KONČAR D&ST
KONČAR - DISTRIBUTIVNI I SPECIJALNI TRANSFORMATORI d.d.
Mokrovićeva 8, p.p. 100, 10090 Zagreb, - HRVATSKA
Telefon: (01) 37 83 777, E-mail: info@koncar-dst.hr
Fax:
(01) 37 94 050 Prodaja
(01) 37 94 079 Nabava

NA: MATEMATIČKA LOGIKA I IZRAČUNLJIVOST

OD
Odjel: ZPM
Referent: MLADEN VUKOVIĆ
Tel.

1. MEĐUISPIT
Br.
Datum: 15. STUDENOG 2011.
Riješeno

PREDMET:

1 DEFINIRAJTE SLJEDEĆE POJMOVE

A ISPUNJIVA FORMULA LOGIKE SUDOVA (1)

B DOKAZ U SISTEMU RS (2)

C POTPUN SKUP FORMULA (1)

D KONZISTENTAN SKUP FORMULA (1)

2 ISKAŽITE SLJEDEĆE TVRDNJE (5 × 1)

A TEOREM ADEKVATNOSTI ZA SISTEM RS

B TEOREM O NORMALNIM FORMAMA

C TEOREM DEDUKCIJE ZA SISTEM RS

D LINDENBAUMOVA LEMA

E GENERALIZIRANI TEOREM POTPUNOSTI ZA LOGIKU SUDOVA

3 DOKAŽITE DA JE SVAKI ISPUNJIV SKUP KONZISTENTAN (5)

4 A DEFINIRAJTE DISJUNKTIVNU NORMALNU FORMU U LOGICI SUDOVA (2)

B ODREDITE KONJUNKTIVNU I DISJUNKTIVNU NORMALNU FORMU ZA FORMULU

$$((\neg Q \vee R) \Rightarrow P) \Rightarrow (Q \wedge \neg P) \quad (3)$$

KONČAR D&ST

KONČAR - DISTRIBUTIVNI I SPECIJALNI TRANSFORMATORI d.d.
Mokrovićeva 8, p.p. 100, 10090 Zagreb, - HRVATSKA
Telefon: (01) 37 83 777, E-mail: info@koncar-dst.hr

Fax:
(01) 37 94 050 Prodaja
(01) 37 94 079 Nabava

NA	OD	
	Odjel	Br.
	Referent	Datum
	Tel.	Riješeno

PREDMET:

5 PRIMJENOM GLAVNOG TESTA ISPITAJTE JE LI FORMULA

A $\neg(Q \leftrightarrow \neg R) \rightarrow \neg(\neg P \vee Q)$ ISPUNJIVA (2)

B $((Q \wedge \neg R) \rightarrow P) \rightarrow \neg R$ VALJANA (3)

6 NEKA JE S SKUP FORMULA LOGIKE SUDOVA I F FORMULA T.D. $S \models F$.

DOKAŽITE DA TADA POSTOJI KONAČAN PODSKUP $B_1, \ldots, B_n$ FORMULA IZ S T.D. JE FORMULA $\neg B_1 \vee \ldots \vee \neg B_n \vee F$ TAUTOLOGIJA

UPUTA: PRETPOSTAVITE SUPROTNO I ISKORISTITE TEOREM KOMPAKTNOSTI (5)

7 **A** DOKAŽITE DA FORMULA $\Box(p \vee q) \rightarrow \Diamond(p \wedge q)$ NIJE TEOREM SISTEMA K (3)

B DOKAŽITE DA JE FORMULA $(\Box p \vee \Box q) \rightarrow \Box(p \vee q)$ TEOREM SISTEMA K (2)

8 KAŽEMO DA JE OKVIR „REFLEKSIVAN" AKO VRIJEDI wRw ZA SVE SVJETOVE w TOG OKVIRA.

DOKAŽITE DA JE FORMULA $p \rightarrow \Diamond p$ VALJANA NA SVAKOM REFLEKSIVNOM OKVIRU. (5)

KONČAR D&ST

KONČAR - DISTRIBUTIVNI I SPECIJALNI TRANSFORMATORI d.d.
Mokrovićeva 8, p.p. 100, 10090 Zagreb, - HRVATSKA
Telefon: (01) 37 83 777, E-mail: info@koncar-dst.hr

Fax:
(01) 37 94 050 Prodaja
(01) 37 94 079 Nabava

NA	OD	
	Odjel	Br.
	Referent	Datum
	Tel.	Riješeno

PREDMET:

$\boxed{3}$ $\boxed{A}$ DEFINIRAJTE POJAM σ STRUKTURE (2)

$\boxed{B}$ ZADANA JE SIGNATURA $\sigma = \{=, f^1, g^2, h^2, c_0, c_1\}$

I σ FORMULA

$$F \dots (\exists x)(\exists y)\ g^2(h^2(f^1(f^1(c_0)), x), c_1) = g^2(y, c_1)$$

DEFINIRAJTE JEDNU σ STRUKTURU NA KOJOJ JE FORMULA ISTINITA, TE JEDNU σ - STRUKTURU NA KOJOJ FORMULA NIJE ISTINITA (3)

ZAVRŠNI ISPIT 2017. 24. SIJEČNJA

1 DEFINIRAJTE SLJEDEĆE POJMOVE

A (2) ISTINITOST FORMULE F ZA NEKU σ-INTERPRETACIJU $(\mathfrak{M}, v)$

B (1) RAM-IZRAČUNLJIVA FUNKCIJA

C (1) μ OPERATOR

D (1) REKURZIVAN SKUP

2 ISKAŽITE SLJEDEĆE TVRDNJE

A (1) TEOREM DEDUKCIJE ZA LOGIKU PRVOG REDA

B (1) GENERALIZIRANI TEOREM POTPUNOSTI ZA LOGIKU PRVOG REDA

C (2) KLEENIJEV TEOREM O NORMALNOJ FORMI PARCIJALNO REKURZIVNIH FUNKCIJA

D (1) RICEOV TEOREM

3 (5) DOKAŽITE DA JE SVAKA FUNKCIJA RAM IZRAČUNLJIVA

4 **A** (2) DEFINIRAJTE PRENEKSNU NORMALNU FORMU U LOGICI PRVOG REDA

B (3) ODREDITE PRENEKSNU NORMALNU FORMU OD

$$\forall z\Big(\big(P(z) \land \exists w\,(R(w) \land \forall x \forall y\, S(z,x,y,w))\big) \rightarrow \exists x\, S(z,x)\Big)$$

5 PRIMJENOM GLAVNOG TESTA ISPITAJTE JE LI FORMULA ISPUNJIVA

$$(\forall x \exists y\, P(x,y) \land \forall x\, Q(x)) \rightarrow \neg \forall x \exists y\,(P(x,y) \land Q(x))$$

$\boxed{6}$ (5) NEKA JE FUNKCIJA $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ DEFINIRANA S

$$f(n) = \min n \frac{\mathrm{I}}{2}$$

NAPIŠITE PROGRAM ZA MAKRO STROJ KOJI IZRAČUNAVA FUNKCIJU f

$\boxed{7}$ (5) NEKA JE ZADAN BROJ $r \in \mathbb{N}$. DEFINIRAMO RELACIJU $k_r \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, GDJE JE $[k_r \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}]$ $x \, k_r \, y$ AKO I SAMO AKO JE $x^2 + y^2 \leq r^2$.

DOKAŽITE DA JE RELACIJA k_r REKURZIVNA

$\boxed{8}$ (5) ODREDITE $\{2^{22601} \cdot 3^7 \cdot 5^{25} \cdot 7^7\}(3,7)$

$\boxed{9}$ (5) NEKA JE S PODSKUP OD $\mathbb{N}^3$ DEFINIRAN SA

$$S = \{(i,j,k) \in \mathbb{N}^3 \mid (i, i+j) \text{ JE U DOMENI OD } \{k\}\}$$

DOKAŽITE DA SKUP S NIJE REKURZIVAN

Ispit iz Matematičke logike i izračunljivosti

07. veljače 2012.

1. Definirajte sljedeće pojmove:
   a) (2 boda) istinitost modalne formule na nekom svijetu Kripkeovog modela,
   b) (2 boda) parcijalno rekurzivna funkcija
   c) (1 bod) indeks funkcije

$\diamond$

2. Iskažite sljedeće tvrdnje:
   a) (1 bod) teorem adekvatnosti za logiku sudova
   b) (1 bod) generalizirani teorem potpunosti za teorije prvog reda,
   c) (2 boda) Kleenijev teorem o normalnoj formi
   d) (1 bod) teorem o fiksnoj točki.

$\diamond$

3. (10 bodova) Dokažite Lindenbaumovu lemu za logiku sudova.

$\diamond$

4. (10 bodova) Neka je F zatvorena formula, a G proizvoljna formula logike prvog reda. Dokažite da vrijedi $\forall x(F \to G) \Leftrightarrow (F \to \forall x G)$.

$\diamond$

5. a) (5 bodova) Definirajte savršenu disjunktivnu normalnu formu u logici sudova.
   b) (5 bodova) Odredite konjunktivnu i disjunktivnu normalnu formu za formulu:

$$((\neg Q \vee R) \leftrightarrow P) \to (Q \wedge \neg P).$$

$\diamond$

6. a) (2 boda) Definirajte pojam Kripkeovog okvira.
   a) (4 boda) Dokažite da formula $\Box(p \vee q) \to \Diamond(p \wedge q)$ nije teorem sistema K.
   b) (4 boda) Dokažite da je formula $(\Box p \vee \Box q) \to \Box(p \vee q)$ teorem sistema K.

$\diamond$

7. a) (2 boda) Definirajte pojam preneksne normalne forme.
   b) (3 boda) Iskažite teorem o preneksnoj normalnoj formi.
   c) (5 bodova) Odredite preneksnu normalnu formu od

$$\forall x P(x) \wedge \forall z \left((Q(z) \wedge \exists w R(w) \wedge \forall x \forall y S(z,x,y,w)) \to \exists x T(z,x) \right).$$

$\diamond$

8. a) (5 bodova) Primjenom glavnog testa ispitajte je li sljedeća formula ispunjiva

$$(\exists x \exists y P(x,y) \wedge \forall x \forall y R(x,y)) \to \forall x \forall y \forall z (\neg P(x,z) \wedge \neg R(y,z)).$$

   b) (5 bodova) Primjenom glavnog testa ispitajte je li sljedeća formula valjana

$$(\forall x \exists y P(x,y) \to \exists x \forall y P(x,y)) \to \forall x \forall y P(x,y).$$

$\diamond$

9. a) (5 bodova) Definirajte pojam RAM-izračunljive funkcije.
   b) (5 bodova) Neka je funkcija $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definirana s

$$f(n) = \sum_{k=\lceil n/2 \rceil}^{n} \binom{k}{n-k}.$$

Napišite program za makro-stroj koji izračunava funkciju f.

$\diamond$

10. a) (2 boda) Definirajte pojam rekurzivnog skupa.
    b) (3 boda) Iskažite Riceov teorem.
    c) (5 bodova) Neka je $S = \{\langle a,b,c\rangle : \{a\}(b) \simeq \{b\}(c)\}$. Dokažite da skup S nije rekurzivan.

$\diamond$

Vrijeme pisanja je **120min**.