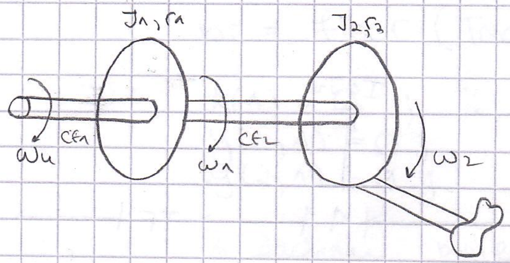
PRIPREMA ZA USMENI ISPIT

(1) · Rotacija → Dva koluta i zupčasta masa
· Pr. fja, vlastite frekv., bond = ?



$$J_1 \dot{\omega}_1 = M_1 - M_2$$
$$J_2 \dot{\omega}_2 = M_2 - M_{23}$$
$$\dot{M}_1 = c_{f1}(\Omega_u - \Omega_1)$$
$$\dot{M}_2 = c_{f2}(\Omega_1 - \Omega_2)$$

$$s J_1 \Omega_1 = M_1 - M_2 \qquad (1)$$
$$s J_2 \Omega_2 = M_2 - M_{23} \qquad (2)$$
$$s M_1 = c_{f1}(\Omega_u - \Omega_1) \qquad (3)$$
$$s M_2 = c_{f2}(\Omega_1 - \Omega_2) \qquad (4)$$
$$V = r_2 \Omega_2 \qquad (5)$$

$$M_{23} = J_{23} \dot{\omega}_2$$
$$J_{23} = m r_2^2 = m\left(\frac{v}{\omega_2}\right)^2$$

---

(2) $s J_2 \Omega_2 = M_2 - m r_2^2 s \Omega_2 \rightarrow \Omega_2 (s J_2 + m r_2^2 s) = M_2 \qquad s\Omega_2 J_{uk} = M_2$

$$G(s) = \frac{V(s)}{\Omega_u(s)} = ?$$

$$\Rightarrow V = r_2 \Omega_2 = r_2 \left(\overset{(2)}{\frac{M_2}{s J_{uk}}}\right) = \frac{r_2}{s J_{uk}} \left(\overset{(4)}{\frac{c_{f2}(\Omega_1 - \Omega_2)}{s}}\right) = \frac{r_2 c_{f2}}{s^2 J_{uk}} (\Omega_1 - \Omega_2)$$

V

$$V = \frac{r_2 c_{f2}}{s^2 J_{uk}} \Omega_1 - \frac{r_2 c_{f2}}{s^2 J_{uk}} \Omega_2$$

$$\Rightarrow s J_1 \Omega_1 = M_1 - M_2 = \frac{c_{f1}(\Omega_u - \Omega_1)}{s} - \frac{c_{f2}(\Omega_1 - \Omega_2)}{s} =$$

$$= \frac{c_{f1}}{s}\Omega_u - \frac{c_{f1}}{s}\Omega_1 - \frac{c_{f2}}{s}\Omega_1 + \frac{c_{f2}}{s}\Omega_2 =$$

$$s J_1 \Omega_1 = \frac{c_{f1}}{s}\Omega_u - \frac{\Omega_1}{s}(c_{f1}+c_{f2}) + \frac{c_{f2}}{s}\Omega_2$$

$$\Omega_1\left(s J_1 + \frac{1}{s}(c_{f1}+c_{f2})\right) = \frac{c_{f1}}{s}\Omega_u + \frac{c_{f2}}{s}\Omega_2$$

$$\Omega_1\left(\frac{s^2 J_1 + (c_{f1}+c_{f2})}{s}\right) = \frac{c_{f1}}{s}\Omega_u + \frac{c_{f2}}{s}\Omega_2$$

Ω_1

$$\Omega_1 = \frac{c_{f1}}{s^2 J_1 + (c_{f1}+c_{f2})}\Omega_u + \frac{c_{f2}}{s^2 J_1 + (c_{f1}+c_{f2})}\Omega_2$$

$\Omega_1 \rightarrow V$

$$V = \frac{r_2 c_{f2}}{s^2 J_{uk}} \frac{c_{f1}}{s^2 J_1 + (c_{f1}+c_{f2})}\Omega_u + \frac{r_2 c_{f2}^2}{s^2 J_{uk}(s^2 J_1 + (c_{f1}+c_{f2}))}\Omega_2 - \frac{r_2 c_{f2}}{s^2 J_{uk}}\Omega_2$$

$$-c_{f2}(s^2 J_1 + c_{f1})$$

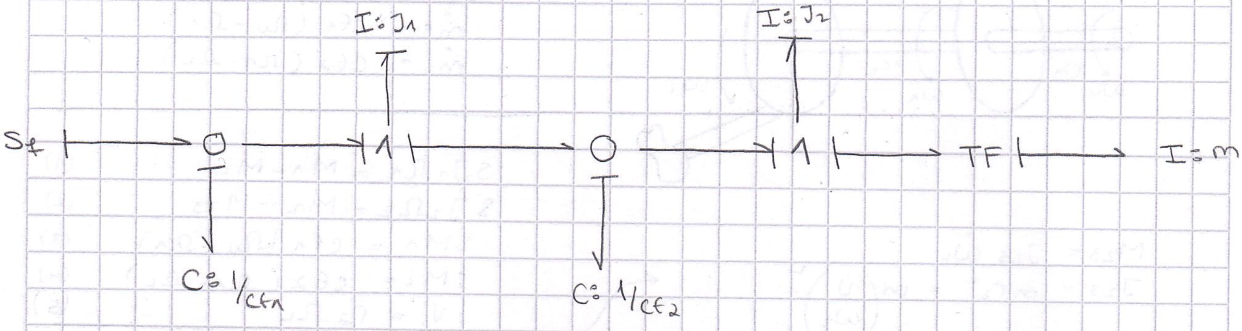
$$= \frac{r_2 c_{f1} c_{f2}}{(s^2 J_{uk})(s^2 J_1 + (c_{f1}+c_{f2}))}\Omega_u + \left(\frac{\cancel{r_2} c_{f2}}{s^2 J_{uk}}\right)\left(\frac{c_{f2} - s^2 J_1 - c_{f1} - c_{f2}}{s^2 J_1 + (c_{f1}+c_{f2})}\right)\frac{V}{\cancel{r_2}}$$

$$V(1 - \dots) = V\left(\frac{s^2 J_{uk}(s^2 J_1 + c_{f1} + c_{f2}) + c_{f2}(s^2 J_1 + c_{f1})}{s^2 J_{uk} \dots}\right) = \dots \Omega_u \left(\frac{}{}\right)$$

→

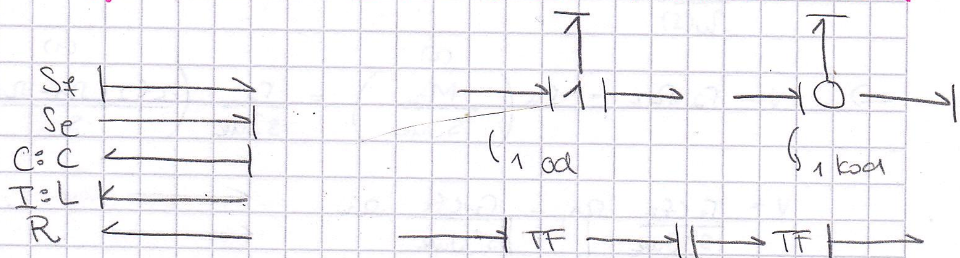
$$\frac{V}{\Omega w} = \frac{r_2 c f_1 c f_2}{s^4 J_{uk} J_1 + s^2 (J_{uk}(cf_1 + cf_2) + J_1 cf_2) + cf_1 + cf_2} = G(s)$$

BOND GRAF



② BOND GRAF i OPIS SUST. U PROSTORU STANJA

PRAVILA



za $\rightarrow \overset{\uparrow}{1} \rightarrow$ $\quad e_1 = e_2 + e_3$, $\quad f_1 = f_2 = f_3$

za $\rightarrow \overset{\uparrow}{\emptyset} \rightarrow$ $\quad e_1 = e_2 = e_3$, $\quad f_1 = f_2 + f_3$

Za opis u prostoru stanja:

na INDUKTIVITET : $e_L = \dot{p}_L \rightarrow p_L = L f_L$

na KAPACITET : $f_C = \dot{q}_C \rightarrow q_C = C e_C$

③ m Fja ZA EULEROVU METODU INTEGRACIJE

```
function [y,t] = euler (Ts, Tmax)
    br = floor (Tmax / Ts)    % broj iteracija

    t(1) = 0 ;   % Početni uvjeti
    y(1,1) = 0 ;
    y(2,1) = 0 ;

    % Zadanu prijenosnu fju zapisati u prostoru stanja
    % i niže inicijalizirati matrice A i B

    A = [ ... ] ;
    B = [ ... ] ;

    % Recimo da je u definiran kao step

    u = 1 ;

    % ALGORITAM

    for i = 1 : br

        yDiff (:,i) = A*y(:,i) + B*u ;
        y(:,i+1) = y(:,i) + yDiff(:,i)*Ts ;

        t(i+1) = t(i) + Ts ;

    end

end
```

$$G(s) = \frac{y}{u} = \frac{b_2 s^2 + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

- $y = b_2 x'' + b_0 x$
- $x'' = -a_1 x' - a_0 x + u$

$\Rightarrow x_1 = x$; $\boxed{x_2 = x_1' = x'}$; $x_2' = x''$

→ $\boxed{\dot{x}_2 = -a_1 x_2 - a_0 x_1 + u}$

→ $y = b_2 \dot{x}_2 + b_0 x_1 = b_0 x_1 - a_1 b_2 x_2 - a_0 b_2 x_1 + b_2 u$

$\boxed{y = (b_0 - a_0 b_2) x_1 - a_1 b_2 x_2 + b_2 u}$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{B} u$$

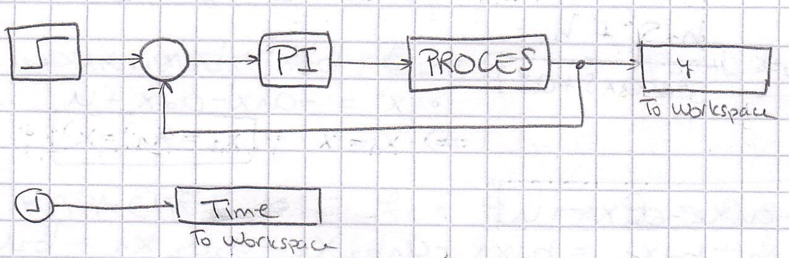
} zapisati ih u matlab kod

4 OPTIMIRANJE SUSTAVA REGULACIJE PI REG. NA TOČNO ZADANO NADVIŠENJE

GLAVNA FJA

```
[x,~] = fminsearch ('funkcija', x0) ;

function f = funkcija (x)

% ovdje postavi parametre regulatora

sim ('model');

if time

    if time >= Tsim

            f = 100 * (max (izlazProcesa) - izlazProcesa(end)) / ...
                / izlazProcesa (end)  -  zeljenoNadvisenje

    else
            f = 10^9 / time
    end

else
    f = 10^15 ;
end
```

SIMULINK



ALGORITAM POOPĆENE NEWTONOVE METODE (S PRED.)

Odaberi $x_0 \in G$; $\varepsilon > 0$; $\alpha \in (0,1)$; $i = 1$;

Izračunaj $f'(x_i) = \nabla f(x_i)$

dok je $f'(x_i) \neq 0$

Izračunaj $f'(x_i) = \nabla f(x_i)$

Izračunaj $f''(x_i) = H(x_i)$

% Određivanje duljine koraka

ako je $\| [f''(x_i)]^{-1} \| < \varepsilon^{-1}$

$\Delta x_i = -[f''(x_i)]^{-1} \cdot f'(x_i)$

inače

$\Delta x_i = -f'(x_i)$

$t = 1$

$y = x_i + t\Delta x$

$\sigma = f(y) - f(x_i) + \alpha\left(f'(x_i), \Delta x_i\right)$

dok je $y \neq G \vee \sigma \geq 0$

$t = ts$

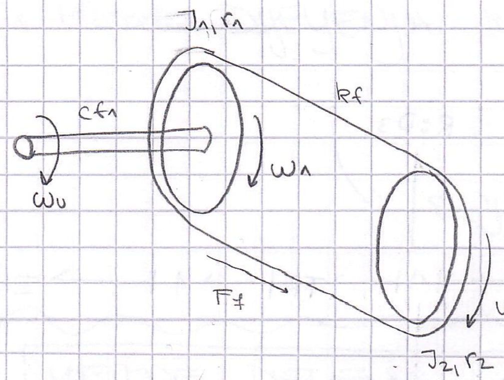
$y = x_i + t\Delta x_i$

$\sigma = f(y) - f(x_i) + \alpha(f'(x_i), \Delta x_i)$

$x_i = y$; $i = i + 1$

6 ROTAC. S. → 2 MASE POVEZANE REMENOM

$G = \frac{\Omega_2}{\Omega_u}$, frekv. , bond



$$\boxed{M_{12} = sJ_2\Omega_2} \quad ?$$

$$sM_1 = c_{f1}(\Omega_u - \Omega_1)$$

$$M_1 - M_{12} = J_1 s \Omega_1$$

$$\begin{cases} M_{12} = r_1 F \\ \frac{dF}{dt} = k_f(v_1 - v_2) \\ v_1 = r_1\omega_1 \quad v_2 = r_2\omega_2 \end{cases}$$

$$M_{12} = r_1F$$

$$sF = k_f(v_1 - v_2) = k_f(r_1\omega_1 - r_2\omega_2)$$

$$M_{12} = \frac{r_1 k_f}{s}(r_1\Omega_1 - r_2\Omega_2)$$

BOND

$S_f \vdash 0 \rightharpoonup |1| \rightharpoonup TF| \rightharpoonup 0 \rightharpoonup |TF \rightharpoonup |I:J_2$

$C:1/c_{f1}$ $I:J_1$ $C:1/k_f$

---

(1) $$M_{12} = \frac{r_1 k_f}{s}(r_1\Omega_1 - r_2\Omega_2) = sJ_2\Omega_2$$

$$\frac{r_1^2 k_f}{s}\Omega_1 = \left(sJ_2 + \frac{r_2 r_1 k_f}{s}\right)\Omega_2 = \left(\frac{s^2J_2 + r_1 r_2 k_f}{s}\right)\Omega_2$$

$$\Omega_1 = \left(\frac{s^2 J_2 + r_1 r_2 k_f}{r_1^2 k_f}\right)\Omega_2$$

(2) $$M_1 = \frac{c_{f1}}{s}\Omega_u - \frac{c_{f1}}{s}\Omega_1 = J_1 s\Omega_1 + J_2 s\Omega_2$$

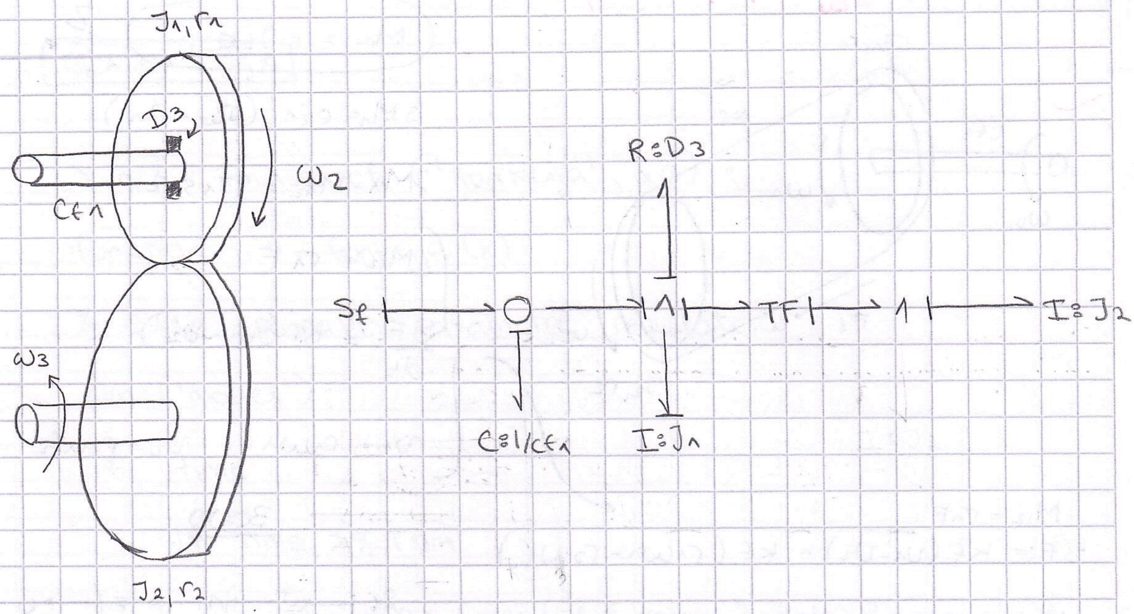
$$\frac{c_{f1}}{s}\Omega_u - J_2 s\Omega_2 = \Omega_1\left(J_1 s + \frac{c_{f1}}{s}\right) = \left(\frac{s^2J_1 + c_{f1}}{s}\right)\left(\frac{s^2J_2 + r_1 r_2 k_f}{r_1^2 k_f}\right)\Omega_2$$

$$\frac{c_{f1}}{\cancel{s}}\Omega_u = \left(\frac{(s^2J_1 + c_{f1})(s^2J_2 + r_1 r_2 k_f)}{\cancel{s} r_1^2 k_f} + J_2 s\right)\Omega_2$$

$$\frac{\Omega_u}{\Omega_2} = \left(\frac{s^4 J_1 J_2 + s^2(J_1 r_1 r_2 k_f + c_{f1} J_2) + r_1 r_2 k_f c_{f1} + J_2 r_1^2 k_f s^2}{r_1^2 k_f c_{f1}}\right)$$

$$G(s) = \frac{\Omega_2}{\Omega_u} = \frac{r_1^2 k_f c_{f1}}{s^4 J_1 J_2 + s^2(J_1 r_1 r_2 k_f + c_{f1} J_2 + r_1^2 k_f J_2)s^2 + r_1 r_2 k_f c_{f1}}$$

7) ROT. SUST. S 2 MASE → NASLONJENJE JEDNA NA DRUGU
→ BOND GRAF



8) METODE OPTIMIRANJA – najbrža, najrobusnija itd.

- RASPODJELA METODA OPTIMIRANJA PREMA SLOŽENOSTI RAČUNANJA

1) Optimiranje s računanjem samo FUNKCIJE CILJA (skalarni ili vektorski argument) Nelder i Mead
2) Optimiranje uz računanje F-je CILJA i njene DERIVACIJE (gradijentne metode)
3) Optimiranje uz računanje F-je CILJA i njene PRVE i DRUGE DERIVACIJE (Newtonova metoda)

- RASPODJELA METODA OPTIMIRANJA S OBZIROM NA OGRANIČENJA

1) Metode optimiranja S OGRANIČENJEM (linearno/nelinearno programiranje, metoda dijeljenja intervala)
2) Metode optimiranja BEZ OGRANIČENJA (Simplex metoda, gradijent metode)

Problem ograničenja → KAZNENA FUNKCIJA se uvodi

↳ Približenje ograničenju povećava vrijednost f-je cilja

PRIMJENJIVO KOD SVIH METODA OPTIMIRANJA, ALI IMA MALU EFIKASNOST JER SPORO KONVERGIRA

Metode s obzirom na vrstu f-je CILJA
1) Linearno programiranje
2) Nelinearno programiranje
3) Kvadratno progr.
} OGRANIČENJA LINEARNA

• Metode DIJELJENJA INTERVALA – 1) Raspolavljanje intervala
2) Zlatni rez

SVOJSTVA { Ograničeni intervali i primjenjuju se kod skalarnog optimiranja, tj. optimiranja jednog parametra

METODE DIJELJENJA INTERVALA

1 RASPOLAVLJANJE INTERVALA

POSTUPAK

• Odrediti početni interval na kojemu se sigurno nalazi minimum x
$[x_1, x_2]$

• Podijeliti taj interval na dva jednaka dijela

$$x_3 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

• Dalje se radi samo na jednom intervalu pa treba odbaciti onaj na kojemu se sigurno ne nalazi minimum:

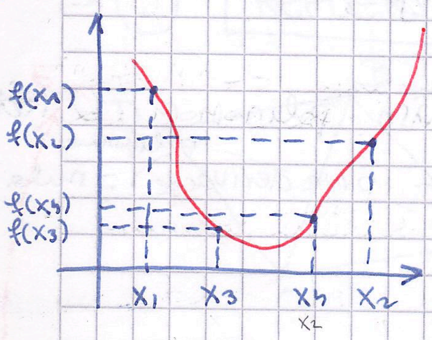
if $f(x_1) > f(x_2)$ / Ako je ovo ispunjeno min se sigurno ne nalazi na prvoj polovici pa kao donju vrijednost intervala postavljamo x_3
$x_1 = x_3$

else $x_2 = x_3$ / Inače x_3 postavljamo kao gornju vr. intervala

SVOJSTVA ZLATNOG REZA:
– Interval duljine 1 podijeljen na veći dio $F_2 \approx 0.618$ i manji dio $F_1 \approx 0.382$
– OMJERI: $\boxed{F_1 + F_2 = 1}$ $\boxed{\frac{1}{F_2} = \frac{F_2}{F_1}}$

9

2 METODA ZLATNOG REZA



• Početni interval $[x_1, x_2]$

⇒ ALGORITAM

$I = x_2 - x_1$

$F_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ $F_2 = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

$x_3 = x_1 + F_1 \cdot I$
$x_4 = x_1 + F_2 \cdot I$

⇒ ODBACIVANJE INTERVALA

if $f(x_3) > f(x_4)$
(min se nalazi na drugom dijelu)
$x_1 = x_3$; $x_3 = x_4$;
$I = x_2 - x_1$;
→ Moramo novi x_4 def.:
$x_4 = x_1 + F_2 \cdot I$

else
$x_2 = x_4$; $x_4 = x_3$;
$I = x_2 - x_1$
/ Def. novi x_3
$x_3 = x_1 + F_1 \cdot I$

10

SIMPLEX METODA OPTIMIRANJA

- fminsearch – minimizira višedimenzionalne nelinearne funkcije **bez ograničenja**

- KORACI : (1) Stvaranje početnog simpleksa
  (2) REFLEKSIJA
  (3) EKSPANZIJA
  (4) KONTRAKCIJA
  (5) SAŽIMANJE

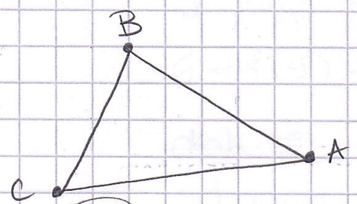
→ (1) STVARANJE POČETNOG SIMPLEKSA

– n+1 STRANICA

SIMPLEX – Najelementarniji lik koji se može ostvariti u n-dimenzionalnom prostoru

→ npr. $n=2$ → Dvije dimenzije
→ Simplex ima 3 stranice, odnosno 3 TOČKE
→ Jednu točku zadaje korisnik, ostale se računaju

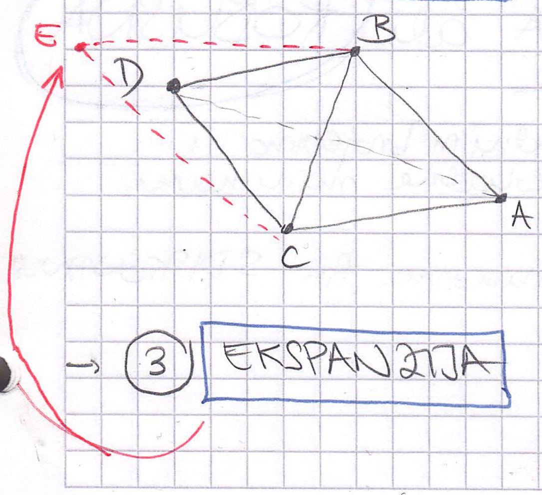
↳ $\boxed{P_n = P_0 + \lambda e_n}$



$f(A) > f(B) > f(C)$

A je najlošija točka → slijedi REFLEKSIJA

→ (2) REFLEKSIJA → Dobiva se (n+2)-ga točka kao refleksija one najgore točke preko preostalih



→ (3) EKSPANZIJA

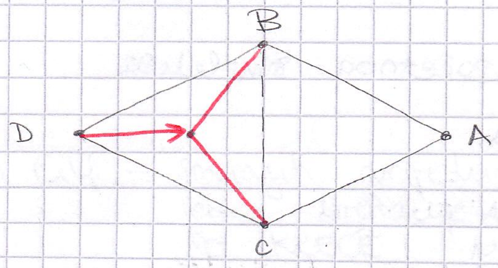
$\boxed{\text{if } f(D) < f(C)}$ tada je f(C) uistinu najbolja točka simpleksa, smjer je dobar te u tom smjeru radimo ekspanziju

4 KONTRAKCIJA

VANJSKA $f(D) \in (f(C), f(A))$

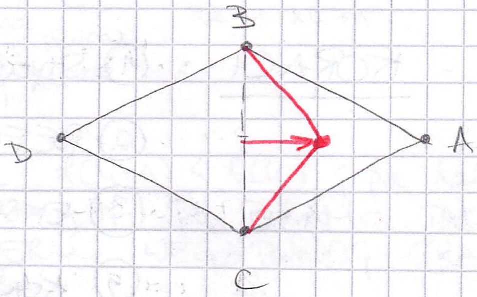
UNUTARNJA

VANJSKA KONTRAKCIJA



if $f(D) \geq f(C)$ & $f(D) \leq f(A)$

UNUTARNJA KONTRAKCIJA

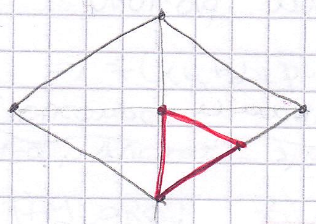


if $f(D) \geq f(A)$

5 SAŽIMANJE

$f(D) > f(C)$ & $F(D) > f(B)$ & $f(D) < f(A)$

vrši se sažimanje postojećeg trokuta, smanjujući stranice NA POLOVICU oko najbolje točke C



→ ITERACIJSKI POSTUPAK ZAVRŠAVA KADA:

- Dijametar simpleksa < tolerancije (zadano)
- $f_{max} - f_{min}$ < tolerancija
- iter = iter (max)

MANE – SPORA METODA ali ROBUSNA

PREDN.

- Radi samo s realnim brojevima i
- Pronalazi samo lokalne minimume

ALI pronalazi minimume f-ja S DISKONTINUITETIMA

11 Pr. fja. sustava istog reda brojnika i nazivnika
↳ zapis u prostoru stanja

$$G(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{y}{u} = \frac{y}{x}\cdot\frac{x}{u}$$

i) $y = (b_2 s^2 + b_1 s + b_0)x$

ii) $x = \left(\frac{1}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}\right) u$

i) $y = b_2 x'' + b_1 x' + b_0 x$

ii) $u = a_2 x'' + a_1 x' + a_0 x$

Rješavamo ii) $a_2 x'' = u - a_1 x' - a_0 x$

$$x'' = \frac{1}{a_2} u - \frac{a_1}{a_2} x' - \frac{a_0}{a_2} x$$

Definiramo $\Longrightarrow$ $x_1 = x$; $x_2 = x' = x_1'$; $x_2' = x''$

$$\rightarrow \boxed{\dot{x}_2 = \frac{1}{a_2} u - \frac{a_1}{a_2} x_2 - \frac{a_0}{a_2} x_1}$$

Rješavamo i) $y = b_2 x'' + b_1 x' + b_0 x$

$$y = b_2 x_2' + b_1 x_2 + b_0 x_1$$

$$= b_1 x_2 + b_0 x_1 + \frac{b_2}{a_2} u - \frac{a_1 b_1}{a_2} x_2 - \frac{a_0 b_2}{a_2} x_1$$

$$\rightarrow \boxed{y = x_2\left(\frac{b_1(a_2 - a_1)}{a_2}\right) + x_1\left(\frac{a_2 b_0 - a_0 b_2}{a_2}\right) + \frac{b_2}{a_2} u}$$

Matrični zapis
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{a_0}{a_2} & -\frac{a_1}{a_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/a_2 \end{bmatrix} [u]$$

$$[y] = \left[\left(\frac{a_2 b_0 - a_0 b_2}{a_2}\right) \; \left(\frac{b_1(a_2 - a_1)}{a_2}\right) \right] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \left[\frac{b_2}{a_2}\right][u]$$

Imamo izlaz! → $D \neq 0$
jer je red brojnika = nazivniku

(12) KAKO OPISATI KONT. MODELE PROCESA?

isto za diskretni

(1) LINEARNI MODEL
- Pr. fja
- Opis u prostoru stanja
- Simulink

(2) NELINEARNI MODEL - Simulink

(3) MODELI S PRAVIM MRTVIM VREMENOM - Simulink

(13) FUNKCIJA CILJA + INTEGRALNI KRITERIJI

- FUNKCIJA CILJA → Svako odstupanje pogreške od nule povećava kriterij
  → Uzima u obzir vrijeme trajanja pogreške različite od ∅

- INTEGRALNI KRITERIJI:
  - ISE $I = \int e^2 dt$
  - ITSE $I = \int t e^2 dt$
  - ISTSE $I = \int t^2 e^2 dt$
  - IAE $I = \int |e| dt$
  - ITAE $I = \int |t\, e| dt$
  - Krit. s dodatnom težinskom $I = \int (e^2(t) + k_r u^2(t))\, dt$

(14) ALGEBARSKA PETLJA

↳ Petlja povratne veze bez memorijskih svojstava

↳ Nemoguće odrediti redoslijed računanja

Moguća rj.: - Ručno promijeniti topološku strukturu sheme da se izbjegne alg. petlja

↳ Prepustiti Matlabu da on to sam otkloni → LOŠE!!

↳ Rješava implicitnu Newtonovu jednadžbu, iterativna metoda, jako usporava proces

↳ Ubacivanje NP filtra ili elementa s kašnjenjem

15. EULER – općenito o postupku

- Jednokoračni postupak s fiksnim korakom
- Određuje rješenje diferencijalne jednadžbe $\dot{y} = f(y,t)$

neprekinuta, jednoznačna, derivabilna

- Aproksimira funkciju y u trenutku $k+1$ pomoću razvoja funkcije y u Taylorov red u točki k
- KORAK INTEGRACIJE – $h = t_{k+1} - t_k$

OSNOVA EULEROVE METODE – Određivanje funkcije y u $k+1$ koraku na osnovi poznate derivacije $\frac{dy}{dt}$ u k-tom koraku

EULER APROKSIMIRA GREŠKU KONSTANTOM, DOK RUNGE KUTTA APROKSIMIRA KRIVULJOM II-og REDA

16. RUNGE KUTTA o postupku

- Aproksimacija derivacije funkcije $f = y'$ funkcijom Φ na segmentu $[t_k, t_{k+1}]$