







Vaja 4: Pirati – zgled reševanja z dinamičnim programiranjem

Uporabljen je postopek tabeliranja, ki je bil predstavljen na vajah.

Testni primer: $N = 4$, $M = 4$, $K = 5$

Inicializacija začetnega stanja:

RESULT = [inf, inf, inf, inf, inf, inf]

A = [[inf, inf],
[inf, inf],
[inf, inf],
[inf, inf],
[inf, inf],
[inf, inf]]

RESULT[0] = 0

A[0][0] = 0

Začetno stanje pred pričetkom dinamičnega programiranja s tabeliranjem:

RESULT = [0, inf, inf, inf, inf, inf]

A = [[0, inf],
[inf, inf],
[inf, inf],
[inf, inf],
[inf, inf],
[inf, inf]]

Tabeliranje:

Opozorilo: znotraj izračunov v funkcijah `min()` se uporablja **kopijo tabele A**, označeno s **A**. Vsebino tabele A se vedno znova skopira pred pričetkom raziskovanja otokov i-te vrstice (za raziskovanje od 2. vrstice naprej je potrebno posodobiti tabelo A s časom premikov med vrsticami, šele nato pa ustvariti njeno kopijo A). Rezultati funkcije `min()` se vpisujejo v originalno tabelo A.

1. Raziskovanje 1. vrstice (raziščemo lahko 0, 1 ali 2 otoka):

1. Ustvarimo kopijo tabele A: $\underline{A} = \text{copy}(A)$

2. Raziskovanje 0 otokov:

$$A[0][1] = \min(\underline{A}[0][1] = \text{inf}, \underline{A}[0][0] + 3) = 3$$

// min(čas za raziskovanje 0 otokov vse do stolpca y=M, čas za raziskovanje 0 otokov do stolpca y=1 + 3 ure za premik do stolpca y=M)

3. Raziskovanje 1 otoka:

$$\text{RESULT}[1] = \min(\text{RESULT}[1] = \text{inf}, \underline{A}[0][0] + 1 + 9, \underline{A}[0][0] + 2 + 1) = 3$$

// min(min. čas raziskovanja 1 otoka, min. čas za raziskovanje 0 otokov do stolpca y=1 + 1 ura za premik do (1,2) + 9 ur raziskovanja, min. čas za raziskovanje 0 otokov do stolpca y=1 + 2 uri za premik do (1,3) + 1 ura raziskovanja)

$$A[1][0] = \min(\underline{A}[1][0] = \text{inf}, \underline{A}[0][0] + 1 + 9 + 1, \underline{A}[0][0] + 2 + 1 + 2) = 5$$

//min(min. čas za raziskovanje 1 otoka vse do stolpca y=1, min. čas za raziskovanje 0 otokov do stolpca y=1 + 1 ura za premik do (1,2) + 9 ur raziskovanja + 1 ura za premik nazaj do stolpca y=1, min. čas raziskovanja 0 otokov do stolpca y=1 + 2 uri za premik do (1,3) + 1 ura raziskovanja + 2 uri za premik nazaj do stolpca y=1)

$$A[1][1] = \min(\underline{A}[1][1] = \text{inf}, \underline{A}[0][0] + 1 + 9 + 2, \underline{A}[0][0] + 2 + 1 + 1) = 4$$

//min(min. čas za raziskovanje 1 otoka vse do stolpca y=M, min. čas raziskovanja 0 otokov do stolpca y=1 + 1 ura za premik do (1,2) + 9 ur raziskovanja + 2 uri za premik do stolpca y=M, min. čas raziskovanja 0 otokov do stolpca y=1 + 2 uri za premik do (1,3) + 1 ura za raziskovanje + 1 ura za premik do stolpca y=M)

4. Raziskovanje 2 otokov:

$$\text{RESULT}[2] = \min(\text{RESULT}[2] = \text{inf}, \underline{A}[0][0] + 1 + 9 + 1 + 1) = 12$$

//min(min. čas raziskovanja 2 otokov, min. čas raziskovanja 0 otokov do stolpca y=1 + 1 ura za premik do (1,2) + 9 ur raziskovanja + 1 ura za premik do (1,3) + 1 ura raziskovanja)

$$A[2][0] = \min(\underline{A}[2][0] = \text{inf}, \underline{A}[0][0] + 1 + 9 + 1 + 1 + 2) = 14$$

//min(min. čas za raziskovanje 2 otokov vse do stolpca y=1, min. čas raziskovanja 0 otokov do stolpca y=1 + 1 ura za premik do (1,2) + 9 ur raziskovanja + 1 ura za premik do (1,3) + 1 ura raziskovanja + 2 uri za premik nazaj do stolpca y=1)

$$A[2][1] = \min(\underline{A}[2][1] = \text{inf}, \underline{A}[0][0] + 1 + 9 + 1 + 1 + 1) = 13$$

//min(min. čas za raziskovanje 2 otokov vse do stolpca y=M, min. čas raziskovanja 0 otokov do stolpca y=1 + 1 ura za premik do (1,2) + 9 ur raziskovanja + 1 ura za premik do (1,3) + 1 ura raziskovanja + 1 ura za premik do stolpca y=M)

5. Stanje ob koncu raziskovanja 1. vrstice:

RESULT = [0, 3, 12, inf, inf, inf]

A = [[0, 3],
[5, 4],
[14, 13],
[inf, inf],
[inf, inf],
[inf, inf]]

2. Raziskovanje 2. vrstice (raziščemo lahko 0, 1, 2 ali 3 otoke):

1. Posodobimo tabelo A s časom premikov med vrsticami - torej prištejemo razliko med indeksi 1. in 2. vrstice = +1:

A = [[1, 4],
[6, 5],
[15, 14],
[inf, inf],
[inf, inf],
[inf, inf]]

2. Ustvarimo kopijo tabele A: $\underline{A} = \text{copy}(A)$

3. Raziskovanje 0 otokov:

$$A[0][0] = \min(\underline{A}[0][0]=1, \underline{A}[0][1]+3) = 1$$

$$A[0][1] = \min(\underline{A}[0][1]=4, \underline{A}[0][0]+3) = 4$$

4. Raziskovanje 1 otoka:

$$\text{RESULT}[1] = \min(\text{RESULT}[1] = 3, \underline{A}[0][0]+2+5, \underline{A}[0][1]+1+5) = 3$$

$$A[1][0] = \min(\underline{A}[1][0] = 6, \underline{A}[0][0]+2+5+2, \underline{A}[0][1]+1+5+2) = 6$$

$$A[1][1] = \min(\underline{A}[1][1] = 5, \underline{A}[0][0]+2+5+1, \underline{A}[0][1]+1+5+1) = 5$$

5. Raziskovanje 2 otokov:

$$\text{RESULT}[2] = \min(\text{RESULT}[2] = 12, \underline{A}[1][0]+2+5, \underline{A}[1][1]+1+5) = 11$$

$$A[2][0] = \min(\underline{A}[2][0] = 15, \underline{A}[1][0]+2+5+2, \underline{A}[1][1]+1+5+2) = 13$$

$$A[2][1] = \min(\underline{A}[2][1] = 14, \underline{A}[1][0]+2+5+1, \underline{A}[1][1]+1+5+1) = 12$$

6. Raziskovanje 3 otokov:

$$\text{RESULT}[3] = \min(\text{RESULT}[3] = \text{inf}, \underline{A}[2][0]+2+5, \underline{A}[2][1]+1+5) = 20$$

$$A[3][0] = \min(\underline{A}[3][0] = \text{inf}, \underline{A}[2][0]+2+5+2, \underline{A}[2][1]+1+5+2) = 22$$

$$A[3][1] = \min(\underline{A}[3][1] = \text{inf}, \underline{A}[2][0]+2+5+1, \underline{A}[2][1]+1+5+1) = 21$$

7. Stanje ob koncu raziskovanja 2. vrstice:

RESULT = [0, 3, 11, 20, inf, inf]

A = [[1, 4],
[6, 5],
[13, 12],
[22, 21],
[inf, inf],
[inf, inf]]

3. Raziskovanje 3. vrstice (raziščemo lahko 0, 1, 2, 3 ali 4 otoke):

1. Posodobimo tabelo A s časom premikov med vrsticami - torej prištejemo razliko med indeksi 2. in 3. vrstice = +1:

A = [[2, 5],
[7, 6],
[14, 13],
[23, 22],
[inf, inf],
[inf, inf]]

2. Ustvarimo kopijo tabele A: $\underline{A} = \text{copy}(A)$

3. Raziskovanje 0 otokov:

$A[0][0] = \min(\underline{A}[0][0]=2, \underline{A}[0][1]+3) = 2$
 $A[0][1] = \min(\underline{A}[0][1]=5, \underline{A}[0][0]+3) = 5$

4. Raziskovanje 1 otoka:

$\text{RESULT}[1] = \min(\text{RESULT}[1] = 3, \underline{A}[0][0]+1+6, \underline{A}[0][1]+2+6) = 3$
 $A[1][0] = \min(\underline{A}[1][0] = 7, \underline{A}[0][0]+1+6+1, \underline{A}[0][1]+2+6+1) = 7$
 $A[1][1] = \min(\underline{A}[1][1] = 6, \underline{A}[0][0]+1+6+2, \underline{A}[0][1]+2+6+2) = 6$

5. Raziskovanje 2 otokov:

$\text{RESULT}[2] = \min(\text{RESULT}[2] = 11, \underline{A}[1][0]+1+6, \underline{A}[1][1]+2+6) = 11$
 $A[2][0] = \min(\underline{A}[2][0] = 14, \underline{A}[1][0]+1+6+1, \underline{A}[1][1]+2+6+1) = 14$
 $A[2][1] = \min(\underline{A}[2][1] = 13, \underline{A}[1][0]+1+6+2, \underline{A}[1][1]+2+6+2) = 13$

6. Raziskovanje 3 otokov:

$\text{RESULT}[3] = \min(\text{RESULT}[3] = 20, \underline{A}[2][0]+1+6, \underline{A}[2][1]+2+6) = 20$
 $A[3][0] = \min(\underline{A}[3][0] = 23, \underline{A}[2][0]+1+6+1, \underline{A}[2][1]+2+6+1) = 22$
 $A[3][1] = \min(\underline{A}[3][1] = 22, \underline{A}[2][0]+1+6+2, \underline{A}[2][1]+2+6+2) = 22$

7. Raziskovanje 4 otokov:

$\text{RESULT}[4] = \min(\text{RESULT}[4] = \text{inf}, \underline{A}[3][0]+1+6, \underline{A}[3][1]+2+6) = 30$
 $A[4][0] = \min(\underline{A}[4][0] = \text{inf}, \underline{A}[3][0]+1+6+1, \underline{A}[3][1]+2+6+1) = 31$
 $A[4][1] = \min(\underline{A}[4][1] = \text{inf}, \underline{A}[3][0]+1+6+2, \underline{A}[3][1]+2+6+2) = 32$

8. Stanje ob koncu raziskovanja 3. vrstice:

RESULT = [0, 3, 11, 20, 30, inf]

A = [[2, 5],
[7, 6],
[14, 13],
[22, 22],
[31, 32],
[inf, inf]]

4. Raziskovanje 4. vrstice (raziščemo lahko 0, 1, 2, 3, 4 ali 5 otokov):

1. Posodobimo tabelo A s časom premikov med vrsticami - torej prištejemo razliko med indeksi 3. in 4. vrstice = +1:

A = [[3, 6],
[8, 7],
[15, 14],
[23, 23],
[32, 33],
[inf, inf]]

2. Ustvarimo kopijo tabele A: $\underline{A} = \text{copy}(A)$

3. Raziskovanje 0 otokov:

$$A[0][0] = \min(\underline{A}[0][0]=3, \underline{A}[0][1]+3) = 3$$

$$A[0][1] = \min(\underline{A}[0][1]=6, \underline{A}[0][0]+3) = 6$$

4. Raziskovanje 1 otoka:

$$\text{RESULT}[1] = \min(\text{RESULT}[1] = 3, \underline{A}[0][0]+2+2, \underline{A}[0][1]+1+2) = 3$$

$$A[1][0] = \min(\underline{A}[1][0] = 8, \underline{A}[0][0]+2+2+2, \underline{A}[0][1]+1+2+2) = 8$$

$$A[1][1] = \min(\underline{A}[1][1] = 7, \underline{A}[0][0]+2+2+1, \underline{A}[0][1]+1+2+1) = 7$$

5. Raziskovanje 2 otokov:

$$\text{RESULT}[2] = \min(\text{RESULT}[2] = 11, \underline{A}[1][0]+2+2, \underline{A}[1][1]+1+2) = 10$$

$$A[2][0] = \min(\underline{A}[2][0] = 15, \underline{A}[1][0]+2+2+2, \underline{A}[1][1]+1+2+2) = 12$$

$$A[2][1] = \min(\underline{A}[2][1] = 14, \underline{A}[1][0]+2+2+1, \underline{A}[1][1]+1+2+1) = 11$$

6. Raziskovanje 3 otokov:

$$\text{RESULT}[3] = \min(\text{RESULT}[3] = 20, \underline{A}[2][0]+2+2, \underline{A}[2][1]+1+2) = 17$$

$$A[3][0] = \min(\underline{A}[3][0] = 23, \underline{A}[2][0]+2+2+2, \underline{A}[2][1]+1+2+2) = 19$$

$$A[3][1] = \min(\underline{A}[3][1] = 23, \underline{A}[2][0]+2+2+1, \underline{A}[2][1]+1+2+1) = 18$$

7. Raziskovanje 4 otokov:

$$\text{RESULT}[4] = \min(\text{RESULT}[4] = 30, \underline{A}[3][0]+2+2, \underline{A}[3][1]+1+2) = 26$$

$$A[4][0] = \min(\underline{A}[4][0] = 32, \underline{A}[3][0]+2+2+2, \underline{A}[3][1]+1+2+2) = 28$$

$$A[4][1] = \min(\underline{A}[4][1] = 33, \underline{A}[3][0]+2+2+1, \underline{A}[3][1]+1+2+1) = 27$$

8. Raziskovanje 5 otokov:

$$\text{RESULT}[5] = \min(\text{RESULT}[5] = \text{inf}, \underline{A}[4][0]+2+2, \underline{A}[4][1]+1+2) = 36$$

$$A[5][0] = \min(\underline{A}[5][0] = \text{inf}, \underline{A}[4][0]+2+2+2, \underline{A}[4][1]+1+2+2) = 38$$

$$A[5][1] = \min(\underline{A}[5][1] = \text{inf}, \underline{A}[4][0]+2+2+1, \underline{A}[4][1]+1+2+1) = 37$$

9. Stanje ob koncu raziskovanja 4. vrstice:

$$\text{RESULT} = [0, 3, 10, 17, 26, 36]$$

A = [[3, 6],
[8, 7],
[12, 11],
[19, 18],
[28, 27],
[38, 37]]

5. Končna rešitev je v polju RESULT na indeksih $k \in [1, K]$, torej [3, 10, 17, 26, 36].