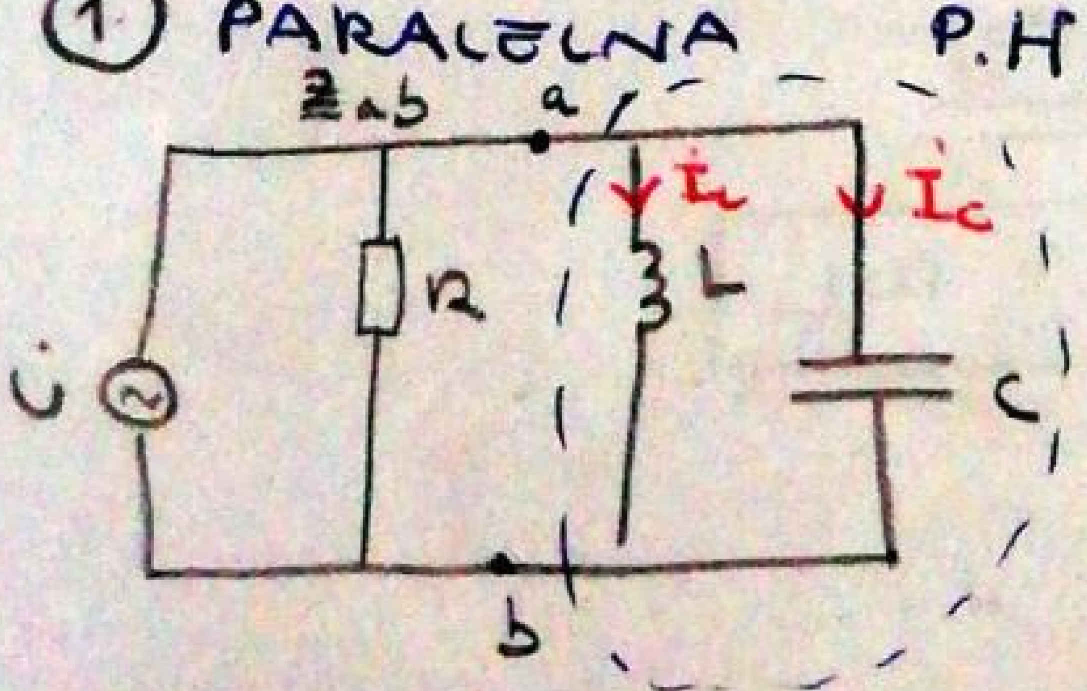



REZONANCIJA $\boxed{Im[\dot{I}] = 0}$

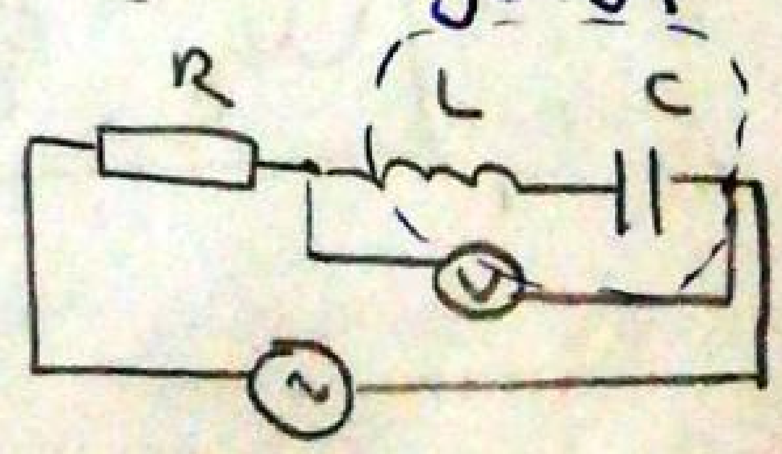
↳ NAPON I STRUJA U FAZI ! $[X_L = X_C] \Rightarrow \boxed{\varphi_{IZV} = 0}$

- I I P IMAJU MAX IZNOSE !

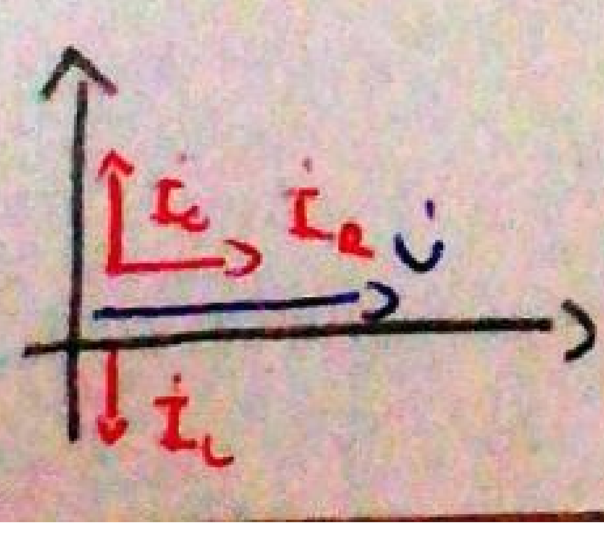
① PARALELNA P.H.



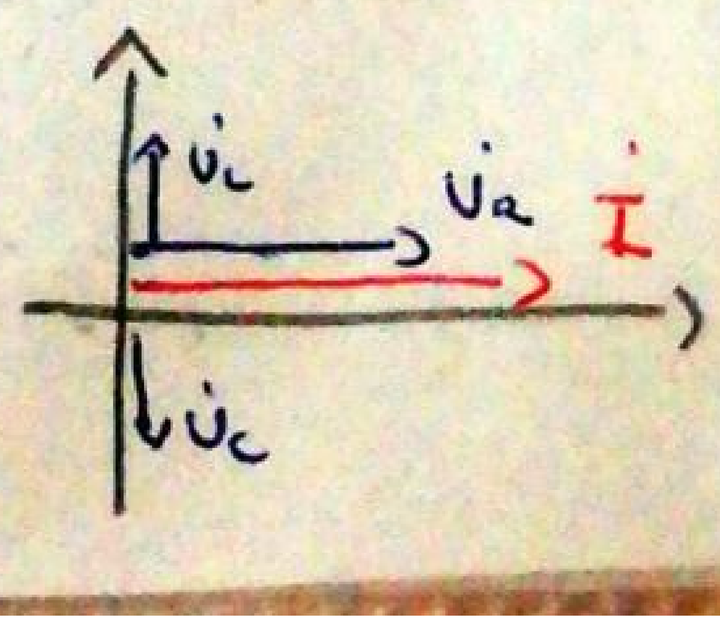

② SERIJSKA K.S.




$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$




$\boxed{I_L = I_C}$




$\boxed{U_L = U_C}$

Scanned by TapScanner

POLUVALNA ...

- FREKVENCIJSKE KARAKTERISTIKE: (RLC)

-> SMANJIVANJEM OTPORA MAKSIMUMI NAPONA $U_L$ I $U_C$ SE POVEĆAVAJU UZ ISTOVREMENO PRIBLIŽAVANJE REZONANCIJI

(TI MAKSIMUMI MOGU BITI VEĆI OD NAPONA IZVORA!)

NADVIŠENJE NAPONA NESTAJE S POVEĆANJEM R

-> $\boxed{Q > 1} \Rightarrow \boxed{U_C, U_L > U_i}$

-> $U_C$ IMA MAX NA f NIŽOJ OD REZONANTNE

-> $U_L$ IMA MAX NA f VIŠOJ OD REZONANTNE

-> REZONANTNA f $\rightarrow \boxed{U_i = U_R}$

-> $I_{max} = \frac{U}{R} \Rightarrow [f_{REZ}, X_L = X_C]$

-> FAZNI KUT NA DONJOJ GRANIČNOJ f $\rightarrow -45°$ (KAP.)

-> -||- GORNJOJ -||- $\rightarrow 45°$ (IND.)

-> $\boxed{\Delta\omega = \omega_{GG} - \omega_{DG}}$

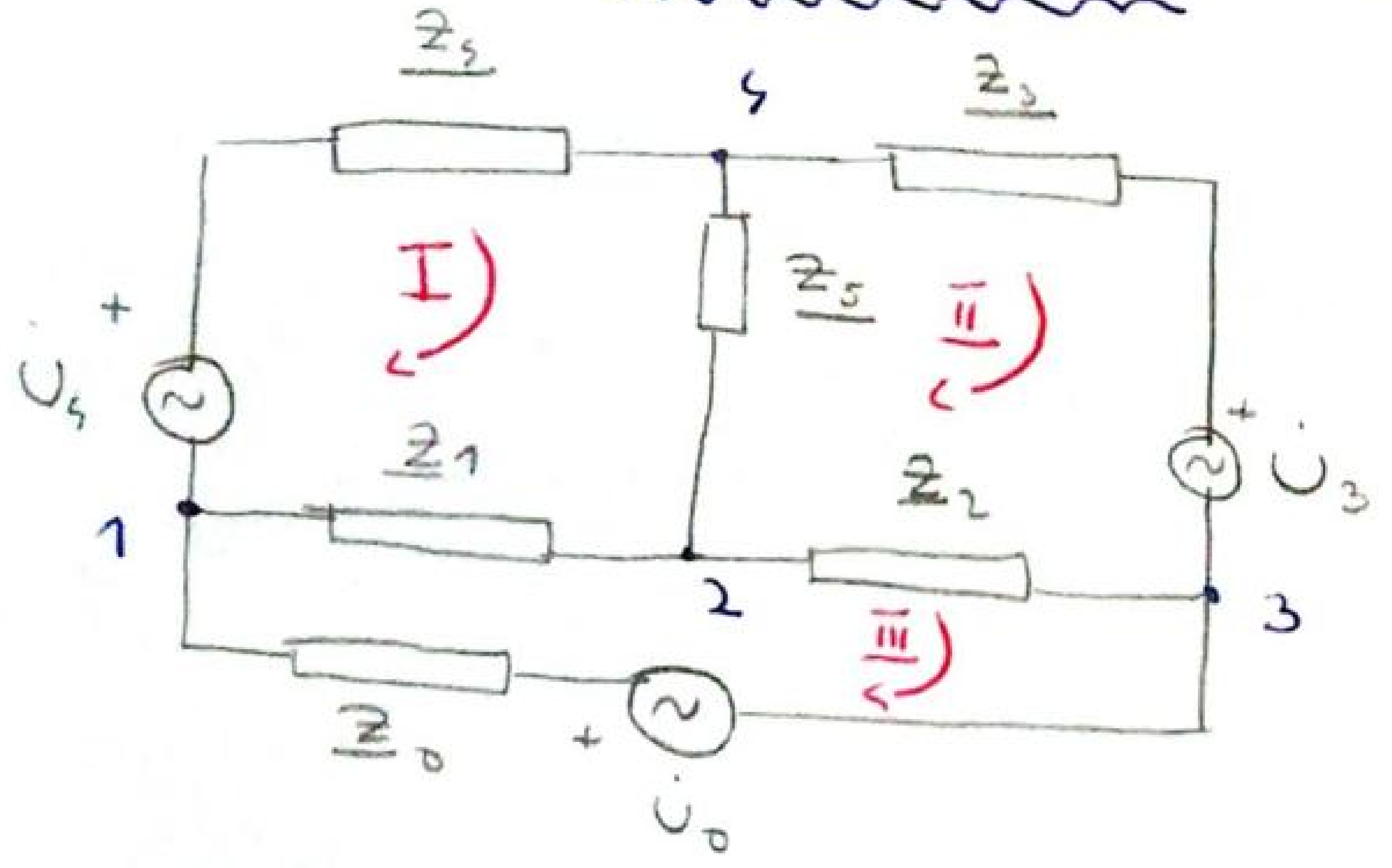
ŠIRINA f POJASA $\rightarrow$ POSTAJE SVE < SMANJIVANJEM R

-> $f_{REZ.} \Rightarrow P_{max} \Rightarrow \boxed{Q_C = Q_L} \Rightarrow \boxed{Q_{UK} = 0} \Rightarrow \boxed{P = S}$

## (8) METODE ANALIZE ELEKTRIČKIH MREŽA

### (1) METODA KONTURNIH STRUJA

$Z$ u krugu s strujnim izvorom $\to \infty$ !




- 1. kontura:

$$\dot U_4 = \dot I_I (Z_1 + Z_4 + Z_5) - \dot I_{II} Z_5 - \dot I_{III} Z_1$$

- 2. kontura:

$$-\dot U_3 = \dot I_I Z_5 + \dot I_{II} (Z_2 + Z_3 + Z_5) - \dot I_{III} Z_2$$

- 3. kontura:

$$\dot U_0 = -\dot I_I Z_1 - \dot I_{II} Z_2 + \dot I_{III} (Z_0 + Z_1 + Z_3)$$

- predznak napona ovisno jel potencijal pada ili raste! (gleda se smjer konturne struje!)

### (2) METODA NAPONA ČVOROVA

- ista slika samo uzemljimo čvor 4

- 1. čvor:

$$\dot\varphi_1 \left( \frac{1}{Z_0} + \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_4} \right) - \dot\varphi_2 \frac{1}{Z_1} - \dot\varphi_3 \cdot \frac{1}{Z_0} = \frac{\dot U_0}{Z_0} - \frac{\dot U_4}{Z_4}$$

- 2. čvor:

$$-\dot\varphi_1 \cdot \frac{1}{Z_1} + \dot\varphi_2 \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_5} \right) - \dot\varphi_3 \cdot \frac{1}{Z_2} = 0$$

- 3. čvor:

$$-\dot\varphi_1 \cdot \frac{1}{Z_0} - \dot\varphi_2 \cdot \frac{1}{Z_5} + \dot\varphi_3 \left( \frac{1}{Z_0} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_2} \right) = -\frac{\dot U_0}{Z_0} - \frac{\dot U_3}{Z_2}$$

- za desnu stranu se uzima struja između gledanog čvora i susjednih čvorova (postojanje izvora !),,
  - ↳ predznak ovisno o tome u koji pol izvora ulazi struja (ulazi u + pol → +),,

- mreža s 2 čvora ~ Millmanov teorem

$$\boxed{\dot U_{ab} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\dot U_i}{Z_i} + \sum_{j=1}^{m} \dot I_j}{\sum_{k=1}^{l} \frac{1}{Z_k}}} \quad !$$

Scanned by TapScanner

# (12) NAČELO SUPERPOZICIJE, THEVENINOV TEOREM, NORTONOV TEOREM

- LINEARNOST ELEKTRIČKOGA KRUGA → PREDUVJET ZA PRIMJENU METODE SUPERPOZICIJE

↓ SVOJSTVO PROPORCIONALNOSTI
→ VRIJEDI AKO SE S POVEĆANJEM POBUDE ZA P PUTA ISTO TOLIKO POVEĆA I ODZIV (NEPOZNATI NAPONI I STRUJE U MREŽI)

↓ NAČELO SUPERPOZICIJE

## NAČELO SUPERPOZICIJE

UGASITI NAPONSKI IZVOR ZNAČI ZAMIJENITI GA S KRATKIM SPOJEM, A UGASITI STRUJNI IZVOR ZNAČI ZAMIJENITI GA S PREKIDOM.

1. POTREBNO JE UGASITI SVE IZVORE U MREŽI OSIM JEDNOG I ZATIM ODREDITI DOPRINOS TOG IZVORA PROMATRANOJ NEPOZNATOJ VELIČINI (NAPON ILI STRUJA U MREŽI)
2. PONAVLJATI (1.) DOK NE ODREDIMO DOPRINOSE SVIH IZVORA NEPOZNATOJ VELIČINI
3. RAČUNA SE IZNOS NEPOZNATE VELIČINE $\underbrace{\text{ALGEBARSKIM}}_{}$ ZBRAJANJEM (SUPERPONIRANJEM) DOPRINOSA SVIH IZVORA KOJI SU ODREĐENI DOK SU DJELOVALI ODVOJENO

PAŽNJA NA SMJEROVE PARCIJALNIH NAPONA I STRUJA

# THEVENINOV TEOREM

- TVRDNJA: STRUJA KROZ BILO KOJU GRANU a-b EL. KRUGA (MREŽE), GDJE SE IZMEĐU TOČAKA a I b NALAZI OTPOR R, ODREĐUJE SE TAKO DA SE PREOSTALI DIO KRUGA ZAMIJENI EKVIVALENTNIM NAPONSKIM IZVOROM

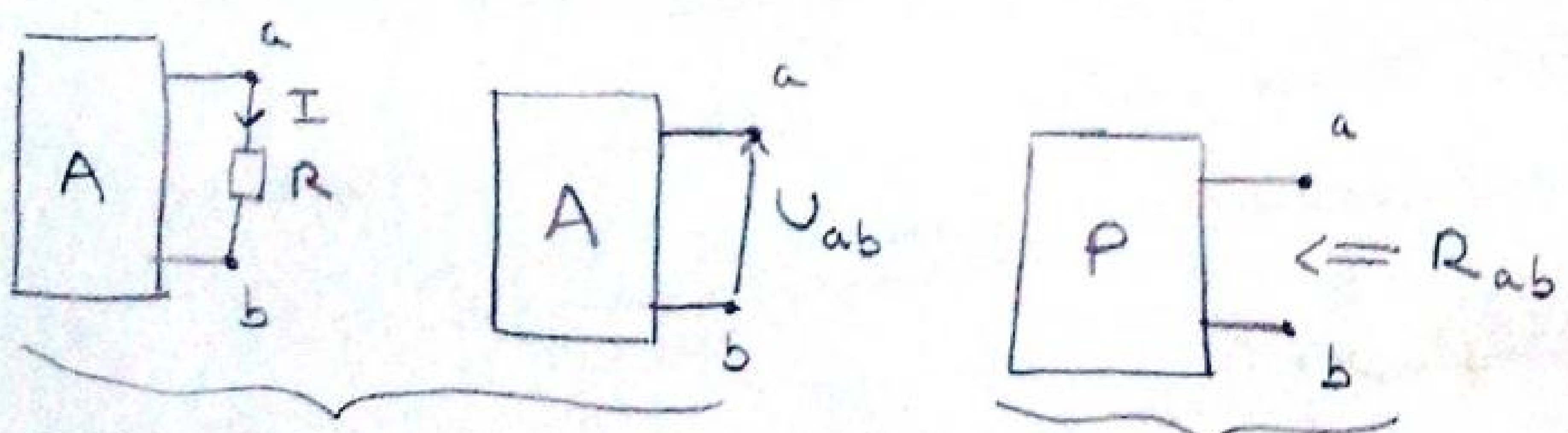
$E_T$ = NAPON KOJI VLADA NA KRAJEVIMA GRANE a-b KADA JE ONA OTVORENA

$R_T$ = UKUPNI OTPOR PASIVNOGA KRUGA PROMATRANOG S OTVORENIH KRAJEVA a I b

NASTAJE OD EL. KRUGA GAŠENJEM IZVORA.

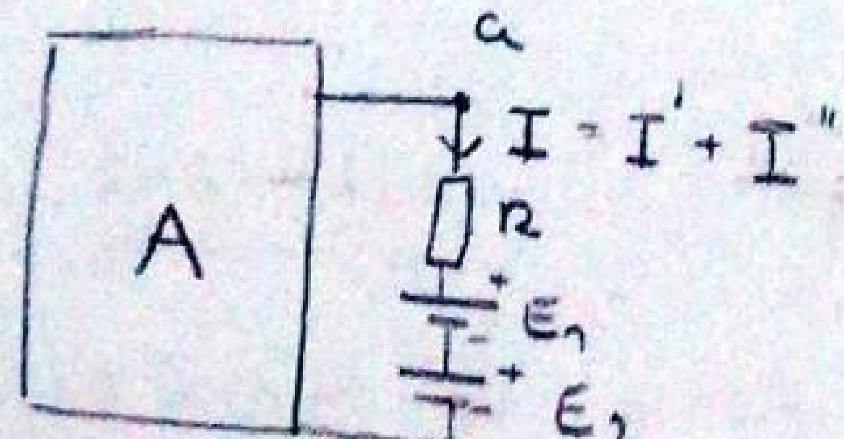
· KRATKO SPOJIMO IZVOR

- DOKAZ:




AKTIVNI PASIVNI

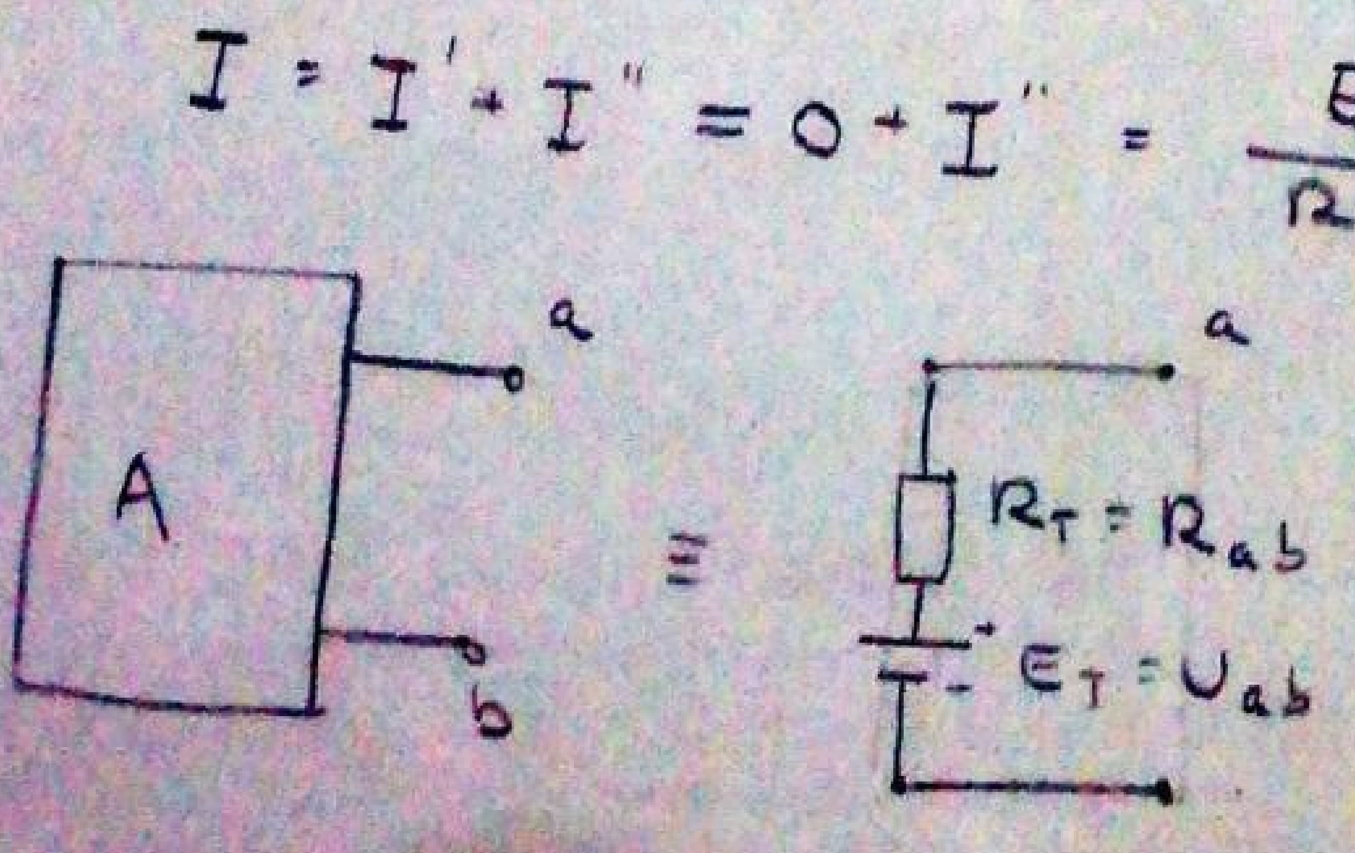
· UZMIMO 2 NAPONSKA IZVORA $E_1$ I $E_2$, $E_1 = E_2 = U_{ab}$, I SPOJIMO IH U GRANU a-b




· ZATIM PRIMIJENIMO NAČELO SUPERPOZICIJE NA NAČIN DA UGASIMO $E_2$ I OSTAVIMO $E_1$ I SVE IZVORE U A. TADA KROZ R TEČE STRUJA $I'$ KOJA JE, JER JE $E_1 = U_{ab}$, JEDNAKA 0.

· U DRUGOM KORAKU SUPERPOZICIJE, UGASIMO SVE IZVORE U A I $E_1$. SADA KROZ GRANU TEČE STRUJA $I''$.

$$I = I' + I'' = 0 + I'' = \frac{E_2}{R + R_{ab}}$$



# NORTONOV TEOREM

- TVRDNJA: STRUJA KROZ BILO KOJU GRANU a-b EL. KRUGA (MREŽE), GDJE SE IZMEĐU TOČAKA a I b NALAZI OTPOR R, ODREĐUJE SE TAKO DA SE PREOSTALI DIO KRUGA ZAMIJENI EKVIVALENTNIM STRUJNIM KRUGOM

$I_N$ ≡ STRUJA KROZ GRANU a-b KADA SE ONA KRATKO SPOJI

$R_N \equiv R_T$ (KAO I U THEVENINOVOM TM)

- DOKAZ: SLIJEDI IZRAVNO IZ THEVENINOVA TEOREMA PRETVORBOM REALNOG NAPONSKOG U REALNI STRUJNI IZVOR

- U ISTOSMJERNIM KRUGOVIMA, THEVENINOV I NORTONOV TEOREM SU EKVIVALENTNI, DOK U KRUGOVIMA IZMJENIČNE STRUJE TO NE VRIJEDI UVIJEK NUŽNO!

# 13. TROFAZNI SUSTAVI

- PREDNOSTI:
  - PRIJENOS ISTE SNAGE S MANJIM BROJEM VODIČA
  - PRIJENOS SNAGE U VREMENU => KONST. ($p(t) = $ KONST.)

- SIMETRIČNI:
  - JEDNAKI IZNOSI SVIH VELIČINA (NAPONI, IMPEDANCIJE, STRUJE)
  - JEDNAKI FAZNI POMACI IZMEĐU VELIČINA (NAPON, STRUJA)

- TROFAZNI SUSTAV NAPONA:

↳ 3 NEZAVISNA NAPONSKA IZVORA GENERIRAJU 3 NAPONA ISTE FREKVENCIJE I ISTOG EFEKTIVNOG IZNOSA, MEĐUSOBNO POMAKNUTA ZA 120° (1/3 PERIODE)

- NAPONI IZVORA:

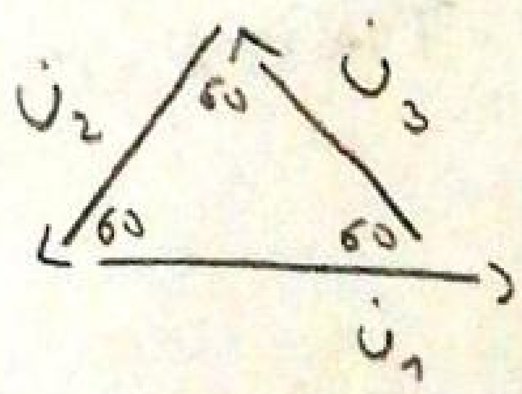
$$u_1(t) = \sqrt{2}\, U_f \sin(\omega t) \qquad \dot{U}_1 = U_f \angle 0°$$

$$u_2(t) = \sqrt{2}\, U_f \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \qquad \dot{U}_2 = U_f \angle -120°$$

$$u_3(t) = \sqrt{2}\, U_f \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \qquad \dot{U}_3 = U_f \angle -240°$$

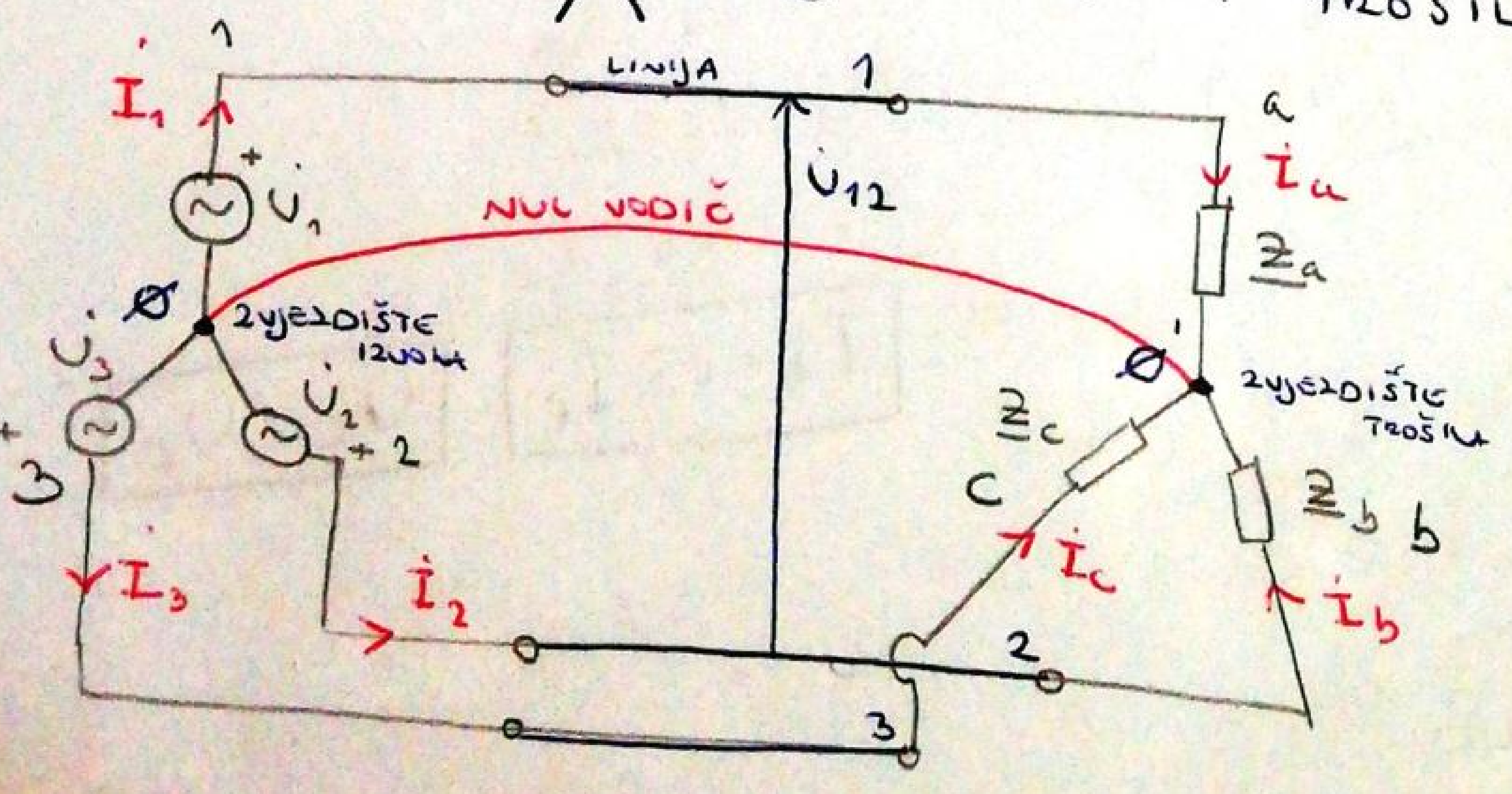
$$\boxed{\dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 = \varnothing} \; !$$

$U_f$ - FAZNI NAPON




- NAČINI SPAJANJA U TROFAZNIM MREŽAMA:

1. ZVIJEZDA ⅄ SPOJ IZVORA I TROŠILA




$$\dot{I}_1 = \dot{I}_a;\; \dot{I}_2 = \dot{I}_b;\; \dot{I}_3 = \dot{I}_c$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_a;\; \dot{U}_2 = \dot{U}_b;\; \dot{U}_3 = \dot{U}_c$$

$$\dot{U}_{12} = \dot{U}_1 - \dot{U}_2$$

$$\dot{U}_{23} = \dot{U}_2 - \dot{U}_3$$

$$\dot{U}_{31} = \dot{U}_3 - \dot{U}_1$$

$$\Rightarrow \boxed{U_l = \sqrt{3}\, U_f}$$

$$\boxed{I_l = I_f}$$

- ZBROJ LINIJSKIH NAPONA JE ∅

A) SIMETRIČNO TROŠILO

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z} = |\underline{Z}| \angle \varphi$$

AKO I POSTOJI NULVOD -> NJIME NE TEČE STRUJA

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}} = \frac{U_f \angle 0°}{|\underline{Z}| \angle \varphi} = \frac{U_f}{|\underline{Z}|} \angle -\varphi$$

$$\dot{I}_b = \frac{U_f}{|\underline{Z}|} \angle -120° - \varphi$$

$$\dot{I}_c = \frac{U_f}{|\underline{Z}|} \angle -240° - \varphi$$

$$\boxed{\dot{U}_{\varnothing\varnothing'} = \varnothing}$$

Scanned by TapScanner

B) NESIMETRIČNO TROŠILO

$$\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$$

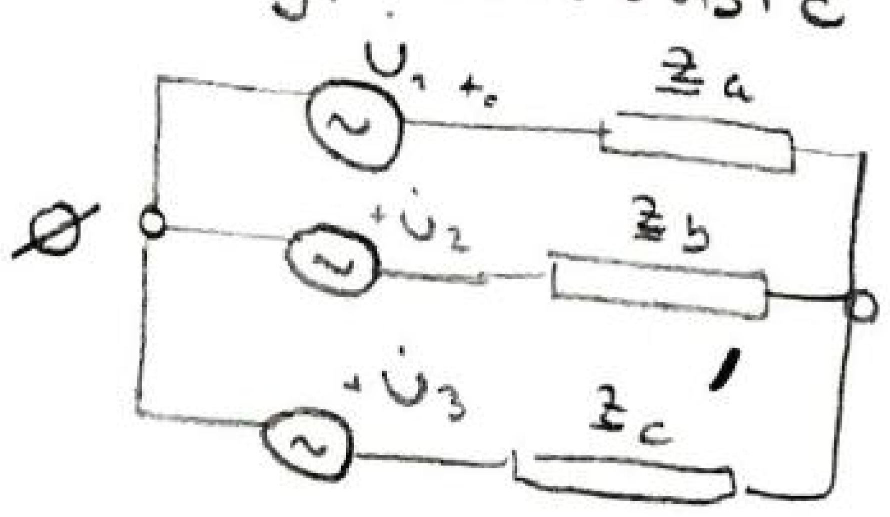
① POSTOJI NUL VODIČ I NJIME TEČE STRUJA : $\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c \neq 0$
( < IZNOSA NEGO POJEDINE FAZNE STRUJE)

$$\dot{I}_a = \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_a} = \frac{U_f \angle 0°}{|\underline{Z}_a| \angle \varphi_a} = \frac{U_f}{|\underline{Z}_a|} \angle -\varphi_a$$

$$\dot{I}_b = \dot{I}_2 = \frac{U_f}{|\underline{Z}_b|} \angle -\varphi_b - 120°$$

$$\dot{I}_c = \dot{I}_3 = \frac{U_f}{|\underline{Z}_c|} \angle -\varphi_c - 240°$$

② NEPOSTOJI NULVODIČ

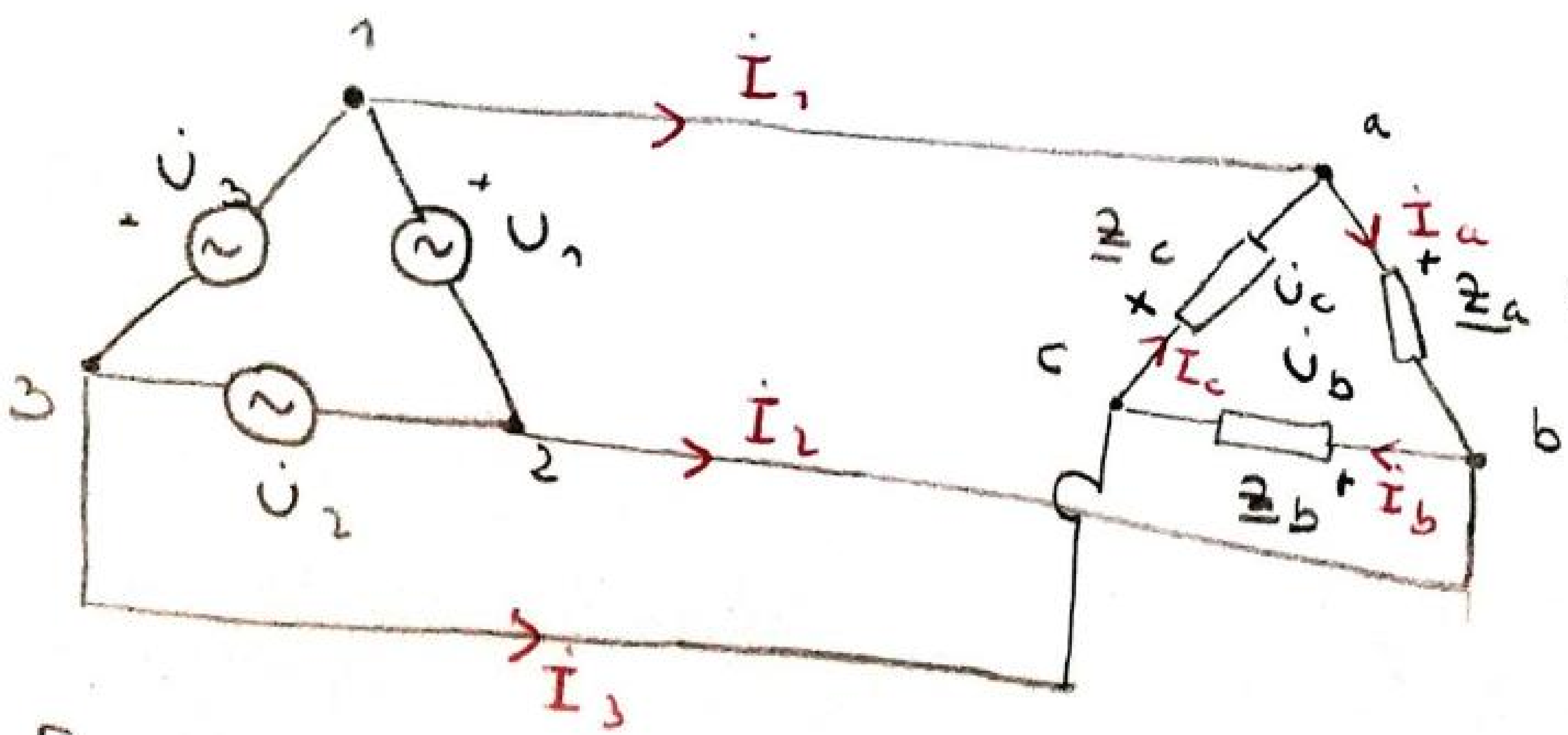



MILMANOV TEOREM

$$\dot{U}_{ØØ'} = \frac{\frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_a} + \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_b} + \frac{\dot{U}_3}{\underline{Z}_c}}{\frac{1}{\underline{Z}_a} + \frac{1}{\underline{Z}_b} + \frac{1}{\underline{Z}_c}} \neq Ø$$

$$\dot{U}_{ØØ'} = \dot{U}_1 - I_a \underline{Z}_a \rightarrow \dot{I}_a = \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_{ØØ'}}{\underline{Z}_a}$$ , ANALOGNO I ZA $\dot{I}_b, \dot{I}_c$

② TROKUT $\Delta$ SPOJ IZVORA I TROŠILA




$\dot{U}_1 = \dot{U}_a ; \dot{U}_2 = \dot{U}_b ; \dot{U}_3 = \dot{U}_c$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_a - \dot{I}_c$$
$$\dot{I}_2 = \dot{I}_b - \dot{I}_a$$
$$\dot{I}_3 = \dot{I}_c - \dot{I}_b$$

$\Rightarrow \boxed{I_l = \sqrt{3}\, I_f} \quad \boxed{U_l = U_f}$

[ - ZBROJ FAZNIH STRUJA JE Ø ]
- ZBROJ LINIJSKIH STRUJA JE Ø

A) SIMETRIČNO TROŠILO
- JEDNAKO KAO I KOD ZVIJEZDA SPOJA

B) NESIMETRIČNO TROŠILO
- ZBROJ FAZNIH STRUJA JE RAZLIČITO OD Ø

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c \neq Ø$$

# SNAGA SIMETRIČNOG TROFAZNOG TROŠILA

- UKUPNA SNAGA:

$$P_{uk} = \sum_{i=1}^{3} P_i = \sum_{i=1}^{3} U_i I_i \cos\varphi_i$$

$$Q_{uk} = \sum_{i=1}^{3} Q_i = \sum_{i=1}^{3} U_i I_i \sin\varphi_i$$

· SIMETRIČNO: $P_a = P_b = P_c = P$ ; $Q_a = Q_b = Q_c = Q$

$$\boxed{\begin{aligned} P_{uk} &= 3P = 3U_f I_f \cos\varphi \\ Q_{uk} &= 3Q = 3U_f I_f \sin\varphi \end{aligned}}$$

- PREKO LINIJSKIH VR.:

① Y $U_l = \sqrt{3}\,U_f$ , $I_l = I_f$

② $\Delta$ $U_l = U_f$ , $I_l = \sqrt{3}\,I_f$

$$\boxed{\begin{aligned} P_{uk} &= \sqrt{3}\,U_l I_l \cos\varphi \\ Q_{uk} &= \sqrt{3}\,U_l I_l \sin\varphi \end{aligned}} \Longleftrightarrow \boxed{\begin{aligned} P_{uk} &= \sqrt{3}\,U_l I_l \cos\varphi \\ Q_{uk} &= \sqrt{3}\,U_l I_l \sin\varphi \end{aligned}}$$

- TRENUTNA SNAGA: $\boxed{p_{uk}(t) = 3\,U_f I_f \cos\varphi}$ NE MIJENJA SE U VREMENU

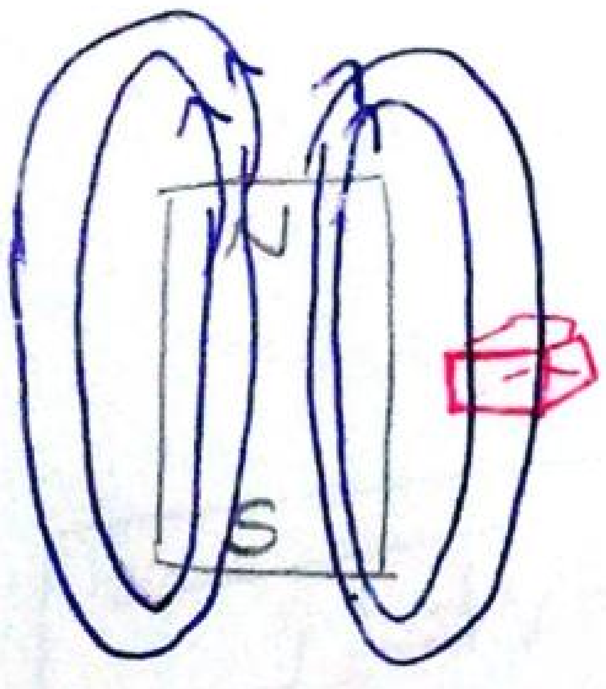
# TRANSFORMATORI

→ SLUŽE ZA POVEĆAVANJE / SNIŽAVANJE NAPONSKOG NIVOA SNAGE

- NA STUPOVE SE NAMATAJU ŽICE (VODIČI) VISOKO / NISKOG NAPONSKOG NIVOA
- DIO TOKA ZATVARA FEROMAGNETSKA JEZGRA, DOK RASIPNI TOKOVI STVARAJU GUBITKE / ZAGRIJAVANJA

  FEROMAGNETSKA → DOBRO PROVODI MAG. POLJE

- ŠTO SU MANJI GUBITCI → BOLJI UČINAK TRANSFORMACIJE



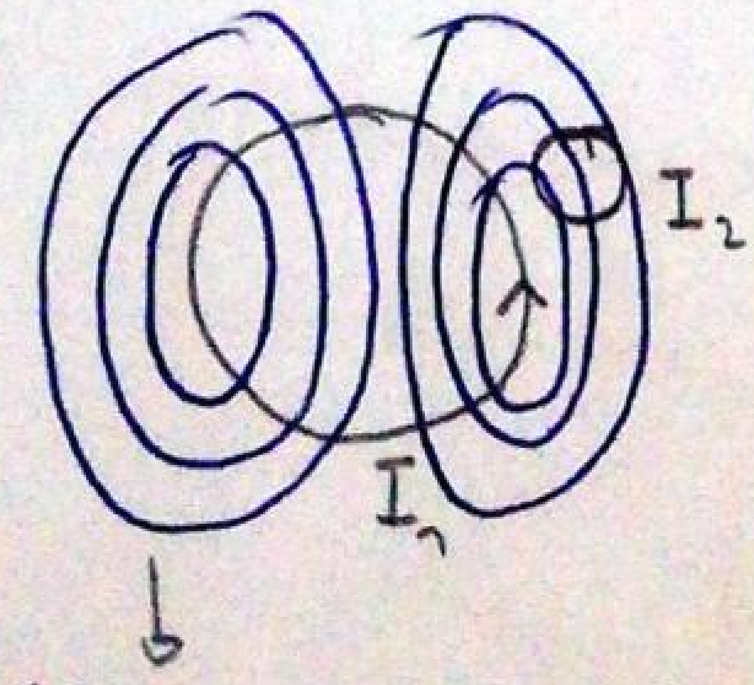

→ BROJ SILNICA KOJE ULAZE U TIJELO => BROJ SILNICA KOJE IZLAZE IZ TIJELA

PERMANENTNI MAGNET

↓

NIJE MOGUĆE IZOLIRATI SJEVERNI MAG POL OD JUŽNOG (NE POSTOJI MONOPOL) ⇝ KOD EL. POLJA (IZVOR, PONOR)

- SILNICE MAG. POLJA SU ZATVORENE KRIVULJE




↓

STRUJA KROZ NEKU PETLJU STVARA TOK

$\Phi_{11}$ - UKUPNI TOK KOJI PROIZVODI PETLJA 1

$\Phi_{21}$ - DIO TOKA PETLJE 1 KOJI PROLAZI KROZ PETLJU 2 (TOK ZAVOJNICE 1 ULANČAN ZAVOJNICOM 2)

$\Phi_{22}$ - UKUPNI TOK PETLJE 2

$\Phi_{12}$ - TOK PETLJE 2 KROZ PETLJU 1

- JEDNA PETLJA.

$$\boxed{\Phi = LI} \quad [Wb]$$

- SUSTAV DVIJE PETLJE.

$$\boxed{\Phi_{21} = M \cdot I_1}$$

M - MEĐUINDUKTIVITET (SVOJSTVO GEOMETRIJE PROSTORA)

· POVEĆAVANJEM RAZMAKA → M ↓

- AKO IMAMO JEZGRU OD MAGNETSKI DOBRO PROVODNOG MATERIJALA (FEROMAGNETIK) → GLAVNINA SE TOKA ZATVARA KROZ JEZGRU

- RASIPNI TOK → ZATVARA SE OKO SAMOG ZAVOJA, NE ULANČAVA DRUGI ZAVOJ

- ZAVOJNICA:

  ① → $N_1$ ZAVOJA
  ② → $N_2$ ZAVOJA

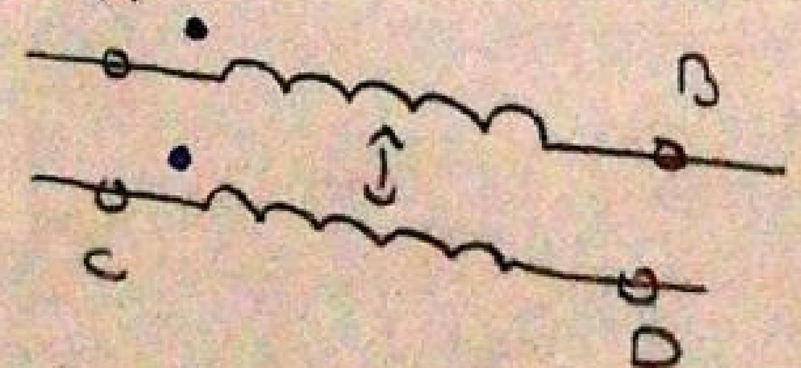
$$M = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1} = \frac{N_1 \Phi_{12}}{I_2}$$

- KAD NEMA RASIPANJA TOKA ($k = 1$): $\boxed{M = \sqrt{L_2 L_1}}$

$$\left[ \begin{array}{c} k \in [0, 1] \\ \boxed{M = k\sqrt{L_1 L_2}} \end{array} \right]$$

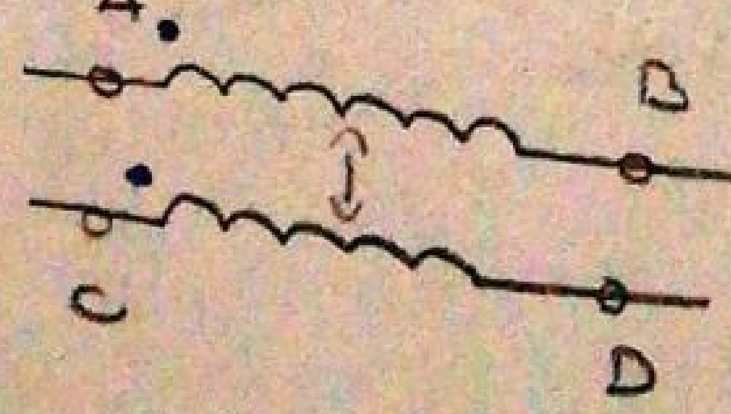
- REFERENTNI PREDZNACI:

a) $i \rightarrow$



$$U_{AB} = L \frac{di}{dt}$$
$$U_{CD} = M \frac{di}{dt}$$

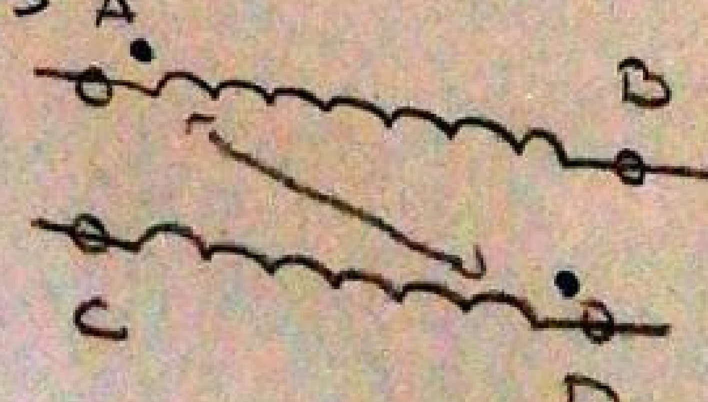
b)



$i \leftarrow$

$$U_{AB} = -L \frac{di}{dt}$$
$$U_{CD} = -M \frac{di}{dt}$$

c) $i \rightarrow$



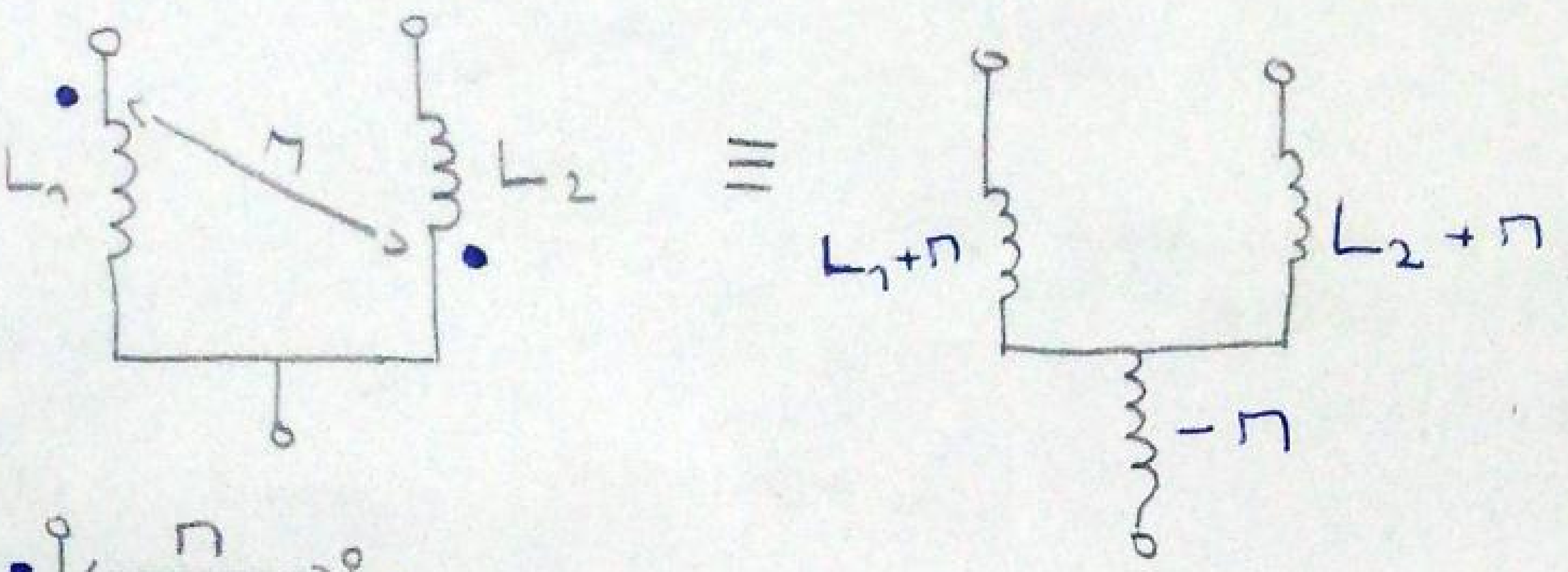
$$U_{AB} = L \frac{di}{dt}$$
$$U_{CD} = -M \frac{di}{dt}$$

- FAZORSKI ZAPIS:

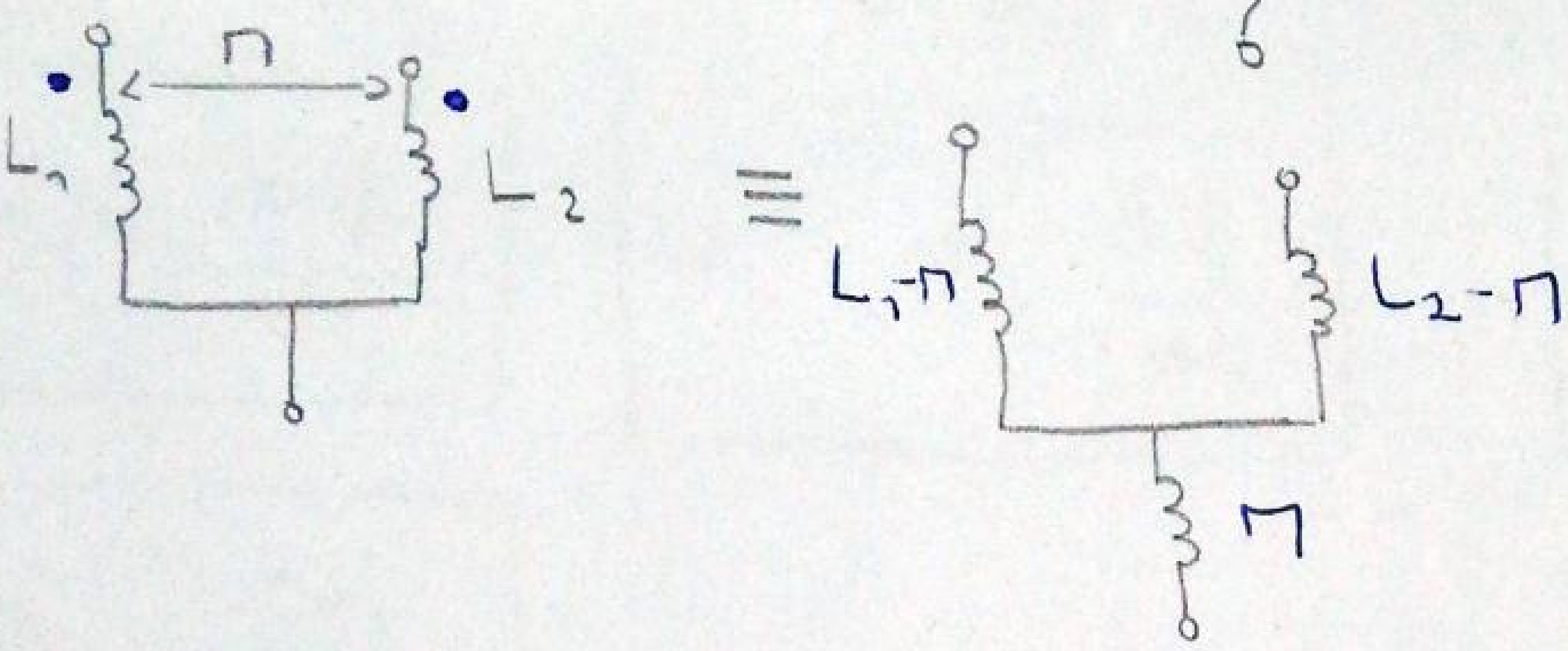
$$U_{AB} = L \frac{di}{dt} \rightarrow \dot{U}_{AB} = j\omega L I$$
$$U_{CD} = M \frac{di}{dt} \rightarrow \dot{U}_{CD} = j\omega M I$$

TRANSFORMACIJA KRUGA S MEĐUINDUKTIVITETOM:

a)

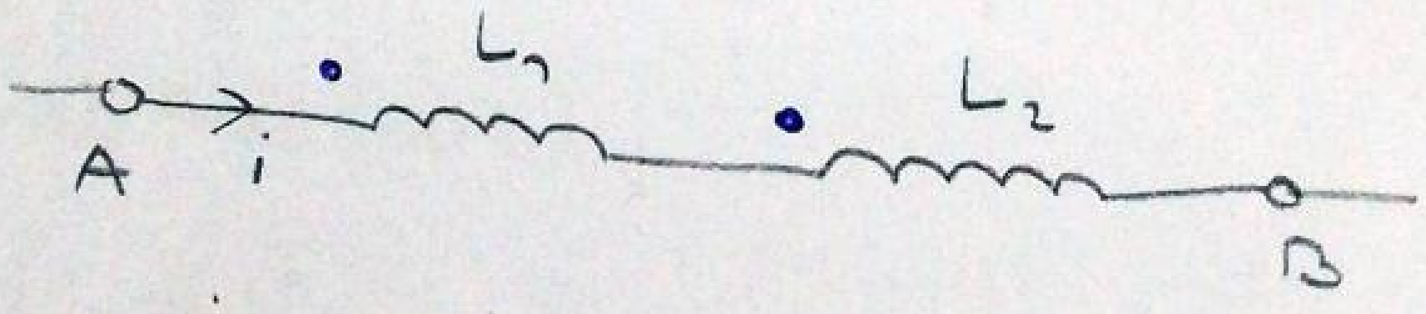



b)




MEĐUINDUKTIVITET U 1. GRANI:

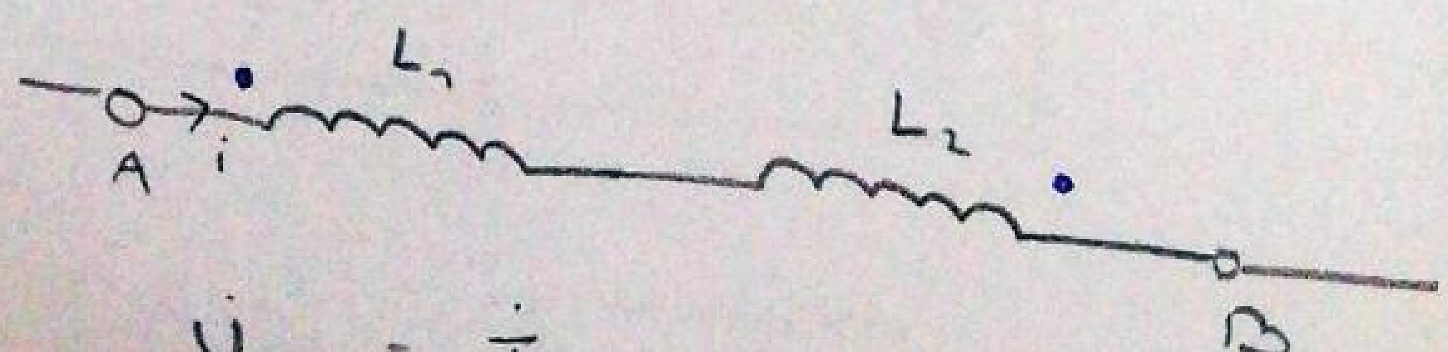
a) SUGLASNO




$$\dot{U}_{AB} = \dot{I} j\omega L_1 + \underbrace{\dot{I} j\omega M}_{\text{DOPRINOS } L_2 \text{ NA MJESTU } L_1} + \dot{I} j\omega L_2 + \underbrace{\dot{I} j\omega M}_{\text{DOPRINOS } L_1 \text{ NA MJESTU } L_2}$$

$$\boxed{L_{ekv} = L_1 + L_2 + 2M}$$

b) NESUGLASNO




$$\dot{U}_{AB} = \dot{I} j\omega L_1 - \dot{I} j\omega M + \dot{I} j\omega L_2 - \dot{I} j\omega M$$

$$\boxed{L_{ekv} = L_1 + L_2 - 2M}$$

# IDEALNI TRANSFORMATOR

- NE POSTOJE GUBITCI
- NEMA RASIPNOG TOKA → SVE MAG. SILNICE SE ZATVARAJU KROZ JEZGRU I KROZ OBA SVITKA ($\boxed{k=1}$)

$N_1$ - BROJ ZAVOJA PRIMARA

$N_2$ - BROJ ZAVOJA SEKUNDARA

$$\boxed{U_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt}} \quad \boxed{U_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt}} \quad \boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$

$$\boxed{h = \frac{N_1}{N_2}}$$

PRIJENOSNI OMJER TRANSFORMATORA

$$\Phi = -\Phi_m \cos(\omega t)$$

$$U_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt} = N_1 \omega \Phi \sin(\omega t)$$

$$U_{1m} = \omega N_1 \Phi$$

$$U_{1ef} = \frac{\omega N_1 \Phi}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N_1 \Phi}{\sqrt{2}} = 4.44 f N_1 \Phi$$

$$\boxed{U_{ef} = 4.44 f N_1 \Phi}$$

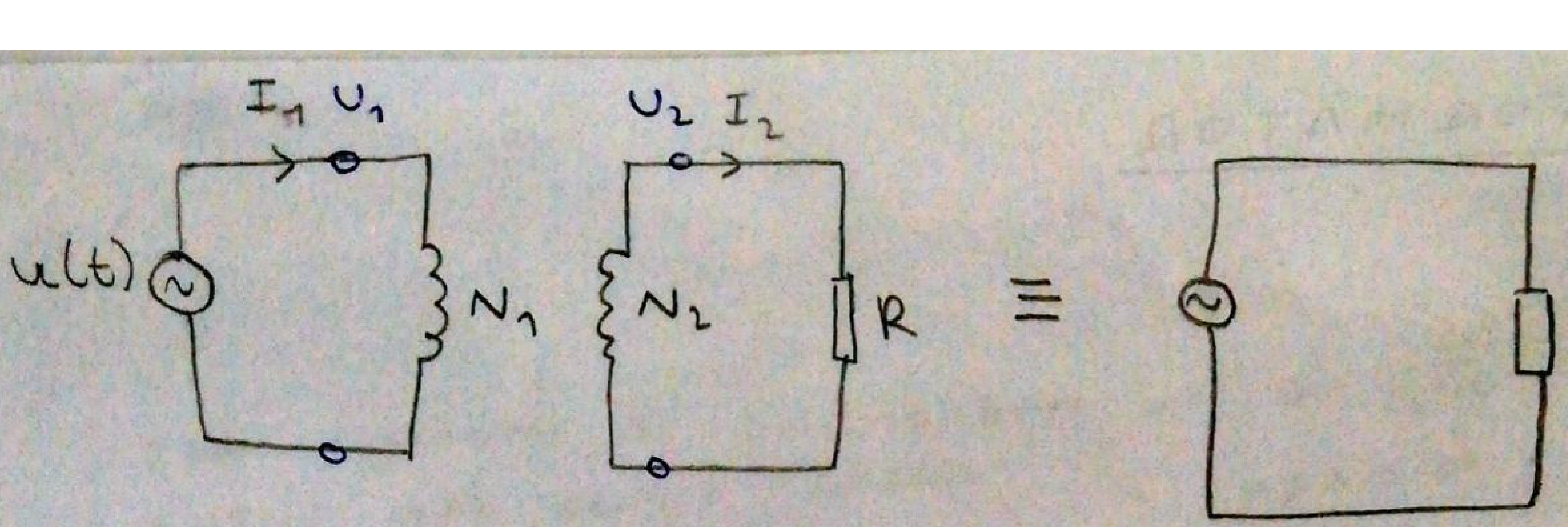
- NEMA GUBITAKA: $\boxed{P_1 = P_2}$

$$U_1 I_1 = U_2 I_2$$

$$P_2 = U_2 I_2 = \frac{N_2}{N_1} \cancel{U_1} I_2 = \cancel{U_1} I_1$$

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2$$

$$\boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}}$$




$\boxed{R_1 = n^2 R}$

→ POOPĆENO: $\boxed{\underline{Z}_1 = n^2 \underline{Z}}$

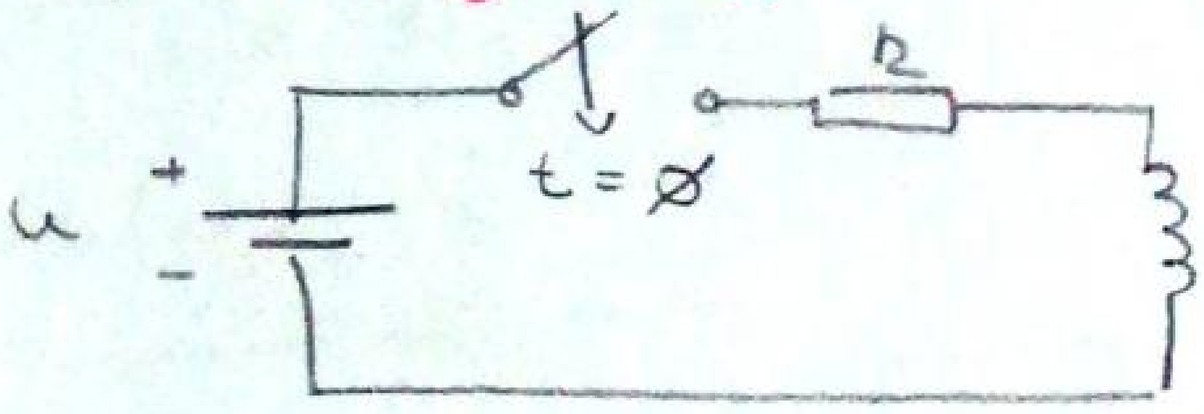
=> „REDUKCIJA NA PRIMARU“

# 15. PRIJELAZNE POJAVE

- KONSTANTE $C$ SE ODREĐUJU IZ POČETNIH UVJETA

## 1) LR SPOJ PRIKLJUČEN NA ISTOSMJERNI IZVOR

### A) UKLJUČENJE IZVORA




- PRIJE UKLAPANJA: $\boxed{i = 0}$

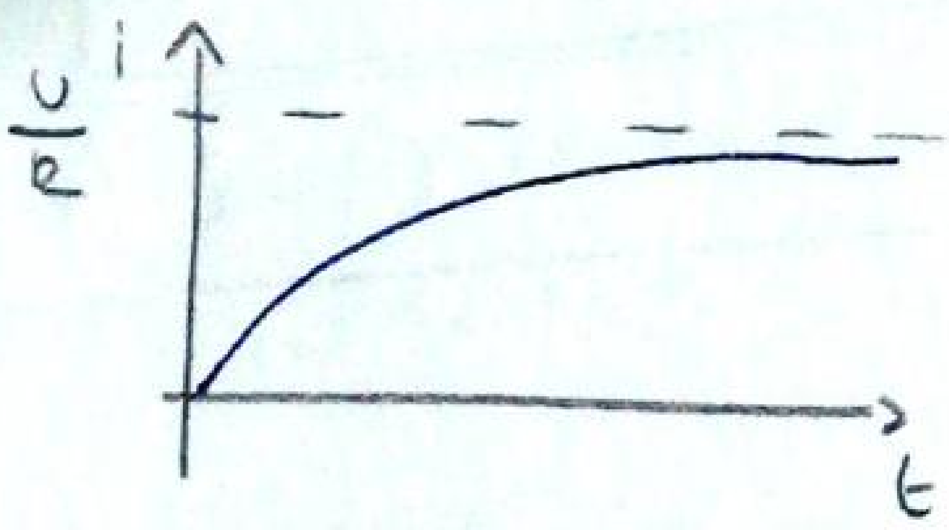
NAKON -||- : $\boxed{u = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt}}$

- $\boxed{t = \infty} \rightarrow \boxed{I = \frac{U}{R}}$ ISTOSMJERNA STRUJA

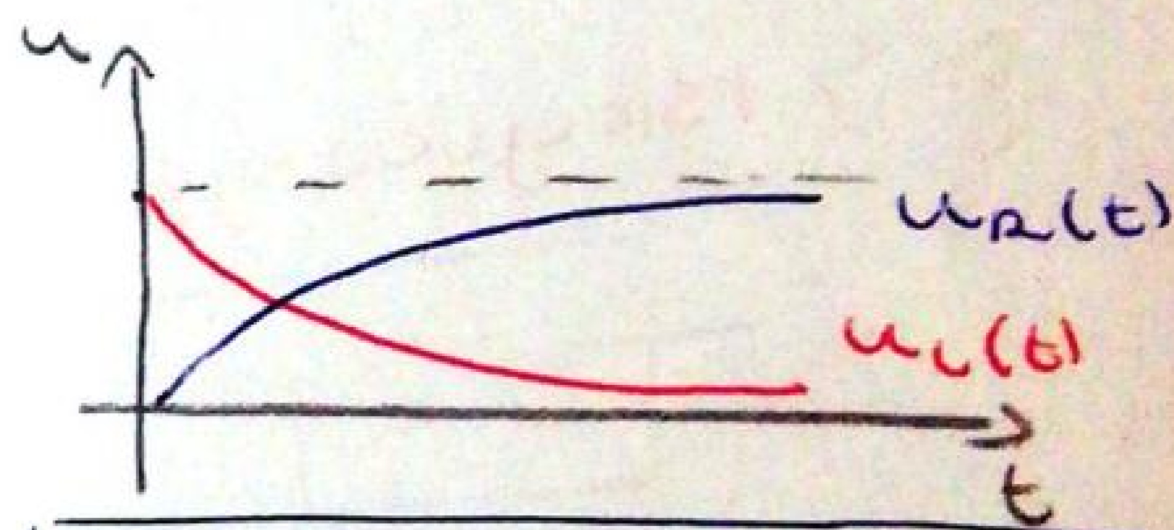
$\tau$ - VREMENSKA KONSTANTA

$$\boxed{\tau = \frac{L}{R}} \; [s]$$

$$\boxed{i(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$




ASIMPTOTSKO PRIBLIŽAVANJE $(t \gg \tau) \approx i(t) = \frac{U}{R}$




- $t = 5\tau \approx$ DOVOLJNO ZA STAC. STANJE

$$\boxed{u_R(t) = i(t) \cdot R = u\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

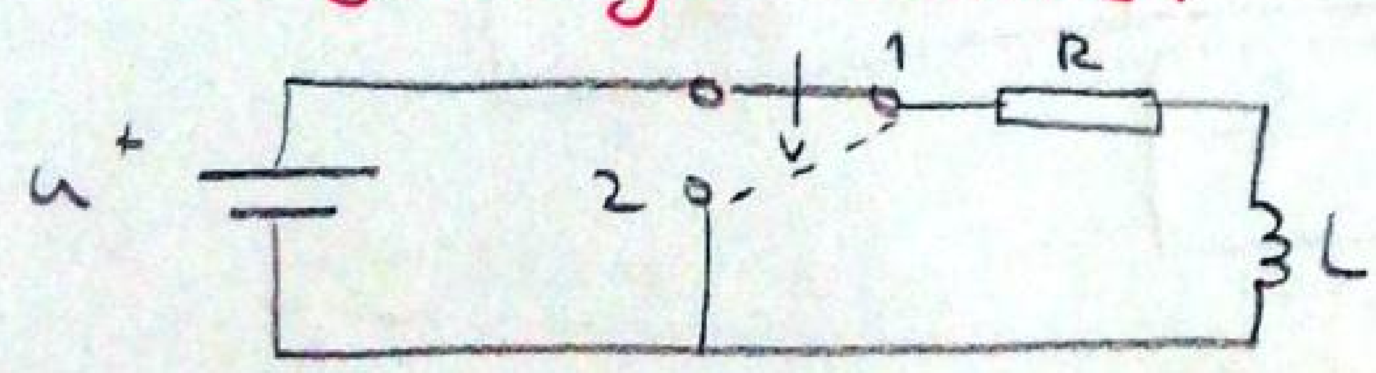
$$\boxed{u_L(t) = u - u_R(t) = u e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

- $\boxed{\frac{dy}{dx} - \alpha y = F}$ $\quad \alpha = -\frac{R}{L}$, $y = i$; $F = \frac{U}{L}$, $x = t$

└ ZA KRUGOVE S JEDNIM SPREMNIKOM ENERGIJE

NEMA NAGLOG SKOKA STRUJE U ZAVOJNICI (INAČE $U = \infty$ NA $L$)

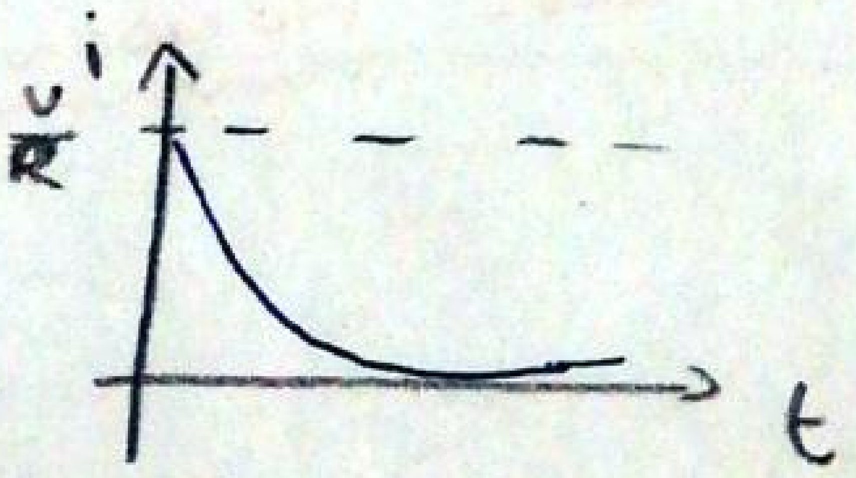
### B) ISKLJUČENJE IZVORA

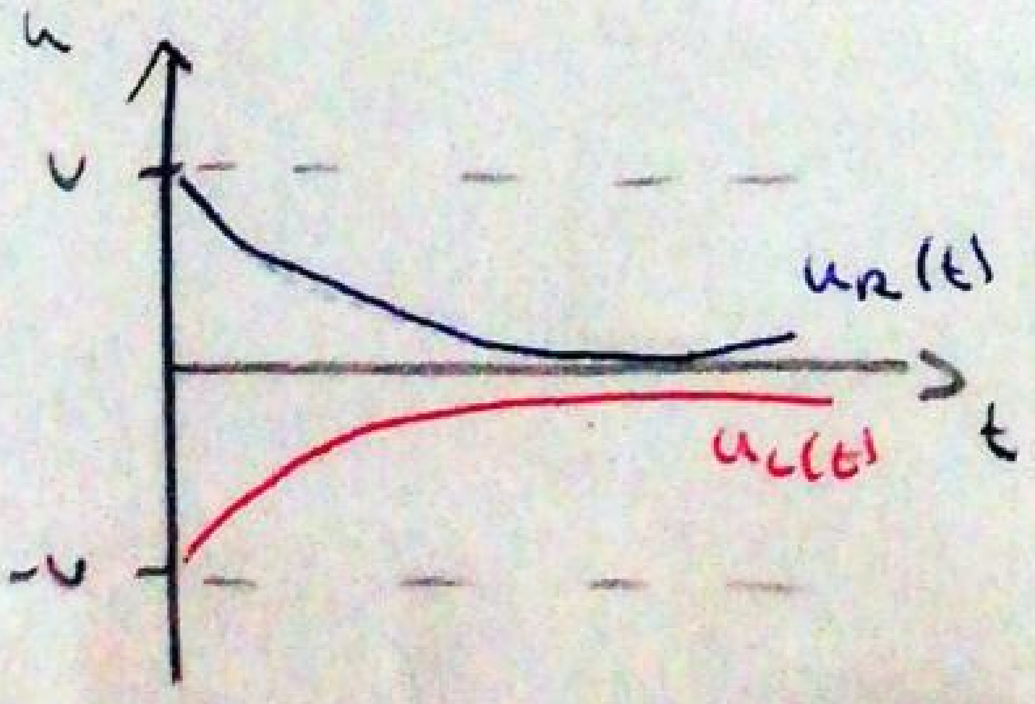



- PRIJE ISKLAPANJA: $\boxed{i = \frac{U}{R}}$

NAKON -||- : $\boxed{0 = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt}}$

$$\boxed{i(t) = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}}$$



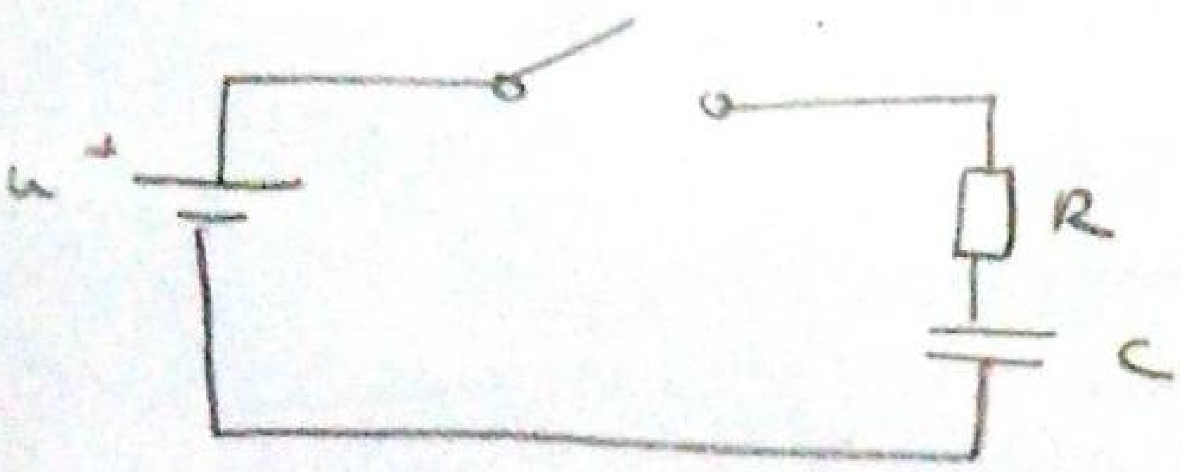




$$\boxed{u_R(t) = R \cdot i(t) = U e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$\boxed{u_L(t) = 0 - u_R(t) = -U e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

# ② RC KRUG NA ISTOSMJERNOM NAPONU IZVORA

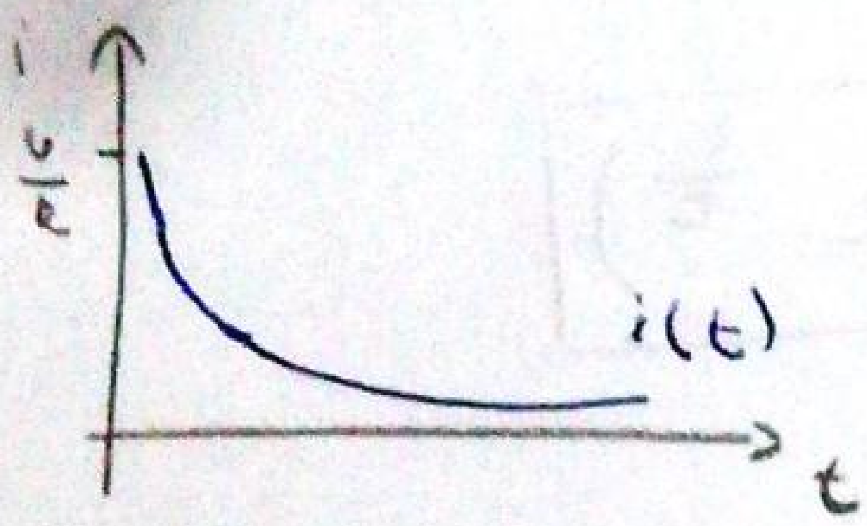
## A) UKLJUČENJE IZVORA

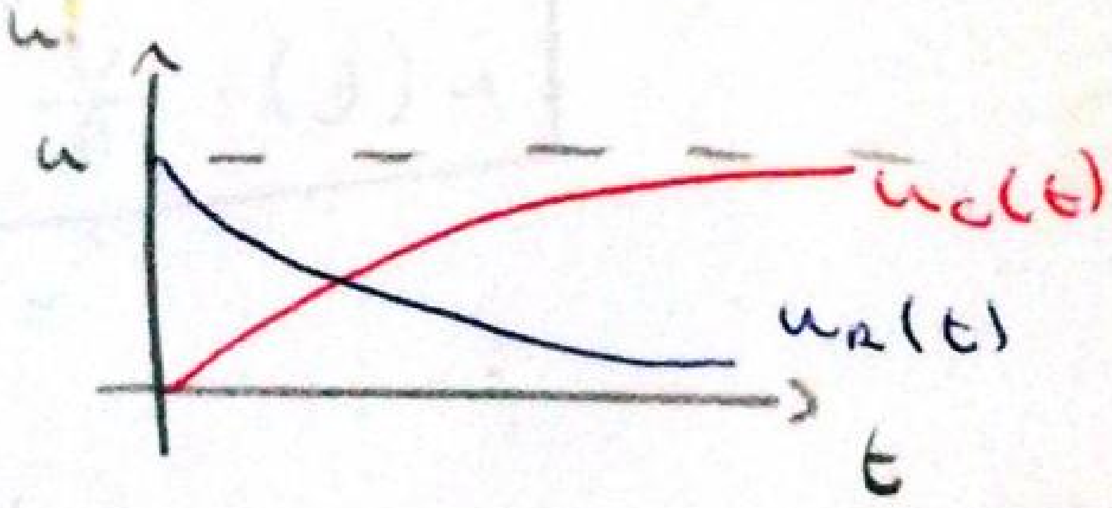



- PRIJE UKLAPANJA : $\boxed{i = 0}$
- POSLIJE —ıı— : $\boxed{u = i(t) \cdot R + \frac{1}{C}\int i(t)\,dt}$

$$\boxed{\tau = RC}$$

$$\boxed{i(t) = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}}$$



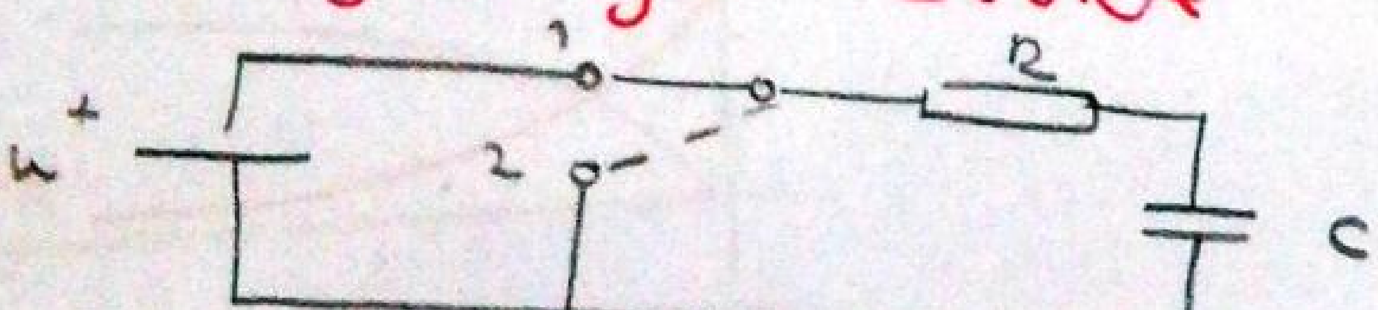




$$u = u_c(t) + u_R(t)$$

$$\boxed{u_R(t) = u e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

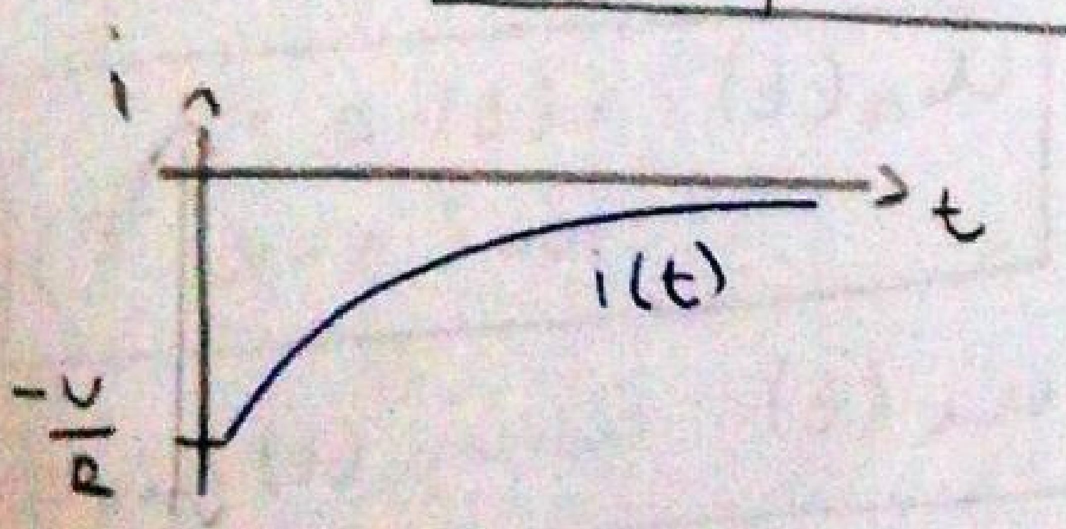
$$\boxed{u_c(t) = u\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

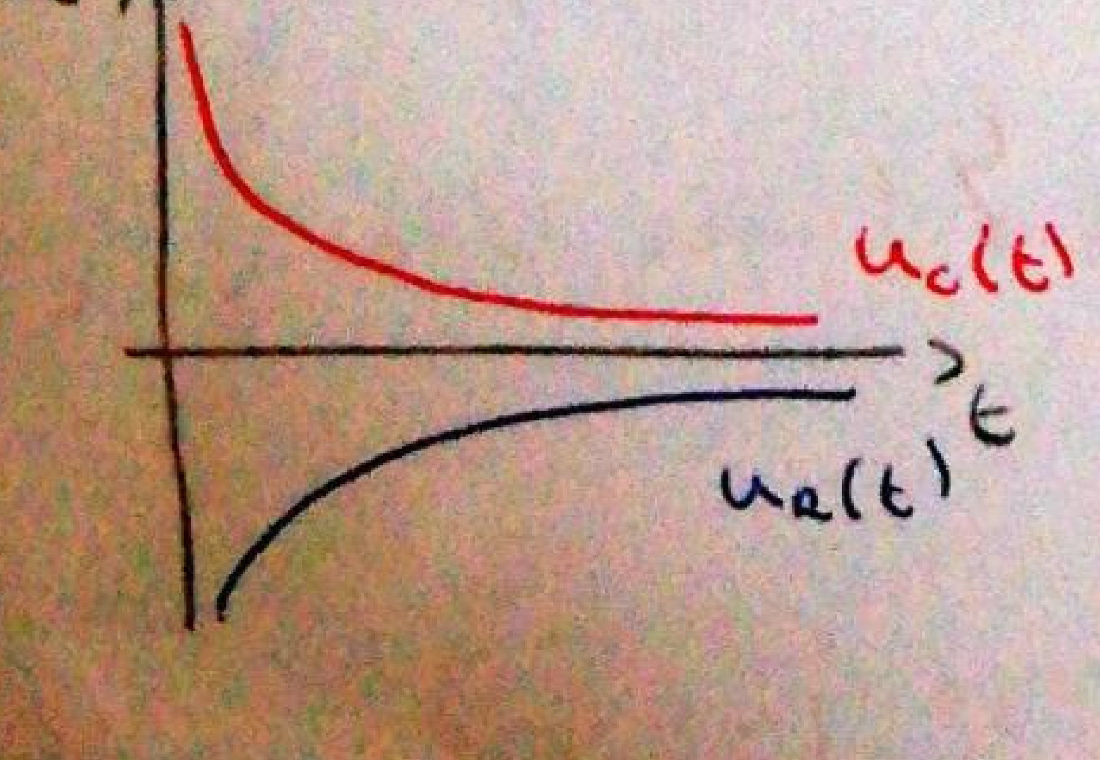
## B) ISKLJUČENJE IZVORA




- PRIJE ISKLAPANJA : $\boxed{i = \frac{U}{R}}$
- POSLIJE —ıı— : $\boxed{\emptyset = i(t) \cdot R + \frac{Q}{C}}$

$$\boxed{i(t) = -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}}$$




$$\boxed{u_c(t) + u_R(t) = \emptyset}$$

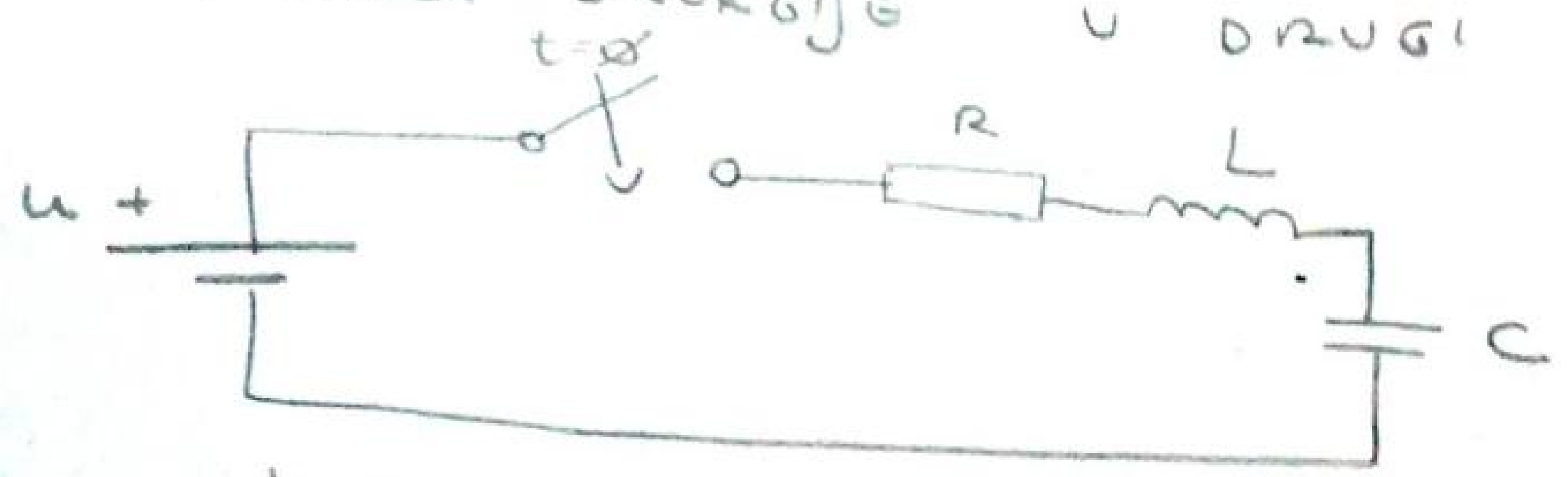
$$\boxed{u_R(t) = i(t) \cdot R} \boxed{= -U e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$\boxed{U_c(t) = U^{-\frac{t}{\tau}}}$$

NEMA NAGLOG SKOKA STRUJE KROZ KONDENZATOR ↯

# 3. RLC KRUG NA IZVOR STALNOG NAPONA

- ENERGIJA SE POHRANJUJE U C I L
- ENERGIJA MOŽE TITRATI / PRELAZITI IZ JEDNOG SPREMNIKA ENERGIJE U DRUGI




$$u = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$$

1) POČETNO STANJE ($t<\varnothing$)

$i = \varnothing$

$u_R = \varnothing$

$u_L = \varnothing$

$u_C = u_{C\varnothing} = \varnothing$

2) STACIONARNO STANJE ($t >> \tau$)

$i = \varnothing$

$u_R = \varnothing$

$u_L = \varnothing$

$\boxed{u_C = u}$

3) PRIJELAZNO STANJE ($t > \varnothing$)

$$u = i(t)\cdot R + \underbrace{\frac{1}{C}\int i(t)dt}_{i = C\frac{du_C(t)}{dt}} + L\frac{di(t)}{dt}$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{u_R}{LC} = \frac{U}{LC}$$

$$u_C(t) = u_{TR}(t) + u_{ST}(t)$$

HOMOGENO: $Ae^{s_1(t)} + Be^{s_2(t)}$

PARTIKULARNO: $\boxed{u_{ST} = u}$ JER JE $\boxed{U_i = KONST.}$

- U SERIJSKOM RLC: $\boxed{i_C(t) = i_L(t)}$

$$s_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{C}} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

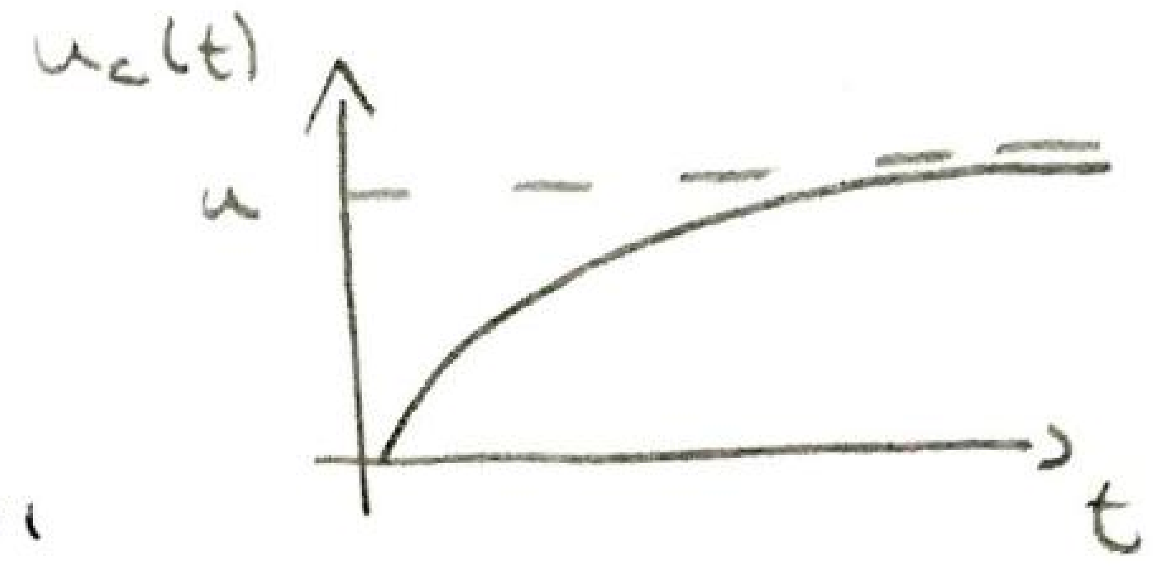
$\boxed{\alpha = \frac{R}{2L}}$ $[s^{-1}]$ FAKTOR PRIGUŠENJA

$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ REZONANTNA FREKVENCIJA

Scanned by TapScanner

A) NADKRITIČNO PRIGUŠENJE

$(\alpha > \omega_0)$



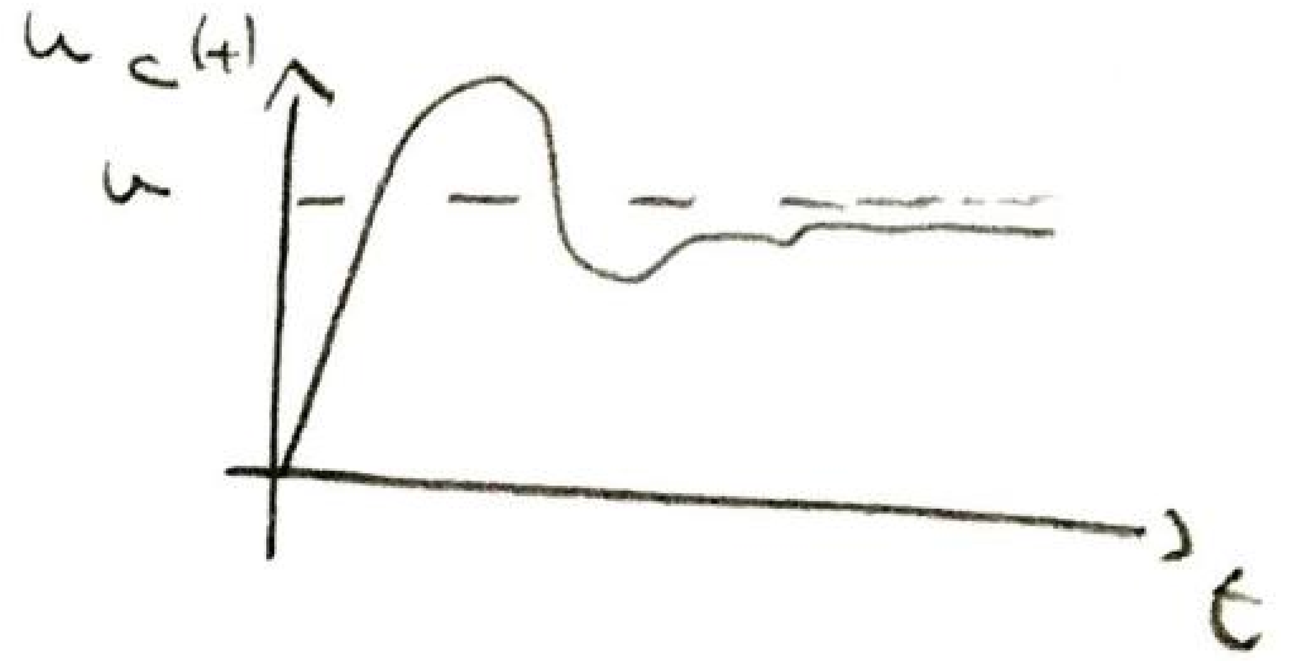

- $s_1, s_2$ SU REALNI, NEGATIVNI

$$u_c(t) = u\left(1 - \frac{e^{s_1 t}}{1 - \frac{s_1}{s_2}} - \frac{e^{s_2 t}}{1 - \frac{s_1}{s_2}}\right)$$

· RJ. NEMA TITRAJA

B) PODKRITIČNO PRIGUŠENJE

$(\alpha < \omega_0)$,




- $s_1, s_2$ SU KOMPLEKSNI

$$s_1, s_2 = -\alpha \pm j\sqrt{\omega_0^2 - L^2}$$

$$\boxed{\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - L}}$$

KRUŽNA f PRIGUŠENIM OSCILACIJA

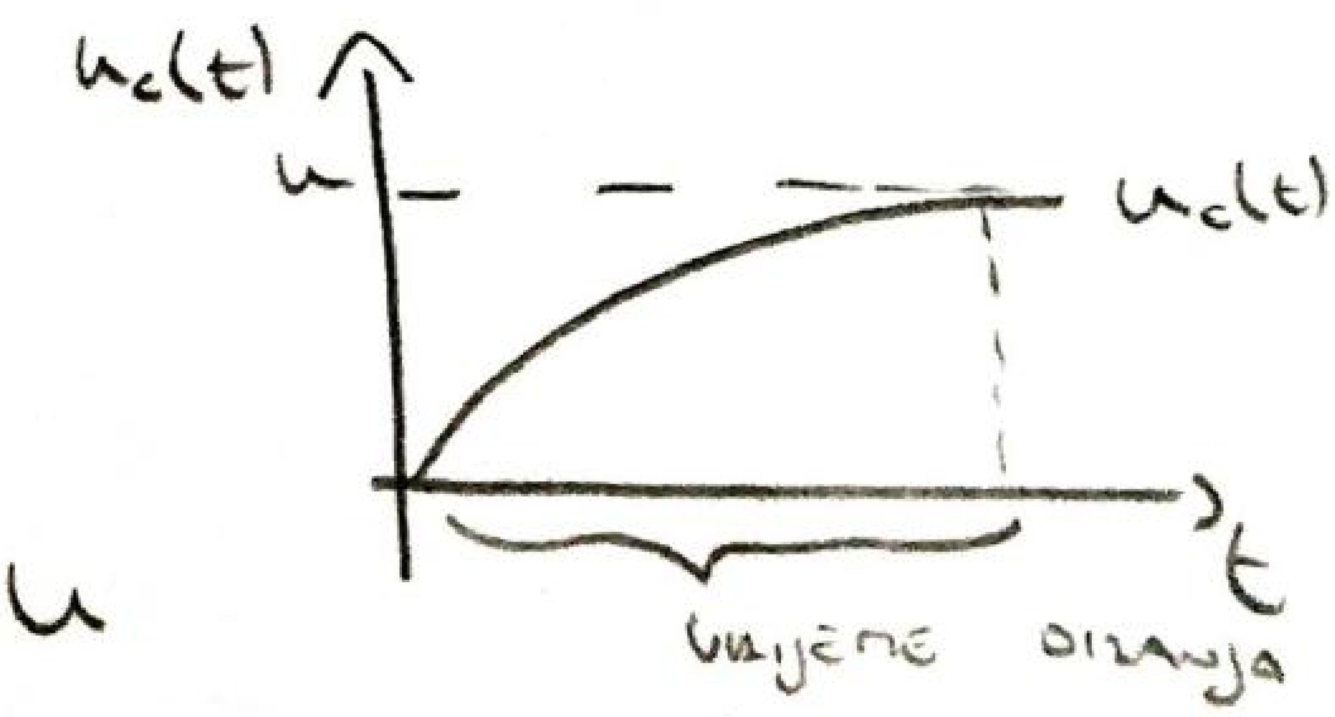
$$u_c(t) = \underbrace{e^{-\alpha t}}_{\text{PRIGUŠENJE}} \underbrace{(A' \cos(\omega_d t) + jB \sin(\omega_d t))}_{\text{DONOSI OSCILACIJE}} + \underbrace{u}_{\text{STACIONARNI NAPON}}$$

$$u_c(t) = -u\, e^{-\alpha t}\left(\cos(\omega_d t) + \frac{\alpha}{\omega_d} \sin(\omega_d t)\right) + u$$

C) KRITIČNO PRIGUŠENJE

$(\alpha = \omega_0)$

- $\boxed{s_1 = s_2}$




$$u_c(t) = \underbrace{Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t}}_{Ce^{s_1 t}} + u$$

$$u_c(t) = u - u(1 + \alpha t)e^{-\alpha t}$$

Vrijeme dizanja $u_c(t)$ na vrijednost u

$\Rightarrow$ KRAĆE nego kod NADKRITIČNOG