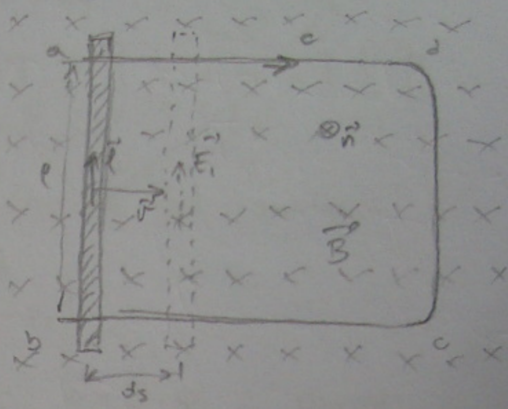
EMP - PITANJA ZA USMENI - 3. CIKLUS

1. FARADAYEV ZAKON I LENZOVO PRAVILO

2. INDUCIRANJE NAPONA ZBOG PROMJENE TOKA I GIBANJA I INTEGR. I DIF. OBLIK

Faradayev zakon - pojava el. uzroka uslijed promjena u mag. polju

$$ds = v\,dt$$
$$\vec{E}_{ind} = v \times \vec{B}$$



$$\boxed{U_{ind} = \oint_c \vec{E}_i\, d\vec{\ell} = \oint_c (\vec{v} \times \vec{B})\, d\vec{\ell} = (\vec{v} \times \vec{B})\, \vec{\ell}}$$

- obilazak konture u smjeru kazaljke na satu daje smjer normale na S u papir $\otimes \vec{n}$
- gibanjem vodiča smanjila se površina kroz koju se giba mag. tok za diferenc. površinu dS (smanjenje mag. toka)

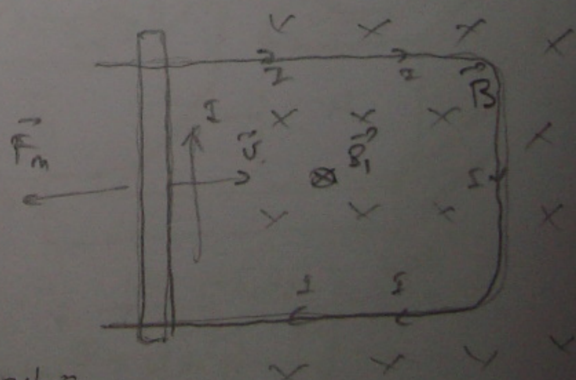
$$\vec{n}\, dS = \vec{\ell} \times d\vec{s}$$
$$d\phi = -\vec{B}\,\vec{n}\, dS = -\vec{B}\,(\vec{\ell} \times d\vec{s})$$
$$= -\vec{\ell}\,(d\vec{s} \times \vec{B}) = -\vec{\ell}\,(\vec{v} \times \vec{B})\, dt$$
$$(\vec{v} \times \vec{B})\,\vec{\ell} = -\frac{d\phi}{dt}$$

$$\boxed{e_{ms} = \oint \vec{E}\, d\vec{\ell} = U_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\,\vec{n}\, dS}$$

→ Faradayev zakon (promjena toka)

→ NAPON TRANSFORMACIJE

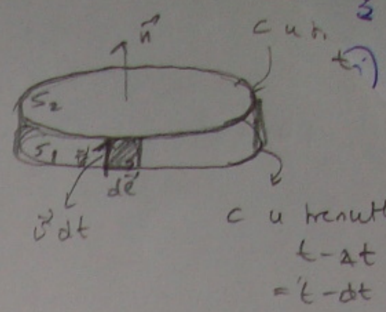
Lenzovo pravilo



- pomakom vodiča u smjeru gibanja smanjuje se mag. tok koju obuhvaća petlja tračnica i vodiča, jer se smanjuje površina kroz koju tok prolazi
- inducirana struja stvorit će svoje polje ind. $\vec{B}_i$ istog smjera kao i vanjski $\vec{B}$
- ukupna mag. ind. će se time povećati, čime se nastoji kompenzirati smanjenje mag. toka zbog smanjenja površine
- dakle ind. struja je takvog smjera da se suprotstavlja promjeni mag. toka.

$$\vec{F}_m = I\,(d\vec{\ell} \times \vec{B})$$

→ IZVOD CIJELOG FARADAYEVOG ZAKONA :



$$e = \oint_C \vec{E}_{ind}\, d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\vec{n}\, dS$$

promjena indukcije i površine

$$\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\vec{n}\, dS = \frac{d}{dt}\left[\iint_{S_2} \vec{B}(t)\vec{n}\, dS - \iint_{S_1} \vec{B}(t-dt)\vec{n}\, dS\right]$$

– volumen koji obuhvaća petlja one S_1, S_2 i plašt „valjka" pa vrijedi:

$$\oint_C \vec{B}(t)\, d\vec{l} \times \vec{v}\, dt$$

– vrijedi : $\nabla \cdot \vec{B} = 0$; $\iiint_V \nabla\vec{B}\, dV = 0$

$$\iiint_V \nabla\vec{B}\, dV = 0 = \oiint_S \vec{B}\vec{n}\, dS = \iint_{S_2} \vec{B}(t)\vec{n}\, dS - \iint_{S_1} \vec{B}(t-dt)\vec{n}\, dS + dt\oint_C \vec{B}(t)\, d\vec{l} \times \vec{v}$$

$$\vec{B}(t-dt) = \vec{B}(t) - \frac{\partial \vec{B}(t)}{dt}\, dt$$

$$\rightarrow \iint_{S_2} \vec{B}(t)\vec{n}\, dS - \iint_{S_1} \vec{B}(t-dt)\vec{n}\, dS + dt\iint_{S_1} \frac{d\vec{B}(t)}{dt}\vec{n}\, dS$$

$$\iint_{S_2} \vec{B}(t)\vec{n}\, dS - \iint_{S_1} \vec{B}(t-dt)\vec{n}\, dS = dt\left[\iint_{S_1} \frac{d\vec{B}}{dt}\vec{n}\, dS - \oint_C \vec{B}\cdot(d\vec{l}\times\vec{v})\right]$$

$$\boxed{\oint_C E_{ind}\, d\vec{l} = -\iint_S \frac{d\vec{B}}{dt}\vec{n}\, dS + \oint_C (\vec{v}\times\vec{B})\, d\vec{l}}$$

INDUCIRANJE ZBOG PROMJENE TOKA U VREMENU

INDUCIRANJE ZBOG GIBANJA PETLJE

$$\iint_S (\nabla\times\vec{E}_{ind})\vec{n}\, dS = -\iint_S \frac{d\vec{B}}{dt}\vec{n}\, dS + \iint_S \nabla\times(\vec{v}\times\vec{B})\vec{n}\, dS$$

$$\boxed{\nabla\times\vec{E}_{ind} = -\frac{d\vec{B}}{dt} + \nabla\times(\vec{v}\times\vec{B})}$$ – FARADAYEV ZAKON U DIF. OBLIKU

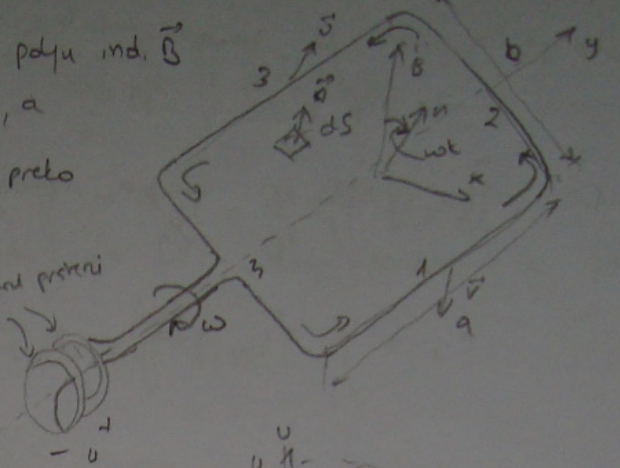
$\Downarrow$

ako petlja miruje

$\vec{\ } \quad -d\vec{B}$

3.) NAČELO RADA GENERATORA

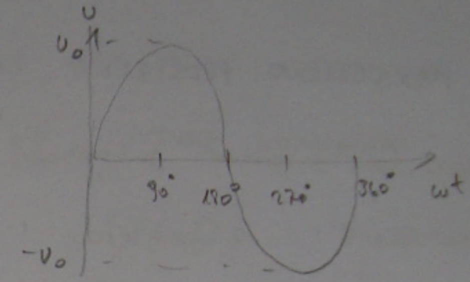
- vodljivi zavoj površine S rotira u hom. mag. polju ind. $\vec{B}$
- krajevi spojeni na vodljive klizne prstenove, a kontakt sa vanjskim krugom se ostvaruje preko četkica koje klize po prstenovima



- u nekom je trenutku kut između normale na zavoj $\vec{n}$ i mag. ind $\vec{B}$ je $\alpha = \omega t$ pa vrijedi:

$$\phi = \iint_S \vec{B}\,\vec{n}\,dS = \vec{B}\,\vec{n}\,S = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

$$= B \cdot S \cdot \cos(\omega t)$$



$$|U_i| = \left| -\frac{d\phi}{dt} \right| = BS\omega \sin(\omega t)$$

$$|U_{in}| = N \cdot B \cdot S\,\omega \sin(\omega t)$$

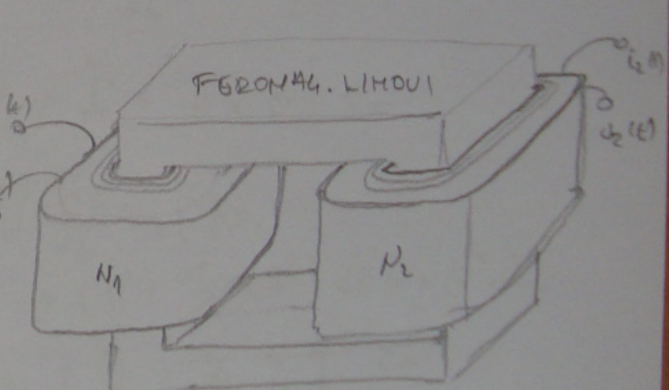
↳ N zavoja u seriji

- smjer ind. struje takav je da svojim mag. poljem podržava smanjujući mag. tok
- kada se prijeđe kut $\alpha = \pi$ dolazi do promjene smjera ind. struje i polariteta ind. napona

4. NAČELO RADA TRANSFORMATORA

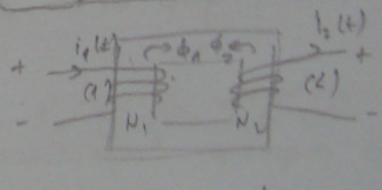
- i_m (struja kroz primar) stvara vrem. prom. mag. tok ϕ_m (i_m - struja magnetiziranja)

→ i_m će inducirati napone na primaru i sekundaru:



$$u_1 = N_1 \frac{d\phi_m}{dt} \quad ; \quad u_2 = N_2 \frac{d\phi_m}{dt}$$

- ako zatvorimo strujni krug sekundara sa otpornikom, kroz (2) će proteći struja i_2 čiji smjer po Lenzovom zakonu takav da stvara svoj mag. tok suprostavljen primarnom mag. toku. Da bi se očuvao mag. tok u jezgri, kroz njega mora poteći dodatna struja i_1 takvog iznosa kojom će se poništiti mag. tok. sekundarne struje i_2:



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \; ; \; \frac{i_2}{i_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$N_1 i_1 = N_2 i_2$$

$$i_{1uk} = i_{1m} + \left(\frac{N_2}{N_1}\right) i_2 \quad ;$$

- transformatorom se prenosi ista el. snaga

$$P_2 = U_2 i_2 = U_1 \frac{N_2}{N_1} \, i_1 \frac{N_1}{N_2} = U_1 i_1 = P_1$$

5. NAPON SAMOINDUKCIJE I MEĐUINDUKCIJE

- ako petlja ima N zavoja vrijedi:

$$e = \oint_c \vec{E}\, d\vec{l} = -N \frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\psi}{dt} = -L\frac{di}{dt} \rightarrow \text{SAMOINDUKCIJA}$$

- ako petlja (1) ima N_1 zavoja, zbog promjene mag. toka stvorenog strujom I_2 u susjednoj petlji (2) ems je:

$$e_1 = \oint_{c_1} \vec{E}_{ind1}\, d\vec{l}_1 = -N_1 \frac{d\phi_{12}}{dt} = -\frac{d\psi_{12}}{dt} = -L_{12}\frac{di_2}{dt} \rightarrow \text{MEĐUINDUKCIJA}$$

6. MAXWELLOV PROŠIRENJE KRUŽNOG ZAKONA

AMPEREOV KRUŽNI: $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \Rightarrow \oint_{C_s} \vec{H}\, d\vec{l} = \iint_S \vec{J}\, \vec{n}\, dS$

PROŠIRENJE: - iz identiteta:

$$\nabla(\nabla \times \vec{A}) = 0$$

$$\nabla(\nabla \times \vec{H}) = 0 = \nabla\vec{J} \Rightarrow \nabla\vec{J} = 0$$

- kontradikcija jdb. kontinuiteta

$$\nabla\vec{J}_s = -\frac{\partial \rho_s}{dt} = -\nabla\left(\frac{d\vec{D}}{dt}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{gathered}\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_s + \frac{d\vec{D}}{dt} \\ \nabla\left(\vec{J}_s + \frac{d\vec{D}}{dt}\right) = 0\end{gathered}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\oint_c \vec{H}\, d\vec{l} = \iint_s \vec{J}_s\, \vec{n}\, dS + \frac{d}{dt}\iint_s \vec{D}\, \vec{n}\, dS}$$

- ovo poopćenje Ampereovog zakona koje je uveo Maxwell rezultiralo je fizikalno i matematički skladnim skupom fundamentalnih jdb koje točno opisuju ponašanje vrem. prom. mag. polja

1. $\nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \Rightarrow \oint_C \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\vec{n}\, dS$

2. $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_s + \frac{d\vec{D}}{dt} \Rightarrow \oint_C \vec{H}\, d\vec{l} = \iint_S \vec{J}_s \vec{n}\, dS + \frac{d}{dt}\iint_S \vec{D}\vec{n}\, dS$

3. $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_s \Rightarrow \oiint_S \vec{D}\vec{n}\, dS = \iiint_V \rho_s\, dV$

4. $\nabla \vec{B} = 0 \Rightarrow \oiint_S \vec{B}\vec{n}\, dS = 0$

→ na granici vrijedi:

$$\vec{n}_{12} \times (\vec{E}_2 - E_1) = 0$$
$$\vec{n}_{12} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{K}_s$$
$$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_s$$
$$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0$$

→ za lin. homogene izotropne mat. vrijedi:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$
$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$
$$\vec{J} = \chi \vec{E}$$

8. POYNTINGOV TEOREM

- naboj q se brzinom $\vec{v}$ giba u polju $(\vec{E}, \vec{B})$

$$\Rightarrow \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

- na putu dl se obavi rad

$$dW = \vec{F} d\vec{l} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})\, d\vec{l} = q\left(\vec{E} + \frac{d\vec{l}}{dt} \times \vec{B}\right) d\vec{l} = q\vec{E}\, d\vec{l}$$

$$dP = \frac{dW}{dt} = q\vec{E}\frac{d\vec{l}}{dt} = q\vec{E}\vec{v} \quad ;$$

za $q = \rho\, dV \Rightarrow dP = \frac{dW}{dt} = \rho\, dV \vec{E}\vec{v} = \rho\vec{v}\vec{E}\, dV = \vec{J}\vec{E}\, dV$

$$P = \iiint_V \vec{J}\vec{E}\, dV$$

- koristeći 1. i 2. MJ ; $\nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$; $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_s + \frac{d\vec{D}}{dt}$

$$\Rightarrow \nabla(\vec{E} \times \vec{H}) = -\vec{H}\frac{d\vec{B}}{dt} - \vec{E}\frac{d\vec{D}}{dt} - \vec{J}\vec{E}$$

- pa u lin. izotropnim materijalima vrijedi:

$$-\iiint_V \nabla(\vec{E} \times \vec{H})\, dV = \underbrace{\iiint_V \vec{J}\vec{E}\, dV}_{\text{snaga izmjene snabdjevanja naboja u gibanju}} + \frac{d}{dt}\iiint_V \Big[\underbrace{\tfrac{1}{2}\vec{E}\vec{D}}_{\text{gustoća en. el. polja}} + \underbrace{\tfrac{1}{2}\vec{H}\vec{B}}_{\text{gustoća en. mag. polja}}\Big] dV = -\oiint_S (\vec{E} \times \vec{H})\, \vec{n}\, dS$$

$\rightarrow \vec{N} = \vec{E} \times \vec{H}$; $w = \frac{1}{2} E D + \frac{1}{2} H \cdot B$

Poyntingov vektor – gustoća snage pridružena EM polju u točki

$$\iiint_V (\nabla \vec{N}) dV = \oiint_S \vec{N} \, \vec{n} \, dS$$

(9) MAXWELLOVE JDB U FAZORSKOJ DOMENI

$$\frac{\partial E(\vec{r},t)}{\partial t} = Re\{ j\omega \underline{E}(\vec{r}) e^{j\omega t} \}$$

$$\left.\begin{aligned} \nabla \times \underline{\vec{E}} &= -j\omega \underline{\vec{B}} \\ \nabla \times \underline{\vec{H}} &= \underline{\vec{J}} + j\omega \underline{\vec{D}} \\ \nabla \cdot \underline{\vec{D}} &= \underline{\rho_s} \\ \nabla \underline{\vec{B}} &= 0 \end{aligned}\right\} \text{MAXW.}$$

$$\nabla \underline{\vec{J}} = -j\omega \underline{\rho}.$$ → JDB. KONT. U FAZORSKOJ

(10) KOMPLEKSNI OBLIK POYNTINGOVOG TEOREMA

– u sinusno promjenjivim poljima zanimaju nas prosječne vrijednosti, a ne trenutne vrijednosti toko energije !

$$\vec{E} = E_x \cos(\omega_0 t + \varphi_{E_x})\vec{a_x} + E_y \cos(\omega_0 t + \varphi_{E_y})\vec{a_y} + E_z \cos(\omega_0 t + \varphi_{E_z})\vec{a_z}$$

$$\vec{H} = H_x \cos(\omega_0 t + \varphi_{H_x})\vec{a_x} + H_y \cos(\omega_0 t + \varphi_{H_y})\vec{a_y} + E_z \cos(\omega_0 t + \varphi_{E_z})\vec{a_z}$$

$$\vec{N}_{sr} = \frac{1}{T}\int_0^T (\vec{E} \times \vec{H}) dt$$

IDENTITET: $\frac{1}{T}\int_0^T \cos \omega t \, dt = \frac{1}{2}$

$$\vec{N}_{sr} = \frac{1}{2}\left[E_y H_z \cos(\varphi_{E_y} - \varphi_{H_z}) - E_z H_y \cos(\omega_{E_z} - \omega_{H_y})\right]\vec{a_x}$$

$$+ \frac{1}{2}\left[E_z H_x \cos(\varphi_{E_z} - \varphi_{H_x}) - E_x H_z \cos(\omega_{E_x} - \omega_{H_z})\right]\vec{a_y}$$

$$+ \frac{1}{2}\left[E_x H_y \cos(\varphi_{E_x} - \varphi_{H_y}) - E_y H_x \cos(\omega_{E_y} - \omega_{H_x})\right]\vec{a_z}$$

$$= Re\left\{\frac{1}{2}(\vec{E} \times \vec{H}^*)\right\}$$

↳ KONJ. KOMPL. FAZOR

$$\underline{\vec{H}}^* = H_x e^{-j\varphi_{H_x}} \vec{a_x} + H_y e^{-j\varphi_{H_y}} \vec{a_y} + H_z e^{-j\varphi_{H_z}} \vec{a_z}$$

- srednji gubitci :

$$P_{g,sr} = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T dt \iiint_V \left| J_x \cos(\omega t - \varphi_{J_x}) \vec{a_x} + J_y \cos(\omega t - \varphi_{J_y}) \vec{a_y} + J_z \cos(\omega t - \varphi_{J_z}) \vec{a_z} \right|^2 dV$$

$$= \frac{1}{2\kappa} \iiint_V |\vec{\underline{J}}|^2 dV = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{\underline{E}} \cdot \vec{\underline{J}}^* dV$$

- srednja en. u mag. polju:

$$W_{m,sr} = \frac{\mu}{2} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T dt \iiint_V \left| H_x \cos(\omega t - \varphi_{H_x}) \vec{a_x} + H_y \cos(\omega t - \varphi_{H_y}) \vec{a_y} + H_z \cos(\omega t - \varphi_{H_z}) \vec{a_z} \right|^2 dV$$

$$= \frac{\mu}{4} \iiint_V |\vec{\underline{H}}|^2 dV = \frac{\mu}{4} \iiint_V \vec{\underline{H}} \cdot \vec{\underline{H}}^* dV$$

- srednja snaga u el. polju:

$$W_{e,sr} = \frac{\varepsilon}{2} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T dt \iiint_V \left| E_x \cos(\omega t - \varphi_{E_x}) \vec{a_x} + E_y \cos(\omega t - \varphi_{E_y}) \vec{a_y} + E_z \cos(\omega t - \varphi_{E_z}) \vec{a_z} \right|^2 dV$$

$$= \frac{\varepsilon}{4} \iiint_V |\vec{\underline{E}}|^2 dV = \frac{\varepsilon}{4} \iiint_V \vec{\underline{E}} \cdot \vec{\underline{E}}^* dV$$

$$\nabla \times \vec{\underline{H}}^* = \vec{\underline{J}}^* - j\omega\varepsilon \vec{\underline{E}}^*$$

$$\nabla \times \vec{\underline{E}} = -j\omega\mu \vec{\underline{H}}$$

$$-\nabla (\vec{\underline{E}} \times \vec{\underline{H}}^*) = \vec{\underline{E}} (\nabla \times \vec{\underline{H}}^*) - \vec{\underline{H}}^* (\nabla \times \vec{\underline{E}})$$

$$\oint_S (\vec{\underline{E}} \times \vec{\underline{H}}^*) \vec{n} \, dS = -\iiint_V \vec{\underline{E}} \cdot \vec{\underline{J}}^* dV + j\omega \iiint_V (\varepsilon \vec{\underline{E}} \cdot \vec{\underline{E}}^* - \mu \vec{\underline{H}} \cdot \vec{\underline{H}}^*) dV$$

KOMPLEKSNA RELACIJA:

$$P_N = \frac{1}{2} \oint_S \vec{\underline{N}} \vec{n} \, dS = -P_{g,sr} + j 2\omega (W_{e,sr} - W_{m,sr})$$

↳ prividna srednja snaga

$$P_{g,sr} = \mathrm{Re} \left\{ -\frac{1}{2} \oint_S (\vec{\underline{E}} \times \vec{\underline{H}}^*) \vec{n} \, dS \right\}$$

$$W_{m,sr} - W_{e,sr} = \mathrm{Im} \left\{ -\frac{1}{4\omega} \oint_S (\vec{\underline{E}} \times \vec{\underline{H}}^*) \vec{n} \, dS \right\}$$

11 JEDNADŽBE RAVNOG VALA

$\rho_s = J_s = \chi = 0$

- ravni val - rješenja koja ovise o vremenu i samo jednoj prostornoj varijabli (x - smjer)

$$\left.\begin{array}{l} \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \nabla \vec{D} = 0 \\ \nabla \vec{B} = \mu \nabla \vec{H} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta \vec{E} - \mu\varepsilon \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$E_y = E_z = 0 \; ; \quad \Delta E_x - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0$$

neka: $\vec{E} = E_x(z,t)\vec{a_x}$ → RAVNI VAL

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0}$$ → 1-D skalarna valna jdb

$$E_x(z,t) = A f(t - z\sqrt{\mu\varepsilon}) + B g(t + z\sqrt{\mu\varepsilon})$$

KONSTANTE LINEARNE KOMBINACIJE

f i g mogu biti npr.:
- $\cos[\omega(t - z\sqrt{\mu\varepsilon})]$
- $e^{-(t - z\sqrt{\mu\varepsilon})}$
- $(t + z\sqrt{\mu\varepsilon}) \cdot \sin(t + z\sqrt{\mu\varepsilon})$

} FUNKCIJE F i G PREDSTAVLJAJU PUTUJUĆI VAL

) PUTUJUĆI VAL – BRZINA ŠIRENJA VALA

– pretpostavimo za rješenje dif. jdb (iz zad 12) iduće:

$$f = (t - z\sqrt{\mu\varepsilon}) \cos[\omega(t - z\sqrt{\mu\varepsilon})]$$

– funkcija ima karakteristiku da je funkcija od z u proizvoljnom trenutku t jednaka funkciji od z u trenutku koji prethodi sa pomakom u +z za 1 ; drugim riječima imamo val koji se giba u smjeru +z sa brzinom $\left(\frac{1}{\mu\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}$ (1zzoD)

GIBANJE u +z : $f(t_1 - z_1\sqrt{\mu\varepsilon}) = f(t_2 - z_2\sqrt{\mu\varepsilon})$

$$\Rightarrow t_1 - z_1\sqrt{\mu\varepsilon} = t_2 - z_2\sqrt{\mu\varepsilon}$$

$$\Rightarrow c = \frac{z_2 - z_1}{t_2 - t_1} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

GIBANJE u −z : $g(t + z\sqrt{\mu\varepsilon})$

$$t + z\sqrt{\mu\varepsilon} = konst. \Rightarrow dt + dz\sqrt{\mu\varepsilon} = 0$$

$$c = \frac{dz}{dt} = -\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

13. VALNA IMPEDANCIJA

JAKOST, MAG. POLJA:

$$-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times \vec{E} \Rightarrow -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial t}\vec{a_y}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -A\sqrt{\mu\varepsilon} \cdot f'(t - z\sqrt{\mu\varepsilon}) + B\sqrt{\mu\varepsilon} \cdot g'(t + z\sqrt{\mu\varepsilon})$$

$$\vec{B} = -\vec{a_y}\int \frac{\partial E_x}{\partial t} dt = [A\sqrt{\mu\varepsilon} f(t - z\sqrt{\mu\varepsilon}) - B\sqrt{\mu\varepsilon} g(t + z\sqrt{\mu\varepsilon})]\vec{a_y}$$

$$\vec{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}[A f(t - z\sqrt{\mu\varepsilon}) - B g(t + z\sqrt{\mu\varepsilon})]$$

→ ako definiramo valnu impedanciju sredstva bez gubitaka kao

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \Rightarrow \vec{H} = H_y(z,t)\vec{a_y} = \frac{1}{Z}[A f(t - z\sqrt{\mu\varepsilon}) - B g(t + z\sqrt{\mu\varepsilon})]$$

→ označimo polja (električna i mag) u + i − smjeru:

$$H_y^+ = \frac{E_x^+}{Z} \quad ; \quad H_y^- = -\frac{E_x^-}{Z}$$

→ POYNTINGOV VEKTOR: $\vec{P}^+ = E_x^+\vec{a_x} \times H_y^+\vec{a_y} = \frac{(E_x^+)^2}{Z}\vec{a_z}$ – smjer snage usmjeren u +z smjeru (DIREKTNI VAL)

$\vec{P}^- = E_x^-\vec{a_x} \times H_y^-\vec{a_y} = -\frac{(E_x^-)^2}{Z}\vec{a_z}$ – smjer snage usmjeren u −z smjeru (INVERZNI VAL)

14 SINUSNI RAVNI VAL – VALNA DUŽINA I FAZNA KONSTANTA

$$\frac{d^2\vec{E}}{dt^2} = -\omega^2 \underline{E} \Rightarrow \Delta\underline{E} + \omega^2\mu\varepsilon\underline{E} = 0$$

↳ SKALARNA VALNA JDB U FAZORSKOJ DOMENI

$\vec{E} = \underline{E}_x(z,t)\vec{a_x}$ → PRETPOSTAVKA

$$\Rightarrow \frac{d^2\underline{E}_x}{dt^2} + \omega^2\mu\varepsilon\underline{E}_x = 0$$

RJEŠENJE U VREM. DOM. ; $\vec{E} = E_x(z,t)\vec{a_x} = \left[E_0^+\cos(\omega(t - z\sqrt{\mu\varepsilon}) + \varphi) + E_0^-\cos(\omega(t + z\sqrt{\mu\varepsilon}) + \varphi)\right]\vec{a_x}$

$$\vec{H} = H_y(z,t)\vec{a_y} = \left[\frac{E_0^+}{Z}\cos(\omega(t - z\sqrt{\mu\varepsilon}) + \varphi) - \frac{E_0^-}{Z}\cos(\omega(t + z\sqrt{\mu\varepsilon}) + \varphi)\right]\vec{a_y}$$

↳ slijedi iz $\nabla\times\vec{\underline{E}} = -j\omega\mu\vec{\underline{H}}$

→ FREKV: $f = \frac{\omega}{2\pi}$

→ VALNA DUŽINA: $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\mu\varepsilon}}$

→ FAZE: $\omega(t \pm z\sqrt{\mu\varepsilon}) + \varphi$;

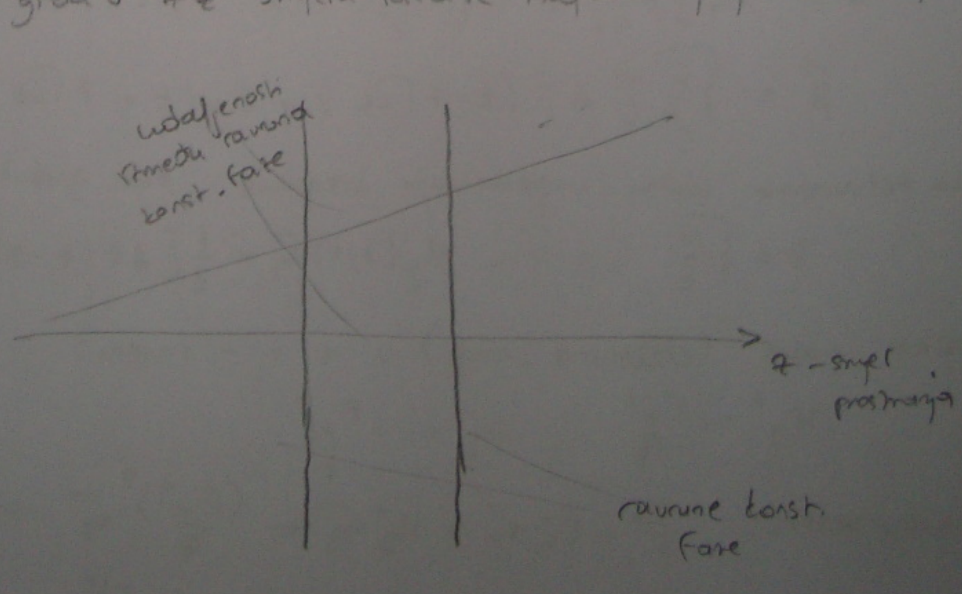
– promatrač se mora gibati istom brzinom $c = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$ da bi slijedio istu fazu, a tu brzinu zovemo fazna brzina ; $v_f = \lambda \cdot f$

$\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ → FAZNA KONSTANTA

– mjera brzine promjene faze sa udaljenošću u određenom trenutku

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad ; \quad v_f = \frac{\omega}{\beta}$$

– za val koji se giba u +z smjeru faza se najbrže mijenja u z smjeru



JEDNADŽBA VALA KOJI SE GIBA U PROIZVOLJNOM SMJERU

- promjene faze u smjeru koord. osi su manje od brzine kojom se faza mijenja u smjeru prostiranja koji je okomit na ravnine konst. faza

FAZA: $\omega t - (\beta_x x + \beta_y y + \beta_z z) + \varphi$

$$\vec{\beta} = \beta_x \vec{a_x} + \beta_y \vec{a_y} + \beta_z \vec{a_z}$$

$$\vec{r} = x\vec{a_x} + y\vec{a_y} + z\vec{a_z} \quad \text{- vektor položaja}$$

$$\Rightarrow \omega t - \vec{\beta}\vec{r} + \varphi \quad \text{tj.} \quad \vec{E} = \vec{E_0}\cos(\omega t - \vec{\beta}\vec{r} + \varphi)$$

FAZORI: $\underline{\vec{E}} = \vec{E_0} e^{j\varphi_e} e^{-j\vec{\beta}\vec{r}} = \underline{\vec{E_0}} e^{-j\vec{\beta}\vec{r}}$

- budući da su E i H u poprečnoj (transverzalnoj) ravnini:

$$\vec{E}\vec{\beta} = \vec{E_0}\vec{\beta} = \underline{\vec{E_0}}\vec{\beta} = 0 = \vec{H}\vec{\beta} = \vec{H_0}\vec{\beta} = \underline{\vec{H_0}}\vec{\beta}$$

$$\Rightarrow \vec{H} = \vec{H_0}\cos(\omega t - \vec{\beta}\vec{r} + \varphi) \quad ; \underline{\vec{H}} = \vec{H_0} e^{j\varphi_e} e^{-j\vec{\beta}\vec{r}} = \underline{\vec{H_0}} e^{-j\vec{\beta}\vec{r}}$$

VRIJEDI:

$$\frac{E_0}{H_0} = Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \frac{\omega\mu}{\omega\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{\omega\mu}{\beta} \Rightarrow \vec{H_0} = \frac{1}{\omega\mu}\vec{\beta}\times\vec{E_0}$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\omega\mu}\vec{\beta}\times\vec{E}$$

VALNE DULJINE: $\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \Rightarrow \lambda_x = \frac{2\pi}{\beta_x} \;;\; \lambda_y = \frac{2\pi}{\beta_y} \;;\; \lambda_z = \frac{2\pi}{\beta_z}$

FAZNE BRZINE: $v_f = \frac{\omega}{\beta} \Rightarrow v_{fx} = \frac{\omega}{\beta_x} \;;\; v_{fy} = \frac{\omega}{\beta_y} \;;\; v_{fz} = \frac{\omega}{\beta_z}$

(16.) STRUJA MAGNETIZIRANJA ZAVOJNICE

- struja koja poteče u praznom hodu kroz zavojnicu (ili transf.) s ferom. jezgrom spojenim na mrežu napona, struja koja je potrebna za održavanje mg. toka u sustavu
- ako je primarni namot spojen na U sinusnog napona, i tok u ferom. jezgri je sinusni

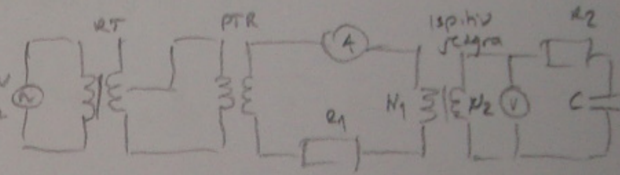
$$u_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \rightarrow \phi = \frac{1}{N_1} \int u_1 dt$$

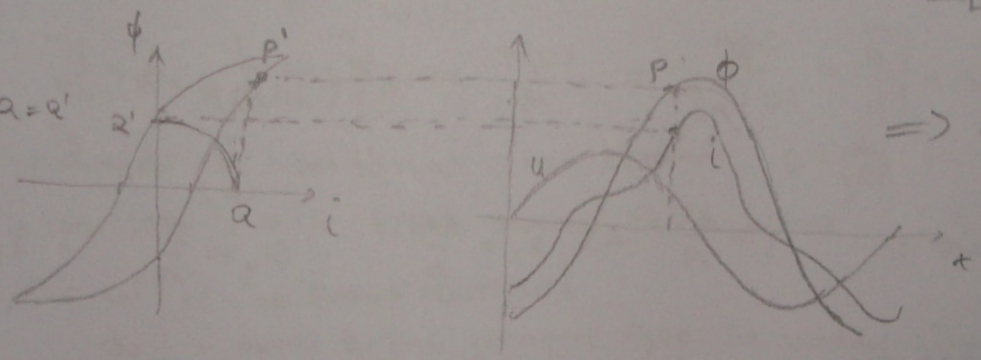
$$\oint \vec{H} d\vec{l} = N_1 i_1 \rightarrow i_1 = \frac{H l_{sr}}{N_1} \rightarrow ???$$ l - srednja duljina silnica u jezgri

$$B = \mu H$$

- budući da veza B i H nije linearna, sinusni valni oblik fje mag toka, a time i mag. ind. stvorit će vremenski periodičan, nesinusoidni valni oblik $\vec{H}$
- struja magnetiziranja može se konstruirati grafički pomoću histereze i poznatog napona

prikazujemo u $\Phi - I$ dijagram
$B \sim \Phi$, $H \sim I$





=> KOD ZAVOJNICE ILI TRANSFORMATORA S FEROMAG. JEZGROM

- struju potrebnu za održavanje mag toka određujemo grafički:
  - za neki mag. tok P u t pronađemo P' i pripadajuću struju Q (na ordinati vrem dijagrama Q=Q' daje trenutnu vrijednost struje)
- struja i sastavljena od 2 komponente:
  1) uzrokovana konačnom mag. vodljivošću jezgre (u fazi sa Φ, pomaknut za 90° sa naponom)
     ↳ EFEKTIVNA STRUJA MAGNETIZIRANJA
  2) povezana sa gubicima zbog histereze i vrtložnih struja (u fazi sa U)

- u pokusu: struju kroz 1 zavojnicu (primar) određujemo osciloskopiranjem napona na otporniku R_1

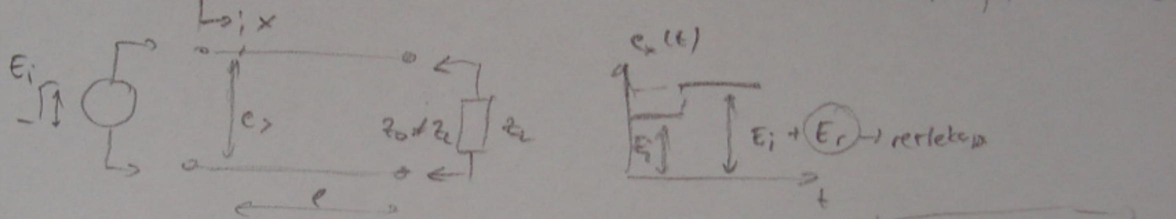
ODREĐIVANJE DIELEKTRIČNE KONST. IZOLACIJE KOAKSIJALNOG KABELA MJERENJEM BRZINE PROSTIR.

$$\frac{d^2\vec{E}}{dz^2} - \mu\varepsilon\frac{d^2\vec{E}}{dt} = 0 \qquad\qquad v_T = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

$$\frac{d^2\vec{H}}{dz^2} - \mu\varepsilon\frac{d^2\vec{H}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = 3\cdot10^8\ \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_F = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} \quad ; \mu = \mu_0$$

- ukoliko je linija zaključena karakt. impedancijom, neće doći do refleksije signala, ukoliko nije zaključena (↳ različita je od karakt. imp) doći će do refleksije
- u posebnom slučaju otvorene linije ($Z_T = \infty$), na liniji bez gubitaka doći će do potpune refleksije
- za $\mu = \mu_0$, mjerenjem vremena između početka pobudnog impulsa i refleksije na otvorenoj liniji poznate duljine, možemo odrediti brzinu širenja valova u sredstvu



↳ vrijeme T $\quad \Rightarrow v_F = \frac{l}{T}$; $\boxed{\varepsilon_r = \left(\frac{c}{v_F}\right)^2}$

(18) MJERENJE PROMJENE MAG. TOKA POMOĆU ELEKTROMAGNETSKE INDUKCIJE

$u = \frac{d\psi}{dt}$ → inducirani napon u zavojnici

$i = \frac{d\psi}{dt}\cdot\frac{1}{R}$ → otp. žice + vanjski otp.

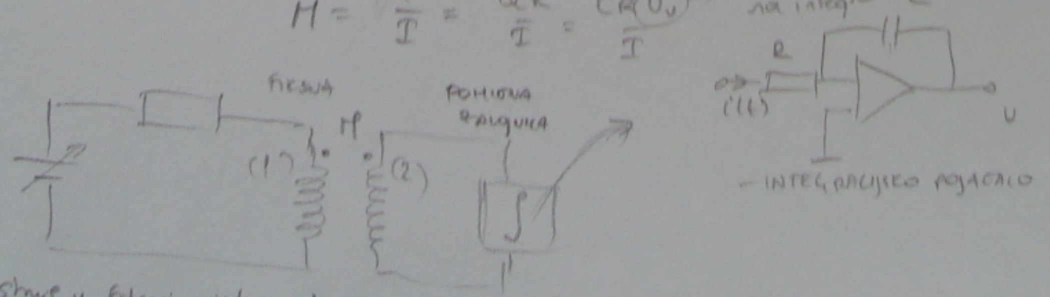
$Q = \int i\,dt = \frac{1}{R}\int\frac{d\psi}{dt}dt = \frac{1}{R}\int d\psi = \frac{1}{R}(\psi_2 - \psi_1) = \frac{1}{R}\Delta\psi$ → uk. promjena ulančanog mag toka

uk. naboj koji protječe krugom

$$\Delta\psi = QR$$

- ako je struja na početku bila 0, onda možemo odrediti sam ulančani tok, a time i međuind.

$$M = \frac{\psi}{I} = \frac{QR}{I} = \frac{CR\,U_u}{I}$$ → izlazni napon na integratoru



- promjena struje u fiksnoj inducirat će napon u pomičnoj (2)

(19) ODREĐIVANJE MEĐUIND. SUSTAVA ZAVOJNICA NA TEMELJU MJERENJA EKVIVALENTNOG INDUKTIVITETA SERIJSKOG SPOJA

$$M = \frac{\Psi_{12}}{I_1} = \frac{\Psi_{21}}{I_2}$$

Ψ_{12} - ulančani mag. tok kroz zav. 2 stvoren sa I_1

- ukoliko imamo dvije međuinduktivitetno povezane zavojnice serijski spojene i ako kroz zavojnice prolazi struja $i(t)$, napon na serijskom spoju će biti:

$$u = L_1 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt} = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} \pm 2M \frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow u = L_{ekv} \frac{di}{dt} \quad ; \quad L_{ekv} = L_1 + L_2 \pm 2M$$

- na ovaj način možemo mjerenjem ekvivalentnog induktiviteta odrediti M zavojnica
- zavojnice treba spojiti u seriju i mjeriti im induktivitet
- nakon toga treba jednu zavojnicu prespojiti uz zamjenu stezaljki
- ukoliko su se mag. tokovi poništavali, sada će se potpomagati i obrnuto
- ukoliko od većeg L_{ekv} oduzmemo manji dobivamo:

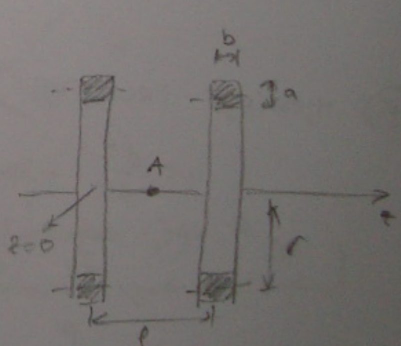
$$\Delta L_{ekv} = L_1 + L_2 + 2M - L_1 - L_2 + 2M = 4M$$

veća izmjerena vrijednost

$$\boxed{M = \frac{\Delta L_{ekv}}{4} \quad ; \quad M = \frac{L_{ekv} - L_1 - L_2}{2}}$$

(20.) HELMHOLTZOVI SVITCI

- koriste se za precizno dobivanje uniformnih mag. polja
- u velikom dijelu prostora polje se na njihovoj osi značajnije ne mijenja
- koriste se za generiranje vremenski stalnih mag. polja i promjenjivih polja niskih frekvencija



$\Rightarrow$ ako je $r = l$ i $a \approx b << r$ - svitci se mogu razmatrati kružnicama

$$B_A(z) = \frac{\mu_0 N I}{2} r^2 \left[\frac{1}{(z^2 + r^2)^{3/2}} + \frac{1}{[(z-r)^2 + r^2]^{3/2}} \right]$$

$$B_A = 2\mu_0 \frac{NI}{2} \cdot \frac{r^2}{(r^2 + (\frac{r}{2})^2)^{3/2}} = \mu_0 \frac{NI}{r} \cdot \frac{8}{5\sqrt{5}} = 0{,}72 \mu_0 \frac{NI}{r}$$

ANALIZA HOMOGENOSTI:

$$f_1(z) = z^2 + r^2$$
$$f_2(z) = (z-r)^2 + r^2 \Rightarrow B_z(z) = \frac{\mu_0 N I}{2} r^2 \left[\frac{1}{f_1(z)^{3/2}} + \frac{1}{f_2(z)^{3/2}} \right]$$

$$\frac{dB}{dz} = \frac{\mu_0 N I}{2} r^2 \left(\frac{-3z}{f_1(z)^{5/2}} + \frac{(-3)(z-r)}{f_2(z)^{5/2}} \right)$$

$$\frac{d^2B}{dz^2} = \frac{\mu_0 N I}{2} 3r^2 \left[\frac{-1}{f_1(z)^{5/2}} + \frac{(-1)}{f_2(z)^{5/2}} + \frac{5z^2}{f_1(z)^{7/2}} + \frac{5(z-r)^2}{f_2(z)^{7/2}} \right]$$

$$A\left(0, 0, \frac{r}{2}\right) \rightarrow f_1(z) = f_2(z) = \frac{5}{4} r^2 \quad ; \quad \frac{dB}{dz} = \frac{d^2B}{dz} = 0$$

- zaključujemo da je polje u neposrednoj blizini A vrlo blizu homogenog !