

4. Векторы и действия над ними

1. В $\triangle ABC$ даны векторы $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$ и $\overrightarrow{AC} = \vec{n}$. Построить векторы:
а) $2\vec{m}$; **б)** $-\vec{n}$; **в)** $2\vec{m} + 3\vec{n}$; **г)** $2(\vec{m} + \vec{n})$; **д)** $\vec{m} - \vec{n}$;
е) $\frac{2}{3}(\vec{m} - \vec{n})$; **ж)** $\frac{1}{4}\vec{m} - 2\vec{n}$; **з)** $-\frac{\vec{m} + \vec{n}}{2}$; **и)** $\frac{\vec{n} - \vec{m}}{2}$; **к)** $-\frac{\vec{n} - \vec{m}}{3}$.

2. Даны координаты точек: $A(3; -1; 2)$; $B(-1; 2; 1)$. Найти координаты и длины векторов: **а)** \overrightarrow{AB} ; **б)** \overrightarrow{BA} ; **в)** $5\overrightarrow{BA}$; **г)** $-5\overrightarrow{AB}$; **д)** $3\overrightarrow{AB}$; **е)** $\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$.

3. Даны координаты точек: $A(2; 9; -1)$; $B(4; 6; 5)$. Найти координаты и длины векторов: **а)** \overrightarrow{AB} ; **б)** \overrightarrow{BA} ; **в)** $2\overrightarrow{AB}$; **г)** $-3\overrightarrow{BA}$; **д)** $\frac{1}{7}\overrightarrow{BA}$.

4. Определить начало вектора $\vec{a} = \{3; -2; 6\}$, если его конец находится в точке $B(0; -2; -4)$.

5. Три вершины параллелограмма $ABCD$ находятся в точках $A(-3; 1; 0)$, $B(0; -2; -4)$, $C(9; 7; 4)$. Найти координаты четвертой вершины D .

6. Пусть $\vec{a} = \{2; -2; -1\}$. Определить координаты единичных векторов $\vec{e}_1 \uparrow \vec{a}$, $\vec{e}_2 \downarrow \vec{a}$.

7. Даны координаты точек: $A(3; 2; -1)$; $B(3; 8; 7)$. Найти:

а) координаты единичных векторов $\vec{e}_1 \uparrow \overrightarrow{AB}$, $\vec{e}_2 \downarrow \overrightarrow{AB}$;

б) координаты вектора $\vec{b} \uparrow \downarrow \overrightarrow{AB}$, $|\vec{b}| = 5$.

8. Дано: $|\vec{a}| = 2$, $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 120^\circ$. Вычислить проекции вектора \vec{a} на координатные оси.

9. Вычислить направляющие косинусы вектора $\vec{a} = \{6; 8; 24\}$.

10. Найти орт вектора $\vec{a} = \{3; 4; -12\}$.

11. Найти направляющие косинусы и орт вектора $\vec{a} = \{-3; -2; 6\}$.

12. Может ли вектор составлять с координатными осями следующие углы:

а) $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 120^\circ$;

б) $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 135^\circ$, $\gamma = 60^\circ$;

в) $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 150^\circ$, $\gamma = 60^\circ$;

г) $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 150^\circ$, $\gamma = 150^\circ$?

13. Даны векторы $\vec{a} = \{3; -2; 6\}$, $\vec{b} = \{-2; 1; 0\}$. Определить проекции на координатные оси векторов: **а)** $\vec{a} + \vec{b}$; **б)** $2\vec{a} + 3\vec{b}$; **в)** $\vec{a} - 2\vec{b}$.

14. Определить модули суммы и разности векторов $\vec{a} = \{3; -5; 8\}$, $\vec{b} = \{-1; 1; -4\}$.

15. Даны векторы $\vec{a} = \{3; -2; 1\}$, $\vec{b} = \{-1; 1; -2\}$, $\vec{c} = \{2; 1; -3\}$. Найти:

а) координаты векторов $-2\vec{a}$; $-2\vec{a} + 4\vec{b} - \vec{c}$; $x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$;

б) координаты вектора $\vec{d} = \{11; -6; 5\}$ в базисе $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\}$.

16. Найти координаты вектора $\vec{r} = \{4; -2; 6\}$ в базисе $\vec{a} = \{3; 0; 1\}$, $\vec{b} = \{2; -1; 2\}$, $\vec{c} = \{1; 1; 1\}$.

17. Определить, при каких значениях α и β векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны, и выразить \vec{b} через \vec{a} :

а) $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \beta\vec{k}$, $\vec{b} = \alpha\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$;

б) $\vec{a} = -\vec{i} + \alpha\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = \beta\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}$;

в) $\vec{a} = \{-6; 3; \beta\}$, $\vec{b} = \{\alpha; 1; 2\}$.

18. На плоскости задан ортонормированный базис $\{\vec{i}; \vec{j}\}$ и векторы $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = 3\vec{j}$, $\vec{c} = 4\vec{i} - 4\vec{j}$. Определить, образует ли базис на плоскости пара векторов:

а) $\{\vec{a}; \vec{i}\}$; б) $\{\vec{b}; \vec{j}\}$; в) $\{\vec{a}; \vec{c}\}$; г) $\{\vec{b}; \vec{c}\}$; д) $\{\vec{a}; \vec{b}\}$.

19. В пространстве задан ортонормированный базис $\{\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}\}$ и векторы $\vec{a} = -2\vec{i}$, $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{c} = \vec{j} - \vec{k}$. Определить, образует ли базис в пространстве тройка векторов:

а) $\{\vec{i}; \vec{j}; \vec{a}\}$; б) $\{\vec{i}; \vec{j}; \vec{b}\}$; в) $\{\vec{i}; \vec{b}; \vec{k}\}$; г) $\{\vec{i}; \vec{j}; \vec{c}\}$; д) $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\}$.

20. Параллелограмм $ABCD$ построен на векторах $\overrightarrow{AB} = \{2; 6; -4\}$ и $\overrightarrow{AD} = \{4; 2; -2\}$. Определить координаты векторов, совпадающих с его диагоналями \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{BD} .

21. Принимая в качестве базиса на плоскости векторы $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ и $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, совпадающие со сторонами $\triangle ABC$, определить разложение векторов, приложенных в вершинах треугольника и совпадающих с его медианами.

22. Центр масс однородного стержня находится в точке $C(2; 6; -4)$, один из его концов – в точке $A(4; 2; -2)$. Определить координаты точки B – второго конца стержня.

23. Найти координаты концов отрезка AB , который точками $C(2; 0; 2)$ и $D(5; -2; 0)$ делится на три равные части.

24. Даны длины векторов $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, угол между векторами $(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$. Найти: а) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; б) $\text{пр}_{\vec{a}} \vec{b}$; в) $(3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b})$; г) $|\vec{a} + \vec{b}|$.

25. Найти угол между векторами $\vec{p} = \vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{q} = \vec{a} - \vec{b}$, если $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$.

26. Найти длину вектора $\vec{q} = 2\vec{a} - \vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 4$, $(\vec{a}; \vec{b}) = 135^\circ$.

27. Найти скалярное произведение векторов $\vec{m} = 2\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{n} = \vec{a} - 4\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$.

28. Даны $\vec{a} = \vec{m} - 4\vec{n}$, $\vec{b} = 3\vec{m} + 2\vec{n}$, $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{n}| = \sqrt{3}$, $(\vec{m}; \vec{n}) = \frac{\pi}{6}$. Найти $\text{pr}_{\vec{b}} \vec{a}$.

29. Векторы $\vec{a} = \{4; -2; -4\}$, $\vec{b} = \{6; -3; 2\}$ заданы координатами в ортонормированном базисе $\{\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}\}$. Найти: а) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; б) $\text{pr}_{\vec{a}} \vec{b}$; в) $\cos(\vec{a}; \vec{b})$; г) $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 3\vec{b})$.

30. Найти скалярное произведение векторов $\vec{m} = 2\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{n} = \vec{a} - 4\vec{b}$, если $\vec{a} = \{-2; -2; 4\}$, $\vec{b} = \{1; 3; 1\}$.

31. Векторы $\vec{a} = \{1; 3; -2\}$, $\vec{b} = \{1; -2; 2\}$ заданы координатами в ортонормированном базисе $\{\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}\}$. Найти проекцию вектора $\vec{q} = 2\vec{a} - \vec{b}$ на вектор \vec{b} .

32. Найти угол ABC , если $A(3; -1; 3)$; $B(-1; 1; 3)$; $C(-1; 2; 5)$.

33. Даны координаты точек: $A(4; 2; 3)$, $B(-1; 5; 2)$, $C(-3; 3; 3)$. Найти внешний угол треугольника $\triangle ABC$ при вершине B .

34. Найти косинус угла между диагоналями \vec{AC} и \vec{BD} параллелограмма, если заданы три его вершины $A(2; 1; 3)$, $B(5; 2; -1)$, $C(-3; 3; -3)$.

35. Определить, при каких значениях α векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны:

а) $\vec{a} = \{5; 4; 3\}$, $\vec{b} = \{-2; \alpha; 4\}$;

б) $\vec{a} = \{1; \alpha; 2\alpha\}$, $\vec{b} = \{1; 1; -\alpha\}$;

в) $\vec{a} = \{2 + \alpha; \alpha - 3; 3 - \alpha\}$, $\vec{b} = \{2 - \alpha; \alpha + 3; -\alpha - 3\}$.

36. Вектор $\vec{a} = \{4; -3; 0\}$ составляет с осью l угол $\frac{\pi}{6}$. Найти $\text{pr}_l \vec{a}$.

37. Дан вектор $\vec{AB} = \{2; -3; -5\}$. Ось l составляет с координатными осями углы $\alpha = 45^\circ$, β – острый угол, $\gamma = 60^\circ$. Найти $\text{pr}_l \vec{AB}$.

38. Найти проекцию вектора $\vec{a} = \{5; -4; 1\}$ на ось l , образующую с координатными осями равные острые углы.

39. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$. Найти:

а) $\text{pr}_{\vec{c}}(\vec{a} + \vec{b})$; **б)** $\text{pr}_{\vec{j}}(\vec{a} - \vec{b})$; **в)** $\text{pr}_{\vec{b} + 2\vec{c}} \vec{a}$; **г)** $\text{pr}_{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}} \vec{k}$.

40. Вычислить работу, производимую силой $\vec{F} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - 5\vec{k}$, если точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из $A(2; -3; 5)$ в $B(3; -3; -1)$.

41. Две силы $\vec{F}_1 = \{4; 1; 3\}$ и $\vec{F}_2 = \{3; -1; 2\}$ приложены в точке $M(1; 4; 7)$. Вычислить работу их равнодействующей \vec{R} по перемещению материальной точки из M в $N(3; 8; 5)$.

42. Вычислить работу силы \vec{F} при прямолинейном перемещении материальной точки на вектор \vec{s} , если $|\vec{F}| = 8$, $|\vec{s}| = 3$, $(\vec{F}; \vec{s}) = \frac{2\pi}{3}$.

43. Вычислить работу силы $\vec{F} = \vec{m} + 2\vec{n}$ при прямолинейном перемещении материальной точки на вектор $\vec{s} = 3\vec{m} - 4\vec{n}$, если \vec{m} и \vec{n} – единичные векторы, угол между которыми $(\vec{m}; \vec{n}) = 120^\circ$.

44. Найти вектор \vec{x} , составляющий с осью Oz прямой угол, если $|\vec{x}| = 2$, $\vec{x} \cdot \vec{a} = 4$, $\vec{a} = \{1; 2; -7\}$.

45. Найти вектор \vec{b} , удовлетворяющий условиям: $\vec{b} \parallel \vec{a} = \{12; -16; 15\}$; $|\vec{b}| = 50$; \vec{b} составляет острый угол с осью Ox .

46. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$. Найти вектор \vec{x} , удовлетворяющий условиям: $\vec{x} \perp \vec{a}$; $\vec{x} \perp \vec{b}$; $\vec{x} \cdot \vec{c} = -6$.

47. Определить, при каких значениях α треугольник ABC будет равнобедренным, если $\vec{AB} = 6\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{AC} = \alpha\vec{i}$.

48. Найти векторное произведение по определению, сделать рисунок:

а) $(5\vec{i}) \times (4\vec{j})$; **б)** $(4\vec{k}) \times (2\vec{j})$; **в)** $(-3\vec{j}) \times (5\vec{i})$; **г)** $(3\vec{k}) \times (-4\vec{i})$.

49. Векторы $\vec{a} = \{3; -1; 2\}$, $\vec{b} = \{1; 2; -1\}$ заданы координатами в ортонормированном базисе $\{\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}\}$. Найти: **а)** $\vec{a} \times \vec{b}$; **б)** $\vec{b} \times \vec{a}$; **в)** $(2\vec{a} - \vec{b}) \times (2\vec{a} + \vec{b})$.

50. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$. Найти: **а)** $\vec{a} \times \vec{b}$; **б)** $\vec{b} \times (\vec{a} + 3\vec{b})$; **в)** $(4\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})$.

51. Даны вершины треугольника $A(1; -1; 2)$, $B(5; -6; 2)$, $C(1; 3; -1)$. Найти: **а)** площадь треугольника ABC ; **б)** длину высоты $h = |\overrightarrow{BD}|$.

52. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(2; 1; 0)$, $B(4; 4; 5)$, $C(2; 3; 4)$.

53. Найти площадь параллелограмма с вершинами в точках $A(1; 2; 0)$, $B(3; 0; 3)$, $C(5; 0; 6)$, $D(3; 2; 3)$.

54. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{p} = \vec{a} + 3\vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} - \vec{b}$, если $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$.

55. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{p} = \vec{a} - 2\vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 5$, $(\vec{a}; \vec{b}) = 45^\circ$.

56. Площадь треугольника $\triangle ABC$ равна $\frac{\sqrt{35}}{2}$. Две его вершины $A(2; -1; 3)$, $B(1; 2; 1)$. Найти координаты третьей вершины, если известно, что она лежит на оси Oz .

57. Сила \vec{F} приложена к точке A . Определить момент \vec{M} этой силы относительно точки O , если:

а) $\vec{F} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$, $A(4; 2; -3)$, $O(3; 2; -1)$;

б) $\vec{F} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$, $A(4; -2; 3)$, $O(3; 2; -1)$.

58. Найти вектор \vec{m} , зная, что он перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{5; -1; -1\}$ и $\vec{b} = \{3; 3; -3\}$ и удовлетворяет условию $\vec{m} \cdot (\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}) = -16$.

59. Найти единичный вектор \vec{x} , перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{4; 1; 3\}$ и $\vec{b} = \{4; 0; 2\}$.

60. Показать, что векторы $\vec{a} = 7\vec{i} + 6\vec{j} - 6\vec{k}$ и $\vec{b} = 6\vec{i} + 2\vec{j} + 9\vec{k}$ могут быть ребрами куба, и найти его третье ребро.

61. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$. Вычислить смешанное произведение $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$; указать ориентацию тройки $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

62. Даны векторы $\vec{a} = \{1; -1; 3\}$, $\vec{b} = \{-2; 2; 1\}$, $\vec{c} = \{3; -2; 5\}$. Вычислить:
а) $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$; **б)** $\vec{b}\vec{c}\vec{a}$; **в)** $\vec{b}\vec{a}\vec{c}$.

63. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах:

а) $\vec{a} = \{-5; 3; 2\}$, $\vec{b} = \{-6; 3; 4\}$, $\vec{c} = \{-8; 6; -5\}$;

б) $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{j}$.

64. Вычислить объем пирамиды, если известны координаты ее вершин:

а) $S(4; 5; 1)$, $A(1; -1; 2)$, $B(3; 6; 0)$, $C(3; 0; 2)$;

б) $A(0; 3; 2)$, $B(2; 2; -2)$, $C(2; -2; 3)$, $D(3; 4; -6)$;

в) $A(2; -3; 5)$, $B(0; 2; 1)$, $C(-2; -2; 3)$, $D(3; 2; 4)$.

65. Вычислить объем треугольной призмы, построенной на векторах:

а) $\vec{a} = \{2; 2; 4\}$, $\vec{b} = \{3; 4; 0\}$, $\vec{c} = \{4; 7; 8\}$;

б) $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$, $\vec{b} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} + 4\vec{k}$.

66. Проверить, компланарны ли векторы:

а) $\vec{a} = \{3; -2; 1\}$, $\vec{b} = \{0; 2; -3\}$, $\vec{c} = \{-3; 4; -4\}$;

б) $\vec{a} = 8\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

67. Установить, образуют ли векторы базис:

а) $\vec{a}_1 = \{3; -2; 1\}$, $\vec{a}_2 = \{2; 1; 2\}$, $\vec{a}_3 = \{3; -1; -2\}$;

б) $\vec{a}_1 = \{-2; -1; 1\}$, $\vec{a}_2 = \{4; -4; 1\}$, $\vec{a}_3 = \{4; -6; 2\}$;

в) $\vec{a}_1 = \{2; 2; 4\}$, $\vec{a}_2 = \{2; -1; 4\}$, $\vec{a}_3 = \{4; 7; 8\}$.

68. Проверить, лежат ли точки в одной плоскости:

а) $A(1; 2; -1)$, $B(0; 1; 5)$, $C(-1; 2; 1)$, $D(2; 1; 3)$;

б) $A(3; 1; -2)$, $B(1; 0; -1)$, $C(7; -3; -1)$, $D(2; -5; 0)$;

в) $A(-5; -3; 4)$, $B(1; 4; 6)$, $C(3; 2; -2)$, $D(8; -2; 4)$.

69. Объем треугольной пирамиды $ABCD$ равен 5. Три его вершины находятся в точках $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 3)$. Найти координаты третьей вершины D , если известно, что она лежит на оси Oy .

70. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Найти вектор \vec{x} , образующий острый угол с осью Oz и удовлетворяющий условиям: $|\vec{x}| = 1$; $\vec{x} \perp \vec{b}$; векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{x} компланарны.

71. Даны векторы $\vec{a} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$. Найти вектор \vec{x} , образующий тупой угол с вектором \vec{b} и удовлетворяющий условиям: $|\vec{x}| = |\vec{a}|$; $\vec{x} \perp \vec{a}$; векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{x} компланарны.

72. Проверить, будут ли компланарны векторы $\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}$, $\vec{b} = 3\vec{q} - 5\vec{r}$, $\vec{c} = 2\vec{p} + 5\vec{r}$, если векторы \vec{p} , \vec{q} , \vec{r} некомпланарны.

Ответы. 2. а) $\vec{AB} = \{-4; 3; -1\}$; $|\vec{AB}| = \sqrt{26}$; б) $\vec{BA} = \{4; -3; 1\}$; $|\vec{BA}| = \sqrt{26}$;

в) $5\vec{BA} = \{20; -15; 5\}$; $|5\vec{BA}| = 5\sqrt{26}$; г) $-5\vec{AB} = \{20; -15; 5\}$; $|-5\vec{AB}| = 5\sqrt{26}$;

д) $3\vec{AB} = \{12; -9; 3\}$; $|3\vec{AB}| = 3\sqrt{26}$; е) $\frac{1}{2}\vec{BA} = \left\{2; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right\}$; $\left|\frac{1}{2}\vec{BA}\right| = \frac{1}{2}\sqrt{26}$.

3. а) $\vec{AB} = \{2; -3; 6\}$; $|\vec{AB}| = 7$; б) $\vec{BA} = \{-2; 3; -6\}$; $|\vec{BA}| = 7$;

в) $2\vec{AB} = \{4; -6; 12\}$; $|2\vec{AB}| = 14$; г) $-3\vec{BA} = \{6; 9; 18\}$; $|-3\vec{BA}| = 21$;

е) $\frac{1}{7}\vec{BA} = \left\{-\frac{2}{7}; \frac{3}{7}; -\frac{6}{7}\right\}$; $\left|\frac{1}{7}\vec{BA}\right| = 1$. 4. $(-3; 0; -10)$. 5. $D(6; 10; 8)$.

6. $\vec{e}_1 = \left\{\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right\}$; $\vec{e}_2 = \left\{-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right\}$. 7. а) $\vec{e}_1 = \{0; 0; 6; 0; 8\}$;

$\vec{e}_2 = \{0; -0,6; -0,8\}$; б) $\vec{b} = \{0; -3; -4\}$. 8. $x = \sqrt{2}$; $y = 1$; $z = -1$. 9. $\cos \alpha = \frac{3}{13}$;

$\cos \beta = \frac{4}{13}$; $\cos \gamma = \frac{12}{13}$. 10. $\left\{\frac{3}{13}; \frac{4}{13}; -\frac{12}{13}\right\}$. 11. $\cos \alpha = -\frac{3}{7}$; $\cos \beta = -\frac{2}{7}$;

$\cos \gamma = \frac{6}{7}$; $\left\{-\frac{3}{7}; -\frac{2}{7}; \frac{6}{7}\right\}$. 12. а) да; б) нет; в) да; г) нет. 13. а) $\{1; -1; 6\}$;

- б)** $\{0; -2; 12\}$; **в)** $\{7; -4; 6\}$. **14.** $|\vec{a} + \vec{b}| = 6; |\vec{a} - \vec{b}| = 14$. **15. а)** $-2\vec{a} = \{-6; 4; -2\}$; $-2\vec{a} + 4\vec{b} - \vec{c} = \{-12; 7; -7\}$; $x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} = \{3x - y + 2z; -2x + y + z; x - 2y - 3z\}$; **б)** $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$. **16.** $\vec{r} = -\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$. **17. а)** $\alpha = 4, \beta = -1; \vec{b} = -2\vec{a}$; **б)** $\alpha = 3, \beta = 2; \vec{b} = -2\vec{a}$; **в)** $\alpha = -2, \beta = 6; \vec{b} = \frac{1}{3}\vec{a}$. **18. а)** да; **б)** нет; **в)** нет; **г)** да; **д)** да. **19. а)** нет; **б)** нет; **в)** да; **г)** да; **д)** да. **20.** $\overrightarrow{AC} = \{6; 8; -6\}; \overrightarrow{BD} = \{2; -4; 2\}$. **21.** $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}; \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\vec{c} - \vec{b}; \overrightarrow{CP} = \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$. **22.** $B(0; 10; -6)$. **23.** $A(-1; 2; 4), B(8; -4; -2)$. **24. а)** -6 ; **б)** -2 ; **в)** -61 ; **г)** $\sqrt{13}$. **25.** $\pi - \arccos \frac{2\sqrt{31}}{31}$. **26.** 4. **27.** -88 . **28.** $-\sqrt{21}$. **29. а)** 22; **б)** $\frac{11}{3}$; **в)** $\frac{11}{21}$; **г)** 75. **30.** 26. **31.** -9 . **32.** $\pi - \arccos 0,2$. **33.** $\pi - \arccos \frac{2\sqrt{2}}{5}$. **34.** $\frac{43}{25\sqrt{13}}$. **35. а)** $-\frac{1}{2}$; **б)** 1; $-\frac{1}{2}$; **в)** $\pm \sqrt{14}$. **36.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. **37.** $\sqrt{2} - 4$. **38.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **39. а)** $-\sqrt{3}$; **б)** 7; **в)** 0; **г)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **40.** 33. **41.** 4. **42.** -12 . **43.** -6 . **44.** $\vec{x}_1 = \{0; 2; 0\}; \vec{x}_2 = \left\{\frac{8}{5}; \frac{6}{5}; 0\right\}$. **45.** $\{24; -32; 30\}$. **46.** $\{-3; 3; 3\}$. **47.** $12; \frac{19}{3}; \pm 2\sqrt{19}$. **48. а)** $20\vec{k}$; **б)** $-8\vec{i}$; **в)** $15\vec{k}$; **г)** $12\vec{j}$. **49. а)** $\{-3; 5; 7\}$; **б)** $\{3; -5; -7\}$; **в)** $\{-12; 20; 28\}$. **50. а)** $\{15; -10; -11\}$; **б)** $\{-15; 10; 11\}$; **в)** $\{-75; 50; 55\}$. **51. а)** 12,5; **б)** 5. **52.** $\sqrt{21}$. **53.** $2\sqrt{13}$. **54.** $10\sqrt{3}$. **55.** $50\sqrt{2}$. **56.** $C(0; 0; 2)$. **57. а)** $\{-8; 9; -4\}$; **б)** $\{4; 13; -12\}$. **58.** $\{1; 2; 3\}$. **59.** $\pm \left\{\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right\}$. **60.** $\pm \{6; -9; -2\}$. **61.** 16; правая тройка. **62. а)** -7 ; **б)** -7 ; **в)** 7. **63. а)** 15; **б)** 10. **64. а)** 1; **б)** 1,5; **в)** 6. **65. а)** 18; **б)** 17. **66. а)** компланарны; **б)** некомпланарны. **67. а)** да; **б)** да; **в)** нет. **68. а)** да; **б)** нет; **в)** да. **69.** $D_1(0; 8; 0); D_2(0; -7; 0)$. **70.** $\left\{0; \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$. **71.** $\left\{-\frac{5\sqrt{2}}{2}; \frac{11\sqrt{2}}{2}; -2\sqrt{2}\right\}$. **72.** Компланарны.