

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA
Zavod za osnove elektrotehnike i električka mjerena

Martin Dadić

ELEKTROMAGNETSKA POLJA

Vježbe na računalu - 2. ciklus predavanja

Odrada vježbi izvan službenog termina:

VJEŽBA	Odobrio	Datum odrade	Potvrđio odradu
Vježba R2			
Vježba R3			

SADRŽAJ

VJEŽBA R2. MAGNETSKI KRUG	1
2.1. Uvod	1
2.2. Opis problema – magnetski krug	1
2.3. Rad s programskim sustavom MagNet	2
2.4. Analitički proračun serijskoga magnetskog kruga	4
 VJEŽBA R3. NUMERIČKI PRORAČUN LEVITIRAJUĆEG PRSTENA	 8
3.1. Uvod	8
3.2. Levitirajući prsten – teorijska podloga	8
3.3. Opis problema	8
3.4. Rad s programskim sustavom MagNet	10

Zagreb 2013.

FOTOKOPIRANO
S DOZVOLOM
AUTORA



VJEŽBA R2. MAGNETSKI KRUG

Cilj vježbe su:

- usvajanje rješavanja problema primjenom koncepta magnetskog kruga, te točniji proračun magnetskog kruga primjenom numeričkog postupka
- svladavanje osnovnog rada u programu MagNet.

2.1. UVOD

Jakost magnetskog polja i gustoća struja izvora u magnetostatici su povezani jednadžbom

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} \quad (2.1.1)$$

Ovu jednadžbu možemo prikazati pomoću vektorskog magnetskog potencijala kao

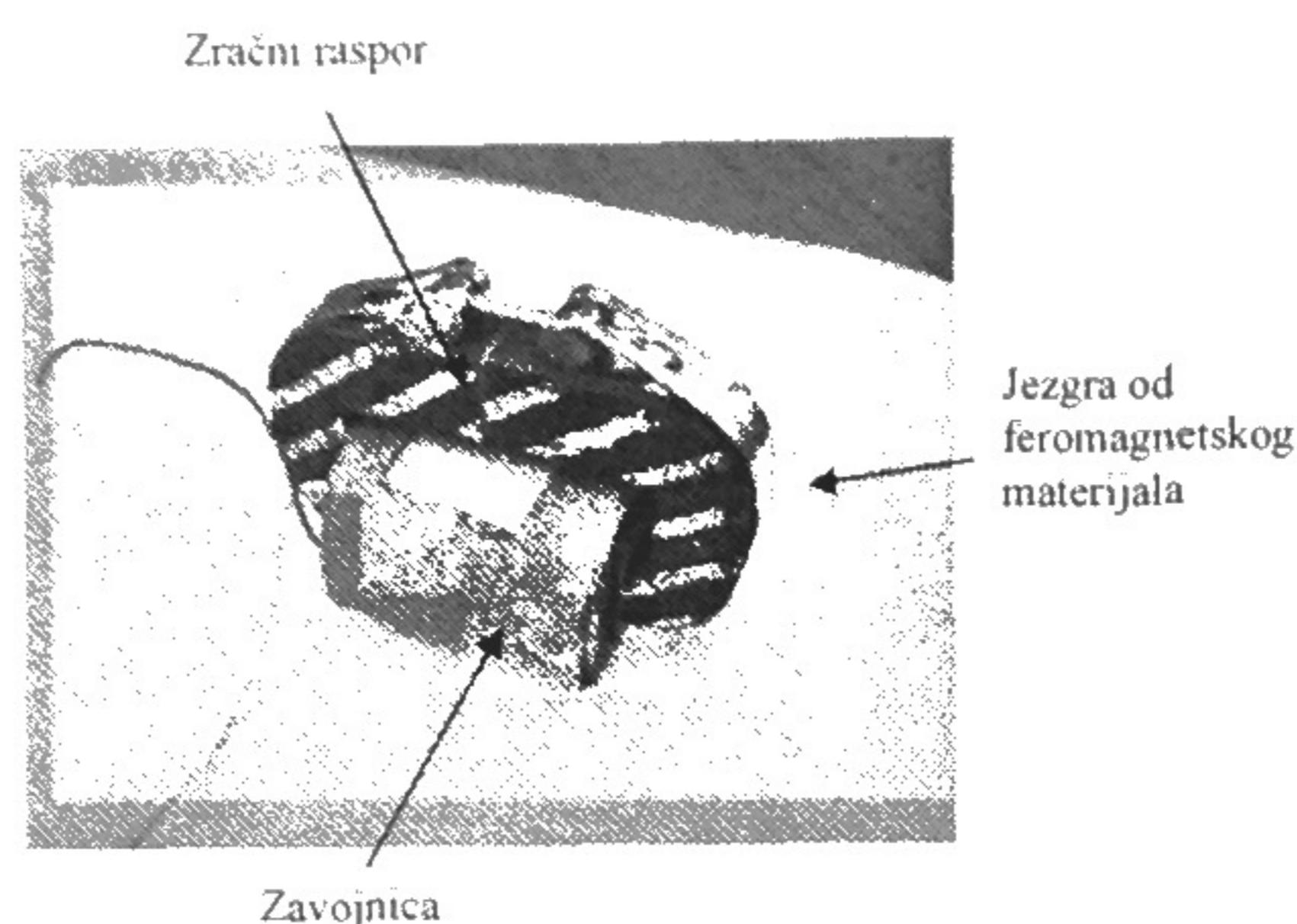
$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} - \vec{H}_c \right) = \vec{j} \quad (2.1.2)$$

gdje j označava nezavisne struje izvora, H_c je član koji predstavlja permanentne magnete u domeni proračuna, dok je nepoznanica A vektorski magnetski potencijal. To je jednadžba koja se kod primjene metode konačnih elemenata numerički rješava u magnetostatici. Da bi zadaća bila rješiva, uz značajke materijala (permeabilnost) unutar domene, potrebne je propisati i rubne uvjete na granici domene, koji mogu biti poznati potencijal (Dirichletov rubni uvjet) ili njegova derivacija, te izvore (tj. gustoće struja).

U slučaju nelinearnog materijala, odnosno nelinearne permeabilnosti feromagnetskog materijala, rješenje se pronalazi iterativnim postupkom, obično primjenom Newton-Raphsonove metode. U tome slučaju feromagnetski materijal se zadaje krivuljom magnetiziranja. Većina komercijalnih programa koji primjenjuju MKE imaju ugrađenu bazu podataka nekih tipičnih feromagnetskih materijala, a također omogućavaju zadavanje karakterističnih vrijednosti krivulje (nekoliko parametara) iz kojih program automatski aproksimira krivulju magnetizacije. U slučaju tabličnog zadavanja BH karakteristike, aproksimacija između zadanih točaka obično se provodi kubičnim splineom.

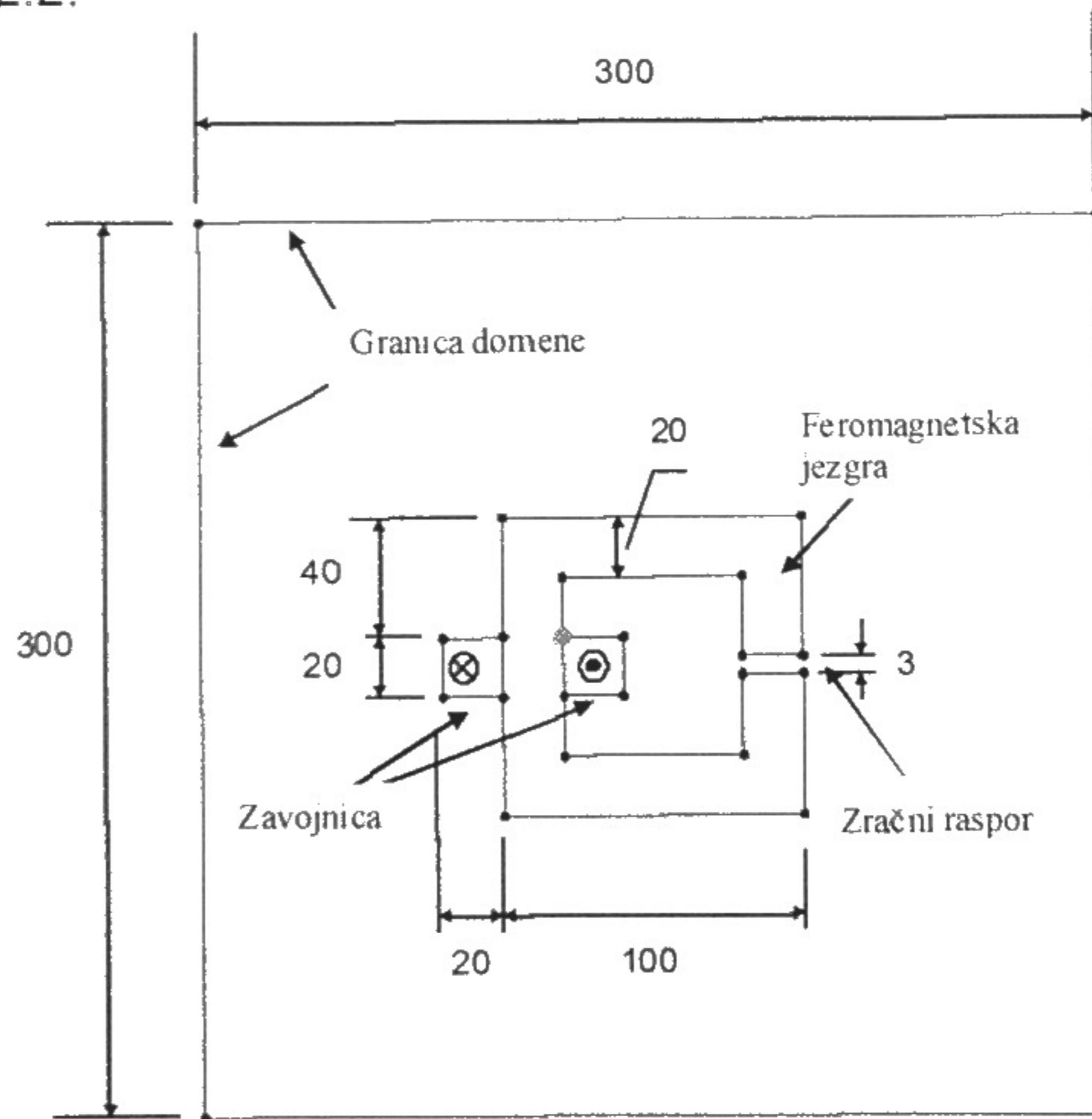
2.2. OPIS PROBLEMA – MAGNETSKI KRUG

U programskom sustavu MagNet potrebno je modelirati magnetsku indukciju u magnetskom krugu koji se sastoji od zavojnice i magnetske jezgre s rasporom. Tipično se takve jezgre izrađuju kao tzv. C-jezgre (slika 2.1).



Slika 2.1. Zavojnica navučena na C-jezgru

Zadatak - magnetski krug zavojnice na feromagnetskoj jezgri sa zračnim rasporom prikazan je slikom 2.2.



Slika 2.2. Zadatak – magnetski krug (sve dimenzije su u mm)

Problem je dvodimenzionalan, i rješava se u pravocrtnim koordinatama, a sastoji se od magnetske jezgre sa zračnim rasporom i zavojnice od $N=600$ zavoja protjecanih strujom $I=6$ A. Sve dimenzije su u mm. Unutar presjeka zavojnice označeni su odgovarajući smjerovi struje. Na nacrtu su također označene i rubne točke linija kod crtanja u preprocesoru. Veličine koje nisu posebno kotirane, simetrične su, te se mogu očitati iz kotiranih dimenzija. Vanjski rub domene zadaje se kao kvadrat stranice 300 mm, što je dovoljno udaljeno od jezgre da možemo smatrati da je magnetsko polje beznačajno u odnosu na ono u magnetskom krugu.

2.3. RAD S PROGRAMSKIM SUSTAVOM MagNet

Prvo je potrebno kreirati radni direktorij pomoću Windows Explorera, koji nazovite po svome prezimenu:

D:\prezime

MagNet pokrećemo iz MS Windowsa ili dvostrukim klikom na MagNet na Desktopu ili kao Start, All Programs, Infolytica, MagnetNet. Program dijeli isto grafičko sučelje kao ElecNet, pa se unos geometrije problema i definiranje objekata provodi na način opisan uputama za prvu vježbu na računalu (vježbu R1).

Potrebna su nam tri objekta – zrak, feromagnetski materijal, te dva objekta koji predstavljaju zavojnicu: po jedan za svaki smjer struje.

Unos koordinata pomoću tipkovnice omogućava se iz izbornika Tools u alatnoj traci označavanjem Keyboard Input Bar. Kod unosa koordinata, primjenjuje se decimalna točka, a ne zarez.

S obzirom da su svi rubovi objekata ravni, model možemo konstruirati pomoću linija. U alatnoj traci iz izbornika Draw pokrenite Line, a koordinate rubnih točaka možete unositi pomoću tipkovnice. Unos svake koordinate potvrđujete tipkom Enter na tipkovnici ili klikom na istoimeni polje na zaslonu.

U svakom trenutku sve što ste nacrtali možete prikazati pomoću izbornika iz alatne trake View, odabriom View All.

Nakon što ste spojili linije u zatvorenu konturu koja definira objekt, daljnji unos možete prekinuti pomoću Esc na tipkovnici. Odabir jedinica duljine (milimetri ili metri) provodi se klikom na odgovarajuće polje. S obzirom da i dvodimenzionalna i trodimenzionalna inačica programa dijeli isto grafičko sučelje, potrebno je objektima zadati dubinu (tj. treću dimenziju). To provodimo iz izbornika Edit klikom na Selection Construction Slice Surfaces. Potom trebamo pomoću kursorske strjelice klikom na presjek objekta označiti konturu kojemu želimo dodati dubinu i značajke materijala. Značajke i dubinu određujemo iz izbornika Model klikom na Make Component In A Line. Ime objekta (Name) možemo zadati po volji.

Za feromagnetski materijal jezgre odabiremo iz padajućeg izbornika materijal Alloy 49007, a za zavojnicu bakar (Copper 100% IACS). Za okolni prostor do granica domene odabire se zrak (AIR).

Za sve objekte dubinu (Distance) postavite na 1 m. Tek nakon toga iz konture je definirana komponenta kao element proračuna.

Zavojnicu modeliramo pomoću dva objekta: jedan predstavlja presjek zavojnice lijevo od jezgre, a drugi desni presjek, a u svrhu proračuna svaki definiramo kao posebnu „zavojnicu“ kojom teče struja (Coil). To se provodi tako da se unutar programskog prozora označi ime komponente klikom pomoću miša, te se nakon toga u alatnoj traci unutar izbornika Model kline na Make Simple Coil.

Za svaku „zavojnicu“ treba definirati struju kojom je protjecana. Za to je unutar programskog prozora potrebno otvoriti izbornik Coil. U lijevoj struji zadajemo s pozitivnim predznakom („u ekran“), a u desnoj regiji s negativnim.

Struje upisujemo u polje označeno simbolom strujnog izvora, a unos omogućavamo uzastopnim klikom lijevom i desnom tipkom miša na to polje. Ponekad ima poteškoća s otvaranjem toga polja, pri čemu treba biti strpljiv i uporan. Kao struju upišite 3600 A s odgovarajućim predznakom (jer je broj prepostavljenih zavoja 600, a sama struja iznosi 6 A). Alternativno, struja se može propisati tako da u izborniku Coil kliknete desnom tipkom miša na ime zavojnice, te struju upišete u odgovarajuće polje u izborniku koji se otvori.

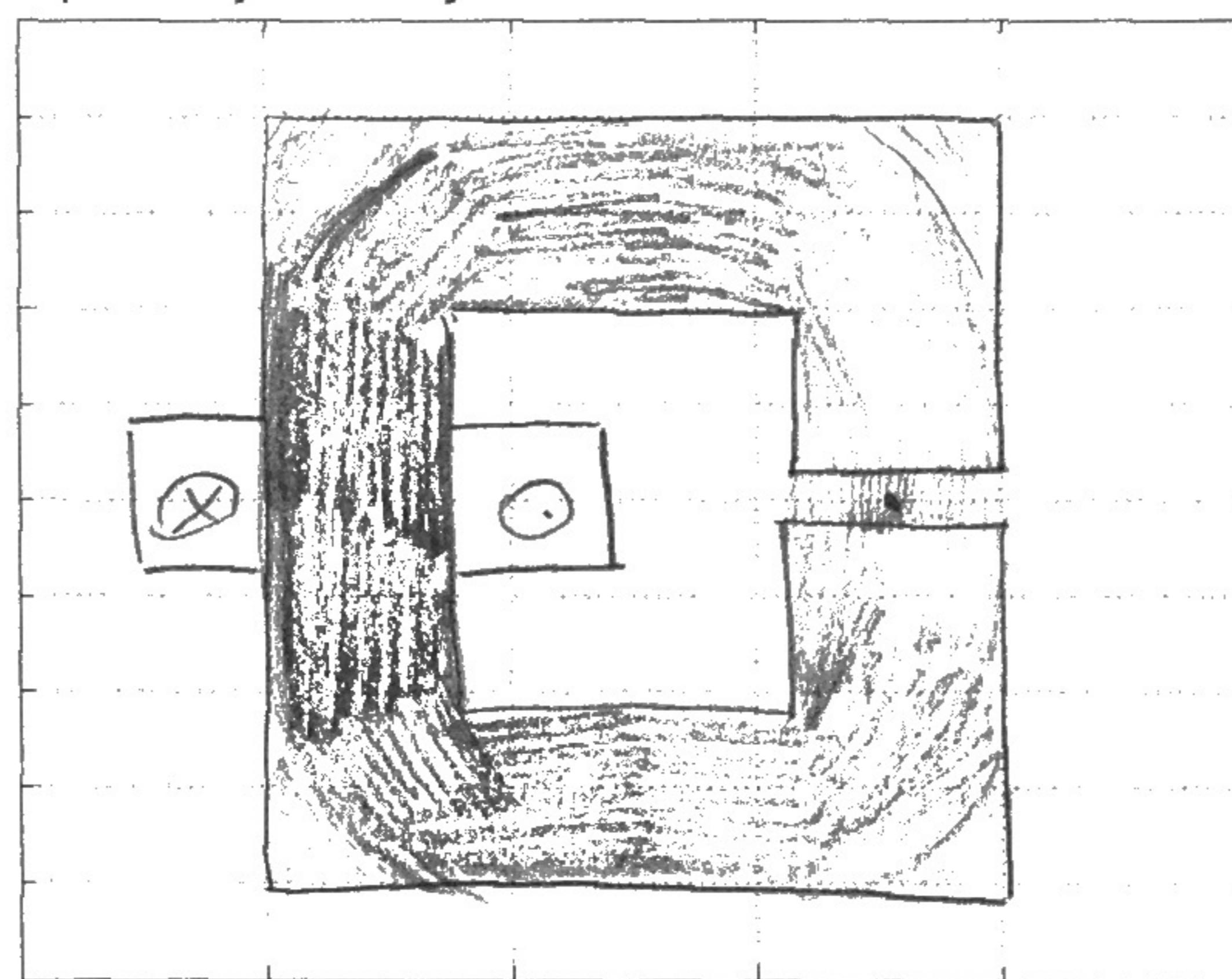
Da bi se povećala točnost proračuna potrebno je odabrati veći broj konačnih elemenata, odnosno gušću mrežu konačnih elemenata. To se radi tako da se unutar programskog prozora u izborniku Object klikne desnom tipkom miša na ime datoteke s analiziranim problemom, te u izborniku koji se otvori kliknemo na Properties. U izborniku Properties koji se potom otvara, treba unutar polja

Mesh postaviti maksimalnu veličinu elemenata (Maximum element size) na 10 mm.

Proračun se pokreće iz izbornika Solve u alatnoj traci, odabirom Static 2D, što označava dvodimenzionalni magnetostatski proračun. Nakon što je proračun proveden u glavnom prozoru se pojavljuje izbornik s numeričkim rezultatima proračuna. U glavnom prozoru možemo prikazati rezultate i grafički. Odabir jednoga ili drugoga prikaza provodi se klikom na View ili Results u dnu glavnoga prozora.

Ekvipotencijalne linije mogu se prikazati tako da unutar programske programe otvorimo izbornik Field. Ukoliko se odabere Flux Function prikazat će se slinice, pri čemu odabirom načina prikaza (u donjem dijelu programske programe) silnice prikazujuemo kao linije (Contour), osjenčana područja (Shaded) ili strjelicama (Arrow).

Skicirajte oblik ekvipotencijalnih linija u sustavu:



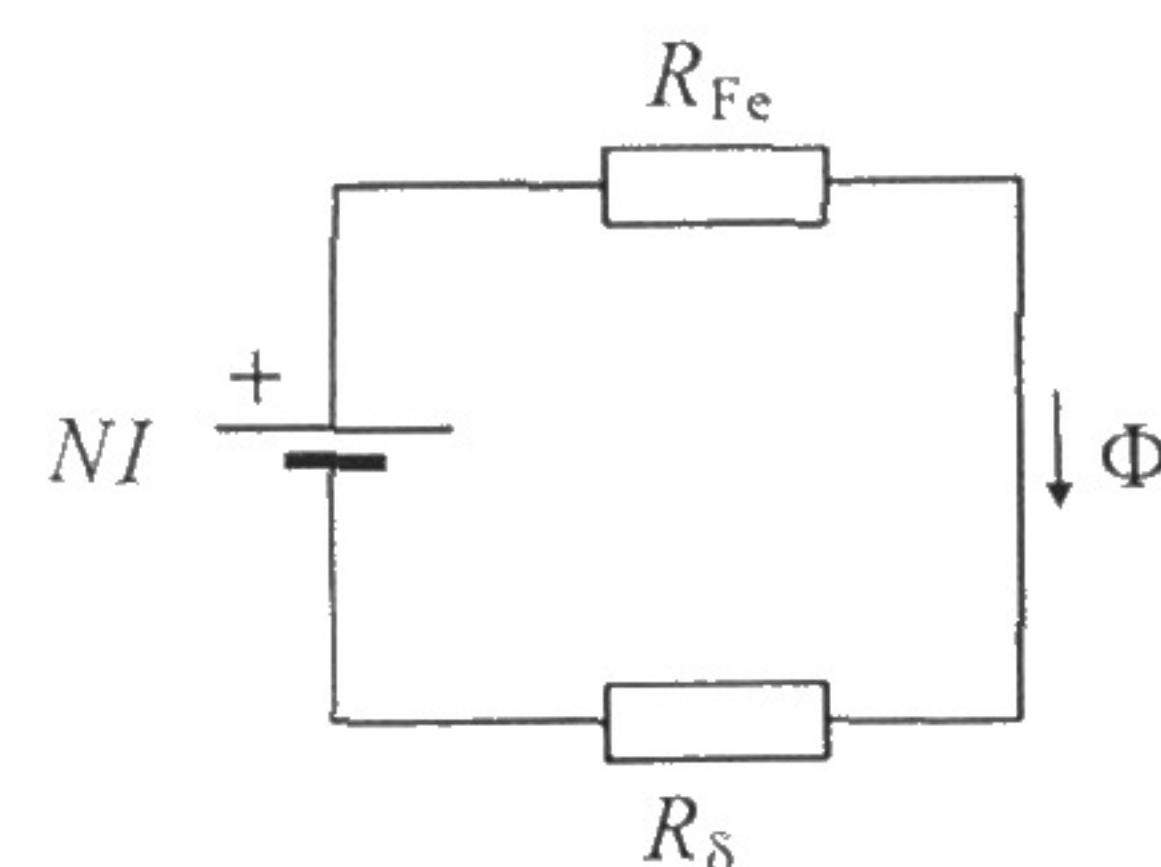
Odredite magnetsku indukciju u točki na sredini zračnog raspora. To se provodi tako da u izborniku Extensions odaberete Field Sampler. Koordinatne točke u kojima se traži vrijednost varijable upisujemo u polja x coordinate i y coordinate, a varijablu biramo iz padajućeg izbornika Field Name kao B (magnetska indukcija). Pri unosu u polje koordinate se zadaju u metrima, uz korištenje decimalnog zareza, a ne decimalne točke.

$$B_0 = \underline{1,03 \text{ A/m}^2}$$

2.4. ANALITIČKI PRORAČUN SERIJSKOG MAGNETSKOG KRUGA

Za problem koji je modeliran u sustavu MagNet, moguće je odrediti približno analitičko rješenje. Silnice magnetskog polja se zgušnjavaju u feromagnetskom materijalu, te se naprave i problemi mogu modelirati pomoću magnetskih krugova. Modeliranje pomoću magnetskih krugova može se koristiti kada je u nekom dijelu prostora gustoća magnetskih silnica, odnosno magnetska indukcija daleko veća nego u drugim dijelovima prostora. Upravo će u napravama koje koriste jezgre napravljene od feromagnetskog materijala magnetski tok biti kanaliziran feromagnetskom jezgrom, pa se u mnogim slučajevima približan (a često i zadovoljavajuće točan)

proračun magnetskog polja u takvoj napravi može provesti uz pretpostavku da je magnetski tok ograničen u cijelosti na silocijevi definirane oblikom takvih jezgri, uključujući pritom i tanke zračne raspore između dijelova napravljenih od feromagnetskog materijala.



Slika 2.3. Nadomjesna shema serijskoga magnetskog kruga

Slika 2.3. prikazuje nadomjesnu shemu serijskog magnetskog kruga koji se sastoji od dva magnetska otpora – jedan od njih predstavlja magnetski otpor feromagnetskog materijala, a drugi magnetski otpor zračnog raspora. Kroz oba magnetska otpora protječe isti magnetski tok Φ , dok je NI magnetska uzbuda ili magnetomotorna sila (prema analogiji s elektromotornom silom).

Možemo napisati jednadžbu Ampèreova zakona (prema analogiji s drugim Kirchhoffovim zakonom):

$$NI = H_{Fe} l_{Fe} + H_{\delta} \delta \quad (2.4.1)$$

gdje su H_{Fe} i H_{δ} jakosti magnetskog polja u feromagnetskom materijalu i u zračnom rasporu, dok su l_{Fe} i δ duljine silnica u feromagnetskom materijalu i u zračnom rasporu.

Budući da su magnetski tokovi jednaki u feromagnetskom materijalu i u zračnom rasporu, možemo za jakosti magnetskog polja u feromagnetskom materijalu i u zračnom rasporu napisati

$$\Phi = B_{Fe} S = B_{\delta} S \quad (2.4.2)$$

$$B_{Fe} = B_{\delta} \quad (2.4.3)$$

$$\mu_0 \mu_r H_{Fe} = \mu_0 H_{\delta} \quad (2.4.4)$$

Gdje su B_{Fe} i B_{δ} magnetske indukcije u feromagnetskom materijalu i u zračnom rasporu, μ_r je relativna permeabilnost feromagnetskog materijala, dok je S poprečni presjek jezgre i zračnog raspora. Za tanki zračni raspor može se aproksimativno uzeti da je magnetski tok sadržan u presjeku jednakom poprečnom presjeku jezgre. Uvrštavanjem

$$H_{Fe} = \frac{B_{Fe}}{\mu_0 \mu_r} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0 \mu_r} \quad (2.4.5)$$

u jednadžbu Ampèreova zakona, dobivamo

$$NI = H_{Fe} l_{Fe} + \frac{B_{Fe}}{\mu_0} \delta \quad (2.4.6)$$

Jednadžba (2.4.6) linearna je jednadžba koja zajedno s jednadžbom

$$B_{Fe} = f(H_{Fe}) \quad (2.4.7)$$

daje sustav čije je rješenje par (B_{Fe}, H_{Fe}) . Pritom funkcija $f(\cdot)$ definira nelinearnu ovisnost magnetske indukcije o jakosti magnetskog polja u feromagnetskom materijalu.

Dva su načina kojima se navedeni sustav može riješiti na jednostavan način:

- Ukoliko je krivulja magnetiziranja feromagnetskog materijala (odnosno funkcija $f(\cdot)$) zadana grafom, sustav se može riješiti grafoanalitički. Pritom u isti koordinatni sustav u kojemu je iscrtana krivulja magnetiziranja ucrtavamo pravac zadan jednadžbom (2.4.6). Pri tome koristimo dvije karakteristične točke presjecišta pravca s koordinatnim osima, uvrštavajući:

$$NI = \frac{B_{Fe}}{\mu_0} \delta \text{ za } H_{Fe} = 0, \text{ što daje točku presjecišta s ordinatom}$$

$$NI = H_{Fe}l_{Fe} \text{ za } B_{Fe} = 0, \text{ što daje točku presjecišta s apscisom}$$

Presjecište pravca s krivuljom magnetiziranja daje radnu točku, odnosno traženo rješenje (B_{Fe}, H_{Fe})

- Ukoliko feromagnetski materijal možemo s dovoljnom točnošću smatrati linearnim, tada je i μ_r konstantan, te uz njegovo poznavanje možemo pisati:

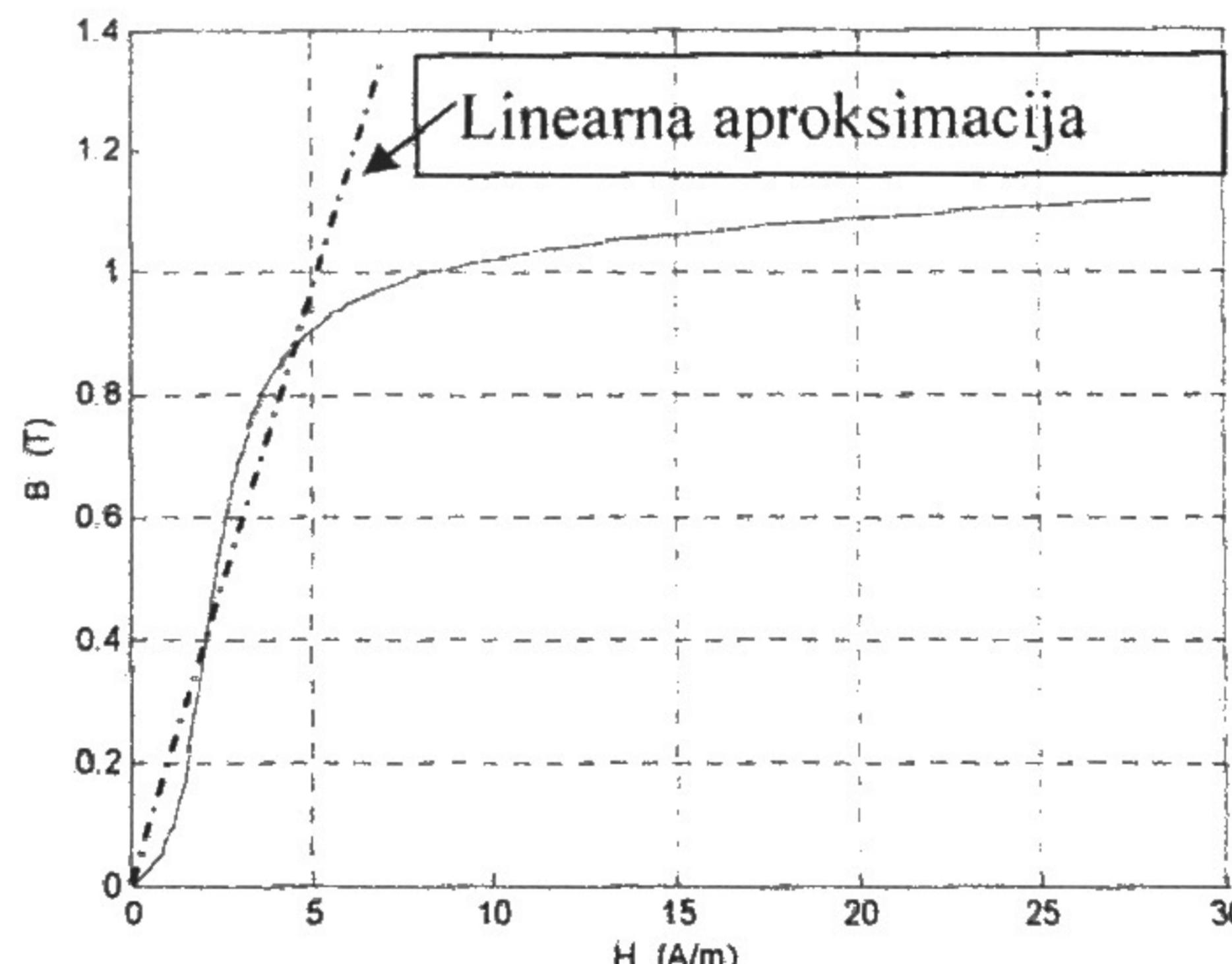
$$NI = H_{Fe}l_{Fe} + \frac{B_{Fe}}{\mu_0} \delta = H_{Fe}l_{Fe} + \frac{\mu_0 \mu_r H_{Fe}}{\mu_0} \delta \quad (2.4.8)$$

$$NI = H_{Fe}l_{Fe} + \mu_r H_{Fe} \delta \quad (2.4.9)$$

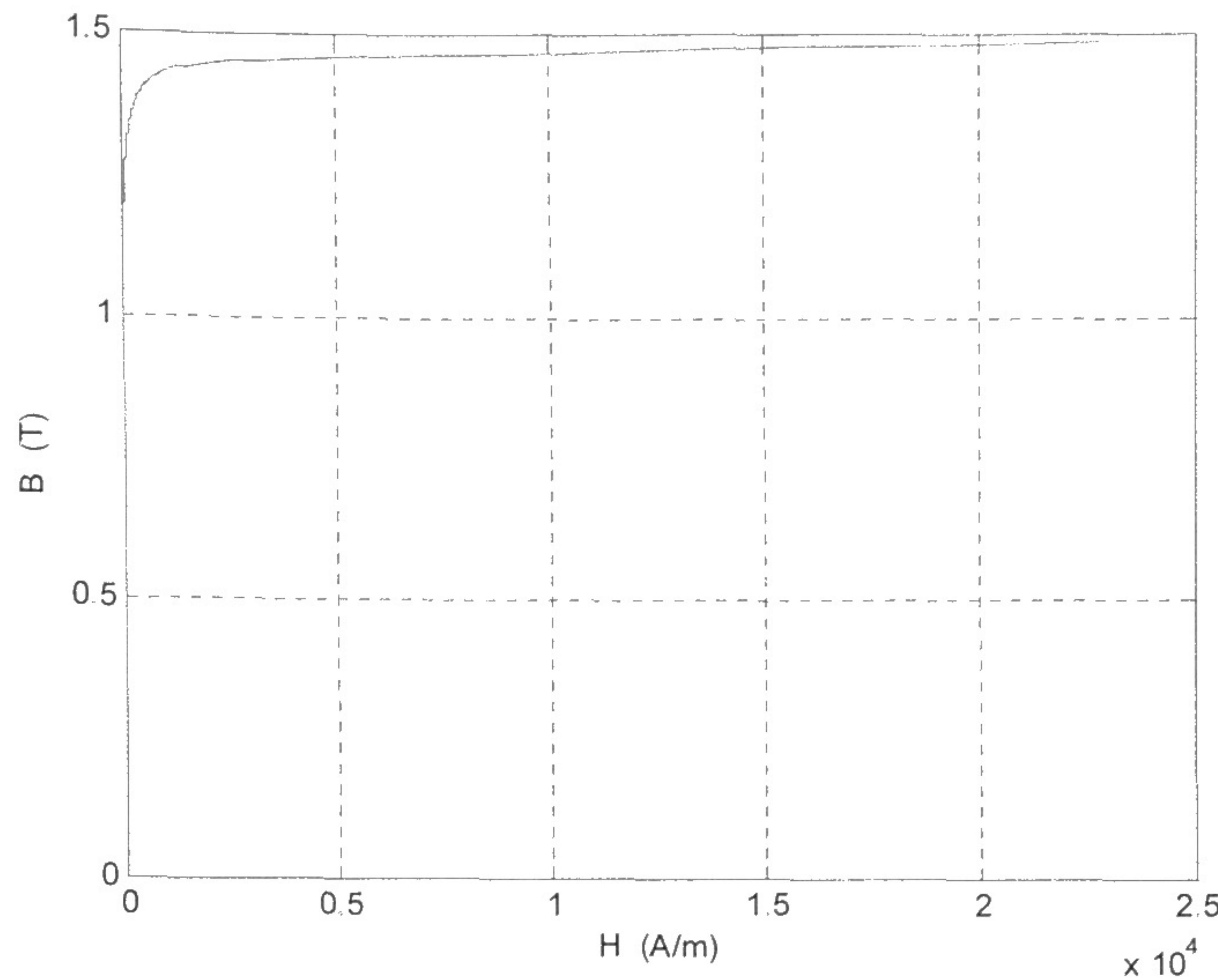
U posljednjoj jednadžbi jedina je nepoznanica H_{Fe} , te uvrštavanjem poznatih vrijednosti magnetomotorne sile, srednje duljine silnica, duljine zračnog raspora i relativne magnetske permeabilnosti lako dobivamo jakost magnetskog polja.

Za zadani primjer, odredite analitički i grafoanalitički magnetsku indukciju u zračnom rasporu i usporedite dvije vrijednosti s vrijednošću dobivenom numeričkim postupkom u sustavu MagNet.

Krivulja magnetiziranja promatranog feromagnetskog materijala prikazana je slikom 2.4, gdje je početni dio krivulje prikazan posebnim grafom radi bolje razlučivosti.



2.4. a) Početni dio zadane krivulje



2.4. b) Cijela zadana krivulja

Slika 2.4. Krivulja magnetiziranja

Za potpuno analitički proračun, procijenite relativnu permeabilnost feromagnetskog materijala kao početni nagib krivulje magnetiziranja prikazanog slikom 2.4 a):

$$\mu_r = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$B_{\text{analitički}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Za grafoanalitički proračun, također iskoristite krivulju magnetiziranja zadalu slikom 2.4 b), preko koje nacrtajte pravac definiran izrazom (2.4.6):

$$B_{\text{grafoanalitički}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Nakon izrade vježbe i nakon odobrenja dežurnog nastavnika, sve modelle i rezultate proračuna pohranite na vlastiti mrežni rezervirani prostor u My Documents, a lokalno na računalu izbrišite cijeli direktorij koji ste kreirali za ovu vježbu zajedno s njegovim sadržajem.

Pitanja za diskusiju:

- Kolika su odstupanja rezultata dobivenih različitim postupcima, i koji su razlozi koji su mogli dovesti do tih razlika?
- Odredite u sustavu MagNet magnetske indukcije u različitim točkama u feromagnetskoj jezgri i u okolnom zraku. Prepostavlja li se kod analitičkog i grafoanalitičkog proračuna da postoje razlike u magnetskim indukcijama unutar feromagnetske jezgre ?