1. Które z podanych poniżej równań jest prawdziwe:

a) $\overline{\bar{x}\bar{y}\bar{w} + \overline{x + y + \bar{w}} + \bar{x}\bar{z}\bar{w} + \overline{x + z + \bar{w}}} = x + \overline{y + \bar{w}}$

b) $\overline{\bar{x}\bar{y}\bar{w} + \overline{x + y + \bar{w}} + \bar{x}\bar{z}\bar{w} + \overline{x + z + \bar{w}}} = x + y \cdot z$

c) $\overline{\bar{x}\bar{y}\bar{w} + \overline{x + y + \bar{w}} + \bar{x}\bar{z}\bar{w} + \overline{x + z + \bar{w}}} = x + \overline{y \cdot z}$

d) $\overline{\bar{x}\bar{y}\bar{w} + \overline{x + y + \bar{w}} + \bar{x}\bar{z}\bar{w} + \overline{x + z + \bar{w}}} = x + y \cdot w$

Rozwiązanie:

- ***Należy przeprowadzić proces minimalizacji równania znajdującego się z lewej strony, wykorzystując w tym celu przekształcenia algebry Boole'a.***

$$\overline{\bar{x}\bar{y}\bar{w} + \overline{x + y + \bar{w}} + \bar{x}\bar{z}\bar{w} + \overline{x + z + \bar{w}}} =$$

1 **2** **3** **4**

- ***Po zastosowaniu praw De Morgana dla wyrażenia 2-go oraz 4-go uzyskujemy:***

$$= \overline{\bar{x}\bar{y}\bar{w} + \bar{x}\bar{y}w + \bar{x}\bar{z}\bar{w} + \bar{x}\bar{z}w} =$$

- ***Wyszukujemy części wspólne w parach wyrażeń. W tym przypadku wyrażenia 1-sze oraz 2-gie, jak również 3-cie oraz 4-te mają część wspólną. Wyciągając część wspólną przed nawias uzyskujemy:***

$$= \overline{\bar{x}\bar{y}(\bar{w} + w) + \bar{x}\bar{z}(\bar{w} + w)} =$$

- ***Wyrażenia w nawiasach przyjmują wartość logiczną 1 co nie wpływa na wartość końcową całego równania i pozwala na ich pominięcie. W efekcie równanie przyjmuje postać:***

$$= \overline{\bar{x}\bar{y} + \bar{x}\bar{z}} =$$

- ***W otrzymanym równaniu $\bar{x}$ jest częścią wspólną i podobnie jak w poprzednim przypadku wyciągamy tę zmienną przed nawias. W efekcie równanie przyjmuje postać:***

$$= \overline{\bar{x}(\bar{y} + \bar{z})} =$$

- ***Po zastosowaniu praw De Morgana uzyskujemy:***

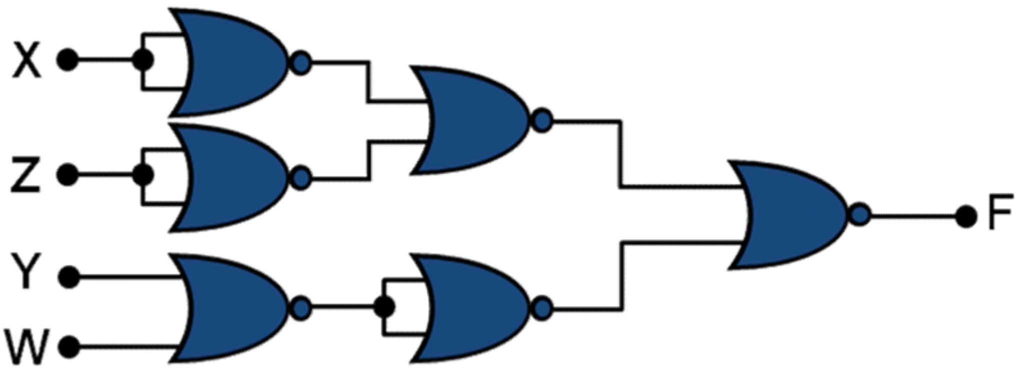
$$= \bar{\bar{x}} + \overline{\overline{yz}} =$$

- ***Co w efekcie końcowym daje wyrażenie:***

$$= x + yz$$

Odpowiedź brzmi: poprawnym jest równanie b).

2. **Którą z funkcji przedstawionych poniżej, realizuje układ zobrazowany na rysunku:**



a) $F = \bar{w} + \bar{y} \cdot (\bar{x} + \bar{z})$

b) $F = w \cdot (\bar{x} \cdot \bar{y} + \bar{z} \cdot \bar{y})$

c) $F = \overline{y + w} \cdot (\bar{x} + \bar{z})$

d) $F = \overline{y \cdot w} + (\bar{x} + \bar{z})$

Rozwiązanie:

- ***Równanie opisujące przedstawiony na rysunku układ, wynikające bezpośrednio ze schematu, ma postać:***

$$\overline{\overline{\bar{x} + \bar{z}} + \overline{\overline{y + w}}} =$$

- ***Podwójna negacja wyrażenia nie zmienia jego postaci logicznej w związku z tym równanie możemy przedstawić w postaci:***

$$= \overline{\overline{\bar{x} + \bar{z}} + (y + w)} =$$

- ***Po zastosowaniu praw De Morgana uzyskujemy:***

$$= \overline{\overline{\overline{xz}} + (y + w)} =$$

- ***Podwójna negacja wyrażenia nie zmienia jego postaci logicznej w związku z tym równanie możemy przedstawić w postaci:***

$$= \overline{xz + (y + w)} =$$

- ***Po zastosowaniu praw De Morgana uzyskujemy:***

$$= \overline{xz}(\overline{y+w}) =$$

- ***Po ponownym zastosowaniu praw De Morgana uzyskujemy:***

$$= (\bar{x}+\bar{z})(\overline{y+w})$$

Odpowiedź brzmi: układ realizuje funkcję c).

3. Zbudować, wykorzystując multiplekser *8-wejściowy*, układ realizujący następującą funkcję przełączającą:

$$Y = (A \oplus B)(B \oplus C) + AD$$

Układ multipleksera charakteryzują następujące parametry:

- ***liczba wejść informacyjnych – w tym przypadku osiem;***
- ***liczba wejść adresowych – w tym przypadku trzy;***
- ***wyjście układu.***

Układ multipleksera, jako układ kombinacyjny, (działa zgodnie z funkcją przełączającą przedstawioną w materiałach z wykładu) może być użyty do realizacji dowolnej funkcji kombinacyjnej. W praktyce stosuje się go do realizacji funkcji o liczbie zmiennych równej lub o jeden większej od liczby wejść adresowych, co nie wymaga stosowania dodatkowych układów przełączających. Jeżeli liczba zmiennych funkcji odpowiada liczbie wejść adresowych multipleksera, to sterują one wejściami adresowymi multipleksera, natomiast na wejścia informacyjne podawane są wartości stałe 0 lub 1. Jeżeli liczba zmiennych jest większa od liczby wejść adresowych, to przyjmuje się, że zmienne nie podawane na wejścia adresowe, podawane są na wejścia informacyjne w postaci prostej lub zanegowanej.

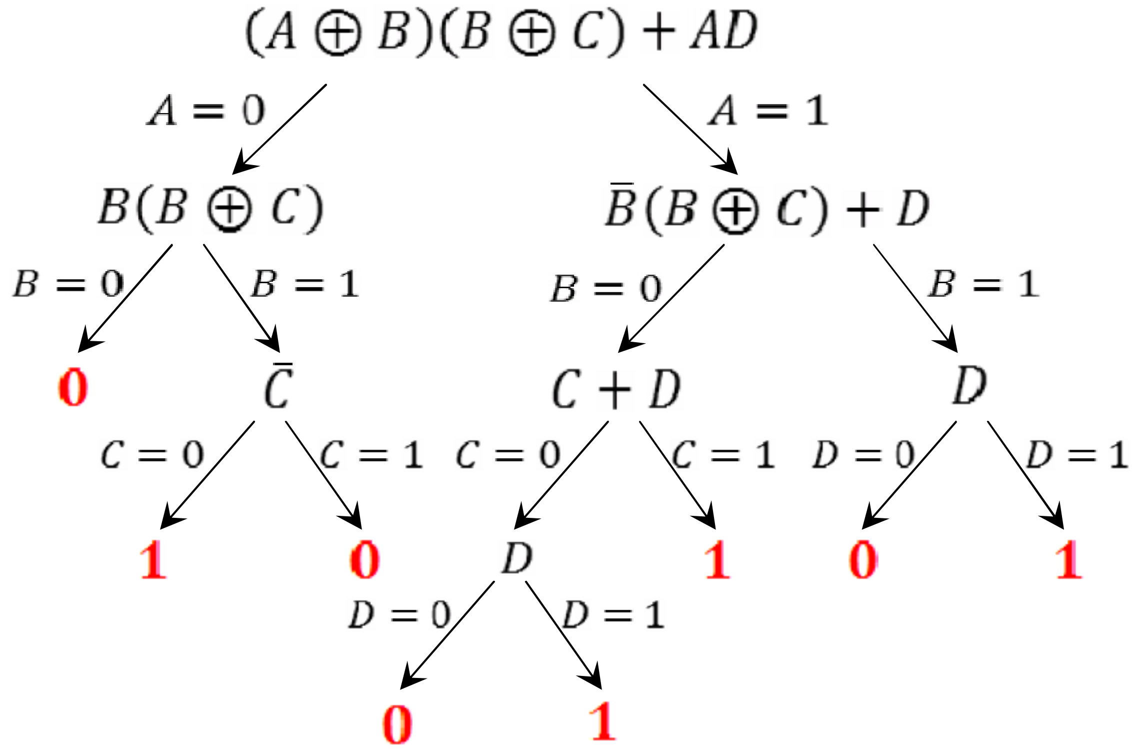
W przedstawionym zadaniu należy określić wartości, które powinny być podawane na wejścia informacyjne układu tak, aby układ działał zgodnie z podaną funkcją. Ponieważ układ ma trzy wejścia adresowe a funkcja cztery zmienne, przyjmuje się, że wartość jednej zmiennej będzie podawana na wejścia informacyjne.

Dla potrzeb realizacji zadania, przyjmijmy następujące założenia:

- **zmienną podawaną na wejścia informacyjne niech będzie zmienna D;**
- **kolejność zmiennych to: A, B, C przy czym zmienna A jest najmniej znaczącą a C najbardziej znaczącą i w takiej kolejności będą przypisywane do wejść adresowych multipleksera.**

Rozwiązanie zadania wymaga określenia wartości, jakie funkcja przyjmuje dla określonych kombinacji zmiennych wejściowych – ABCD. W tym celu wyznaczymy Kanoniczną formę sumacyjną lub Kanoniczną formę iloczynową dokonując rozkładu funkcji. Rozkład funkcji najłatwiej jest zrealizować przy pomocy binarnego diagramu decyzyjnego (opis w materiałach z wykładu).

Rozwiązanie:



Po wyznaczeniu binarnego diagramu decyzyjnego należy wyznaczyć wektory, dla których funkcja przyjmuje wartość jeden (tzw. mintermy) oraz wektory, dla których funkcja przyjmuje wartość zero (tzw. makstermy). Przypomnijmy, że przyjęta została kolejność zmiennych funkcji dla poszczególnych wektorów, jako – ABCD. Zbiory poszczególnych wektorów wyznaczamy przesuwając się od węzła początkowego (w którym przedstawiona jest wyjściowa postać funkcji) do węzłów z wartościami 0 lub 1 (zaznaczone na diagramie kolorem czerwonym), odczytując wartości poszczególnych zmiennych. W efekcie dla analizowanej funkcji otrzymujemy:

$F^1 = \{010x; 1001; 101x; 11x1\}$ ***- zbiór wektorów, dla których funkcja przyjmuje wartość jeden;***

$F^0 = \{00xx; 011x; 1000; 11x0\}$ ***- zbiór wektorów, dla których funkcja przyjmuje wartość zero.***

Przez x oznaczono wartość nieokreśloną, czyli zero lub jeden. Przykładowo dla wektora 00xx (ABCD) – zmienne A oraz B są zerami, to niezależnie od wartości zmiennych C oraz D wartość funkcji będzie równa zero. Wektor 00xx jest równoważny czterem wektorom {0000; 0001; 0010; 0011}.

Kolejnym krokiem jest przypisanie wartości podawanych na poszczególne wejścia informacyjne multipleksera. Najłatwiej jest to zrealizować na bazie tablic Karnaugha przyporządkowując dla każdej komórki tablicy jedno wejścia informacyjne. W rozpatrywanym przypadku,

ze względu na fakt iż liczba zmiennych funkcji jest większa od liczby wejść adresowych multipleksera, numeracji poszczególnych komórek należy dokonać bez uwzględnienia zmiennej wejściowej, która będzie podawana na wejścia informacyjne. Tablica Karnaugha powinna mieć postać jak poniżej.

Tabela bazowa

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Tabela z przydziałem wejść

AB \ C	0	0	1	1
00	0	0	4	4
01	2	2	6	6
11	3	3	7	7
10	1	1	5	5

Numery wejść danych multipleksera przyporządkowane poszczególnym komórkom tablicy.

W dalszej kolejności należy przyporządkować poszczególnym komórkom tablicy Karnaugha wartości. Wartości te są zależne od kombinacji zmiennych odpowiadających adresowi komórki. Realizuje się to na podstawie wyznaczonych wcześniej zbiorów wektorów. W rozpatrywanym przypadku tablica będzie miała postać:

AB \ CD	00	01	11	10
00	(0) 0	(0) 0	(4) 0	(4) 0
01	(2) 1	(2) 1	(6) 0	(6) 0
11	(3) 0	(3) 1	(7) 1	(7) 0
10	(1) 0	(1) 1	(5) 1	(5) 1

$$F^1 = \{010x; 1001; 101x; 11x1\}$$

$$F^0 = \{00xx; 011x; 1000; 11x0\}$$

Bazując na tablicy Karnaugha należy określić wartości podawane na poszczególne wejścia danych multipleksera. W tym przypadku uzyskamy następujące przypisania:

$$D_0 = 0;\ D_1 = D;\ D_2 = 1;\ D_3 = D;\ D_4 = 0;\ D_5 = 1;\ D_6 = 0;\ D_7 = D$$

co stanowi rozwiązanie zadania.

4. **Zbudować, oparty o przerzutnik JK, rewersyjny licznik synchroniczny, który dla *x*=1 zlicza w przód, natomiast dla *x*=0 zlicza wstecz, przyjmując stany zgodnie z podaną poniżej tabelą:**

Stan	Q_C	Q_B	Q_A
0	0	0	0
1	1	0	1
2	1	1	0
3	1	1	1
4	0	1	0
5	0	0	1
6	1	0	0
7	0	1	1

Q_n	$\rightarrow Q_{n+1}$	S	R	J	K	D
0	0	0	---	0	---	0
0	1	1	0	1	---	1
1	0	0	1	---	1	0
1	1	---	0	---	0	1

Na wstępie należy określić zmiany stanów licznika zależnie od wartości sygnału sterującego x. Można to zrealizować przy wykorzystaniu tabeli przejść i w tym przypadku przyjmie ona postać:

Stan	Q_c	Q_b	Q_a	X	Q'_c	Q'_b	Q'_a
0	0	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0
2	1	1	0	1	1	1	1
3	1	1	1	1	0	1	0
4	0	1	0	1	0	0	1
5	0	0	1	1	1	0	0
6	1	0	0	1	0	1	1
7	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0	0	0
2	1	1	0	0	1	0	1
3	1	1	1	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1	1	1
5	0	0	1	0	0	1	0
6	1	0	0	0	0	0	1
7	0	1	1	0	1	0	0

Następnie należy wyznaczyć funkcje sterujące wejściami J oraz K przerzutników wytwarzających sygnały Qc, Qb, Qc tak, aby zmieniały się one zgodnie z przedstawioną tabelą.

Wyznaczenie równania dla J_c

Q_aX \ Q_cQ_b	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	0	0	1
11	---	---	---	---
10	---	---	---	---

--- oznacza wartość nieokreśloną

$$J_c = Q_b\bar{x} + \overline{Q_b}x$$

Wyznaczenie równania dla K_c

Q_aX \ Q_cQ_b	00	01	11	10
00	---	---	---	---
01	---	---	---	---
11	0	0	1	0
10	1	1	0	1

--- oznacza wartość nieokreśloną

$$K_c = \overline{Q_b}\,\overline{Q_a} + \overline{Q_b}\bar{x} + Q_bQ_ax$$

Wyznaczenie równania dla J_b

Q_aX \ Q_cQ_b	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	---	---	---	---
11	---	---	---	---
10	0	1	1	0

--- oznacza wartość nieokreśloną

$$J_b = \overline{Q_c}\bar{x} + Q_cx$$

Wyznaczenie równania dla K_b

Q_aX \ Q_cQ_b	00	01	11	10
00	---	---	---	---
01	0	1	1	1
11	1	0	0	0
10	---	---	---	---

--- oznacza wartość nieokreśloną

$$K_b = Q_c\overline{Q_a}\bar{x} + \overline{Q_c}x + \overline{Q_c}Q_a$$

Wyznaczenie równania dla J_a

Q_aX \ Q_cQ_b	00	01	11	10
00	1	1	---	---
01	1	1	---	---
11	1	1	---	---
10	1	1	---	---

--- oznacza wartość nieokreśloną

$$J_a = 1$$

Wyznaczenie równania dla K_a

Q_aX \ Q_cQ_b	00	01	11	10
00	---	---	1	1
01	---	---	1	1
11	---	---	1	1
10	---	---	1	1

--- oznacza wartość nieokreśloną

$$K_a = 1$$

5. **Zbudować, wykorzystując przerzutnik JK, układ sekwencyjny działający zgodnie z podaną poniżej tabelą przejść i wyjść:**

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00	10,11	10,01	00,10	10, 01
01	11,10	01,10	11,11	01,00
11	00,00	11,11	01,00	11,10
10	01,01	00,00	10,01	00,11

Legenda:

$Q'_1Q'_2$, Y_1Y_2

Q_n	$\rightarrow Q_{n+1}$	S	R	J	K	D
0	0	0	---	0	---	0
0	1	1	0	1	---	1
1	0	0	1	---	1	0
1	1	---	0	---	0	1

Rozwiązanie zadania polega na wyznaczeniu funkcji sterujących wejściami J oraz K przerzutników wytwarzających sygnały Q_1, Q_2, jak również funkcji wytwarzających sygnały wyjściowe układu Y_1 oraz Y_2.

Wyznaczenie równania dla J_1

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	1	0	1	0
11	---	---	---	---
10	---	---	---	---

--- *oznacza wartość nieokreśloną*

Wyznaczenie równania dla K_1

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00	---	---	---	---
01	---	---	---	---
11	1	0	1	0
10	1	1	0	1

--- *oznacza wartość nieokreśloną*

$$J_1 = \overline{X_1}\,\overline{X_2} + \overline{Q_2}\,\overline{X_1} + Q_2X_1X_2 + \overline{Q_2}\,\overline{X_2} \qquad K_1 = \overline{X_1}\,\overline{X_2} + \overline{Q_2}\,\overline{X_1} + Q_2X_1X_2 + \overline{Q_2}\,\overline{X_2}$$

Wyznaczenie równania dla J_2

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	---	---	---	---
11	---	---	---	---
10	1	0	0	0

--- oznacza wartość nieokreśloną

$$J_2 = Q_1\overline{X_1}\,\overline{X_2}$$

Wyznaczenie równania dla K_2

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00	---	---	---	---
01	0	0	0	0
11	1	0	0	0
10	---	---	---	---

--- oznacza wartość nieokreśloną

$$K_2 = Q_1\overline{X_1}\,\overline{X_2}$$

Wyznaczenie równania dla Y_1

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00	1	0	1	0
01	1	1	1	0
11	0	1	0	1
10	0	0	0	1

--- oznacza wartość nieokreśloną

Wyznaczenie równania dla Y_2

Q_1Q_2 \ X_1X_2	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	0	1	0
11	0	1	0	0
10	1	0	1	1

--- oznacza wartość nieokreśloną

$$Y_1 = \overline{Q_1}\,\overline{X_1}\,\overline{X_2} + Q_2\overline{X_1}X_2 + \overline{Q_1}\,X_1X_2 + Q_1X_1\overline{X_2}$$

$$Y_2 = \overline{Q_2}\,\overline{X_2} + \overline{Q_1}\,\overline{Q_2}\,\overline{X_1} + Q_1\overline{Q_2}\,X_1 + Q_1Q_2\overline{X_1}X_2 + \overline{Q_1}Q_2X_1X_2$$