

Университет ИТМО  
Физико-технический мегафакультет  
Физический факультет

Группа	Р3215	К работе допущен	_____
Студент	Федоров Е.В.	Работа выполнена	_____
Преподаватель	Хвастунов Н.Н.	Отчет принят	_____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.10  
**Исследование вынужденных крутильных  
колебаний с регулируемым затуханием с  
помощью маятника Поля**

# 1 Цель работы

1. Изучение характеристик свободных и вынужденных колебаний на примере маятника Поля

# 2 Задачи

1. Определение периода колебаний маятника.
2. Исследование свободных затухающих колебаний.
3. Исследование вынужденных колебаний

# 3 Объект исследования

Объект исследования - маятник поля.

# 4 Метод экспериментального исследования

Многократное измерение промежутка времени при разных значениях силы тока

# 5 Рабочие формулы и исходные данные

1. Циклическая частота маятника  $\omega = \frac{2\pi}{T}$
2. Логарифмический декремент затухания  $\lambda = \ln \left( \frac{A_n}{A_{n+1}} \right)$
3. Добротность  $Q = \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$
4. Амплитудно-частотная характеристика:  $a(\omega) = \frac{\omega_0^2 \theta_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}$

# 6 Измерительные приборы

№п/п	Наименование	Тип прибора	Погрешность
1	Угловая шкала	—	0.1 деления
2	Цифровой секундомер	Цифровой	0.005 с

Таблица 1: Измерительные приборы

## 7 Схема установки

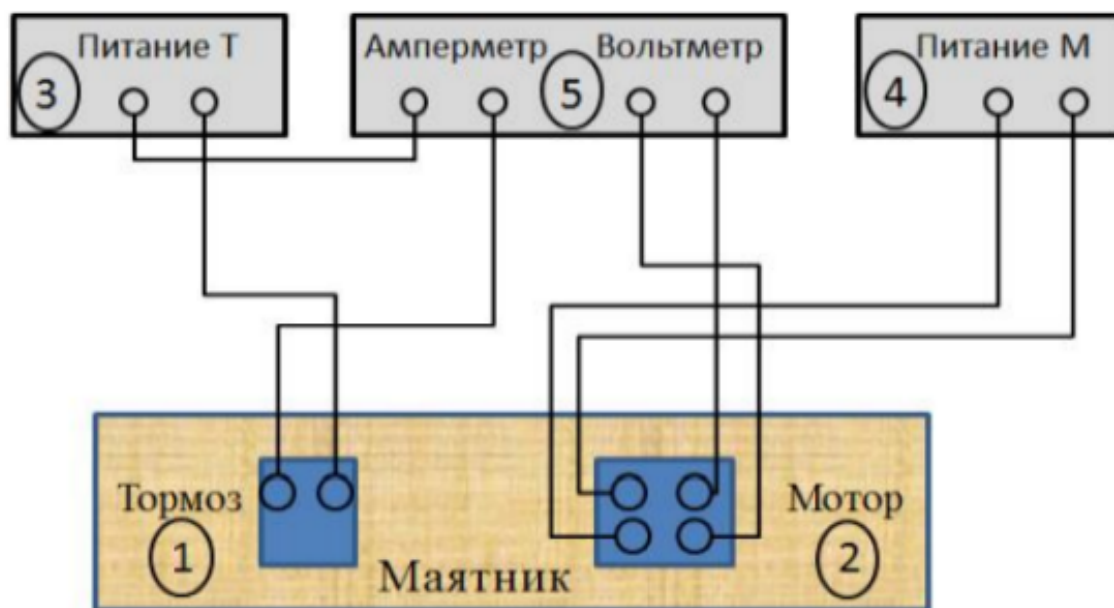


Рис. 1: Схема установки

## 8 Результаты прямых измерений и их обработки

#	$t$ , с	$t_{\text{cp}}$ , с	$T$ , с
1	17.55	17.6567	1.7657
2	17.65		
3	17.77		

Таблица 2: Измерение периода  $T$  свободных колебаний маятника,  $t$  – время  $N = 10$  полных колебаний

- $t_{\text{cp}} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 t_i \approx 17.6567$  с;
- $T = t_{\text{cp}}/N \approx 17.6567/10 \approx 1.7657$  с;
- $\omega_0 = 2\pi/T \approx \frac{2\pi}{1.7657} \approx 3.5585$  с<sup>-1</sup>;

$I_T$ , мА		$t, T$											$\lambda$	$\beta, \text{с}^{-1}$	$Q$
	$k$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
0	$A_k$ , дел	19	18.2	18.1	17.8	17.6	17.4	17.2	16.8	16.6	16.4	16	0.0152	0.0086	32.8561
	$\ln(A_0/A_k)$	0	0.0430	0.0485	0.0652	0.0765	0.0880	0.0995	0.1231	0.1350	0.1472	0.1719			
200	$A_k$ , дел	19	17.6	16.4	14.6	13.8	12.8	11.4	10.2	9.4	8.4	7.6	0.0920	0.0521	5.4358
	$\ln(A_0/A_k)$	0	0.0765	0.1472	0.2634	0.3198	0.3950	0.5108	0.6221	0.7037	0.8162	0.9163			
400	$A_k$ , дел	19	14.6	11.4	8.4	6.4	5.2	3.4	2.4	1.8	1.2	0.9	0.3084	0.1746	1.6215
	$\ln(A_0/A_k)$	0	0.2634	0.5108	0.8162	1.0881	1.2958	1.7207	2.0690	2.3567	2.7621	3.4553			

Таблица 3: Зависимость амплитуды  $A$  колебаний маятника от номера колебания  $k$  при свободных колебаниях с разным затуханием

## 9 Расчет результатов косвенных измерений

$U$ , В	7.5	8.0	8.5	9.0
$N$	5	5	5	5
$t$ , с	16.35	14.87	13.32	12.36
$T$ , с	3.27	2.974	2.664	2.472
$\omega$ , $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$	1.92	2.11	2.36	2.54

Таблица 4: Зависимость частоты возбуждения вынужденных колебаний от напряжения на моторе

Для  $U = 7.5$ :

- $T = t/N = 16.35/5 = 3.27 \text{ с}$
- $\omega = 2\pi/T = 2\pi/3.27 \approx 1.92$

$U$	$\omega$	$\omega/\omega_0$	$T$	0	200	400
0.0	$\omega = 0$		$a(\omega = 0) = \theta = 0.8$			
7.0	1.7069	0.4797	0.9090	0.8	0.8	0.6
7.1	1.7491	0.4915	0.9228	0.9	0.8	0.6
7.2	1.7912	0.5034	0.9374	1	0.8	0.65
7.3	1.8333	0.5152	0.9527	1	0.8	0.65
7.4	1.8755	0.5270	0.9690	1	0.8	0.75
7.5	1.9176	0.5389	0.9862	1	0.8	0.8
7.6	1.9597	0.5507	1.0045	1.1	0.9	0.8
7.7	2.0019	0.5626	1.0238	1	0.9	0.8
7.8	2.0440	0.5744	1.0443	1	0.8	0.8
7.9	2.0861	0.5862	1.0662	1	0.9	0.9
8.0	2.1283	0.5981	1.0894	1	0.9	0.9
8.1	2.1704	0.6099	1.1142	1	0.9	0.9
8.2	2.2125	0.6218	1.1406	1.1	1	0.95

8.3	2.2547	0.6336	1.1689	1.2	1.1	0.95
8.4	2.2968	0.6454	1.1992	1	1	0.95
8.5	2.3389	0.6573	1.2317	1.2	1	1.1
8.6	2.3811	0.6691	1.2667	1.1	1	1.1
8.7	2.4232	0.6810	1.3044	1	1.1	1.2
8.8	2.4654	0.6928	1.3451	1.2	1.4	1.2
8.9	2.5075	0.7046	1.3891	1.4	1.3	1.2
9.0	2.5496	0.7165	1.4371	1.4	1.4	1.2
$a_{\max}$				1.4	1.4	1.2
$Q'$				32.8561	5.4358	1.6215
$Q''$				111.8	33.890	10.167

Таблица 5: Зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты возбуждения

## 10 Расчет погрешности измерений

- Случайная погрешность  $\Delta_{\bar{t}} = t_{\alpha, N} \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t})^2} = 0.1857 \text{ с}$
- Абсолютная погрешность  $\Delta_t = \sqrt{\Delta_{\bar{t}}^2 + (2/3\Delta_{\text{ин}})^2} = 0.1973 \text{ с}$
- Абсолютная погрешность периода колебаний  $\Delta_T = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial t} \Delta_t\right)^2} = \Delta_t/10 = 0.01973 \text{ с}$ ,  
относительная погрешность периода колебаний  $\varepsilon_T = \Delta_T/T \cdot 100\% = 0.0398\%$
- Абсолютная погрешность циклической частоты:  $\Delta_{\omega} = \sqrt{\left(\frac{\partial \omega}{\partial T} \Delta_T\right)^2} = \frac{2\pi}{T^2} \Delta_T = 0.0397 \text{ рад/с}$ , относительная погрешность циклической частоты  $\varepsilon_{\omega} = \Delta_{\omega}/\omega \cdot 100\% = 1.1174\%$

## 11 Графики

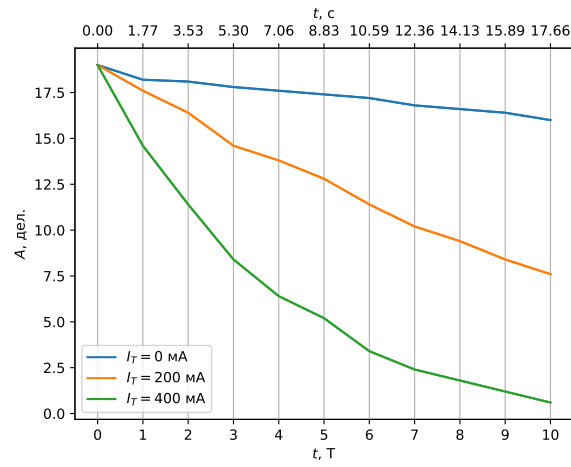


Рис. 2: График зависимости  $A(t)$  для разных  $I_T$

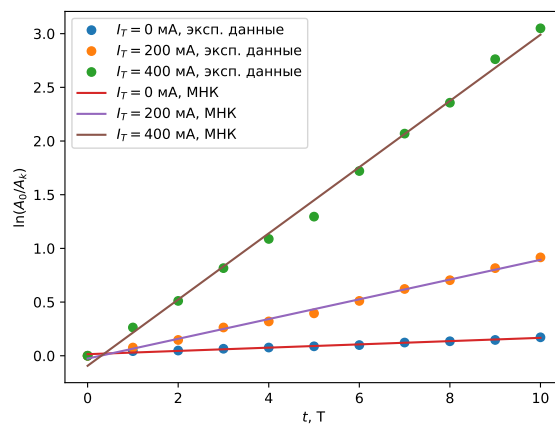


Рис. 3: График зависимости  $\ln(A_0/A_k)$  для разных  $I_T$

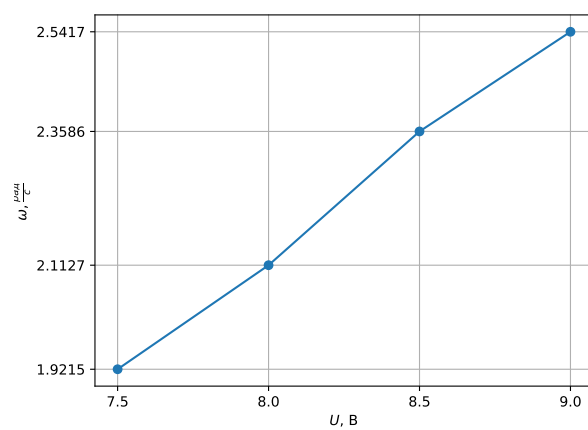


Рис. 4: Градуировочный график  $\omega(U)$

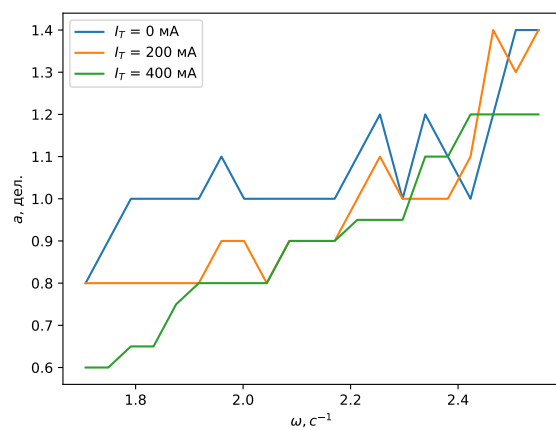


Рис. 5: Графики амплитудно-частотной характеристики

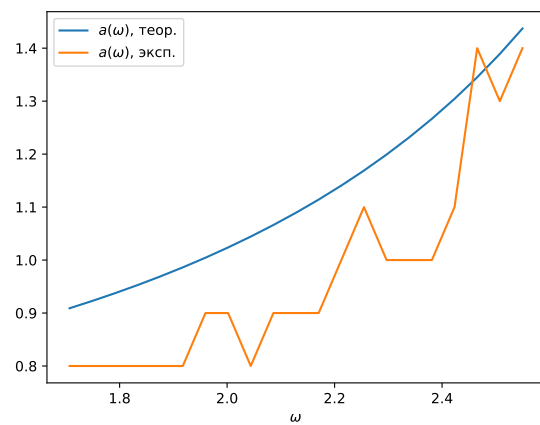


Рис. 6: График сравнения теор. и эксп. АЧХ для  $I_T = 200 \text{ мА}$

## 12 Окончательные результаты

- Период и циклическая частота свободных колебаний маятника:

$$T = 1.7657 \pm 0.01973 \text{ с} \quad \omega_0 = 3.5585 \pm 0.0397 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

- Графики  $A(t)$  зависимости амплитуды колебаний от времени для разных токов электромагнитного тормоза представлены на рис. 2.
- Графики  $f(t) = \ln(A_0/A_k)$  представлены на рис. 3. Значения параметров  $\lambda, \beta, Q$  представлены в табл. 3.
- Градуировочный график  $\omega(U)$  представлен на рис. 4.
- Графики АЧХ для трех коэффициентов затухания представлены на рисунке 5.
- Сравнение теоретической и экспериментальной АЧХ для  $I_T = 200$  мА представлены на рис. 6. Видно, что на области снятых измерений графики сильно напоминают друг друга.
- Сравнение значений добротности, найденных по затуханию колебаний и по АЧХ представлены в табл. 5.

## 13 Вывод и анализ результатов работы

При выполнении данной лабораторной работы были изучены вынужденные колебания и колебания с вязким трением. Из-за высокого коэффициента затухания колебаний на  $U \in 7, \dots, 9$  амплитуда не успевает достичь своего максимума. Поэтому для нахождения  $Q$  по АЧХ были использованы теоретические графики, что и объясняет сильное расхождение теоретических данных с экспериментальными.