

MEĐUISPIT
21.11.2022.

1. (10 bodova) Na polici je poredano 5 različitih knjiga iz matematike i 5 različitih knjiga iz fizike. Odredite vjerojatnosti sljedećih događaja:

- (a) na početku i na kraju reda se nalazi knjiga iz matematike,
- (b) knjige iz iste struke nalaze se jedna do druge,
- (c) knjige su naizmjenice raspoređene, tj. nikoje dvije knjige iz iste struke nisu susjedne.

2. (10 bodova)

- (a) Neka su A, B, C događaji. Uz pretpostavku da su sve uvjetne vjerojatnosti dobro definirane, dokažite

$$\mathbb{P}(B \cup C \mid A) = \mathbb{P}(B \mid A) + \mathbb{P}(C \mid A) - \mathbb{P}(B \cap C \mid A).$$

- (b) Na ulazu u zgradu nalaze se 3 automata za kavu. Jedan je neispravan, jedan uvijek radi, a jedan radi s vjerojatnošću 0.5. S tri kovanice po 5 kn u džepu, Matko želi utvrditi koji je automat potpuno ispravan. Ako je isprobao prvi i nije radio, a zatim drugi dvaput za redom od čega je oba puta radio, kolika je vjerojatnost da je drugi automat potpuno ispravan?

3. (10 bodova) Slučajni vektor (X, Y) dan je zakonom razdiobe:

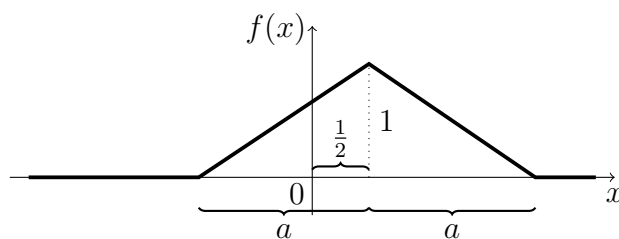
$X \setminus Y$	-1	0	1
-1	0	$\frac{1}{4}$	0
0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
1	0	$\frac{1}{4}$	0

- (a) Izračunajte koeficijent korelacije slučajnih varijabli X i Y .
 - (b) Jesu li slučajne varijable X i Y nezavisne? Dokažite svoj odgovor.
 - (c) Jesu li slučajne varijable $X + Y$ i $X - Y$ nezavisne? Dokažite svoj odgovor.
4. (10 bodova) Pokus se sastoji od istovremenog bacanja novčića i igraće kocke. Pokus ponavljamo sve dok se ne pojavi pismo na novčiću ili šestica na kocki, to jest, barem jedan od ta dva događaja. Neka slučajna varijabla X označava ukupan broj ponavljanja pokusa, a Y ukupan broj pokusa u kojima je na novčiću pala glava.
- (a) Odredite očekivanje slučajne varijable X .
 - (b) Odredite očekivanje slučajne varijable Y .

OKRENITE STRANICU!

5. (10 bodova)

- (a) Dokažite da za funkciju razdiobe F_X slučajne varijable X vrijedi $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0$.
- (b) Funkcija gustoće slučajne varijable X zadana je grafom:



- i. Izračunajte $\mathbb{E}(X^3)$.
- ii. Odredite gustoću slučajne varijable $Y = X^2 + 1$.

Napomena: Ispit se piše **120 minuta**. Dozvoljena je upotreba kalkulatora. Nije dopuštena upotreba podsjetnika kao ni drugih materijala.