



OBVIOUS CHOICE

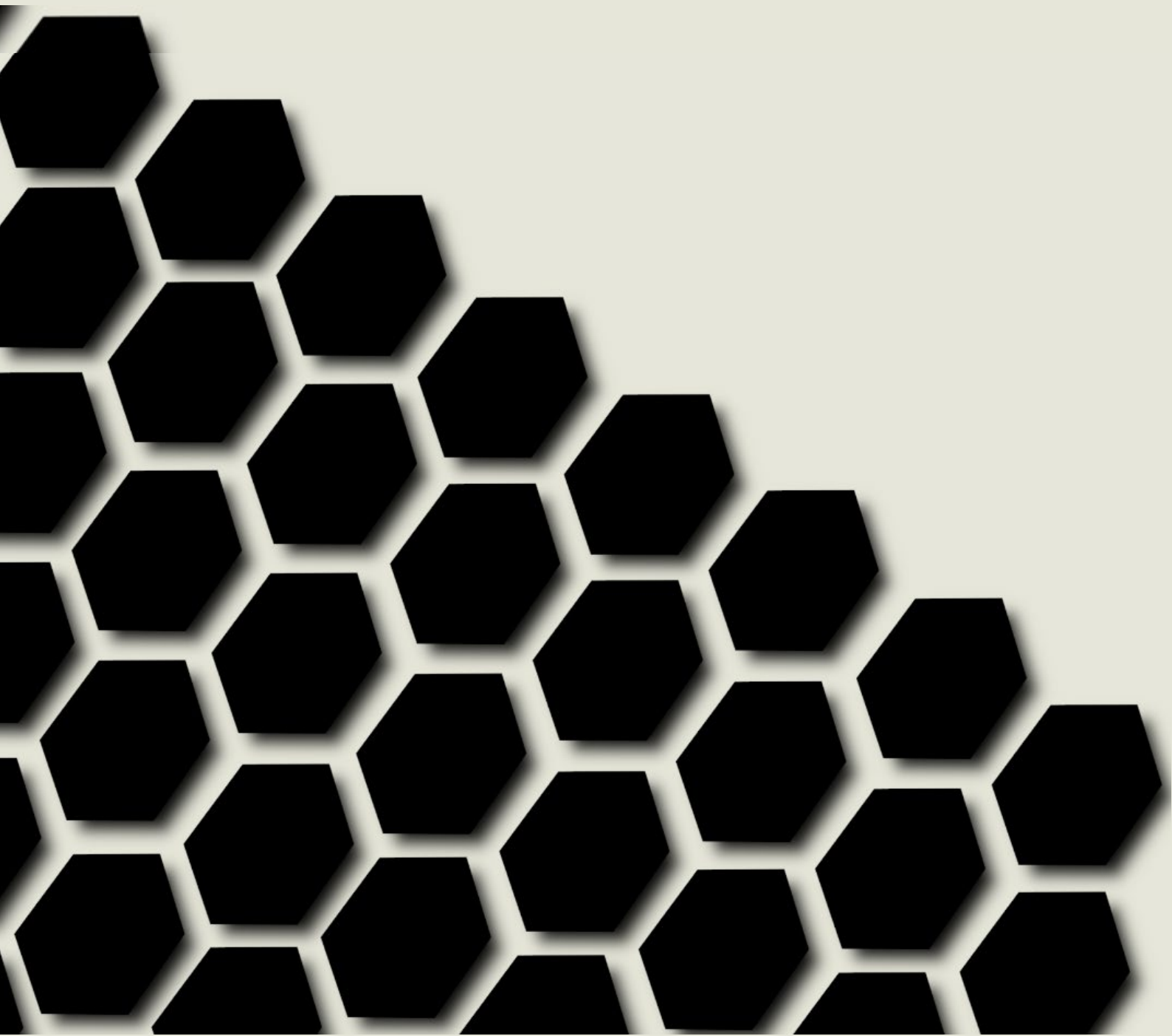


TABLE DES MATIERES

Les bases de numération.....	3
Introduction.....	3
I] Les digits	4
II] Qu'est-ce qu'une base de numération ?	4
La notion de poids	5
III] Les bases fondamentales de l'électronique et de l'informatique.....	5
La base 10 – Le système décimal.....	5
Calcul du poids.....	6
La base 2 – Le système binaire	6
Calcul du poids.....	6
La base 16 – Le système Hexadécimal	7
Calcul du poids.....	8
IV] Les conversions interbases	9
Décimal to Binaire	9
Décimal to Hexa.....	10
Binaire to Décimal	11
Binaire to Hexa	11
Hexa to décimal.....	12
Hexa to binaire	12

COURS DE MISE À NIVEAU

Les bases de numération

Introduction

Tous les jours, sans vous en apercevoir, vous exploitez ce que l'on nomme : « Les bases de numération ».

Il s'agit d'une notion mathématique fondamentale permettant de standardiser des ordres de grandeurs en fonction de leur domaine d'application.

Par exemple, l'Homme utilise les chiffres de 0 à 9 afin de quantifier certaines informations utiles telles que le poids, la taille, la quantité, etc... Vous-même l'utilisez pour vous représenter combien d'argent reste-t-il sur votre compte en banque ou le nombre d'heures de cours restant dans la journée.



I] Les digits

Ce que l'on appelle un « digit » est tout simplement un symbole graphique représentant une unité d'une base donnée.

Le digit peut être un chiffre ou une lettre.

Exemples :

1 peut être un digit ;

F peut être un digit ;

Vous l'aurez compris, lorsque vous compter dans la vie de tous les jours, vous utilisez de 10 digits différents allant de 0 à 9.

Les digits sont la totalité des éléments qui composent une base donnée.

Définition

Symbole utilisé pour représenter un des entiers non négatifs plus petit que la base, dans un système de numération. (Source : LAROUSSE)

/!\ Un digit ne peut JAMAIS être négatif !

II] Qu'est-ce qu'une base de numération ?

Une base de numération, est un système de mesure utilisé dans un champ d'application spécifique à son domaine composé d'un nombre défini et arrêté de digits.

Une base de numération peut être nommée par deux appellations : son appellation littéraire et son appellation mathématique.

Exemples :

Le système décimal ou Base 10

Le système binaire ou Base 2

Le système Hexadécimal ou Base 16

La notion de poids

Quand vous lisez un nombre, vous le lisez de gauche à droite car c'est comme cela qu'en Français nous lisons : de gauche à droite.

Quand on travaille avec une base de numération, on li un nombre de droite à gauche pour connaître le poids de chaque digit qui le compose.

Exemple :

Le nombre 42 666 en base 10

$$6 * (10^0 = 1) = 6$$

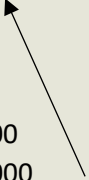
$$6 * (10^1 = 10) = 60$$

$$6 * (10^2 = 100) = 600$$

$$2 * (10^3 = 1000) = 2\,000$$

$$4 * (10^4 = 10\,000) = 40\,000$$

Si l'on interprète les résultats en partant du bas vers le haut on obtient :

6		
60		
600		
2 000		$40\,000 + 2\,000 + 600 + 60 + 6$
40 000		$= 42\,666$

On parle de poids fort et de poids faible.

Le digit le plus à gauche étant le plus fort et le plus à droite d'un nombre, le plus faible.

Dans 42 666, 4 a le poids le plus fort : 40 000

Et le 6 à la fin, a le poids le plus faible : 6

Cette notion de poids existe peu importe la base exploitée mais la méthode de calcul n'est pas toujours la même. Et les digits changent en fonction de la base.

III] Les bases fondamentales de l'électronique et de l'informatique

La base 10 – Le système décimal

Le système décimal est l'une des nombreuses bases de numération existantes.

Cependant, à échelle d'Homme, c'est probablement la plus répandue à l'usage courant.

Le système décimal appelé également « base 10 » doit son nom au fait qu'il exploite 10 digits à son fonctionnement.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9

L'usage de la base 10 comme base courante vient du fait que l'être humain possède 10 doigts.
 À titre d'anecdote, les Égyptiens utilisaient la base 10 dès le III millénaire avant notre ère : soit il y a 3 000 ans !

Calcul du poids

Voir l'exemple donné dans la partie « La notion de poids »

La base 2 – Le système binaire

Le système binaire ou aussi nommé « Base 2 » est la base de numération de prédilection en informatique.

En effet, l'ensemble des données transitant dans un flux informatique sont en binaire.

Il est même possible de développer des logiciels avec cette base via le langage de programmation « Assembleur ».

Les digits qui composent la base 2 sont le 0 et le 1.

0 ou 1 représente ce que l'on appelle un « bit »
 (/ ! \ à ne pas confondre « bit » avec l'anglais « byte » !)

Un mot¹ de 8 bits se nomme un « octet » donc :
 1 octet = 8 bits.

¹ = Un mot s'exprime en bits ou en octets ; un mot fait minimum 1 octet ou 8 bits.

Calcul du poids

Le binaire ne fait pas exception, il se lit de droite à gauche, avec le poids le plus fort tout à gauche et le poids le plus faible tout à droite.

Le poids d'un « bit » est TOUJOURS une puissance de 2 ; tout comme le poids dans le système décimal est TOUJOURS une puissance de 10.

Exemple :

101101

↑ 1	vaut $2^0 = 1$
0	vaut $2^1 = 2$
1	vaut $2^2 = 4$
1	vaut $2^3 = 8$
0	vaut $2^4 = 16$
1	vaut $2^5 = 32$

Lors de son calcul, les « bits » ayant comme valeur 0 voit leur poids non comptabilisé.

0	0	1	0	1	1	0	1
128	64	32	16	8	4	2	1

La base 16 – Le système Hexadécimal

Le système hexadécimal, « base 16 » est comme son nom l'indique une base de numération composé de 16 digits.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Un digit hexadécimal correspond à un ensemble de 4 digits binaire soit 4 bits.

Un entier s'écrit en concaténant des digits hexadécimaux.

Exemple :

98F₁₆

i Informations

Lors de la notation d'un nombre d'une base de numération, le nombre peut s'écrire avec en indice, sa base.

01010110₂

64₁₀

47A₁₆

Calcul du poids

Toujours en lecture de droite à gauche, poids le plus fort à gauche et le plus faible à droite.

Exemple :

55BE

E	vaut $(14 * 16^0) = 14$
B	vaut $(11 * 16^1) = 176$
5	vaut $(5 * 16^2) = 1\,280$
5	vaut $(5 * 16^3) = 20\,480$

IV] Les conversions interbases

Décimal to Binaire

Pour convertir un nombre décimal (base 10) en un nombre binaire (base 2), il suffit de diviser le nombre décimal par 2 et répéter l'opération sur le quotient obtenu de la division.

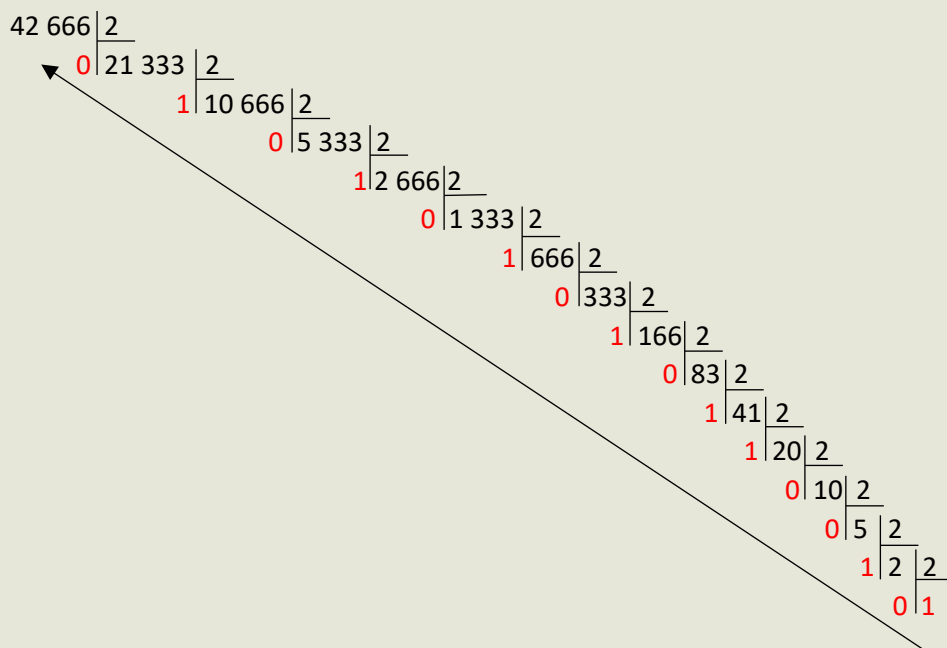
Si le quotient de l'opération est pair, on poursuit normalement la division en annotant qu'il reste 0.

Si le quotient est impair ou à virgule, on poursuit la division en indiquant qu'il reste 1.

Puis on interprète le résultat de bas en haut en concaténant les restes de l'ensemble des opérations en les inscrivant de gauche à droite.

Exemple :

42 666



Soit :

1010011010101010

42 666 (décimal) = 1010011010101010 (binaire)

Décimal to Hexa

La conversion d'un nombre décimal en hexadécimal est assez simple.

Il faut diviser le nombre décimal par 16 ; on obtient alors un nombre à virgule.

Il faut ensuite diviser le résultat après la virgule (sans l'entier avant la virgule) par 16.

Puis diviser à nouveau l'entier obtenue par 16 et ainsi de suite.

L'opération s'achève lorsque le dernier nombre à devoir être multiplié par 16 est inférieur à 1.

Exemple :

666

$666 / 16$	$= 41,625$	↑
$0.625 * 16$	$= 10$	
$41 / 16$	$= 2,5625$	
$0.5625 * 16$	$= 9$	
$2 / 16$	$= 0.125$	
$0.125 * 16$	$= 2$	

$$666_{10} = 29A_{16}$$

Cas particulier :

4268

$4268/16$	$=266,75$	↑
$0.75*16$	$= 12$	
$266/16$	$= 16.625$	
$0.625*16$	$= 10$	
$16/16$	$= 1$ (retenir 0)	
$0.0625*16$	$= 1$	

$$4268_{10} = 10AC_{16}$$

Binaire to Décimal

Certainement la conversion la plus simple, pour convertir du binaire vers du décimal, il faut indiquer le poids de chaque digit puis multiplier son poids par la valeur binaire du digit.

Ensuite il faut additionner la somme des poids.

Exemple :

128	64	32	16	8	4	2	1
0	0	1	0	1	1	0	1

101101

$$1 \times 1 = 1$$

$$0 \times 2 = 0$$

$$1 \times 4 = 4$$

$$1 \times 8 = 8$$

$$0 \times 16 = 0$$

$$1 \times 32 = 32$$

$$32 + 8 + 4 + 1 = 45$$

$$101101_2 = 45_{10}$$

Binaire to Hexa

Tout aussi simple que précédemment, la conversion Binaire to Hexa consiste à l'addition des sommes du poids de groupe de 4 bits.

Exemple :

1010 0110

8	4	2	1
1	0	1	0
10			

8	4	2	1
0	1	1	0
6			

A6

Hexa to décimal

La conversion de la base 16 à la base 10 n'est pas très compliqué non plus.

Pour cela, il faut convertir les digits hexadécimaux en digits décimal puis les multiplier avec une puissance de 16 et additionner les produits.

Exemple :

A_{16}

$$A_{16} = (10 * 16^1) + (6 * 16^0) = 166_{10}$$

$$A_{16} = 166_{10}$$

Hexa to binaire

La conversion hexadécimal to binaire se réalise en additionnant la totalité des poids de l'équivalent binaire du nombre hexadécimal en 1 octet.

Exemple :

$A_6 =$

128	64	32	16	8	4	2	1
1	0	1	0	0	1	1	0