

Расчетно-графическая работа по математическому анализу

Вариант 6

Егор Федоров Даниил Горляков

Университет ИТМО

Декабрь 2023

Задача 1. Потенциал векторного поля

Дано векторное поле $\vec{H} = (e^x; -e^y)$.

План:

- ▶ Убедитесь, что поле потенциально
- ▶ Найдите уравнения векторных линий
- ▶ Изобразите векторные линии на рисунке
- ▶ Изобразите линии уровня потенциала (эквипотенциальные линии).
Проиллюстрируйте ортогональность линий уровня и векторных линий.
- ▶ Зафиксируйте точки A и B на какой-либо векторной линии. Вычислите работу поля вдоль этой линии.

Задача 1. Потенциал векторного поля

РГР по
матанализу

Федоров,
Горляков

Задача 1.
Потенциал
векторного поля

Убедимся, что поле потенциально. Для этого найдем $\text{rot } \vec{H} = \text{grad } \vec{H} \times \vec{H}$.

$$\text{grad } \vec{H} = \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial x}; \frac{\partial \vec{H}}{\partial y} \right) = (e^x; -e^y)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \text{grad } \vec{H} \times \vec{H} = (e^x; -e^y; 0) \times (e^x; -e^y; 0) = (0, 0, e^x \cdot (-e^y) - (-e^y) \cdot e^x) = \vec{0}$$

Таким образом, так как $\text{rot } \vec{H} = \vec{0}$, то поле \vec{H} – потенциально.

Задача 2. Поток векторного поля

Дано тело T , ограниченное следующими поверхностями:

$$z + \sqrt{4 - x^2 - y^2} = 0 \quad x^2 + z^2 = 1 \quad x^2 + y + z^2 = 2$$

На рисунке предоставлено сечение тела T координатной плоскостью Oyz .

- ▶ Изобразите тело T на графике в пространстве.
- ▶ Вычислите поток поля

$$\vec{a} = (\sin zy^2)\vec{i} + \sqrt{2}x\vec{j} + (\sqrt{2+y} - 3k)\vec{k}$$

через боковую поверхность тела T , образованную вращением дуги $AFEDC$ вокруг оси Oy , в направлении внешней нормали поверхности тела T .

Задание 3. Конформные отображения

$$w(z) = \frac{z - 1}{z + 1}$$

План выполнения работы:

1. Рассмотреть конформное отображение. Определить особые точки отображения (при наличии) и указать их вид.
2. Изобразить на комплексной плоскости отображение области виртуального пространства в область физического пространства с помощью заданного преобразования.
3. Выделить действительную и мнимую части отображения для построения искривленной координатной сетки в физическом пространстве.
4. Взять обратное преобразование к заданному и проанализировать его
5. Расчитать профиль показателя преломления используя конформное отображение