

# Расчетно-графическая работа по математическому анализу

## Вариант 6

Егор Федоров    Даниил Горляков

Университет ИТМО

Декабрь 2023

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения

Вывод

# Задание 1. Потенциал векторного поля

РГР по  
матанализу

Федоров,  
Горляков

Дано векторное поле  $\mathbf{H} = (e^x; -e^y)$ .

План:

1. Убедитесь, что поле потенциально
2. Найдите уравнения векторных линий
3. Изобразите векторные линии на рисунке
4. Изобразите линии уровня потенциала (эквипотенциальные линии).  
Проиллюстрируйте ортогональность линий уровня и векторных линий.
5. Зафиксируйте точки  $A$  и  $B$  на какой-либо векторной линии. Вычислите работу поля вдоль этой линии.

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения

Вывод

# Потенциальность поля

РГР по  
матанализу

Федоров,  
Горляков

Убедимся, что поле потенциально.

Для этого найдем  $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \operatorname{grad} \mathbf{H} \times \mathbf{H}$ .

$$\operatorname{grad} \mathbf{H} = \left( \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x}; \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial y} \right) = (e^x; -e^y)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \operatorname{grad} \mathbf{H} \times \mathbf{H} = (e^x; -e^y; 0) \times (e^x; -e^y; 0) = \\ &= (0, 0, e^x \cdot (-e^y) - (-e^y) \cdot e^x) = \mathbf{0} \end{aligned}$$

Таким образом, так как  $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{0}$ , поле  $\mathbf{H}$  – потенциально.

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения

Вывод

## Уравнения векторных линий

Для нахождения уравнений векторных линий решим дифференциальное уравнение:

$$\frac{dx}{e^x} = \frac{dy}{-e^y} \quad (1)$$

Проинтегрируем полученное уравнение:

$$\int e^{-x} dx = \int -e^{-y} dy \quad (2)$$

Интегрируя в уме, получаем:

$$\begin{aligned} -e^{-x} + C &= e^{-y} + C \\ e^{-y} + e^{-x} &= C \end{aligned}$$

Перенесем  $e^{-x}$  в правую часть и прологарифмируем:

$$y = \ln(C - e^{-x}), \quad C - e^{-x} > 0 \iff x > -\ln(C), \quad C > 0 \quad (3)$$

# Векторные линии

РГР по  
матанализу

Федоров,  
Горляков

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения

Вывод

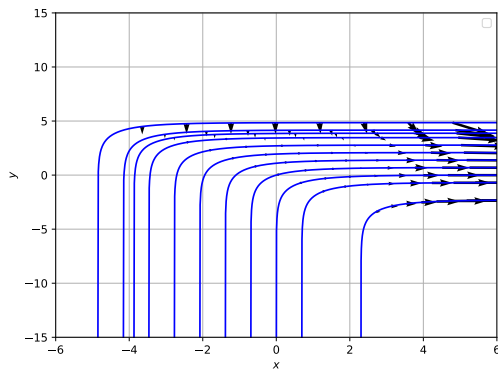


Рис.: Векторные линии поля  $H$

# Линии уровня потенциала

РГР по  
матанализу

Федоров,  
Горляков

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения

Вывод

# Работа поля вдоль линии

РГР по  
матанализу

Федоров,  
Горляков

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения

Вывод

# Вывод по задаче

РГР по  
матанализу

Федоров,  
Горляков

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения

Вывод



## Задание 2. Поток векторного поля

Дано тело  $T$ , ограниченное следующими поверхностями:

$$z + \sqrt{4 - x^2 - y^2} = 0 \quad x^2 + z^2 = 1 \quad x^2 + y + z^2 = 2$$

На рисунке предоставлено сечение тела  $T$  координатной плоскостью  $Oyz$ .

- ▶ Изобразите тело  $T$  на графике в пространстве.
- ▶ Вычислите поток поля

$$\mathbf{a} = (\sin zy^2)\mathbf{i} + \sqrt{2}x\mathbf{j} + (\sqrt{2+y} - 3k)\mathbf{k}$$

через боковую поверхность тела  $T$ , образованную вращением дуги  $AFEDC$  вокруг оси  $Oy$ , в направлении внешней нормали поверхности тела  $T$ .

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения

Вывод

# Вывод по задаче

РГР по  
матанализу

**Федоров,  
Горляков**

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

**Задание 2.  
Поток  
векторного поля**

Задание 3.  
Конформные  
отображения

Вывод

## Задание 3. Конформные отображения

РГР по  
матанализу

Федоров,  
Горляков

$$w(z) = \frac{z - 1}{z + 1}$$

План выполнения работы:

1. Рассмотреть конформное отображение. Определить особые точки отображения (при наличии) и указать их вид.
2. Изобразить на комплексной плоскости отображение области виртуального пространства в область физического пространства с помощью заданного преобразования.
3. Выделить действительную и мнимую части отображения для построения искривленной координатной сетки в физическом пространстве.
4. Взять обратное преобразование к заданному и проанализировать его
5. Расчитать профиль показателя преломления используя конформное отображение

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения

Вывод

# Вывод по задаче

РГР по  
матанализу

**Федоров,  
Горляков**

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

**Задание 3.  
Конформные  
отображения**

Вывод

# Вывод

РГР по  
матанализу

**Федоров,  
Горляков**

Задание 1.  
Потенциал  
векторного поля

Задание 2.  
Поток  
векторного поля

Задание 3.  
Конформные  
отображения

**Вывод**