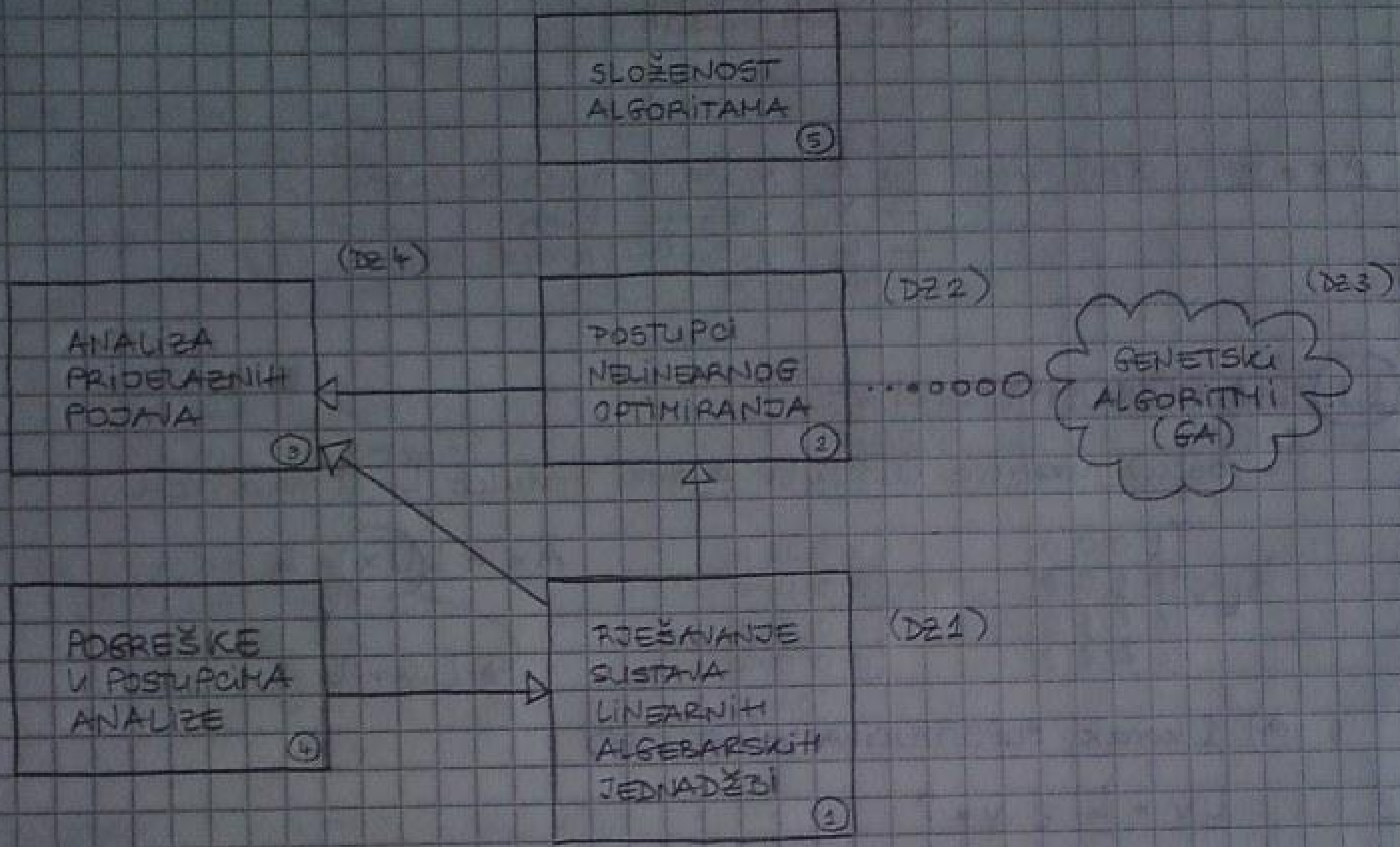
7.8.2010.

UVOD



* BODOVI :
  - prisustvo : 4
  - DZ : 16
  - MI : 15 + 20 + 45

* OCJENE :
  - 50
  - 62
  - 75
  - 88

  } default

1 RJEŠAVANJE SUSTAVA LINEARNIH ALG. JEDNADŽBI

$\underline{A}\underline{x} = \underline{b}$; $x = ?$

→ $\underline{A}$ ... matrica sustava $n \times n$
→ $\underline{x}$ ... slobodni vektor
→ $\underline{b}$ ... slobodni vektor

1.1. LU DEKOMPOZICIJA

- rastav matrice sustava A na produkt L · U matrica

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l & 1 & 0 & 0 \\ l & l & 1 & 0 \\ l & l & l & 1 \end{bmatrix} \qquad \underline{U} = \begin{bmatrix} u & u & u & u \\ 0 & u & u & u \\ 0 & 0 & u & u \\ 0 & 0 & 0 & u \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}\underline{x} = \underline{L}(\underbrace{\underline{U}\underline{x}}_{\underline{y}}) = \underline{b}$$

$$\underline{L}\underline{y} = \underline{b}$$

a) 1. korak: SUPSTITUCIJA UNAPRIJED

$\underline{L}\underline{y} = \underline{b}$; $y = ?$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 & 0 \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

$1 \cdot y_1 = b_1$ $\qquad y_1 = b_1$
$l_{21} \cdot y_1 + 1 \cdot y_2 = b_2$ $\qquad y_2 = b_2 - l_{21} \cdot y_1$
$\vdots$ $\qquad \vdots$

* OPĆENITO: $y_i = b_i - \sum_{j=1}^{i-1} l_{ij} \cdot y_j$, $i = 1, \ldots, n$

b) 2. korak: SUPSTITUCIJA UNATRAG

$\underline{U}\underline{x} = \underline{y}$; $\underline{x} = ?$

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & u_{24} \\ 0 & 0 & u_{33} & u_{34} \\ 0 & 0 & 0 & u_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}$$

* OPĆENITO: $x_i = 1/u_{ii} \left(y_i - \sum_{j=i+1}^{n} u_{ij} \cdot x_j \right)$, $i = n, \ldots, 1$

- IMPLEMENTACIJA: rastav na 3 funkcije:
  - rastav na $\underline{L}$ + $\underline{U}$ matrice
  - supstitucija unaprijed
  - supstitucija unatrag

Koristi se isti mem. prostor: mem. prostor matrice $\underline{A}$ koristi se za smještaj matrica L i U (unutar originalnog objekta sprema se rezultat), dok se mem. prostor b koristi prvo za smještaj vektora Y, a zatim za X

```
ZA i=1 DO n-1
   ZA j=i+1 DO n
   [ A[j,i] /= A[i,i]
     ZA k=i+1 DO n
     [ A[j,k] -= A[j,i] * A[i,k]
```

LU DEKOMPOZICIJA

```
ZA i=1 DO n-1
 [ ZA j=i+1 DO n
   [ b[j] -= A[j,i] * b[i]
```

UNAPREDNA SUPSTITUCIJA

```
ZA i=n DO 1
 [ b[i] /= A[i,i]
   ZA j=1 DO i-1
   [ b[j] -= A[j,i] * b[i]
```

SUPSTITUCIJA UNATRAG

ZADATAK

$\to$ PIVOT (stožerni el.)

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 1 & -1 \\ -8 & 3 & -5 & -6 \\ 12 & 12 & 7 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & x_1 & -1 & -2 \\ -2 & x_2 & -1 & -4 \\ 3 & x_3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & -2 \\ -2 & 3 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & -2 \\ -2 & 3 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\qquad 4 \qquad\qquad 3 \qquad\qquad 2$$

$\Rightarrow$ zajedno smještene matrice $\underline{L}$ i $\underline{U}$

$x_1 = 6 - 1 \cdot 3 = 3$
$x_2 = 3 - (-2) \cdot 3 = 9$
$x_3 = 12 - 3 \cdot 3 = 3$

ZADATAK

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -3 & -4 & 6 \\ 6 & 10 & 8 \end{bmatrix} \cdot \underline{X} = \begin{bmatrix} 7 \\ 42 \\ 56 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 7 \\ 2 & 6 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 7 \\ 2 & -3 & 27 \end{bmatrix}$$

$L \cdot y = b$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix} \cdot Y = \begin{bmatrix} 7 \\ 42 \\ 56 \end{bmatrix}$$

$y_1 = 7$
$y_2 = 49$
$y_3 = 189$

$Ux = y$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 7 \\ 0 & 0 & 27 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 7 \\ 49 \\ 189 \end{bmatrix}$$

$x_1 = 0$
$x_2 = 0$
$x_3 = 7$

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}$$

ZADATAK

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & 10 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} \underline{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \qquad Ax = b \Rightarrow L\underbrace{Ux}_{Y} = b$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & 10 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 2 & 10 \\ 1/3 & 7/3 & -10/3 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 2 & 10 \\ 1/3 & 7/3 & -10/3 \\ 0 & 12/7 & 54/7 \end{bmatrix}$$

$$Ly = b \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1 & 0 \\ 0 & 12/7 & 1 \end{bmatrix} Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 7/3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Ux = Y \quad \begin{bmatrix} 6 & 2 & 10 \\ 0 & 7/3 & -10/3 \\ 0 & 0 & 54/7 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 2 \\ 7/3 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ZADATAK

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad Ax = b \Rightarrow L\underbrace{Ux}_{Y} = b$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow ?!$$

<u>LUP</u>

1.2 STOŽERNI RAZVOJ (PIVOTIRANJE)

Elementi na gl. dijagonali matrice sustava su stožerni (pivot) element

- RAZLOZI: - tijekom dekompozicije može se dogoditi da pivot el. postane $\emptyset$
  - ako su stožerni el. mali po apsolutnoj vrijednosti može doći do velike pogreške

Stožerni razvoj je zamjena redaka i/ili stupaca kako bi za stožerni el. dobili onaj sa većom apsolutnom vrijednošću

- OBLICI PIVOTIRANJA:
  - * DJELOMIČNO - ili po retcima ili po stupcima
    - a) PO STUPCIMA: zamjena redaka, tražimo max.
    - b) PO RETCIMA: zamjena stupaca, redoslijed var.!
  - * POTPUNO - i po retcima i po stupcima, tražimo max.

1.3 LUP DEKOMPOZICIJA

LUP dekompozicija je LU dekompozicija uz djelomično pivotiranje po stupcima (zamjena redaka).

- mora postojati zapis zamjena redaka

ALGORITAM

```
INICIJALIZIRAJ P
  ZA i = 1 DO n-1
    ODABERI PIVOT ELEMENT  |a_ri| = max |a_ji| ; j = i, n
    ZAMIJENI (P[i], P[r]);
    ZAMIJENI (A[i], A[r]);
    ZA j = i+1 DO n
      A[j,i] /= A[i,i]
      ZA k = i+1 DO n
        A[j,k] -= A[j,i] * A[i,k]
```

- oba postupka (LU i LUP) moraju provjeravati je li stožerni element jednak nuli

- Provjera: $|A[i,i]| < \varepsilon$; ε... mala zadana konstanta

- svaka nesingularna matrica može se svesti na L i U uz barem 1 permutaciju redaka ili stupaca matrice

* SUPSTITUCIJA UNAPRIJED: $\underline{L}\,\underline{y} = \underline{P}\cdot\underline{b}$

ZADATAK : Rastaviti na LUP

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 1/3 & 4/3 & 8/3 & 8/3 \\ 1/3 & 7/3 & 5/3 & 8/3 \\ 1/3 & 10/3 & 5/3 & 5/3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 1/3 & 10/3 & 5/3 & 5/3 \\ 1/3 & 4/3 & 5/3 & 8/3 \\ 1/3 & 7/3 & 8/3 & 8/3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 1/3 & 10/3 & 5/3 & 5/3 \\ 1/3 & 7/10 & 1/2 & 3/2 \\ 1/3 & 4/10 & 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 1/3 & 10/3 & 5/3 & 5/3 \\ 1/3 & 4/10 & 2 & 2 \\ 1/3 & 7/10 & 1/2 & 3/2 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 1/3 & 10/3 & 5/3 & 5/3 \\ 1/3 & 4/10 & 2 & 2 \\ 1/3 & 7/10 & 1/4 & 1 \end{bmatrix} = L \backslash U$$

LABOS

npr. LU = A
LU dekomp ()
y = LU, Fs(b)
x = LU, Bs(y)

npr. P = LU dekomp ();
x = LUP, (b, P);
y = LUBs (y);

Ax = b

ZADATAK LUP

$$\begin{bmatrix} 1 & 5/2 & 1/2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{bmatrix} \underline{X} = \begin{bmatrix} 41/2 \\ 22 \\ 22 \end{bmatrix}$$

P

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 5/2 & 1/2 \end{bmatrix} \underline{X} = \begin{bmatrix} 22 \\ 22 \\ 41/2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 5/2 & 1/2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 1/2 & 1 & 1 \\ 1/4 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 1/4 & 2 & 1 \\ 1/2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 1/4 & 2 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad 4/4$$

$Ly = Pb$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 1 \end{bmatrix} \underline{y} = \begin{bmatrix} 22 \\ 41/2 \\ 22 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{y} = \begin{bmatrix} 22 \\ 15 \\ 7/2 \end{bmatrix}$$

$Ux = y$

$$x = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix}$$

1.4. INVERZIJA MATRICE

- svođenje na LUP dekompoziciju

$\underline{A}\underline{X} = \underline{E}, \quad X = A^{-1}$

$\underline{X} = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$

$\underline{A}[x_1, x_2, \ldots, x_n] = [e_1, e_2, \ldots, e_n]$

$$\begin{cases} \underline{A}\underline{x_1} = \underline{e_1} \\ \underline{A}\underline{x_2} = \underline{e_2} \\ \vdots \\ \underline{A}\underline{x_n} = \underline{e_n} \end{cases}$$

$LU = PA$

$LUX = PE = P$

- na supstituciju se šalju stupci permutirane jedinične matrice
- izvedba: $1 \times LUP$; $n \times$ supstitucija unaprijed ($LY_i = PE_i$) ; $n \times$ sups unatrag ($UX_i = Y_i$)

2.1 PRONALAŽENJE UNIMODALNOG INTERVALA FJE 1 VARIJABLE

- kroz više koraka smanjujemo intervale od nekog početnog intervala do intervala zadovoljavajuće preciznosti

· POČETNA TOČKA x_0

$f(x_0-h)$ $\quad f(x_0)$ $\quad f(x_0+h)$

1.

$\Rightarrow f(x_0-2^i h)$

sve do $f(x_0-2^k h) > f(x_0-2^{k-1} h)$

↳ INTERVAL: $[x_0-2^k \cdot h,\ x_0-2^{k-2} \cdot h]$ ... RASTUĆE

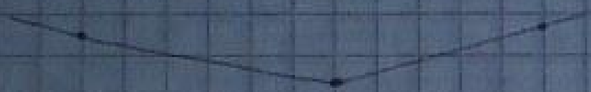
2.

$\Rightarrow f(x_0+2^i h)$

sve do $f(x_0+2^k h) > f(x_0+2^{k+1} h)$

↳ INTERVAL: $[x_0+2^{k-2} h,\ x_0+2^k h]$ ... PADAJUĆE

3.



↳ INTERVAL: $[x_0-h,\ x_0+h]$

4.

↳ nije unimodalna funkcija!

ZADATAK

$f(x)=x^2-2$
$x_0=100$
$h=1$

$f(x_0+h) > f(x_0) > f(x_0-h)$

x_0-h		x_0-2h		x_0-4h	...	x_0-64h		x_0-128h		x_0-256h
99		98		96		36		-28		-156
	>		>		>		>		<	

↳ $[-156,\ 36]$

ŽADATAK

Nad nepoznatom unimodalnom fjom $g(x)$ proveden je postupak pronalaženja unimodalnog intervala.

$x_0 = 0$
$h = 2$
interval, gornja granica -8

a) $g(2) < g(-2)$ NE

b) $g(-5) > g(-10)$ DA

c) $g(-10) > g(+10)$ NE

d) $g(0) < g(-30)$? ne možemo odrediti

x	2	0	-2	-4	-8	-16	-32
$f(x)$	>	>	>	>	>	<	

2.2 PRONALAŽENJE MINIMUMA FJE 1 VARIJABLE

2.2.1 POSTUPAK ZLATNOG REZA

- redukcije intervala, određivanje točke koju ćemo pomoćno iskoristiti da bismo što više reducirati interval

ŽADATAK

Funkcija $f(x) = (x+1)^2$, interval $x \in [-2, 2]$, $k = 0.618$, provesti do $\varepsilon \leq 0.5$

	a	c	d	b
0	-2	-0.472	0.472	2
1	-2	-1.056	-0.472	0.472
2	-2	-1.416	-1.056	-0.472
3	-1.416	-1.056	-0.833	-0.472
4	-1.416	-1.193	-1.056	-0.833
5	-1.193	-1.056		-0.833

$\Rightarrow$ uvjet za ε zadovoljen

$$c = b - (b-a)k$$
$$d = a + (b-a)k$$

$\Rightarrow [-1.193, -0.833]$

2.2.2 FIBONACCIEV POSTUPAK

ZADATAK

Zadana je funkcija cilja $f(x) = (x-4)^2$, interval $x \in [-2, 6]$. Provesti FP do širine intervala $\varepsilon \leq 1$

→ UVJET ZAUSTAVLJANJA $F_N > \frac{b-a}{\varepsilon} = 8$

→ Fibonaccijev niz: 1, 1, 2, 3, 5, 8

	a	c	d	b
0	-2	1	3	6
1	1	3	4	6
2	3	4	5	6
3	3	(4)	4	5

$$c = b - \frac{F_{N-1}}{F_N}(b-a) = 6 - \frac{5}{8} 8 = 1$$

→ 4.01 je bolja ⇒ $[3, 4.01]$

U zadnjem koraku ispitujem f-ju u točki blizu središta intervala

$f(x) = (x-3.8)^2$ ⇒ $[3, 4.01]$

$f(x) = (x-4.2)^2$ $[4, 5]$

2.2.3 POSTUPAK ZASNOVAN NA KVADRATNOJ INTERPOLACIJI

Kvadratna interpolacija se nikad ne koristi samostalno (unutarnje točke mogu se poklopiti).
Zato se uz k.i. koristi postupak zasnovan na kombinaciji sa postupkom zlatnog reza.

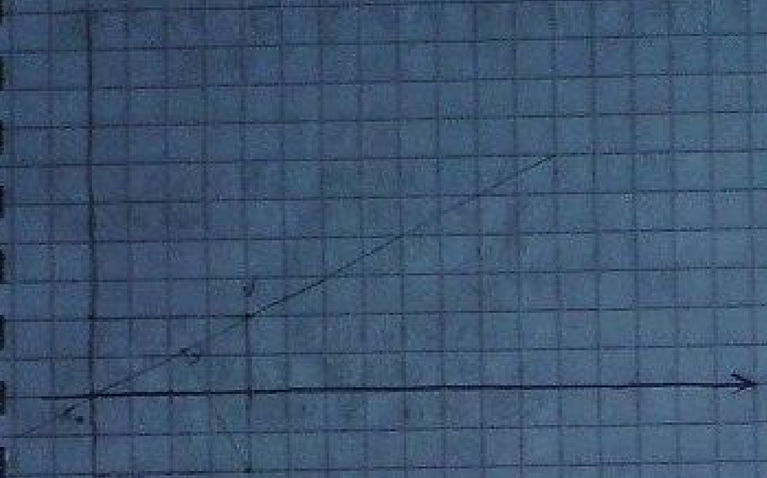
2.2.4 ODREĐIVANJE MINIMUMA NA PRAVCU U VIŠEDIMENZIONALNOM PROSTORU

Svode se na postupke za 1 varijablu uz dodatne uvjete

ZADATAK

$f(x) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2$, pronađi min na pravcu $x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $v = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, postupkom zlatnog reza, $\varepsilon \leq 1$, korakom $k = 1$

- funkciju svodimo na 2 f-je jedne varijable



$$x = x_0 + \lambda v = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\lambda \\ \lambda \end{bmatrix}$$

$$f(x) = (2\lambda - 2)^2 + (\lambda - 1)^2 = f(\lambda)$$

$$\lambda_0 = 0$$

λ	-1	0	1	2
$f(\lambda)$	10	5	4	13
	$>$	$>$	$>$	$<$

$$\lambda \in [0, 2]$$

→ ZLATNI REZ

a	c	d	b
0	0.764	1.236	2
0	0.472	0.764	1.236
0	0.292	0.472	0.764
0.292	0.472		0.764

$f(c) < f(d)$

$$x \in [\underset{\lambda_1}{0.292}, \underset{\lambda_2}{0.764}]$$

$$x \in [x_0 + \lambda_1 v, x_0 + \lambda_2 v] = \left[\begin{bmatrix} 0.584 \\ 0.292 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.528 \\ 0.764 \end{bmatrix} \right]$$

(2.3.) POSTUPCI ODREĐIVANJA MINIMUMA FJA VIŠE VARIJABLI BEZ UPOTREBE DERIVACIJA

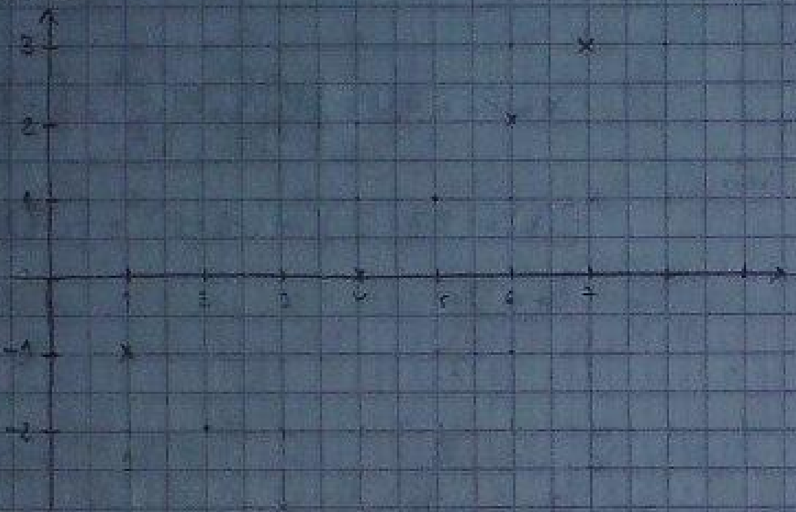
(2.3.1) POSTUPAK PO HOOKEU I JEEVESU

(u skripti je algoritam kriv, skica ok)

ZADATAK

Funkcija cilja $f(x) = x_1^2 + 4x_2^2$; $X_0 = (7,3)$; Provesti H-J. P. do $\Delta x = 0.25$

$\Delta x_0 = 1$



- lokalno pretraživanje, kretanje u zadanom smjeru
- isprobavanje funkcija u točkama $\pm \Delta x$ i bira se ona s min. funkcijom cilja

X_B ... bazna točka

X_P ... početna točka pretraživanja

X_N ... točka nađena pretraživanjem

	X_B	X_P	X_N	$f(X_N) < f(X_B)$?
(X_0)	(7,3)	(7,3)	(6,2)	DA
	(6,2)	(5,1)	(4,0)	DA
	(4,0)	(2,-2)	(1,-1)	DA
	(1,-1)	(-2,-2)	(-1,-1)	NE (jednake su) : $\Delta x = \Delta x / 2 = 0.5$
	(1,-1)	(1,-1)	(0.5,-0.5)	DA

- prvo uzimamo : (8,3), (7,3), (6,3) isprobavamo fju, onda uzimamo (6,2), (6,3), (6,4)

- ako je $f(X_N) < f(X_B)$ tada se X_B prebacuje preko X_N u X_P

- kada postane ne, uzimamo zadnji X_B koji je $\rightarrow X_P$ i ponavljamo postupak ispočetka

x_B	x_P	x_N	$f(x_N) < f(x_B)$
$(0.5, -0.25)$	$(0,0)$	$(0,0)$	DA
$(0,0)$	$(-0.5, 0.5)$	$(0,0)$	NE : $\Delta x = \Delta x / 2 = 0.25$
$(0,0)$	$(0,0)$		

- rješenje je bazna točka iz zadnje iteracije $\Rightarrow X = (0,0)$
- postupkom se lokalno gleda prvo po jednoj osi, a zatim po drugoj, iako možda ta konačno nađena točka nije zapravo najbolja u okolini početne točke

ZADATAK

Hooke-Jeeves, $(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, $x_0 = (2, 3, 4)$; $\Delta x = 1$

x_B	x_P	x_N	$f(x_N) < f(x_B)$
$(2,3,4)$	$(2,3,4)$	$(1,2,3)$	DA
$(1,2,3)$	$(0,1,2)$	$(0,0,1)$	DA
$(0,0,1)$	$(-1,-2,-1)$	$(0,-1,0)$	NE $\rightarrow \Delta x /= 2 \rightarrow \Delta x = 1/2$
$(0,0,1)$	$(0,0,1)$	$(0,0,0.5)$	DA
$(0,0,0.5)$	$(0,0,0)$	$(0,0,0)$	DA
$(0,0,0)$	$(0,0,-0.5)$	$(0,0,0)$	NE $\rightarrow \Delta x /= 2 \rightarrow \Delta x = 1/4$

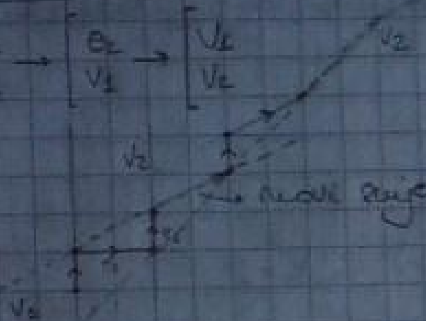
$x_B = (0,0,0)$

(2.3.2) POSTUPAK PO POWELLU S TRAŽENJEM U MEĐUSOBNO KONJUGIRANIM SMJEROVIMA

- postupak pretpostavlja da se f-ja ponaša kao kvadratna
- 2 svojstva ! + DOKAZI

SMJEROVI

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} e_2 \\ v_1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} v_2 \\ v_2 \end{bmatrix}$$



- minimiziramo (optimiramo) po zadnjem smjeru i onda u for petlji po svima
- novi smjer ima pravac koji prolazi točkama optimuma zadnjeg smjera i točkom dobivenom nakon cijele for petlje

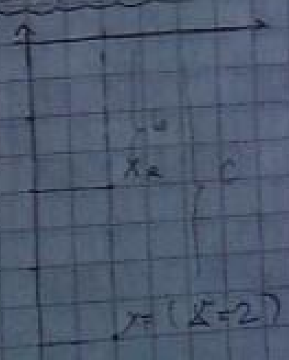
(2.3.4) SIMPLEX POSTUPAK PO NELDERU I MEADU

- SIMPLEX za n dimenzija → ako n+1 točka tvori "tvorevinu" n-dimenzijskog prostora

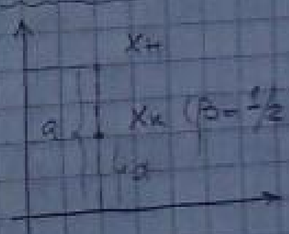
- treba znati opisati operacije

ZADATAK

skup točaka (0,0), (2,0), (1,2) f-ja cilja $f(x) = x_1^2 + x_2^2$
centroid, refleksija, kontrakcija, ekspanzija (grafički)



ekspanzija se temelji na točki dobivenoj refleksijom



$\alpha = b/a$
$\gamma = c/b$
$\beta = d/a$

$x_c = (1,0)$