Valutazione prestazioni in comunicazioni PASS

Federico Forzano

15 settembre 2021

1 Prestazioni Photon Added Coherent States

1.1 Riproduzione dei risultati

Il primo obiettivo ottenuto è stato riprodurre i risultati riguardanti le prestazioni di un sistema PACS.

A partire dalla rappresentazione nella base di Fock, dello stato noisy PACS $\Xi(\mu, k)$ (con μ ampiezza dello stato coerente di partenza e k numero di fotoni aggiunti):

$$\langle n| \Xi(\mu, k) |m\rangle = \begin{cases} c_{n,m}^{(k)} \; se \; n, m \geqslant 0 \\ 0 \; altrimenti \end{cases} \tag{1}$$

con

$$c_{n,m}^{(k)} = \frac{(1-v)^{k+1} e^{-(1-v)|\mu|^2}}{v^k} \sqrt{\frac{n!}{m!}} \binom{n}{k} v^n [(1-v)\mu^*]^{m-n} \frac{L_{n-k}^{m-n}(\frac{-(1-v)^2|\mu|^2}{v})}{L_k(-(1-v)|\mu|^2)} \tag{2}$$

è possibile calcolare la probabilità di errore la probabilità di errore (DEP) nel caso di discriminatore ottimo (MDEP), grazie all'espressione (Helstrom Bound):

$$\hat{Pe} = \frac{1}{2}(1 - \|p_1\Xi_1 - p_0\Xi_0\|_1). \tag{3}$$

In figura 1 si può osservare l'effetto della photon addition per la MDEP in funzione del numero di fotoni nel sistema (n_p), con $\bar{n} = 10^{-2}$ e $p_0 = p_1 = 1/2$. (L'inversione della funzione che a μ e k associa n_p è realizzata tramite un algoritmo di bisezione numerica con errore di approssimazione $\delta = 10^{-6}$).

1.2 Valutazione dell'effetto del rumore termico

Nel caso di rumore termico nullo ($\bar{n} = 0$), l'espressione per il calcolo della MDEP 3 diventa:

$$\hat{Pe} = \frac{1}{2}(1 - 4p_0p_1|\langle\psi_0|\psi_1\rangle|^2) \tag{4}$$

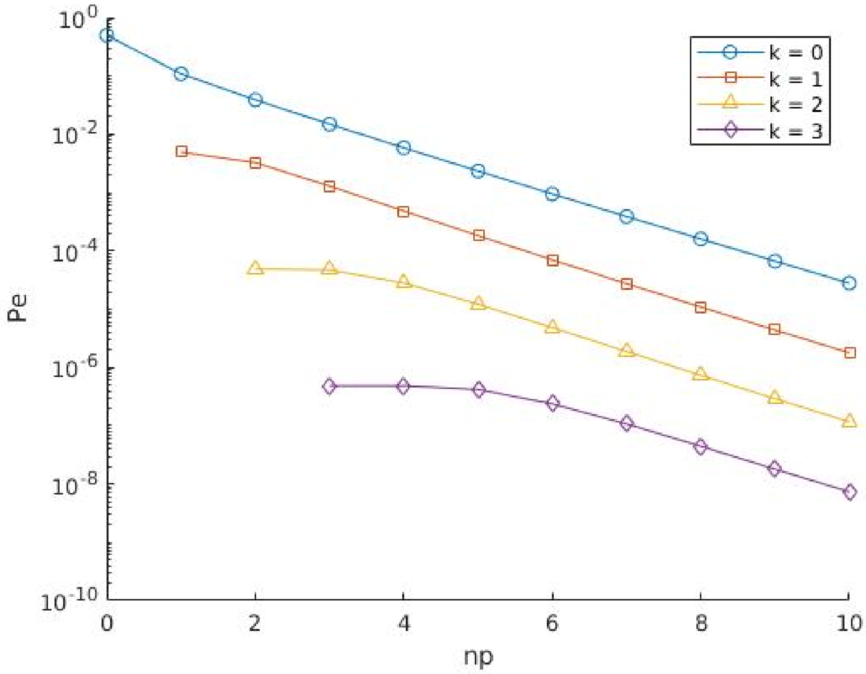


Figura 1: Performance of QSD between a noisy PACS and the thermal state as a function of np, with $\bar{n}$, $p0 = p1 = 1/2$

con $|\psi_0\rangle = \left|\xi^{(h)}\right\rangle$, $|\psi_0\rangle = \left|\mu^{(h)}\right\rangle$ e il prodotto scalare dato in forma esplicita da:

$$\left\langle \xi^{(h)} \middle| \mu^{(h)} \right\rangle = \frac{(\xi^*)^{k-h} L_h^{k-h}(-\mu\xi^*) e^{-1/2(|\mu|^2+|\xi|^2-2\mu\xi^*)}}{\sqrt{\frac{k!}{h!} L_k(-|\mu^2|) L_h(-|\xi|^2)}} \tag{5}$$

.

È possibile individuare quindi, alcuni zeri della MDEP per $\xi = 0$ e per $L_h^{k-h}(-\mu\xi^*) = 0$. In corrispondenza di quest'ultimi, si è studiato l'effetto del rumore termico.

Fissato k, si è studiato numericamente il valore degli zeri della MDEP in assenza di rumore 2. Per questi valori di μ si è valutato l'effetto del rumore termico 3.

1.3 Valutazione di un sistema PACS BPSK

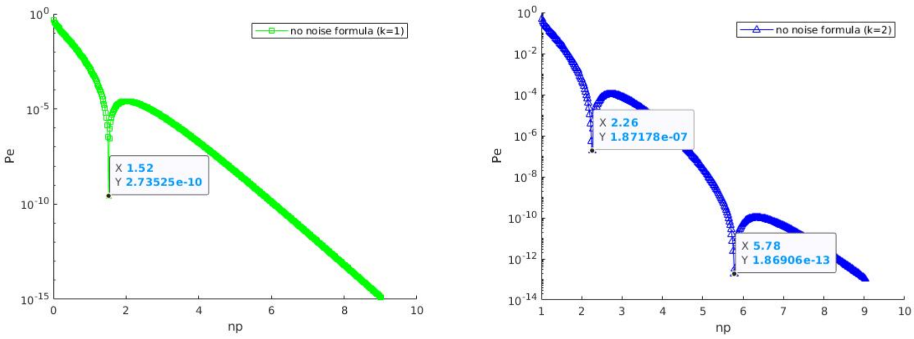
I risultati precedentemente visti si riferiscono ad un sistema in cui:

$$\Xi_0 = \Xi_{th}(0)$$

$$\Xi_1 = \Xi_{th}^{(k)}(\mu)$$

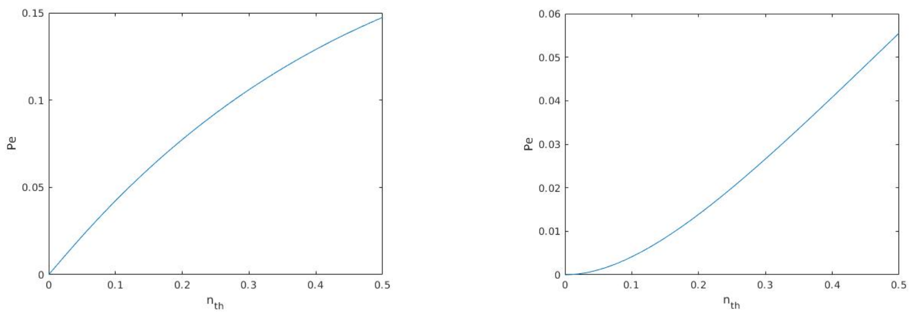
ovvero ad un sistema OOK quantistico con stati Photon Added.

Figura 2: MDEP without noise



(a) $k = 1$ (b) $k = 2$

Figura 3: Effetto del rumore termico



(a) $k = 1$, $\mu = 0.54$ (b) $k = 2$, $\mu = 1.58$

Si è voluto testare le prestazioni di un sistema BPSK con stati Photon Added 4

$$\Xi_0 = \Xi_{th}^{(k)}(-\mu)$$

$$\Xi_1 = \Xi_{th}^{(k)}(\mu).$$

2 Prestazioni Photon Added Squeezed States

Per ovviare ai limiti intrinsechi nell'utilizzo di stati coerenti, si è pensato di utilizzare stati squeezed, ovvero definiti come:

$$\Xi_{th}(\mu, \zeta) = D(\mu)S(\zeta)\Xi_{th}S^{\dagger}(\zeta)D^{\dagger}(\mu)$$

con $\zeta = re^{i\theta}$. Si sono dunque valutate le prestazioni di sistemi di comunicazione basati su questa tipologia di stati quantistici.

Figura 4: Confronto tra sistemi BPSK e OOK, per $k = 0, 1, 2, 3$

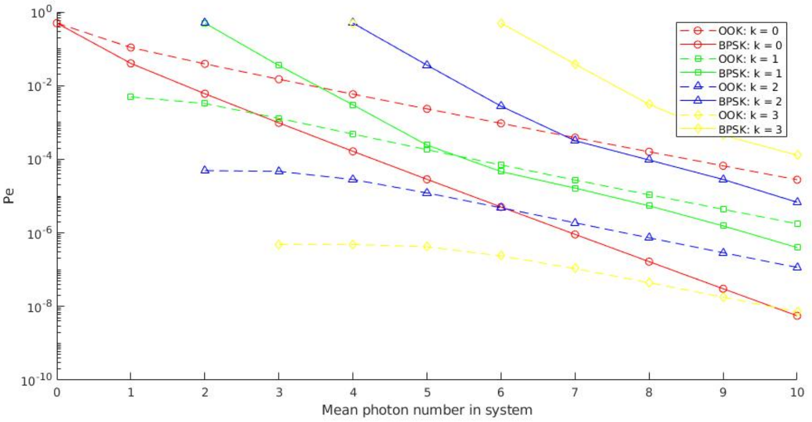
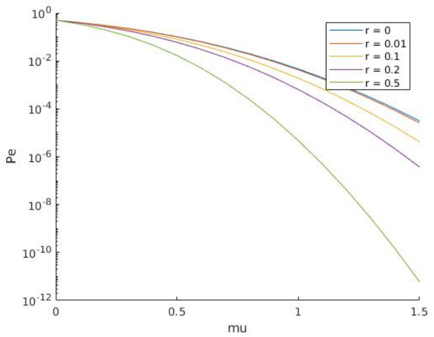
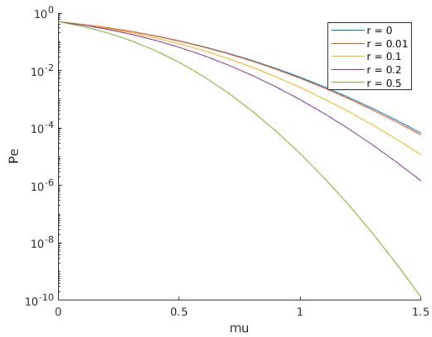


Figura 5: Squeezed BPSK, $\theta = \pi$, $p_0 = p_1 = \frac{1}{2}$



(a) $\bar{n} = 0$



(b) $\bar{n} = 10^{-2}$

2.1 Sistemi noisy Squeezed States

In primo luogo si è voluto studiare l'effetto dello squeezing senza photon addiction, al variare di r, fissato $\theta = \pi$. 5 Risulta evidente come, al variare di r, si ottenga un miglioramento delle prestazioni del sistema.

2.2 Sistemi noisy Photon Added Squeezed States

Figura 6: Confronto MDEP per BPSK PASS, $\bar{n} = 10^{-2}$, $p_0 = p_1 = \frac{1}{2}$

Si sono valutate dunque le prestazioni per sistemi photon added squeezed states. 6 La density matrix dello stato è ottenuta, a partire da quella per lo stato non photon added, tramite:

$$\langle n| \Xi_{th}^{(k)}(\mu,\zeta) |m\rangle = \begin{cases} 0 \ se \ n < k \vee m < k \\ \sqrt{\frac{n!m!}{(n-k)!(m-k)!}} \langle n-k| \Xi_{th}(\mu,\zeta) |m-k\rangle \ \ altrimenti \end{cases} \tag{6}$$