

BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS

ÉPREUVE EF2 – MATHÉMATIQUES APPROFONDIES

2021

SUJET

Durée : 2 heures

Seuls les points supérieurs à 10 sont pris en compte.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de calculatrice sans mémoire « type collègue » est autorisé.

Ce document comporte 6 pages numérotées de la page 1/6 à 6/6.

La page numérotée 6/6 est à rendre.

Dès que ce document vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

2021	BTS SIO		Sujet
21-SIEF2MA-MAG Id21F	UF2 Mathématiques approfondies	Durée : 2 h 00	1 / 6

Exercice 1 (10 points)

Les parties A, B, C et D sont indépendantes.

Tous les résultats seront arrondis si besoin à 10^{-4} , sauf indication contraire dans la question.

On considère un vendeur de pièces informatiques en ligne.

Partie A

Dans cette partie, nous nous intéressons aux retours pour panne des cartes graphiques. Le site de vente en ligne ne propose que deux marques de cartes graphiques : les cartes de chez MéDinf et celles de chez NaViDia.

On sait que 70 % des cartes vendues viennent de chez NaViDia.

Le vendeur constate que 4 % des cartes de chez NaViDia et 5 % des cartes provenant de chez MéDinf, tombent en panne.

On prélève au hasard une carte graphique vendue sur le site.

On considère les événements suivants :

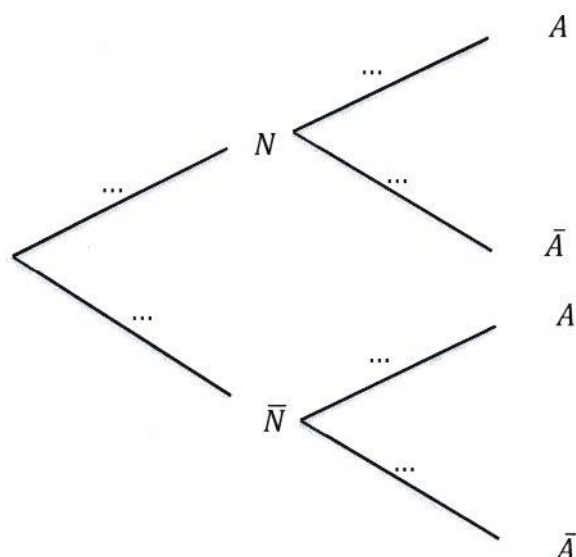
N : « La carte provient de chez NaViDia »,

\bar{N} : « La carte provient de chez MéDinf »,

A : « La carte graphique tombe en panne ».

On notera $P(N)$ la probabilité de l'événement N .

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités modélisant cette situation :



2. Vérifier que $P(A) = 0,043$.

3. Une carte graphique est tombée en panne. Calculer la probabilité qu'elle provienne de chez MéDinf, c'est-à-dire $P_A(\bar{N})$.

2021	BTS SIO		Sujet
21-SIEF2MA-MAG Id21F	UF2 Mathématiques approfondies	Durée : 2 h 00	2 / 6

Partie B

Le service clientèle a remarqué que 25 % des appels de clients concernaient des plaintes. Un employé a répondu à 30 appels de clients en une journée. On considère que les appels étaient indépendants les uns des autres.

On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre d'appels qui concernaient des plaintes parmi ces 30 appels de clients.

1. Quelle loi de probabilité suit la variable aléatoire X ? Préciser ses paramètres.
2. Calculer la probabilité $P(X = 8)$.
3. Quelle est la probabilité d'avoir un nombre de plaintes à traiter inférieur ou égal à 6 parmi les 30 appels ?

Partie C

On admet que la variable aléatoire Y qui modélise l'âge d'un client suit la loi normale de paramètres $\mu = 36,2$ et $\sigma = 7,8$.

1. Quelle est la probabilité qu'un client ait entre 28,4 et 44 ans ?
2. Quelle est la probabilité qu'un client ait plus de 45 ans ?

Partie D

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaire du site de vente en ligne, en milliers d'euros, depuis 2014.

Année	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaire : y_i	19,8	22,7	25,7	28,7	31,8	35,1	38,5

1.
 - a. Déterminer une équation de la droite de régression de y en x , sous la forme $y = ax + b$, en arrondissant a et b au centième près.
 - b. Préciser la valeur du coefficient de corrélation linéaire r .
Cette corrélation semble-t-elle satisfaisante ? Justifier votre réponse.
2. Donner une estimation du chiffre d'affaire en 2022, à l'aide de l'équation de la droite de régression trouvée précédemment.

2021	BTS SIO		Sujet
21-SIEF2MA-MAG Id21F	UF2 Mathématiques approfondies	Durée : 2 h 00	3 / 6

Exercice 2 (10 points)

Partie A

1. On considère la fonction f définie sur $[0; 5]$ par $f(x) = 4x^3 - 30x^2 + 72x - 55$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f . On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal.

- Calculer $f'(x)$.
- Un logiciel de calcul formel donne le résultat suivant :

```
Factoriser(Dériver(4x^3-30x^2+72x-55))  
  
-> 12(x-2)(x-3)
```

Justifier ce résultat.

- Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 5]$.
- Justifier les variations suivantes de la fonction f :

x	0	2	3	5
Variations de f	-55	1	-1	55

Vous pourrez utiliser ce tableau et la représentation graphique de la fonction f fournie en annexe pour la suite de l'exercice.

2.

- Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[0; 5]$.
- Donner par lecture graphique une valeur approchée de chacune de ces solutions à 10^{-1} .

3.

- Un logiciel de calcul formel donne le résultat suivant :

```
Primitive(4x^3-30x^2+72x-55)  
  
-> x^4-10x^3+36x^2-55x
```

Justifier ce résultat.

- Sur le graphique de la feuille annexe à rendre avec la copie, hachurer le domaine dont l'aire \mathcal{A} s'exprime en unités d'aire par l'intégrale $\int_4^5 f(x)dx$.
- Calculer, en utilisant une primitive de f , la valeur exacte, en unités d'aire, de l'aire \mathcal{A} .

2021	BTS SIO		Sujet
21-SIEF2MA-MAG Id21F	UF2 Mathématiques approfondies	Durée : 2 h 00	4 / 6

Partie B

Le bénéfice d'une entreprise qui peut fabriquer entre 0 et 5 000 pièces est modélisé par la fonction f définie dans la partie A, où x est exprimé en milliers de pièces et $f(x)$ en milliers d'euros.

1. Combien l'entreprise doit-elle fabriquer de pièces pour être bénéficiaire ?
2. Pour des raisons logistiques l'entreprise ne souhaite pas fabriquer plus de 3 000 pièces.

Combien doit-elle fabriquer de pièces, sous cette condition, pour maximiser son bénéfice ? Quel sera alors son bénéfice ?

2021	BTS SIO		Sujet
21-SIEF2MA-MAG Id21F	UF2 Mathématiques approfondies	Durée : 2 h 00	5 / 6