

Расчетно-графическая работа по математическому анализу

Вариант 6

Егор Федоров Даниил Горляков

Университет ИТМО

Декабрь 2023

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения.

Задание 1. Потенциал векторного поля

РГР по
матанализу

Федоров,
Горляков

Дано векторное поле $\mathbf{H} = (e^x; -e^y)$.

План:

- ▶ Убедитесь, что поле потенциально
- ▶ Найдите уравнения векторных линий
- ▶ Изобразите векторные линии на рисунке
- ▶ Изобразите линии уровня потенциала (эквипотенциальные линии).
Проиллюстрируйте ортогональность линий уровня и векторных линий.
- ▶ Зафиксируйте точки A и B на какой-либо векторной линии. Вычислите работу поля вдоль этой линии.

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения.

Задача 1. Потенциал векторного поля

РГР по
матанализу

Федоров,
Горляков

Убедимся, что поле потенциально. Воспользуемся критерием потенциальности векторного поля.

Критерий потенциальности векторного поля

Непрерывное в области $D \subset \mathbb{R}^n$ векторное поле A потенциально в D тогда и только тогда, когда его работа на любом лежащем в D замкнутом пути равна нулю:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

Проверим этот критерий для $\mathbf{H} = (e^x, -e^y)$. Очевидно, что векторное поле \mathbf{H} непрерывно на \mathbb{R}^2 .

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения.

Задание 2. Поток векторного поля

Дано тело T , ограниченное следующими поверхностями:

$$z + \sqrt{4 - x^2 - y^2} = 0 \quad x^2 + z^2 = 1 \quad x^2 + y + z^2 = 2$$

На рисунке предоставлено сечение тела T координатной плоскостью Oyz .

- ▶ Изобразите тело T на графике в пространстве.
- ▶ Вычислите поток поля

$$\mathbf{a} = (\sin zy^2)\mathbf{i} + \sqrt{2}x\mathbf{j} + (\sqrt{2+y} - 3k)\mathbf{k}$$

через боковую поверхность тела T , образованную вращением дуги $AFEDC$ вокруг оси Oy , в направлении внешней нормали поверхности тела T .

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения.

Задание 3. Конформные отображения

$$w(z) = \frac{z - 1}{z + 1}$$

План выполнения работы:

1. Рассмотреть конформное отображение. Определить особые точки отображения (при наличии) и указать их вид.
2. Изобразить на комплексной плоскости отображение области виртуального пространства в область физического пространства с помощью заданного преобразования.
3. Выделить действительную и мнимую части отображения для построения искривленной координатной сетки в физическом пространстве.
4. Взять обратное преобразование к заданному и проанализировать его
5. Расчитать профиль показателя преломления используя конформное отображение

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения.