

Flüsse in Netzwerken

Modul: DMathLS

Semester: HS 23/24

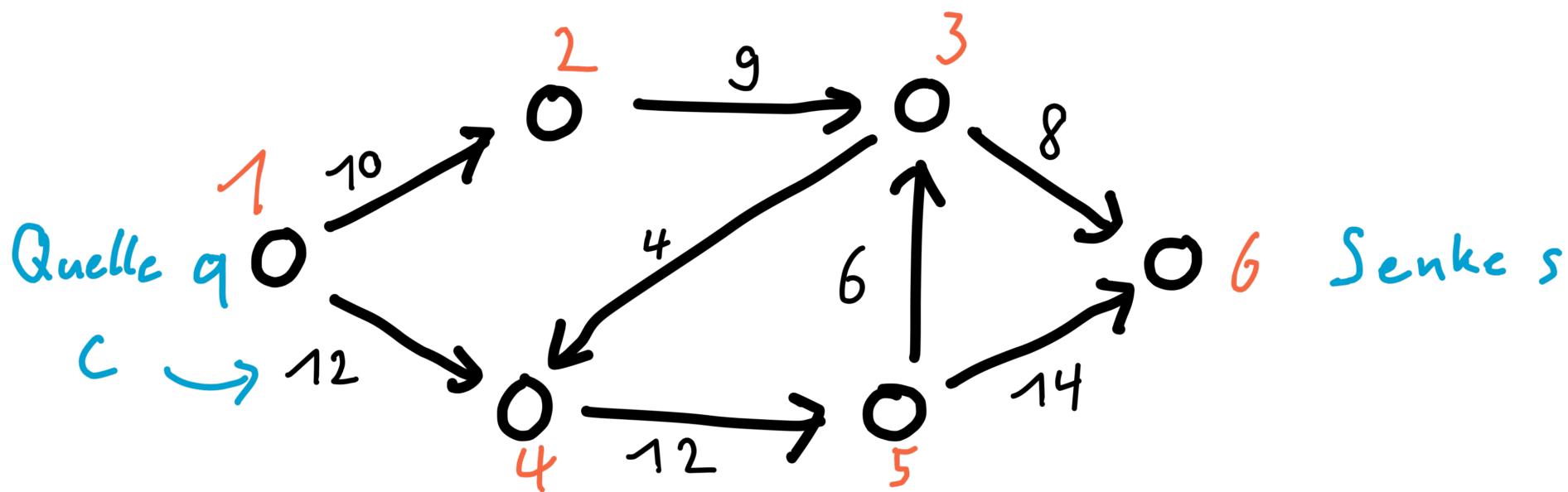
Vorbereitet von: Simone Glinz, Peter Bickel-Hürlimann

Agenda

- Netzwerke
- Flüsse
- Charakteristika und Komponenten von Netzwerken
- Ford-Fulkerson Algorithmus
- Handout

Was ist ein Netzwerk?

- Zusammenhängender, gerichteter Graph mit einer Quelle **q** und einer Senke **s**.
- Die Kanten sind gewichtet bzw. mit Kapazitäten **c** versehen

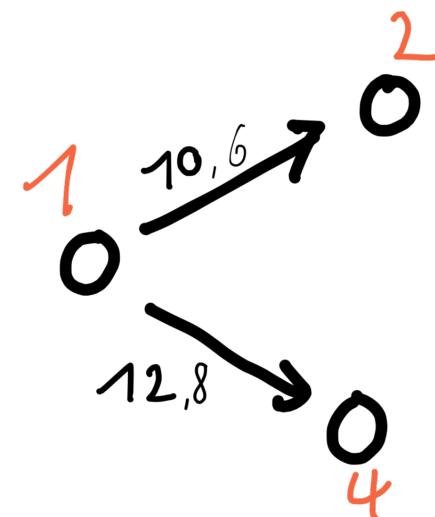


Für was braucht es Netzwerke?

- Netzwerke haben viele praktische Anwendungsgebiete
- Unter anderem werden sie in der Planung von Verkehrs- oder Kommunikationsnetzen und der Modellierung von Angebot-Nachfrage-Systemen oder des Transports von Wasser oder Öl in Leitungsnetzen eingesetzt.

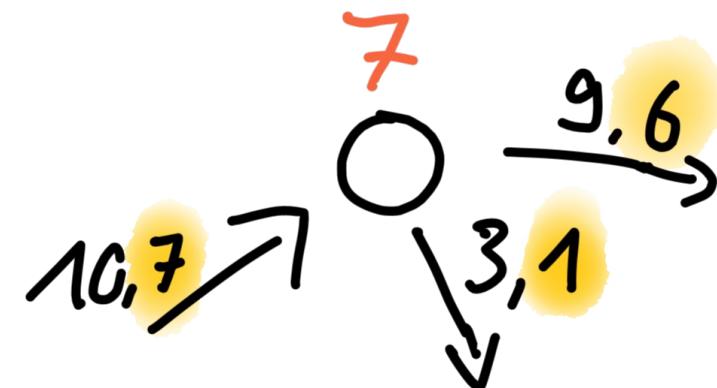
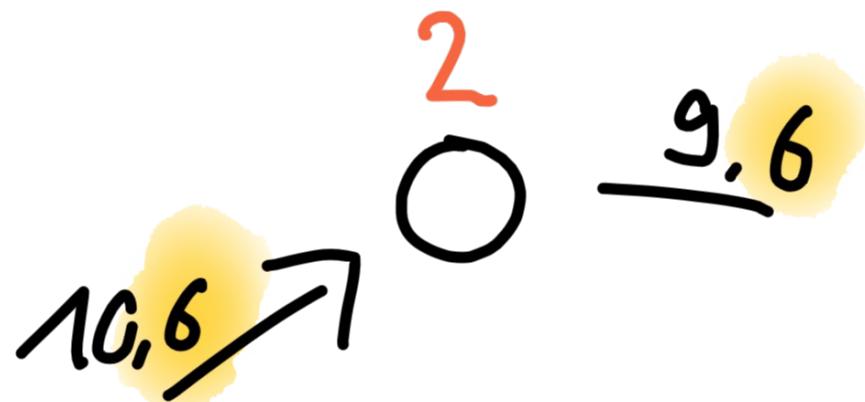
Was haben Flüsse damit zu tun?

- Unter einem Fluss versteht man die Menge von etwas, das über das Netzwerk geleitet wird.
- Dies kann von Artikeln, über Busse, bis hin zu Wasser, verschiedene Ausprägungen haben, je nach Netzwerk.
- Zulässige Flüsse überschreiten die Kantenkapazität nicht und sind nicht negativ.



Innere Knoten

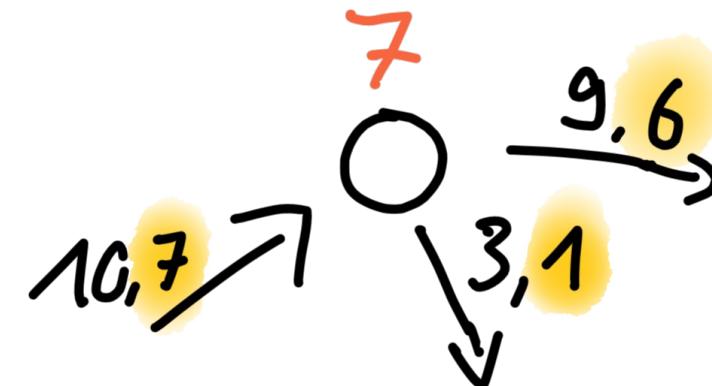
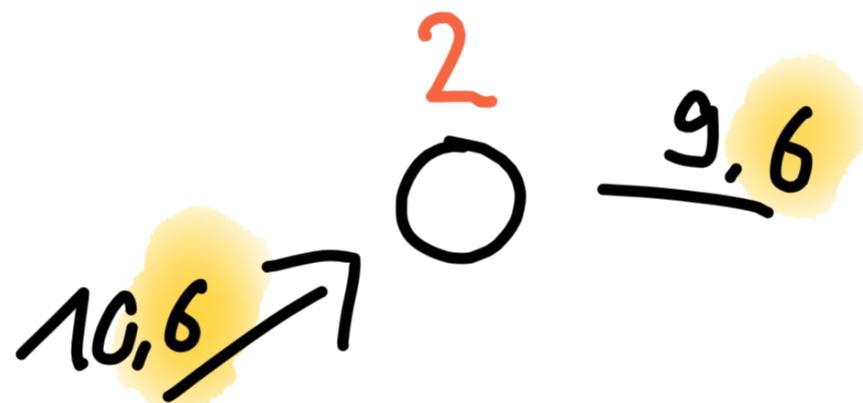
- Alle Knoten, welche nicht Quelle oder Senke repräsentieren
- Alle Knoten mit mindestens einem Ein- und Ausgang



Kirchhoff'sches Gesetz

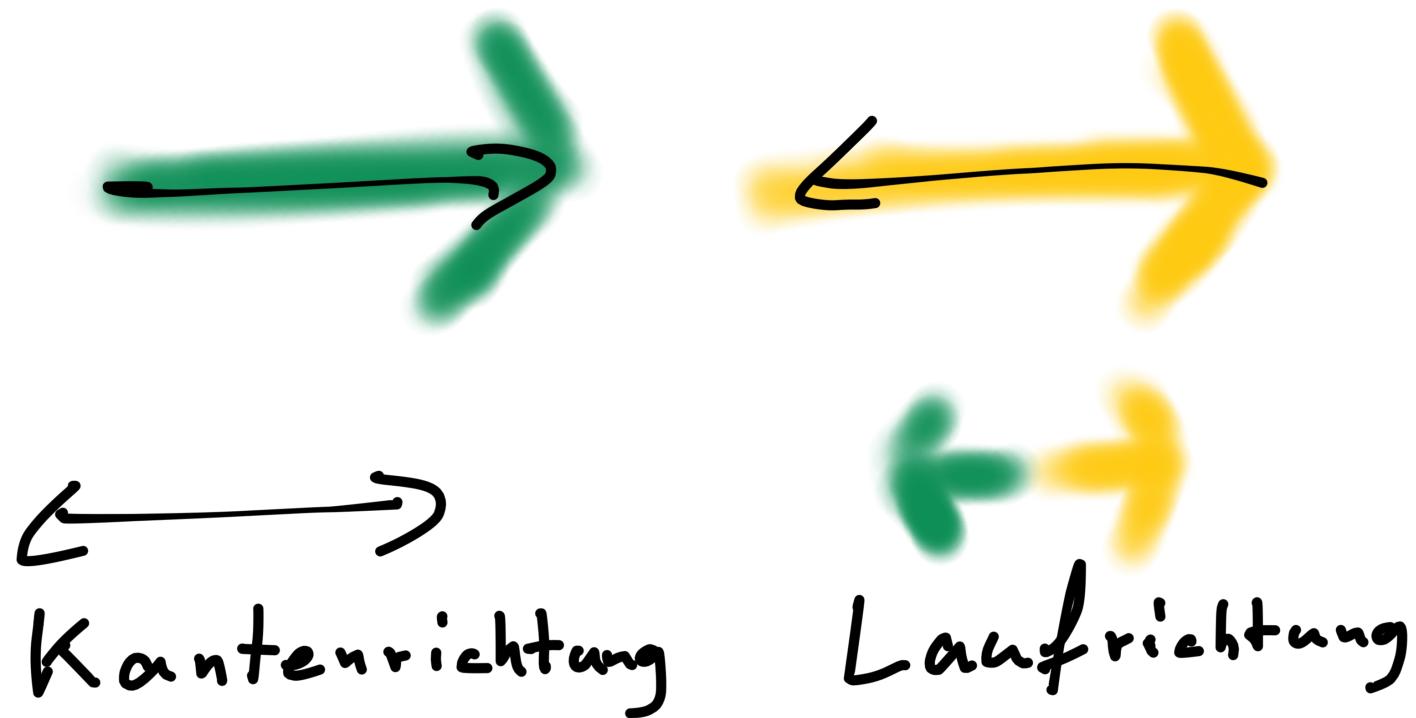
- Für alle Knoten, die nicht Quelle oder Senke sind, gilt:

Fluss in den Knoten = Fluss aus dem Knoten



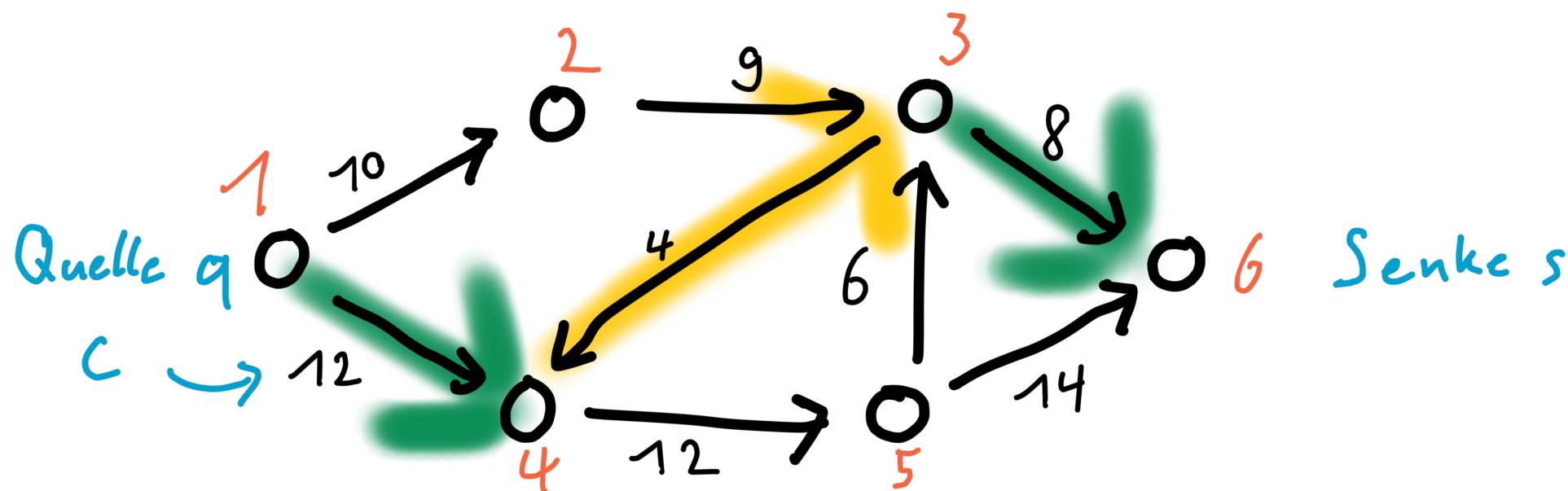
Von Vorwärts- und Rückwärtskanten ...

- Vorwärtskante: Die Kante wird in deren Richtung durchlaufen
- Rückwärtskante: Die Kante wird entgegen ihrer Richtung durchlaufen.



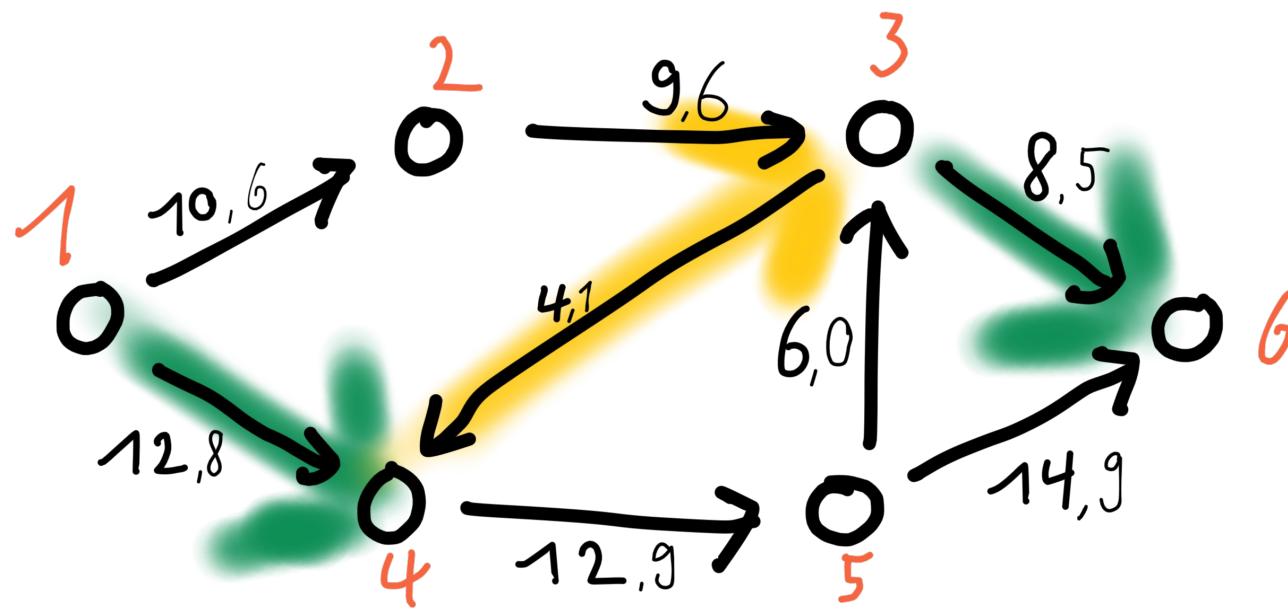
Ein ungerichteter Weg...

- ... ist ein Weg in einem gerichteten Graphen bei dem Kanten entweder in deren Richtung (grün) oder entgegen derer Richtung (gelb) durchlaufen werden.



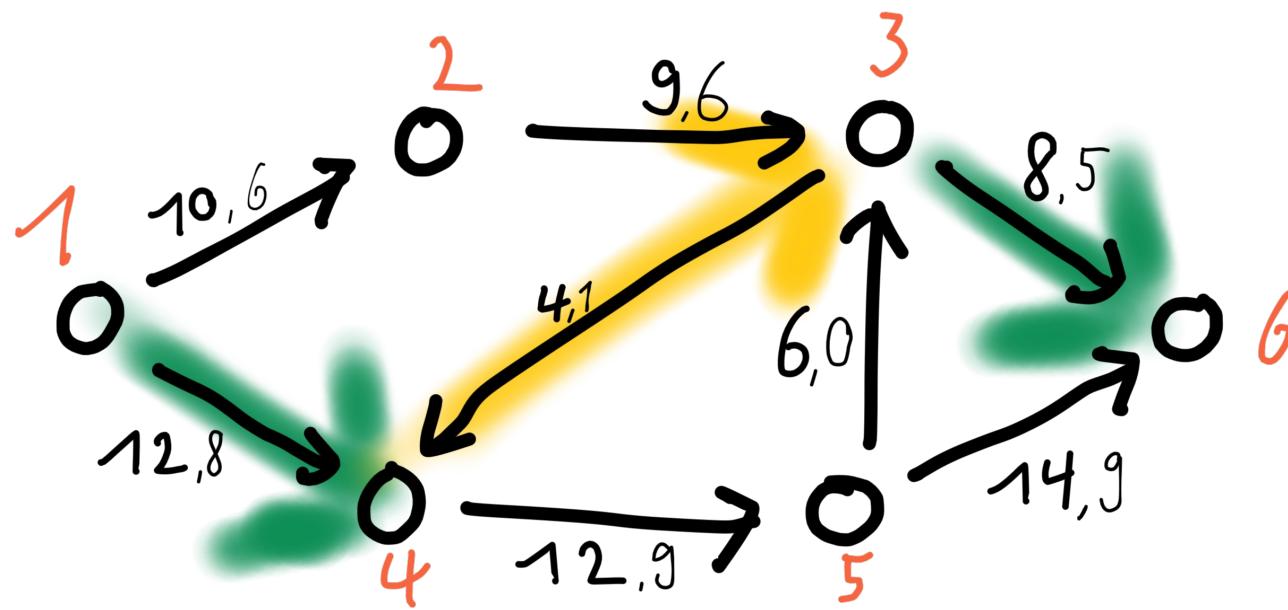
Ein zunehmender Weg...

- ... ist auch ein ungerichteter Weg, bei dem jedoch:
- keine Vorwärtskante voll ausgelastet ist (Fluss kleiner als Kapazität).
- die Summe aller Rückwärtskanten einen Fluss grösser Null haben.



Gesamtfluss

- Menge, welche zwischen Quelle und Senke bewegt wird.
- Der Gesamtfluss beträgt in unserem Beispiel 14
- Nicht zu verwechseln mit dem maximalen Fluss



Ford-Fulkerson Algorithmus (1)

- Iterativer Algorithmus aus dem Teilgebiet Flussprobleme der Graphentheorie
- Ziel: Finden des maximalen Fluss (“max flow”) durch das Netzwerk
- “Der maximale Fluss ist erreicht, wenn es keinen zunehmenden Weg mehr von der Quelle zur Senke gibt.”

Ford-Fulkerson Algorithmus (2)

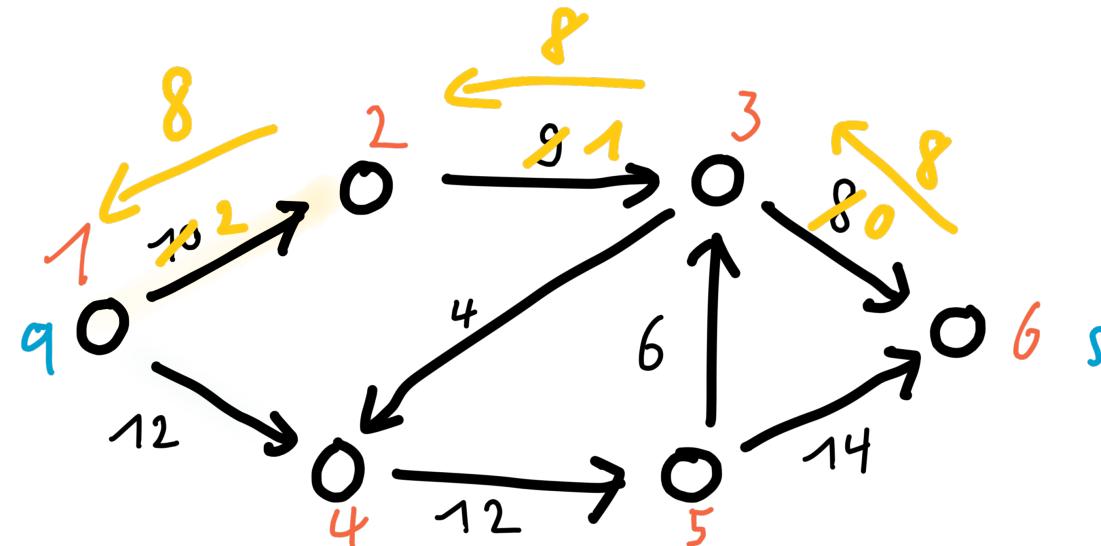
- Mittels Restnetzwerken
- 1. Iteration

Zunehmender Weg / Fluss

Restnetzwerk

1, 2, 3, 6

Fluss 8



Ford-Fulkerson Algorithmus (3)

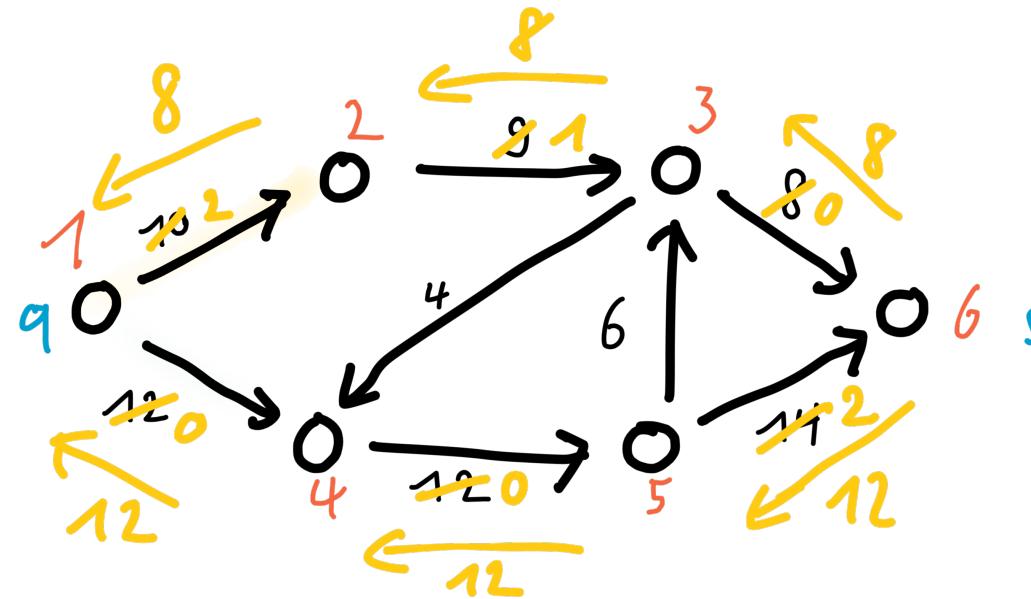
- 2. Iteration

Zunehmender Weg / Fluss

Restnetzwerk

1, 4, 5, 6

Fluss 12



Ford-Fulkerson Algorithmus (4)

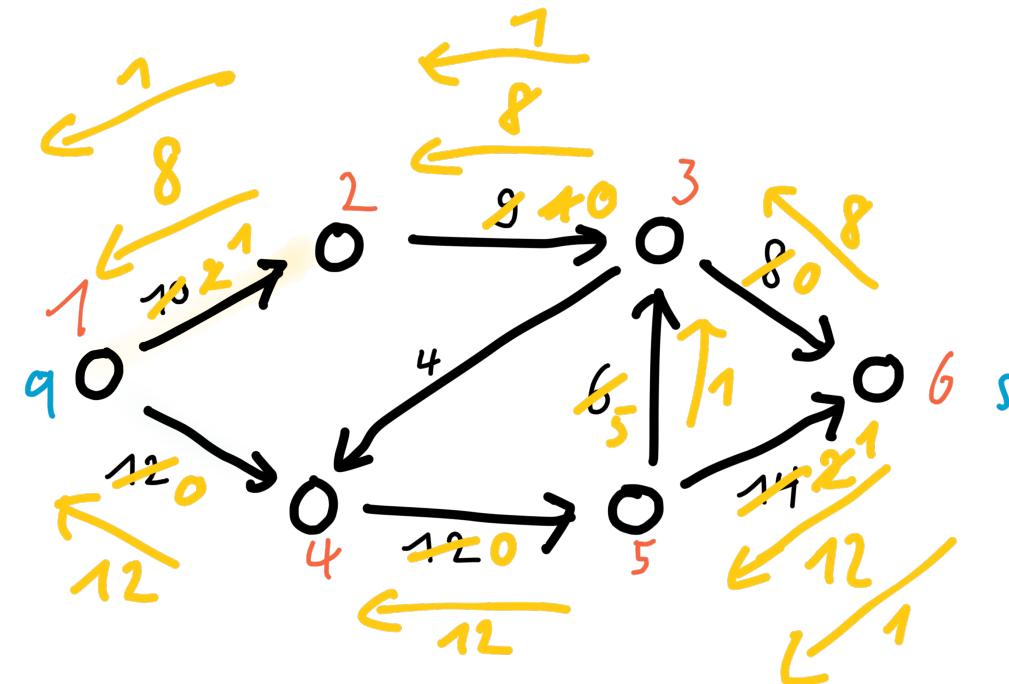
- 3. Iteration

Zunehmender Weg / Fluss

Restnetzwerk

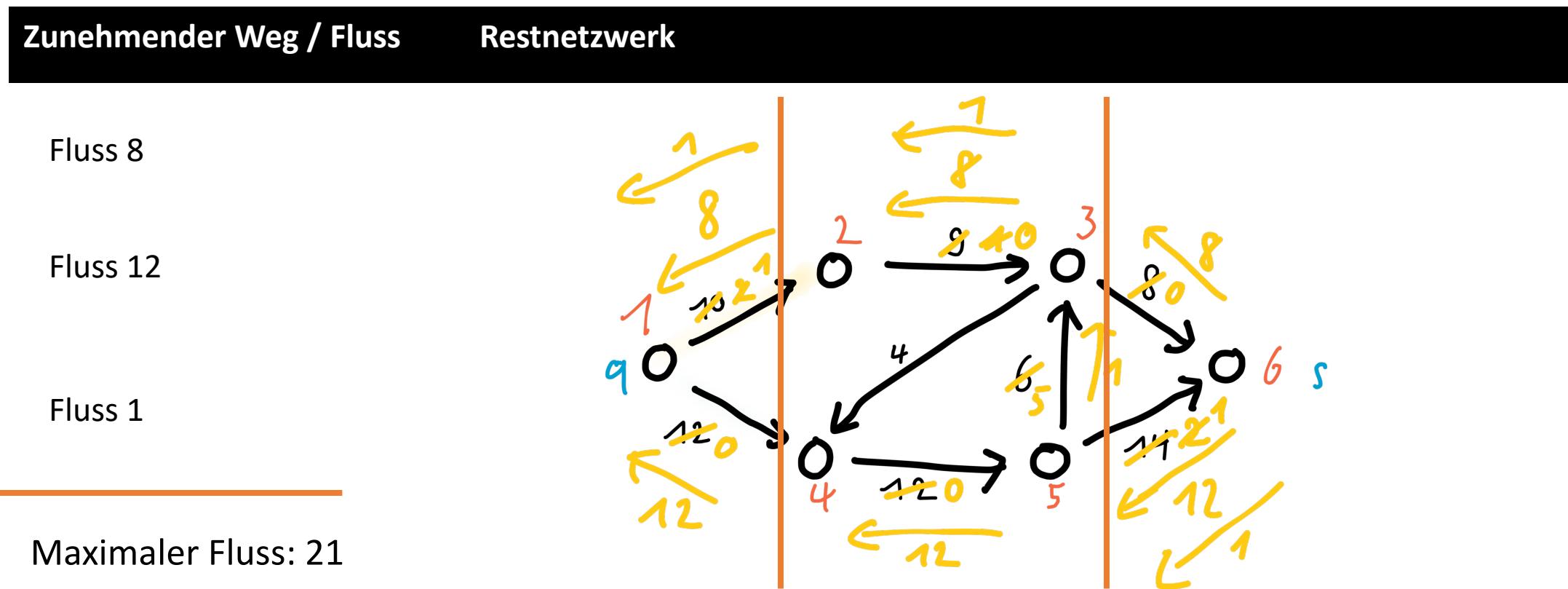
1, 2, 3, 5, 6

Fluss 1



Ford-Fulkerson Algorithmus (5)

- Keine weiteren zunehmenden Wege
- Maximaler Fluss: 21

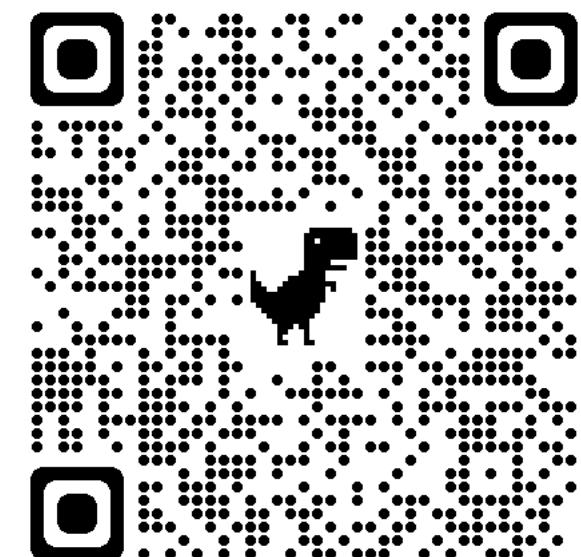
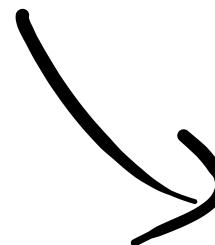


Handout

- Download

<https://github.com/FFHS-BscCybersecurity/FFHS-DMathLS/tree/main/referate/fluesseinnetzwerken>

- Auch in Moodle verfügbar



Quellen

- Der Algorithmus von Ford und Fulkerson, https://algorithms.discrete.ma.tum.de/graph-algorithms/flow-ford-fulkerson/index_de.html, zuletzt abgerufen am 16.12.2023
- Mathematik für Informatiker, Teschl Teschl, 4. Auflage 2013
- Ford-Fulkerson-Algorithmus, <https://www.youtube.com/watch?v=hEHooOdsNdk>, zuletzt abgerufen am 16.12.2023
- Komplexere Schaltkreise, <https://www.leifiphysik.de/elektrizitaetslehre/komplexere-schaltkreise/grundwissen/kirchhoffsche-gesetze>, zuletzt abgerufen 16.12.2023