

# 信号与系统第一周作业

## 第一章习题

14

1.14 考虑一个周期信号

$$x(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1 \\ -2, & 1 < t < 2 \end{cases}$$

周期为  $T=2$ 。这个信号的导数是“冲激串”(impulse train)

$$g(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-2k)$$

周期仍为  $T=2$ 。可以证明

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_1 g(t-t_1) + A_2 g(t-t_2)$$

求  $A_1$ ,  $t_1$ ,  $A_2$  和  $t_2$  的值。

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= 3\delta(t-2k) + (-3)\delta(t-2k+1) \\ &= 3g(t) - 3g(t-1) \\ \therefore &\begin{cases} A_1 = 3, \\ A_2 = -3, \\ t_1 = 0, \\ t_2 = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

15

1.15 考虑一系统  $S$ , 其输入为  $x[n]$ , 输出为  $y[n]$ , 这个系统是经由系统  $S_1$  和  $S_2$  级联后得到的,  $S_1$  和  $S_2$  的输入-输出关系为

$$S_1: y_1[n] = 2x_1[n] + 4x_1[n-1]$$

$$S_2: y_2[n] = x_2[n-2] + \frac{1}{2}x_2[n-3]$$

这里  $x_1[n]$  和  $x_2[n]$  都为输入信号。

(a) 求系统  $S$  的输入-输出关系。

(b) 若  $S_1$  和  $S_2$  的级联次序颠倒的话(也即  $S_1$  在后), 系统  $S$  的输入-输出关系改变吗?

(a)

$$\begin{aligned} S: y[n] &= y_2[n] \\ &= y_1[n-2] + \frac{1}{2}y_1[n-3] \\ &= (2x[n-2] + 4x[n-3]) + \frac{1}{2}(2x[n-3] + 4x[n-4]) \\ &= 2x[n-2] + 5x[n-3] + 2x[n-4] \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} S: y[n] &= y_1[n] \\ &= 2y_2[n] + 4y_2[n-1] \\ &= 2(x[n-2] + \frac{1}{2}x[n-3]) + 4(x[n-3] + \frac{1}{2}x[n-4]) \\ &= 2x[n-2] + 5x[n-3] + 2x[n-4] \end{aligned}$$

没有变化

## 20

1.20 一连续时间线性系统  $S$ , 其输入为  $x(t)$ , 输出为  $y(t)$ , 有下面输入-输出关系:

$$x(t) = e^{j2t} \xrightarrow{S} y(t) = e^{j3t}$$

$$x(t) = e^{-j2t} \xrightarrow{S} y(t) = e^{-j3t}$$

(a) 若  $x_1(t) = \cos(2t)$ , 求系统  $S$  的输出  $y_1(t)$ 。

(b) 若  $x_2(t) = \cos(2(t - \frac{1}{2}))$ , 求系统  $S$  的输出  $y_2(t)$ 。

(a)

已知

$$\begin{aligned} 1: & \begin{cases} x_a(t) = e^{j2t} = \cos(2t) + j \sin(2t) \\ y_a(t) = e^{j3t} = \cos(3t) + j \sin(3t) \end{cases} \\ 2: & \begin{cases} x_b(t) = e^{-j2t} = \cos(-2t) + j \sin(-2t) \\ y_b(t) = e^{-j3t} = \cos(-3t) + j \sin(-3t) \end{cases} \end{aligned}$$

可以得到

$$\begin{cases} x_1(t) = \cos(2t) = (e^{j2t} + e^{-j2t})/2 \\ y_1(t) = (e^{j3t} + e^{-j3t})/2 = \cos(3t) \end{cases}$$

(b)

已知

$$\begin{aligned} x_2(t) &= \cos(2(t - \frac{1}{2})) \\ &= \cos(2t - 1) \\ &= \cos(2t) \cdot \cos 1 + \sin(2t) \cdot \sin 1 \\ &= x_1(t) \cdot \cos 1 + (-j x_a(t) + j x_b(t))/2 \cdot \sin 1 \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} y_2(t) &= y_1(t) \cdot \cos 1 + (-j y_a(t) + j y_b(t))/2 \cdot \sin 1 \\ &= \cos(3t) \cdot \cos 1 + \sin(3t) \cdot \sin 1 \\ &= \cos(3t - 1) \end{aligned}$$

## 25

1.25 判定下列连续时间信号的周期性;若是周期的,确定它的基波周期。

↓ -1

(a)  $x(t) = 3\cos(4t + \frac{\pi}{3})$

(b)  $x(t) = e^{j(\pi t - 1)}$

(c)  $x(t) = [\cos(2t - \frac{\pi}{3})]^2$

(d)  $x(t) = \mathcal{E}_V[\cos(4\pi t)u(t)]$

(e)  $x(t) = \mathcal{E}_V[\sin(4\pi t)u(t)]$

(f)  $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-(2t - n)}$

(a) 是,  $N = \frac{\pi}{2}$

(b) 不是

## 26

1.26 判定下列离散时间信号的周期性;若是周期的,确定它的基波周期。

(a)  $x[n] = \sin\left(\frac{6\pi}{7}n + 1\right)$

(b)  $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{8}n - \pi\right)$

(c)  $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{8}n^2\right)$

(d)  $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right) \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$

(e)  $x[n] = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) + \sin\left(\frac{\pi}{8}n\right) - 2\cos\left(\frac{\pi}{2}n + \frac{\pi}{6}\right)$

(b) 不是

(d) 是,  $N = 8$

## 31

1.31 在本题中将要说明线性时不变性质的最重要结果之一,即一旦知道了线性系统或线性时不变(LTI)系统对某单一输入的响应,或者对若干个输入的响应,就能直接计算出对许多其它输入信号的响应。本书剩下的绝大部分都是利用这一点来建立分析与综合 LTI 系统的一些结果和方法的。

(a) 考虑一个 LTI 系统,它对示于图 P 1.31(a)的信号  $x_1(t)$  的响应  $y_1(t)$  示于图 P 1.31(b)中,确定并画出该系统对示于图 P 1.31 (c)的信号  $x_2(t)$  的响应。

(b) 确定并画出上述(a)中的系统对示于图 P 1.31(d)的信号  $x_3(t)$  的响应。

46

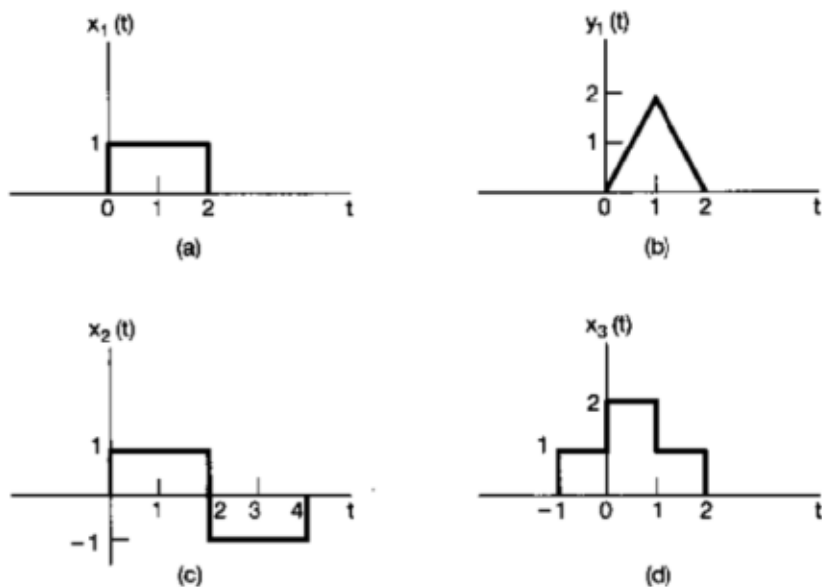


图 P 1.31

