

Prvi međuispit

19. listopada 2007.

Ime i Prezime:

Matični broj:

Napomena: Zadatke obavezno predati s rješenjima nakon završetka testa.

Izjavljujem da tijekom izrade ove zadaće neću od drugoga primiti niti drugome pružiti pomoć, te da se neću koristiti nedopuštenim sredstvima. Ove su radnje teška povreda Kodeksa ponašanja te mogu uzrokovati i trajno isključenje s Fakulteta. Također izjavljujem da mi zdravstveno stanje dozvoljava pisanje ove zadaće.

Potpis: _____

1. zadatak (2 boda)

a) (1 bod) Zadani su sljedeći elementi sustava automatskog upravljanja:

- i) izvršni član, prijenosne funkcije $G_a(s)$;
- ii) regulator, prijenosne funkcije $G_R(s)$, s izlaznim signalom u ;
- iii) mjerni član, prijenosne funkcije $G_m(s)$;
- iv) objekt upravljanja, prijenosne funkcije $G_p(s)$, s izlaznim signalom y .

Organizirajte ove elemente u tipičnu strukturu sustava automatskog upravljanja te tu strukturu prikažite blokovskim dijagramom.

b) (1 bod) Za prikazani sustav upravljanja preko navedenih prijenosnih funkcija izrazite prijenosne funkcije $G_1(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$ i $G_2(s) = \frac{U(s)}{R(s)}$, pri čemu je r referentna veličina.

2. zadatak (3 boda)

Sustav je zadan prijenosnom funkcijom

$$G(s) = \frac{1-s}{(s+2)^2(3s+9)} e^{-0.5s}.$$

- a) (2 boda) Odredite nagib težinske funkcije ovog sustava u trenutku $t = 0.5^+$ s.
 b) (1 bod, staviti "DA" uz odgovor za kojeg smatrati da je točan, točno postavljen "DA" donosi +0.25, netočno postavljen "DA" donosi -0.25 bodova)

Ovaj sustav je:

nekauzalan ____; kauzalan ____; linearan ____; nelinearan ____;
 vremenski promjenljiv ____; vremenski nepromjenljiv ____; skalaran ____; multivarijabilan ____.

3. zadatak (4 boda)

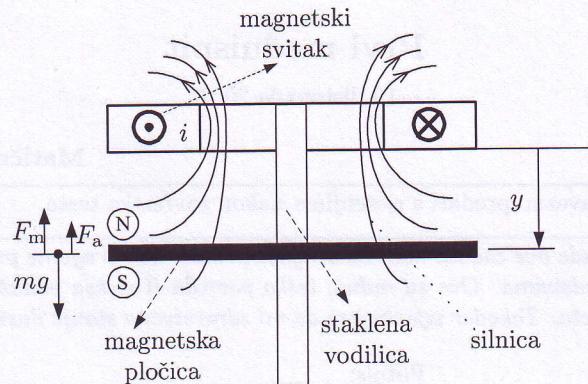
Proces magnetske levitacije shematski je prikazan Slikom 1. Struja koja protječe svitkom stvara magnetsko polje koje magnetskom silom djeluje na pločicu od permanentnog magneta. Pločica se nalazi na staklenoj vodilici pa se može gibati samo duž nje. Magnetska sila koja djeluje na pločicu u smjeru vodilice dana je relacijom (referentni smjerovi ucrtani su na Slici 1):

$$F_m = \frac{k_1 i}{(y + k_2)^3},$$

gdje je i struja kroz svitak, y je pomak pločice, a k_1 i k_2 su konstante. Proces se nalazi u Zemljinoj atmosferi pa na pločicu, uz silu teže, djeluje još i aerodinamički otpor zraka izražen silom

$$F_a = k_3 (\dot{y})^3 + k_4 \ddot{y}.$$

Zadane su sljedeće veličine: masa pločice $m = 0.1$ kg, ubrzanje sile teže $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, konstante $k_1 = 2.12 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Nm}^3}{\text{A}}$, $k_2 = 0.05$ m, $k_3 = 1 \frac{\text{Ns}^3}{\text{m}^3}$, $k_4 = 2 \frac{\text{Ns}}{\text{m}}$.

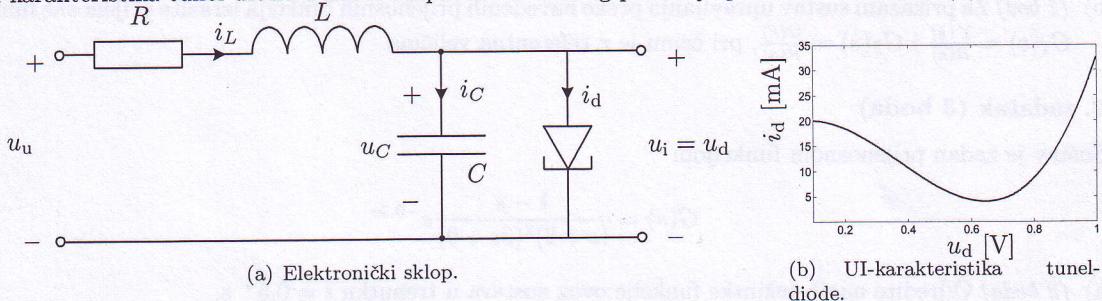


Slika 1: Shematski prikaz procesa magnetske levitacije

- a) (2 boda) Postavite diferencijalnu jednadžbu koja prikazuje dinamičku ovisnost pomaka pločice $y(t)$ o narinutoj struji $i(t)$ kroz svitak.
- b) (2 boda) Linearizirajte dobivenu diferencijalnu jednadžbu oko radne točke određene pomakom pločice $y_0 = 0.01$ m.

4. zadatak (6 bodova)

Zadan je električni sklop s nelinearnim elementom (tunel-diodom) prikazan na Slici 2(a), pri čemu je UI-karakteristika tunel-diode u širem rasponu oko radnog područja prikazana na Slici 2(b).



Slika 2: Slike uz četvrti zadatak.

Taj dio UI-krakteristike tunel-diode može se opisati sljedećom relacijom:

$$i_d = a_1(u_d - b)^3 - a_2(u_d - b) + a_3,$$

gdje je u_d napon na tunel-diodi, i_d struja kroz nju, $a_1 = 0.1923 \frac{A}{V^3}$, $a_2 = 0.0436 \frac{A}{V}$, $a_3 = 0.012 A$ i $b = 0.37 V$. Ostali parametri električnog sklopa su: $R = 10 \Omega$, $L = 10 \mu H$, $C = 10 \text{ pF}$.

- a) (3 boda) Odredite nelinearni matematički model u prostoru stanja za ovaj električni sklop, s varijablama stanja $x_1 = i_L$, $x_2 = u_C$, ulazom $u = u_u$ i izlazom $y = u_i$.
- b) (3 boda) Linearizirati ovaj model za radnu točku sklopa određenu s $u_{C0} = 0.40 V$ i prikazati ga u prostoru stanja (pronaći matrice A , B , C i D toga prikaza).

• ZADATAK 1

(a)



(b)

$$G_1(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_R G_a G_p}{1 + G_R G_a G_p G_m}$$

$$y = u \cdot G_a G_p \rightarrow u = \frac{1}{G_a G_p} y$$

$$G_2(s) = \frac{U(s)}{R(s)} = \frac{1}{G_a G_p} \cdot \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{G_a G_p} G_1(s)$$

$$G_2(s) = \frac{G_R}{1 + G_R G_a G_p G_m}$$

• ZADATAK 2

(a)

$$G(s) = \underbrace{\frac{1-s}{(s+2)^2(3s+9)}}_{G_1(s)} e^{-0.5s}$$

$$G_1(s) \rightarrow g_1(t)$$

$$G(s) \rightarrow g(t)$$

$$g(t) = g_1(t - 0.5) \rightarrow \text{ZA } t = 0.5^+$$

$$g(0.5) = g_1(0), \quad \dot{g}(0.5) = \dot{g}_1(0)$$

$$\dot{g}_1(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 G_1(s) = -\frac{1}{3} \rightarrow \dot{g}(0.5) = -\frac{1}{3}$$

(b) • KAUZALAN (STUPANJ BROUNIKA < STUPANJ NAZIVNIKA)

• LINEARAN

• VR. NEPROMJENJIV

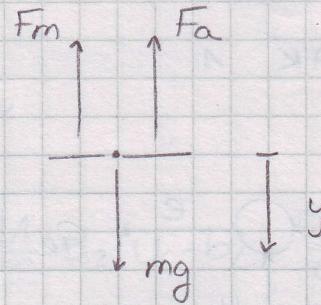
• SKALARAN (SISO)

} L-TRANSFORMACIJA NIJE
DEFINIRANA ZA NELINEARNE I
VR. PROMJENJIVE SUSTAVE

• ZADATAK 3

$$F_m = \frac{k_1 i}{(y + k_2)^3}$$

$$F_a = k_3(\dot{y})^3 + k_4 \ddot{y}$$



$$m = 0.1 \text{ kg}$$

$$k_1 = 2 \cdot 12 \cdot 10^{-4} \text{ Nm}^3/\text{A}$$

$$k_3 = 1 \text{ Ns}^3/\text{m}^3$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$k_2 = 0.05 \text{ m}$$

$$k_4 = 2 \text{ Ns/m}$$

$$(a) m\ddot{y} = mg - F_m - F_a / : m$$

$$\ddot{y} = g - \frac{1}{m} F_m - \frac{1}{m} F_a$$

$$\ddot{y} = g - \frac{k_1 i}{m(y+k_2)^3} - \frac{k_3}{m} (\dot{y})^3 - \frac{k_4}{m} \ddot{y}$$

$$(b) y_0 = 0.01 \text{ m}$$

$$y = y_0 + \Delta y, \dot{y} = \Delta \dot{y}, \ddot{y} = \Delta \ddot{y}$$

$$i = i_0 + \Delta i$$

$$\ddot{y} = \dot{y} = 0 \rightarrow 0 = g - \frac{k_1 i_0}{m(y_0+k_2)^3} \rightarrow i_0 = 1 \text{ A}$$

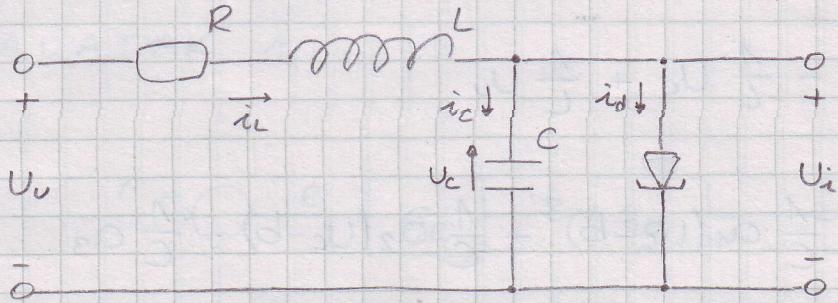
$$\ddot{y} = g - \frac{k_1 i}{m(y+k_2)^3} - \frac{k_3}{m} (\dot{y})^3 - \frac{k_4}{m} \ddot{y} = f(i, y, \dot{y})$$

$$\ddot{y} \approx f(i_0, y_0, 0) + \left. \frac{\partial f}{\partial i} \right|_{S.T.} \Delta i + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{S.T.} \Delta y + \left. \frac{\partial f}{\partial \dot{y}} \right|_{S.T.} \Delta \dot{y}$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{y} &= \left(-\frac{k_1}{m(y_0+k_2)^3} \right) \Delta i + \left(-\frac{k_1}{m} i_0 \cdot \frac{-3(y_0+k_2)^2}{(y_0+k_2)^4} \right) \Delta y \\ &\quad + \left(-\frac{k_4}{m} \right) \Delta \ddot{y} \end{aligned}$$

$$\ddot{y} + 20 \Delta \dot{y} - 490.74 \Delta y = -9.81 \Delta i$$

• ZADATAK 4



$$i_d = a_1(U_d - b)^3 - a_2(U_d - b) + a_3$$

$$a_1 = 0.1923 \text{ A/V}^3$$

$$a_3 = 0.012 \text{ A}$$

$$R = 10 \Omega$$

$$a_2 = 0.0436 \text{ A/V}$$

$$b = 0.37 \text{ V}$$

$$L = 10 \text{ mH}$$

$$C = 10 \mu\text{F}$$

$$(a) \quad x_1 = i_L$$

$$U_o = i_L \cdot R + L \frac{di_L}{dt} + U_i$$

$$x_2 = U_C$$

$$\bullet \quad U_i = U_C$$

$$U = U_o$$

$$y = U_i \quad \bullet \quad (i_L)' = -\frac{R}{L} i_L - \frac{1}{L} U_C + \frac{1}{L} U_o$$

$$U_C = \frac{1}{C} \int i_C(\tau) d\tau$$

$$i_C = C \dot{U}_C, \quad i_C = i_L - i_d$$

$$\dot{U}_C = \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{C} i_d$$

$$U_d = U_i = U_C$$

$$\bullet \quad \dot{U}_C = \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{C} a_1(U_C - b)^3 + \frac{1}{C} a_2(U_C - b) - \frac{1}{C} a_3$$

$$(b) \quad U_{CO} = 0.40 \text{ V}$$

$$(i_L)' = -\frac{R}{L} i_L - \frac{1}{L} U_C + \frac{1}{L} U_U$$

$$U_i = U_U$$

$$\dot{U}_C = \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{C} \alpha_1 (U_C - b)^3 + \frac{1}{C} \alpha_2 (U_C - b) - \frac{1}{C} \alpha_3$$

$$U_C = U_{CO} + \Delta U_C, \quad \dot{U}_C = \Delta \dot{U}_C$$

$$i_L = i_{L0} + \Delta i_L, \quad (i_L)' = \Delta i_L$$

$$U_U = U_{U0} + \Delta U_U$$

$$U_i = U_{i0} + \Delta U_i$$

$$\dot{U}_C = 0 \rightarrow 0 = \frac{1}{C} i_{L0} - \frac{1}{C} \alpha_1 (U_{CO} - b)^3 + \frac{1}{C} \alpha_2 (U_{CO} - b) - \frac{1}{C} \alpha_3$$

$$i_{L0} = 0.0107 \text{ A}$$

$$\dot{U}_C = \frac{1}{C} i_L - \frac{1}{C} \alpha_1 (U_C - b)^3 + \frac{1}{C} \alpha_2 (U_C - b) - \frac{1}{C} \alpha_3 = f(i_L, U_C)$$

$$\dot{U}_C \approx f(i_{L0}, U_{CO}) + \left. \frac{\partial f}{\partial i_L} \right|_{S.T.} \Delta i_L + \left. \frac{\partial f}{\partial U_C} \right|_{S.T.} \Delta U_C$$

$$\Delta \dot{U}_C = \frac{1}{C} \Delta i_L + \frac{1}{C} (-3\alpha_1 (U_{CO} - b)^2 + \alpha_2) \Delta U_C$$

$$\Delta \dot{U}_C = 10^{11} \Delta i_L + 4.3 \cdot 10^9 \Delta U_C$$

$$\Delta i_L = -10^6 \Delta i_L - 10^5 \Delta U_C + 10^5 \Delta U_U$$

$$\Delta U_i = \Delta U_C$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \Delta U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10^6 & -10^5 \\ 10^{11} & 4.3 \cdot 10^9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_L \\ \Delta U_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10^5 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_U \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta U_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_L \\ \Delta U_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_U \end{bmatrix}$$