

1. Формула Бернулли. n независимых испытаний, m из них успешны. $P_n^m = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}$
2. Асимптотическая формула Пуассона. $n \geq 50, np \leq 10$.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_n(m) \approx \frac{a^m e^{-a}}{m!}$$
3. Локальная теорема Муавра-Лапласа. $p = \text{const}$.

$$P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}$$
4. Функция Гаусса. $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$
5. Формула Байеса. $P(H|A) = \frac{P(H)P(A|H)}{P(A)}$
6. Интегральная теорема Муавра-Лапласа

$$P(k_1 \leq m \leq k_2) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad x_i = \frac{k_i - np}{\sqrt{npq}}$$

7. Нормированная функция Лапласа. $\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$
8. Функция Лапласа

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Для нее справедливо равенство: $\Phi(-x) + \Phi(x) = 1$,
 $\Phi(x) = 0.5 + \Phi_0(x)$.

$$P_n(k_1 \leq m \leq k_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1) = \Phi_0(x_2) - \Phi_0(x_1)$$

9. Функция распределения $F(x)$.
 - $0 \leq F(x) \leq 1$, $F(-\infty) = 0$, $F(\infty) = 1$
 - $P(a \leq X < b) = F(b) - F(a)$
 - $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} F(x) = F(x_0)$
10. Плотность распределения $f(x)$.
 - $f(x) = F'(x)$, $f(x) \geq 0$
 - $P(a \leq x < b) = \int_a^b f(x) dx$
 - $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$
11. Математическое ожидание MX случайной величины X
 - $MX = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$
 - $c = \text{const}$, $Mc = c$; $M(cX) = cM(x)$
 - $M(X + Y) = MX + MY$
 - $M(X - MX) = MX - M(MX) = 0$
 - X и Y независимы, тогда $M(X \cdot Y) = MX \cdot MY$

12. Дисперсия DX с. в. X

- $DX \stackrel{\text{def}}{=} M(X - MX)^2 = M(X^2) - (MX)^2$
- $DX = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - MX)^2 \cdot f(x) dx$

- $Dc = 0 \quad D(cX) = c^2 D(X)$
- $D(X + Y) = DX + DY$
- $D(X + c) = DX$
- $D(XY) = MX^2 MY^2 - (MX)^2 \cdot (MY)^2$
- $\sigma_X = \sqrt{DX}$

13. Стандартная случайная величина

$$Z = \frac{X - MX}{\sigma_X} \quad MZ = 0 \quad DZ = 1$$

14. Биномиальный закон распределения. С.в. принимает значения $0, 1, \dots, n$ с вероятностями $P(X = M) = C_n^m p^m q^{n-m}$, где $0 < p < 1$, $q = 1 - p$, $m = 0, 1, \dots, n$.
 $MX = np$, $DX = npq$.

15. Распределение Пуассона. $p_m = \frac{a^m e^{-a}}{m!}$. $MX = DX = a$.

16. Геометрическое распределение. $p_m = q^{m-1} p$. $MX = \frac{1}{p}$,
 $DX = \frac{q}{p^2}$.

17. Равномерное распределение. $f(x) = \frac{1}{b-a}$ на $[a, b]$ и 0 – иначе. $MX = \frac{a+b}{2}$. $DX = \frac{(b-a)^2}{12}$

18. Нормальный закон распределения.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \quad F(x) = \Phi(x)$$

$$MX = a, DX = \sigma^2$$

19. Ковариация $\text{cov}(X, Y) = M[(X - m_x)(Y - m_y)] = M(XY) - MXMY$

$$\text{cov}(X, Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)(y - m_y) f(x, y) dx dy =$$

- $\text{cov}(X, Y) = \text{cov}(Y, X)$
- $\text{cov}(X, X) = DX$
- X, Y незав. $\Rightarrow \text{cov}(X, Y) = 0$
- $D(X \pm Y) = DX + DY \pm 2\text{cov}(X, Y)$
- $\text{cov}(cX, Y) = c \cdot \text{cov}(X, Y)$
- $\text{cov}(X + c, Y) = \text{cov}(X, Y) = \text{cov}(X, Y + c)$

20. Коэффициент корреляции $r_{XY} = \frac{K_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y}$. $|r_{XY}| \leq 1$

21. Неравенство Чебышева. $P(|X - MX| \geq \varepsilon) \leq \frac{DX}{\varepsilon^2}$

22. Неравенство Маркова. $P(X \geq \varepsilon) \leq \frac{MX}{\varepsilon}$

23. Теорема Чебышева. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\left|\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n X_i - MX_i\right)\right| < \varepsilon\right\} = 1$

24. Теореме Бернулли. $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\left|\frac{nA}{n} - p\right| < \varepsilon\right\} = 1$