

Przedmiot: **Wprowadzenie do automatyki**

Ćwiczenie 6: **Modelowanie obiektu sterowania**

Zamodelować obiekt sterowania – zestaw dwóch zbiorników wody ze swobodnym odpływem.

Badany układ

Rozpatrywany jest układ dwóch zbiorników wody ze swobodnym odpływem (model liniowy układu). Strumień wody $q(t)$ wpływający do pierwszego zbiornika stanowi wymuszenie. Stan układu określają poziomy wody w obu zbiornikach.

Oznaczmy: $x_1(t)$ - poziom wody w pierwszym zbiorniku, $x_2(t)$ - poziom wody w drugim zbiorniku.

Interesującą nas wielkością wyjściową jest poziom wody w drugim zbiorniku.

Zlinearyzowane **równanie stanu** ma postać:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -\frac{1}{R_1 C_1} x_1(t) + \frac{1}{R_1 C_1} x_2(t) + \frac{1}{C_1} u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{1}{R_1 C_2} x_1(t) + \left(-\frac{1}{R_1 C_2} - \frac{1}{R_2 C_2}\right) x_2(t)\end{aligned}$$

gdzie:

C_i - pole powierzchni lustra wody i - tego zbiornika,

R_i - współczynnik charakteryzujący opory przepływu przez otwór odpływowy i - tego zbiornika

Jako sygnał wyjściowy przyjęliśmy poziom wody w zbiorniku nr 2, co odpowiada następującemu równaniu wyjścia:

$$y(t) = x_2(t)$$

Pełny opis procesu w przestrzeni stanów (ang. *state-space equations*), tzn. określenie relacji między sygnałami wejścia, wyjścia i stanem procesu, stanowi **równanie stanu wraz z równaniem wyjścia**.

Równanie stanu (dowolnego, liniowego układu) zapisujemy jako:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)$$

gdzie: $\mathbf{x}(t)$ - wektor stanu,

$\mathbf{u}(t)$ - wektor wymuszenia,

\mathbf{A} - macierz systemu,

\mathbf{B} - macierz wejścia, określająca wpływ wymuszenia na proces zmian wektora stanu,

równanie wyjścia przedstawia poniższa zależność:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)$$

gdzie: $\mathbf{y}(t)$ - wektor wyjścia,

\mathbf{C} - macierz wyjścia, tzn. macierz określająca sposób obserwacji wektora stanu,

\mathbf{D} - macierz przenoszenia, tzn. macierz określająca wpływ wymuszenia na wektor wyjścia.

Dla modelowanego układu dwóch zbiorników ostateczna postać zlinearyzowanego **równania stanu** (w Matlabie-Simulinku - State-Space model) jest następująca:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1 C_1} & -\frac{1}{R_1 C_1} \\ \frac{1}{R_1 C_2} & -\frac{1}{R_1 C_2} - \frac{1}{R_2 C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

równania wyjścia:

$$y(t) = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + [0]u(t)$$

Modelowanie układu

Badany układ należy zamodelować w środowisku SIMULINK.

SIMULINK jest interaktywnym pakietem zintegrowanym z MATLABem, przeznaczonym do modelowania, symulacji i analizy układów. Definiowanie modelu wykonuje się w postaci schematu blokowego (graficznie). Schemat tworzy się z bloków pochodzących z bibliotek SIMULINKA.

SIMULINK uruchamiamy poprzez wybór ikony Simulink na pasku narzędziowym Matlaba. Konstruowanie modelu należy rozpocząć od otwarcia nowego okna modelu (wybór „Blank Model” z menu Simulinka). Do nowego okna kopiuje się bloki umieszczone w bibliotece Simulinka. Otwiera się ją kliknięciem w ikonę „Library Browser”, która znajduje się w pasku narzędziowym modelu SIMULINK-a. Każdy blok posiada swoje okno dialogowe. W oknie tym podawane są informacje dotyczące bloku i jego parametrów. Otwiera się je przez dwukrotne kliknięcie ikony bloku lewym klawiszem myszy. Bloki łączy się liniami, które reprezentują przepływ sygnałów.

Do zamodelowania układu (model analogowy - otrzymany na podstawie równań stanu i wyjścia) należy wykorzystać następujące bloki:

- **Integrator Gain, Sum, Mux**, z biblioteki **Commonly Used Blocks**,
- **Step** lub **Constant** z biblioteki **Sources**,
- **Scope, Out** z biblioteki **Sinks**.

Badany układ (rys. 1),



Rys. 1

można również zamodelować przy użyciu opisu: wektorowo – macierzowego, wykorzystując odpowiedni blok biblioteki **Continuous** SIMULINKA

- blok **State-Space** (model układu opisanego w przestrzeni stanów).

Budując modele należy wprowadzić parametry poszczególnych bloków:

- w bloku **Step** (generator skoku jednostkowego), ustawić czas wystąpienia skoku (*Step time*), wartość sygnału przed skokiem (*Initial value*) oraz wartość sygnału po skoku (*Final value*),
- lub w bloku **Constant** - wartość sygnału wejściowego,

- w sumatorze (blok **Sum**) ustawić właściwe znaki,
- w bloku **State-Space** - macierze A, B, C, D oraz wektor warunków początkowych (*Initial condition*)

Blok **Scope** służy do zobrazowania symulowanych przebiegów, blok **Out1** umożliwia dostęp portu wyjściowego do modelu. Blok ten można wykorzystać do wyprowadzenia interesujących nas wartości do przestrzeni roboczej MATLABA (i zapamiętanie ich w postaci macierzy).

Ustawienie parametrów symulacji

Przed rozpoczęciem symulacji należy ustawić parametry symulacji (*Simulation / Model Configuration Parameters*):

Solver

Simulation time - ustawienie czasu symulacji:

Start time (0), *Stop time* (żądany czas symulacji);

Solver options

Solver - pozwala wybrać metodę numeryczną:

zmiennokrokową (*Variable-step*) - zalecana jest metoda

ode45 (Dormand-Prince) lub

stałokrokową (*Fixed-step* - zalecana metoda, to *ode5 (Dormand-Prince)*),

domyślnie ustawiona jest metoda zmiennokrokowa *auto(Automatic solver selection)*;

Relative tolerance - zaleca się ustawić wartość 1e-6;

Additional parameters:

step size - należy ustawić wartość kroku (np. *Max step size*: 0.01,

Min step size: 0.001);

Data Import/Export

Save to workspace or file

Time - należy zaznaczyć tę opcję i ewentualnie zmienić nazwę wektora czasu (wstępnie przyjęto: *tout*);

Output - należy zaznaczyć tę opcję i ewentualnie zmienić nazwę macierzy wyjściowej (wstępnie przyjęto: *yout*);

Save options

Format - jako format danych należy ustawić *Array*.

Zadanie domowe

Studenta przystępującego do ćwiczenia obowiązuje:

- znajomość następujących pojęć:
 - równanie stanu, równanie wyjścia,
- znajomość:
 - sposobu opisu układów dynamicznych (umiejętność stworzenia schematu analogowego układu na podstawie równań stanu i wyjścia),
- znajomość niniejszej instrukcji.
- znajomość materiału podanego w skrypcie W. Kwiatkowskiego: „Wprowadzenie do automatyki dla informatyków” - rozdziały: 5. Sygnały i układy, 6. Układy liniowe, 7. Równanie stanu.

Zadanie laboratoryjne.

1. Podać ogólną postać równania stanu i równania wyjścia dla układu liniowego.
2. Przedstawić równanie stanu, równanie wyjścia dla modelu dwóch zbiorników.
3. Podać postacie macierzy: A, B, C, D.
4. Przedstawić schemat analogowy.
5. Utworzyć w Matlabie plik z danymi (dane, macierze A, B, C, D, $q(t)=q_0=1[m^3/s]$), plik: **cw6_dane_nazwisko.m**
6. Stworzyć model w Simulinku plik: **cw6_model_nazwisko.slx** (na podstawie schematu analogowego i opisu w przestrzeni stanów)
7. Zarejestrować: $q(t)$, $y(t)$ oraz $x_1(t)$, $x_2(t)$ (wykresy współrzędnych wektora stanu dla zadanego sygnału wejściowego – stałego strumienia dopływu wody).
8. Odczytać z wykresu ustalone poziomy wody w zbiornikach.
9. W domu wyznaczyć analitycznie punkt równowagi - ustalone poziomy wody w zbiornikach.
10. Narysować na wspólnym wykresie przebiegi: $x_1(t)$, $x_2(t)$, $y(t)$, $q(t)$ otrzymane w wyniku symulacji (funkcja **plot**).

Wykres zapisać w postaci pliku: **cw6_rysunek_nazwisko**

*Wyniki pracy z ćwiczenia stanowią **pliki wymienione w punktach: 5,6,10** przesłane na zakończenie ćwiczenia z laboratorium na adres e-mail prowadzącego ćwiczenie.*

W polu temat należy wpisać: nazwę przedmiotu, numer ćwiczenia, nazwę grupy, nazwisko, imię (np. WDA ćw.6 WCYI9IX3S1 Kowalski Adam).

Sprawozdanie

Opracować sprawozdanie zawierające:

1. Dane (podać jednostki).
2. Postać równania stanu i równania wyjścia dla modelu dwóch zbiorników.
3. Implementację modelu badanego układu w środowisku Matlab - Simulink.
4. Wydruki wykorzystywanych skryptów środowiska Matlab.
5. Wykresy z punktu 10 zadania laboratoryjnego (osie powinny być opisane, jednostki miary wyraźnie naniesione, przebiegi na wykresie oznaczone).
6. Odczytane z wykresu poziomy wody w zbiornikach w stanie równowagi.
7. Wyznaczony analitycznie punkt równowagi (ustalone poziomy wody w zbiornikach) - podać obliczenia. Porównać otrzymany wynik z wartościami uzyskanymi z wykresu.
8. Analizę otrzymanych wyników.