AMI 15/16

① a) Opiši bazični mutacijsko-selekcijski postupak

$F(x)$ – f-ja SPOSOBNOSTI PREŽIVLJAVANJA  $\vec{x}$ – kromozom

ALG ① ODABIR SLUČ. POČ. KROM. $\vec{x}$ ② $F(\vec{x}) = ?$
③ PROMJENA $\vec{x} \to \vec{x}' = \vec{x} + \delta$, $\delta \to$ PRIMITIVNA MUTACIJA, PRI ČEMU JE VARIJACIJA $\delta = \lambda \vec{z}$, UZ $\vec{z} \in [-1, 1]$ VEKTOR SLUČ. BR. JEDNAKO RASPOREĐENIH U HIPERKVADRATU. $\lambda$ – DULJINA KORAKA
④ $F(\vec{x}') = ?$ ⑤ $d = F(\vec{x}') - F(\vec{x}) = ?$ ⑥ IF $d > 0$, $\vec{x} = \vec{x}'$ (PRIMITIVNA SELEKCIJA)
⑦ AKO NIJE ISPUNJEN KRIT. PREKIDA, POVRATAK NA ③

③, ⑥ → DARVINOVO NAČELO PROBIRKE NAJBOLJIH
⑦ → KRIT. PREKIDA: i) NEDOSTIZANJE UNAPRIJED ZADANE GRANICE POGR. $|\delta| < \varepsilon$
ii) DOSEGNUT MAX BROJ ITERACIJA

OSIGURAVA DOSTIZANJE LOK. MAX!

b) $F(x) = x^3 - e^3$; $x_0 = 4$, $T_0 = 2.8$, $\delta_n = (-3, -2, -1)$, $z_n = (0.2, 0.7, 0.8)$
PROVESTI MUT. SEL. POST. KROZ OVA 3 KORAKA, TE U SVAKOM SMANJITI TEMP ZA 0.5

1 ① $x_0 = 4$ ② $F(x_0) = 43.9145$ ③ $x' = x_0 + \delta_0 = 4 - 3 \longrightarrow x' = 1$
④ $F(x') = -19.086$ ⑤ $d = F(x') - F(x) = -63 < 0$

NOVI KORAK U MODIF. POST. → ⑥ ODREĐIVANJE UTJECAJA TEMPERATURE T

6.1 $p(d) = \dfrac{1}{1 + e^{-d/T}} = 1/(1 + e^{-63/2.8})$ $p(d) = 1.7 \times 10^{-10}$

6.2 $z_0 = 0.2$

6.3 $z_0 < p(d)$ ? $0.2 < 1.7 \times 10^{-10}$ ? NE  $x_1 = x_0 = 4$

6.4 $T_1 = T_0 - 0.5$  $T_1 = 2.3$

2 $x_1 = 4$  $T_1 = 2.3$  $\delta_1 = -2$  $z_1 = 0.7$  $F(x) = x^3 - e^3$

① $x_1 = 4$ ② $F(x_1) = 43.9145$ ③ $x' = x - 2 = 2$  $x' = 2$ ④ $F(x') = -12.086$
⑤ $d = -56$ ⑥ 6.1 $p(d) = 2.7 \times 10^{-11}$ 6.2 $z_1 = 0.7$ 6.3 $z_1 < p(d)$ = ? NE $x_2 = 4$
6.4 $T_2 = 1.8$

3 $x_2 = 4$  $T_1 = 1.8$  $\delta_2 = -1$  $z_2 = 0.8$

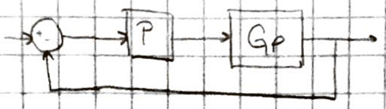
① $x_2 = 4$ ② $F(x_2) = 43.9145$ ③ $x' = x - 1 = 3$  $x' = 3$ ④ $F(x') = 6.91$ ⑤ $d = -37$
⑥ 6.1 $p(d) = 1.2 \times 10^{-9}$ 6.2 $z_2 = 0.8$ 6.3 $z_2 < p(d)$ ? NE  $x_3 = 4$ 6.4 $T = 1.3$

ISPUNJEN KRIT. PREKIDA → DOSEGNUT MAX BR. ITERACIJA $i = 3$

② $G_P(s) = \frac{1}{2s(1+0.5s)}$ DODATI $\boxed{P}$ I ZATVORITI KRUG $\sigma \leq 30\%$ POČ. POP. $K_r(0) - (1.2, 2.1, 3.3)$

DOBIVENE SU F-je NADVIŠENJA I $t_m$ U OVISNOSTI O $\zeta$ I $\omega_n$. $K = 3$

$\sigma = 100\, e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$ $t_m = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$



$G = \frac{PG_P}{1+PG_P} = \frac{\frac{K}{2s(1+0.5s)}}{\frac{2s(1+0.5s)+K}{2s(1+0.5s)}} = \frac{K}{2s+s^2+K} = \frac{K}{s^2+2s+K} = \frac{1}{\underbrace{\frac{1}{K}}_{\frac{1}{\omega_n^2}}s^2+\underbrace{\frac{2}{K}}_{\frac{2\zeta}{\omega_n}}s+1}$

$\boxed{\begin{aligned}\omega_n &= \sqrt{K}\\ \zeta &= 1/\sqrt{K}\end{aligned}}$ $\frac{2\zeta}{\omega_n} = \frac{2}{K}$ $\zeta = \frac{\omega_n}{K} = \frac{\sqrt{K}}{K} = \frac{1}{\sqrt{K}}$

$\sigma = 100\, e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$ $100\,e^{\frac{-\frac{\pi}{\sqrt{K}}}{\frac{\sqrt{K-1}}{\sqrt{K}}}} = 100\, e^{\frac{-\pi}{\sqrt{K-1}}} \leq 30$ $e^{\frac{-\pi}{\sqrt{K-1}}} \leq 0.3$

$\frac{-\pi}{\sqrt{K-1}} \leq \ln 0.3$

$\frac{\sqrt{K-1}}{-\pi} \geq \frac{1}{\ln 0.3}$ $\sqrt{K-1} \leq \frac{-\pi}{\ln 0.3}$

$K \leq \left(\frac{-\pi}{\ln 0.3}\right)^2 + 1$

$\boxed{K \leq 7.809}$

$\underbrace{K \in [1, 7.809]}_{\text{ograničenje na } K}$

ili $[0, 7.809]$

min

$2^m < |K_{max} - K_{min}| \cdot 10^k < 2^{m+1}$

$2^m < 6.809 \cdot 10^3 < 2^{m+1}$

$2^m < 6809 < 2^{m+1}$

$\underset{(4096)}{2^{12}} < 6809 < \underset{(8192)}{2^{13}}$

$m+1 = 13$ → Br. bitova mora biti $\underline{\underline{13}}$

## a) Genotip populacije ?

↳ Pretvorba u bin. kod

Fenotip ⇒ $K_r(0) = \underbrace{(1.2, 2.1, 3.3)}$

Potrebno svaki kodirati s 13 znamenki ?

$|K_{max} - K_{min}| = 6.809$

REZOLUCIJA $= |K_{max} - K_{min}| / 2^{m+1}$ REZ $= 8.312 \times 10^{-4}$

$\boxed{1.2}$ : $\frac{1.2}{REZ} = 1443.7 \approx 1444$ → BIN = 0010110100100

$\boxed{2.1}$ : $\frac{2.1}{REZ} = 2526.54 \approx 2527$ → BIN = 0100111011111

$\boxed{3.3}$ : $\frac{3.3}{REZ} = 3970.27 \approx 3970$ → BIN = 0111110000010

GENOTIP POPULACIJE $K_r(0) = \begin{bmatrix} 0010110100100 \\ 0100111011111 \\ 0111110000010 \end{bmatrix}$

## b) $F(K_r)$ za minimizaciju $t_m$ = ?

$t_m = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{\sqrt{K}\sqrt{1-\frac{1}{K}}} = \frac{\pi}{\sqrt{K}\frac{\sqrt{K-1}}{\sqrt{K}}} = \frac{\pi}{\sqrt{K-1}} \to t_m$

→ želimo s $F(k_r)$ minimizirati $t_m$, dok $F(k_r)$ sam po sebi želimo maksimalan, pa uzimamo inverz

$F(K_r) = \left(\frac{\pi}{\sqrt{K-1}}\right)^{-1}$

c) Provesti jednotočkasto križanje na najboljim jedinkama i mutaciju na jednom bitu jednog od potomaka

| JEDINKA | GENOTIP | NORM. SPOS. | $F(x)$ | | $f = \frac{F(x)}{F_{max}} \cdot 0.8$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $X_1^0$ | 0010110100100 | 0.385 | 0.142 | | 0.174 |
| $X_2^0$ | 0100111011111 | 0.692 | 0.334 | DVIJE | 0.402 |
| $X_3^0$ | 0111110000010 | 0.462 | 0.483 | NAJBOLJE | 0.582 |

$\bar{f} = 0.5$

$\leftarrow z = 7$ npr.

→ JEDNOTOČKASTO KRIŽANJE NA NAJBOLJIM JEDINKAMA $(X_1^0, X_3^0)$ npr. $z = 7$

| JEDINKA | GENOTIP | NORM. SPOS. |
|---|---|---|
| $X_1^{0'}$ | 0010110100100 | 0.385 |
| $X_2^{0}$ | 0100111000010 | 0.385 |
| $X_3^{0'}$ | 0111110011111 | 0.769 |

$\bar{f} = 0$

→ MUTACIJA NA JEDNOM BITU JEDNOG OD POTOMAKA

| JEDINKA | GENOTIP | NORM. SPOS. |
|---|---|---|
| $X_1^{0'}$ | 0010110100100 | 0.385 |
| $X_2^{0}$ | 0100111000010 | 0.385 |
| $X_3^{0''}$ | <u>1</u>111110011111 | 0.846 |

$\bar{f} = 0.539$

$$\text{BIN} \rightarrow \text{REAL} \qquad X = \underbrace{X_{min} + \frac{|X_{max} - X_{min}|}{2^{m+1} - 1} \sum_{i=0}^{m} b_i 2^i}^{1 + \frac{6.809}{2^{13} - 1} \sum b_i 2^i}$$

$K_1^1 = 2.2 \qquad K_2^1 = 3.076 \qquad K_3^1 = 7.729$ — NOVA POPULACIJA

## 3 a) HOOKE - JEEVES

- HOOKE - JEEVES metoda je klasična metoda traženja koja ne koristi gradijente (neposredan postupak bez rač. gradijenta)

CIKLIČKI UZORKUJE PROSTOR PARAMETARA PREMA ODREĐENOM UZORKU, ISPITUJE LOKALNI SMJER PORASTA, TE NASTAVLJA TRAŽENJE USMJERENO TOG PORASTA

U principu se radi o ISPITIVANJU VR. F-je CILJA $F(\vec{x})$ S OBZIROM NA VR $\vec{x} \in S \subseteq \mathbb{R}^n$

npr. komp. $x_1 \in \vec{x}$ uvećamo za $\lambda$, gdje je $\lambda$ = DULJINA KORAKA.
Funkcija cilja je tad $F(x_1+\lambda, x_2, \dots, x_n)$. ISPITUJEMO:

i) $F(x_1+\lambda, x_2, \dots, x_n) > F(\vec{x})$ ? Ako DA $\rightarrow \vec{x}^1 = [x_1+\lambda, x_2, \dots, x_n]^T$
SMJER TRAŽENJA USPJEŠAN

ii) NE ? Probamo $F(x_1-\lambda, x_2, \dots, x_n) > F(\vec{x}) \rightarrow$ AKO DA, smjer traž. uspješan)
$\vec{x}^1 = [x_1-\lambda, x_2, \dots, x_n]^T$

iii) NE I OVO ? Ostavljamo $\vec{x}^1 = \vec{x}$

iv) Prelazimo na $\vec{x}^2$, vraćamo se na i) $(x_2 \pm \lambda)$ do $x^n$ $(x^n \pm \lambda)$

$\Rightarrow$ POSTUPAK ODREĐIVANJA MAX F-je CILJA $F(x)$ PREMA HOOKE-JEEVES-u

1) Odredi poč. točku $\vec{x}$, duljinu koraka $\lambda$, i $\alpha \in (0,1)$

2) Ispitaj $\vec{x}$ duljinom koraka $\lambda$ i usporednom vrijednošću $F(\vec{x})$. (POSTUPAK GORE) Ako je na kraju postupka $\vec{x}^n = \vec{x}$, odnosno nije postignuto poboljšanje s $\lambda$, postavlja se $\lambda := \alpha\lambda$, vraćamo se na 2) i ponavljamo postupak. Ako $\vec{x} \neq \vec{x}^n$, odnosno došlo je do poboljšanja nastavljamo s 3).

PROMJENA POČ. TOČKE ISPITIVANJA

3) Ispitati $\boxed{(\vec{x}^n - \vec{x}) + \vec{x}^n}$ sa (starim) $\lambda$ i usporediti s $F(\vec{x}^n)$.

AKO JE $\boxed{(\vec{x}^n + (\vec{x}^n - \vec{x})) = (\vec{x}^n + (\vec{x}^n - \vec{x}))^n}$ ONDA $\boxed{\begin{matrix}\vec{x} = \vec{x}^n, \\ \lambda = \alpha\lambda\end{matrix}}$

VRATITI SE NA 2), INAČE NASTAVI S 3).

MAX PRONAĐEN AKO JE $\vec{x} = \vec{x}^n$ PREMA 2. I AKO JE $\lambda$ POSTAO DOVOLJNO MALIM.

## b) OSNOVNA STRUKTURA GA

ay Promijeniti svojstva početne populacije kroz više generacijskih ciklusa kako? Tako da se mutacijom i križanjem u populaciji dobije ona jedinka koja predstavlja najbolje rješenje

1. Postavljanje poč. populacije P koja je sastavljena od jedinki $X_i$ uz $i \in [1, N]$
2. Ispitivanje sposobnosti $F(X_i)$ svih jedinki iz P
3. SELEKCIJA PAROVA roditelja iz P za stvaranje sljedeći generacije $P' := \text{Selekcija}(P)$
4. Stvaranje populacije potomaka pomoću genetičkih operatora: $P'' := \text{Križanje}(P')$ i $P''' := \text{Mutacija}(P'')$
5. Određivanje sposobnosti svih jedinki u $P := P'''$
6. Povratak na 3 dokle god se ne ispune uvjeti prekida

## c) 3 gradijentne metode učenja neuronskih mreža

dijele se prema načinu određivanja smjera traženja minimuma

UČENJE NM → REKURZIVNI ALG → NEREKURZIVNI ALG. → POSTUPCI IZRAVNOG TRAŽENJA MIN / GRADIJENTNI POSTUPCI

GRADIJENTNI POSTUPCI:

1. POSTUPCI NAJBRŽEG SPUSTA
2. KONJUGIRANI POSTUPCI
3. NEWTONOVI POSTUPCI (LEVENBERG-MARQUARDTOV ALG)
4. KVAZI NEWTONOVI ALG.

OPĆENITO

duljina koraka učenja; smjer traženja

$$\boxed{\Theta(k+1) = \Theta(k) + \Delta\Theta(k) = \Theta(k) + \alpha(k)\, S_d(k)}$$

### 1. ALGORITAM NAJBRŽEG SPUSTA

$$\boxed{S_d(k) := -\nabla \mathcal{V}(\Theta(k))}$$

$$\boxed{\Theta(k+1) = \Theta(k) - \alpha(k) \nabla \mathcal{V}(\Theta(k))}$$

Jednadžba se izvodi iterativno jer je nemoguće min. f-je pronaći u jednom koraku.

$\mathcal{V}(\Theta)$ = KRITERIJSKA F-ja ; $\nabla \mathcal{V}(\Theta)$ = GRAD. KRIT. F-je → VEKTOR U SMJERU NJEZINOG NAJVEĆEG LOKALNOG POREMEĆAJA

$\nabla \mathcal{V}(\Theta(k+1))$ ortogonalan je prethodnom smjeru traženja

IZBOR KOEF. UČENJA $\alpha$
- → $\alpha > \emptyset$ KAKO BI SE OSIGURALA KONVERGENTNOST ALGORITMA
- → $\alpha \ll$ alg. konvergira presporo
- → $\alpha \gg$ može doći do pojave parazitnih oscilacija u okolini minimuma, ili može uzrokovati divergenciju alg.

(−) Velika vjerojatnost zaglavljenja u LOK. MIN

(+)
- Jednostavan, zahtjeva manje računske moći i manje prostora od ostalih algoritama
- Paralelna struktura (zasebna jedn. za učenje svakog parametra mreže)

2 3 →

## (2) KONJUGIRANI GRAD. ALG.

$$\boxed{S_d(k) := -\nabla \mathcal{J}(\Theta(k)) + \beta(k)\, S_d(k-1)}$$

skalarni param. koji osigurava konjugiranost

NOVI SMJER TRAŽENJA BIRA SE TAKO DA BUDE KONJUGIRAN PRETHODNIM SMJEROVIMA TRAŽENJA

→ Na ovaj se način znatno smanjuje potreban broj iteracija za određivanje min. krit. f-je $\mathcal{J}(\Theta)$

KVADRATNO KONVERGENTAN ALG. (jer mu za pronalaženja minimuma kvadratne funkcije treba određeni broj iteracija $n(\Theta)$) (IDEALNO, da su sa konjugirani odnosu na Hessian)

- $\boxed{\beta(k)}$ određuje se iz uvjeta da $S_d(k)$ i $S_d(k-1)$ budu konjugirani u odnosu na Hessian matricu.

$S_d(k)$ i $S_d(k-1)$ konj. u odnosu na $\vec{H}$ za ⇒ $\boxed{S_d^T(k)\, \vec{H}\, S_d(k-1) = \emptyset}$

simetrična

$$\beta(k) = \frac{\left[\nabla \mathcal{J}(\Theta(k)) - \nabla \mathcal{J}(\Theta(k-1))\right]^T \nabla \mathcal{J}(\Theta(k))}{S_d^T(k-1)\left[\nabla \mathcal{J}(\Theta(k)) - \nabla \mathcal{J}(\Theta(k-1))\right]}$$

- $\boxed{\alpha(k)}$ - određuje se nekim od postupaka minimizacije f-je jedne var. (zlatni rez) (KUBNA INTERPOL. FUNKCIJE)

$$\boxed{\mathcal{J}(\alpha(k)) = \mathcal{J}(\Theta(k) + \alpha(k)\, S_d(k))}$$ → Potrebno minimizirati za $\alpha$

- $\boxed{S_d(0) = -\nabla \mathcal{J}(\Theta(0))}$ → POČ. SMJER TRAŽENJA
- Alg. se ponovo pokreće nakon svakih $n(\Theta)$ iteracija

---

## (3) NEWTONOVI ALG.

$$\boxed{S_d(k) := -\left[\nabla^2 \mathcal{J}(\Theta(k))\right]^{-1} \nabla \mathcal{J}(\Theta(k))}$$

Za određivanje smjera traženja minimuma krit. f-je koriste inf. o 1. i 2. parc. derivac. Zasnivaju se na $\underbrace{\text{KVADRATNOJ APROX.}}_{\text{Razvoj u Tay. red uz zanemarenje 3+ potencija}}$ KRIT. F-JE U OKOLINI TOČKE $\Theta(k)$

$$\Rightarrow \boxed{\Theta(k+1) = \Theta(k) - \underbrace{\left[\nabla^2 \mathcal{J}(\Theta(k))\right]}_{\vec{H}}^{-1} \nabla \mathcal{J}(\Theta(k))}$$

→ ITERATIVAN IZRAZ ZA RAČ. VR. PARAM. MREŽE UZ UVJET DA POSTOJI $H^{-1}$

$$\vec{H} = \nabla^2 \mathcal{J}(\Theta(k))$$

- Ako je $\mathcal{J}(\Theta)$ kvadratnog oblika, dovoljna je JEDNA ITER. za pronalaženje njenog min.
- NEWT. ALG. IMAJU KVADRATNU KONVERGENCIJU (brža konverg.)
- Općenito je $\mathcal{J}(\Theta)$ složenijeg oblika pa treba više iteracija, ali daleko manje nego za alg. najbržeg spusta ili za konjugirani grad. alg.

→ $\mathcal{Y}(\Theta)$ mora biti STROGO KONVEKSNA, kako bi $\bar{H}$ matrica bila $\succ \emptyset$ jer bi u protivnom alg. mogao DIVERGIRATI.

∘ LEVENBERG – MARQUARDTOV ALG. – koristimo za određivanje aproksimacijske matrice koja je $\succ 0$ na čitavom podr. vrijednosti krit. fje $\mathcal{Y}(\Theta)$, a zadržava svojstvo kvadratne konvergentnosti.

$$\underbrace{\check{H}(\Theta(k))}_{\succ \emptyset} = \underbrace{J^T(\Theta(k)) \cdot J(\Theta(k))}_{\tilde{H}(\Theta(k)) \succ \emptyset} + \frac{1}{\varphi} \begin{bmatrix} e_1 & 0 & 0 \\ 0 & e_2 & 0 \\ 0 & & \vdots \\ 0 & 0 & e_{n(\theta)} \end{bmatrix}$$

DOVOLJAN UVJET DA ALG. NE DIVERGIRA,

ali može biti loše kondicionirana ako je $n(\Theta) \gg$ ili ml. podaci nisu dovoljno informativni.

$\frac{1}{\varphi} = \mu$ $\quad e_i = 1 \implies$ $\boxed{\check{H}(\Theta(k)) = \underbrace{J^T(\Theta(k))\, J(\Theta(k)) + \mu I}_{\tilde{H}(\Theta(k))}}$

$\boxed{\mu(k) = \mu_d \mu(k-1)}$

koef. smanjenja

∘ Ako se $\mathcal{Y}(\Theta(k))$ ↓, $\mu(k) = $ opt., prelazak na slj. iterac.

∘ –u– $\mathcal{Y}(\Theta(k))$ ↑, $\mu(k) = \mu(k) \cdot \mu_i$ – koef. povećanja $> 1$

$\mu(k)$ se povećava iteratimo dok se $\mathcal{Y}(\Theta(k))$ ↓

osigurava se kvadratna konvergentnost

$\mu(k) \ll$ → LEVENBERG-MARQUARDTOV ALG. $\approx$ GAUSS-NEWT. ALG.

$\mu(k) \gg$ → LEV.-MARQ. ALG. $\approx$ ALG. NAJBRŽEG SPUSTA s $\alpha = 1/\mu$

osigurava se konvergencija alg. iz bilo koje poč. točke

d) IZRAZ ZA RAČ. BR. PARAM U NM? IZR. KOLIKO PARAM. IMA MREŽA: 91 ul, 7 NEURONA U SKRIVENOM te 2 IZLAZA

$$\boxed{n(\Theta) = \sum_{l=1}^{L} n(l)\left[n(l-1)+1\right]}$$

$L = 2$ (skriveni + izlaz)

$n(0)$ – br. param u ul. sloju $\quad n(0) = 91$, $n(1) = 7$, $n(2) = 2$

$$n(\Theta) = n(1)\left[n(0)+1\right] + n(2)\left[n(1)+1\right]$$

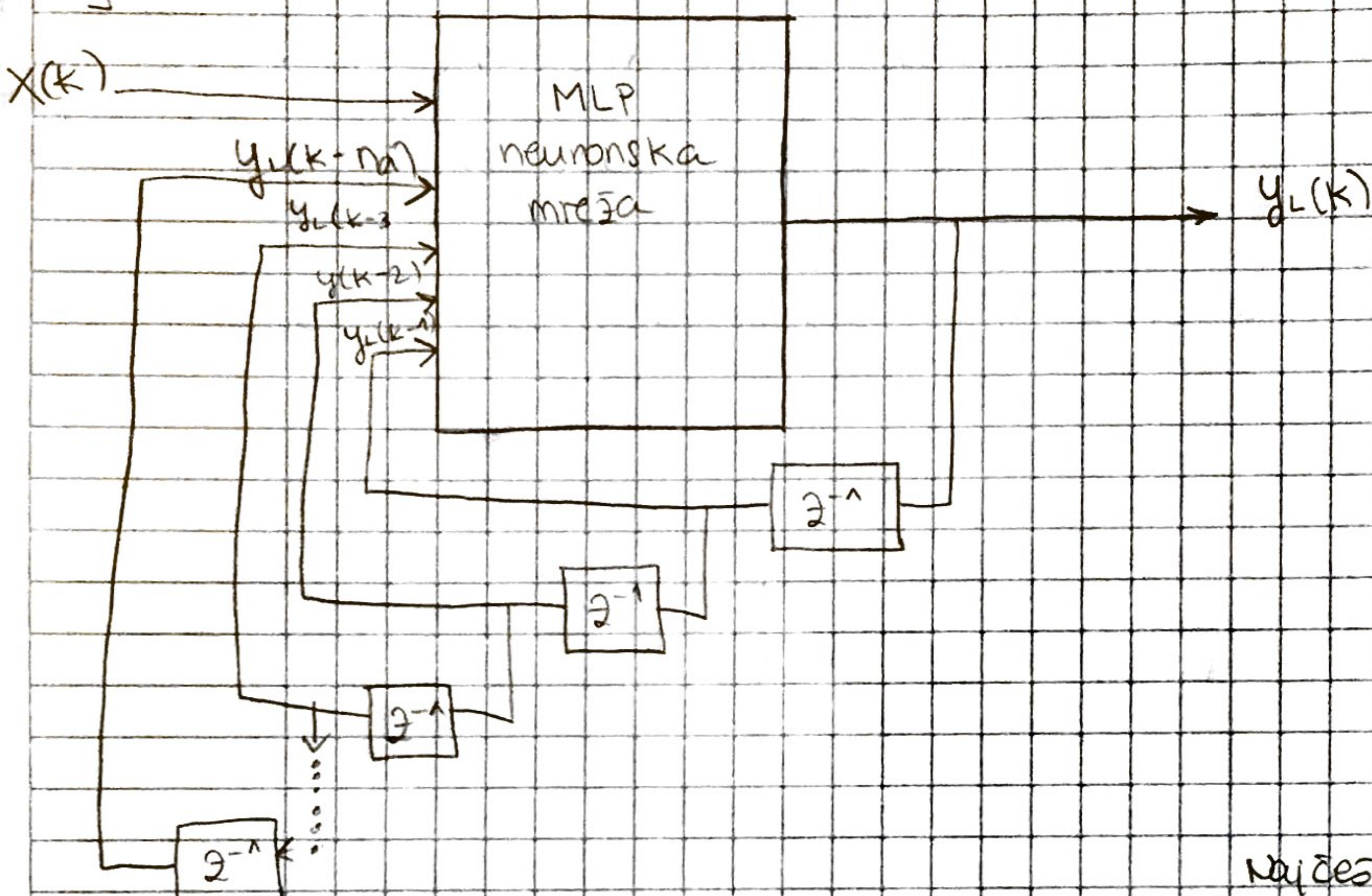
$$= 7(92) + 2(8)$$

$$n(\Theta) = 660$$

## e) NARX STRUKTURA

NARX NM razlikuje se od MLP NM-e kojoj je izvana dodano povratno djelovanje i to tako da se na ulaz mreže dovode vr. izl. signala mreže iz prethodnog koraka uzorkovanja.

UČENJE SLOŽENO (ZBOG POVR. DJ.)




Najčešće se koriste za primjenu u identifikaciji i upravljanju nelin. dinam. procesa

## f) RAZLIKA IZMEĐU RBF i MLP MREŽA?

MLP - VIŠESLOJNE PERCEPTRONSKE MREŽE
- Izgrađene od PERCEPTRON NEURONA organiziranih u SERIJSKI POVEZANE SLOJEVE

Svi neuroni u nekom sloju povezani su sa svim neuronima u 2 susjedna sloja preko jednosmjernih, unaprijednih veza

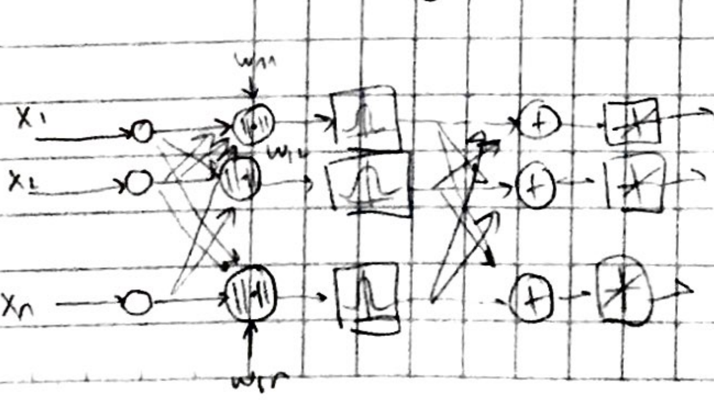
MLP obično ima 1 ili 2 unutarnja sloja (dvoslojne / troslojne MLP)

2L mreža može aprox. proizvoljnu kont. nelin. f-ju (teoretski)

AKT. F-je → UNUTARNJI SLOJEVI : tansig / logsig
→ IZLAZNI SLOJ : purelin

RBF → Dvoslojne stat. NM
→ PRVI SLOJ (unutarnji) → AKT. F-ja s KRUŽNOM OSNOVICOM
RECEPTIVNO POLJE

DRUGI SLOJ (IZLAZNI) → PERCEPTRON S LIN. AKT. F-jom s $g = 1$




RBF → APROX. SPOSOBNOST određene položajem središt RBF neurona, varijancom njihovih akt. f-ja i iznosima tež. koef. izlaznog sloja mreže.

- RBF bolji od MLP u slučaju APROX. JEDNOSTAVNIH I VREMENSKI MALO PROMJENJIVIH NELINEARNOSTI (kad možemo lako rasporediti središta i varijance).

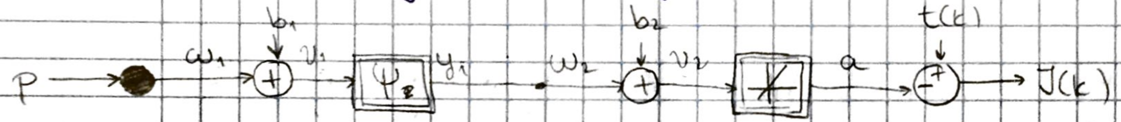
- RBF mreže imaju svojstvo NAJBOLJE APROKSIMACIJE (kod njih postoji najbolja aprox i jedinstvena je) dok kod MLP ne postoji!

- RBF veći br. neurona, što nekad nije praktično

- MLP UVIJEK ima NELIN. vladanje ovisnosti o parametrima, dok vladanje kod RBF u određenim sluč. može postati linearno u ovisnosti o param.

(4) Zadana jednostavna neuronska mreža. Ulaz p, množi se s $w_1$, zbraja se s biasom $b_1$, ide na akt. f-ju logsig, izlaz se množi s $w_2$, zbraja s $b_2$, ide na purelin akt. i dobije se a.

Gradijent od $J(k) = ?$ uz $J(k) = [t(k) - a(k)]^2$




$\psi'_{e,i}$ $\quad x_{e,j}$

$$\frac{\partial J(\Theta(k))}{\partial w_{e,i,j}} = \sum_{\nu=1}^{N} \frac{\partial J_\nu(\Theta(k))}{\partial w_{e,i,j}} = \sum_{\nu=1}^{N} \frac{\partial J_\nu(\Theta(k))}{\partial y_{e,i}(\nu)} \cdot \frac{\partial y_{e,i}(\nu)}{\partial v_{e,i}(\nu)} \frac{\partial v_{e,i}(\nu)}{\partial w_{e,i,j}}$$

IZL. SLOJ

$\to J(k) = [t(k) - a(k)]^2$

$\psi'(v_2) = g = 1$

$$\frac{\partial J}{\partial w_2} = \frac{\partial J}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial v_2} \frac{\partial v_2}{\partial w_2} \qquad y_1$$

$-2(t(k) - a(k))$

$$\frac{\partial J}{\partial w_2} = -2[t(k) - a(k)]y_1$$

UNUT. SLOJ

$$\to \frac{\partial J}{\partial y_1} = \frac{\partial J}{\partial y_{1+1}} \ldots = \frac{\partial J}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial v_2} \frac{\partial v_2}{\partial y_1} = (-2[t(k) - a(k)])(1)(w_2) = -2w_2[t(k) - a(k)]$$

$y_2 = a$

$\psi'_1 = g\psi(1-\psi)$ $\quad p$ $\quad \frac{1}{1+e^{-vg}}$ $\quad v =$

$$\frac{\partial J}{\partial w_1} = \frac{\partial J}{\partial y_1} \frac{\partial y_1}{\partial v_1} \frac{\partial v_1}{\partial w_1} = -2w_2[t(k) - a(k)]\, g\, \psi(1-\psi)\, p$$

$-2w_2[t(k) - a(k)]$

$v_2 = y_1 w_1 + b_1$

$$\frac{\partial J}{\partial b_2} = \frac{\partial J}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial v_2} \frac{\partial v_2}{\partial b_2} = -2(t(k) - a(k))$$

$\psi'_1$

$$\frac{\partial J}{\partial b_1} = \frac{\partial J}{\partial y_1} \frac{\partial y_1}{\partial v_1} \frac{\partial v_1}{\partial b_1} = -2w_2(t(k) - a(k))\, \psi'_1$$

1. MI 12/13

1) POSREDNI P. — NEPOSR. POST. - METODA NAJSTRMIJEG PORASTA — NEPOS. KONJUG. GRAD. METODA

## ① UKRATKO NAVESTI I OPISATI 3 GRAD. ALG. TRAŽENJA OPT.

### 1) POSREDNI POSTUPCI

↳ ispituje se vrijednost grad. fje $\nabla F(x) := \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial F}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \emptyset$ jer je lokalni ekstrem vrijednost i kritična točka fje

Glob. max $F^*$, odnosno $\vec{x}^*$, se određuje usporedbom vr. fje cilja iz skupa rj. koji zadovoljavaju $\nabla F(x) = \emptyset$

→ Prikladni kada na raspolaganju imamo analitički izraz za derivabilnu fju cilja $F(x)$ te uz uvjet da se max ostvaruje u UNUTRAŠNJOSTI PODRUČJA TRAŽENJA

### 2) METODA NAJSTRMIJEG PORASTA

$$\boxed{x_{k+1} = x_k + \eta S_k(x_k)}$$

$$\boxed{S_k = \nabla F(x_k)}$$

$\eta > 0$ promjenjiva širina koraka

→ SPORO KONVERGIRA I IMA TENDENCIJU PREMA NESTABILNOSTI U BLIZINI MAKSIMUMA. U sluč. konvergencije pronalazi se točka $x_\infty$ za koju je $\nabla F(x_\infty) = \emptyset$.

### 3) KONJUGIRANA GRAD. METODA

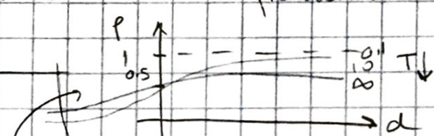
$$\boxed{\begin{aligned} S_0 &= \nabla F(x_0) \\ S_k &= \nabla F(x_k) - \beta_k S_{k-1} \end{aligned}}$$

↳ Smjer traženja računa se na spregnut način na temelju trenutnih i prethodnih gradijenata

↳ poboljšanje metode najstrmijeg porasta u pogledu konvergencije i stabilnosti.

→ $F(x)$ mora biti eksplicitno zadana i barem jedanput derivabilna.

vj. selekcije raste s poboljšanjem ($d > 0$)




$T \to \infty$ poboljšanje/pogorš. se bira s vj. 0.5

$T \to 0$ poboljšanje se selektira s $v_j = 1$

$T\downarrow$ vj. poboljšanja u odnosu na pogorš. raste

## ④ OPISATI MUTACIJSKO-SELEKCIJSKI POSTUPAK SA SIMULACIJOM KALJENJA

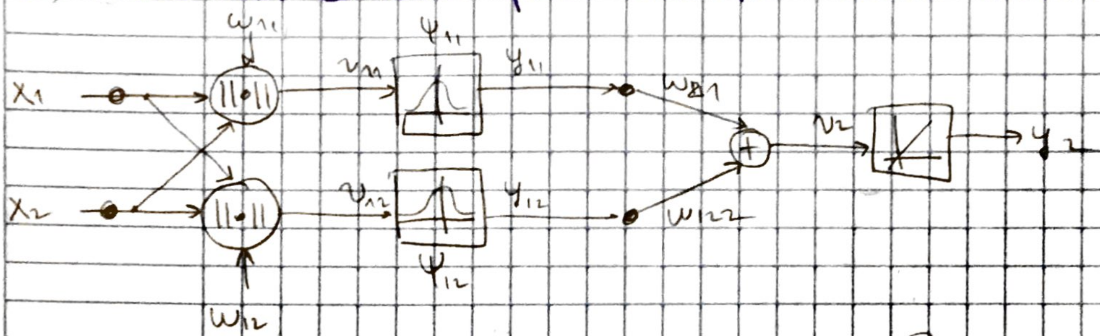
↳ Proširenje MS postupka u smislu simuliranog kaljenja mijenja korak selekcije, gdje se u osnovnom MS postupku prakticirao deterministički izbor novog kromosoma $\vec{x}$ uz $d > 0$, a sada se bira u ovisnosti o vjerojatnosti $p(d)$

ALG.
① IZBOR SLUČ. POČ. KROMOZOMA $\vec{x}$ ② $F(x) = ?$ (ODRED. NJEGOVE fje SPOSOBN.)
③ $\vec{x}$ ∃ $\vec{x}' = \vec{x} + \delta \in S$, uz $\delta = \eta \vec{\xi}$, $\xi \in (-1, 1)$, $\eta$ - duljina koraka
④ $F(\vec{x}') = ?$ ⑤ $d = F(\vec{x}') - F(\vec{x}) = ?$
⑥ ODREĐIVANJE UTJECAJA TEMP.
- 6.1 $p(d) = ?$ za odabrani $T$
- 6.2 $z = \in (0, 1)$ generiranje
- 6.3 $z < p(d)$ ? AKO DA $\vec{x} = \vec{x}'$, inače $\vec{x} = \vec{x}$
- 6.4 smanjiti $T$

⑦ Ako krit. prekida nije ispunjen skok na ③

3) JEDNOSTAVNA GAUSSOVA RBF MREŽA ZA APROX XOR Fje.
2 ULAZA, U SKRIVENOM SLOJU 2 NEURONA, 1 NEURON NA IZL
ZADANI CENTRI I SIGME SKRIVENIH NEURONA.

a) Analitički odrediti preslikavanje ulaza na izlaz




$$y_2 = g \cdot v_2 = v_2 = w_{21} y_{11} + w_{22} y_{12}$$

$$y_{11} = \psi_{11} = e^{\frac{-v_{11}^2}{2\sigma^2}} \qquad y_{12} = \psi_{12} = e^{\frac{-v_{12}^2}{2\sigma^2}}$$

$$v_{11} = \sqrt{(x_1 - w_{111})^2 + (x_2 - w_{112})^2}$$

$$v_{12} = \sqrt{(x_1 - w_{121})^2 + (x_2 - w_{122})^2}$$

$$w_{11} = \begin{bmatrix} w_{111} \\ w_{112} \end{bmatrix} \qquad w_{12} = \begin{bmatrix} w_{121} \\ w_{122} \end{bmatrix}$$

CENTRI NEURONA

(5) (npr) $G_P(s) = \frac{1}{s+1}$ $\quad G_R(s) = \frac{1}{Ts}$ $\quad T = ?$ — помоћу GA $\quad \sigma \le 30\%$

$T_i \in (0,2) \quad T_i(0) = (0.1, 0.75, 1) \quad k = 3$

$$G = \frac{\frac{1}{Ts(s+1)}}{\frac{Ts(s+1)+1}{Ts(\cancel{s+1})}} = \frac{1}{Ts^2 + Ts + 1} \qquad \frac{1}{\omega_n^2} = T \qquad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{T}} \qquad \zeta = \frac{1}{2}\sqrt{T} \qquad \frac{2\zeta}{\omega_n} = T \qquad 2\zeta = \sqrt{T}$$

$$\sigma = 100\, e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \le 30 \qquad \frac{\frac{-\pi\sqrt{T}}{2}}{\sqrt{1-\frac{T}{4}}} \le \ln 3 \qquad \frac{-\pi\sqrt{T}}{\sqrt{4-T}} \le \ln 3$$

$$\frac{T}{4-T} \ge \left(\frac{-\ln 3}{\pi}\right)^2 = 0.383$$

$$T \ge 0.383\,(4-T) = 1.533 - 0.383T$$

$$1.383T \ge 1.533$$

$$T \ge 1.1083$$

$T \in (0,2)$

$2^m < 2 \cdot 10^3 < 2^{m+1}$

$2^{10} < 2000 < 2^{11}$

$m+1 = 11$

$$RE2 = \frac{2}{2^{11}} = 9.766 \times 10^{-4}$$

a) $0.1 : \frac{0.1}{RE2} = 102.4 \approx 102$

$0.75 : 768$

$1 : 1024$

$$T_i(0) = \begin{bmatrix} 00001100110 \\ 01100000000 \\ 10000000000 \end{bmatrix}^T$$

# 5 PRIMJENA NEURONSKIH MREŽA U IDENTIFIKACIJI NELINEARNIH DINAMIČKIH PROCESA

POSTUPAK IDENTIFIKACIJE

1. PRIKUPLJANJE UL/IZL PODATAKA, tj. prikupljanje mjernih vrijednosti ul. i izl. signala procesa
2. IZBOR STRUKTURE MODELA PROCESA
3. IZBOR KRITERIJA KAKVOĆE MODELA PROCESA
4. ESTIMACIJA PARAMETARA MODELA PROCESA
5. IZBOR OPTIMALNE DIMENZIJE MODELA I NJEGOVO VREDNOVANJE