

2024 杭州电子科技大学第 14 届研究生数学建模竞赛题目

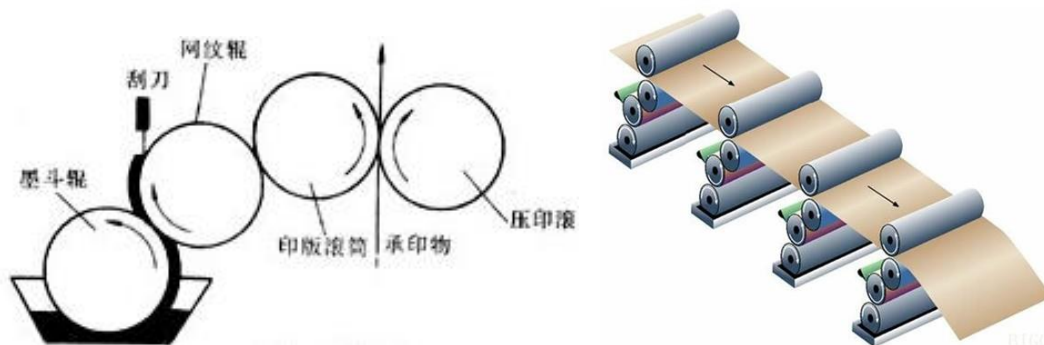
(请先阅读“2024 杭电第十四届研究生数模竞赛须知”)

B 题：柔性印刷机墨盒切换问题

柔性版印刷目前是印刷行业公认的绿色印刷方式之一。我国的柔性版印刷在瓦楞纸箱、标签、无菌液体包装、纸杯纸袋、餐巾纸等领域应用广泛，并逐步占据主导地位。柔性版印刷通过采用电油墨的增材沉积的方式取代叠层铜的减材去除，具有减少浪费和快速原型设计等多种优势。

考虑一座印刷厂的大型柔性印刷机，其工作原理如下（见下图）：首先将空白印刷材料（承印物）放在印刷机的滚筒（印刷滚筒和印压滚）之间，之后墨斗辊通过在墨盒中滚动并与网纹辊转动接触，之后网纹辊与印刷滚筒转动接触从而将图案印刷到空白印刷材料上。该印刷厂的印刷产品主要为薯片包装、方便面包包装、瓜子包装等各种食品类包装。印刷机上有多个插槽，用来放置墨盒（一个墨盒对应一种颜色），插槽按照前后顺序排列，一个插槽对应一套传墨辊（墨斗辊和网纹辊）和滚筒。

由于插槽数量有限，因此无法一次性将所有的墨盒全部放置在插槽中。在对一个种类的包装印刷时放置在插槽中的墨盒集合需要包含该包装所需的墨盒。印刷滚筒和印压滚之间的间隙大小可调节，通过增大其之间的间隙，可使得空白印刷材料不与滚筒接触。因此在印刷某包装时，即使除该包装所需的墨盒外，还存在其他墨盒放置在插槽中，也不影响该包装的正常印刷。在一个种类的包装印刷完毕之后，可能需要更换放置在某个插槽中的墨盒，由于墨盒之间的颜色不同，因此在更换墨盒时需要对传墨辊和滚筒进行清洗，这需要花费较长的时间。将放置在插槽中的墨盒更换为另一种颜色的墨盒并完成清洗操作所花费的时间称为切换时间。针对某个插槽来说，将放置在该插槽中的墨盒取出，将另一个墨盒放入该插槽中的操作称为一次切换操作。印刷过程中不同颜色墨盒之间的切换时间可能不同。例如：在将同一个插槽中的黑色墨盒切换为白色墨盒时，需要将传墨辊和滚筒彻底清洗，但将浅绿色墨盒切换为深绿色墨盒时则只需对传墨辊和滚筒轻度清洗，很明显，后者的切换时间小于前者的切换时间。传墨辊和滚筒采用喷雾清洗机进行清洗，一台喷雾清洗机一次只能清洗一套传墨辊和滚筒。当只有一台喷雾清洗机时，如果在印刷过程中频繁地更换墨盒，则会大幅增加印刷时间，这会严重影响印刷效率，因此通过减小总切换时间则可以大幅提升印刷效率。



印刷原理示意图

请你们根据附件中的数据建立恰当模型完成以下问题：

问题 1：假设只有一台喷雾清洗机。如果每种包装对应的墨盒顺序可以任意放置而不影响印刷效果，在给定包装种类印刷顺序的情况下，建立总切换次数最小化的数学模型，并根据附件 1 数据计算总切换次数。

问题 2：假设只有一台喷雾清洗机。如果不同颜色墨盒之间的切换时间不完全相同，且每种包装对应的墨盒顺序可以任意放置而不影响印刷效果。在给定包装种类印刷顺序的情况下，建立总切换时间最小化的数学模型，并根据附件 2 数据计算总切换时间。

问题 3：假设只有一台喷雾清洗机。如果不同颜色墨盒之间的切换时间不完全相同，且每种包装对应的墨盒顺序是不同且固定的¹。在给定包装种类印刷顺序的情况下，建立总切换时间最小化的数学模型，并根据附件 3 数据计算总切换时间。

问题 4：假设只有一台喷雾清洗机。如果不同颜色墨盒之间的切换时间不完全相同，且每种包装对应的墨盒顺序是不同且固定的。在印刷之前需要确定包装种类印刷顺序的情况下，建立总切换时间最小化的数学模型，并根据附件 4 数据计算总切换时间。

问题 5：假设有两台喷雾清洗机。如果不同颜色墨盒之间的切换时间不完全相同，且每种包装对应的墨盒顺序是不同且固定的。在印刷之前需要确定包装种类印刷顺序的情况下，根据附件 5 数据计算总切换时间。

附录说明：

1 墨盒顺序固定：墨盒需要按照前后相对顺序放置。例如，柔性印刷机上有 4 个插槽，插槽序号分别为 1, 2, 3, 4，并且按照序号从小到大的顺序前后排列。某包装所需的墨盒编号分别为 5, 3, 8，并且这三个墨盒需要按照 5 在 3 之前，3 在 8 之前的顺序放置在插槽中。墨盒放置情况即可以按照墨盒 5 放置在插槽 1 中，墨盒 3 放置在插槽 2 中，墨盒 8 放置在插槽 3 中的顺序放置；也可以按照墨盒 5 放置在插槽 1 中，墨盒 3 放置在插槽 2 中，墨盒 8 放置在插槽 4 中的顺序放置。

2 数据说明：

- 1) 文件名格式：实例_包装种类数量_墨盒数量_插槽数量；
- 2) 包装种类和墨盒用编号表示，插槽用序号表示；
- 3) 在包装对应墨盒的放置顺序固定的情形下，印刷包装所需的墨盒编号集合同时也表示墨盒放置的前后相对顺序；
- 4) 在给定包装种类印刷顺序的情形下，包装按照编号从小到大的顺序依次印刷；
- 5) 墨盒之间的切换时间示例表如下，切换时间单位为分钟（min）：例如，将放置在插槽中的墨盒 1 切换为墨盒 2 的切换时间为 10；将放置在插槽中的墨盒 2 切换为墨盒 1 的切换时间为 12。

	墨盒 1	墨盒 2	墨盒 3
墨盒 1	0	10	3
墨盒 2	12	0	10
墨盒 3	12	9	0

6) 包装对应其所需墨盒放置方案示例如下表。

包装种类印刷顺序	插槽 1	插槽 2	插槽 3	插槽 4	插槽 5
3		5	4		
1				3	2
2		6			7
4	1		4		

注：这里只给出在印刷包装时其所需墨盒的放置情况。例如，在印刷包装 3 时墨盒 5 和墨盒 4 分别放置在插槽 2 和插槽 3 中。印刷包装 1 时墨盒 3 和墨盒 2 分别放置在插槽 4 和插槽 5 中，但墨盒 5 和墨盒 4 依旧放置在插槽 2 和插槽 3 中，但不使用。