

Поиск ЖНФ и жорданова базиса

Федоров Егор, Р3115, вариант 44

Невозможно объяснить, что такое **Матрица**. Ты должен увидеть это сам.

Морфеус, «Матрица»

Исходная матрица:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Найдем характеристический многочлен матрицы $\chi_\varphi(t) = A - Et$. Так как выше диагонали матрицы находятся одни нули, то определитель матрицы будет равен произведению чисел на диагонали. Таким образом, $\chi_\varphi(t) = (2 - t)^6$. Значит оператор имеет единственное собственное число 2 кратности 6.

Тогда $B = A - 2E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Приведем матрицу B к ступенчатому виду.

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Очевидно, что $\ker(B) = \text{Lin} \left((0, 0, 0, 0, 1, 0)^T, (0, 0, 0, 0, 0, 1)^T \right)$.

Найдем $\ker(B^2)$.

$$B^2 = B \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$