

# Расчетно-графическая работа по математическому анализу

## Вариант 6

Егор Федоров    Даниил Горляков

Университет ИТМО

Декабрь 2023

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения.

Вывод

# Задание 1. Потенциал векторного поля

РГР по  
матанализу

Федоров,  
Горляков

Дано векторное поле  $\mathbf{H} = (e^x; -e^y)$ .

План:

- ▶ Убедитесь, что поле потенциально
- ▶ Найдите уравнения векторных линий
- ▶ Изобразите векторные линии на рисунке
- ▶ Изобразите линии уровня потенциала (эквипотенциальные линии).  
Проиллюстрируйте ортогональность линий уровня и векторных линий.
- ▶ Зафиксируйте точки  $A$  и  $B$  на какой-либо векторной линии. Вычислите работу поля вдоль этой линии.

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения.

Вывод

# Потенциальность поля

РГР по  
матанализу

Федоров,  
Горляков

Убедимся, что поле потенциально. Воспользуемся критерием потенциальности векторного поля.

## Критерий потенциальности векторного поля

Непрерывное в области  $D \subset \mathbb{R}^n$  векторное поле  $A$  потенциально в  $D$  тогда и только тогда, когда его работа на любом лежащем в  $D$  замкнутом пути равна нулю:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

Проверим этот критерий для  $\mathbf{H} = (e^x, -e^y)$ . Очевидно, что векторное поле  $\mathbf{H}$  непрерывно на  $\mathbb{R}^2$ .

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения.

Вывод

# Вывод по задаче

РГР по  
матанализу

Федоров,  
Горляков

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения.

Вывод

## Задание 2. Поток векторного поля

РГР по  
матанализу

Федоров,  
Горляков

Дано тело  $T$ , ограниченное следующими поверхностями:

$$z + \sqrt{4 - x^2 - y^2} = 0 \quad x^2 + z^2 = 1 \quad x^2 + y + z^2 = 2$$

На рисунке предоставлено сечение тела  $T$  координатной плоскостью  $Oyz$ .

- ▶ Изобразите тело  $T$  на графике в пространстве.
- ▶ Вычислите поток поля

$$\mathbf{a} = (\sin zy^2)\mathbf{i} + \sqrt{2}x\mathbf{j} + (\sqrt{2+y} - 3k)\mathbf{k}$$

через боковую поверхность тела  $T$ , образованную вращением дуги  $AFEDC$  вокруг оси  $Oy$ , в направлении внешней нормали поверхности тела  $T$ .

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения.

Вывод

# Вывод по задаче

РГР по  
матанализу

**Федоров,  
Горляков**

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

**Задание 2.  
Поток  
векторного поля**

Задание 3.  
Конформные  
отображения.

Вывод

## Задание 3. Конформные отображения

РГР по  
матанализу

Федоров,  
Горляков

$$w(z) = \frac{z - 1}{z + 1}$$

План выполнения работы:

1. Рассмотреть конформное отображение. Определить особые точки отображения (при наличии) и указать их вид.
2. Изобразить на комплексной плоскости отображение области виртуального пространства в область физического пространства с помощью заданного преобразования.
3. Выделить действительную и мнимую части отображения для построения искривленной координатной сетки в физическом пространстве.
4. Взять обратное преобразование к заданному и проанализировать его
5. Расчитать профиль показателя преломления используя конформное отображение

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения.

Вывод

# Вывод по задаче

РГР по  
матанализу

**Федоров,  
Горляков**

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

**Задание 3.  
Конформные  
отображения.**

Вывод



# Вывод

РГР по  
матанализу

**Федоров,  
Горляков**

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения.

**Вывод**