

<p style="text-align: center;">BTS SERVICES INFORMATIQUES AUX ORGANISATIONS</p>
--

ÉPREUVE EF2 – MATHÉMATIQUES APPROFONDIES

SUJET

SESSION 2020

Durée : 2 heures

Seuls les points supérieurs à 10 sont pris en compte.

Matériel autorisé :

- l'usage de calculatrice sans mémoire « type collègue » est autorisé.
- l'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce document comporte 4 pages, numérotées de 1/4 à 4/4.

BTS Services informatiques aux organisations (SIO)		Session 2020
EF2 Mathématiques approfondies	Code : 20SIEF2MANC1 (Id 19C)	Page : 1/4

Exercice 1 (10 points)

Pour chaque appel à un service d'assistance téléphonique d'une entreprise, les opérateurs enregistrent dans une base de données, la date, la durée et le motif de cet appel.

Le tableau suivant donne la répartition des durées d'appel lors d'un mois donné.

Durée en minute	5	10	15	20	25
Pourcentage d'appels ayant une durée supérieure à la durée indiquée	65	43	30	22	17

Ainsi, par exemple, la première colonne de nombres indique que 65 % des appels ont dépassé 5 minutes, la dernière colonne indique que 17 % des appels ont dépassé 25 minutes.

Les deux parties A et B peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A – Dans cette partie, les résultats seront arrondis au millièème.

- On prélève au hasard dans la base de données un appel du mois considéré. On admet que tous les appels ont la même probabilité d'être prélevés.
On note A l'évènement « la durée de l'appel dépasse 10 minutes », et B l'évènement « la durée de l'appel ne dépasse pas 15 minutes ».
 - Déterminer la probabilité de l'évènement A , puis celle de l'évènement B .
 - Calculer la probabilité que la durée de l'appel dépasse 10 minutes mais pas 15 minutes.
 - Calculer la probabilité que la durée de l'appel ne dépasse pas 15 minutes sachant qu'elle dépasse 10 minutes.
- Dans la base de données, on prélève au hasard avec remise 6 appels du mois considéré.
On note X la variable aléatoire correspondant au nombre d'appels, sur les 6 prélevés, dont la durée dépasse 10 minutes.
 - Préciser la loi de la variable aléatoire X et donner les paramètres de cette loi.
 - Calculer la probabilité que, parmi les 6 appels prélevés, strictement moins de 3 appels aient une durée dépassant 10 minutes.
- Dans la base de données, on prélève au hasard avec remise 100 appels du mois considéré.
On note Y la variable aléatoire correspondant au nombre d'appels, sur les 100 prélevés, dont la durée dépasse 10 minutes.
On admet que la loi de la variable Y suit approximativement une loi normale de moyenne 43 et d'écart-type 5.
 - Déterminer $P(Y \geq 30)$.
 - Déterminer une valeur approchée à l'unité du nombre n vérifiant $P(Y \geq n) = 0,75$.
Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B

BTS Services informatiques aux organisations (SIO)		Session 2020
EF2 Mathématiques approfondies	Code : 20SIEF2MANC1 (Id 19C)	Page : 2/4

On étudie dans cette partie un lien entre la durée t d'un appel et le pourcentage p d'appels dont la durée dépasse t . On utilise pour cela le changement de variable $z = \ln(p - 10)$.

1. Recopier et compléter le tableau suivant, en arrondissant les valeurs au centième.

Durée en minutes : t	5	10	15	20	25
Pourcentage d'appels ayant une durée supérieure à la durée indiquée : p	65	43	30	22	17
$z = \ln(p - 10)$					

2. On pourra répondre aux deux questions qui suivent à l'aide de la calculatrice.

- Préciser le coefficient de corrélation linéaire, arrondi au millième, entre les variables t et z .
- Déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en t par la méthode des moindres carrés. Arrondir les coefficients au centième.

3. On admet que l'équation de la droite précédente modélise le lien entre les variables z et t .

- En déduire que, pour ce modèle, on a : $p = 92,76e^{-0,10t} + 10$, en arrondissant les coefficients au centième.
- Utiliser l'expression précédente pour estimer le pourcentage d'appels dont la durée a dépassé 30 minutes, durant le mois considéré.

Exercice 2 (10 points)

Une entreprise informatique produit à partir du 1^{er} décembre 2018 un nouveau type de composants, et prévoit de poursuivre cette production pendant 18 mois.

On note x le rang du mois écoulé depuis décembre 2018. Ainsi, $x = 0$ en décembre 2018, $x = 1$ en janvier 2019, $x = 18$ en juin 2020.

On admet que le nombre de composants produits, en milliers, au cours du mois de rang x , est modélisé par la fonction f , définie sur l'intervalle $[0 ; 18]$ par :

$$f(x) = 5 + (x + 1)e^{-0,2x}.$$

Partie A - Étude de la fonction f

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant, en arrondissant ces valeurs au centième.

x	0	2	6	12	18
$f(x)$	6				

2. Un logiciel de calcul formel donne, pour tout réel x : $f'(x) = 0,2(-x + 4)e^{-0,2x}$.

BTS Services informatiques aux organisations (SIO)		Session 2020
EF2 Mathématiques approfondies	Code : 20SIEF2MANC1 (Id 19C)	Page : 3/4

Étudier le sens de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 18]$ et dresser son tableau de variations. On calculera la valeur arrondie au centième du maximum de la fonction f sur l'intervalle considéré.

3. a) Construire la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.
 b) Hachurer, sur ce graphique, l'aire correspondant à l'intégrale $I = \int_2^{12} f(x) dx$.
4. On a obtenu à l'aide d'un logiciel de calcul formel une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 18]$. Celle-ci s'exprime, pour tout réel x , par :

$$F(x) = 5x - (5x + 30)e^{-0,2x}.$$
 - b) Déterminer la valeur exacte de l'intégrale $I = \int_2^{12} f(x) dx$.
 - c) En déduire la valeur moyenne, arrondie au centième, de la fonction f sur l'intervalle $[2 ; 12]$.

Partie B - Interprétations

1. Donner une estimation du nombre de composants qui seront produits lors du mois de décembre 2019.
2. Déterminer le mois durant lequel la production est maximale, et donner le nombre de composants produits durant ce mois.
3. Donner une estimation du nombre moyen mensuel de composants produits, entre le mois de février 2019 et le mois de décembre 2019.

BTS Services informatiques aux organisations (SIO)		Session 2020
EF2 Mathématiques approfondies	Code : 20SIEF2MANC1 (Id 19C)	Page : 4/4