

Расчетно-графическая работа по математическому анализу

Вариант 6

Егор Федоров Даниил Горляков

Университет ИТМО

Декабрь 2023

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения

Вывод

Задание 1. Потенциал векторного поля

РГР по
матанализу

Федоров,
Горляков

Дано векторное поле $\mathbf{H} = (e^x; -e^y)$.

План:

1. Убедитесь, что поле потенциально
2. Найдите уравнения векторных линий
3. Изобразите векторные линии на рисунке
4. Изобразите линии уровня потенциала (эквипотенциальные линии).
Проиллюстрируйте ортогональность линий уровня и векторных линий.
5. Зафиксируйте точки A и B на какой-либо векторной линии. Вычислите работу поля вдоль этой линии.

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения

Вывод

Потенциальность поля

РГР по
матанализу

Федоров,
Горляков

Убедимся, что поле потенциально.

Для этого найдем $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \operatorname{grad} \mathbf{H} \times \mathbf{H}$.

$$\operatorname{grad} \mathbf{H} = \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial x}; \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial y} \right) = (e^x; -e^y)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \operatorname{grad} \mathbf{H} \times \mathbf{H} = (e^x; -e^y; 0) \times (e^x; -e^y; 0) = \\ &= (0, 0, e^x \cdot (-e^y) - (-e^y) \cdot e^x) = \mathbf{0} \end{aligned}$$

Таким образом, так как $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{0}$, поле \mathbf{H} – потенциально.

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения

Вывод

Уравнения векторных линий

Для нахождения уравнений векторных линий решим дифференциальное уравнение:

$$\frac{dx}{e^x} = \frac{dy}{-e^y} \quad (1)$$

Проинтегрируем полученное уравнение:

$$\int e^{-x} dx = \int -e^{-y} dy \quad (2)$$

Интегрируя в уме, получаем:

$$\begin{aligned} -e^{-x} + C_1 &= e^{-y} + C_2 \\ e^{-y} + e^{-x} &= C \end{aligned}$$

Перенесем e^{-x} в правую часть и прологарифмируем:

$$y = -\ln(C - e^{-x}), \quad C - e^{-x} > 0 \iff x > -\ln(C), \quad C > 0 \quad (3)$$

Векторные линии

РГР по
матанализу

Федоров,
Горляков

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения

Вывод

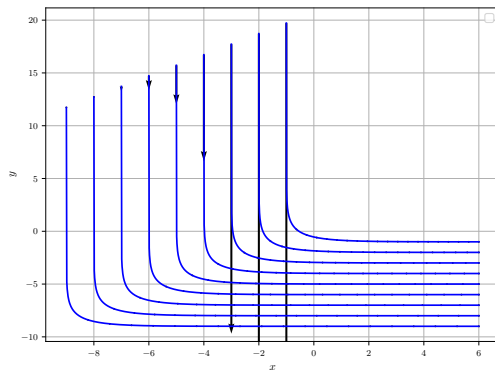


Рис.: Векторные линии поля H

Линии уровня потенциала

РГР по
матанализу

Федоров,
Горляков

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения

Вывод

Работа поля вдоль линии

РГР по
матанализу

Федоров,
Горляков

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения

Вывод

Вывод по задаче

РГР по
матанализу

Федоров,
Горляков

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения

Вывод

Задание 2. Поток векторного поля

Дано тело T , ограниченное следующими поверхностями:

$$z + \sqrt{4 - x^2 - y^2} = 0 \quad x^2 + z^2 = 1 \quad x^2 + y + z^2 = 2$$

На рисунке предоставлено сечение тела T координатной плоскостью Oyz .

- ▶ Изобразите тело T на графике в пространстве.
- ▶ Вычислите поток поля

$$\mathbf{a} = (\sin zy^2)\mathbf{i} + \sqrt{2}x\mathbf{j} + (\sqrt{2+y} - 3k)\mathbf{k}$$

через боковую поверхность тела T , образованную вращением дуги $AFEDC$ вокруг оси Oy , в направлении внешней нормали поверхности тела T .

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения

Вывод

Вывод по задаче

РГР по
матанализу

**Федоров,
Горляков**

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

**Задание 2.
Поток
векторного поля**

Задание 3.
Конформные
отображения

Вывод

Задание 3. Конформные отображения

РГР по
матанализу

Федоров,
Горляков

$$w(z) = \frac{z - 1}{z + 1}$$

План выполнения работы:

1. Рассмотреть конформное отображение. Определить особые точки отображения (при наличии) и указать их вид.
2. Изобразить на комплексной плоскости отображение области виртуального пространства в область физического пространства с помощью заданного преобразования.
3. Выделить действительную и мнимую части отображения для построения искривленной координатной сетки в физическом пространстве.
4. Взять обратное преобразование к заданному и проанализировать его
5. Расчитать профиль показателя преломления используя конформное отображение

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения

Вывод

Вывод по задаче

РГР по
матанализу

Федоров,
Горляков

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения

Вывод

Вывод

РГР по
матанализу

**Федоров,
Горляков**

Задание 1.
Потенциал
векторного поля

Задание 2.
Поток
векторного поля

Задание 3.
Конформные
отображения

Вывод